



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA



Juliana Leal Salmasio

Desbloqueando Telas para produzir matemática(s): possibilidades e limites
envolvendo Álgebra Linear e *smartphone*

Campo Grande - MS

2020



Juliana Leal Salmasio

Desbloqueando Telas para produzir matemática(s): possibilidades e limites
envolvendo Álgebra Linear e *smartphone*

Versão de defesa de trabalho de conclusão de Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como requisito para obtenção do grau de Mestra em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Aparecida Santana de Souza Chiari

Linha de Pesquisa Tecnologia e Educação Matemática

Campo Grande - MS

2020



BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Aparecida Santana de Souza Chiari (Orientadora)
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)

Profa. Dra. Daise Lago Pereira Souto
Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT)

Prof. Dr. Tiago Dziekaniak Figueiredo
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)



Aos meus pais, pelo apoio incondicional.
À Vó Rosa (*in memoriam*), os dias não são mais os
mesmos sem você.



AGRADECIMENTOS

À Deus, por me dar saúde, disposição e forças durante esses dois anos, mostrando-me a cada dificuldade, inúmeros motivos, pelos quais, eu deveria continuar.

Aos meus pais (João e Maria Delurdes), meus irmãos (Adriana e Armando) e meu namorado (José Carlos) que nunca mediram esforços para a minha formação. Que me apoiam, me ajudam e são o meu alicerce diário. Obrigada por estarem sempre junto comigo, acreditando no meu potencial, na minha garra e me ajudando a enfrentar todas as barreiras. Obrigada por compreenderem a minha ausência nos finais de semana em que não podia estar em Dourados e as festas da família que perdi. Amo vocês.

À minha prima Creunice e aos seus pais (Tio Davi e Tia Nilza) por me receberam na sua casa como filha, me acolherem e me apoiarem durante os dois anos de mestrado. Serei eternamente grata.

Aos meus irmãos de orientação (Amanda, Tiago, Victor, Vanuza, Vitor, Karina, Felipe), por terem sido tão parceiros nesse tempo. Pelos momentos que passamos juntos, formais ou informais, pelas discussões, por ouvirem meus desabafos, por partilharem das minhas alegrias e frustrações, pelas viagens, eventos e principalmente por ser esse grupo maravilhoso que somos.

À minha orientadora Cida Chiari, que não tenho nem palavras para agradecer tudo que fez por mim durante esse tempo. Foi professora, orientadora, companheira, amiga e muito mais. Obrigada Cida, por ser essa pessoa incrível, por incentivar seus orientandos todos os dias, por ser doce e falar com tanta ternura. Eu não poderia ter “caído” em mãos melhores. A ti, serei grata por toda vida.

Aos professores Tiago Figueiredo e Daise Souto, por todas as contribuições, pela leitura atenta e disponibilidade de tempo.

Ao Victor Ragoni e Tiago Dziekaniak agradeço por serem muito mais que meus amigos, por serem meus irmãos, companheiros de todas as horas e meus incentivadores. Por tudo que já passamos e por tudo que ainda passaremos meu eterno agradecimento.

Ao Professor Elias Tayar Galante que me permitiu participar de suas aulas de Álgebra Linear. Obrigada por incentivar investigadores, contribuir com pesquisas e estar sempre disposto a conversar e discutir possibilidades de ensino.

Aos colaboradores desta pesquisa Elleney Jackeline Zanetoni da Matta, Gabriel Freitas Gomes, Grasieli Freire de Matos Stragevitch, Iris Lima de Sousa, João Gabriel Souza Freitas, João Victor Nogueira Maciel, José Ivan Vieira de Mello Júnior, Karina da Costa Conceição,



Lara Fernanda Leonel Ramires, Lee Jing Xuan, Luiz Miguel de Carvalho, Luiza Angelina Prigol Young, Maria Eduarda Nunes Mota, Matheus Rocha Sandim, Paulo Pedro Loschi Da Silva, Queren Abreu Brandao, Rebeca Gabriela, Renan de Araujo Freitas, Rodrigo Nunes Lima, Tainara Paula Teixeira de Quadros, Vitor Henrique Santos de Arruda e Walter Weiler Júnior por participarem ativamente do curso, participando da produção de dados e discutindo Tecnologias Digitais e Matemática.

Aos integrantes do GETECMAT pelos momentos de discussões, aprendizado e parcerias durante essa trajetória.

Ao Projeto TeDiMEM, o qual essa pesquisa está alicerçada, pelas oportunidades e influencias nesse pesquisar.

Aos meus amigos e colegas de turma de mestrado por partilharmos tantos momentos, choros, angústias e realizações.

Ao Carlos, secretário do PPGEduMat, pela prestatividade aos estudantes e professores. Por sempre nos atender (principalmente emergências), pela calma e por todo serviço prestado.

Aos servidores da limpeza, em especial, à Lu, por sempre nos alegrar com seu sorriso contagiante todas as manhãs.

Agradeço à UFMS e a todos os professores, assim como a todos os meus colegas que me acompanharam desde o início, e aos que apanhei na metade do caminho.

À CAPES e ao CNPq (processo 426102/2018-5), pelo financiamento desta pesquisa.

Por fim, mas não menos importante, deixo uma palavra de gratidão a todas as pessoas que de alguma forma fizeram parte desse caminhar.



“A educação é eficaz, no longo prazo, quando, ao olharmos para trás, conseguimos perceber que avançamos, no meio de contradições, desvios e incertezas, atingindo um equilíbrio maior entre nossas ideias, emoções, nossos valores e nossas realizações”

José Manoel Moran (2013, p.16)



RESUMO

Pensar o uso de Tecnologias Digitais na aprendizagem matemática tem sido um desafio que movimenta professores e pesquisadores. Articular Álgebra Linear e celular é uma temática que nos instiga a pesquisar, a compreender e a experienciar. Desta forma, buscamos, nesta pesquisa, responder a seguinte questão: como um grupo de licenciandos em matemática da UFMS desenvolvem tarefas de Álgebra Linear com o GeoGebra no celular? Nosso objetivo foi investigar o processo de desenvolvimento de tarefas de transformações lineares por alunos de licenciatura em matemática ao utilizarem o *GeoGebra mobile*. Amparadas na pesquisa qualitativa, trazemos como procedimento de produção de dados, o desenvolvimento de um Projeto de Ensino de Graduação (PEG) com 22 alunos do curso de Licenciatura em matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). O curso teve sete encontros presenciais, nos quais foram discutidas tarefas sobre transformações lineares. Para análise dos dados nos amparamos na Teoria da Atividade, proposta Engeström (2001), que nos possibilita compreender a aprendizagem como uma atividade humana. Após desenvolvimento e análise das tarefas, entendemos que os alunos pensam com o celular e que o trabalho com esse dispositivo favorece a estruturação e reestruturação de conjecturas, validam hipóteses e ampliam suas percepções vinculadas à representação gráfica e à articulação entre aspectos algébricos e geométricos.

Palavras-chave: Teoria da Atividade. Celular. Tecnologia Digital Móvel. Aprendizagem. Projeto de Ensino de Graduação. Ensino Superior



ABSTRACT

Thinking about the use of Digital Technologies in mathematical learning has been a challenge that moves teachers and researchers. Articulating Linear Algebra and Cellular is a theme that instigates us to research, understand and experience. In this way, we seek, in this research, to answer the following question: how do a group of undergraduate students in mathematics at UFMS develop Linear Algebra tasks with GeoGebra on cell phones? Our objective was to investigate the process of developing linear transformation tasks by undergraduate students in mathematics when using GeoGebra mobile. Supported by qualitative research, we bring as a data production procedure, the development of an Undergraduate Teaching Project (PEG) with 22 students of the Mathematics Degree course at the Federal University of Mato Grosso do Sul (UFMS). The course had seven face-to-face meetings, in which tasks on linear transformations were discussed. For data analysis, we rely on the Activity Theory, proposed by Engeström (2001), which allows us to understand learning as a human activity. After developing and analyzing the tasks, we understand that students think with the cell phone and that working with this device favors the structuring and restructuring of conjectures, validates hypotheses and expands their perceptions linked to the graphic representation and the articulation between algebraic and geometric aspects.

Keywords: Activity Theory. Cell phone. Mobile Digital Technology. Learning. Undergraduate Teaching Project. University education



LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – As quatro fases da Tecnologia Digital	26
Figura 2 – Sistema de atividade.....	37
Figura 3 – Representação para o esquema de resposta imediata	38
Figura 4 – Ato complexo e mediado.....	38
Figura 5 – Mediação na Teoria da Atividade	40
Figura 6 – Vídeo sobre Caça Primitiva	42
Figura 7 – Dois sistemas de atividade interagindo como modelo mínimo da terceira geração	44
Figura 8 – Troca de E-mails com o Professor	51
Figura 9 – Folder com a chamada para o curso	55
Figura 10 – <i>Pop-up no Livro</i>	59
Figura 11 – Símbolos do teclado do GeoGebra trocados.....	64
Figura 12 – Representação das respostas recebidas dos alunos	65
Figura 13 – Colaboradores da pesquisa	67
Figura 14 - Sistema de Atividade idealizado.....	72
Figura 15 - Questionário Inicial.....	79
Figura 16 - Resposta dos alunos ao questionário inicial	81
Figura 17 – Sistema de Atividade Inicial	86
Figura 18 – Sistema de Atividade com algumas alterações	103
Figura 19 - Resolução dos alunos	109
Figura 20 - Sistema de Atividade Final	113



LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Trabalhos encontrados na BDTD.....	19
Quadro 2 – Aspectos que caracterizam a Quarta Fase da TD.....	29
Quadro 3 – Objetivos de Ensino do PEG.....	54
Quadro 4 – Cronograma de Execução do PEG.....	54
Quadro 5 – Tarefa 1.....	83
Quadro 6 – Tarefa 3.....	93
Quadro 7 – Tarefa 4.....	101
Quadro 8 – Tarefa 5.....	106
Quadro 9 - Apresentação das construções trabalhadas no encontro.....	107



SUMÁRIO

TELA INICIAL	12
1 ENTRE TELAS: O DELINEAR DA PESQUISA	16
1.1 <i>Múltiplos toques</i> que me trouxeram aqui	16
1.2 <i>Deslizando Telas: o que o outro tem a me falar?</i>	18
1.3 Objetivo e questão de pesquisa	21
2 MESCLANDO TELAS: TECNOLOGIAS DIGITAIS E ÁLGEBRA LINEAR	23
2.1 Tecnologias digitais com zoom no smartphone	23
2.2 Álgebra Linear, Educação Matemática e Smartphone	32
3 CONSTRUÇÃO DA TELA TEÓRICA	35
4 “DESBLOQUEANDO A TELA” PARA PRODUZIR DADOS	47
4.1 A Pesquisa Qualitativa e seus Instrumentos	47
4.2 Deixei-me tocar ao observar o outro.....	50
4.3 O Projeto de Ensino de Graduação e as Inscrições para o Curso	52
4.4 Colaboradores da Pesquisa	56
4.5 Entre telas: sites, aplicativos, slides e inquietações	57
4.5.1 <i>O site Immersive Math</i>	58
4.6 Entre toques de telas e corações	60
4.7 Caminhos para a Análise de Dados	67
5 “TROCANDO MENSAGEM” E PRODUZINDO REFLEXÕES	69
5.1 UMA CONVERSA, UM PENSAMENTO ou UMA IMAGINAÇÃO?	69
6 FECHANDO UMA TELA PARA ABRIR VÁRIAS	115
REFERÊNCIAS	120
APÊNDICE	123

TELA INICIAL

Pesquisar sobre as tecnologias digitais (TD) nos faz pensar em quantas possibilidades temos para ensinar nossos alunos. Nos faz refletir sobre como eles aprendem e, ao mesmo tempo, sobre o que estamos possibilitando que aprendam no coletivo. A partir do momento em que barramos o uso de algum recurso ou que passamos a fazer uso de uma única metodologia, nós estamos, sim, barrando ou limitando aquilo que nossos alunos poderão aprender.

De maneira alguma estou defendendo que o uso das TD é a melhor ou a única forma que possibilitará um aprendizado. Muito menos dizendo que há alguma que seja capaz disso. Porém, me coloco a problematizar o uso da TD e, além de olhar para as possibilidades, entendo que é necessário olhar para as dificuldades que são enfrentadas quando nos colocamos a utilizá-las.

Pois bem! Será que ao querer que nossos alunos pensem a matemática como a ciência pronta e acabada, o uso da TD faz sentido? Será que não há outras matemáticas por trás do uso das TD que podem ser aprendidas e descobertas por eles? Ou melhor, produzidas por eles? Será que é a mesma matemática?

Esses questionamentos borbulham dentro de mim e são frutos da palestra do Professor Victor Giraldo durante a 71ª Reunião Anual da SBPC em que ele dizia “a forma com que a matemática é aprendida depende da tecnologia que é usada” e ele se refere não apenas à digital, mas a toda e qualquer tecnologia¹.

Espero que, com este trabalho, sejamos capazes de olhar para essa matemática e tenhamos possibilitado aos meus alunos um aprender ou vários tipos de aprender ao propor o uso do celular para pensarmos as transformações e transformações lineares.

Estamos entendendo Transformações Lineares (TL) como conteúdo matemático que faz parte da Álgebra Linear, estudada especificamente no Ensino Superior. No decorrer do trabalho apresentaremos uma definição formal para o termo.

Amparada por um projeto maior, intitulado: Tecnologias Digitais Móveis e Educação Matemática (TeDiMEM), que visa olhar para o celular em duas vertentes: uma em que o aluno possa produzir conteúdo digital, expressando sua aprendizagem matemática, editando e compartilhando conteúdos; e a outra propõe explorar aplicativos já existentes e discutir o que podemos em matemática com eles. Para isso, o projeto conta com pesquisadores de cinco

¹ Definiremos o termo Tecnologia e Tecnologia Digital no capítulo 2

regiões do Brasil e temos pesquisas nos três níveis de ensino: Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.

Com os trabalhos do TeDiMEM, compreendemos que eles podem contribuir para o avanço das investigações que vêm sendo feitas no Brasil, sobre o uso do celular, suas potencialidades e limitações.

Olhando para as vertentes do projeto me propus a trabalhar com a seguinte problemática: **Como um grupo de licenciandos em matemática da UFMS desenvolvem tarefas de Álgebra Linear com o GeoGebra no celular?** Objetivando investigar o processo de desenvolvimento de tarefas de transformações lineares por alunos de licenciatura em matemática ao utilizarem o *GeoGebra mobile*.

Como procedimentos metodológicos, desenvolvemos um Projeto de Ensino de Graduação (PEG) com 22 alunos do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), campus de Campo Grande. Nele, realizamos tarefas com os alunos, nas quais tiveram que explorar algumas funcionalidades do *GeoGebra no Smartphone*, construir gráficos, bem como explorar *applets* para discutir sobre o tema transformações e transformações lineares.

Para que pudessemos ter os registros das ações dos alunos, fizemos uso de aplicativos que possibilitam gravar as telas dos celulares e o som externo, captando assim, as discussões que os alunos realizavam para resolver as tarefas propostas. Ao final de cada encontro, recolhíamos esses vídeos e esses passavam a ser material a ser analisado.

Nos amparamos na Teoria da Atividade (ENGESTRÖM, 2001, 2016; SOUTO, 2014) como referencial teórico para produção e análise de dados. Nela considera-se a “atividade humana como a unidade básica do desenvolvimento humano e tem como eixo central as transformações que ocorrem nas interações [...] entre o ser humano e o ambiente no desenvolvimento de atividades mediadas por artefatos” (SOUTO; BORBA, 2013, p. 43).

Nesta dissertação, compreendemos o termo Atividade como a forma que o sujeito vai interagir com o mundo de forma prática, é o elo do indivíduo com o mundo que ele vive, como agir, como compreender, ou seja, a Atividade é aquela que vai nortear as principais mudanças psíquicas no desenvolvimento do indivíduo naquele momento.

Vale ainda, ressaltar um pouco sobre a estrutura de escrita desta dissertação, o que nos inspirou e nos afetou... Muitas coisas são inspiradas no livro “Pesquisa em ensino e sala de aula: Diferentes vozes em uma investigação” de Marcelo Borba, Helber Almeida e Telma Gracias²,

² (BORBA, ALMEIDA, GRACIAS, 2018)

em que, ao utilizar uma metáfora de “vozes”, os autores falam sobre onde cada uma aparece. Aqui me refiro às vozes dos referenciais, minha como pesquisadora, nossa (orientanda e orientadora), a voz dos dados dessa pesquisa e as minhas afetações.

Perceberão que sou (EU, JULIANA) mescla de sentimentos e eles inevitavelmente afetam tudo o que me proponho a fazer. Sou crítica e às vezes muito ingênua, mas era necessário que isso fosse exposto para que fosse possível compreender algumas escolhas que fiz.

Se ainda não olhou cuidadosamente o sumário, sugiro que volte e repare em cada título escolhido. Encontrou algo semelhante? Será que te lembra algo em especial? Espero que sim!

Inspirada no artigo *As Manipulações em Tela Compondo a Dimensão Corporificada da Cognição Matemática*, do Marcelo Almeida Bairral, nos colocamos a pensar sobre títulos que fossem capazes de expressar o que diz o capítulo/sessão, mas que de modo especial lembrasse uma ação realizada no celular.

No capítulo 1, intitulado “*Múltiplos toques que me trouxeram aqui*”, apresentamos uma breve trajetória da autora com a presença das tecnologias, dando a oportunidade ao leitor de compreender o que me inspirou a realizar esta pesquisa e, mais especificamente, estudar este tema. Trazemos ainda um levantamento sobre os trabalhos produzidos no Brasil que caminham na mesma vertente que o nosso.

No capítulo 2, “*Tecnologias Digitais com zoom no smartphone*”, nos propomos a falar um pouco sobre as Tecnologias Digitais, as especificidades do celular e trazer um pouco sobre a Álgebra Linear. Relacionar o ensino de Álgebra com o *Smartphone* foi necessário.

O capítulo 3, “*Construção da tela teórica*” carrega nosso referencial teórico. Utilizamos a Teoria da Atividade a partir dos trabalhos de Engeström, em particular Engeström (2001), para realizar a análise dos dados produzidos.

Os nossos procedimentos metodológicos vêm apresentados no capítulo 4, “*Desbloqueando a Tela’ para produzir dados*”, e diria que ele é o coração desse trabalho, pois através dele todo o restante foi composto e produzido. A produção de dados se deu no contexto de um projeto de ensino de graduação com 22 alunos da Licenciatura em Matemática da UFMS.

No 5º capítulo, “*Trocando Mensagens e produzindo reflexões*”, apresentamos uma análise de dados, a partir da qual nos propomos a olhar para um grupo de 4 alunos que produziam conhecimentos com o uso do celular. Esse capítulo poderá ser um pouco diferente. Não se assuste.

E por fim trazemos o capítulo com algumas considerações sobre tudo que foi produzido até então.

Neste trabalho, você irá se deparar com muitas “vozes” (BORBA, ALMEIDA, GRACIAS, 2018). Algumas gritantes, outras quase mudas, mas a todo momento elas estarão ali. A intensidade dessas vozes se altera ao longo do trabalho. Minha voz, embora possa achar que ela sumiu em alguns momentos, estará sempre ali nas entrelinhas daqueles que vos falam. Em alguns momentos ela, por outro lado, será mais alta. Esperamos que o leitor a reconheça e que, a partir dela, traga também sua voz ao trabalho, a partir do que pode ser produzido tendo esta leitura como algo disparador.

Desejo uma boa leitura, um olhar crítico e doses de sentimentos.

1 *ENTRE TELAS: O DELINEAR DA PESQUISA*

Neste capítulo, buscamos elencar alguns fatores que levaram a essa pesquisa. Inicialmente, apresento a minha trajetória de vida e formação, que tem influência direta com a temática abordada. Na segunda sessão, faço um levantamento dos trabalhos já publicados na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), com a intenção de nos situar no campo da Educação Matemática. Por fim, estruturo a minha questão de pesquisa, bem como os objetivos a serem alcançados.

1.1 *Múltiplos toques que me trouxeram aqui*

Há tantas maneiras de começar a falar sobre a minha trajetória acadêmica, que sinceramente foi muito difícil escolher por qual eu me orientaria, mas como minha intenção é mostrar uma trajetória marcada pela presença das tecnologias, inevitavelmente preciso situar o leitor de onde eu vim.

Sou uma Douradense³, nascida e criada em um sítio da região. Filha de sitiantes agricultores e a do meio de três irmãos. Estudei em escola rural multisseriada⁴ até a 4ª série (atual 5º ano).

Me lembro, e não faz tanto tempo assim, que meus trabalhos escolares de pesquisa e os da minha irmã mais velha, eram feitos com a ajuda do atendente, o Cláudio, de uma firma cerealista que ficava uns 800 metros da minha casa. Acredito que esse foi o meu primeiro contato com o computador, eu tinha uns 7 ou 8 anos. Ele pesquisava para mim sobre o tema e ia me mostrando como fazia. Quando não estava muito ocupado, deixava que eu mesma fosse pesquisando. Inclusive, obrigada, Cláudio, pela paciência.

A partir do 6º ano do Ensino Fundamental mudei para a escola do Distrito de Indápolis. Nesta escola tinha a chamada “sala de tecnologia” e alguns professores nos levavam lá às vezes. Eles tinham bastante dificuldade e nós, o constante medo de estragar qualquer peça. Geralmente, os computadores eram usados para fazer pesquisas ou para jogar algum jogo.

Meu primeiro computador foi comprado em 2009 com dinheiro das vendas de vários queijos que meus pais faziam e fazem até hoje. Ainda me lembro que na época meu pai me disse: “sabe esse computador? Foram x queijos para comprar ele”... Mas não tínhamos internet.

³ Pessoa nascida em Dourados no estado de Mato Grosso do Sul (MS)

⁴ Entende-se o termo “multisseriada” como uma sala de aula que comporta mais de uma turma, sendo atendidos pela mesma professora. Por exemplo: a época em que eu estudei, na mesma sala ficavam primeira e segunda série do Ensino Fundamental e na outra sala terceira e quarta série também do Ensino Fundamental e cada uma dessas salas eram atendidas por uma única pedagoga.

Só final de semana, quando a namorada do meu primo vinha para o sítio onde resido e trazia o modem para nós. O que mais me intriga é que se passaram 10 anos que isso aconteceu e olha o “BUUMM” que a evolução tecnológica deu até os dias atuais.

Fomos uns dos primeiros sítios a ter computador na região e em 2010 conseguimos colocar internet, via rádio de 1 MB, então os vizinhos sempre que precisavam vinham em casa para fazer as pesquisas da escola.

Meu primeiro celular, ganhei em 2010, de presente de 15 anos (vou colocar uma imagem para verem). Hoje (2020) estou no 6º celular. O *Smartphone* tornou-se essencial na nossa vida, pouco usamos a função “ligação” para nos comunicar. Muitas vezes, apenas mandamos uma mensagem por meio do WhatsApp ou quando estamos com mais pressa mandamos um áudio, que é mais rápido, e esperamos que a pessoa responda quando puder.



Antes de comprar meu computador, eu já tinha feito curso de informática básica e aos 16 anos fazia aqueles cursos de “Capacitação Profissional” em uma escola de cursos de Dourados. Ao terminar, fui convidada pelo dono da escola para trabalhar como menor aprendiz. Fiquei quase três anos trabalhando em uma escola de informática que atendida diferentes públicos.

Ingressei em 2013 na Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), no curso de Licenciatura em Matemática e fui tentando conciliar estudo e trabalho, mas em 2014 resolvi deixar o emprego e entrar para o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Docente (PIBID). Passei a frequentar a escola, foram mais de dois anos nesse projeto, em que tive muitas experiências enriquecedoras.



Em meados do curso, no segundo semestre de 2016, conheci o Professor Tiago Dziekaniak Figueiredo (Instagram: @tiagodziekaniak), na disciplina de Informática na Educação Matemática e foi onde começou efetivamente o meu interesse em pesquisar sobre TD. No decorrer da disciplina, ele nos colocou a pensar e planejar aulas com o uso de softwares que nos possibilitassem discutir a aprendizagem de algum conteúdo matemático. Planejamos aulas, apresentamos para os colegas e exploramos os softwares.

Essas aulas, esses planos de aulas, e o relato sobre essas experiências se tornaram um livro digital que já está na sua quarta edição e disponível no site do Grupo de Pesquisa Tecnologia em Educação Matemática (GPTEM/UFGD).

Ainda no decorrer dessa disciplina, desenvolvi uma pesquisa de iniciação científica (IC) orientada pelo Prof. Tiago. Nesta oportunidade, nos propusemos a pesquisar sobre o que os

alunos da graduação em matemática pensam sobre o uso das tecnologias na sala de aula e como possibilidades para suas futuras práticas docentes.

Orientada por esse professor por uns dois anos, em IC e Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), e sendo integrante do GPTEM, me sentia sempre muito perturbada com as falas que vinham aparecendo no decorrer dos trabalhos, nas quais os alunos sempre reforçavam que usam tecnologias, mas que não sabem o que fazer com elas na sala de aula com seus alunos. E esse era um sentimento que eu também carregava.

Encerrando a graduação em fevereiro de 2018, fiz processo seletivo do mestrado no meu atual Programa de Pós-Graduação, o PPGEducMat/UFMS, para a linha de pesquisa Tecnologia na Educação Matemática e passei. Entrei para o Grupo de Estudo de Tecnologia e Educação Matemática (GETECMAT) e passei a ser orientada pela professora Aparecida Chiari.

Profa. Cida, como é conhecida, muito envolvida em pesquisas com o uso do celular no contexto da aprendizagem, visto que há poucos trabalhos nessa vertente, propôs que pensássemos o uso do celular em alguma disciplina do Ensino Superior, tentando aliar a preocupação de ambas com a formação inicial e o uso de TD. Como ela pesquisou no doutorado sobre Álgebra Linear nos cursos Educação a Distância (EAD), nos propusemos a pensar algum conteúdo desta disciplina para vincular com a minha dissertação.

E aqui estamos!

Esta pesquisa é vinculada a um projeto maior, carinhosamente chamado de TeDiMEM, que significa Projeto Tecnologias Digitais Móveis e Educação Matemática. Há pesquisadores de cinco regiões do Brasil vinculados a ele e comprometidos com pesquisas voltadas para o uso das tecnologias digitais móveis na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Espero ter conseguido situar os leitores e a continuação da minha história será percebida no trabalho adentro.

1.2 *Deslizando Telas: o que o outro tem a me falar?*

“Na voz do outro é possível nos situar no campo!”

Juliana Leal Salmasio

A cada tela que se abre, em cada toque que dou, em palavras certas que digito, encontro na voz do outro uma compreensão, uma discussão, um empenho e uma nova problemática que é abordada. Nesta tela, teremos *link* para outra tela: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e

Dissertações (BDTD)⁵. Apresentaremos aqui um panorama sobre as pesquisas quem vêm sendo desenvolvidas com perspectivas próximas da que propomos, a fim de situar nossa pesquisa em relação ao tema investigado.

Iniciei minhas buscas utilizando descritores, no campo “buscas avançadas” do Site da BDTD, para que a filtragem fosse mais específica, para isso, utilizei alguns descritores que são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 - Trabalhos encontrados na BDTD

Descritores	Quantidade de Teses e Dissertações
Tecnologia Digital	478
Álgebra Linear	220
GeoGebra	578
Ensino Superior	10301
Tecnologia Digital e Álgebra Linear	63
Álgebra Linear e GeoGebra	20
Tecnologia Digital, Álgebra Linear e Ensino Superior	11
GeoGebra, Álgebra Linear e Ensino Superior	6

Fonte: A autora

Analisando brevemente os trabalhos encontrados, notei que alguns se repetiam na junção de descritores. As três últimas linhas do quadro apresentam os descritores que geraram os trabalhos que tablei, excluindo os estavam duplicados, chegando a um total de treze produções, sendo sete teses e seis dissertações. Afim de selecionar os trabalhos que possuem mais relações com a nossa pesquisa, fiz a leitura do resumo das treze produções para encontrar proximidades e cheguei a um total de três teses e uma dissertação. Farei uma breve explanação das quatro pesquisas e ressaltarei proximidades e distanciamentos em relação à minha.

Começando por ordem cronológica, trago a tese intitulada *Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: um Estudo sobre as Transformações Lineares na Perspectiva dos Registros de Representação Semiótica*, de autoria de Monica Karrer e defendida em 2006, no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

O trabalho tem como objetivo investigar as trajetórias de aprendizagem de estudantes universitários e o impacto dessas escolhas na abordagem de ensino. Desta forma, a pesquisa envolveu o design de atividades sobre “transformação linear”, explorando a conversão de

⁵ Disponível em: <<http://bdtd.ibict.br/vufind/>>. Acesso em: maio/2018

registros em um ambiente de geometria dinâmica. Foi realizada com estudantes do curso de Engenharia da Computação e ocorreu em duas fases.

Em um primeiro momento realizou-se entrevista com 86 alunos para saber sobre conhecimentos em relação a transformações lineares e esta análise inicial apontou deficiências e dificuldades com relação à exploração de diferentes registros por parte dos estudantes, principalmente o registro matricial e gráfico.

No segundo momento foram realizadas atividades de exploração das diversas representações de transformações lineares planas, nos ambientes Cabri-Géomètre e papel-lápis. Com esse segundo momento, a autora explana que foi notório que os sujeitos evoluíram na compreensão das condições de determinação de transformações lineares e de particularidades gráficas, além de um domínio mais amplo das diversas representações e de suas conversões.

Uma outra produção que se aproxima do tema de minha pesquisa é a dissertação intitulada *O Uso dos Softwares Winplot e Winmat no curso de Licenciatura em Matemática: potencialidades, Possibilidades e Desafios*, de autoria do Egídio Rodrigues Martins, defendida em 2013 no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES. Esta produção teve como finalidade estudar as possíveis contribuições dos *softwares* Winmat e Winplot na formação de professores. Foi realizada com nove professores de licenciatura em matemática e objetivou discutir as potencialidades, possibilidades e os desafios da implantação de softwares matemáticos no curso de licenciatura em matemática.

Foi realizada uma formação com os professores em que discutiram as potencialidades dos softwares citados acima, pensaram o Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática e propuseram algumas atividades práticas. Com essa pesquisa, concluiu-se que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Fundamentos da Matemática e Álgebra Linear apresentam conteúdos com boa potencialidade para o uso dos softwares.

Já a tese *O Papel das Tecnologias Digitais em Disciplinas de Álgebra Linear a Distância: possibilidades, Limites e Desafios*, de autoria da Aparecida de Santana de Souza Chiari, defendida em 2015 no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, teve como objetivo compreender o papel das tecnologias digitais nos processos educativos associados a disciplinas de Álgebra Linear de quatro cursos de Licenciatura em Matemática a distância vinculados à Universidade Aberta do Brasil (UAB), no contexto de seus Ambientes Virtuais de Aprendizagem.

Para isso, tiveram quatro momentos fundamentais na pesquisa: observação em ambientes virtuais de aprendizagem, entrevistas, análise de projetos políticos pedagógicos e produção de

notas da pesquisadora. A autora aponta que, na disciplina de Álgebra Linear, notou-se um desequilíbrio em termos de abordagem dos modos de descrição (formal, algébrico e geométrico) e destacou-se a necessidade de estimular o movimento entre eles, que pode ser favorecido pelas possibilidades que se abrem com a presença das Tecnologias Digitais.

E por fim, a última produção selecionada é intitulada *Transformações Lineares em um Curso de Licenciatura em Matemática: uma estratégia didática com uso de tecnologias digitais*, de autoria de Eliza Souza da Silva, defendida em 2015 na PUCSP. O trabalho teve como objetivo de pesquisa investigar se uma sequência didática baseada na teoria das situações didáticas envolvendo o uso do software GeoGebra 5 propicia aos alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará a construção do conceito de transformações lineares nos R-espços vetoriais \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 .

A pesquisa foi realizada com oito acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática que foram convidados a trabalhar uma sequência didática com tarefas de Álgebra Linear no GeoGebra. A pesquisa apontou que o desenvolvimento de atividades baseadas nas sequências didáticas, bem planejadas e com a mediação por tecnologias digitais, pode auxiliar os alunos a desenvolver autonomia na aprendizagem.

Analisando as quatro produções, vejo que o nosso trabalho contribuirá com discussões sobre o desenvolvimento de tarefas de Transformações Lineares com o *GeoGebra* no *smartphone* possibilitando compreender como os alunos desenvolvem essas tarefas e como o *smartphone* pode participar efetivamente da ação de aprender.

De modo geral, olhando para os trabalhos produzidos, podemos notar que sempre se conclui que os alunos possuem dificuldades no conteúdo de álgebra linear e que as tecnologias digitais podem contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem dos alunos. Temos ainda que nas pesquisas os autores buscaram trabalhar com algum software dinâmico no computador que possibilita a articulação visual da álgebra.

O nosso trabalho, porém, vem na perspectiva de utilização do *GeoGebra* no celular para que possamos pensar e refletir sobre as potencialidades no ensino de matemática. Olhando para a pesquisa Chiari (2015), que por coincidência é minha orientadora, nota-se que ela realizou um levantamento sobre possibilidades, dificuldades e desafios de utilizar as tecnologias digitais no âmbito dessa disciplina, mas não realizou nenhuma intervenção. Lendo e compreendendo esse trabalho, noto que o meu vem como uma continuidade da pesquisa que ela desenvolveu, com a proposta e o desenvolvimento de tarefas com alunos de graduação.

1.3 Objetivo e questão de pesquisa

Quando pensamos em pesquisa, alguns itens ficam marcantes, principalmente se relacionados com a trajetória descrita na sessão anterior, como por exemplo os termos: Tecnologias Digitais, uso do celular e matemática. Além disso, com a pesquisa de doutorado de Chiari (2015), orientadora deste trabalho, voltada para questões de Álgebra Linear, muitas coisas foram nos instigando. Desta forma, nos propomos responder a seguinte questão de pesquisa:

- Como um grupo de licenciandos em matemática da UFMS desenvolvem tarefas de Álgebra Linear com o GeoGebra no celular?

