

ENOQUE DA SILVA REIS

**RAIZES HISTÓRICAS DO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL
E INTEGRAL NA ESCOLA POLITÉCNICA DO RIO DE JANEIRO
NAS ÚLTIMAS DÉCADAS DO SÉCULO XIX**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Campo Grande – MS
2019**

ENOQUE DA SILVA REIS

**RAIZES HISTÓRICAS DO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL
E INTEGRAL NA ESCOLA POLITÉCNICA DO RIO DE JANEIRO
NAS ÚLTIMAS DÉCADAS DO SÉCULO XIX**

Tese apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Educação Matemática à Comissão Julgadora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul sob a orientação do Professor Dr. Luiz Carlos Pais.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Campo Grande – MS
Ano 2019**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais – Orientador
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Prof. Dr. Antônio Sales
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul

Prof. Dr. Marlos Gomes de Albuquerque
Universidade Federal de Rondônia

Prof^ª. Dr^ª. Edilene Simões Costa dos Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Prof. Dr. Mustapha Rachidi
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas (Suplente)
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Prof^ª. Dr^ª. Viviane Barros Maciel (Suplente)
Universidade Federal de Goiás

DEDICATÓRIA

*Ao meu pai Dinamérico, minha mãe Maria Estela,
minha esposa Simone, meu querido filho Azael e
a meu orientador e hoje amigo Luiz Carlos Pais.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente, a equipe de professores do programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), em especial, ao professor Dr. José Luiz Magalhães de Freitas que me orientou na fase inicial do trabalho e ao professor Dr. Luiz Carlos Pais que conduziu as orientações a partir do final de 2018.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, assim como da Universidade Federal de Rondônia, (GEPHEME) e (GEPHEME-RO) que colaboraram nas discussões realizadas.

Aos professores do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Rondônia *campus* Ji-Paraná que sempre me apoiaram no decorrer dessa fase de estudo, em particular teço meus agradecimentos ao professor Lenilson Sergio Cândido e ao professor Marlos Gomes de Albuquerque.

Um especial agradecimento aos membros da banca:

Ao professor Dr. Antônio Sales que trouxe contribuições excelentes tanto no formato do texto quando nos elementos teóricos por mim utilizados, enfatizando a necessidade de uma escrita mais clara e concisa, destaques estes que ao meu ver tornou o texto mais compreensivo.

Ao professor Dr. Mustapha Rachidi, que destacou diversos elementos no contexto da história da matemática pontuando personagens importantes a compor o trabalho, agradeço-o também pelo material indicado e pelas orientações na escrita da etapa especificidades do Cálculo Diferencial e Integral, pois, com suas observações pude realizar uma melhor escrita tanto nesta quanto nas demais partes, não poderia deixar de agradecê-lo pelos diversos momentos que nos reunimos para discutir o texto mostrando disponibilidade, dedicação e companheirismo para comigo.

Ao professor Dr. Marlos Gomes de Albuquerque, que além de ter indicado materiais riquíssimos em colaboração a minha temática pontuou diversos elementos teóricos que foram reorganizados para melhor compreensão.

A professora Dra. Edilene Simões Costa dos Santos que brilhantemente destacou a necessidade de valorizar os conceitos da Nova História Cultural utilizando-os com melhor organização na análise.

A professora Dra. Viviane Barros Maciel com suas contribuições no movimento de análise em conjunto com o referencial teórico, mostrou-me a necessidade de me aprofundar ainda mais nos elementos teóricos para melhor utilizá-los na análise.

Ao professor Dr. José Luiz Magalhães de Freitas, que destacou a necessidade de melhor explicitar os elementos matemáticos dos personagens envolvidos, assim como, reestruturar a escrita referente a história da matemática para melhor utilização na análise.

Enfim, agradeço veementemente estes personagens que se tornaram protagonistas neste trabalho de forma que culminasse nesta escrita.