Inquieta com essa questão, passamos a traçar objetivos que nos possibilitem respondê-la, pensar o que precisa ser feito para nos nortearmos em como buscar por respostas. Neste sentido, temos como objetivo geral:

- Investigar o processo de desenvolvimento de tarefas de transformações lineares por alunos de licenciatura em matemática ao utilizarem o *GeoGebra mobile*.

E para que possamos chegar a ele, construímos dois objetivos específicos:

- Analisar dificuldades e estratégias de um grupo de alunos ao realizarem tarefas de transformações lineares com o GeoGebra Mobile;
- Analisar a influência do celular e do GeoGebra no processo de desenvolvimento das tarefas de transformações lineares.

Penso que, o primeiro objetivo específico nos ajudará a entender os processos tomados pelos alunos para que possam avançar nas discussões do conteúdo proposto e, desta forma, analisando como o caminhar aconteceu, temos elementos para discutir como essas atividades são desenvolvidas. Com o segundo objetivo, acreditamos que conseguiremos suprir o nosso objetivo geral, observando e analisando como o celular é inserido nesse caminhar e como pode ser utilizado para discutir conteúdos de Álgebra Linear.

2 MESCLANDO TELAS: TECNOLOGIAS DIGITAIS E ÁLGEBRA LINEAR

Neste capítulo, proporemos uma discussão sobre dois temas que permeiam esse trabalho: Tecnologia Digital e Álgebra Linear. Optamos por abrir em duas sessões para que possamos, diretamente, expor sobre as duas temáticas, sendo que, na última sessão, buscamos trazer uma breve discussão sobre a possibilidade de estudar Álgebra Linear com o *Smartphone*.

Ao trazer a discussão sobre a Tecnologia Digital, apresentamos a definição do termo, falamos sobre as quatro fases das tecnologias digitais (BORBA, SCUCUGLIA, GANANIDIS, 2018) e fechamos a sessão abordando sobre o *Smartphone*. Já na segunda sessão, sobre Álgebra Linear, falamos um pouco sobre as dificuldades nos estudos e compreensão dos conteúdos que são discutidos em Álgebra Linear, trazendo alguns autores que estudam essa temática e por fim, trazemos uma abordagem sobre as transformações lineares com *smartphones*.

2.1 Tecnologias digitais com zoom no *smartphone*

“[...] uma preocupação guiada pela teoria[da atividade], é tornar-se consciente de que as redes, o aprendizado na rede, os mundos virtuais, os mundos digitais não devem ser considerados como mundos fechados. Em outras palavras, há uma grande tentação de pensar essas redes como mundos completos, completos em si mesmos, onde qualquer um pode assumir uma identidade, qualquer um pode cumprir qualquer papel, qualquer informação está disponível, [...]você pode fazer qualquer coisa, no entanto a conexão, a interface com o outro mundo é a ecologia física, a realidade que temos de comer, andar e viver com pessoas reais que tendem a ser suspensas ou excluídas. O fenômeno do mundo fechado é um desafio e acho que precisamos de mundos mistos, precisamos de mundos que ultrapassem esses limites [...]. Os livros de Nárnia, por C.S. Lewis está muito perto do que denominamos um mundo fechado. Nárnia era um mundo fechado que você tinha que entrar através de um armário e você estava lá. Mas Harry Potter, eu acho que é diferente, porque é na sociedade de todos os dias. A escola de magia é um lugar onde eles realmente têm que atravessar limites. E isso eu acho que é uma boa lição que devemos aprender com Harry Potter, no sentido de que não devemos construir nossos Nárnia, devemos construir escolas de magos nos quais você tem o problema de enfrentar seus pais e resolver sua vida diária mesmo com todas as possibilidades mágicas oferecidas pela web”
(ENGSTRÖM, 2010)

Pare por alguns instantes e tente imaginar o seu dia sem que faça uso de nenhuma tecnologia digital. Incrível como isso é estranho até de imaginar, não é? Estamos tão acostumados a utilizá-las no nosso dia a dia que, na maioria das vezes, utilizamos sem ao menos percebermos.

Ao acordar pela manhã, com o despertador tocando, conferir se tem mensagem no *WhatsApp*. Opa, um e-mail do site avisando que meu produto foi postado. Código de rastreio liberado. Onde está minha mercadoria? Vou verificar no site dos Correios, *ops!* É pela transportadora. Mercadorias a caminho! Notificação do *facebook*, ainda bem que ele me lembrou que hoje é aniversário do meu amigo! (*Vibração*) nova notificação, *eeitaaaa!* Mensagem no grupo de orientação (*viisshh*), professora comunicando que foi lançado um novo número na revista temática. Interessante, vou olhar! Em um *toque* estou “dentro” da revista. Imagina que isso tudo é feito com simples comandos no *smartphone!*

Surpreendentemente as colocações acima parecem totalmente normais na nossa vida. Não contei nenhuma novidade, não é mesmo? Mas será que isso sempre foi assim, tão natural? Será que esse mundo conectado a todo instante é uma realidade de várias gerações? Acredite, isso não tem dez anos.

Já parou para pensar como era a comunicação, a pesquisa, a informação e o contato com pessoas distantes sem as TD? Eu já! E por várias e várias vezes eu me perguntei como eles conseguiam viver sem celular, sem internet... “Hahahaha”.

Na zootecnia (turma em que fiz meu estágio de docência) tem uma senhora que fez a disciplina e por acaso ela me disse: “*aah eu não domino muito bem esse negócio de celular não, não sei como essa molecada consegue usar o tempo todo e ainda prestar atenção na aula*”. E isso me colocou a pensar sobre as gerações. Eu mesmo, enquanto presto atenção na aula, digito no *notebook* e me atento às notificações do meu celular.

Mas, espera! Afinal, o que estamos entendendo por tecnologia? E tecnologia digital? Melhor definir esses dois termos antes de continuar. Nas palavras de Vani Kenski, temos que

Ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade, chamamos de “tecnologia”. Para construir qualquer equipamento – uma caneta esferográfica ou um computador –, os homens precisam pesquisar, planejar e criar o produto, o serviço, o processo. Ao conjunto de tudo isso, chamamos tecnologias (KENSKI, 2007, p. 24).

Concordamos com a autora que tecnologias devem ser consideradas como algo que vai além do material, pois ela mesma considera a nossa própria linguagem como uma tecnologia, pois compreende que “a linguagem, por exemplo, é um tipo específico de tecnologia que não necessariamente se apresenta através de máquinas e equipamentos” (KENSKI, 2007, p. 23), assim como a nossa capacidade de pensar e planejar. Então consideramos que tudo que auxilia no trabalho humano e no desenvolvimento dos instrumentos e signos, são tecnologias.

Já as tecnologias digitais estão associadas ao “computador, ao celular e aos dispositivos amplamente utilizados na atualidade” (CHIARI, 2018, p. 354). Porém, ainda vale ressaltar que elas estão ancoradas “na perspectiva mais ampla de significado do termo tecnologia já apresentada, pensando, também, no conhecimento e planejamento necessários para utilizá-las” (CHIARI, 2018, p.354).

De modo geral, poderíamos dizer que as tecnologias digitais atuais fazem referência “aos processos e produtos relacionados com os conhecimentos provenientes da eletrônica, da microeletrônica e das telecomunicações” (KENSKI, 2007, p. 25). Assim, compreendemos que o *smartphone* é uma das tecnologias digitais que mais vem se destacando no cotidiano humano, sendo utilizado em várias tarefas rotineiras e específicas (como dito no início da sessão).

Agora sim! Vamos lá...

Tendo definido o termo Tecnologia e Tecnologia Digital, convidamos você a caminhar conosco por uma trajetória das quatro fases das tecnologias digitais estruturadas por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018) e se surpreender com as mudanças.

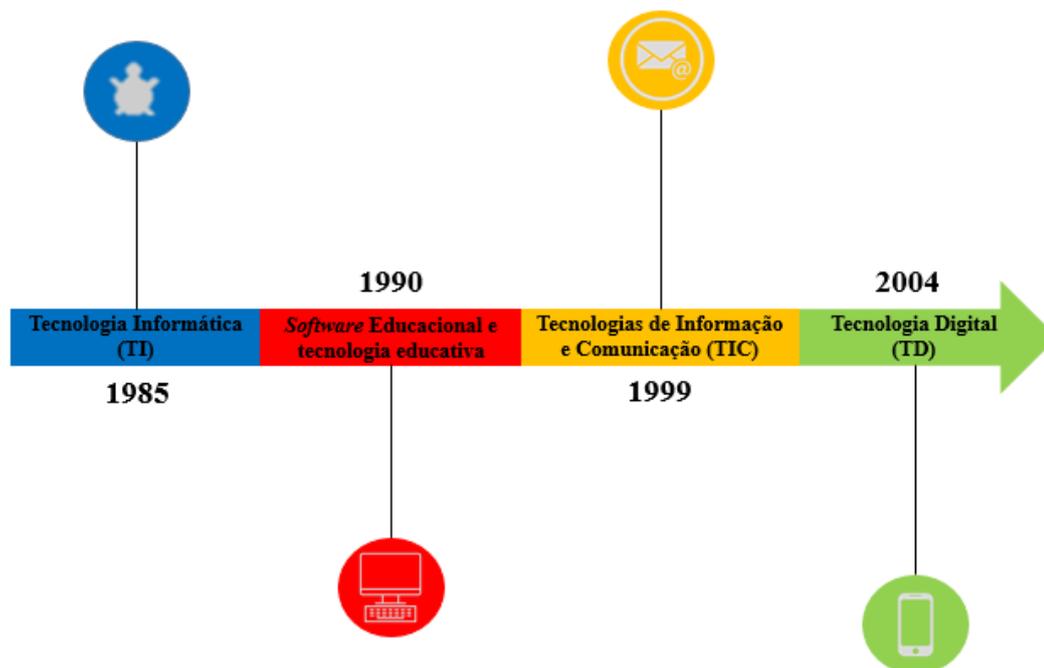
Ao discutir as quatro fases das tecnologias digitais em educação matemática, estamos enfatizando a forma como a sala de aula tem se transformado para incorporar ou impedir a entrada dessas tecnologias. Vídeos, internet, GeoGebra, YouTube e GeoGebra Tube [acrescentaríamos ainda *Smartphone*] são palavras que se incorporam à educação e transformam também a sala de aula ou até mesmo põem em xeque a sua existência (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2018, p. 20).

No excerto acima, os autores apresentam a preocupação de como as tecnologias estão chegando à sala de aula e que uso, ou não, nós professores estamos fazendo delas. Cotidianamente utilizamos cada um dos itens listados, seja para diversão ou para estudo. E por que encontramos tanta resistência quando o assunto é vinculá-los ao ensino e aprendizagem de matemática? Será pelo receio de mudança? Falta de domínio? Tempo? Buscaremos discutir essas questões no decorrer do capítulo.

Acreditamos que assim como eles [ou autores] afirmam, a sala de aula tem se transformado e está em constante transformação com a incorporação das tecnologias digitais no seu meio, seja pelas mãos do professor ou pelos bolsos dos alunos. Retomaremos essas discussões logo após conversarmos com as quatro fases das tecnologias digitais.

Resumi as fases da Tecnologia Digital (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2018) em uma imagem (Figura 1), na qual apresento três características principais das fases: a nomenclatura, data estimada de início da fase e tecnologia que se destacou em cada época.

Figura 1 – As quatro fases da Tecnologia Digital



Fonte: A Autora

A⁶ primeira fase tem como principal característica o uso do *software* LOGO⁷ e cronologicamente iniciou por volta de 1985⁸. Vale ainda destacar que durante essa fase o termo utilizado para se referir ao computador ou algum *software* era “tecnologias informáticas” (TI) (Borba, Scucuglia e Gadanidis, 2018).

Segundo Borba, Scucuglia, Gadanidis (2018, p. 24) “os registros das sequências de comandos no LOGO podem ser considerados representações do pensamento matemático do aluno, sendo fonte bastante rica para professores e pesquisadores identificarem indícios de aprendizagem dos estudantes”, pois a construção depende dos comandos que serão inseridos, então o aluno só conseguirá representar o quadrado se ele souber as suas características.

⁶ Ao me referir às quatro fases das tecnologias digitais, mudarei as fontes do texto para lembrar cada época. Fonte estilo máquina de escrever para a primeira fase. Segunda fase, usarei uma fonte que lembra jogos eletrônicos. Já na terceira fase, fontes mais padrões de e-mail e, na última fase, retorno à fonte do texto.

⁷ O LOGO é um *software* que estabelece relação entre a linguagem de programação e a matemática. É representado por uma tartaruga (virtual) que responde a comandos (sequenciados) e deixa rastros na janela gráfica formando figuras geométricas. Ao fazer a construção de uma casa com o LOGO, por exemplo, é necessário que o aluno saiba as propriedades de quadriláteros e triângulos para que, ao inserir os comandos, a construção saia como desejado. Ele responde a comandos como: girar, para frente, para trás... porém é necessário que o indivíduo saiba as relações necessárias de ângulos e retas para formar o desenho.

⁸ Vale ressaltar que não estamos nos referindo a data em que a tecnologia foi criada, mas sim a época da sua popularização.

Outro ponto relevante da primeira fase é o início das discussões sobre a necessidade de implantação de laboratórios de informática nas escolas, pois, atribuíam às tecnologias a ideia de incentivador para mudança pedagógica, ou seja, as possibilidades “oferecidas pelos computadores permitiria abordagens inovadoras para a educação, ajudando a formar cidadãos reflexivos que poderiam explorar as tecnologias em outras situações e na construção de conhecimentos pessoais” (BORBA, SCUCUGLIA, GANANIDIS, 2018,p.25).

Essa fase marca o início de um legado que busca discutir a importância, as possibilidades e desafios de utilizar as tecnologias digitais em sala de aula já com os primeiros computadores, calculadoras simples e científicas.

Na **segunda fase** das tecnologias digitais, destaca-se a popularização dos computadores e o surgimento de calculadoras gráficas. Essa fase tem início no começo dos anos 90 e as terminologias utilizadas, além de TI, foram *Software Educacional* e tecnologia educativa.

Podemos destacar o investimento de empresas, governo e pesquisadores na criação de *softwares* dinâmicos como: Cabri Géomètre, Geometricks, Winplot, Fun, Mathematica, Maple e jogos. Apesar do crescente desenvolvimento, essas tecnologias dividiam opiniões. Uns acreditavam que tinham grande potencial, outros eram indiferentes e havia aqueles que se negavam a conhecer.

Os professores da época que “perceberam as transformações cognitivas, sociais e culturais que ocorriam com o uso de TI buscaram explorar possibilidades didáticas e pedagógicas”⁹, apoiavam-se em cursos de formação continuada para aprender a usar os recursos disponíveis (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2018).

Com esses *softwares* voltados para representações de funções e geometria dinâmica, uma nova fase de construção de conhecimento passava a ser percebida. O fator principal era a função **arrastar** que eles disponibilizavam, pois, ao fazer uma construção geométrica e tentar movê-la, era possível perceber a compreensão, a partir da sua construção, sobre o conceito geométrico que estava sendo estudado, bem como para as funções. Com elas [tecnologias] tornava-se possível “construir cenários que [...] [possibilitassem] a investigação matemática [...]. Nós pensamos-com-tecnologias”¹⁰.

⁹ (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2018, p. 26).

¹⁰ (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2018, p. 28).

Essa fase marca o início da compreensão de que, ao desenvolver novas máquinas, nós passamos a ser transformados por elas e nesse movimento também as transformamos. A isso damos o nome de relação dialética. Com os movimentos de transformação e construção, é possível chegarmos a uma nova fase.

Já a **terceira fase** das tecnologias digitais vem marcada pela chegada da internet e teve início por volta do ano de 1999. Nela ocorrem as melhorias de *softwares* desenvolvidos na segunda fase. Esta fase acaba se tornando o pivô de construção da quarta fase.¹¹

A internet passa a ser vista como um novo meio de busca de informações e comunicação, principalmente entre professores e alunos. Ela possibilitou a construção de cursos a distância e formações continuadas via *chats*, *e-mail* e fóruns de discussão. Passaram a se referir a elas como “Tecnologia da informação” e “Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)”.¹²

O *software Winplot*, comentado anteriormente, é novamente apresentado vinculado a ambientes virtuais de aprendizagem para discutir investigações matemáticas coletivas.

Já em meados de 2004 inicia a **Quarta Fase**. Todas as termologias listadas anteriormente passam a ser resumidas em Tecnologias Digitais (TD) e nessa fase vivemos ainda hoje ou já temos avanços tecnológicos suficientes para iniciar uma quinta fase? Eu não sei, mas uma coisa é certa: se uma nova fase das tecnologias estiver surgindo, só saberemos daqui alguns anos.

Essa fase é marcada pela internet rápida, uso de celulares/*smartphones*, *tablets*, *notebook*. Podemos notar que as formas de comunicação, o comportamento das pessoas, a busca por informações, o estilo de vida e principalmente a Educação se alteram. Os *chats* vão desaparecendo. O *WhatsApp* se torna um dos mais utilizados aplicativos para a comunicação. O *e-mail*, mesmo que ainda muito utilizado, perde sua força, novos aplicativos surgem, possibilitando que em *toques* rápidos na tela do celular seja possível resolver problemas (como acessar sua conta no banco, pagar contas, fazer orçamento, baixar músicas...), acessar plataformas de estudo, comunicar-se com o outro, fazer uma compra e principalmente ter acesso a uma vasta gama de trabalhos, apostilas, tutoriais, vídeos que nos possibilitam estudar de onde e como preferirmos.

Para cada tipo de comunicação, parece haver um aplicativo mais adequado: *WhatsApp* para mensagens informais e urgentes, *e-mail* para contatos formais, entre tantos outros.

¹¹ (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2018).

¹² (BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS, 2018).

Essa fase representa uma “explosão” de movimentos e mudanças e pode ser caracterizada por diversos aspectos que serão apresentados no quadro a seguir (Quadro 2).

Quadro 2 – Aspectos que caracterizam a Quarta Fase da TD

GeoGebra	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Interação entre Geometria Dinâmica e múltiplas representações de funções; ✚ Cenários inovadores de investigação matemática;
Multimodalidade	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Diversificados modos de comunicação passaram a estar presentes no ciberespaço; ✚ Uso de vídeos na internet; ✚ Fácil acesso a vídeos em plataformas ou repositórios (YouTube e TEDTalks); ✚ Produção de vídeos com câmeras digitais e softwares de edição com interfaces amigáveis.
Novos designs e Interatividade	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Comunicadores online (Skype) ✚ Ambientes virtuais de aprendizagem (Moodle, ICZ e Second life); ✚ Aplicativos online (<i>Applets</i>); ✚ Objetos virtuais de aprendizagem (RIVED);
Tecnologias móveis ou Portáteis	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Celulares inteligentes, tablets, laptops, dentre outros; ✚ Comunicação por SMS; ✚ Multifuncionalidade; ✚ Câmeras digitais, jogos e outros aplicativos; ✚ Multiconectáveis (USB); ✚ Interação através do toque em tela; ✚ Acesso à internet;
Performance	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Estar online em tempo integral; ✚ Internet na sala de aula; ✚ Reorganização de dinâmicas e interações nos ambientes escolares; ✚ Redes sociais (Facebook); ✚ A matemática dos estudantes para a ir além da sala de aula: ✚ Torna-se pública nos ciberespaços; ✚ Presente em diversos tipos de diálogos e cenários sociais;
Performance Matemática Digital	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Uso das artes na comunicação de ideias matemáticas; ✚ Estudantes e professores como artistas; ✚ Produção audiovisual e disseminação de vídeos na internet; ✚ Narrativas multimodais e múltiplas identidades online; ✚ Surpresas, sentidos, emoções e sensações matemáticas; ✚ Ambientes multimodais de aprendizagem; ✚ Novas imagens públicas sobre a matemática e os matemáticos;

Fonte: Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018, p. 39–41)

Em síntese, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018) expõem que a fase que vivemos nos possibilita pensar-com-tecnologias e aparecem novos jeitos de construir conhecimento e ser e

estar no mundo. Firmam, ainda, que os aspectos apresentados no quadro “trazem inquietações, questionamentos e perguntas a serem ainda formuladas. Isso torna a quarta fase um cenário exploratório, fértil ao desenvolvimento de investigações e à realização de pesquisas” (2018, p. 37). É nessa fase, mais em especial no uso de tecnologias digitais móveis, que a nossa pesquisa se situa.

Nas palavras de Moran (2013, p. 30), destaco que “as tecnologias digitais móveis provocam mudanças profundas na educação presencial [...] desenraizam o conceito de ensino-aprendizagem localizado e temporalizado. Podemos aprender desde vários lugares, ao mesmo tempo, *on-line* e *off-line*, juntos e separados”.

As possibilidades de interação com o conteúdo matemático por meio do *toque* na tela do *smartphone*, as performances matemáticas digitais [em especial a surpresa, sentido, emoções e sensações matemáticas] nos movem a investigar como a aprendizagem pode ser constituída por alunos e professores por meio de tecnologias digitais móveis. (BORBA, SCUCUGLIA E GADANIDIS, 2018)

Não estamos firmando que as tecnologias devem aparecer na sala de aula porque os nossos alunos utilizam a todo momento. Estamos defendendo que a tecnologia digital nos possibilita uma realidade diferente de aprendizagem, pois ao tocar a tela do *smartphone*, nova dinâmica é proposta. O aluno, ao utilizar um aplicativo como o GeoGebra – por exemplo –, pode perceber uma outra forma de compreender o conteúdo que está sendo proposto, além disso, outras matemáticas podem aparecer com suas interpretações.

Diria ainda que as TD são muito mais do que um simples suporte. Há interferência no “nosso modo de pensar, sentir, agir, de nos relacionarmos socialmente e adquirirmos conhecimentos” (KENSKI, 2012, p. 23).

Ao tocarmos uma tela e manipularmos um gráfico matemático, por exemplo, o nosso corpo nos propicia reorganizações em nosso pensamento, por meio do movimento de um ponto, do arrastar e do construir. Cremos que “manipulações *touchscreen* podem constituir um campo fértil de exploração na pesquisa educacional, especialmente por suscitarem novas inspirações de práticas formativas com dispositivos móveis” (BAIRRAL, 2013, p. 3).

Neste viés, entendo que a tecnologia digital móvel nos possibilita realizar uma infinidade de coisas, seja para entretenimento, acesso às informações, compartilhamentos e tantas outras. Mas especificamente, vale ressaltar que, há dois tipos de tecnologias digitais móveis: os que são dotados de portabilidade e os que são dotados de mobilidade.

Segundo Santaella (2013, p. 343), a portabilidade “é característica do equipamento que pode ser facilmente transportado e utilizado em diferentes lugares que disponham de cobertura,

wireless ou não, porém não oferece a possibilidade de utilização em movimento”, o que difere da mobilidade, onde o usuário “pode estar conectado mesmo quando em movimento” (SANTAELLA, 2013, p. 343). De forma geral, podemos dizer que o celular é uma tecnologia digital móvel que além de portabilidade, também é dotado de mobilidade, o que me instiga ainda mais a pensar em possibilidades e limitações a partir de seu uso.

Mas não é só isso, o *Smartphone, a internet, os aplicativos* disponíveis e gratuitos nos possibilitam uma infinidade de saberes e aprendizagens distintas. Quando propomos aos nossos alunos que utilizem o *GeoGebra*, por exemplo, estamos dando a eles a oportunidade de conhecer, entender e produzir uma matemática que surge a partir deste contexto e que é específica dele.

Para Gravina e Basso (2012, p.13), referente ao nosso

[...] desenvolvimento intelectual, e a ser contemplado especialmente durante os anos de formação escolar, temos na tecnologia digital a ampliação das possibilidades para “experimentos de pensamento”, quando as comparamos com aquelas que se consegue com o suporte dado pelo texto e desenho estático. Esta tecnologia disponibiliza, cada vez mais, ferramentas que suportam a exteriorização, a diversificação e a ampliação de pensamentos.

No excerto, os autores falam sobre as possibilidades que a TD nos apresenta, se comparadas com outros suportes estáticos. Penso que olhar para o uso dos *smartphones*, no viés de aprendizagem matemática, envolve, acima de tudo, olhar para as particularidades que ele nos apresenta. Olhar para a dinâmica, para a usabilidade e para como os alunos lidam com ele. Em concordância com as ideias de Moran (2013) ao dizer que a os próximos passos da Educação estarão, cada dia mais, voltados para questões de “mobilidade, flexibilidade e à facilidade que os *tablets e iPods* [acrescento aqui os *smartphones*] oferecem [...] com soluções mais interessantes, motivadoras e encantadoras” (MORAN, 2013, p. 35).

Desta forma, compreendemos que a importância de associação das TD, mais especificamente do *smartphone* na sala de aula, está interligada com as possibilidades de criatividade dos alunos, da influência nas formas com que os alunos aprendem e produzem os conhecimentos e principalmente no desenvolvimento do pensar.

Mas, vale ressaltar que temos no *smartphone* um aliado, não apenas para questões voltadas ao ensino e aprendizagem, mas também para a pesquisa. Podemos pensá-lo como um recurso que nos possibilita gravar áudios em entrevistas, fazer filmagens de dados específicos para a pesquisa que se pretende desenvolver, ou ainda utilizar recursos de gravação de tela e áudio que possibilitam uma triangulação de dados muito específica da própria TD em uso.

Olhando para a minha pesquisa, acreditamos que ela está muito relacionada com as discussões que apresentamos, pois ao optarmos pelo uso do celular e trazermos essa possibilidade para o ambiente de sala de aula, apresentamos aos alunos alguns modos de trabalhar conteúdos matemáticos de maneira mais visual. Além disso, o celular possibilita – mas não garante – uma mobilidade e favorece o “estar com”, pois cabe no bolso. Então, quando nos colocamos a pensar sobre o uso nas discussões sobre transformações lineares, também temos que pensar e problematizar o seu uso e é isso que estamos nos propondo a fazer nessa pesquisa.

2.2 Álgebra Linear, Educação Matemática e *Smartphone*

A Álgebra Linear é uma disciplina obrigatória nos cursos de Licenciatura em Matemática. Ela aborda temas como: matrizes, vetores e transformações lineares. Segundo França (2007, p. 4) “um dos mais importantes objetivos da disciplina é estabelecer a intrincada linha de relações entre sistemas de equações lineares, matrizes, determinantes, vetores, transformações lineares e autovalores e auto vetores”. Desta forma, ainda segundo a autora, o fato de a Álgebra Linear se caracterizar como um campo abstrato, que envolve diversos tipos de pensamentos, faz com que ela se torne um objeto de estudo de pesquisadores na área de Educação Matemática.

Um dos conteúdos de Álgebra Linear que exercem um papel fundamental nos estudos da teoria são as TL, pois elas podem ser contextualizadas e aplicadas em diversas áreas do conhecimento. Por exemplo, nos estudos de computação gráfica é possível pegar uma imagem e com as TL girar, encolher, deformar cada pixel dela, permitindo que a imagem completa tenha um mesmo padrão. Já, se pensarmos na matemática, temos que as TL, aplicadas no plano ou no espaço, representam alguns tipos de deformações, como: contração, reflexão, dilatação, rotação e o cisalhamento (MORO, VISEO, SIPLE, 2017).

Uma TL é definida como: *Sejam V e W dois espaços vetoriais. Uma Transformação Linear (TL) é uma função de V em W , $(T: V \rightarrow W)$ que satisfaz as seguintes condições:*

- 1) *Quaisquer que sejam u e v em V , $T(u + v) = T(u) + T(v)$;*
- 2) *Quaisquer que sejam $\lambda \in \mathbb{R}$ e u em V , $T(\lambda v) = \lambda T(v)$;*

Estudos como o de Moro, Viseo e Siple (2017) e Chiari (2015) apontam que embora a Álgebra Linear possa simplificar inúmeros problemas de uma maneira mais geral e unificada, que poderiam ser resolvidos por métodos mais complexos, ela apresenta que esse caráter

unificador e generalizador é o que torna o estudo dos conceitos difíceis para a maioria dos aprendizes, principalmente por causa da abstração e do formalismo que lhe é exigido.

Dois pontos são elencados por Chiari (2015) como cruciais para as dificuldades voltadas à compreensão da Álgebra Linear. A primeira é “a natureza generalizadora e unificadora da teoria, analisada de um ponto de vista histórico e epistemológico em Dorier (2000), que a torna muito difícil para ser introduzida aos alunos a partir de problemas” (CHIARI, 2015, p. 29). Já o segundo está relacionado com o fato de “não terem sido encontrados problemas matemáticos para serem discutidos com os alunos, de modo que as noções básicas de Álgebra Linear apareçam de forma implícita” (CHIARI, 2015, p. 29), ou seja, da geometria estudada na educação básica para os conteúdos de Álgebra Linear que vemos no ensino superior tem um grande salto, tornando a sua compreensão um tanto quanto problemática.

Acreditamos que, por ser composta por um amplo campo de abstração, o estudo de conteúdo dessa disciplina muitas vezes se relaciona ao fato de os estudantes apresentarem várias dificuldades durante o processo de estudos. Vale ainda ressaltar que uma delas, segundo França (2007, p.4) “refere-se à abordagem extremamente formal e predominantemente algébrica do ensino, presentes nos livros didáticos e utilizada por professores que ministram essa disciplina”. Ou seja, os professores utilizam-se de registros simbólico-algébricos. Porém, temos que, por se constituir abstratamente, um software dinâmico possibilitaria que os estudantes “vissem” e “manipulassem” os conceitos que estão sendo trabalhados.

Os pontos apresentados por França (2007) e Chiari (2015) nos possibilitam conjecturar que o formalismo exigido pela Álgebra Linear podem, gerar obstáculos na aprendizagem dos conceitos dessa disciplina, desafiando o professor a buscar alternativas para vencer as barreiras epistemológicas que dificultam a compreensão dos estudantes.

Diante disso, acreditamos que uma alternativa para apoiar a aprendizagem dos alunos seja aliar o conteúdo com o uso de TD, como por exemplo, o *GeoGebra*, que é um *software*/aplicativo de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculos numa única aplicação. Pensar nessa relação pode ser viável ao se explorar os efeitos gráficos, visuais e dinâmicos possibilitados no aplicativo. Em outras palavras, entendemos que ele pode torna-se um grande aliado para perspectivas de aulas mais dinâmicas, pois permite a visualização de diferentes características dos objetos matemáticos, não perceptíveis necessariamente nos registros de natureza algébrica.

Borba, Silva, Gadanidis (2014, p.73) expressam que o *GeoGebra* “permite [...] que novas correlações e coordenação entre expressão algébrica e gráfica sejam estabelecidas. [...]

transforma as possibilidades de experimentação, de visualização e de heurísticas dos humanos envolvidos nesse coletivo que aprende”.

Desta forma, acreditamos que discutir Álgebra Linear com o apoio de TD móvel possibilita que façamos uma relação entre as questões algébricas e gráficas, possibilitando ao aprendiz ver (graficamente) o que está sendo discutido teoricamente. Os *smartphones* podem se tornar um grande aliado nessa discussão, visto que a sua mobilidade permite que o utilizemos em qualquer hora e em qualquer lugar, possibilitando que utilizemos seus recursos nessa discussão matemática.

Quando pensamos em discutir TL com o *smartphone*, nos colocamos investigar como isso seria possível. Então, percebemos que o *GeoGebra* (como citado acima) nos possibilita explorar inúmeros conceitos matemáticos, além de possibilitar a construção gráfica passo a passo, há uma gama de materiais prontos em sua plataforma *on-line*, possibilitando que acessemos pelo próprio aplicativo no celular e compartilhemos os *applets* por meio de outros aplicativos, como o *WhatsApp*.

Aliando o *smartphone* à Álgebra Linear, fazemos com que os nossos alunos possam desenvolver uma outra maneira de compreender o conteúdo, pois permitimos que eles explorem, discutam e relacionem o que está aparecendo na tela com o que algebricamente temos. Vale ressaltar que não estamos defendendo que todos os problemas com a aprendizagem matemática são resolvidos com TD, mas estamos dizendo que há a possibilidade de alia-los e promover discussões que sem ela não seriam possíveis.

E, é no pensar as possibilidades e as dificuldades encontradas, quando propomos um pensar com o *smartphone*, aliado à Álgebra Linear, que constituímos a nossa pesquisa.

3 CONSTRUÇÃO DA TELA TEÓRICA

“O conhecimento é o produto da interação entre a pessoa e o meio, mas o meio entendido como algo social e cultural, não apenas físico”
(Vygotsky)

A frase usada como epígrafe desse capítulo, ou dessa nova *tela* que se *abre*, nos faz refletir sobre o que buscamos neste escrito, pois acreditamos que todo e qualquer conhecimento humano só é possível ser construído a partir das interações que acontecem com o meio. Diríamos ainda que *nós nos transformamos em nós mesmos quando interagimos com o outro*, essa é uma frase de Vygotsky que nos mostra que toda transformação se dá por meio de uma relação dialética, pois ao mesmo tempo que transformamos, nessa interação, também somos transformados por ela. Então vamos conversar com alguns autores que nos possibilitarão compreender os fundamentos do nosso embasamento teórico. Inspiradas em Daniels (2008), não faremos uma escrita cronológica sobre o desenvolvimento da teoria.

No soar das vozes de diversos estudiosos¹³ da Teoria da Atividade, há uma proposição de que ela surgiu no campo da psicologia com trabalhos de Vygotsky, Leontiev e Luria. Ela é fundamentada nos princípios da escola histórico-cultural da psicologia e tem raízes filosóficas nos trabalhos de Marx e Engels.

A nomenclatura “Teoria da Atividade” surgiu especialmente com os trabalhos desenvolvidos por Leontiev, porém grande parte dos autores acabaram adotando essa denominação também para se referirem a trabalhos de integrantes da escola da psicologia, tais como Vygotsky e Luria. Nos dias de hoje a teoria tem apresentado um caráter multidisciplinar, pois ela deixa de fazer parte apenas do seu berço (psicologia) e vem fundamentando trabalhos nas áreas de Educação, Antropologia, Linguística, Filosofia, Sociologia (DUARTE, 2002) e, dentre outras, na Educação Matemática.

Na Teoria da Atividade considera-se a “atividade humana como a unidade básica do desenvolvimento humano e tem como eixo central as transformações que ocorrem nas interações [...] entre o ser humano e o ambiente no desenvolvimento de atividades mediadas por artefatos” (SOUTO; BORBA, 2013, p. 43). Souto (2014) salienta que ela nos ajuda a compreender a atividade humana como uma estrutura complexa e dinâmica.

¹³ ENGESTRÖM (2001); ENGESTRÖM, SANNINO (2016); SOUTO (2015); DANIELS (2008)

Dois conceitos fundamentais permitem entender a concepção de atividade humana que está alicerçada na teoria. O primeiro é o objeto; ele é visto como um elemento principal para a existência da atividade humana. E o segundo nos faz compreender que os artefatos passam a ser entendidos como mediadores culturais a partir dos quais as pessoas agem na estrutura social, material e psicológica, deixando de serem apenas um produto de ação dos seres humanos sobre o ambiente e isso é explicitado na ideia de “mediação” criada por Vygotsky (SOUTO, 2014). Assim podemos dizer que o “objeto atribui significado à atividade humana e os artefatos mediadores possibilitam a interação do homem com o ambiente” (CUNHA, 2018, p. 21).

Para alguns autores a teoria da atividade é composta por três gerações. Porém essa “classificação” é convencionada, pois além de não haver uma perspectiva única, Daniels (2008) ainda ressalta que o surgimento é obscurecido pelas dificuldades de tradução dos materiais, bem como vários níveis de diferenças e desacordos entre os estudiosos. Mas desde 2016, Souto e Borba, vem discutindo uma possível quarta geração da Teoria.

Inquietas com os vários caminhos possíveis a serem tomados, alicerçarmo-nos nas ideias e articulações desenvolvidas principalmente, pelos autores Engeström (1987), Souto (2014) e Souto e Borba (2016).

Com a intenção de sintetizar as gerações e situar os leitores, chamamos para nos ajudar Souto e Borba (2013, p. 43–44), que nos dizem que

a primeira geração teve origem no debate de Vygotsky sobre a mediação dialética entre sujeito e objeto. A segunda [...] [teve como] representante Leontiev (1978) que apontou a necessidade de uma análise [...] como foco o coletivo. [Na] terceira geração, liderada por Engeström, foi criado um modelo para esse novo foco de análise. (SOUTO, BORBA, 2013, p. 43-44, grifos nossos)

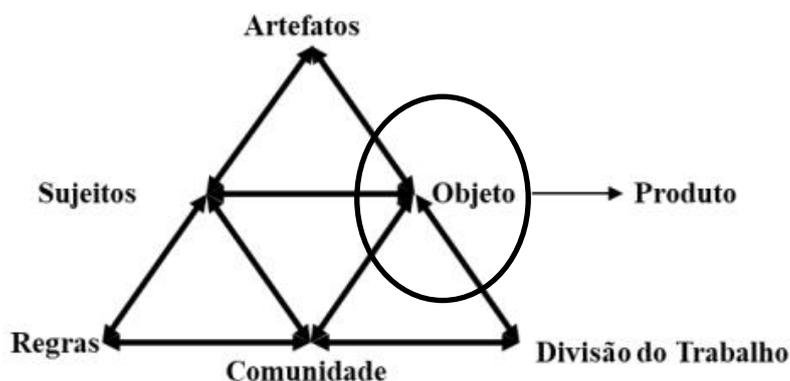
Já a quarta geração corrobora com os estudos de Engeström (2001), mas inclui a ideia de antropomorfização das mídias.

Engeström (2001) enfatiza que a Teoria da Atividade pode ser resumida em cinco princípios fundamentais, são eles: sistema de atividade visto como unidade mínima de análise, multivocalidade, historicidade, contradições internas e transformações expansivas. Explanaremos a teoria caminhando por cada um desses princípios, apresentando também as contribuições de Vygotsky e Leontiev.

O **Primeiro Princípio** pressupõe que o *sistema de atividade coletivo*, mediado por artefatos e orientado para o objeto, visto em uma rede de sistemas de atividade, deve ser assumido como a unidade básica de análise (ENGESTRÖM, 2001). Porém, essa ideia sistematizada por Engeström é fruto de uma expansão de ideias e estudos que vinham sendo desenvolvidos, inclusive por ele mesmo. Antes de formular as ideias de redes de sistemas

interligados, ele sistematizou com a representação triangular que apresentaremos logo a seguir (Figura 1), as discussões de Leontiev, que configurou que a atividade humana não pode ser vista de maneira individual, mas sim de maneira coletiva.

Figura 2 – Sistema de atividade



Fonte: Baseado em Engeström (1987)

Os seis “nós¹⁴” que formam o triângulo que representa um sistema de atividade é composto por: **sujeito** (quem tem poder de ação), **comunidade** (outros que partilham de alguma forma um objeto), **artefatos** (ferramentas ou signos), **divisão de trabalho** (ações que ficam para cada um daqueles que estão em atividade), **regras** (o que pode ou não ser feito) e **objeto** (visto como a matéria prima pela qual se vai trabalhar).

Porém, nem sempre foi assim! 🤔

Convidamos você a visitar onde tudo começou: lá com Vygotsky e as ideias de mediação. Vamos abrir um parêntese aqui na discussão sobre o triângulo de Engeström (1987), para compreender como foi possível que ele fizesse essa sistematização.

Venha conosco conhecer as ideias Vygotskyanas! 🧐

ABRE PARÊNTESES

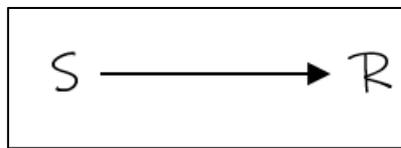
O senhor Vygotsky elaborou o conceito de mediação por intermédio da extensão da noção da abordagem materialista-dialética de Karl Marx. Ele estava muito insatisfeito com o modo que duas tendências, totalmente contrárias, viam o desenvolvimento psicológico humano.

¹⁴ “Nós” são entendidos nesse texto como os pontos de encontros das setas na figura.

Para o Behaviorismo, “o sujeito responderia de forma objetiva a um dado estímulo externo”¹⁵ e a psicanálise entendia que o sujeito respondia ao mundo de maneira subjetiva, ou seja, “de dentro para fora”.¹⁶ Mas para ele o ser humano não “gera” resposta (R) imediata para um estímulo (S), ou seja, (S→R), como firmava as duas teorias, mas sim que toda atividade humana era mediada por ferramentas.

Vamos ilustrar para vocês com a Figura 3

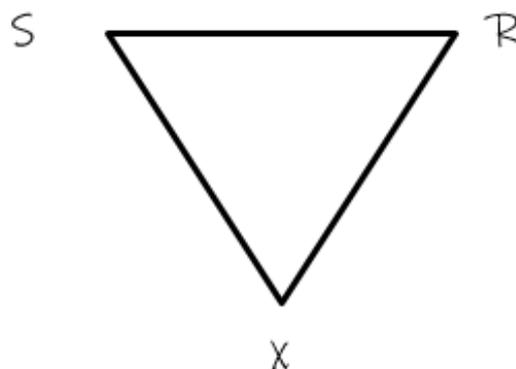
Figura 3 - Representação para o esquema de resposta imediata



Fonte: Souto (2015)

Com seus estudos, Vygotsky passa a teorizar que o sujeito se relaciona com o mundo de maneira mediada, então a representação recebe um elemento X, que é um elo entre os elementos (S→R), pois ele admite que o aprendizado não é um simples resultado de estímulos, mas que é fruto das nossas interações com outros, que é mediada por ferramentas da nossa cultura, entre elas a própria linguagem (Figura 4).

Figura 4 - Ato complexo e mediado



¹⁵ (SOUTO, 2015, p. 15)

¹⁶ Souto (2015)

Fonte: Souto (2015)

O elemento X é visto como instrumentos e signos. Então para que possam compreender o que se referem, daremos um exemplo e através dele faremos uma explicação sucinta da sua diferenciação.

“Fazer uma ligação para um amigo”

- *Instrumentos são ferramentas materiais que o ser humano criou para auxiliá-lo na transformação do meio externo. Então no nosso exemplo, temos que o telefone (fixo ou celular) é um instrumento que medeia a ação de nos comunicar com o amigo.*
- *Signos também são ferramentas, porém psicológicas e não materiais, que o ser humano utiliza para guiar o comportamento e a mente. Então na ação de fazer uma ligação para um amigo, temos como signos a nossa linguagem, as funções psicológicas movimentadas para recordar os números ou para ativar as funções do celular para fazer a ligação...*

“Na mediação dos signos, o ser humano pode controlar voluntariamente sua capacidade psicológica (atividade interna) e ampliar sua capacidade de atenção, memória e acúmulo de informações, como amarrar um barbante no dedo para não esquecer um compromisso”.¹⁷

Vygotsky entendia a atividade como um princípio explicativo da constituição da consciência, que seria construída por meio das relações sociais e defendia a mediação por ferramentas culturais com foco na palavra como recurso mediador central.

¹⁷ (SOUTO, 2015, p. 17)

Perceba que o triângulo que representa a mediação (Figura 4) lembra muito o topo do sistema de atividade (Figura 2) proposto por Engeström (1987) e isso não é uma mera coincidência. Como dissemos, ao iniciar essa tela teórica, ele sistematiza a teoria da atividade a partir de estudos que vinham sendo desenvolvidos. Então como um zoom trazemos abaixo a imagem que ilustra a mediação no sistema de atividade.

Figura 5 - Mediação na Teoria da Atividade



Fonte: Baseado em Engeström (2001)

A tríade apresentada por artefatos mediadores, sujeito e objeto expressam as ideias de mediação cultural de Vygotsky, nas quais o sujeito é o protagonista, objeto são as entidades culturais/força motivadora e o artefato todos os signos e instrumentos que fazem a mediação entre o sujeito e o objeto.¹⁸

De modo geral, podemos firmar que o indivíduo não podia mais ser entendido sem os meios culturais; e a sociedade não podia ser entendida sem a ação de indivíduos que usam e produzem artefatos¹⁹. Assim o sujeito é transformado pelo objeto por intermédio do artefato e também o transforma nessa relação.

¹⁸ (ENGESTRÖM, 2001)

¹⁹ (DANIELS, 2008)

A limitação vista nos trabalhos de Vygotsky foi que sua análise permaneceu focada no indivíduo, o que foi reestruturado por Leontiev nas discussões propostas por ele posteriormente.



Uffaa... *Acho que conseguimos fazer um levantamento das raízes em que a teoria da atividade atual foi nutrida...*

FECHA PARÊNTESES

Voltando ao primeiro princípio da teoria da atividade expresso por Engeström (2001), temos que considerar outras coisas além das ideias de mediação Vygotskyana discutida nesse parêntese, pois a ideia de atividade coletiva emerge de estudos Leontiev que são anteriores à sistematização de Engeström.

No sistema de atividade da Figura 2, perceba que aparecem três nós além da tríade que sistematiza as ideias de mediação. Eles começam a ser discutidos com os trabalhos de Leontiev quando enfatizava as “relações sociais e regras de conduta governadas por instituições culturais, políticas e econômicas e, por isso, inclui ao contexto da atividade as regras, a comunidade e a divisão de trabalho e expande a unidade de análise de ação individual para atividade coletiva” (SANTOS; SANTADE, 2012, p. 56). As autoras relatam bem as principais contribuições de Leontiev para o desenvolvimento da teoria, visto que ele reestrutura as ideias propostas por Vygotsky sobre a mediação enfatizando que nenhuma atividade é individual, mas sim coletiva.

Leontiev (1978) ressalta ainda que o objeto da atividade é o que distingue uma da outra, ou seja, toda e qualquer atividade se inicia com uma necessidade que só poderá ser satisfeita se existir um objeto, isto é, um motivo. O motivo é responsável por impulsionar a atividade na medida em que articula uma necessidade a um objeto. Souto (2015), enfatiza que Leontiev e Engeström compreendem os termos objeto e motivo de maneira distinta. Respectivamente, um firma que o “objeto da atividade é único e corresponde ao seu verdadeiro motivo” e o outro enfatiza que o “objeto é compartilhado por todos os sujeitos e refere-se à matéria-prima ou espaço problema para o qual a atividade é dirigida” (SOUTO, 2015, p.24)

Propõe-se que toda e qualquer atividade humana além de ser mediada por artefatos recebe influência de comunidade, regras e possuem divisão de trabalho. Pensando em um exemplo que possa ilustrar as ideias que estão sendo levantadas, convidamos os leitores a assistirem um vídeo (Figura 6) que mostra o famoso exemplo da “caça coletiva primitiva”, que elucida a diferença entre uma ação individual e uma atividade coletiva proposta por Leontiev (Voltaremos a discutir as ideias de Engeström mais tarde, vamos compreender o que Leontiev propôs que

possibilitou que Engeström sistematizasse a teoria e percebesse que um sistema de atividade está interligado a vários outros sistemas de atividade).

Figura 6 – Vídeo sobre Caça Primitiva



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=LwlkywliEok>

A experiência de assistir um vídeo pensando nos fragmentos da teoria é muito diferente do se descrevêssemos cada uma das cenas. Essa dinâmica é possível graças aos recursos tecnológicos que temos acesso hoje. Perceba que a discussão que trazemos no capítulo anterior sobre a importância e as possibilidades que as tecnologias agregam ao estudo é contemplada em um próprio capítulo teórico.

Nesse vídeo, podemos perceber que o **objeto** da Atividade é movido pelo real **motivo** de saciar a fome. Perceba o **sujeito**, aquele que tem poder de ação na captura do animal, altera constantemente de acordo com a fase em que está. A **organização do trabalho** é fundamental, uns espantam o animal, outro avisa que estão vindo, outro ainda observa qual é o último, uns lançam as redes e outros ainda as flechas. O artefato usado pelo coletivo vai além de instrumentos, como redes, flechas, pedras, eles fazem uso de signos, como a linguagem, estratégias previamente pensadas para que a ação de capturar o animal ocorresse sem maiores problemas. A **comunidade** é constituída por todos aqueles que de alguma forma participaram da ação, mesmo que não tivessem ação (propriamente dita) e por fim **regras** aparentes são: espantar os animais para o lado correto, jogar a rede quando o último for passar e muitas outras.

A atividade comentada não é estática. Se analisarmos com afinco cada uma das ações que foram acontecendo até que o animal fosse capturado, perceberíamos as alterações nos elementos do sistema de atividade. Um indivíduo que inicialmente era sujeito, torna-se comunidade a partir do momento em que ações vão ocorrendo, regras se alteram, artefatos, comunidade, bem como todos os outros elementos. O objeto de saciar a fome dá lugar a um produto, animal abatido.

Esse exemplo de Leontiev para caracterizar a Atividade coletiva ilustra que de maneira alguma um indivíduo conseguiria capturar esse animal sozinho, nos colocando a pensar: qual atividade nós conseguimos fazer sozinhos? Será que é possível que nada além de nós mesmos influenciem uma atividade humana? Nossa resposta, com base na teoria seria: não, pois, mesmo em uma atividade em que um indivíduo apenas é considerado sujeito, há a comunidade influenciando a atividade e esse sujeito traz para suas ações experiências prévias em que outros indivíduos fizeram parte. Nesse sentido, não há como considerar que uma atividade seja desenvolvida com um sujeito único isolado.

Agora que conversamos um pouco sobre as ideias de Leontiev e como ele propõe a visão sobre um objeto e motivo e as contribuições no desenvolvimento de um sistema de atividade coletivo, poderemos falar sobre as contribuições que Engeström propõe e as ideias originais que ele desenvolve sobre a Teoria da Atividade.

Engeström (2001) ressalta que embora Leontiev tenha desenvolvido e configurado a diferença entre ação individual e uma atividade coletiva, ele nunca expandiu a representação do modelo original de Vygotsky para um modelo de sistema de atividade coletivo. Essa sistematização triangular (Figura 2) foi desenvolvida por Engeström.

A terceira geração de teoria da atividade precisava desenvolver ferramentas conceituais para entender o diálogo, as várias perspectivas e redes de interação de sistemas de atividade.

Então voltando às discussões do **primeiro princípio** da Teoria da Atividade, mais precisamente na Figura 2, vamos conversar um pouco sobre a relação existente entre seus nós. Para isso, nos apoiaremos nas ideias de Souto e Araújo (2013), elas estruturam que a relação existente entre o sujeito e o objeto é mediada pela comunidade, além de ser mediada pelos artefatos e é representada pelo triângulo central.

Além disso, “a relação entre sujeito e comunidade, por sua vez, é mediada pelas regras e representada [...] pelo respectivo triângulo” (SOUTO; ARAÚJO, 2013, p. 76), ou seja, pelo triângulo inferior esquerdo.

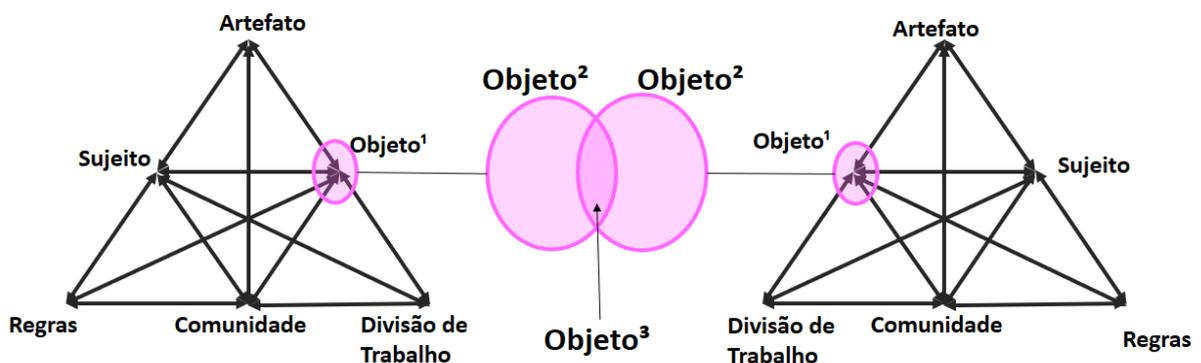
E por fim “a relação entre a comunidade e objeto é mediada pela divisão do trabalho. O triângulo que tem por vértices a comunidade, a divisão do trabalho e o objeto representa essa mediação. Como resultado da atividade o objeto [...] é transformado no produto da atividade” (SOUTO; ARAÚJO, 2013, p. 76). Perceba que a relação de mediação se expande, perpassando por todos os nós do sistema.

De modo geral, podemos dizer que a atividade só existe se houver um motivo, porém o motivo não é unitário. Uma atividade pode acontecer por diversos motivos diferentes que geram o objeto do sistema de atividade. “O objeto é representado com a ajuda de uma oval indicando que as ações orientadas por objetos são sempre, explícita ou implicitamente, caracterizadas por ambiguidade, surpresa, interpretação, a tomada de sentido, e o potencial para a mudança” (ENGESTRÖM, 2001, p. 134).

O sistema de atividade, embora pareça rígido pela sua estrutura triangular, deve ser compreendido como algo que está em um constante movimento, pois como já ressaltamos em parágrafos anteriores, os nós recebem “integrantes” distintos e se alteram durante toda atividade, possibilitando que o objeto se transforme e gere um produto.

A principal contribuição (ideia original) de Engeström (2001, p. 136) é que “o modelo básico é expandido para incluir no mínimo dois sistemas de atividade interagindo”, pois ele argumenta que nenhum sistema de atividade é isolado. Ele está interligado a uma rede de sistemas de atividades, propondo então que a unidade mínima de análise se baseie em no mínimo dois (Figura 7).

Figura 7 – Dois sistemas de atividade interagindo como modelo mínimo da terceira geração



Fonte: Baseado em Engeström (2001)

Na Figura 7 trazemos a sistematização de uma rede de sistemas de atividade (composto por dois sistemas) e para representar a ideia de Engeström (2001) que nos diz que um sistema

de atividade não está isolado, ele faz parte de uma rede que contempla vários outros sistemas de atividade que relacionam a partir de seus objetos, gerando um objeto que pode ser compartilhado por ambos.

Com a intenção de exemplificar traremos um exemplo proposto pelo próprio Engeström (2001) sobre um paciente, um médico e saúde. Ele propõe que o Objeto 1 é um paciente em específico entrando no consultório. Inicialmente podemos imaginar que esse objeto está em um estado inicial não afetado e passa a ser um objeto coletivamente significativo, pois o objeto 2 pode ser visto como um indivíduo que “carrega” consigo determinada doença. Esses dois objetos podem potencialmente serem compartilhados, pois como o objeto é um alvo móvel e não redutível a objetivos conscientes de curto prazo, poderíamos elencar como um Objeto 3 (compartilhamento do 1 e 2) como compreender o quadro de saúde do paciente. Portanto, podemos perceber que os sistemas “isolados” do paciente e do médico passam a ser interligados por um terceiro objeto quando propõe-se tratar e compreender a doença.

O **segundo princípio** da Teoria da Atividade discute a multivocalidade, ou seja, as vozes múltiplas dos sistemas. “Um sistema de atividades é sempre uma comunidade de múltiplos pontos de vista, tradições e interesses” (Engeström, 2001, p. 136).

As mesmas vozes que podem ser percebidas como geradoras de problemas, também podem ser potencialmente portadoras de inovações, e é na divisão do trabalho que se cria posições distintas de cada indivíduo submerso na atividade, pois “carregam suas próprias histórias diversas, e o próprio sistema de atividade carrega múltiplas camadas e vertentes da história gravadas em seus artefatos, regras e convenções. A expressividade múltipla é multiplicada em redes de sistemas de atividade em interação” (Engeström, 2001, p.136). É nesse contexto que firmamos que as múltiplas vozes são propulsoras de mudanças e a divisão do trabalho exige uma ação de negociação entre os participantes.

O **terceiro princípio**, da historicidade, indica que um sistema de atividade deve ser visto à luz de sua história, ou seja, “sistemas de atividade tomam forma e são transformados em extensos períodos de tempo [...] seus problemas e potenciais só podem ser compreendidos no confronto com sua própria história” (DANIELS, 2011, p. 173)

O **quarto princípio** aborda o papel das contradições internas como molas propulsoras que movimentam e possibilitam mudanças no sistema de atividade. Engeström e Sannino (2016, p. 382) firmam que “as contradições são o motor necessário, mas não suficiente para a aprendizagem expansiva [quinto princípio] em um sistema de atividade”, ou seja, as contradições tornam as mudanças possíveis, porém não garantem que aconteça a aprendizagem do aluno.

As contradições internas, podem surgir em quatro formas distintas quando estamos no processo de aprendizagem expansiva (ENGESTRÖM, SANNINO, 2016):

- **Contradição Primária:** ocorre no interior de cada elemento do sistema. Por exemplo: “quando as regras de participação e envolvimento de cada elemento do sistema de atividade são substituídas pelo cumprimento mecânico de tarefas” (SOARES, SOUTO, 2014, p. 53)
- **Contradições Secundárias:** acontece entre os elementos do sistema de atividade e algo novo. Um exemplo de contradição secundária é a introdução de um novo instrumento, pois, como as atividades são sistemas abertos, um novo elemento pode gerar uma contradição, fazendo com que o sistema seja impulsionado para uma mudança. (SOARES, SOUTO, 2014)
- **Contradições Terciárias:** ocorre entre o objeto recém-estabelecido e o remanescente do modo anterior de atividade (ENGESTRÖM, SANNINO, 2016). Por exemplo: Supomos que uma criança vai para a escola, com o desejo de brincar com os seus colegas (motivo dominante), porém é imposto a ela que vá para a escola estudar e ser comprometido com isso (BUSTAMENTE, 2016).
- **Contradições Quaternárias:** entre o sistema de atividade central e outros sistemas vizinhas (interligados). Um exemplo disso é quando a atividade que está sendo desenvolvida recebe influência de fatores externos.

De modo geral, podemos firmar que quando uma contradição interna é suprida e o sistema de atividade avança, muda e se desenvolve, caminhamos para que ocorra uma transformação expansiva (quinto princípio).

O **quinto princípio** anuncia a possibilidade de transformações expansivas que podem ser entendidas como “construção e resolução de contradições sucessivamente emergentes” (ENGESTRÖM, SANNINO, 2016, p. 384), particularmente do objeto; ou como movimentos contínuos de construção e resolução de tensões e contradições em um sistema que envolve objeto, artefatos e os motivos dos participantes envolvidos.

Neste trabalho, a Teoria da Atividade será utilizada para nos ajudar a entender e problematizar movimentos em sistemas de atividades constituídos por alunos participantes do curso que ministramos. Acreditamos que seus cinco princípios nos darão alicerce para analisar relações entre os elementos dos sistemas que construiremos, valorizando traços de sua historicidade, considerando as múltiplas vozes em atuação e nos ajudando a analisar contradições internas e seus possíveis potenciais propulsores para transformações expansivas.

4 “*DESBLOQUEANDO A TELA*” PARA PRODUZIR DADOS

Neste capítulo dedico-me a especificar cada uma das ações desenvolvidas, bem como cada um dos itens que foram importantes para a minha produção de dados. Há partes que serão apresentadas neste capítulo que não serão especificamente analisadas nessa pesquisa, mas que influenciaram, direta ou indiretamente, os dados produzidos.

Apresento esse capítulo em sete sessões. São elas:

- ❖ *A Pesquisa qualitativa e seus instrumentos*: faço um apanhado geral e teorizado sobre a metodologia de pesquisa qualitativa e instrumentos específicos da minha pesquisa.
- ❖ *Deixei-me tocar ao observar o outro*: relato as observações nas aulas de Álgebra Linear do Professor Elias, as quais me possibilitaram algumas reflexões e revisão do conteúdo.
- ❖ *O Projeto de Ensino de Graduação e as Inscrições para o Curso*: nessa sessão, falo um pouco sobre o projeto em que os dados foram produzidos, ressaltando ainda sobre as inscrições dos alunos neste curso.
- ❖ *Colaboradores da Pesquisa*: apresento aos leitores quem são os alunos que participaram do PEG, bem como as especificidades desta turma.
- ❖ *Entre Telas: sites, aplicativos, slides e inquietações*: apresento os caminhos para o planejamento do curso e exponho um pouco sobre o *site Immersive Math*, o qual consideramos nesta pesquisa como o nosso livro inspirador. A partir de sua leitura, planejamos o PEG e as tarefas propostas.
- ❖ *Entre toques de telas e corações*: Diria aqui que muito mais do que os caminhos que percorremos no curso, essa sessão fala muito do sentimento e da adesão dos alunos à proposta de pesquisa que desenvolvemos. Conto como os dados foram produzidos, como o curso aconteceu e os frutos dele.
- ❖ *Caminhos para a análise de dados*: nesta última sessão, apresento o caminhar que fizemos na análise dos dados e apresentando os grupos com que trabalhamos.

Espero que, com essa breve apresentação das sessões, tenha conseguido efetivamente situar o leitor quanto ao que vem pela frente.

4.1 A Pesquisa Qualitativa e seus Instrumentos

“As vozes são percebidas e sentidas com a mesma intensidade em que telas são tocadas e o ser humano é modificado...”

No soar das vozes de Borba, Almeida e Gracias (2018, p. 77) enfatizando que “não é possível uma visão de conhecimento que valorize a compreensão dos processos de pensamentos de coletivos de alunos, professores, lápis-papel e artefatos digitais e procedimentos de pesquisa que valorizam apenas o resultado de teste”, caminhamos com esta pesquisa pela perspectiva de metodologia qualitativa, que nos possibilita compreender de modo profundo o aprender de alunos com o uso de tecnologias.

A pesquisa qualitativa é descrita em cinco características principais:

[...] a fonte de dados é o ambiente natural, constituindo investigador o instrumento principal; a investigação qualitativa é descritiva; os instrumentos qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; o significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47–51)

Refletindo sobre cada uma das características trazidas pelos autores e com olhares atentos para o nosso pesquisar, firmamos que, embora não seja necessário que todos os pontos sejam contemplados para que uma pesquisa seja qualitativa, esta pesquisa contempla cada uma delas de maneira abrangente.

Nesta perspectiva os dados não são padronizados, ou seja, o pesquisador deve utilizar sua criatividade para produzi-los da melhor forma possível, possibilitando que os dados colaborem efetivamente com a problematização. Além disso, fica a cargo do pesquisador fazer a análise a partir da teorização desejada e que se adeque ao problema de pesquisa. O bom resultado da pesquisa de cunho qualitativo depende estritamente da sensibilidade, intuição e experiência do pesquisador (GOLDENBERG, 2004).

Ao pensarmos nas particularidades da pesquisa qualitativa podemos destacar que as quantidades não constituem foco de análise, dando lugar à “[...] intensidade, pela imersão profunda - através da observação participante [...], das entrevistas em profundidade, da análise de diferentes fontes que possam ser cruzadas - que atinge níveis de compreensão que não podem ser alcançados através de uma pesquisa quantitativa” (GOLDENBERG, 2004, p. 50), ou seja, a pesquisa se constitui através dos sujeitos, dos locais, das escolhas do pesquisador pelas ferramentas utilizadas na produção dos dados e como eles serão analisados em concordância com o referencial teórico.

Com zelo pela pesquisa, buscamos distintas maneiras de produzir os dados, visando o aumento da sua credibilidade, o que segundo Araujo e Borba (2006) e Goldenberg (2004) é chamado triangulação.

Desta forma, pela necessidade de compreender como o celular é utilizado por um grupo de alunos para aprender matemática e buscando conversar com a Teoria da Atividade, nos amparamos em alguns procedimentos de produção de dados que nos permitiram o enlace da teoria com os dados de maneira harmônica. Fizemos uso de questionários, gravação de áudio e vídeo e registros escritos.

Propusemos aos estudantes questionários com questões mistas (abertas e fechadas), para que pudéssemos traçar um perfil dos alunos e compreender o que os levava a fazer o curso, bem como seus conhecimentos sobre Álgebra Linear. Entendemos que questões abertas são aquelas que permitem respostas livres, que não se limitam por alternativas, ou seja, o pesquisado tem a liberdade de escrever livremente sobre a temática abordada. Já as questões fechadas são aquelas em que o pesquisador limita as respostas com alternativas que devem ser escolhidas pelo pesquisado (GOLDENBERG, 2004).

Vale ressaltar que, ao propor um questionário, existem vantagens e desvantagens que devem ser consideradas. Falando inicialmente sobre as desvantagens, Goldenberg (2004) elenca como: baixos índices de respostas, a estrutura rígida não permite que os sentimentos dos sujeitos sejam expressos e, por fim, que além de exigir disponibilidade para responder, exige habilidade de ler e escrever dos pesquisados. Já as vantagens temos que o pesquisado se sente mais livre para responder, pode ser enviado a ele, é menos dispendioso, pode ser aplicado a inúmeras pessoas ao menos tempo. No caso da nossa pesquisa, o questionário foi entregue em folha impressa no início do curso e após o término, um novo questionário foi enviado via Google formulários.

O questionário deve conter sempre questões claras e relacionadas ao tema pesquisado, para que seja um instrumento potencial, fazendo com que consigamos respostas que não seriam possíveis sem ele.

Já a gravação de áudio e vídeo, possibilita que tenhamos registrado as conversas e argumentações dos alunos ao desenvolverem as tarefas propostas. Com os vídeos podemos observar as movimentações gráficas, bem como perceber as estratégias que ouvimos durante as discussões dos alunos que estão registradas. Um complementa o outro. Os registros escritos apresentam uma formalização do conteúdo que está sendo discutido. Alguns raciocínios que o grupo desenvolve durante a discussão, são rascunhados na folha e junto com os vídeos do aplicativo, temos uma articulação de ideias que podem ser analisadas.

No decorrer deste capítulo apresentaremos todos os dados que foram produzidos, bem como os autores dessa produção. Destacamos que muitas vozes poderão ser ouvidas, em especial a voz da pesquisadora, que é “fundamental para que uma visão de conhecimento, articulada com procedimentos, seja apresentada” (BORBA, ALMEIDA, GRACIAS, 2018, p. 80). Porém, a pesquisadora não será apenas “ouvida”, mas também “sentida” com intensidade, pois a voz dos sentimentos da pesquisadora também faz parte deste processo e da constituição desta pesquisa.

4.2 Deixei-me *tocar* ao observar o outro

Nada é por acaso!

Nas idas e vindas que a vida nos proporciona, encontros inevitavelmente acontecem, gerando frutos que marcam a vida ou apenas lembranças que aos poucos são esquecidas. Num desses caminhares, em especial pelo Instituto de Matemática (INMA/UFMS), a Profa. Cida encontrou o Prof. Elias e, por ele ser professor de Álgebra Linear, ela comentou sobre a minha pesquisa. Embora esse encontro não tenha sido exatamente meu, ele me possibilitou encontros que marcam essa fase e essa pesquisa.

Ele deixou as suas aulas à disposição, possibilitando que eu pudesse acompanhá-las como ouvinte no intuito de relembrar a matéria e até mesmo buscar nesse observar algo que me despertasse e me fizesse pensar em uma proposta com o uso de tecnologia digital.

Trocamos alguns *e-mails*, na intenção de comunicá-lo sobre a minha presença e principalmente de agradecê-lo pela oportunidade que estava me dando. Na Figura 8 trago o recorte das mensagens trocadas que marcaram o início desse caminhar.