Meu muito obrigado.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é analisar a sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, nas últimas quatro décadas do século XIX, focalizando mais especificamente os saberes matemáticos de referência, bem como aos saberes para o ensino da mesma matéria. As fontes usadas para realizar esse objetivo resultaram, em grande parte, de documentos coletados na Hemeroteca Digital Brasileira, reunindo artigos de jornais e de revistas, assim como diferentes outros textos sobre o ensino da matemática superior na referida instituição. Além destes elementos, foram usados ainda leis, regulamentos, programas de ensino, reformas educacionais e relatórios oficiais. A pesquisa foi conduzida por uma abordagem metodológica crítica em conjunto com o Esquema Heptagonal, definido e discutido no contexto do grupo de pesquisa no qual o trabalho foi realizado. O referencial teórico adotado é constituído por conceitos oriundos da Nova História Cultural, na linha descrita pelo historiador Peter Burke, destacando a centralidade atribuída aos saberes disciplinares e profissionais e os diferentes processos inerentes à sua produção e disseminação em certos contextos de referência. Foi possível constatar a existência de uma forte presença da ordem de conhecimento positivista, nas raízes históricas do ensino de Cálculo Diferencial e Integral no quadro institucional considerado, bem como a emergência de uma prática diferenciada de sistematização dos saberes ensinados em textos publicados na imprensa da época. Aspectos conceituais do Cálculo Diferencial e Integral, debatidos na literatura especializada da época, aparecem no contexto institucional da pesquisa, associados ao acirrado contexto político dos últimos anos do período imperial e na fase inicial do período republicano. A pesquisa mostrou a existência de três linhas disciplinares, as quais levaram à profissionalização dos Engenheiros Politécnicos, a uma nova fase de formação dos Militares do Exército Brasileiro e, finalmente, a constituição dos primeiros traços de pesquisa no campo do ensino das matemáticas superiores no Brasil. E ainda, destaca-se a existência de uma relação entre a noção de *expertise* no sentido de que essa condição é conferida por uma instância que concede ao especialista esse estatuto, mas, por outra, essa própria instância está necessariamente vinculada a comunidade de saber, que referencia e aprova o seu poder de conferir o grau de *expertise* a um determinado profissional de reconhecida competência. Consequentemente foi possível destacar uma rede de *expertise* composta pelos *experts* Licínio Athanasio Cardoso, Roberto Trompowsky Leitão de Almeida e Benjamim Constant Botelho de Magalhães.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral. Sistematização do Ensino. Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Matemática Positivista. Raízes Históricas do Ensino das Matemáticas.

ABSTRACT

The aim of this research is to analyze the systematization of the teaching of the Differential and Integral Calculus at the Polytechnic School of Rio de Janeiro, in the last four decades of the nineteenth century, focusing more specifically on mathematical reference knowledge, as well as knowledge for teaching the same subject. The sources used to accomplish this objective resulted, in large part, from documents collected at the Hemeroteca Digital Brasileira, gathering articles from newspapers and magazines, as well as different other texts on the teaching of higher mathematics in that institution. In addition to these elements, laws, regulations, teaching programs, educational reforms and official reports were also used. The research was conducted by a critical methodological approach in conjunction with the Heptagonal Scheme, defined and discussed in the context of the research group in which the work was performed. The adopted theoretical framework is constituted by concepts coming from the New Cultural History, in the line described by the historian Peter Burke, highlighting the centrality attributed to the disciplinary and professional knowledge and the different processes inherent to its production and dissemination in certain reference contexts. It was possible to verify the existence of a strong presence of the positivist order of knowledge, in the historical roots of the teaching of Differential and Integral Calculus in the considered institutional framework, as well as the emergence of a differentiated practice of systematization of the knowledge taught in texts published in the press of the time. Conceptual aspects of Differential and Integral Calculus, debated in the specialized literature of the time, appear in the institutional context of the research, associated with the fierce political context of the last years of the imperial period and in the early phase of the republican period. The research showed the existence of three disciplinary lines, which led to the professionalization of the Polytechnic Engineers, a new phase of formation of the Brazilian Army Military and, finally, the constitution of the first research traits in the field of higher mathematics teaching in Brazil. And yet, there is a relationship between the notion of expertise in the sense that this condition is conferred by an instance that grants the expert this status, but, on the other, that instance itself is necessarily linked to the knowledge community, which endorses and approves its power to confer the degree of expertise to a given professional of recognized competence. Consequently it was possible to highlight a network of expertise composed by the experts Licínio Athanasio Cardoso, Roberto Trompowsky Leitão de Almeida and Benjamin Constant Botelho de Magalhães.