Figura 8 – Troca de E-mails com o Professor



Fonte: arquivos da autora

No final de agosto de 2018, comecei a assistir as aulas junto com a turma de Engenharia Elétrica. No primeiro dia me sentia como *uma criança que espera ansiosa o presente prometido*. Eu não conhecia o professor e precisava me apresentar para ele. Era muita gente entrando na sala, aula no anfiteatro, professor chegou e nem deu tempo de falar com ele antes da aula. Sentada no fundo da sala, observava aquele mar de alunos e o professor que buscava a atenção de todos. Ao término da aula, esperei ansiosa e me apresentei.

Mas o que faz o observador?

Apegada às palavras de Madalena Freire compreendemos que “observar uma situação pedagógica é olhá-la, fitá-la, mirá-la, admirá-la, para ser iluminado por ela. Observar uma situação pedagógica não é vigiá-la, mas sim fazer vigília por ela, isto é, estar e permanecer acordado por ela na cumplicidade pedagógica” (FREIRE, 1992, p. 14)

E era isso que eu buscava nas aulas de Álgebra Linear do Prof. Elias, ser iluminada por elas, buscar possibilidades de pensar os conteúdos com o uso de tecnologias digitais, perceber nas inquietações dos alunos ou no ensinar do professor alguma brecha que gritasse para mim: “*Aqui! Aqui!*” E acredito que a encontrei.

Fica muito forte o distanciamento entre parte algébrica e geométrica, não apenas nas aulas, mas também em pesquisas como a de Chiari (2015). Então resolvemos que esse seria o foco que daríamos para a produção de dados da pesquisa: articular o uso de tecnologias digitais

que pudessem nos auxiliar no estudo de transformações lineares com foco no entrelaçamento do aspectos algébrico e geométrico desta disciplina.

Porém, essa etapa não me despertou apenas o foco desta pesquisa. Acompanhei as aulas quase um semestre e pude perceber tantos movimentos, que por hora até desejei analisar o que acontecia naquele ambiente além da matemática. Pois, “o ato de observar pode desencadear muitos outros processos mentais indispensáveis à interpretação do objeto analisado [...]” (SILVA; ARAGÃO, 2012, p. 58).

E desencadeou! Os movimentos dos alunos perpassavam o conteúdo matemático que era foco da aula. Notava que muitos dos alunos não largavam o celular enquanto o professor ministrava aula. Mas o que esses sujeitos faziam? Jogavam, usavam as redes sociais e pesquisavam coisas outras.

E por incrível que pareça, eram esses mesmos alunos que respondiam as perguntas feitas pelo professor, que raramente anotavam algo no caderno, mas que faziam questionamentos em aula. Esses acontecimentos me faziam pensar como e por quê essas coisas aconteciam... Quais eram as especificidades daquele público? Será que em minha produção de dados algo semelhante poderia acontecer? Essa é uma das características das novas gerações, chamadas por alguns autores de geração Z?

Por horas eu percebia que me confundia com um dos alunos que ali já habitavam, era tanta gente que não tem como conhecer todos e muito menos conseguir gravar a fisionomia deles durante um semestre, mas aprendi muito naquele contexto.

Esse momento da minha pesquisa não será trazido como dados a serem analisados, porém fez parte do meu processo de formação de pesquisadora, por isso dediquei alguns parágrafos a esse momento, que foi muito importante. Quem sabe sai um artigo com reflexões sobre esse observar!

4.3 O Projeto de Ensino de Graduação e as Inscrições para o Curso

Esse foi um momento da pesquisa que gerou tantas sensações que não sei nem por onde começar... Mas como diria minha mãe: “*começa pelo começo*” ou ainda no soar mais firme do meu pai: “*não tô achando graça, fala logo*”... Então, assim inicio essa sessão, por onde acreditamos que seja o começo...

A pesquisa foi pensada para alunos da Licenciatura em Matemática, pela preocupação que carregamos com formação inicial de professores, pois entendemos que muito do que levamos para a nossa prática docente é fruto de experiências e vivências da nossa formação. Pesquisa como de Figueiredo (2015) mostra que os licenciandos em matemática se sentem

despreparados para usar tecnologias na sua futura prática docente, visto que têm pouco contato com elas durante a sua formação acadêmica. Claro, de maneira alguma, estamos defendendo o fato de que se teve contato na formação haverá sucesso com o uso na sua atuação. Porém, possibilitar essa experiência a eles faz com que possam, talvez, olhá-las com mais propriedade visando a aprendizagem dos alunos.

Diante disso, surgiu o questionamento: como mobilizar esses alunos a participar do curso? Como ter público para esse estudo? Usar a aula de algum professor?

Essas inquietações nos movimentaram por algum tempo e o receio de não conseguir um público mínimo também era intenso. Então soubemos da possibilidade de criar um Projeto de Ensino de Graduação (PEG), no qual poderíamos propor um curso que gerasse certificação para os alunos. Isso é muito importante, pois no final da graduação todos devem entregar as horas complementares, então esse curso já contemplaria um pouco da carga horária total.

Temos que

o Projeto de Ensino de Graduação (PEG) é um processo de desenvolvimento educacional e está vinculado ao Projeto Pedagógico de Curso, de um ou mais cursos de graduação, constituindo um mecanismo de sistematização e operacionalização de iniciativas e experiências que têm por objetivo a efetivação da melhoria estrutural, organizacional e funcional do ensino de graduação (BRASIL, 2017, p.24).

Pensando nisso, estruturamos um PEG intitulado “*O Uso do GeoGebra Mobile para o Estudo de Transformações Lineares*” com carga horária de 20h e dispomos 20 vagas iniciais. Propostas como essa tornam-se relevantes pela necessidade de discutir, junto aos alunos da licenciatura em matemática, possibilidades metodológicas e ferramentas de ensino que os auxiliem em sua futura prática docente.

Com o crescimento tecnológico atual, torna-se importante a presença das TD na sala de aula, bem como pensá-lo para a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Dificilmente encontraremos uma sala onde não há um número mínimo de celulares, seja do professor e/ou dos alunos, principalmente quando nos referimos à realidade do ensino superior.

Acreditamos que essa é uma justificativa para incorporar a tecnologia digital em processos educativos, mas considerá-la sozinha, para nós, não é suficiente. Em outras palavras, queremos dizer que não entendemos que o uso se justifica apenas porque as tecnologias digitais são amplamente utilizadas em atividades cotidianas. Inspiradas na voz de Bairral, firmamos que “os dispositivos móveis podem compor o cenário de aula como mais uma possibilidade de dinamizar o ensino e de promover novas explorações conceituais, procedimentais” (BAIRRAL, 2017, p. 103). Quando consideramos, também, essa argumentação, pensamos que o terreno para

a construção de uma investigação que explore as potencialidades e limitações que se colocam quando um dispositivo tecnológico específico, no caso o celular, é explorado se fortalece.

No Quadro 3 trazemos os objetivos de ensino traçados para o projeto.

Quadro 3 – Objetivos de Ensino do PEG

Objetivo Geral	❖ Trabalhar junto aos licenciandos em matemática possibilidades de uso de aplicativos no celular para estudo e compreensão de conteúdos matemáticos relacionados ao conceito de transformações lineares.
Objetivos Específicos	❖ Desenvolver atividades que possibilitem a reflexão dos alunos sobre as transformações lineares; ❖ Possibilitar o contato dos alunos com aplicativo livre que pode auxiliar no estudo de diversos conteúdos matemáticos; ❖ Promover oportunidades para os integrantes do curso sobre o uso de tecnologias digitais no ensino.

Fonte: A autora

O PEG foi estruturado em quatro meses, tendo como atividades previstas: elaboração do projeto, planejamento das oficinas, desenvolvimento das oficinas e elaboração do relatório do projeto, conforme o Quadro 4 abaixo.

Quadro 4 – Cronograma de Execução do PEG

CRONOGRAMA DE EXECUÇÃO				
Atividades	Especificar dias/semanas/meses			
	Fevereiro	Março	Abril	Maió
Elaboração do Projeto	X			
Planejamento das oficinas	X	X		
Desenvolvimento das oficinas		X	X	
Relatório do projeto				X

Fonte: A autora

Cumprindo as exigências de formalização do curso, submetemos o PEG ao Colegiado de Curso e ao Conselho da Unidade da Administração Setorial para verificação e aprovação, pois só poderíamos dar andamento às atividades após parecer favorável dessas unidades.

Por agilidade desses comitês, a aprovação do projeto saiu com menos de quinze dias e pudemos lançar chamada para inscrições.

Perpassamos por algumas possibilidades que me faziam ter medo do que viria pela frente. Como o foco do curso em Transformações Lineares, pensamos em restringir apenas para alunos que já cursaram Álgebra Linear. Porém como o número de acadêmicos em Matemática é reduzido, ficamos inquietas e receosas de não termos inscritos. Resolvemos que faríamos chamada para o curso de Licenciatura em Matemática geral e que trabalharíamos dentro das possibilidades que tivéssemos.

Para divulgação, criamos o *folder* abaixo e encaminhamos via *WhatsApp* para o representante discente do curso, solicitando que enviasse para os colegas. Me coloquei à disposição para mais esclarecimentos.

Figura 9 – Folder com a chamada para o curso

INSCRIÇÕES ABERTAS

CURSO:
**O USO DO GEOGEBRA
MOBILE PARA O
ESTUDO DE
TRANSFORMAÇÕES
LINEARES**

O curso tem como objetivo trabalhar possibilidades de uso do GeoGebra no celular para estudo de conteúdos matemáticos relacionados ao conceito de transformações lineares. O curso terá início na quarta-feira, dia 13/03/2019 às 15:15 horas. Serão realizados oito encontros, sendo toda segunda e quarta-feira das 15:15 hrs às 17:15 horas com encerramento na segunda-feira dia 08/04/2019. Local: Instituto de Matemática/UFMS. Contamos com a sua participação.

Realização:
Prof. Dra. Aparecida Chiari

Mestrandos:
Juliana Leal Salmasio
Tiago Nunes Borges

Público Alvo:
Acadêmicos de
Licenciatura em
Matemática
UFMS

**CERTIFICADO
20 HORAS**
Vagas Limitadas

Inscrições até 01 de março

Para realizar sua INSCRIÇÃO, entre em contato

CONTATO:
Juliana Leal Salmasio
E-mail:
julianalsalmasio@gmail.com
(67) 9 9675- 38 18

Logos: CAPES, UFMS, GETECMAT

Fonte: a autora

Na divulgação já deixamos marcados os dias e horários em que o curso seria realizado, para coincidir com nossos horários disponíveis, mas também buscamos já alocar a proposta em “janelas” que os alunos tinham. No entanto, isso fez com que eu me sentisse invadida pelo

sentimento de incertezas, preocupação e medo, pois não sabíamos se teríamos alunos interessados.

Para realizar a inscrição, os alunos precisavam me mandar uma mensagem no *WhatsApp* ou no *E-mail*. Ao entrarem em contato, encaminhava a eles um *link* para a inscrição que foi criado no *Google Formulários*.

Na semana em que as inscrições encerrariam, o desespero bateu mais forte, pois tínhamos apenas oito pessoas inscritas. 🙄 Com a intenção de mobilizar mais alunos, fiz algumas tentativas de passar nas salas de aula, porém consegui conversar com apenas uma das turmas.

Engraçado como as coisas vão acontecendo e isso influencia tanto na pesquisa quanto nos estados emocionais que a pesquisadora apresenta. Com doze inscritos um dia antes de encerrar as inscrições, em conversa com a Profa. Cida, ela me tranquilizou dizendo: *calma, será possível com essa quantidade de alunos*, mas como as angústias são insistentes, fiz um último “apelo”. Enviei uma mensagem para os que estavam inscritos pedindo que convidasse mais um amigo e deu certo. *Uffaaa!!!* Ao final do dia tínhamos vinte inscrições.

Deixamos as inscrições abertas mais uns dias e, de repente, já eram trinta inscritos! 🙌

Fechamos as inscrições e a Profa. Cida entrou em contato com a PROGRAD perguntando se era possível certificar mais do que o previsto no PEG. Para nosso alívio, era só justificar no relatório final e incluir o nome de todos.

4.4 Colaboradores da Pesquisa

“Inicialmente eram sujeitos da pesquisa...

E por fim?

.
.
.

A própria pesquisa! ”

Juliana Leal Salmasio

Às vezes é necessário pensarmos muito mais longe do que pensamos ou ao menos deixar que nos mostrem o que está além dos muros da nossa visão. A epígrafe pode não estar fazendo sentido nenhum nesse momento, mas aposto contigo que até o término deste capítulo entenderá o significado de cada frase aleatória como essa.

Voltando à sessão anterior, já contamos como foi feita a inscrição dos colaboradores da pesquisa e que haviam trinta inscritos. Porém nem todos participaram do curso, uns não apareceram e outros desistiram logo no primeiro encontro.

Os vinte e dois alunos que, de fato, participaram eram estudantes dos dois cursos de licenciatura em Matemática do INMA/UFMS, sendo um integral e outro noturno. Os alunos eram de semestres variados, alguns ingressantes, outros concluintes. Deste total, temos que apenas sete alunos já haviam feito a disciplina de Álgebra Linear.

Com tais especificidades, sentimos a necessidade de readequar os encontros para que todos pudessem acompanhar. No primeiro contato a maioria dos alunos expressavam o desejo de conhecer o aplicativo GeoGebra, então nossa proposta inicial passou a ser alinhada com as inquietações deles.

4.5 Entre telas: sites, aplicativos, slides e inquietações

O processo de elaboração de materiais para a produção de dados foi a parte que mais “maltratou” meu “psicológico”. Diria ainda que, de todo o processo do mestrado até aqui, não houve momento pior. Talvez seja difícil do leitor compreender essa tensão, mas pessoas ansiosas são maltratadas por toda ação futura que dependa muito dela.

Paralisei diante da construção das tarefas que seriam propostas no curso, sentia-me incapaz de continuar. Hoje vejo que mais uma vez *nada é por acaso!*

A intenção era que tudo estivesse pronto antes mesmo da divulgação do curso acontecer, que tivéssemos todas as tarefas construídas e tudo pensado para que os imprevistos fossem supridos. Quem dera se essa magia tivesse acontecido... *não, não foi assim que as coisas aconteceram, tivemos que correr contra o tempo!* Mas isso me faz pensar na fala de Engeström durante uma entrevista, fala essa que já apresentamos ao leitor na página 23, na qual iniciamos o capítulo sobre as Tecnologias, em que dizia que nós devemos saber lidar com todos os nossos problemas reais mesmo que exista inúmeras possibilidades mágicas na internet.

E esse foi um problema real, em que mais uma vez a ideia de “mundos mistos” (ENGESTRÖM, 2010) fez sentido. Mesclando as nossas possibilidades encontradas no *site Immersive Math* com livros físicos de Álgebra Linear e os interesses dos integrantes do curso, buscamos elaborar as oficinas dentro do contexto que encontramos.

As tarefas propostas foram construídas encontro após encontro a partir do que emergia nas discussões com os alunos e da proposta que tínhamos de discussão pensada. A nossa inspiração e ainda diria mais, nosso “Guia” foi o site *Immersive Math*, que discutiremos na subseção a seguir.

4.5.1 O site *Immersive Math*

“Uma imagem diz mais de mil palavras” é uma expressão comum e, para livros de texto, é frequente que uma figura ou uma ilustração também possam substituir um grande número de palavras. No entanto, acreditamos que uma ilustração interativa pode dizer ainda mais, e é por isso que decidimos construir nosso livro de álgebra linear em torno dessas ilustrações. Acreditamos que esses números tornam mais fácil e mais rápido digerir e aprender álgebra linear (o que também seria o caso de muitos outros livros matemáticos). Além disso, adicionamos mais alguns recursos (por exemplo, janelas pop-up para termos comuns de álgebra linear) ao nosso livro, e acreditamos que esses recursos facilitarão e agilizarão a leitura e o entendimento”

(Jacob Ström, Kalle Åström, Tomas Akenine-Möller)

Quem melhor que os autores para falar dessa obra? Não há! Então trazemos nesse texto inicial uma apresentação sobre o Site, que na verdade é um Livro interativo. Eles destacam o que os movimentam a criar um livro em uma perspectiva bastante particular.

Os convidamos a conhecê-lo: pare essa leitura por alguns instantes e se permita navegar pelo livro, experiencie esse ambiente. Acesse: <http://immersivemath.com/ila/index.html>

Vale ainda ressaltar que eles usaram livros de Álgebra Linear por mais de 20 anos e então resolveram escrever um livro que colaborasse com o ensino e a aprendizagem dos conteúdos. Aliados a isso, a tecnologia de dispositivos móveis e os navegadores possibilitaram que o trabalho fosse desenvolvido. A ideia é iniciar cada capítulo com um exemplo concreto e intuitivo que praticamente mostra como a matemática funciona usando ilustrações interativas. Depois disso, a matemática mais formal é introduzida e os conceitos são generalizados. Chiari (2015) argumenta que, em geral, não há com frequência problemas disparadores em livros-texto de Álgebra Linear, diferente de outras áreas, como o Cálculo, por exemplo. Nesse sentido, iniciativas como a presente no site *Immersive Math* ganham relevância.

O livro teve sua primeira versão lançada em setembro de 2015, a qual contemplava os quatro capítulos iniciais. O capítulo de Transformações Lineares é o nono, lançado dia 20 de março de 2017. Quando essa pesquisa foi desenvolvida com os alunos, esse era o último capítulo lançado, porém ao visitar o *site* descobrimos que o Capítulo 10 tinha sido recém



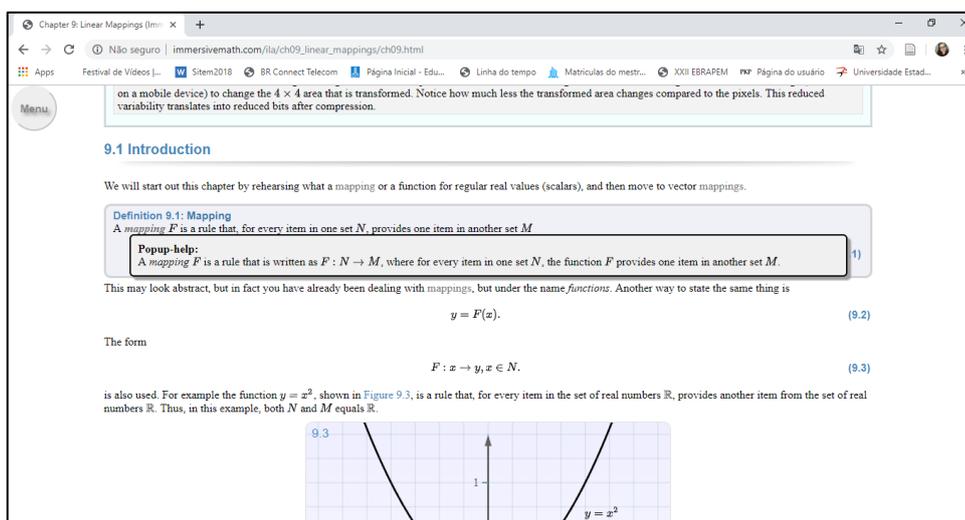
lançado (03/05/2019). O livro continua o seu processo de elaboração e será finalizado com 12 capítulos. Aguardemos...

Com zoom no capítulo de Transformações Lineares, vemos a importância que esse material carrega e como a dinamicidade proporciona experiências particulares, o que nos faz lembrar como diferentes tecnologias podem gerar diversos tipos de conhecimentos.

O que mais nos surpreende nesse material é a maneira como os conteúdos são trazidos, como os autores pensaram nas representações. Nós conseguimos brincar com vetores em um joguinho e os conteúdos vão sendo discutidos a partir de cada movimento que fazemos. Isso é muito diferente de desenharmos no quadro os vetores e falarmos sobre eles. Quando falam de velocidade, é possível “ver” a sua alteração. Características como essas nos inspiraram na construção dos materiais para as oficinas.

Utilizamos o capítulo 9 como livro texto e buscávamos em outros livros alinhar a teorização. A maior dificuldade em utilizá-lo foi a escrita em língua inglesa, porém as ilustrações interativas colaboraram para a compreensão dos conteúdos. Os *pop-up* foram fundamentais, pois permitem que a leitura aconteça sem a necessidade de ficar saindo e voltando para a página que estávamos. Eles geram lembretes que, ao posicionar o *mouse* sobre eles, abrem uma caixinha que lembra a definição do termo.²⁰

Figura 10 – Pop-up no Livro



Fonte: Site Immersive Math

Na Figura 10 trazemos uma ilustração na qual, ao definir o termo TRANSFORMAÇÃO, eles já apresentam um Pop-up com essa definição, então todas as vezes que esse termo aparece

²⁰ Ressaltamos que, embora o livro seja todo na língua Inglesa, isso não impossibilitou que trabalhássemos com ele. Nos momentos em que utilizamo-lo, a professora Cida fazia uma tradução do que estava exposto.

no decorrer do livro, há esse lembrete com a definição. Além disso, o site possui vídeos e animações que possibilitam o leitor visualizar o que está explicado.

4.6 Entre *toques* de telas e corações

“Me senti um celular novo nas mãos daqueles que o possuíam”

Juliana Leal Salmasio

Provavelmente esteja se perguntando qual a relação dessa epígrafe de sessão com o assunto que será abordado aqui. Provavelmente deve estar lembrando de quando comprou seu celular e dos cuidados que teve com ele. Provavelmente não sentirá a profundidade do sentimento expresso, mas será capaz de reconhecê-lo.

Abro espaço para mostrar ao leitor os caminhos traçados durante a produção de dados, ressaltando momentos pontuais do curso desenvolvido com os alunos, como esses encontros foram possíveis e o “resultado” deles. Não farei uma escrita cronológica de encontros, mas sim um levantamento de todos os dados que foram produzidos.

O primeiro encontro do curso foi marcado para treze de março de 2019, uma quarta-feira, às quinze horas e quinze minutos, e vinha carregado de inúmeros sentimentos. Sentia a mão suar, o coração bater mais forte e até mesmo os nervos tremerem, conforme se aproximava esse momento. Tínhamos trinta alunos inscritos, um bom número. Porém, próximo do horário de início alguns me enviaram mensagens no WhatsApp avisando que não fariam mais o curso, pois o horário havia coincidido com o da disciplina de Estágio Supervisionado.

Surtei! Acabou minha pesquisa... (Sim, esse foi o sentimento momentâneo que me invadiu).

Respirei fundo, comuniquei a Cida, que com toda calma do mundo aconselhou que não me preocupasse com isso, que o curso aconteceria com aqueles que estivessem presentes e que isso também é pesquisa. Pesquisar é lidar com imprevistos do caminho, e saber que mesmo que o número seja reduzido, ainda assim é possível prosseguir.

Como o encontro foi marcado no bloco do PPGEducMat, a maioria dos alunos não sabia onde era, o que gerou um pouco de tumulto no início. Alguns alunos chegaram mais cedo e também foram colaborando para localizar os outros. Com alguns por chegar, resolvemos iniciar nossa apresentação e falar um pouco sobre as intenções do curso e também da pesquisa.

Embora os dias do curso já estivessem definidos, preferimos reservar esse primeiro dia para discutir com eles as partes mais burocráticas, bem como apresentar os aplicativos que

usaríamos durante todo o curso e falar das autorizações para produção de dados da pesquisa. Um dos pontos iniciais foram os horários, pois durante as inscrições alguns alunos se mostraram descontentes.

Como uma grande proporção fazia uma disciplina do outro lado da Universidade e ela encerrava no mesmo horário de início do curso, resolvemos fazer uma alteração de quinze minutos no início, definindo assim que os encontros seriam toda segunda e quarta-feira, das quinze e trinta às dezessete e quinze horas, com encerramento previsto para o dia três de abril. Resumidamente, foram sete encontros com a duração de uma hora e quarenta e cinco minutos cada, que contaram com a participação de 22 alunos inscritos no curso e que são Licenciandos em Matemática na UFMS.

Com a intenção de conhecer um pouco mais os integrantes dessa pesquisa, convidamos todos a responder um questionário inicial que continha questões pessoais, mas que também buscava saber quais as expectativas deles com relação ao curso, o que motivou a fazer a inscrição, como eles viam a tecnologia e o que sabiam sobre álgebra linear. Embora o curso tenha sido pensado e articulado como um meio para produzir dados para essa pesquisa, carregávamos conosco a intenção de suprir necessidades dos alunos que se propuseram a produzir conosco, por isso se fez necessário compreender suas demandas e escutá-los.

Vale ressaltar que o curso foi pensado inteiramente utilizando apenas o celular como tecnologia digital que nos proporcionasse suporte para discutir conteúdos matemáticos, bem como para produzir boa parte dos dados da nossa pesquisa. A sala escolhida para realizar o curso foi propositalmente pensada para que não tivéssemos a disponibilidade de computadores, evitando que recorrêssemos a ele em casos de impossibilidades com os celulares, para que tivéssemos que lidar, também, com as limitações que pudessem acontecer. Essa articulação nos permite mostrar possibilidades que o celular nos traz dentro do contexto educacional em que não há disponibilidade de computadores e de laboratórios de informática, mas que tenha em uma turma pequeno número de celulares disponíveis.

Com a intenção de saber como os alunos usam o GeoGebra para estudar matemática, apenas o questionário não era suficiente para que pudéssemos suprir essa inquietação. Então, buscamos aliados em aplicativos que colaborassem com a variedade de dados.

Lembramos que em uma das reuniões do GETECMAT, um doutorando do último ano apresentou os encaminhamentos da pesquisa e procedimentos de produção de dados adotado.

Lançando olhares para os aplicativos *Mobizen*²¹ e *ShareIt*²², que possibilitaram, respectivamente, a aproximação com as discussões dos alunos e o compartilhamento de aplicativos, vídeos e materiais produzidos mesmo sem internet, percebemos que esses aplicativos poderiam ser úteis para a nossa pesquisa.

Inspiradas no trabalho dele, além do *GeoGebra*, aplicativo matemático utilizado para estudar transformações lineares no plano, se fez necessário a instalação de outros, que foram utilizados com a finalidade de auxiliar na produção do material a ser analisado. Criamos uma sala de aula virtual no *Google Classroom*, inicialmente pensada como ambiente de interação para os alunos, porém, ela perdeu essa característica e passou a ser apenas um repositório de materiais utilizados durante o curso. Para gravar os movimentos realizados no celular dos alunos, bem como o áudio das discussões deles, utilizamos o aplicativo *Mobizen*. Para transferência de arquivos, o *ShareIt* nos proporcionou uma excelente parceria. Fizemos uso do gravador de áudio dos nossos celulares, para captar a discussão geral da turma, e um grupo no WhatsApp para comunicação e disponibilização de *applets* no decorrer dos encontros.

Ao pedir que instalassem esses aplicativos tivemos uma surpresa. Dois alunos tinham *iPhone*, e o *Mobizen* não tem versão para esse modelo. Buscamos outros aplicativos com essa funcionalidade, porém não encontramos nenhum gratuito. Além disso, alguns modelos de celular *Android* de versão mais antiga também não são compatíveis com o aplicativo, impossibilitando outra aluna de fazer uso. No entanto, isso não fez com que eles não participassem. O *iPhone* possui um recurso próprio que grava as ações realizadas na tela do celular, porém não grava o som.

Dispusemos os alunos em duplas e pedimos que usassem os dois celulares para gerar os vídeos quando possível, caso contrário, poderiam utilizar apenas um dos celulares com a função ativada. Se fizessem as tarefas individualmente, não teríamos a discussão dos alunos e isso impossibilitaria que compreendêssemos as estratégias utilizadas para resolver a tarefa proposta. Desta forma, realizar os trabalhos em duplas colaborou para que os vídeos das telas dos celulares contemplassem as discussões dos alunos.

Quando estamos sozinhos, o nosso pensamento age com a tela sendo manipulada, mas em grupo, torna-se necessário externalizar ideias, estratégias e associações pensadas em conjunto com essa manipulação, para que o outro possa contribuir para a formalização da ideia.

²¹ Aplicativo utilizado no celular (sistema Android) que possibilita a gravação de da tela do celular e do áudio externo.

²² Aplicativo que faz transferência de arquivos entre dispositivos.

Nesse sentido, ao externalizar algo, o registro feito pelo *Mobizen* se tornava um dado para nossa pesquisa.

Para oficializar a participação dos alunos na pesquisa, entregamos um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido²³, ressaltando a importância de cada um deles na pesquisa e que a participação deveria ser feita de maneira espontânea. Sentimos olhares receosos ao encontro dos nossos olhares, como se tivessem medo de aparecer. Esclarecemos que o termo contemplava uma cláusula que garantia o anonimato de todos os integrantes.

Nessa hora, tentava não demonstrar a minha agonia e desespero pela assinatura de cada um deles, mas inevitavelmente foi percebida. O termo foi apresentado e discutido, deixando aberto para os que tinham interesse e disponibilidade assinarem.

Socializando com eles não apenas a proposta do curso, mas também as ideias centrais dessa pesquisa, ressaltamos que além de olhar para as funcionalidades que o *GeoGebra* para celular nos possibilita, também carregamos o interesse de olhar para os *bugs* que ele apresenta. Como a versão do aplicativo para celular é recente, poderiam aparecer alguns problemas ou até mesmo algo inusitado.

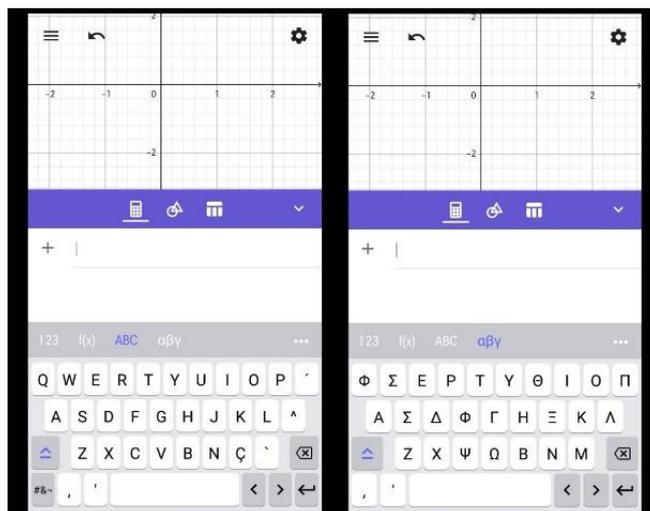
Ao instalar, notaram que faltava algumas letras no teclado, coisa que no nosso celular não aconteceu. Isso possibilitou um movimento muito bacana com a turma e uma interação inicial com a pesquisa. Eles tomaram o cuidado de notificar e também de registrar com *prints* e gravações de telas.

Na Figura 11, trazemos a ilustração sobre o parágrafo anterior. A Luíza nos forneceu as imagens, para mostrarmos que no ícone onde fica disponível o alfabeto, algumas letras, como por exemplo o M, não estavam presente em seu celular, porém ele aparece no local reservado para as letras gregas. Caso deseje sentir o movimento da turma, convidamos a assistir o vídeo²⁴ cedido pela Iris, que relata esse momento.

²³ Apêndice

²⁴ Disponível em: <https://youtu.be/9y4wtM2Dxis>

Figura 11 – Símbolos do teclado do GeoGebra trocados



Fonte: Prints fornecidos pela Luíza

Percebemos que já não se tratava apenas de um curso, mas sim de uma parceria entre cada um de nós. Construimos juntos cada um dos momentos. A angústia inicial de não ter material suficiente, dos alunos não participarem, de perdermos a maioria pelo caminho, foi libertada pela ação de cada um deles e o contato afetivo com a pesquisa em si. Quando falo em afetividade, não me refiro ao momento de carinho explícito, mas sim do cuidado e dedicação demonstrado por eles com a pesquisa.

Combinamos que ao término de cada um dos encontros eles disponibilizariam os vídeos por meio do *ShereIt* e/ou por cabo USB para o meu computador. A maioria deles preferiu ainda colocar os vídeos no *Google Drive* e mandar o *link* de acesso.

Para que fosse possível identificar a quem, ou ainda, a qual dupla pertencia o vídeo, pedimos que ao ativar o *Mobizen* no início do encontro, falassem o nome da dupla e a data. A maioria ainda enunciava o número do encontro, o que facilitou muito durante a organização do material. Por vezes, nessa ação, percebemos os sorrisos envergonhados ao gravarem a própria voz, mas que aos poucos se tornou uma ação espontânea e até divertida.

Como fruto dos sete encontros com os alunos, o grupo produziu 82 vídeos de aproximadamente 1h e 20 min cada, que registraram a discussão da dupla e as ações realizadas no celular, mas também pudemos registrar o contato entre duplas, que nos faz pensar a ação da comunidade dentro do contexto, do ponto de vista da Teoria da Atividade.

Nos vídeos o nosso contato com os alunos aparece muito frequente, tentando fazer com que eles refletissem sobre suas ações, principalmente sobre como a tecnologia digital alterou o contexto das ações com a tarefa matemática.

Temos que os alunos devem ser trazidos nessa pesquisa não apenas como sujeitos que participaram do curso que gerou o material de análise, mas sim como sujeitos que produziram, de fato, essa pesquisa. Percebendo que as ações desenvolvidas tornavam a produção dos dados uma corrente, em que todos estavam produzindo, buscando sempre olhar para além da tarefa proposta, que se preocupavam em estarem presentes em todos os encontros, em problematizar as situações que emergiam com o aplicativo, que chegavam mais cedo para entregar o vídeo do encontro anterior e que lançaram amor por essa pesquisa, deixá-los anônimos seria, no mínimo, falta de gratidão nossa.

Como recebemos um *feedback* de alguns alunos comentando sobre o desejo de ter o nome revelado e levando em consideração todas as observações anteriormente descritas, resolvemos mandar uma mensagem via *WhatsApp* para eles, comunicando que, se desejassem, poderíamos criar um novo Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para dar-lhes essa opção.