Keywords: Differential and Integral Calculus. Systematization of Teaching. Polytechnic School of Rio de Janeiro. Positivist mathematics. Historical Roots of Mathematics Teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01	Isaac Newton	46
Figura 02	Gottfried Wilhelm Leibniz.	48
Figura 03	Esquema Heptagonal	65
Figura 04	Tela inicial da Biblioteca Nacional Digital (BNDigital)	73
Figura 05	Tela inicial da Hemeroteca Digital Brasileira	74
Figura 06	Tela de busca por período na Hemeroteca Digital Brasileira	74
Figura 07	Busca por período na Hemeroteca Digital Brasileira com o termo Cálculo Diferencial	75
Figura 08	Revista <i>A Idéa Sciencias e Lettras</i>	121
Figura 09	Capa da primeira edição da revista – <i>A Idéa Sciencias e Lettras</i>	121
Figura 10	Capa da lição – Revista <i>A Idéa Sciencias e Lettras</i>	122
Figura 11	Prova que a área do círculo é igual ao produto da circunferência pela metade do raio	126
Figura 12	Descrição das diversas ordens dos infinitamente pequenos	129
Figura 13	Prova que o limite de duas quantidades infinitamente pequenas não muda quando são substituídas por outra que não sejam iguais, porém cujas reciprocas relações tenham respectivamente para o limite a unidade	131
Figura 14	Notícia: visita do Imperador 1875	149
Figura 15	Notícia: visita do Imperador 1886	149
Figura 16	Explicação de <i>Mathematica</i>	151
Figura 17	Curso Livre 1887	154
Figura 18	Curso Livre 1880	154
Figura 19	Tradução de TORRES (1812), v. 1, parte da obra de Lacroix: <i>Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et du Calcul Intégral</i> .	157
Figura 20	LACROIX, F. <i>Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et du Calcul Intégral</i> , 2ª ed, 1806.	157
Figura 21	1874 - Escola <i>Polytechnica</i>	158
Figura 22	Crítica ao Programa de Ensino	159
Figura 23	Programa de Cálculo <i>Diferencial</i> da Escola Militar	159
Figura 24	Programa de Cálculo Integral da Escola Militar	160
Figura 25	Regulamento reorganizando as escolas do exército	161

LISTA DE SIGLAS

SIGLA	DESCRIÇÃO
UFMS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
GEPHEME	Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Nível Superior
UNIDERP	Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal
USP	Universidade de São Paulo
UNICAMP	Universidade de Campinas
UFLA	Universidade Federal de Lavras
DAME-UNIR	Departamento Acadêmico de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Rondônia
GEPHEME-RO	Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar atuante na UNIR <i>campus</i> Ji-Paraná.
CALIOPE	Intercâmbio, Historiografia e História da Educação
UFMT	Universidade Federal do Mato Grosso
AVOANTES	Memória, Educação e Arquivo da Universidade Federal do Mato Grosso
GHEMAT	Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática
UFESP	Universidade Federal de São Paulo
ITA	Instituto de Tecnologias Aeroespacial
CEFET-SP	Centro Federal de Educação Tecnológica de São Paulo
BNDigital	Biblioteca Nacional Digital
OCR	<i>Optical Character Recogniton</i>
ARM	Academia Real Militar
ERHISE	Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 TRAJETÓRIA PESSOAL	16
2 PROBLEMA E OBJETIVOS DA PESQUISA	21
2.1 OBJETIVO GERAL	22
2.1.1 Primeiro Objetivo Específico	24
2.1.2 Segundo Objetivo Específico	29
2.1.3 Terceiro Objetivo Específico	30
3 REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO	33
3.1 ESTADO DOS SABERES	33
3.2 ESPECIFICIDADES DO CÁLCULO DIFERENCIAL INTEGRAL.....	37
3.2.1 Alguns Elementos Históricos do Cálculo	38
3.2.1.1 Uma Breve Visão Sobre o Cálculo na Antiguidade e na Idade Média .	38
3.2.1.2 O Cálculo e a Sua Evolução no Século XVII	41
3.2.1.3 Newton e Leibniz na História do Cálculo.....	46
3.2.1.4 O Cálculo Após as Descobertas de Newton e Leibniz	50
3.3 ASPECTOS CONCEITUAIS DA NOVA HISTÓRIA CULTURAL.....	54
3.3.1 Novas Abordagens Emergindo a Partir da História Cultural?.....	61
3.4 ABORDAGEM METODOLÓGICA CRÍTICA: O ESQUEMA HEPTAGONAL	63
3.4.1 Algumas Reflexões Sobre Método	71
3.5 CATEGORIAS DE ANÁLISE A <i>POSTERIORI</i>	75
3.5.1 Práticas Profissionais	77
3.5.2 Ordem de conhecimento	78
3.5.3 Tentativa de Objetivação	81
4 RETORNO ÀS RAÍZES HISTÓRICAS	83
4.1 RAÍZES POSITIVISTAS	83
4.1.1 Matemática Positivista no Brasil	85
4.2 EVOLUÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL	87
4.2.1 Academia Real da Marinha.....	91
4.2.2 Academia Real Militar.....	92
4.2.2.1 Reorganização Ocorrida no Ano de 1839	94
4.2.3 Escola Central de 1858	95
4.2.3.1 Doutorado em Ciências Matemáticas	96
5 SISTEMATIZAÇÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA	101

5.1	A CENTRALIDADE ATRIBUÍDA AOS SABERES	101
5.2	DISSEMINAÇÃO DOS SABERES MATEMÁTICOS	104
5.2.1	Disseminação pela Revista do Rio de Janeiro	108
5.2.1.1	Na Falta de uma Grande Obra... ..	110
5.2.1.2	Divisão Fundamental do Cálculo das Funções Indirectas.....	114
5.2.2	Disseminação pelo periódico A Idéa Jornal de Sciencias e Letras.....	120
5.2.2.1	As lições de Análise estavam divididas em duas partes	122
5.2.3	Disseminação pela Revista <i>A Crença Sciencias, Letras e Artes</i>	132
5.2.3.1	Método Infinitesimal e o Método dos Limites.....	134
5.2.3.2	O método diferencial para obtenção de coeficientes numéricos.....	137
5.2.4	Disseminação pela Revista da Família Acadêmica	139
5.2.4.1	Transformações de Coeficientes Diferenciais	140
6	ASPECTOS CULTURAIS DE REFERÊNCIA.....	143
6.1	DESAFIOS DA PROFISSIONALIZAÇÃO	145
6.2	LIVROS TEXTOS.....	155
6.3	PROGRAMAS E LEGISLAÇÃO	158
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	166
	REFERÊNCIAS	171
	APÊNDICE A - Tabela de Ocorrências do Termo Cálculo Diferencial na Hemeroteca 1800-1900.....	176
	APÊNDICE B – Lista de Textos de Cálculo Encontrados na Hemeroteca Digital (1860- 1900) 183	
	ANEXO A - Decreto nº 33.245, de 8 de julho de 1953	184
	ANEXO B - Decreto nº 9.554, de 5 de novembro de 2018.....	185
	ANEXO C - Decreto de 9 de março de 1832 Reforma a Academia Militar da Corte .	186
	ANEXO D - Decreto de 22 de outubro de 1833. Separa a Academia de Marinha, e a Companhia dos Guardas-Marinhas, da Academia Militar da Corte, e dá a está Novos Estatutos.	186
	ANEXO E - Decreto de 23 de fevereiro de 1835.....	186
	ANEXO F - Decreto número 25, de 14 de janeiro de 1839 e Regulamento número 29, de 22 de fevereiro de 1939. Dá nova organização à Academia Militar.....	186
	ANEXO G - Decreto número 140, de 9 de março de 1842. Aprova os Estatutos da Escola Militar.	186
	ANEXO H - Decreto número 404, de 1 de março de 1845. Manda executar provisoriamente os Estatutos da Escola Militar.	187

ANEXO I - Decreto Nº 1.536, de 23 de janeiro de 1855. Cria uma Escola de Aplicação do Exército, na conformidade do Regulamento que com esta baixa.....	187
ANEXO J - Decreto número 2.116, de 01 de março de 1858. Aprova o regulamento reformando os da Escola de Aplicação do Exército e do curso de infantaria e cavalaria da província de S. Pedro do Rio Grande do Sul, e os Estatutos da Escola Militar da Corte.....	187
ANEXO K - Decreto 3.083, de 28 de abril De 1863. Aprova o Regulamento para as Escolas Militares do Império.....	187
ANEXO L - Decreto 5.529, de 17 de janeiro De 1874. Aprova o Regulamento para as Escolas do Exército	188

INTRODUÇÃO

A pesquisa descrita nesta tese foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, *campus* de Campo Grande. A partir desse quadro institucional mais amplo, somos levados a reconhecer a importância do coletivo no qual o trabalho foi realizado, que se trata do Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar, liderado pela doutora Edilene Simões Costa dos Santos em parceria com o doutor Luiz Carlos Pais, orientador desta tese.