Figura 12 – Representação das respostas recebidas dos alunos



Fonte – A autora

Na Figura 12, criamos uma ilustração que apresenta a mensagem enviada para os alunos na tela do celular e os onze balões são os *feedback* (na íntegra). A ideia central da imagem é mostrar a presença dos alunos em cada um dos momentos da produção de dados e, além disso, firmar a dedicação e preocupação de cada um com o sucesso da pesquisa.

O novo Termo de Consentimento Livre e Esclarecido contemplava a opção do anonimato ou não, deixando-os livres para escolher. Todos marcaram a alternativa em que a identidade fosse revelada. Desta forma, será utilizado para esta pesquisa o verdadeiro nome de cada aluno.

Como dados desta pesquisa, contamos ainda com a colaboração do diário de observador do Victor²⁵, que acompanhou o curso e fez anotações sobre momentos que chamaram a sua atenção dentro do contexto do grupo, bem como reflexões da Cida compartilhadas via *WhatsApp* ao término de cada dia.

O material produzido por esses compartilhamentos entre nós duas apresenta um despertar sutil do nosso entrosamento enquanto orientadora e orientada, pois ao mesmo tempo em que veem carregado de MATERIAL DE ANÁLISE, também soa a leveza da gratidão de mais um dia de parceria e aprendizado.

Em síntese, os dados a serem analisados nessa pesquisa são: questionário inicial, gravações de áudio e vídeo, diários dos observadores, diário da pesquisadora²⁶, materiais escritos dos alunos e o questionário final.

O questionário final foi deixado para que os alunos respondessem após o encerramento do curso, pois a intenção era saber de maneira geral qual foi a impressão dos alunos sobre os encontros, nossa postura enquanto ministrantes e o que, para eles, era necessário ser repensado para um novo curso. Como todos estavam envolvidos com a pesquisa, obtivemos respostas que nos possibilitam realmente refletir sobre a nossa prática. Eles se preocuparam mais uma vez em ressaltar não apenas pontos positivos, mas serem críticos, pontuando o que para eles deixou a desejar.

Não posso encerrar essa sessão sem antes falar sobre o último encontro presencial com os alunos. A Cida realizou o fechamento do curso lembrando o que foi trabalhado em cada um dos encontros e finalizando com um Teorema que nos diz que uma transformação pode ser escrita na forma matricial se, e somente se, for linear. Em seguida, abrimos para ouvi-los. Eles falaram sobre as dificuldades que encontraram, principalmente os que não cursaram álgebra linear, sobre como foi interessante refletir sobre o uso do celular para o processo de ensino e de aprendizagem e que conseguiram suprir ao menos as expectativas de explorar o *GeoGebra*.

²⁵ Chamamos de Diário do Observador as anotações realizadas pelo colega de orientação que acompanhou a minha produção de dados. Nesse diário, estão listados alguns acontecimentos do curso, temas que foram abordados e pontos que ficaram marcantes dos grupos.

²⁶ Chamamos de Diário da Pesquisadora anotações feitas por mim sobre cada um dos encontros.

Neste momento, eu já sentia um nó na garganta, imaginando que em breve seria necessário fazer uma fala de agradecimento. Me sentia contemplada com os agradecimentos proferidos pela Cida, que me perguntou se eu desejava acrescentar algo.

Com todas as atenções voltadas para mim, tentei agradecer, porém não conseguia externalizar o que eu sentia naquele momento. Era mescla de sentimentos: gratidão, realização, e saudade... Senti uma alegria contagiante por ver tanta gente preocupada com a "minha pesquisa" ao mesmo tempo em que achei que estava "sozinha". Agradei, com lágrimas nos olhos, pela parceria de cada um, pela dedicação com os dados produzidos e pela preocupação exposta em cada ação deles. A maior satisfação foi ver o sorriso deles agradecendo pela oportunidade de marcarem a minha história e principalmente essa dissertação.

Figura 13 – Colaboradores da pesquisa



Fonte – A autora

Na foto acima (Figura 13), apresento os alunos do curso, aqueles que colaboraram para essa pesquisa. Diria ainda, que são **aqueles que fizeram me sentir celular novo em mãos cuidadosas.**

4.7 Caminhos para a Análise de Dados

Que bom que você chegou até aqui! Espero que tenha conseguido sentir cada passo que demos. Agora é hora de olhar para o todo e pensar o que nós queremos com tudo isso. Se nos permitem, diríamos que a vontade era a de analisar tudo, todos e cada segundo com esse grupo, pois é muito difícil ter que escolher entre eles aqueles que seriam considerados como sujeitos para análise de dados.

Queremos primeiramente esclarecer que as escolhas que fizemos, vão muito além do que foi produzido pelos alunos. Estamos a todo momento tentando alinhar escolhas fundamentadas nas ideias de Engeström dentro da perspectiva histórico-cultural da Teoria da Atividade. Buscamos escolher excertos que nos permitissem discutir, com a lente teórica já apresentada, o processo de desenvolvimento de tarefas de transformações lineares por alunos de licenciatura em matemática ao utilizarem o GeoGebra mobile

Buscando compreender como os alunos utilizam o celular para resolver tarefas matemáticas, olharemos, então, para um grupo do curso que teve um caminhar frequente, pois um sistema de atividade toma forma e se transforma ao longo do tempo, ou seja, devemos levar em consideração a historicidade dos sujeitos no contexto em que as tarefas estão sendo propostas (ENGESTRÖM, 2001).

No diário busquei elencar alguns *insights* que me surgiram durante discussões dos alunos. Fui percebendo dilemas e tensões, que são elementos que possibilitam que um sistema de atividade se movimente. Além disso, as observações relatadas pela Cida apresentam ganchos que nos levam a pensar sobre elementos da TA que viabilizam compreender aprendizagem dos alunos. Consideraremos aqui, também, as notas de observador feitas pelo Victor ao acompanhar o processo do curso.

O que mais nos surpreende ao olhar para o que idealizamos é perceber como outras coisas emergem durante o trabalho com os alunos e com recursos tecnológicos. Os alunos nos surpreendem, os artefatos nos possibilitam um aprender com ele e nesse emaranhado de ideias a teoria vem como uma *tela de celular aberta em sua câmera* que consegue *focar* em determinado item e *desfocando* os outros em um *toque*, dando-nos uma “visão límpida”.

5 “TROCANDO MENSAGEM” E PRODUZINDO REFLEXÕES

Os caminhos escolhidos para a análise dos dados podem não ser os mais formais, porém, acreditamos que ao discutir potencialidades e especificidades do uso do celular, podemos também utilizar recursos e relacioná-los com a estrutura da escrita. Apresento, neste capítulo, um diálogo entre duas Julianas, ou seja, duas “eu”. Uma que está construindo o material da dissertação, que é a atual, e outra que entrou no mestrado, com muitas dúvidas, medos e incertezas.

Busco, nesse diálogo, uma conversa sobre a dissertação, na tentativa de retomar minhas dúvidas iniciais e construir um relato implícito de um avanço no processo de se tornar mestre.

5.1 UMA CONVERSA, UM PENSAMENTO ou UMA IMAGINAÇÃO?

- Já parou para pensar como as coisas acontecem no mundo atual?

- Em qual sentido você está falando Juh?

- Me refiro mais especificamente ao comportamento das pessoas ao utilizarem tecnologias digitais. Você já reparou como as pessoas ficam o tempo todo concentradas no celular? Ele não sai da nossa mão. Nós dormimos e acordamos com ele...

- Ah Juh, é o mundo digital... Século XXI baby.

- Sim, eu sei disso...

- Mas porque você está com esses papinhos então? Você anda muito estranha. Deve estar estudando demais.

- Hahaah engraçadinha. Tudo bem que estamos em um momento que vivemos em redes, mundo digital. Diria ainda mais, estamos com o mundo na palma das nossas mãos. Em apenas um toque nós podemos estar (virtualmente) onde quisermos. Mas o Engeström me disse lá no capítulo 2 da minha dissertação que o mundo digital não deve ser considerado como mundo fechado e muitas vezes nós nos fechamos nele.

- Calma, Juh! Respira... Ele só está querendo dizer que precisamos compreender que a convergência desses mundos, virtual e presencial, é necessária. E não apenas necessária, ela é fundamental. Precisamos interagir com o outro, temos necessidades que o mundo virtual não supre...

- Acho que agora você entrou no espírito dos meus questionamentos. Isso mesmo, quando estamos conectados não deixamos de estar no mundo real, mas conseguimos sim nos

desconectar dele, ou você nunca reparou que quando está utilizando seu celular nem sequer ouve o som externo?

- Isso é verdade e muito estranho. Juh, como é essa relação de mundos na sala de aula? Você é professora, mesmo que não esteja atuando, tem colegas que atuam e como eles discutem essas coisas?

- Sabe, tenho muitos colegas que atuam na sala de aula e a maioria deles ignora essa realidade que você praticamente gritou na minha cara: “SÉCULO XXI”. Mas tem um amigo, em especial, que utiliza com os alunos dele o celular sempre que possível. Cria tarefas matemáticas e as propõem para os alunos nessa vertente.

- Nossa que legal! Juh sei que a sua pesquisa também é sobre sala de aula e uso de tecnologias e também sei que você está aqui conversando comigo (ou melhor com você) porque está aflita demais com os dados que você tem. Mas por que você não me conta um pouco como você vê essa realidade...

- Eu tentei fugir desse assunto, sua danadinha... kkk. Mas, sobre o que exatamente você quer falar?

- Como você pensa a articulação entre a Educação Matemática, Tecnologia Digital e a aprendizagem dos alunos?

- Ainda bem que você é minha amiga, neh?! Posso te contar isso de um jeito diferente?

- Qual é esse jeito diferente?

- Como você mesma disse, minha pesquisa é voltada para o uso do celular para estudar transformações lineares com alunos do ensino superior... Então, a minha pesquisa caminha pelo viés da Teoria da Atividade para análise dos dados...

- Tá bom Juh, mas qual é o jeito diferente que você falou que vai me contar isso?

- Você também não espera eu terminar de falar, né?! Nervosa! Kkk. Eu ia te falar que montei um grupo no WhatsApp para discutir como os alunos desenvolvem tarefas de Álgebra Linear com o GeoGebra no celular e a partir dessas discussões e com a teoria da atividade pude investigar o processo de desenvolvimento de tarefas de transformações lineares pelos alunos.

- Eu tô falando que você está ficando doida! Mas quem faz parte desse Grupo? Como foi essa discussão? O que aconteceu? Fiquei curiosa agora.

- Então, montei um grupo no *WhatsApp* com o meu referencial teórico.

- OIIIIII?

- Por que o espanto?

- Você acabou de me dizer que criou um grupo no WhatsApp com seu referencial teórico e quer que eu ache isso normal?

- SECULO XXI, baby! Kkkkk
- Engraçadinha! Me conta como foi isso...
- “Convidei” os autores para analisarem comigo o material produzido pelos alunos e junto conosco, minha orientadora.
- E a quais conclusões vocês chegaram?
- Vou te mostrar a conversa... Senta aqui comigo.

~ . ~

Nome do Grupo: Analisando Dados da Pesquisa da Ju

JU

Olá pessoal! Criei esse grupo para que vocês me ajudem a analisar os dados da minha pesquisa de mestrado. Topam?

ENGESTRÖM

Oi, Juliana, claro!

SOUTO

Olá, Jú, posso ajudar sim.

DANIELS

Oii pessoal, posso colaborar.

CIDA

Ótima ideia Ju! Ninguém melhor que os seus referenciais para te ajudarem a discutir e analisar o processo de aprendizagem dos alunos.

JU

Aaaaaah, que bom que toparam... Eu fico muito feliz de poder contar com a ajuda de vcs.

DANIELS

Haha. Então comece nos falando, qual é sua questão de pesquisa e quais são seus objetivos com ela?

JU (RESPONDENDO O DANIELS)

Nossa questão de pesquisa é como um grupo de licenciandos em matemática da UFMS desenvolvem tarefas de Álgebra Linear com o GeoGebra no celular? E trazemos como objetivo investigar o processo de desenvolvimento de tarefas de transformações lineares por alunos de licenciatura em matemática ao utilizar o GeoGebra mobile.

SOUTO

Ju e Cida, compartilhem conosco como pensaram o curso também e talvez, vocês possam vir apresentando para nós, uma estrutura de sistema de atividade que englobe a ideia inicial de vocês ao pensarem no curso...

ENGESTRÖM

Souto tem razão! Compartilha conosco as ideias, para que possamos olhar a sua questão e objetivo e ver se é possível atendê-los. Daniels o que você acha?

DANIELS

Engeström, olhando para o que foi apresentado, acredito que a teoria da atividade irá se alinhar com a proposta, pois conseguiremos fazer uma análise sobre como esses alunos desenvolveram suas tarefas com o uso do smartphone, mas precisamos saber mais.

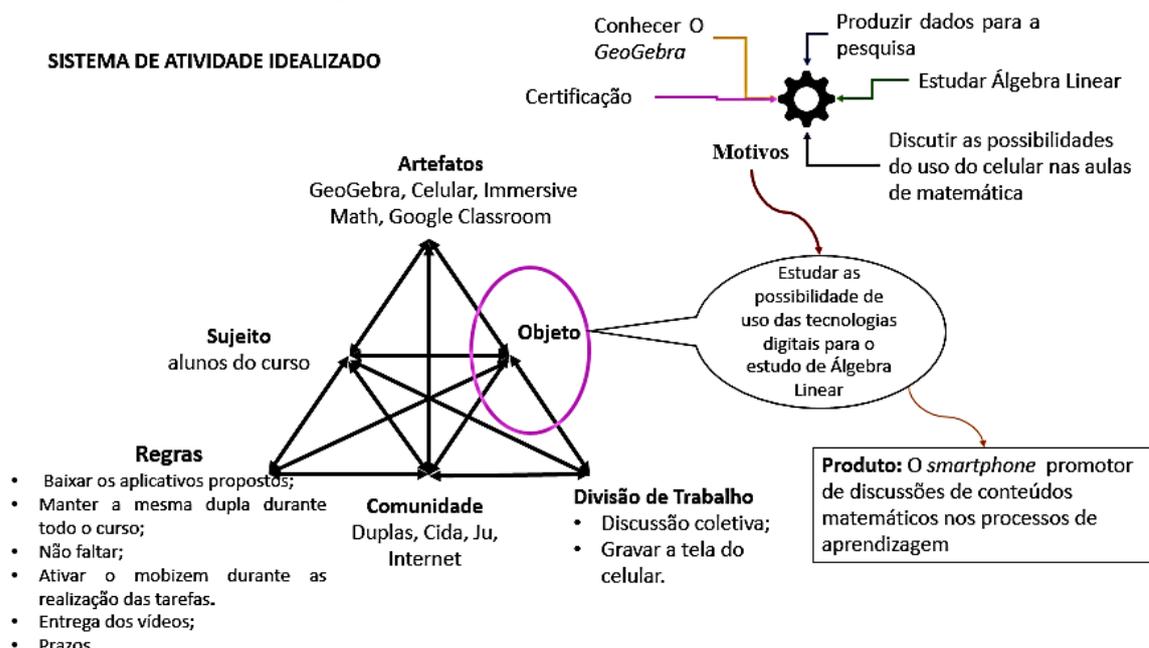
CIDA

Ótimo. Souto, acho que assim será bem mais fácil. Falando brevemente sobre o nosso curso, propusemos um Projeto de Ensino de Graduação com o objetivo de estudar transformações lineares com o uso do aplicativo GeoGebra no celular. Convidamos alunos do curso de licenciatura em matemática da UFMS para participar. Foram 22 alunos participantes dos nossos 7 encontros.

JU

Obrigada, Cida, por ir falando sobre o curso... estava lendo as mensagens de vocês e criei um primeiro sistema de atividade, com foco no que planejamos para o curso... Esse primeiro sistema pode ser chamado de idealizado²⁷. Pensei algumas coisas aqui e me corrijam se eu estiver errada...

Figura 14 - Sistema de Atividade idealizado



Fonte: A autora

²⁷ Inspirado em Cunha (2018)

ENGESTRÖM

Esse sistema de atividade representa como idealizaram o curso e como pensaram que as coisas iriam acontecer e o que estaria em cada nó representando a ação de desenvolvimento do curso, certo?

JU

Isso. Aqueles motivos são trazidos pensando o que estaria mobilizando os alunos a fazer o nosso curso e também o que nos impulsionava a oferecê-lo. A partir deles o objeto do sistema de atividade foi construído: “Estudar as possibilidades de uso das tecnologias digitais para o ensino de Álgebra Linear”, pois assim como você (Engeström) diz que o objeto é aquele que dá significado à atividade humana.

SOUTO

Certo, Ju. Perceba que, assim como eu trago no livro “Transformações Expansivas na produção matemática on-line” de 2014, e em concordância com Engeström (2001), o objeto pode ser determinado por meio dos motivos e esses motivos podem ser reconhecidos quando acontece a negociação e discussão dos objetivos do curso. Então...

ENGESTRÖM

Então, Ju, o que a Souto está dizendo é que olhando para os motivos que você nos apresenta, podemos perceber que o objeto do sistema de atividade está condizente.

DANIELS

Pensando na fala do Engeström, vemos como sujeito os alunos do curso, o que te faz pensar que isso está certo?

JU

Bom Daniels, penso sempre no que o Engeström diz no Artigo de 2001, o sujeito é aquele que tem *Agency* sobre a atividade. Logo, nesse caso, quem tem poder de ação são os alunos.

DANIELS

Muito bem! É isso mesmo! Mas perceba que eles também são colocados como comunidade. E como vocês explica essa dupla função dos alunos?

JU

É que ao mesmo tempo em que os alunos são sujeitos ativos, eles podem atuar como comunidade se pensarmos na relação entre uma dupla e outra, ou até mesmo entre dois sujeitos.

SOUTO

Sim, ju!

ENGESTRÖM

Daniels está te questionando para que possa explicar e esclarecer como vê essa relação da teoria da atividade e como o sistema se movimenta, pois fiz a proposta do sistema de atividade com essa estrutura triangular, baseada na mediação do Vygotsky, mas de maneira alguma ela deve ser pensada como enrijecida. Ela se movimenta, se altera, e um nó sempre está mediando a relação entre os outros e é graças a isso que podemos perceber a evolução do sistema.

JU

Eu entendo Engeström, e é muito bom esses questionamentos que estão me fazendo. Penso que a representação triangular parece muito dura e sem movimento, mas vou tentar fazer com que ele seja percebido.

DANIELS

Isso mesmo Ju, o Engeström está certo. Perceba que no sistema de atividade idealizado, a comunidade é apresentada como você, as duplas, a Cida e a internet, pois, a qualquer momento, as intervenções realizadas poderiam apresentar ganchos para que uma tensão fosse suprida e a partir disso ocorrer uma transformação no sistema, mas poderá aparecer outros itens como comunidade. Só saberemos mais para frente quando estivermos analisando os grupos...

JU (RESPONDENDO DANIELS)

Aqui, estou apresentando o Sistema de Atividade que idealizamos e depois trarei o sistema de atividade inicial do grupo e então poderemos comparar as alterações sofridas. A internet está sendo pensada como um local em que os sujeitos possivelmente poderiam estar buscando ajuda para suprir alguma dúvida e/ou inquietação, ou seja, ela faria o papel de “dar ganchos” para os alunos avançarem. Digo isso pensando em Souto e Borba (2016) quando reestruturam uma quarta geração da Teoria, pensando na antropofornização das mídias.

SOUTO (RESPONDENDO ENGESTROM)

Como já discutimos sobre a comunidade, vamos pensar agora no artefato. Vcs apresentam como artefatos: *GeoGebra*, *Celular*, *Immersive Math* e *Google Classroom*. O que estão compreendendo por ARTEFATO?

JU

Sim! Eles são os instrumentos e signos que articulamos e que poderão colaborar para que essa atividade seja realizada.

CIDA

Oi, pessoal, fiquei por um tempo ausente e acho que discutiram bastante coisa já, mas ainda faltam regras e organização do trabalho. Desta forma, como sempre venho discutindo com a Ju, com o apoio dos textos de vocês, as regras fazem a mediação na relação entre o sujeito e a comunidade e é através dessa negociação que emerge a

divisão do trabalho. Então, entendemos que possíveis regras são: baixar os aplicativos propostos, manter a mesma dupla, não faltar, ativar o *mobizem* durante a realização das tarefas, entregar os vídeos e prazos.

JU

E essas regras que a Cida colocou nos fizeram pensar que uma possível organização do trabalho seria: gravar a tela e discussão coletiva.

SOUTO

Ju e Cida, vocês estão no caminho, mas não devem ficar preocupadas em evidenciar todos os elementos, acredito que nem sempre todos ficam evidentes da mesma forma, por mais que eles existam. Há muitas coisas que ficam implícitas e, à medida que a análise de dados avançar, eles podem vir à tona com mais clareza. Porém, é importantíssimo destacar o maior número possível de elementos do sistema de atividade. Fiquem atentas.

ENGESTRÖM

Como a Souto disse, os elementos vão aparecendo no andamento da atividade e a partir disso podemos verificar se está acontecendo ou não a aprendizagem dos alunos e, mais importante, como esse processo se dá. Ju, as regras serão sempre o ponto de partida para que os sujeitos possam negociar as responsabilidades e, a partir delas, eles organizam o trabalho.

JU

Bem melhor agora...

SOUTO

Na verdade, em cada momento da atividade temos que ter um Sistema bem definido, com a identificação da maior quantidade de tópicos possíveis em cada elemento, para que, na medida em que o Sistema for se desenvolvendo, novos elementos que eventualmente surjam possam dar indicativos de como a aprendizagem está ocorrendo.

CIDA

Muito esclarecedor...

DANIELS

Tendo conhecido a proposta de vocês, ou seja, os objetivos, como idealizaram o curso, e esse primeiro sistema de atividade, poderíamos começar a olhar para os alunos... como eles desenvolveram as tarefas propostas...

ENGESTRÖM

Isso mesmo Daniels. Ju, já escolheu como pretende analisar os dados? Quem serão os sujeitos? Analisará todas as duplas?

CIDA

A Ju não contou para vocês, mas temos 88 vídeos do curso de aproximadamente 1h30min cada um... Não vai dar pra olhar tudo isso!
Kkk

SOUTO



DANIELS



ENGESTRÖM



JU



Cida, você quase enfarta nosso referencial kkkk. Fiquem tranquilos, eu já escolhi o grupo e foi pensando no que o Engeström (2001) chama de terceiro princípio da Teoria da Atividade....

ENGESTRÖM



Historicidade...

JU

Isso mesmo, Engeström, pois só podemos compreender os potenciais e os problemas de um sistema de atividade a partir da sua própria história! Esse grupo que escolhi tem registros que me permitem olhar com mais profundidade a questão da historicidade, pois além de estarem presentes no curso, apresentam uma construção mais profunda de discussões. Eles não se limitam a discutir o que foi pedido, buscam outros conteúdos. Além disso, esses alunos foram os mais frequentes no curso.

~ . ~

- “Peraí” um pouquinho...

- O que foi?

- Quando vocês idealizaram o curso, já tinham em mente quem eram os alunos?

- Nós não os conhecíamos, mas sabíamos mais ou menos qual era o perfil, ou seja, alunos de licenciatura em matemática da UFMS.

- Mas esse sistema idealizado que vocês discutiram aí no grupo foi baseado apenas nessa informação?

- Também, mas não apenas nela. Nos baseamos, além disso, nos processos e recursos que adotaríamos para o curso e como nós achávamos que as coisas iriam caminhar.

- Entendi. Mas deixa eu adivinhar... não aconteceu como idealizaram, né?

- Algumas coisas não saíram como previsto e você perceberá isso quando eu te mostrar a continuidade das conversas do grupo. Apresentamos para os referenciais o Sistema de atividade Inicial do grupo de alunos que escolhemos para analisar.

- E há diferença?

- Sim... Para que você não tenha que ler toda a conversa, vou explicar umas coisas antes de continuarmos...

- Ok! Vamos lá.

- Vou te falar primeiramente sobre quem são os alunos e o perfil deles.

- Dos 24 alunos?

- Não, dos integrantes do grupo que analisamos. Nem sempre todos aparecerão, mas os apresentarei aqui, assim como apresentei para o meu referencial teórico. Todos eles são da turma integral do curso de Licenciatura em Matemática. Então temos:

A Iris tem entre 36 – 40 anos, está no último semestre do curso;

Matheus, têm entre 24 – 30 anos, está no último semestre.

- Por que você os escolheu?

- Está relacionado com as últimas mensagens que eu te mostrei do grupo. Esses alunos foram os mais frequentes no curso e Engeström sempre firma que um sistema de atividade só pode ser compreendido por meio das suas próprias histórias, então percebemos que teríamos mais elementos para falar deles por essa consistência na participação e com a intensidade com a qual vivenciaram o curso.

- Verdade, eu já estava me esquecendo disso. Você estava começando a me falar sobre o Sistema de Atividade Inicial desse pessoal que apresentou, então vamos continuar? Estou curiosa.

- Vamos sim!

- Ju, podemos começar pelo motivo? Ele sempre me gera dúvidas... É confuso para mim.

- Te entendo... rrsrs. O Objeto de um sistema de atividade pode ser notado a partir dos motivos que circundam a atividade. Diria ainda que podemos reconhecer um objeto a partir dos motivos que são apresentados pelos sujeitos que estão em atividade.

- Humm... vamos caminhando, acho que aos poucos as coisas ficarão mais tranquilas...

(Silêncio) Um tempo depois...

- Ah, mas o sistema que você apresentou é o idealizado. Nesse caso, temos que pensar se

você e Cida também não apareceriam como sujeitos! Vocês têm poder de ação no curso como um todo, não?

- É algo a se pensar. Considerando que nós formulamos o curso, e temos nossos motivos explícitos nele, talvez realmente sejamos sujeitos naquele sistema... Será?

- Ai Ju, não sei! Fiquei com essa dúvida, talvez seria legal pensar um pouco sobre isso depois.

- Sim! Você me deixou bem pensativa.

- Mas vamos continuar. Me fala sobre o curso.

- Está bem! No primeiro dia do curso, nós deixamos tempo reservado para conhecer os alunos, apresentar para eles os aplicativos, falar sobre a nossa proposta e fazer os encaminhamentos iniciais... Inclusive, entregamos a eles um questionário impresso, para sabermos quais eram as intenções com o curso, o que sabiam sobre Álgebra Linear... e uma das questões que colocamos foram as expectativas com o curso e o que os levou a se inscreverem.

- Então, a partir desse questionário é possível ter uma ideia sobre os motivos?

- Isso. Vou te mostrar o que os alunos responderam.

Iris: Aprender a utilizar o Software com perspectivas diferentes da geometria tradicional, utilizar o GeoGebra com mais facilidade; ampliar os recursos de estudo/ensino; criar possibilidades de exemplificar conteúdos abstratos aos meus futuros alunos.

Matheus: lembrar alguns conceitos de Álgebra Linear; uso do celular para aprender e ensinar matemática, aprender e dominar o GeoGebra mobile.

- Ju, achei interessante que eles estão com foco nos aplicativos.

- Sim! Podemos elencar os motivos como: Aprender a utilizar o *GeoGebra* para aprender matemática; conhecer os recursos do *GeoGebra*; usar o celular no estudo de matemática; relacionar a Álgebra com o uso de aplicativo no celular.

- Esses formam uma generalização das respostas dadas pelos alunos. Estou certa?

- Isso. Agora vou continuar te mostrando as conversas do WhatsApp. Acho que adiantamos uma boa parte com nosso papinho...

- Vamos lá!

~ . ~

JU

Como eu estava dizendo, no primeiro dia do curso, reservamos para conhecer os alunos, o que foi muito interessante. Nós explicamos que a proposta do curso era

discutir um pouco sobre Álgebra Linear com o uso de Tecnologias Digitais. Porém, nos interessávamos também em conversar sobre as demandas deles, o que fazia com que eles estivessem ali, participando do curso.

SOUTO

E como vocês realizaram essa primeira conversa?

JU

Iniciamos apresentando a proposta do curso e os aplicativos que precisaríamos que eles tivessem no celular. E por fim, no primeiro dia, solicitamos que eles respondessem um questionário inicial que levamos impresso. Vou mandar uma foto dele aqui para vocês.

Figura 15 - Questionário Inicial

Serviço Público Federal
Ministério Da Educação
Fundação Universidade Federal Do Mato Grosso Do Sul
Campo Grande, 13 de março de 2019

QUESTIONÁRIO INICIAL

1. Nome: _____

2. Faixa Etária:
 < 18 anos
 18 a 23 anos
 24 a 30 anos
 31 a 35 anos
 36 a 40 anos
 40 a 50 anos
 > 50 anos

3. Ano de ingresso na Graduação: _____

4. Turno:
 Integral
 Noturno

5. O que te levou a se inscrever no Curso "O uso do GeoGebra Mobile para o estudo de transformações lineares"?

6. Quais são as expectativas para esse curso? O que espera dele?

7. Quais suas experiências em relação ao uso de Tecnologias Digitais na Educação Matemática?

8. Pensando um pouco sobre o uso do celular no seu cotidiano, quais funcionalidades são indispensáveis? Já utilizou o celular para estudar conteúdos matemáticos, seja por meio de aplicativos ou com pesquisa na internet? Se sim, comente essa experiência.

9. Comente brevemente o que você sabe e/ou imagina que seja TRANSFORMAÇÃO LINEAR.

Agradecemos a sua participação!

Fonte: Dados da Pesquisa

DANIELS

Esse questionário proporcionou conhecerem os alunos e seus interesses iniciais, isso é muito importante. Mas o que mudou para vocês saberem o que os alunos tinham como intenção?

CIDA

Nós nos colocamos a pensar sobre os encaminhamentos dos próximos dias do curso e eles foram planejados a partir do que os alunos nos disseram, ou melhor escreveram. Reestruturamos a nossa proposta, pensamos as atividades e organizamos os dias dos cursos, na tentativa de suprir as expectativas dos alunos e as nossas.

SOUTO

Legal, o Sistema de Atividade dos alunos influenciando no Sistema de Atividade idealizado por vocês.

JU

Então, além disso, pedimos para que eles organizassem as duplas e que de preferência sentassem juntos todos os encontros e baixassem os aplicativos *GeoGebra* e *Mobizen*. Eles não tiveram muitas dificuldades, porém, tivemos um problema inicial. O *Mobizen* não é compatível com o sistema *IOS*, ou seja, os alunos que tinham *Iphone* não conseguiram baixar e acabaram resolvendo as atividades sem gravar as telas.

ENGESTRÖM

E como vocês lideram com essa situação?

JU

Em um momento inicial, ficamos um pouco tensas, pois não tínhamos pensando nessa ocorrência. Porém, os alunos acabaram sentando em duplas em que ao menos um conseguia gravar a tela do celular, mas, sentimos que esses alunos ficaram um pouco chateados com a situação.

SOUTO

Isso serve de aprendizado para próximas edições de cursos que vocês venham a ministrar, sempre pensar em todas as ocorrências possíveis. Claro, nós entendemos que muitas vezes não há como prever tudo, mas temos que fazer o máximo. Teria sido uma contradição interna que pode ter gerado certa estagnação no Sistema?

JU

Souto, penso que poderíamos dizer que foi uma contradição interna entre dois elementos do sistema, que ao invés de possibilitar a evolução do sistema de atividade, fez com que ele não fluísse. Contradição entre artefato e sujeito.

Durante esse primeiro encontro com os alunos, tanto nas respostas dos questionários, quanto em conversa com eles, percebemos que as intenções (motivos) estavam direcionadas para o uso do *GeoGebra*, *smartphone*, pensando na aprendizagem da matemática. Eu vou mandar foto para vocês.

Figura 16 - Resposta dos alunos ao questionário inicial

5. O que te levou a se inscrever no Curso "O uso do GeoGebra Mobile para o estudo de transformações lineares"?

aprender a utilizar o software com perspectivas diferentes da geometria tradicional

6. Quais são as expectativas para esse curso? O que espera dele?

- Utilizar a geometria com mais facilidade
- Ampliar os recursos de estudo / ensino
- Outras possibilidades de exemplificar conteúdos abstratos ao meu futuro aluno

5. O que te levou a se inscrever no Curso "O uso do GeoGebra Mobile para o estudo de transformações lineares"?

Como cursar a matéria de Álgebra Linear, já um bom tempo atrás, um dos meus objetivos é relembrar alguns conceitos. Também interesse também em desenvolver o uso do celular para aprender e ensinar matemática.

6. Quais são as expectativas para esse curso? O que espera dele?

Relembrar alguns conceitos de Álgebra Linear e aprender a desenvolver mais o GeoGebra Mobile.

Fonte: Dados da Pesquisa

ENGESTROM

Quando colocado os interesses dos alunos e a partir das interpretações e conversas direcionadas, vale lembrar o que eu e a Annalise Sannino escrevemos em 2010, que “os motivos não podem ser ensinados, eles só podem ser nutridos desenvolvendo “o conteúdo das reais relações vitais” dos aprendizes”. Desta forma, os interesses dos alunos ao desenvolverem a atividade podem ser compreendidos como vestígios iniciais dos motivos do sistema de atividade que envolve essa ação.

JU

Eu elencaria, a partir dessas apresentações, os seguintes motivos: conhecer os recursos do *GeoGebra*; usar o celular no estudo de matemática; relacionar a Álgebra com o uso de aplicativo no celular.

CIDA

Eu estava pensando mais ou menos nessa mesma linha. Acredito que esses podem ser considerados motivos que envolvem um sistema de atividade inicial dessa dupla.

SOUTO

Engeström defende e eu ressalto na minha tese (2014, p. 24) que “o objeto, em geral, é compartilhado por todos os sujeitos e refere-se à matéria-prima ou espaço-problema para o qual a atividade é dirigida”.

JU

Podemos definir, então, que o objeto desse sistema de atividade inicial é: Aprender a utilizar o *GeoGebra* para estudar conteúdos matemáticos?

DANIELS

Acredito que todos esses movimentos podem nos levar a essa generalização. Mas lembrem-se de que “as ações orientadas por ele [objeto] são caracterizadas por ambiguidades, surpresas, instabilidade e potencial para mudança” (Daniels, 2011, p.170).

SOUTO

Então, podemos dizer que já temos alguns elementos do sistema de atividade elencados. Sujeitos: Iris e Matheus e Objeto: Aprender a utilizar o *GeoGebra* para estudar conteúdos matemáticos. Nos mostre mais dados, para que possamos continuar. Pode contar sobre a primeira tarefa proposta, acredito que nesse momento conseguiremos identificar outros elementos do sistema de atividade inicial.

JU

Nosso primeiro encontro foi finalizado com a proposta de exploração do *GeoGebra*. Após terem baixado, dedicamos um tempo a essa conversa, mostramos as abas, os recursos. Foi mais uma apresentação do aplicativo.

CIDA

Ocorreu nesse momento um fato curioso. Quando estávamos falando sobre a necessidade de trazermos *applets* com as construções já prontas no *GeoGebra*, nos referimos sobre a dificuldade e o tempo necessário para inserir uma matriz, pois na linguagem do aplicativo seria necessário escrever $M = \{(m1, m2), (m3, m4)\}$, para que “ele compreendesse” que queríamos uma matriz. Porém, ao acaso, nesse momento os alunos foram procurar o “M” e ele não estava na aba que deveria estar, em alguns celulares. Isso gerou uma discussão inicial sobre os problemas que podemos nos deparar ao utilizarmos uma determinada TD.

JU

Tem o vídeo Cida, a Iris gravou. Vou mandar aqui um fragmento dele. Está nesse link: <https://youtu.be/9y4wtM2Dxis>

ENGSTRÖM



DANIELS



SOUTO

Muito legal, meninas. Isso é a TD influenciando nas discussões, pois tiveram que explorar o aplicativo para encontrar o “M”. Em outras palavras, isso pode indicar certa movimentação, ainda que bastante inicial, no sistema por não encontrarem o “M”, já que uma discussão foi realizada sobre TD e Educação Matemática a partir disso.

JU

Souto, essa discussão movimentou todo o grupo, na tentativa de encontrar a letra que estava faltando no *GeoGebra* e a partir desse momento, os alunos passaram a cuidar e observar limitações que o aplicativo e o *smartphone* em si podem apresentar. E o nosso primeiro encontro chegou ao fim, com a exploração do *GeoGebra*.

Já no segundo encontro (18/03/2019), com base nas respostas do questionário, buscamos saber o que levou os alunos a participarem do curso. Como as respostas estavam muito voltadas para conhecer o aplicativo, nós preparamos uma atividade inicial com a intenção de introduzir a ideia de transformação de função e ter um espaço para os alunos conhecerem e explorarem as ferramentas do *GeoGebra*. Vou mandar uma foto da primeira tarefa para vocês.

Quadro 5 – Tarefa 1

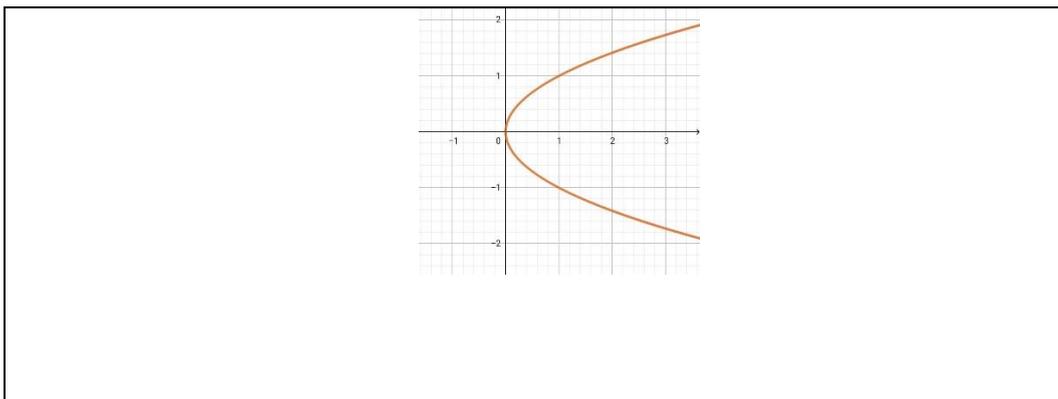
TAREFA 1: Vamos construir

Construa uma função quadrática genérica ($f(x)=ax^2+bx+c$), utilizando o teclado alfabético e a ferramenta “controle deslizante”.

Será necessário construir um controle deslizante para cada um dos coeficientes da função (“a”, “b” e “c”), de tal forma que ao movimentá-lo, seja possível mover o gráfico.

REFLETINDO

1. Olhando para o gráfico e movimentando os “controles deslizantes”, o que é possível perceber quando se atribui diferentes valores para os coeficientes?
2. No gráfico, cada valor de x se transforma em quantos valores para y?
3. Quais características percebidas permitem lembrar a definição para o termo “função”?
4. Será que é possível construir o gráfico de uma função quadrática no *GeoGebra* igual a ilustração abaixo? Por quê?



Fonte: A autora

JU

Ao propormos essa tarefa, logo no início do vídeo da Iris e do Matheus, nos deparamos com um diálogo entre os dois em que retratam a relação com o *GeoGebra*. Olha:

Íris: você conhece o *GeoGebra*?

Matheus: Mais ou menos

Íris: eu sou péssima de *GeoGebra*. (Pausa) como faço? Você usou y, neh?

Matheus: Sim, usei y e o controle deslizante é para a , b e c .

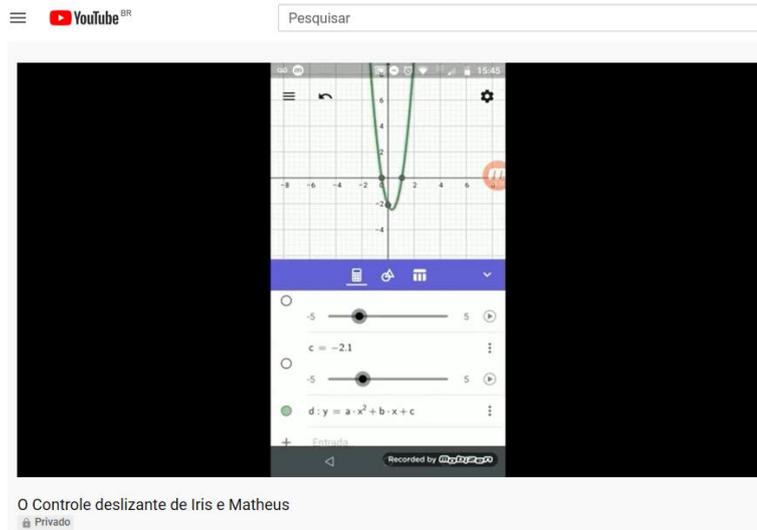
Ju: Neste pequeno diálogo notamos que eles não dominam o aplicativo, mas mesmo assim estão dispostos a persistir e buscar suprir a inquietação.

Ju adicionou Tiago Figueiredo²⁸

CIDA

Quando iniciam a construção, Matheus logo faz sua construção e depois colabora com a Iris. Vou colocar um fragmento do vídeo em que eles discutem sobre o controle deslizante e vocês me ajudam a pensar, por favor? Link do vídeo: <https://youtu.be/vvHXyWbCjJA>

²⁸ Tiago Figueiredo, embora não seja um estudioso da Teoria da Atividade, é colocado no grupo para nos ajudar a discutir a Tecnologia Digital. Ele é integrante da banca que avalia este trabalho.



JU

Eu transcrevi o vídeo, para que possam saber quem está nesta conversa e para discutir melhor a execução da tarefa.

Iris: Mas ele fez automático o controle deslizante?

Matheus: hum... ele fez automático o controle deslizante

Iris: É ele fez automático, porque a pessoa aqui não sabe mexer direito (risos). Apertei na setinha, já apareceu ele.

Matheus: quando você clica em controle deslizante, você consegue se apertar aqui... (Iris interrompeu a fala)

Iris: Qual a função do controle?

Matheus: a função do controle deslizante, por exemplo...

Iris: não, não, nessa tela, porque o meu está aqui embaixo

Matheus: É, se clicar aqui ele aparece

Iris: ah entendi, ele vai lá pra cima.

Matheus: Isso, o ideal é você colocar um e puxar ele pro lado, porque eles estão tudo um em cima do outro, tá vendo?

Iris: ah tá entendi, eles vão "remuntando"

Matheus: aí você puxa, pra tipo, tentar organizar eles.

Iris: Entendi.

Neste trecho, Iris e Matheus estão discutindo como fazer a construção do controle deslizante no *GeoGebra* e além disso,

Iris questiona como colocar o ícone do controle na janela gráfica.

SOUTO

Essa tarefa é um bom exercício para conhecer e explorar o aplicativo, principalmente para os que nunca usaram, pois utiliza várias ferramentas e alguns conhecimentos sobre o *GeoGebra*.

Percebo que nesse diálogo, assim como no vídeo, o Matheus colabora bastante para suprir as dúvidas da Iris. O legal é que eles discutem as possibilidades e vão tentando fazer.

CIDA

Quando eles indagam a questão de o controle deslizante ser construído automaticamente pelo aplicativo, podemos relacionar com

a ideia dos *feedbacks* que as tecnologias digitais nos possibilitam, se comparado com outras.

JU

Inclusive, das diferenças que esses aplicativos têm, pois, no meu celular eu precisei construir cada um dos controles deslizantes, já no dos alunos ele apareceu automaticamente. O que nos faz pensar que diferentes tecnologias geram diferentes aprendizados (BORBA, 1999).

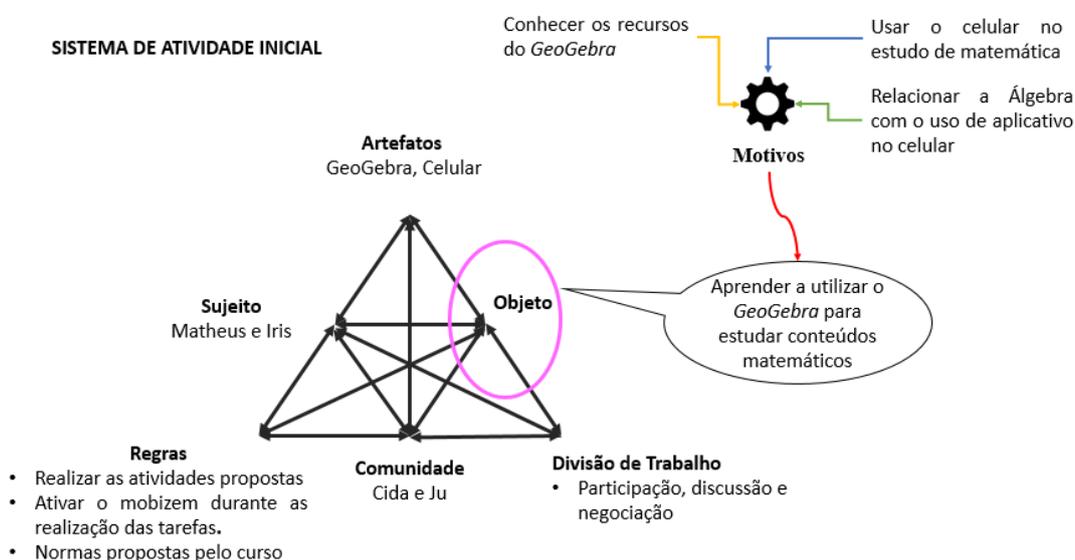
TIAGO

Nesse momento de conversa dos alunos, me vem em mente uma fala de Moran (2012, p. 23) “aprendemos quando interagimos com o outro” e isso nos coloca a pensar que na conversa, no diálogo e pensando na multivocalidade e na escolha da tecnologia ideal para cada proposta de ensino, estamos nos colocando a aprender. Então, embora nesse momento do vídeo não ocorra nenhuma contradição interna, mesmo assim podemos perceber que o *GeoGebra* promove “ganchos” para aprendizagens, como dito pela Cida.

JU

Construí um sistema de atividade inicial olhando para esses primeiros momentos dos alunos e as ações que já foram desenvolvidas. Vou mandar aqui.

Figura 17 – Sistema de Atividade Inicial



Fonte: A autora

JU

Nesse sistema de atividade inicial, trago alguns elementos que já discutimos e, além disso, preencho os demais com algumas percepções desses primeiros momentos de curso. Como discutido, os sujeitos são Matheus e Iris; artefatos presentes até

o momento são *GeoGebra* e Celular, ou seja, eles que mediarão a ação entre sujeito e objeto.

CIDA

Jú e eu somos colocadas como comunidade nesse sistema de atividade inicial, pois percebemos que eles se dirigiam mais a nós duas quando estavam com alguma dúvida. As regras e a divisão do trabalho ainda aparecem pouco, pois não conseguimos ainda identificar algo mais específico da ação dos sujeitos e da relação com a atividade, principalmente pelo fato delas estarem sendo cumpridas.

SOUTO

Esse sistema inicial nos possibilita elencar como acontece previamente essa relação com a atividade em si. Pode acontecer mesmo de alguns nós estarem mais evidentes do que outros. Os registros trazem elementos que nos ajudam a identificá-los e analisar como se relacionam, mas todo o movimento é muito carregado de subjetividade e ambiguidade, então nem sempre é possível identificá-los com clareza (SOUTO, 2015).

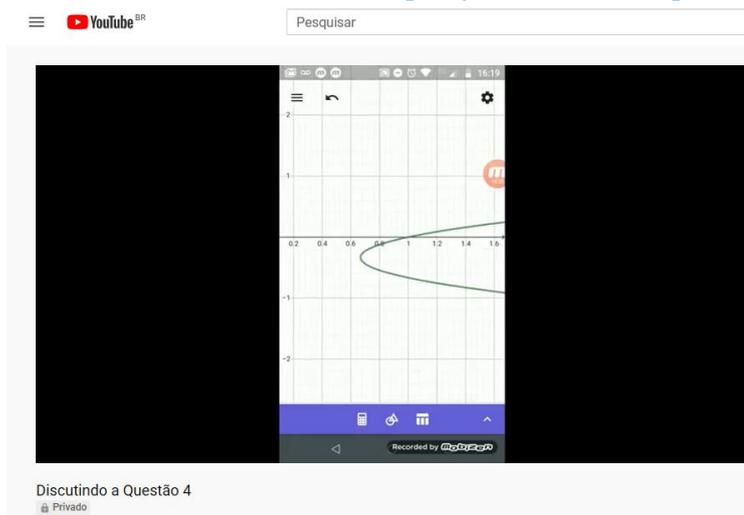
ENGESTRÖM

Tendo esse primeiro sistema de atividade, podemos começar a olhar para as ações dos alunos, pensando nas mudanças que vêm ocorrendo.

JU

Como viram, a primeira tarefa proposta é uma discussão sobre os coeficientes de uma função quadrática. Separei fragmentos do vídeo. Nesse novo trecho, Iris e Matheus discutem sobre algo além do que foi proposto na tarefa.

Assistam o vídeo: <https://youtu.be/rMrtYqsrJk>.



JU

Aproveito e compartilho com vocês o diálogo transcrito.

José Ivan: Aquilo ali é uma função. Só que uma função em y

Iris: uhum

José Ivan: Então, ela vai ter dois Y

Iris: Isso

Matheus: Então, é só pra fazer a mesma coisa, só que tem que colocar y

José Ivan: é

Iris: onde que vai pra mudar a função?

Matheus: aqui

Iris: mas onde você encontrou para colocar essa tela, até, lá pra cima

Matheus: teoricamente é isso

Iris: olha rocha, eu estou confiando

Matheus: deu certo

Iris: deu? fala que você manja muito de GeoGebra, fala.

Matheus: manjo nada

.
. .
. .
. .
. .

Iris: a "zé ruela" colocou y para tudo não deu nada.

Conversa com o grupo ao lado:

Matheus: tem que colocar x aí

Iris: tem que colocar o x aqui

Matheus (falando para o José Ivan): é porque vocês chamaram de $f(x)$, a gente simplesmente chamou de y, por isso que ficou mais fácil.

Matheus: aí vale as mesmas coisas.

Íris: vale, a mesma análise

Matheus: a mesma análise, só que agora você tem que tomar cuidado porque o "c", ao invés de jogar para cima e para baixo, ele joga para a direita e para a esquerda.

Iris: aham

Matheus: o "c" ta cortando o eixo "y", e agora, o "b" já começou a ir pra baixo mais, mas questão de movimento, é o mesmo movimento. a ideia de movimento é o mesmo.

Iris: é o deslocamento, né. É o mesmo

Matheus: é, a ideia de deslocamento é a mesma. Seu x está super grande, por isso que ela está super fechadona. E as retas vão ficar retas. Agora quando for 0,0,0. (pausa) Tá, será que é possível? Sim, por?

Iris: Porque você está renomeando os eixos do domínio e da imagem. Seu domínio agora

Matheus: você está mudando o domínio

Iris: você está mudando o domínio e a imagem. Domínio agora é o seu y e sua imagem é x.

Matheus: exatamente por isso que você inverteu ela

Matheus: exatamente, você altera domínio e imagem

Iris: vem cá? Quando a gente altera ali a gente está alterando o domínio e a imagem, o meu domínio agora é o y e minha imagem é o x, não tem nada a ver com contradomínio ou tem haver? Posso disser que estou alterando o contradomínio da minha função? Não, né?

Ju: Então, vocês foram num ponto interessante, quando a gente está falando da função, do jeito tradicional que a gente costuma trabalhar, quem depende de quem?

Iris: o domínio depende

Matheus: o y depende de x

Ju: o y vai depender de x. Então, se a gente pensar, nesse sentido, y ele vai depender de x, aqui ali, seria um gráfico?

Iris: não seria, porque a cada domínio tem duas representações

Matheus: isso daqui não é função, é verdade

JU: mas pensando, do jeito que vocês estão pensando, vocês estão invertendo. Então ele passa a ser uma função trocada.

Iris: então o domínio, que era domínio virou imagem e a imagem virou domínio.

Matheus: vocês queriam que deixasse em função de x, a gente colocou tudo em função de y, por isso que deu certo.

Ju: vocês só fizeram a construção,

Matheus: a gente só mudou aqui

Ju: quando eu desenhei aquele ali, eu também fiz assim.

Iris: a gente mudou o domínio e a imagem

Ju: porque, se você colocar em função, ele não dá.

Matheus: não dá porque aquilo ali não é função.

Ju: Não é função, então o GeoGebra não reconhece como função...

Notem a fala da Iris quando ela tentou inserir a função: *onde que vai pra mudar a função?* Com essa pergunta ela tenta buscar uma maneira para resolver a questão de construção do gráfico no *GeoGebra*, como faço para mudar isso?

Perceba também que os sujeitos tentam conjecturar uma maneira de justificar que o gráfico de uma função possa ser igual ao sugerido. Acredito que, do ponto de vista que eles apontaram, sobre a troca de x e y, a argumentação não esteja errada. Eu deveria ter feito uma discussão sobre isso com eles, quando me perguntaram.

CIDA

Nessa discussão, as múltiplas vozes estão presentes. Não apenas da Iris e do Matheus, mas também do José Ivan (outro aluno do curso) e da Ju (uma das professoras do curso)

DANIELS

Sim, Ju. Pode ter passado naquele momento, mas o importante é estar refletindo sobre isso agora. As falas explícitas nesse excerto evidenciam muitos acontecimentos.

ENGESTRÖM

Ao conversarem sobre a função ser injetora e sobrejetora, vão mobilizando outros conhecimentos e até fazem referência à aula de outra professora, na tentativa de suprir uma inquietação provocada pela tarefa proposta.

TIAGO

Olhando para a TD, penso que nessa tarefa, o aplicativo possibilitou a construção do gráfico de uma curva, mas, os comandos dados a ele não eram de função, mas sim de uma equação. Como os aplicativos são programados e tem uma relação lógica por trás, ele só reproduz aquilo que lhes foi ensinado. Desta forma, cabe ao professor, fazer discussões sobre esse assunto quando forem pertinentes, como é este caso.

SOUTO

Isso mostra como os sujeitos estão se mobilizando e se empenhando perante à tarefa, tentando suprir dificuldades. O que nos afirma Chiari, Souto e Borba (2019, p. 11) que “dificuldades que se tornam obstáculos a serem superados podem contribuir para a caracterização de contradições internas em sistemas de atividade”. Mas, parece que essa discussão não teve sequência?

JU

eu havia pensado as mesmas coisas que vocês e percebido como têm evoluído os movimentos da dupla. Infelizmente eles não deram sequência mesmo, Souto, pararam nessa parte do vídeo que eu disponibilizei para vocês. Mas vejo que essa dupla, já adiantando um pouco o que virá em outros momentos, sempre busca outras interpretações e mais questionamentos, além dos que já foram colocados. Será que poderíamos dizer que JOSÉ IVAN agiu como comunidade? E que AS AULAS DA PROFESSORA RUBIA também fazem parte desse sistema?

SOUTO

Pensando no conceito de redes de sistemas, podemos conjecturar que José Ivan e a professora Rúbia faziam parte de outros sistemas que os sujeitos também participavam... neste caso, formou-se uma rede em que sistemas externos influenciaram esse Sistema.

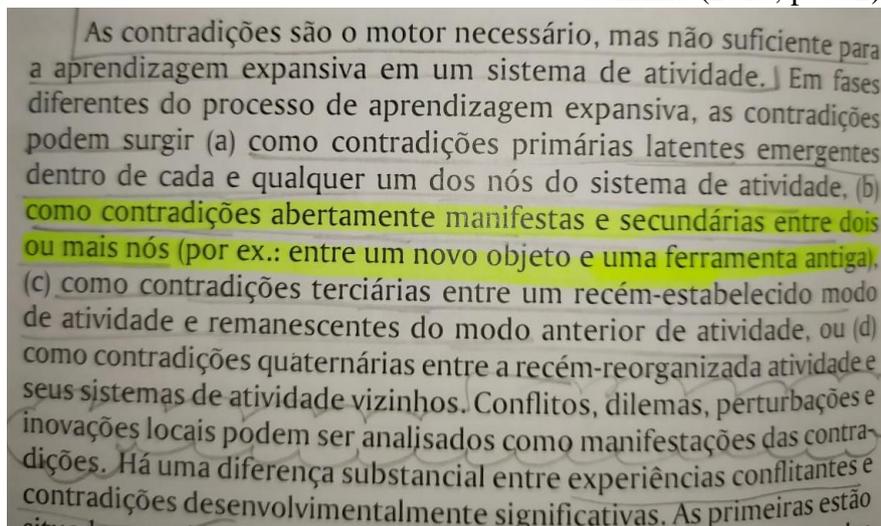
CIDA

Quando os alunos vão discutir sobre a questão 4, a Iris apresenta dificuldades para iniciar os trabalhos com o *GeoGebra* novamente e pede ajuda mais uma vez para o Matheus. Percebam que pedir ajuda não é o destaque, mas sim a dificuldade da Iris em lidar com o *GeoGebra*. Podemos dizer nesse caso que há uma tensão entre sujeito e artefato, o que me faz pensar sobre uma possível contradição

secundária. Por mais que ela tenha dificuldade, está se propondo a continuar e não consigo parar de pensar em como isso pode resultar em movimentações no sistema.

JU

Quando Cida falou sobre contradição secundária, me lembrei desse excerto de texto... A referência dele é Engeström e Sannino (2016, p. 382).



As contradições são o motor necessário, mas não suficiente para a aprendizagem expansiva em um sistema de atividade. Em fases diferentes do processo de aprendizagem expansiva, as contradições podem surgir (a) como contradições primárias latentes emergentes dentro de cada e qualquer um dos nós do sistema de atividade, (b) como contradições abertamente manifestas e secundárias entre dois ou mais nós (por ex.: entre um novo objeto e uma ferramenta antiga), (c) como contradições terciárias entre um recém-estabelecido modo de atividade e remanescentes do modo anterior de atividade, ou (d) como contradições quaternárias entre a recém-reorganizada atividade e seus sistemas de atividade vizinhos. Conflitos, dilemas, perturbações e inovações locais podem ser analisados como manifestações das contradições. Há uma diferença substancial entre experiências conflitantes e contradições desenvolvimentalmente significativas. As primeiras estão

Ou seja, podemos chamar de contradição secundária quando ocorre um conflito entre elementos do sistema de atividade.

ENGESTRÖM

A multiplicidade de vozes permite entender a visão dos alunos, perante a representação gráfica que o aplicativo fornece.

JU

Uma discussão gerada nesse vídeo foi sobre a maneira de escrever uma função. Percebam que inicialmente eles firmaram que o gráfico era uma representação de função e só se deram conta que não é uma função quando eu interfeiri com alguns questionamentos, o que gerou uma manifestação de contradição.

DANIELS

Eu já ia comentar sobre isso mesmo, Ju. Eles estavam a todo momento tentando dar uma resposta positiva para a questão, sem se atentarem à definição de função e isso só ocorreu porque ao inserirem uma expressão, o aplicativo gerou a representação gráfica que queriam.

SOUTO

Então, muitas vezes, ao fazemos uso de tecnologias digitais para fins pedagógicos, é necessário que nos atentemos a isso. Porque o GeoGebra é um aplicativo que responde às nossas entradas, através daquilo que foi pré-definido a ele.

CIDA

Fizemos essa discussão com eles no final do encontro. Propositamente, colocamos essa questão na intenção de discutirmos esses pontos que vocês ressaltaram, afinal, eles são futuros professores e considerar que o público para nosso minicurso fosse constituído de licenciandos também foi proposital, pois gostaríamos também de problematizar esse tipo de questões.

ENGESTRÖM

Com essa primeira tarefa, já percebemos muitas mudanças nas discussões dos sujeitos, acredito que até o final desse curso eles tenham problematizado muitas questões matemáticas. Além disso, o Sistema de Atividade Inicial já teve algumas alterações.

DANIELS

Mas, e as transformações lineares? Onde estão?

JU

Então Daniels, as TL também são funções e com esse exemplo, além de resgatar um assunto que provavelmente já teria sido abordado com eles anteriormente, ainda que com outra perspectiva, já deixamos espaço para, mais à frente do curso, realizar conexões com a definição de transformações e enfim discutir TL.

~.~

- Ju, quantos movimentos vão acontecendo nesse processo todo...
- Sim, é muita coisa. São muitos detalhes, discussões e avanços. Sinto que a teoria tem sido fundamental para que a gente tente compreender elementos sobre algo tão complexo e dinâmico como uma atividade humana.
- Esse primeiro encontro encerrou e o que posso esperar dos próximos?
- Vou aproveitar para te contar sobre o segundo encontro. Chovia muito, os alunos começaram a mandar mensagens avisando que não poderiam ir. Fiquei preocupada de faltar muita gente...
- Eita, e faltaram?
- Alguns. Inclusive Iris e Matheus.
- Eaii?
- Aconteceu o encontro com os alunos que estavam presentes, porém, não entrarei na discussão sobre o encontro 3 nesse texto.
- Ju, deixa eu continuar lendo as mensagens, quero ver o que mais aconteceu.
- Claro!

~ . ~

JU

No quarto encontro (25/03/2019) que tivemos com os alunos, levamos a TAREFA 3. Mandarei uma foto aqui! Nela, os alunos não fizeram construções, eles exploraram um *applet* que construímos para discutir um pouco sobre domínio, contradomínio e imagem de uma transformação. A tarefa é essa aqui.

Quadro 6 – Tarefa 3

TAREFA 3: Explorando conceitos

No nosso grupo de WhatsApp, foi enviado um *applet*. Baixe-o e abra com o GeoGebra (Graphing Calc).

Perceba que a “Janela Álgebra” possui comandos já construídos, mas que não são apresentados na “Janela Gráfica”. Então siga os passos a seguir:

1. Ative o ponto “A”;
2. Ative os vetores “ \vec{u} ” e “ \vec{w} ”. (Agora sua “janela gráfica” tem dois vetores, o “ \vec{u} ” vetor vermelho e “ \vec{w} ” azul)
3. Tocando o ponto “A” movimente-o;
4. O que acontece com os vetores “ \vec{u} ” e “ \vec{w} ” quando se executa o passo 3?
5. Tente movimentar o vetor “ \vec{w} ” tocando-o. O que acontece?
6. Note que, para todos e qualquer movimento feito no ponto “A”, o vetor “ \vec{u} ” se movimenta, trocando de direção, sentido e inclinação. O que não acontece com o vetor “ \vec{w} ”. Qual relação é possível perceber entre eles?
7. Tente identificar o Domínio, contradomínio e a imagem da função/transformação F nesse caso.

Fonte: a autora

SOUTO

Propuseram uma discussão por meio de vetores, para se aproximarem das transformações lineares?

JU

Sim, toda trajetória está nos levando vagarosamente para o tema de discussão. Quando pensamos essa tarefa, a intenção era discutir um pouco da relação vetorial. Como estamos introduzindo o conteúdo até chegar nas TL, achamos importante falar sobre uma transformação de modo geral e seu domínio e contradomínio.

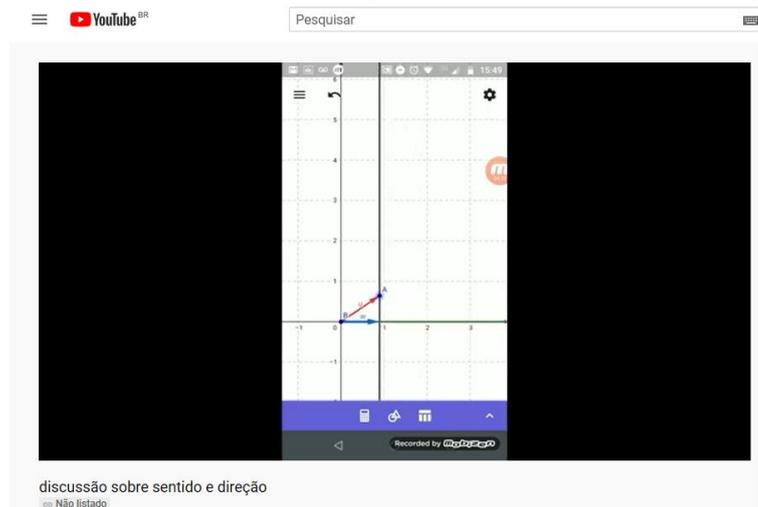
ENGSTRÖM

Essa escolha, provavelmente, está vinculada ao fato de alguns alunos não terem cursado Álgebra Linear.

JU

Sim. Uma das discussões iniciais dos alunos foi sobre sentido e direção de um vetor. Iris e Matheus ficaram um tempo discutindo se sentido e direção eram a mesma coisa ou não e qual seria a diferença entre eles. Vou mandar um vídeo aqui, para que possam acompanhar, mas se preferirem podem seguir com a leitura da transcrição que envio na próxima mensagem.

Link: <https://youtu.be/hGHKTQ6k1ew>



JU

Matheus: eles crescem, ou diminuem ou mudam a direção.

iris: muda: sentido, direção, sentido, direção é a mesma coisa.

matheus: sentido não, sentido é uma coisa e direção é outra. Não é?

Matheus: tô tentando lembrar. Não sei qual a diferença de sentido e direção.

Iris: Perai, você mexeu...

Matheus: Luiza, qual a diferença de sentido e direção?

Luiza: sentido é a "setinha"

Iris: direção é o sinal + ou -, é isso?

Matheus: então, quando eu mexo aqui, eu tô mudando tudo, sentido e direção de W, é?

Luiza: é

Matheus: tamanho, sentido e direção. Dimensão, sentido e direção, tá. Então acontece a mesma coisa que acontece com o outro lá.

Iris: Uhum.

CIDA

Essa discussão acontece em dois momentos distintos, então juntamos os dois fragmentos de vídeos. Perceberam que, ao manifestarem a dúvida sobre sentido e direção, os participantes colocam em evidência uma tensão?

SOUTO

Pode ser sim, indicativo de uma tensão que poderia ter avançado para uma transformação expansiva... mas, quando alguém disse: “sentido é a setinha” simplesmente estagnou o Sistema... Depois a aluna completa então direção é o sinal “+ e -”... Não houve resposta para essa pergunta. Mas, de todo modo esse excerto mostra que os conceitos de direção e sentido não foram compreendidos. Os alunos apenas aceitaram que sentido é setinha e direção é “+ e -”.

DANIELS

No primeiro momento eles não entram em um consenso e dão continuidade sem perceberem que não supriram essa inquietação. Porém, ao retomarem se deparam mais para frente com esse problema novamente, pedindo ajuda para Luiza.

ENGSTRÖM

Quando ela dá um apoio para eles, ela fornece elementos que possibilitam que eles conjecturem uma resposta, fazendo com que eles possam continuar a tarefa proposta. Luiza está aparecendo sempre como comunidade.

CIDA

Parece que o *feedback* da tela do celular mobilizou uma discussão sobre vetores. Percebo que o artefato medeia efetivamente a relação entre os sujeitos e objeto desse sistema de atividade.

JU

Muito além de mediar, acredito que ele esteja exercendo um papel de objeto da atividade, pois os sujeitos, além de discutirem questões matemáticas, discutem e exploram problemas gerados pelo uso dele. Desta forma, temos que Engeström (2001) expressa que o objeto de uma atividade é sempre um alvo em movimento.

SOUTO

Inclusive, gente, estou começando a perceber mudanças nos motivos da atividade. Os alunos estão começando a mostrar interesse em discutir questões matemáticas e não apenas conhecer o *GeoGebra*.