Neste trabalho, buscamos analisar a sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro¹, no contexto das últimas quatro décadas do século XIX, articulando aspectos relacionados às bases matemáticas de referência, bem como aos saberes vinculados ao ensino desta matéria, a partir do que foi possível concluir das fontes produzidas. Tratou de esboçar um problema da história do ensino da matemática superior no Brasil, tomando como referência a influência das instituições militares do século XIX e os primeiros cursos de engenharia que levaram no início do século seguinte, à constituição disciplinar do campo das matemáticas, de onde saíram os primeiros profissionais que protagonizaram o início da história do ensino da matemática no Brasil. Diante disso, tem-se um problema histórico, assim como à emergência do campo da matemática acadêmica em nosso país. Para tal, fomos levados a retornar ao período da chegada na Família Real no Brasil, para delimitar o período compreendido entre 1860 e 1900.

Como principal ferramenta para compor o *corpus* que fundamentou a produção das fontes, destaca-se a Hemeroteca Digital Brasileira, um portal de periódicos nacionais disponível para consulta livre com acesso à internet. O uso dessa ferramenta digital permitiu encontrar 1298 ocorrências ao inserir o termo “Cálculo Diferencial” na plataforma de consulta. Esse elevado número de registros nos levou a buscar sucessivos meios para refinar a busca inicial das informações e iniciar as análises desejadas.

Este trabalho encontra-se estruturado em sete capítulos os quais foram necessários para expressar os aspectos principais da pesquisa. O primeiro capítulo, denominado Trajetória Pessoal, tem a finalidade de situar o leitor junto ao contexto de

¹ Na continuidade do texto, ao se referir à Escola Politécnica do Rio de Janeiro, mencionaremos apenas “Escola Politécnica”.

vida do autor do trabalho. A redação dessa trajetória procura atender um princípio defendido em nosso grupo de pesquisa, no qual acredita-se que a questão pesquisada, além de ter um significado social deve ter um vínculo existencial com o pesquisador. Ainda neste tópico, tem-se a descrição de uma trajetória um pouco mais peculiar, que foi chamada de, “Em busca de formação para pesquisa”, neste caso a escrita foi realizada evidenciando a formação acadêmica pessoal do autor.

O segundo capítulo foi reservado para apresentar as linhas gerais da pesquisa, partindo do problema histórico, traduzido na formulação de uma questão pontual, assim como de sua operacionalização por meio da definição do objetivo geral e dos objetivos específicos.

O terceiro capítulo descreve o referencial teórico e metodológico e está dividido em cinco partes. A primeira delas trata do estado dos saberes referentes ao tema pesquisado, organizado a partir de buscas feitas em grupos de pesquisa da Plataforma Lattes, assim como em bancos de teses e dissertações. A segunda parte expõe aspectos históricos do Cálculo Diferencial e Integral. A terceira parte aborda aspectos teóricos relacionados à Nova História Cultural, na linha teorizada por Burke (2008). A quarta parte trata de questões de método, tratando dos princípios de uma abordagem crítica definida por Pais (2019). Essas questões de métodos traduzem a maneira como o nosso coletivo de pesquisa tem discutido, nos últimos anos, os caminhos que traduzem à nossa maneira de conceber a produção de saberes. Para finalizar, na última parte são definidas as categorias usadas para analisar as fontes produzidas.

Os três capítulos seguintes, de números 4, 5 e 6, descrevem como foram realizados os três objetivos específicos definidos no segundo capítulo. Mais especificamente, o quarto capítulo descreve as raízes históricas do ensino do Cálculo Diferencial e Integral no Brasil, entre 1808 e 1860, focalizando eventos que ocorreram a partir da chegada da Família Real, até os momentos que precedem o início do período específico (1860 a 1900) definindo em função da questão focalizada na pesquisa.

De forma que o quinto capítulo traduz um dos pilares do trabalho, no sentido de mostrar, como visualizamos o contexto histórico de constituição inicial do campo acadêmico do ensino da matemática superior no Brasil, bem como os movimentos evolutivos que envolveram raízes na formação militar, na criação dos primeiros cursos

de engenharia e posterior à constituição do campo de atuação profissional dos matemáticos.