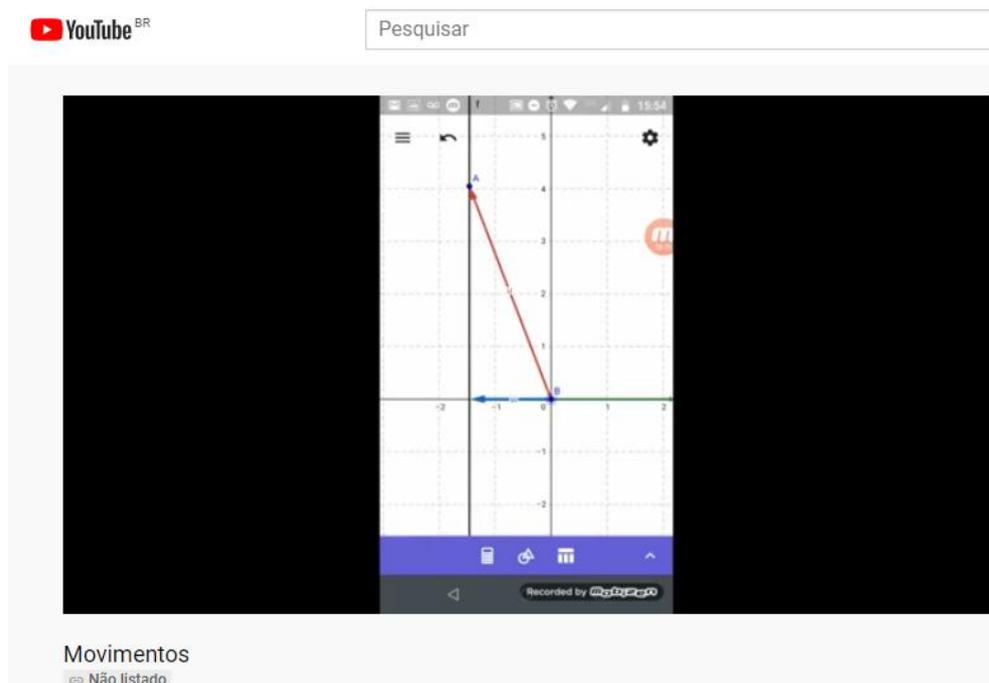
JU

Então vamos avançando. A Luiza aparecerá várias vezes ainda, pois, está partilhando do mesmo objeto com os sujeitos. Depois de discutir um pouco sobre a questão do sentido e direção, eles começam a falar sobre domínio de função. E coisas acontecem. O sistema continua se movimentando.

Mandando vídeo novamente.



Link: <https://youtu.be/00sn71G3MP4>



JU

Como vocês não os conhecem, estou sempre mandando a transcrição do vídeo para que possam identificar quem estava falando. Percebam que eles registram algo que não aparece no vídeo, infelizmente não podemos recupera-lo, pois escreveram na mesa.

Matheus: Domínio, contradomínio e imagem de funções, transformações

Luiza: é igual lá em VGA (Vetor e Geometria Analítica), você coloca F que é a transformação é igual abre parênteses, aí você separa

Matheus: as coordenadas

Luiza: as coordenadas por vírgula

Matheus: é tipo f de A, B , por exemplo. O $F(A,B)$. Vamos fazer na mesa que fica melhor

Iris: eu não entendi

Matheus: assim ó. onde isto daqui é abcissa e ordenada

Luiza: se você estiver pensando no R^2

Matheus: só que aqui, tá.

CIDA

Vou sintetizar o que acontece nesse vídeo. Os alunos estão pensando na questão 7 da tarefa proposta e começam a discutir o que eles podem fazer para saber qual é o domínio, o contradomínio e a imagem. Perceberam que eles não movimentaram o gráfico nenhuma vez? Notei ainda que fizeram registros com o lápis na mesa, deveríamos ter disponibilizado folhas para eventuais necessidades.

ENGESTRÖM

Hahahaha, olha a Luiza aí.

DANIELS

Novos registros.

SOUTO

Vocês têm esse registro que eles fizeram por escrito?

CIDA

Não temos (Emoji Triste)

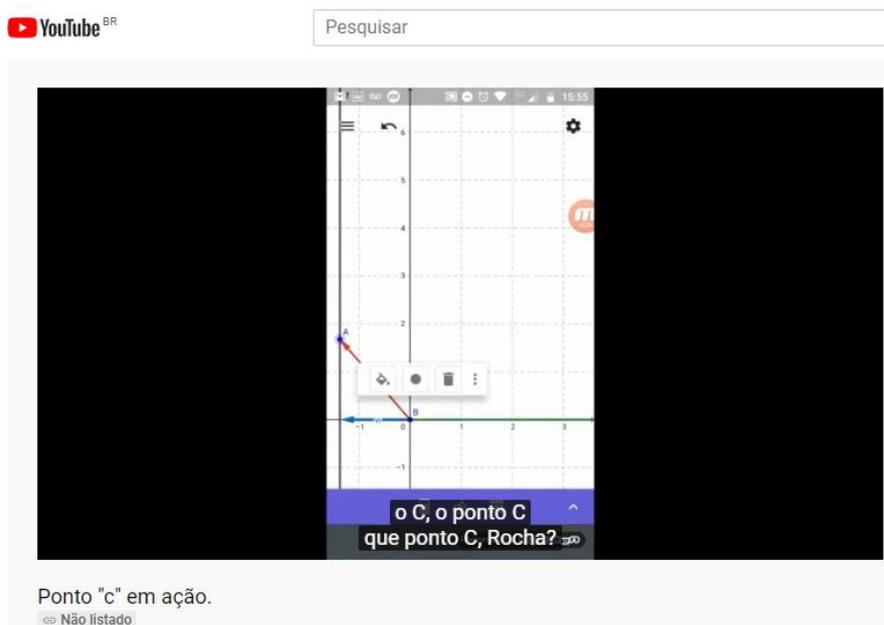
JU

Eles discutem questões matemáticas nesse momento e percebem que, em nenhum momento, movimentaram o gráfico.

Isso é um vestígio, que justifica o uso do registro escrito. Por mais que as questões da tarefa estejam relacionadas à representação gráfica, para que possam responder, mesmo que empiricamente, eles necessitam dessa mediação. Então, acredito que um novo artefato emergiu.

CIDA

Ocorreu um fato curioso durante esta tarefa. Ao fazermos a construção dos vetores no GeoGebra, deixamos todos os pontos livres de qualquer objeto. Desta forma, os sujeitos puderam movimentar não apenas os itens sugeridos, mas também todos os auxiliares. Logo, virou outra construção. Vou mandar o Link do vídeo sobre isso. Link: <https://youtu.be/m7ygr6FRBNQ>

**JU**

Transcrição do Vídeo

Matheus: o ponto C também muda, ó
Iris: quem muda?
Matheus: o C, o ponto C
Iris: que ponto C, Rocha?
Matheus: aqui ó. Reto aqui.
Iris: ah tá!
Matheus: ele tá aqui, “brabão”, pode diminuir ele
também. Ele aumenta, ele diminui.
Iris: Entendi. Então, tem que pensar direito nesses
vetores.

JU

Quando o Matheus explora o ponto “C” e comenta com a Iris, faz com que eles repensem algumas conjecturas que já tinham feito sobre o possível domínio dessa transformação. Percebo nesse ponto mais uma vez a relação entre sujeito e objeto sendo mediada pelo artefato. Mas além disso, percebo o *smartphone* aparecendo como artefato. Perceberam a expressão que o Matheus usa para se referir ao ponto “c”? Esse termo “brabão” me faz pensar indícios de contradições, pois é uma maneira dele expressar que algo o está deixando intrigado. Trouxe esse vídeo para contextualizar uma discussão que vamos apresentar para vocês, já já.

ENGESTRÖM

Nessa conversa dos dois, noto que o próprio aplicativo vem, novamente, dando um retorno para eles. Todos esses movimentos de exploração estão fazendo com que os alunos vejam tanto a TD quanto os conceitos matemáticos com outros olhos.

CIDA

Achei fantástico o feedback do *GeoGebra* provocar conjecturas e revisão de conjecturas anteriores.

JU

Percebo, ainda, que quando essa discussão acontece, eles ficam meio sem reação e passam a reorganizar os pensamentos e discussões sobre a tarefa. Parece um indício de contradição interna ente sujeito e artefato, pois essa nova possibilidade de alterar o gráfico, faz com que eles tenham que reformular as ideias e repensar as conjecturas feitas para domínio e imagem nessa tarefa. Diria ainda que parece que a divisão do trabalho passa a ganhar novas relações. Além disso, eles ficam com a dúvida do que fazer agora...

DANIELS

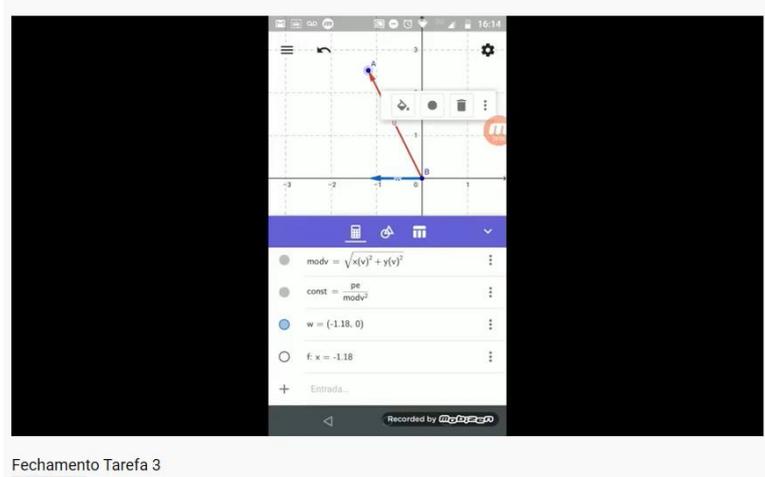
E o legal é fazer essas problematizações, para que eles notem que nem sempre a tarefa vai sair como o idealizado, nem sempre o aluno vai seguir apenas os passos que foram sugeridos no formulário. É uma discussão importante para futuros professores. Quando envolve uma TD, essa exploração pode gerar desconfortos, questionamentos,

principalmente se a proposta for mais aberta, com possibilidades de caminhos diversos, descobertas, heurística (GRAVINA, BASSO, 2012). Então, é importante que isso apareça.

JU

Então, essa tarefa foi proposital, pois desde o início a ideia era discutir, também, as possibilidades de utilização de software, aplicativo, celular, para aprender matemática, mas também problematizar esse uso. Vou postar aqui um vídeo do fechamento dessa tarefa com a discussão que comentaram. A Cida, foi comentando sobre o assunto.

<https://youtu.be/z8f2fDgC0cs>



Fechamento Tarefa 3

Cida: Porque a princípio seria para o w ser a projeção no eixo x, a princípio seria pro w ficar só no eixo x. por que será que ele não ficou?

Iris: porque, quando você movimenta o C, movimenta a inclinação e o sentido do vetor

Cida: oi?

Iris: quando você movimenta o ponto c, o vetor ele muda a inclinação e o sentido, e aí o outro que é dependendo dele muda até a direção, dependendo do jeito que você movimentar

Cida: e isso do ponto de vista o uso do Software para nos ajudar a discutir alguma coisa de matemática, o que a gente pode falar em relação a isso?

Paulo: O vetor é linearmente dependente do outro

Cida: Sim, o u e w são LD. Além disso, se vocês olharem o protocolo de construção dessa atividade, é um protocolo que envolve outros conceitos de matemática, vocês viram aí as contas? Não está falando exatamente do conceito de transformação, está falando do conceito de projeção, que seria um caso particular de uma transformação. Então é um applet e isso acontece muito, né. Às vezes você quer discutir uma certa coisa e você não vai fazer a construção do zero ali no GeoGebra, você vai procurar na internet, em algum repositório,

tem o GeoGebra Tube que tem um repositório imenso de atividades, que qualquer um aqui pode produzir e publicar lá e

aí, às vezes, você encontra uma atividade que tem um certo efeito que você vê potencialidade para discutir algum tema, mas que não, no protocolo de construção, não necessariamente usou aqueles conceitos. Isso foi o que aconteceu quando a Ju trouxe essa atividade pra cá. Neste protocolo de construção havia um ponto c que não estava fixado no eixo x , talvez tivesse a possibilidade da gente editar se isso for possível. No protocolo de construção e aí fixar no par ordenado do c e deixar só o x livre e fixar um zero ali, porque ainda que o w e o v dependam do c , como o c vai estar fixo no eixo x , isso não vai mais acontecer. Então, o que acontece aqui um pouco é disso, tipo, a gente conseguir usar uma atividade que estava proposta e a partir dela fazer uma discussão de um conceito. Como não é o próprio conceito em si, provavelmente se tivesse um comando no GeoGebra projeção de vetor, não iria ter ponto c que tiraria a projeção do eixo y ou do eixo x , desses dois eixos. Vocês entendem o que eu estou falando? Então, é mais uma coisa que a gente tem que estar alerta, porque o software não tem o conhecimento teórico que a gente tem, então a gente tem que conseguir entender a limitação dele e tem que conseguir entender as aparentes inconsistências entre uma coisa que a gente quer discutir e uma coisa que aparece lá no software. Por que se aqui eu chegasse para vocês e falasse assim: Então gente, vocês estão vendo que por essa atividade aqui, a gente consegue ver que uma projeção sempre vai tá, se não for sobre uma projeção de um dos dois eixos, ela sempre vai tá em um dos dois eixos? E aí vem o questionamento: uai, mas eu tirei a projeção do eixo x , né? Como que você tirou? Movendo o ponto c , só que o ponto c , era um ponto auxiliar para uma construção que a gente queria dar um certo efeito, a partir do momento a gente não fixa esse ponto, da maneira que teoricamente teríamos que fixar que o w não saísse do eixo x , então o software dá essa abertura, porque o software não entende que a projeção tem que ficar ali, entendeu? A menos que você diga isso para ele. Ele não tem esse conhecimento matemático por trás que a gente tem.

CIDA:



SOUTO

Concordo com o Daniels, essa problematização é importantíssima, para que a aprendizagem expansiva possa ocorrer. Acredito que o uso de TD e de qualquer outro recurso deve ser analisado.

JU

Nós encerramos esse encontro com essa discussão geral, sobre as questões, mas também sobre o aplicativo. Destacamos, ainda, que a ideia era que eles percebessem a projeção do vetor

sobre o eixo x e que um era linearmente dependente do outro, mesmo que nossa construção desse margem para que uma situação diferente dessa acontecesse. Acredito que vestígios disso foram percebidos enquanto eles realizavam a tarefa e foi realmente notado quando a Cida fez a explanação, para encerrar o encontro.

ENGESTRÖM

Vamos buscar outros movimentos desse curso? O que mais você tem para nos apresentar?

JU

Claro! No Quinto encontro (27/03/2019), começamos a discutir efetivamente sobre TL, novamente por meio de um *Applet*. Desta vez, construímos um retângulo e o fixamos no plano. Depois aplicamos uma transformação, por meio de matriz, em cada um dos pontos e então construímos um “retângulo linha”, que representa a transformação aplicada ao retângulo 1. A tarefa proposta foi a seguinte:

Quadro 7 – Tarefa 4

TAREFA 4

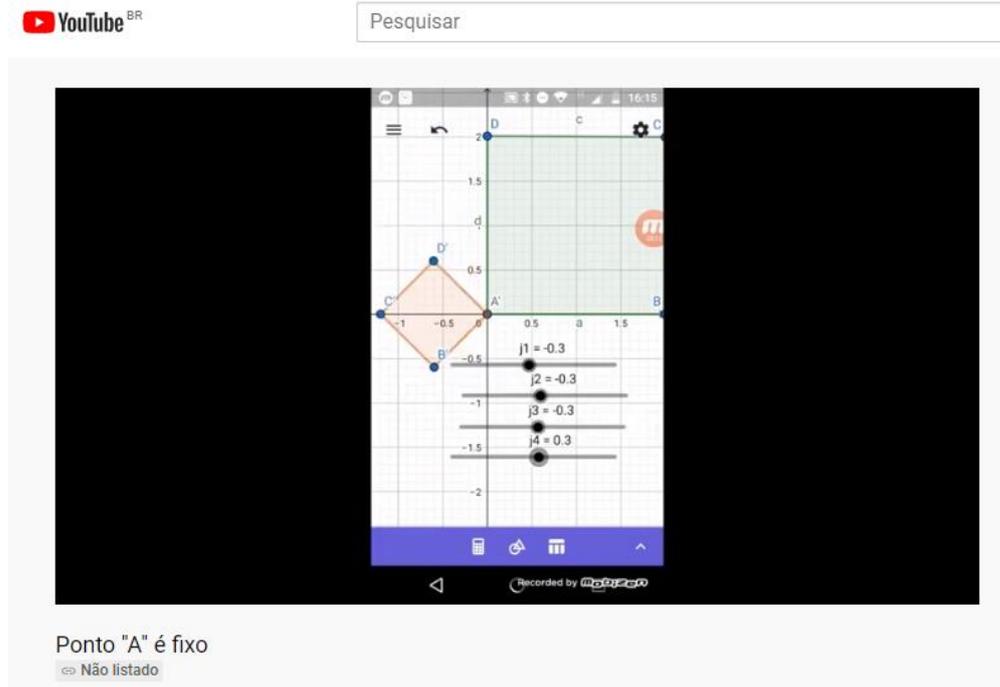
Abra com o GeoGebra (Graphing Calc) o *Applet* que foi enviado no grupo do WhatsApp.

1. No plano temos um polígono (A, B, C, D);
2. Na *janela algébrica* há uma matriz M e controles deslizantes que alteram cada um dos seus elementos.
3. Altere os valores da Matriz (utilizando o controle deslizante) e observe as alterações que ocorrem na *janela Gráfica*.
4. Quais relações são percebidas, entre o polígono (A, B, C, D) e o (A', B', C', D') gerado pela Matriz de transformação?
5. Explore os efeitos gráficos para matrizes diagonais.

Fonte: a autora

JU

Observando os vídeos dos alunos, selecionei quatro momentos principais das conversas deles, para apresentar para vocês. Acredito que foram neles que ocorreram as principais discussões. O primeiro momento é uma discussão entre Iris, Matheus e José Ivan, em que questionam o fato de o ponto A ser fixo. No vídeo vocês vão ver, mas já vou adiantar, ele é o ponto (0,0). Vídeo: https://youtu.be/ERVh_fsdpcw



JU

Matheus: o A é fixo, né?

José Ivan: é, ele é fixo, você mexe ele não mexe outro.

Matheus: Aí, fiz uma figura bonita.

Iris: no j?

Matheus: é, o A é fixo

José Ivan: ele é o único que não se mexe?

Matheus: "Brabão", não se mexe não.

José Ivan: é sempre partindo dele, né? Ou ele com o y ou ele com o x

Iris: o A é a origem, por isso.

José Ivan: ou ele com y ou ele com x

Matheus: "Brabão".

ENGESTRÖM

Embora pareça uma discussão vazia, sobre um certo ponto do plano, percebam que eles tentam movimentar e repetem, várias vezes, que o "A" é fixo. Isso indica que algo nessa relação os está incomodando. Algum vestígio para avançar na compreensão da tarefa. O termo "brabão" aparece novamente com o Matheus, acredito que essa seja uma maneira de mostrar que aquilo está "o cutucando", instigando...

SOUTO

Concordo, Engeström, acho que essa percepção está gerando um desconforto nos meninos. Em termos mais teóricos, diria que está havendo um indicativo de contradição interna.

JU

Como expressa Souto (2013), as múltiplas vozes do sistema, podem revelar possíveis inovações. Desta forma, acredito que a discussão dos meninos, ao mesmo tempo que

movimentam o gráfico apresentado, estão potencialmente se tornando fontes de mudanças do sistema, ou seja, proporcionando contradições internas (ENGESTRÖM, 2001). Mais uma vez, percebemos que o *GeoGebra* no *smartphone* está fazendo com que os alunos possam pensar e indagar sobre eventuais potencialidades de uso de TD no estudo de conteúdo matemático, pois essa experimentação, o pensar-com-tecnologia vem apresentando novas e diferentes formas de compreender o conteúdo.

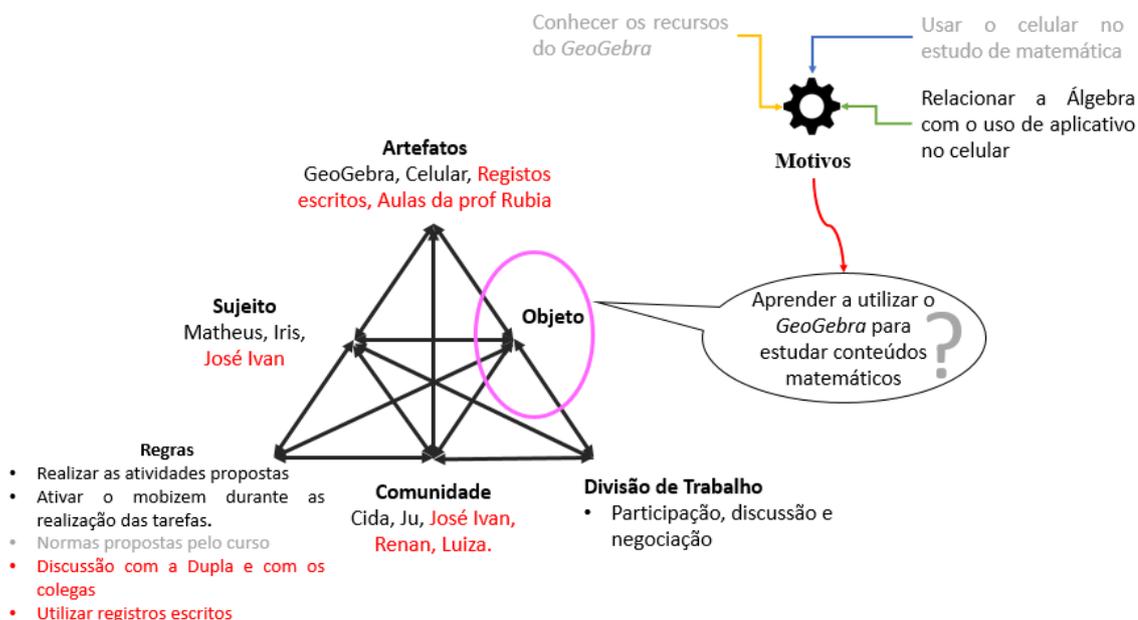
CIDA

O outro ponto que a Ju separou para nós foi uma discussão dos alunos sobre a matriz diagonal. Quando eles começam a discutir sobre quais valores uma matriz diagonal pode receber, é perceptível que eles mesmo se contrariam. Nesse momento, diria que já não temos mais uma dupla como sujeitos, mas sim um grupo com vários integrantes que discutem e socializam a mesma atividade. Inclusive, alteram a regra de formar duplas e passam a se tornar grupo.

JU

Estou inquieta com algumas alterações que foram aparecendo, acredito que é hora de montar um novo sistema de atividade, um que represente as mudanças que ocorreram. Então, antes de mandar o vídeo que a Cida comentou, vou mandar as alterações do sistema de atividade.

Figura 18 – Sistema de Atividade com algumas alterações



Fonte: A autora

SOUTO

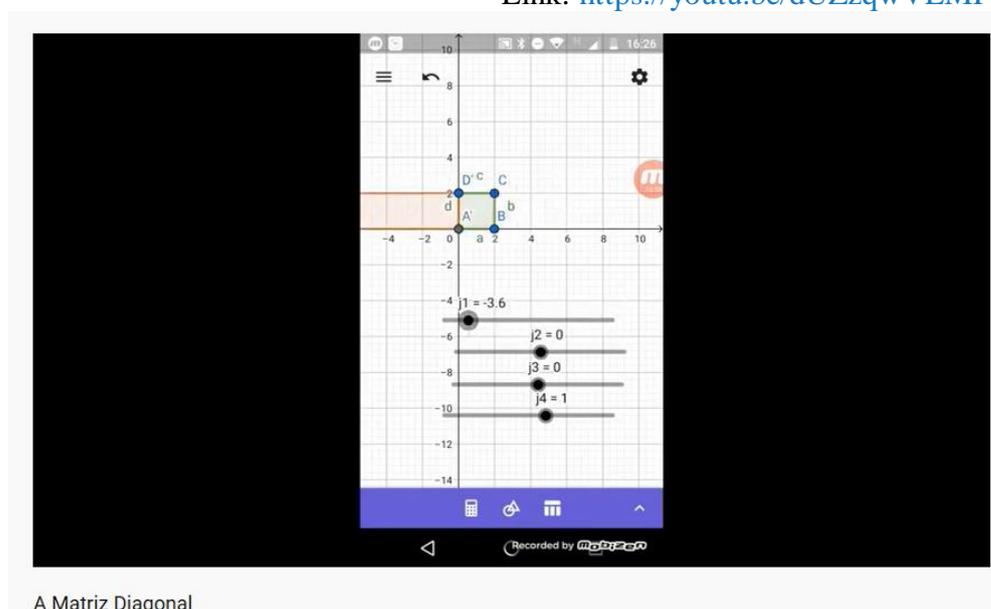
Como já havíamos comentado antes, essas marcações em vermelho são alterações que foram percebidas enquanto olhávamos

para a trajetória desses alunos no curso, terceiro princípio da Teoria da Atividade, #Historicidade. Também concordo que os motivos já não são mais apenas aqueles traçados inicialmente e que podemos estar caminhando para uma transformação desse sistema de atividade. Como o próprio Engeström (2001, p. 137) diz “quando o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados para abarcar um horizonte de possibilidades radicalmente mais amplo do que no modo anterior da atividade”, aí está acontecendo uma possível transformação expansiva.

JU

Sim! Agora, vou mandar o vídeo que a Cida se referiu.

Link: <https://youtu.be/dUZzqwVLMF8>



A Matriz Diagonal

JU

Matheus: a matriz diagonal é a j_{11} , j_{41} , né?

Luiza: não é zero, a j_2 e j_3 é zero.

Matheus: então, foi a o que eu falei j_{11} e j_{41} . É, o que ela quer que faz? Explore os efeitos gráficos para matriz diagonal.

Ahh, quando a matriz é diagonal, fico só o próprio quadrado aqui.

Luiza: Só o quadrado?

Matheus: Só, fica só o polígono, não é?

Jose Ivan: Ele fica no Zero, entende. Quando ele ta no zero.

Matheus: É que matriz diagonal, é $j_1=1$, $j_2=0$, $j_3=0$ e $j_4=1$. As diagonais têm valores.

José Ivan: Tem que ser 1.

Matheus: Não tem que ser 1 na verdade. Ele pode alterar, os outros dois tem que ser zero, só isso. Então, ela percorre aqui só, ela percorre pra cima e pra baixo. Matriz Diagonal são j_4 com valor e j_1 com valor.

José Ivan: E pode ser qualquer um

Matheus: Isso, qualquer valor.

Renan: como que é, Rocha?

Matheus: as matrizes diagonais são essas aqui ó. j_1 muda e j_2 muda, j_4 muda... j_2 e j_3 é fixo no zero, não é isso? Matriz diagonal não são as que só as diagonais têm valor e o resto é zero? E a matriz diagonal é essa aqui ó, tem a matriz aqui. Só tá mexendo na diagonal, acho que é isso. Tá, explore os efeitos gráficos para as matrizes diagonais. Vai ficar aumentando, mas vai sempre continuar sendo esse polígono, sabe. Lógico que j_1 e j_4 zero não faz sentido.

Weiler: para virar uma linha não pode?

Matheus: não quando você está falando de uma diagonal, j_1 e j_4 não.

Welier: j_1 e j_4 não?

Matheus: não. j_1 e j_4 não pode ser zero quando você está falando da matriz diagonal.

Weiler: Eu queria justamente

Matheus: Sim, a matriz diagonal é quando j_1 e j_4 tem valor e j_2 e j_3 é zero.

Matheus: dá para colocar só o j_4 para deslizar e o j_1 para deslizar e daí a gente enxerga o que acontece com a matriz diagonal.

CIDA

Algo interessante a observar, é como ele repete várias vezes os movimentos enquanto fala, como se o *feedback* visual o ajudasse na construção e argumentação pela validade de sua conjectura... Ele está pensando com o aplicativo... Bairral (2017) ressalta que as manipulações em tela *touch* possibilitam uma reorganização dos nossos pensamentos, fazendo com que o *feedback* fornecido pelo aplicativo construamos novos conhecimentos.

ENGESTRÖM

Nesse momento de discussão dos alunos, realmente é um grupo se propondo a desenvolver essa tarefa. As discussões, que antes pareciam um pouco tímidas, agora se apresentam cada vez mais frequentes e isso realmente apresenta uma ampliação na comunidade. A negociação dos alunos é muito intensa quando se referem aos valores que a matriz diagonal pode receber.

DANIELS

Quando o Matheus fala: “*matriz diagonal é aquela em que j_1 e j_4 são 1 e os outros, zero*”, percebe que o questionamento da Luiza é crucial para que ele perceba que não é apenas 1, mas que pode receber qualquer valor. Além disso, ao olhar o efeito da matriz e o gráfico, ele firma que pode ser outros valores.

CIDA

Sim, Daniels. E eles ainda utilizam o controle deslizante para tentar conjecturar alguma relação entre os polígonos. Para mim, fica muito gritante a influência da TD nessa discussão. Essas discussões

não seriam possíveis, ou melhor, seriam diferentes se a tarefa fosse proposta estritamente com o uso do lápis e papel.

JU

O *smartphone* possibilita que eles toquem o gráfico, que movimentem, que deem zoom, arrastem... E isso ajuda muito na tentativa de compreensão do conteúdo que vem sendo proposto.

Luiza e Iris discutem em outro momento sobre a relação de escalar, se referindo que as alterações ocorrem quando a matriz é multiplicada por algum escalar.

SOUTO

E realmente é o me parece que acontece. Ju, essa trajetória que você vem apresentando nos possibilita observar a historicidade desse sistema de atividade e então agora, quase na reta final dos encontros, conseguimos compreender o que vem surgindo. A Iris já não fala mais que não sabe usar o *GeoGebra*, acredito que ela tenha percebido algumas das funcionalidades dele e já está mais segura para explorá-lo.

CIDA

Acredito que as principais ocorrências, além das já evidenciadas, ocorreram com a última atividade proposta durante a qual fazemos a discussão da característica de uma transformação ser linear ou não e a relação disso com os efeitos gráficos. Antes de falar sobre ela, só gostaria de falar um pouquinho sobre como foi o fechamento da tarefa 4. Por mais que tenham realizado muitas discussões, os alunos não chegaram a formalizar que aquele gráfico era de uma transformação linear, pois ainda não havíamos definido o que é uma transformação linear, estávamos criando “terreno” para isso. A definição de transformação linear foi feita no encontro seis.

JU

Já no sexto encontro (01/04/2019) propusemos a última tarefa, antes dela, trabalhamos com os alunos a definição de Transformação Linear. Nela, não utilizamos matrizes para representar a transformação graficamente. Utilizamos leis de formação e propusemos para eles uma atividade impressa, mas também relacionando com dois *applets* que enviamos. A tarefa pedia o seguinte:

Quadro 8 – Tarefa 5

TAREFA 5

Abra com o *GeoGebra (Graphing Calc)* cada um dos *Applets* que foram enviados no grupo do *WhatsApp*. Será necessário abrir um de cada vez.

- Explore a CONSTRUÇÃO 1 movimentando os pontos A, B, C, D, E, F e observe o efeito gerado.
- Faça o mesmo com a CONSTRUÇÃO 2.

RESPONDA

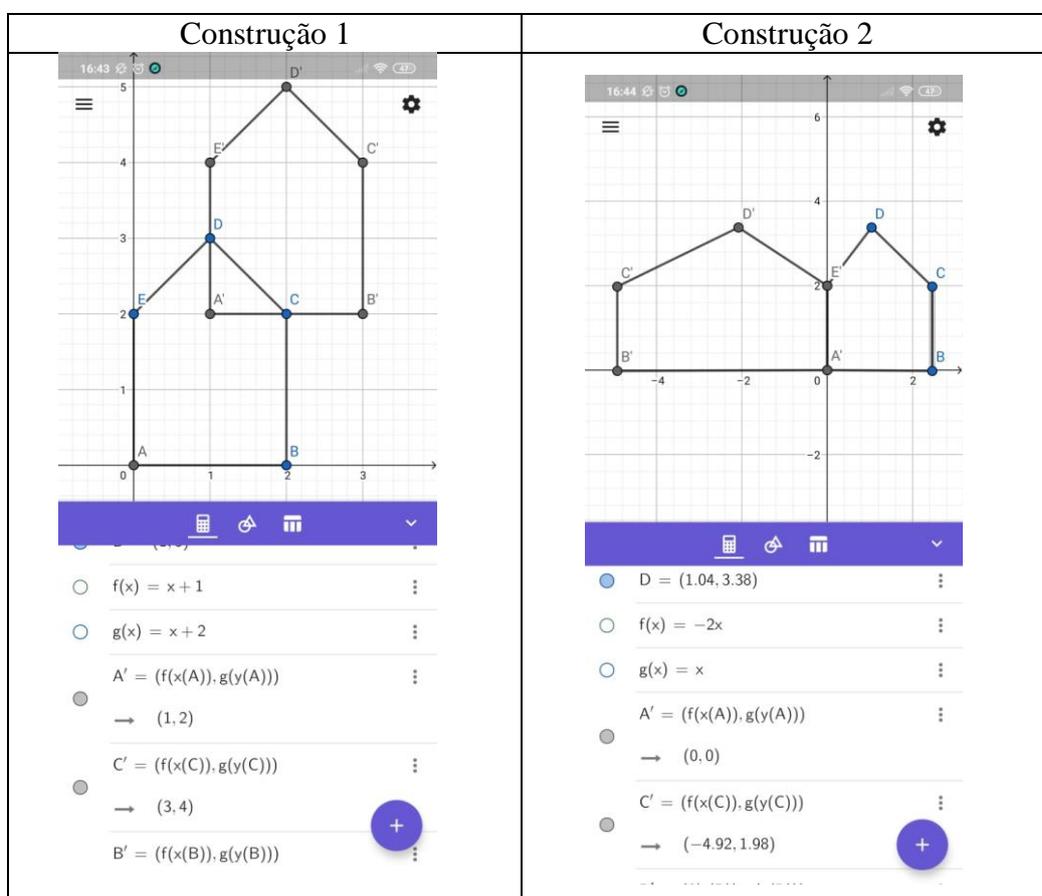
1. A CONSTRUÇÃO 1 é linear? E a CONSTRUÇÃO 2?
2. Para uma Transformação Linear, $T(0)$ é sempre 0? Justifique
3. Graficamente, (com o *GeoGebra*) como podemos ter pistas se a Transformação é uma Transformação Linear?

Fonte: A autora

JU

Vou colocar aqui também a imagem dos dois *applet* que enviamos para os alunos. Em ambos era possível movimentar o gráfico e com eles discutimos a Tarefa 5.

Quadro 9 - Apresentação das construções trabalhadas no encontro.



Fonte: A autora

CIDA

Na folha que entregamos para eles, tinha exatamente esta tarefa do Quadro 8. Os alunos abriram o primeiro *Applet* (construção 1) que enviamos e começaram a tentar resolver. Porém, o que nos surpreendeu foi que, pelo fato de entregarmos a folha para eles, eles começaram a escrever na tentativa de chegar a resultados numéricos que possibilitassem a eles firmarem se era linear ou não, ou seja, eles usaram o celular nesse momento apenas como um suporte para visualizar a construção, mas não a exploram.

ENGESTRÖM

Parece um vestígio de contradição interna a um nó, ou seja, uma contradição primária. Onde um novo artefato é inserido.

SOUTO

Eu diria, Engeström, que é mais do que isso, ela é uma contradição estrutural e historicamente construída pela forma como aprendemos e ensinamos Álgebra Linear e Geometria, como se fossem disjuntas ou não relacionadas. Há aqui a influência de sistemas externos, o que nos dá indicativos de termos também uma contradição quaternária ocorrendo ao mesmo tempo da contradição primária.

JU

Então cabe a nós, professores, estruturar as aulas de maneira a favorecer o entrelaçamento entre geométrico e algébrico, para que seja, cada vez mais, comum que os alunos façam discussão matemática relacionando-os. Nessa tarefa, em específico, entregamos material impresso, o que não ocorreu nas anteriores. O que nos coloca a pensar também sobre essa contradição quaternária que apareceu, pois, os professores sempre solicitam os registros escritos dos alunos, fazendo com que isso se torne natural, por isso embora seja uma contradição primária na inserção de artefato, mas não movimentam o sistema, porque os alunos estão acostumados ao lápis e papel e não faz com que eles se contraponham ao uso. Além disso, houve uma intensa discussão entre Iris, Matheus, José Ivan e Luiza sobre a questão de como mostrar algebricamente que uma transformação é linear ou não. No caso, utilizaram a lei de formação da transformação e aplicaram as duas condições.

DANIELS

Vocês têm registro dessas escritas dos alunos?

JU

Temos sim. Como Iris, Matheus, José Ivan e Luiza realizaram a tarefa junto, colocarei aqui o desenvolvimento do Matheus, pois, na sua resolução ele referencia Luiza como fonte de conjectura.

Figura 19 - Resolução dos alunos

• A CONSTRUÇÃO 1 refere-se a uma Transformação Linear? E a CONSTRUÇÃO 2?

$T_1: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x,y) \mapsto (x+1, y+2)$ Exemplo: $u = (1,3), v = (2,2)$
 $T_1(u) = (2,5) = v$ Verbo \Rightarrow

ii) $u = (1,3)$ e $\lambda = 2: T(2(1,3)) = T(2,6) = (3,8)$
 $2T(1,3) = 2(2,5) = (4,10) \neq (3,8)$
 $T(3,5) = (4,7) = (2,5) + (2,2)$

• Para uma Transformação Linear, $T(0)$ é sempre 0? Justifique. = (5,9)

Sim, Basta analisar o item ii) para um $\lambda = 0$

• Graficamente (com o GeoGebra), como podemos ter pistas se a Transformação é uma Transformação Linear?

Analisando a transformação na origem (depois de responder a questão 2)
 em $T_1, T(0,0) \neq 0$.
 em $T_2, T(0,0) = 0$.

T_2
 $T_2: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x,y) \mapsto (-2x, y)$

Segundo a lei de formação.

$u = (0,0) \Rightarrow T(0,0) = T(u) + T(v)$
 $v = (0,0) \Rightarrow (0,0) = (0,0)$

ii) $u = (a,b)$ $T(a,b) + T(c,d) = T(a,b) + T(c,d)$
 $v = (c,d)$ $(-2a,b) + (-2c,d) = (-2a,b) + (-2c,d)$
 $(-2a, b) = (-2a, b)$
 $(-2a, 3b) = (-2a, 3b)$

Logo, T_2 é transformação linear, pois a lei ii) são satisfetoras.

Fonte: Dados da Pesquisa

Percebam que para resolver essa tarefa, eles utilizam a definição de TL. Sejam V e W dois espaços vetoriais. Uma Transformação Linear (TL) é uma função de V em W , $(T: V \rightarrow W)$ que satisfaz as seguintes condições:

- 1) Quaisquer que sejam u e v em V , $T(u + v) = T(u) + T(v)$;
- 2) Quaisquer que sejam $\lambda \in \mathbb{R}$ e u em V , $T(\lambda v) = \lambda T(v)$;

Eles utilizam a lei de formação de cada uma das construções e aplicam as duas condições para ser TL, chegando à conclusão de que a primeira construção não satisfaz as propriedades, diferente da segunda. Ou seja, a segunda é TL, mas a primeira não.

DANIELS

Percebam que um novo artefato foi introduzido no sistema, ou seja, o registro escrito, lápis e papel, mas isso não gerou tensão com os sujeitos. Não houve nenhuma resistência por parte deles. Porém, fez com que o *smartphone* ficasse em segundo plano, ou em *standby*.

JU

Sim Daniels e aproveito para ressaltar que isso ocorreu, pois, o “novo” artefato, na verdade não é novo para os sujeitos.

É usual para eles, utilizarem lápis, papel e registros escritos.

Percebam também que a última questão dessa tarefa é respondida pelo Matheus com base na resolução da questão 2 e que depois, ao visualizar graficamente, conjectura-se que sobre a imagem que representa uma TL. Nesse momento, acredito que a TD traz um apelo visual que permite discutir muitas questões.

CIDA

Um ponto muito relevante de toda a discussão dessa tarefa foi uma conversa que tive com os alunos na qual emerge uma discussão muito além da ideia de TL e eles começam a questionar sobre corpo, ângulo e espaço vetorial. Nesse momento, acredito que tivemos um movimento expansivo nesse sistema de atividade que viemos analisando.

JU

Segue o Vídeo - https://youtu.be/PXCT_0km9f0

1

↔ Não listado

JU

Luiza: é uma condição necessária para ele ser considerado uma transformação linear.

Cida: Lei de formação

Iris: Imaginei assim, se eu usar o espaço vetorial

Luiza: Porque pra ser espaço vetorial

Iris: Espaço vetorial é corpo, é anel?

Matheus: Espaço vetorial eu nem sei, é porque depende, na verdade. Não tem relação, eu acho.

Iris: pra ser uma anel a gente tem que ver...

Matheus: pode ser os vetores das matrizes, vetores ...

Iris: E o vetor nulo está lá dentro, se não tiver vetor nulo, não é...

Luiza: Então, quando eu faço a transformação linear e dá um vetor nulo, eu já sei que vai dar um vetor nulo ...

Matheus: nem sempre. Aah sim, sempre que o...

José Ivan: Quando é transformação Linear, quando é LD

Iris: Por isso que é LD, porque é subespaço vetorial

José Ivan: Não pode achar uma Transformação

Luiza: é que a gente tem uma igualdade. A Transformação Nula é igual ao vetor nulo. O vetor nulo sempre está vigiando uma transformação nula, mas uma transformação nula, nem sempre é um vetor nulo. Pensa na transformação de...

Iris: a gente podia colocar -1 e -2 o oposto. Se o xy ali fosse -1 e 2 dava o vetor nulo.

Luiza: Uhum, então os opostos dá.

Matheus: Entendi.

Iris: Por isso eu estou começando a achar que é anel.

Matheus: Pergunta pra professora.

Iris: Posso fazer uma pergunta fora da casinha

Matheus: Pergunta qual a estrutura algébrica

Cida: Imagina, pode perguntar o que você quiser.

Iris: é Anel? Uma transformação linear é um anel?

Matheus: Não depende.

Iris: é uma estrutura? A gente pode ver assim, dessa maneira?

Matheus: pergunta se é espaço vetorial.

Iris: a gente pode ver como...

Cida: A estrutura de anel, o que ela precisa, preciso lembrar. Um espaço vetorial ele é: uma terna, primeiro um conjunto não vazio, uma operação binária que sai do produto cartesiano dele com ele e chega nele.

Iris: e aceita comutativa

Cida: a terceira coisa do espaço vetorial é um produto com escalar, não me lembro se anel a terceira coisa é produto por escalar. Porque o grupo é só o conjunto não vazio com uma operação que satisfaz algumas propriedades. O Anel é um ... eu acho que o anel é um conjunto com duas operações binárias no conjunto. O espaço vetorial, a segunda operação é uma operação produto por escalar e não produto entre elementos do conjunto, entendeu a diferença?

Iris: hummm

Matheus: entendi

Cida: então, você não vai pegar u e operar com v. no espaço vetorial é um produto por escalar, então é um elemento do conjunto com um escalar. Eu vou checar ali, mas eu acho que um anel a segunda operação não é produto por escalar, é produto

Matheus: é produto

Iris: é produto

Matheus: é só produto.

Cida: então, são três estruturas diferentes.

ENGESTRÖM:

Só digo e repito uma coisa, a Transformação Expansiva acontece “quando o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados para abarcar um horizonte de possibilidades radicalmente mais amplo do que no modo anterior da atividade” (ENGESTRÖM, 2001, p. 137)

SOUTO

Esse momento é realmente importantíssimo, acontece uma discussão muito bacana sobre conteúdos matemáticos ainda mais avançados e percebemos que os alunos não estão preocupados apenas em conhecer o aplicativo para estudar matemática, isso foi ampliado, ou seja, aconteceu um movimento expansivo.

JU

Após essa discussão sobre corpo, anel e grupo, fizemos uma sistematização da tarefa proposta. Falando especificamente sobre “ $T(0,0)=0$ ”. Então definimos com os alunos que, se T é uma TL de um espaço vetorial V em um espaço vetorial W , ou seja, $T: V \rightarrow W$, temos que:

i) $T(\mathbf{0}_v) = \mathbf{0}_w$ onde $\mathbf{0}_v$ e $\mathbf{0}_w$ são os vetores nulos de V e W , respectivamente.

Prova: Essa afirmação segue da condição $T(\lambda u) = \lambda T(u)$ com $\lambda=0$. Resumidamente temos que: “*Toda transformação linear leva o vetor nulo no vetor nulo*”.

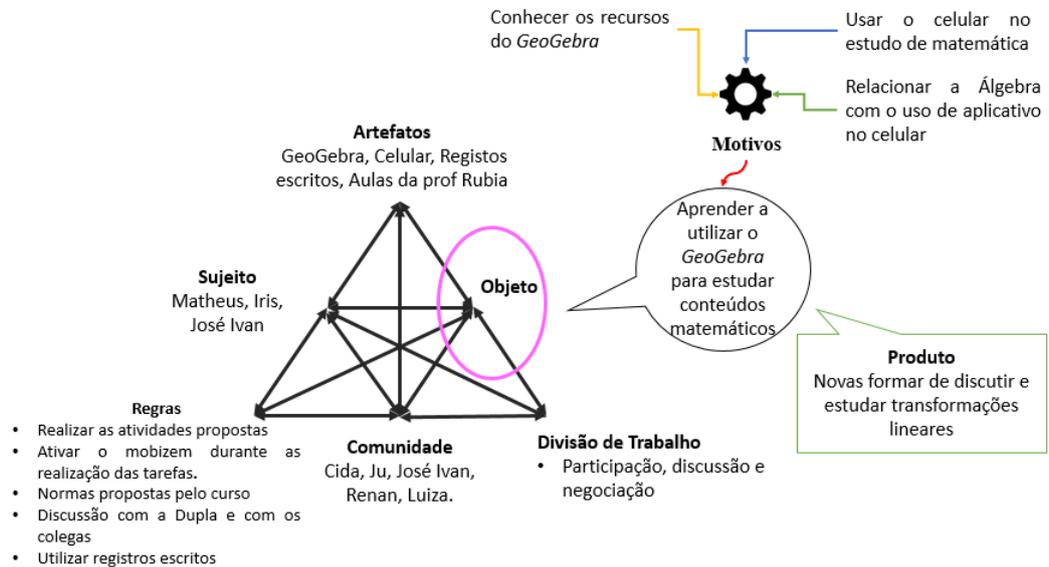
Mas chamamos a atenção para o seguinte: $T(0) = 0$ não é suficiente para que T seja uma transformação linear. Porém facilita identificarmos quando não é TL, como é o caso da CONSTRUÇÃO 1.

CIDA

Essa discussão partiu das duas construções que apresentamos para os alunos, em que foi possível perceber que os alunos após uma discussão algébrica e explorando os *applets*, puderam ter a visualização do que estava sendo discutido.

Trouxe aqui uma proposta de Sistema de Atividade Final.

Figura 20 - Sistema de Atividade Final



Fonte: A autora

Nele é possível perceber algumas alterações que ocorreram no desenvolvimento da atividade. Novos elementos compõem cada um dos nós, mostram a evolução do sistema de atividade inicial e, muito além disso, apresenta como toda atividade humana é passível de mudanças e evoluções.

~ . ~

- Ju, essa foi a minha conversa com o referencial.

- Acho que consegui entender o que você estudou.

- No processo de analisar os dados, muitas coisas são deixadas, pois é necessário que o foco seja no que pretendemos responder, ou seja, na nossa questão de pesquisa. Então, quando discuti apenas sobre esse grupo, não significa que outros não responderiam, mas que algumas escolhas precisaram ocorrer.

- Eu entendo. Quando você coloca esse Sistema de Atividade Final, fico me perguntando sobre as mudanças que ocorreram. Tudo ocorreu no caminhar das ações?

- Sim! No caminhar dos encontros, novas estratégias, estruturas e discussões foram ocorrendo entre os alunos, fazendo com que, o Sistema de Atividade que os representava inicialmente sofresse alterações, expandisse ou estabilizasse.
- Agora eu entendi. Acredito que agora estamos no mesmo caminhar. Que tal fecharmos esse trabalho juntas?
- Ótima ideia. Segue nossas considerações finais.

6 FECHANDO UMA *TELA* PARA ABRIR VÁRIAS

No contínuo processo de pesquisar e investigar questões voltadas ao uso de Tecnologias Digitais para a aprendizagem matemática e norteada pela problemática: “como um grupo de licenciandos em matemática da UFMS desenvolvem tarefas de Álgebra Linear com o GeoGebra no celular?”, é perceptível a influência do celular tanto no processo de discussão das questões propostas como na mudança da maneira de pensar a matemática.

Alguns objetivos deram suporte a essa investigação, tornando-se indispensáveis para que pudessemos responder à questão levantada. Objetivamos investigar o processo de desenvolvimento de tarefas de Transformações Lineares, por alunos de licenciatura em matemática, ao utilizarem o *GeoGebra mobile*. Para que isso fosse possível, montamos um Projeto de Ensino de Graduação (PEG) intitulado: “O uso do *GeoGebra mobile* para o estudo de Transformações Lineares”, realizado nas dependências do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na UFMS, com sete encontros presenciais, nos quais discutimos tarefas matemáticas de transformação (função) e transformação linear com o uso do aplicativo *GeoGebra* no celular.

Tivemos como integrantes do projeto e colaboradores desta pesquisa 22 alunos da licenciatura em matemática da UFMS, sendo eles de distintos semestres e turmas. Durante esse processo, os alunos experienciaram o *GeoGebra* apenas no celular. Restringimos o uso de outra TD, pois o foco central era discutir com eles o que era possível fazer, em termos de aprendizagem matemática, com o celular, visando as questões de mobilidade e portabilidade que eles possuem, bem como discutir e problematizar limitações em seu uso.

A organização do conteúdo foi articulada com o interesse expresso por eles durante o questionário inicial. Desta forma, passamos por algumas etapas: a) baixar e explorar o aplicativo *GeoGebra*; b) discutir tarefas matemáticas sobre função, para que os alunos se familiarizassem com as ferramentas do *GeoGebra*; c) discutir tarefas voltadas à criação e exploração de vetores; d) discutir tarefas matemáticas sobre transformações lineares, bem como sua definição.

Como procedimentos de produção de dados, utilizamos durante o curso algumas ferramentas: gravação das telas dos celulares, gravação de áudio, questionários e registros escritos dos alunos. Cada uma, de maneira específica, nos possibilitou meios para analisar o percurso e os movimentos dos alunos engajados nesse processo de aprendizagem com o celular. Nesse viés – produção de dados – o celular se mostrou um grande aliado. Como a intenção era

discutir as possibilidades e as limitações do celular, optamos por fazer uso dele em todas as etapas da pesquisa, não apenas para a aprendizagem matemática.

Quando o olhamos como um recurso dentro da pesquisa qualitativa, notamos que podemos fazer todos os nossos registros com ele, sem perda de qualidade, seja a partir da gravação do áudio, do vídeo, de fotos ou de anotações escritas. Basta que tenhamos memória no aparelho para armazenar os dados. Porém, se for necessário executar duas das tarefas listadas acima, em um único aparelho, podemos ter alguns problemas. Enquanto gravamos um áudio, não é possível fazer um vídeo. Enquanto filmamos, não podemos fazer anotações. Porém, quando utilizamos um aplicativo como o *mobizen*, temos a possibilidade de observar o que os alunos fazem na tela, ao mesmo tempo que fica registrada a gravação do áudio da discussão dos alunos, ou seja, acontece uma triangulação (ARAÚJO e BORBA, 2006) de dados em tempo real, sem que precisemos depois sincronizar o momento de determinada ação com a discussão que ocorria em paralelo.

Desta forma, podemos dizer que o celular, enquanto uma TD para a produção de dados qualitativos, pode ser considerado um aliado quando o utilizamos com a finalidade de obter dados como o desta pesquisa, ou seja, quando buscamos observar a ação e a discussão dos alunos no processo de aprendizagem.

Nesta dissertação, analisei o processo de discussão, desenvolvimento e o caminhar de um grupo de alunos no decorrer do PEG. Amparei-me na Teoria da Atividade (ENGESTRÖM, 2001; SOUTO, 2015) para investigar os movimentos dos estudantes e analisar dificuldades e estratégias do grupo ao realizarem as tarefas de transformação linear com o *GeoGebra mobile*, bem como analisar a influência do celular e do *GeoGebra* nesse processo.

Para isso, foi elaborado sistemas de atividade em diferentes etapas do curso. Elaboramos com base nos dados o Sistema de Atividade Idealizado, para que pudéssemos representar e apresentar elementos da primeira etapa, ou seja, nesse sistema nosso olhar esteve voltado para o que pretendíamos e como pensávamos que o curso poderia acontecer. Com ele, foi possível perceber como estávamos compreendendo o curso que elaboramos, bem como associar nossos motivos com o esperado. Cida e eu somos colocadas como comunidade no sistema, pois acreditamos os alunos recorreriam a nós para possíveis dúvidas. Além disso, pensamos a internet como uma possível comunidade nos sistemas, pois Souto e Borba (2016) discutem essa posição da internet no sistema, visto que para suprir eventuais dúvidas, como por exemplo: buscar a definição de função, os alunos poderiam optar por escolher este meio, ao invés de pedir auxílio.

Discutimos também um Sistema de Atividade Inicial, o Sistema de Atividade Modificado e o Sistema de Atividade Final. Como discutido no capítulo anterior, o grupo foi escolhido por influência da própria teoria que nos ampara. Buscamos olhar para o grupo que apresentava potencial para discutir elementos como multivocalidade e historicidade. Iris e Matheus foram muito frequentes e participativos nos encontros, o que nos deu mais elementos para discutir nosso objetivo e problemática.

Quando nos voltamos para os objetivos específicos dessa dissertação, podemos dizer que encontramos possibilidades e estratégias para superar dificuldades dos alunos no desenvolver das tarefas com o celular. Percebemos que uma das dificuldades foi associar a representação geométrica com a algébrica e que, na maioria das vezes, os alunos passavam a fazer algumas conjecturas sobre o conteúdo, enquanto movimentavam os gráficos e percebiam o *feedback* do aplicativo. Esta dificuldade está associada a uma questão estrutural do ensino, que dissocia Álgebra e Geometria fazendo com que os alunos apresentem problemas ao relaciona-las. Neste sentido, em termos teóricos, podemos dizer que percebemos uma contradição quaternária no sistema de atividade e ao mesmo tempo, notamos uma contradição primária associada à inserção do artefato registro escrito (uso de lápis e papel), ou seja, duas contradições em um mesmo momento da atividade.

Outras vezes, a conversa com o outro grupo, ou a busca por alguma definição, fazia com que eles tentassem elaborar respostas para as questões realizadas, suprindo tensões e gerando movimentos expansivos de aprendizagem. Também foi possível notar que nas tarefas de transformação linear, mesmo com o gráfico em mãos, no *GeoGebra*, no celular, os sujeitos preferiram o uso do registro escrito, o que não gerou uma contradição no sistema, mas gerou mudança no nó do artefato, das regras e da divisão do trabalho, ou seja, o processo de internalização.

Teoricamente, podemos dizer que aprendizagem acontece quando o sujeito é capaz de externalizar aquilo que estão compreendendo. Porém, neste trabalho, podemos notar que o contrário também ocorre, ou seja, a aprendizagem pode ocorrer da externalização para a internalização, pois, os alunos que discutiam, manipulavam gráficos e utilizavam celular nesse processo, ao encontrar o registro escrito são influenciados pelo meio externo, passa a internalizar essa discussão matemática.

Quando a discussão voltou-se especificamente para o tema transformações lineares, na qual discutimos uma das regras para que uma transformação seja linear, ou seja, que $T(0,0)=0$, os sujeitos inicialmente tentam fazer essa prova na forma escrita, agregando valores às leis de formação, o que segundo Engeström (2001) pode ser considerado como um processo de

internalização, ou seja, a reprodução da cultura, do que é usual para eles. Porém, depois que têm as respostas em mãos e passam a olhar para o *GeoGebra*, notamos que as conjecturas aparecem de forma mais natural e que o *feedback* visual apresentado pelo aplicativo possibilitou que eles “vissem” o que tanto fizeram algebricamente.

Pensando nas Transformações (funções) no geral, nas nossas tarefas iniciais, o *GeoGebra* gerou muitas influências nas respostas dos alunos. Por exemplo: ao discutirem sobre as questões vetoriais, domínio e imagem (conforme discutido), ao movimentarem um vetor de entrada e perceberem a alteração em outro vetor, foi possível discutir elementos sobre domínio e contra-domínio e sobre \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 . Acreditamos que sem esse apelo visual que o celular possibilita, muitas discussões não teriam ocorrido.

De modo geral, podemos dizer que ao trabalhar a Álgebra Linear a partir de atividades no celular, é possível promover contribuições que favorecem aprendizagem dos alunos, em especial no que diz respeito à visualização da representação dinâmica de objetos matemáticos e da relação intrínseca entre os modos de descrição algébrico e geométrico. Não estou dizendo que é um trabalho fácil, mas sem dúvidas pode ser satisfatório. Algumas das limitações que pudemos perceber nesse percurso estiveram relacionadas ao tempo para discussão das tarefas e dos conteúdos, bem como para aprender a utilizar os comandos do *GeoGebra*, o que nos coloca a pensar sobre a estrutura de sala de aula atual, será que o modelo de aulas segmentadas com tempo de cada aula é ideal para trabalhar com as TD? Acreditamos que há necessidade de repensarmos a estrutura de ensino, colocando como fundamental os conteúdos a serem ensinados ao invés das quantidades de conteúdo.

Houve, ainda, reclamações com relação ao tamanho da tela para adicionar pontos e movimentar gráficos, a precisão para utilizar determinado par ordenado, bem como as diferenças de uma versão para outra.

Em suma, pensar o uso de Tecnologias Digitais no contexto educacional não é, nem de longe, uma tarefa fácil. Precisamos de tempo para aprender a utilizar uma nova TD e para refletir sobre esse uso, tempo de planejamento e execução, mas acima de tudo precisamos de interesse. Trabalhando com Álgebra Linear, que é um conteúdo abstrato, pudemos observar como é satisfatório quando o aluno se mobiliza, discute e consegue visualizar aquilo que antes deveria ser imaginado, ou seja, quando ele busca pela aprendizagem. Como saber se estamos construindo imagens mentais que tenham uma correspondência com as construções algébricas? Fica essa reflexão para professores.

Acredito que muitas questões podem ser levantadas a partir desse trabalho que realizamos. Nos limitamos em falar apenas sobre a definição de uma transformação linear, foi

até onde conseguimos chegar, mas podemos pensar: Como alunos discutiriam questões de Álgebra Linear olhando para o \mathbb{R}^3 , ou seja, como poderia ser o trabalho com o GeoGebra 3D considerando transformações com domínio e imagem no \mathbb{R}^3 ? Quais contribuições o celular ou aplicativos matemáticos no celular podem trazer para a aprendizagem de matemática no ensino superior? Como utilizar o celular, sem aplicativos específicos de matemática, para discutir conteúdos matemáticos? Essas seriam algumas das questões que borbulham na minha mente enquanto finalizo essa dissertação.

REFERÊNCIAS

- ARAUJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- BAIRRAL, M. A. Do clique ao touchscreen: novas formas de interação e de aprendizado matemático. p. 18, 2013.
- BAIRRAL, M. A. As Manipulações em Tela Compondo a Dimensão Corporificada da Cognição Matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 10, n. 2, p. 99, 2017.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. *Pesquisa em Ensino e Sala de Aula: Diferentes vozes em uma investigação*. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2018.
- BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 2ª ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2018.
- BUSTAMANTE, J. E. G. **Modelagem matemática na modalidade online: Análise segundo a teoria da atividade**. 213f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP. Rio Claro, 2016.
- CHIARI, A. S. S. Tecnologias Digitais e Educação Matemática: relações possíveis, possibilidades futuras. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 11, n. 26, p. 351–364, 2018.
- CHIARI, A. S. S. *O papel das tecnologias digitais em disciplinas de Álgebra Linear a distância: possibilidades, limites e desafios*. 2015. 200 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2015.
- CUNHA, J. F. T. *Blended Learning E Multimodalidade Na Formação Continuada De Professores Para O Ensino De Matemática*. 2018. 104 f. Dissertação – Universidade do Estado de Mato Grosso, Barra dos Bugres - MT, 2018.
- DANIELS, H. *Vygotsky e a Pesquisa*. São Paulo: Loyola, 2011.
- DANIELS, H. *Vygotsky e a Pesquisa*. Tradução Edson Boni. São Paulo - SP: Edições Loyola, 2008.
- DUARTE, N. A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação. v. 20, n. 02, p. 23, 2002.
- ENGESTRÖM, Y. Expansive Learning at Work: Toward an activity theoretical reconceptualization. 2001. 1, p. 133–156.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit, 1987.

ENGESTROM, Y.; SANNINO, A. *Estudos de aprendizagem expansiva: fundamentos, descobertas e futuros desafios*. In: ENGESTRÖM, Y. *APRENDIZAGEM EXPANSIVA*. Tradução FERNANDA LIBERALI. Campinas (SP), 2016.

ENGESTRÖM, Y. *Engeström 03*. (2010) Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=E5dUA5iDluE&feature=youtu.be>>. Acesso em: 14 abr. 2019.

FREIRE, M. *Observação, Registro, Reflexão: Instrumento Metodológico*. São Paulo, SP: Espaço Pedagógico, 1992. (Série Seminários).

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

KARRER, M. *Articulação entre Álgebra Linear e Geometria - Um Estudo sobre as Transformações Lineares na Perspectiva dos Registros de Representação Semiótica*. 2006. 435 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

KENSKI, V. M. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. 1. ed. Campinas: Papirus, 2007.

KENSKI, V. M. *Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância*. 9ª ed. Campinas: Papirus, 2012.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

MARTINS, E. R. *O uso dos softwares Winplot e Winmat no Curso de Licenciatura em Matemática: potencialidades, possibilidades e desafios*. 2013. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10737/326>>.

MORAN, J. M. *Ensino e Aprendizagem Inovadores com Tecnologias Audiovisuais e Telemáticas*. IN: MORAN, J. M., MASETTO, M. T., BEHRENS, M. A. *Novas Tecnologias E Mediação Pedagógica*. 19ª ed. Campinas: Papirus, 2012.

MORAN, J. M. *Ensino e Aprendizagem Inovadores com Apoio de Tecnologias*. IN: MORAN, J. M., MASETTO, M. T., BEHRENS, M. A. *Novas Tecnologias E Mediação Pedagógica*. 21ª ed. Campinas: Papirus, 2013.

SANTAELLA, L. *Comunicação ubíqua: repercussões na cultura e na educação*. São Paulo: Paulus, 2013.

SANTOS, J. O. C.; SANTADE, M. S. *A teoria da atividade sócio-histórico-cultural: uma proposta para a prática de produção de textos escritos pela argumentação*. Caderno Seminal Digital Ano 18, v. 18, n. 18, 2012.

Silva, E. S. *Transformações lineares em um curso de Licenciatura em Matemática: uma estratégia didática com uso de tecnologias digitais*. 2015. 197 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

SILVA, N. M.; ARAGÃO, R. F. *A observação como prática pedagógica no ensino de geografia*. *Geosaberes*, v. 3, n. 6, p. 50–59, 2012.

SOARES, D. S.; SOUTO, D. L. P. Tensões no processo de análise de modelos em um curso de cálculo diferencial e integral. *REMATEC. Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN)*, ano 9, n. 17, p. 44-74, set./dez. 2014.

SOUTO, D. L. P. *Transformações expansivas na produção matemática on-line*. São Paulo: Cultura acadêmica, 2014.

SOUTO, D. P. L.; ARAÚJO, J. L. Possibilidades expansivas do sistema seres-humanos-com-mídias: um encontro com a teoria da atividade. *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013. p. 71–90.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Transformações expansivas em sistemas de atividade: o caso da produção matemática com a internet. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 6, p. 41–57, 2013.

STRÖM, J.; ASTRÖM, K.; AKENINE-MÖLLER, T. *Immersive Math*. Disponível em: <<http://immersivemath.com/ila/tableofcontents.html?>>. Acesso em: 31 mar. 2019.

APÊNDICE



Serviço Público Federal
Ministério Da Educação

Fundação Universidade Federal Do Mato Grosso Do Sul



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado a participar de uma pesquisa, chamada “**POSSIBILIDADES DE USO DO *GEOGEBRA* NO CELULAR PARA O ESTUDO DE TRANSFORMAÇÕES LINEARES**”, cujo objetivo investigar o processo de desenvolvimento de tarefas de transformações lineares por alunos da licenciatura em matemática ao utilizar o *GeoGebra mobile*. O material a ser analisado nesta pesquisa resultará da produção de dados dos alunos durante um curso desenvolvido pelos pesquisadores com a duração de 20 horas. A pesquisa se dá, pelas inquietações das responsáveis do estudo, em investigar como trabalhar a articulação entre a representação Algébrica e Geométrica de transformações lineares de forma que, possibilite uma aproximação na relação de ambas, que parece ser tão distante.

Você precisa decidir se quer participar ou não. Por favor, não se apresse em tomar a decisão. Leia cuidadosamente o que se segue e pergunte ao responsável pelo estudo qualquer dúvida que você tiver.

A participação no referido estudo será no sentido de participar de atividades que vão envolver desenvolvimento de tarefas propostas, discussões e registros escritos e digitais. Serão necessárias gravações de áudios e vídeos e realização de registros escritos durante todo o desenvolvimento do curso e este material será utilizado como dados da pesquisa. Esclarecemos que não haverá possíveis desconfortos e/ou riscos decorrentes desse estudo, mesmo levando-se em conta que é uma pesquisa, e os resultados somente serão obtidos após a sua realização. A pesquisa está sendo coordenada pela Profa. Dra. Aparecida Santana de Souza Chiari (UFMS) e a pesquisadora que desenvolverá a pesquisa é a Profa. Juliana Leal Salmasio, mestranda do programa de pós-graduação em Educação Matemática – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Participarão deste estudo discentes do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), situada no município de Campo Grande – MS. Não poderão participar desta pesquisa menores de idade sem a autorização de pais ou responsáveis. Participarão, no total, vinte e quatro graduandos do referido curso.

Você será informado periodicamente de qualquer nova informação que possa modificar a sua vontade em continuar participando do estudo.

Em caso de dúvidas, entre em contato com Juliana Leal Salmasio, telefone (67) 9 9675-3818, e-mail: jusalmasio@hotmail.com. Em caso de reclamação ou qualquer tipo de denúncia sobre este estudo deve ligar para o PPGEducMat/UFMS (67) 3345-7139/7146 ou mandar um e-mail: edumat.inma@ufms.br.

Sua participação no estudo é voluntária. Você pode escolher não fazer parte do estudo, ou pode desistir a qualquer momento. Você não será proibido de participar de novos estudos.

Declaro que li e entendi este formulário de consentimento, todas as minhas dúvidas foram esclarecidas e que sou voluntário a tomar parte neste estudo. Desta forma, firmo que

- () Desejo ter minha identidade preservada
- () Não desejo ter minha identidade preservada
- () Não me importo se minha identidade for preservada

Nome do aluno (a): _____ RGA: _____

Assinatura do aluno (a): _____ data __/__/____

Assinatura do responsável*: _____ data __/__/____

Telefone: () _____ - _____

Endereço: _____

Assinatura da pesquisadora _____ data __/__/____

Uso de imagens:

- () Sim
- () Não

**Será necessária a assinatura do responsável legal, caso o discente seja menor de idade.*