No sexto capítulo, diante da proposta de fazer uma abordagem na linha da História Cultural descrita por Burke (2008), descrevemos como o ensino do Cálculo Diferencial e Integral estava inserido em um cenário cultural mais amplo, no qual entrelaçavam diferentes ligações entre os conteúdos matemáticos e a maneira como o ensino da matéria foi conduzida no quadro institucional em questão.

Para finalizar, o sétimo capítulo foi reservado para fazer as considerações finais e destacar alguns elementos de síntese dos aspectos que mais se destacaram nos três capítulos de análise.

1 TRAJETÓRIA PESSOAL

*“Se cheguei até aqui foi porque me apoiei
no ombro dos gigantes”
Isaac Newton*

Para vivenciar os desafios da objetivação prevista na produção de um trabalho científico, como pretende ser esta tese, não há como deixar de expor minhas convicções porque se torna importante falar do lugar do qual escrevo este trabalho. Muito mais do que um recurso de redação, dedico algumas páginas para descrever minha trajetória pessoal², pois acredito que ela influenciou o desenvolvimento deste trabalho. Além do mais, ao optar por forma de iniciar a escrita, também estou compartilhando de um dos princípios valorizados no grupo de pesquisa no qual estou inserido.

Ao descrever meu percurso no campo na educação sou levado a retornar aos meus seis anos de idade, quando tudo teve início em uma escola Pública Estadual. Meu primeiro contato como aluno foi numa modesta escola, localizada num bairro afastado do centro de Campo Grande, Mato Grosso do Sul, no turno denominado de intermediário. As aulas eram ministradas entre os turnos matutino e vespertino, horário em que grande parte das pessoas dedica ao almoço.

Outro elemento a destacar em minha trajetória consiste na oportunidade de frequentar diferentes escolas. Isso aconteceu porque minha família se mudou várias vezes de bairro. Ainda hoje, tenho a impressão de ter tido um ensino escolar fragmentado devido a seis transferências de escolas no período de oito anos. Esses deslocamentos me proporcionaram a possibilidade de conhecer diversos professores de Matemática, com as mais distintas formações: engenheiros, licenciados ou pedagogos, sem dizer na vivência em diferentes escolas, cada qual com suas peculiaridades. Hoje, lembrando esse passado, posso refletir sobre a importância dessas mudanças em minha vida escolar.

Cabe destacar, o professor José Irio da disciplina de Matemática que ministrou aula quando cursei a quinta série, naquele momento, me chamou muito a atenção, não sei dizer se foi pelo conhecimento, por seu carisma e bom humor em todas as aulas, deixando transparecer sua paixão em lecionar ou se foi essa junção de características

² Neste trabalho, a trajetória inicial foi escrita em primeira pessoa do singular. Ao finalizá-la, optei por escrever o restante da pesquisa em primeira pessoa do plural, pois entendo, ser uma produção conjunta de meu orientador, colegas do Grupo de Pesquisa em História da Educação Escolar e eu.

que despertaram a minha vontade de aprender cada vez mais e vir a ser professor de Matemática.

Há alguns anos pude observar que a relação entre professor e aluno é muito mais complexa que imaginava, pois abarca vários aspectos, e se tentarmos reduzi-la a uma fria relação didática ou a uma simples relação humana, já está fadada ao insucesso, pois, na minha compreensão é preciso ver a globalização desta relação, que esteja diretamente relacionada à motivação, e que necessariamente envolva tudo o que acontece na sala de aula de forma a desenvolver atividades que motivem os educandos.

Essa experiência vivenciada na quinta série despertou em minha consciência o desejo de ser professor de Matemática. Em busca desse sonho, ao concluir o Ensino Fundamental, me deparei com um dilema, pois deveria optar em cursar Contabilidade, Magistério ou Científico, lembrando que os dois primeiros cursos estavam vinculados a lei n. 5.692/71³. Nesse momento, me encontrava diante de uma dúvida, já que na opinião dos meus pais eu deveria ingressar num curso profissionalizante. Neste período, quando terminei o ensino fundamental, meus pais acreditavam que o curso científico era apenas para famílias com boa renda, pois, era destinado àqueles que pretendiam ingressar no Ensino Superior. Para mim isso seria impossível.

No entanto, minha visão era contrária à de meus pais, apesar de que muito me agradava à ideia de cursar Contabilidade, curso que envolve uma mostra significativa de conteúdos matemáticos, e isso era um ponto positivo para mim, mas, o Magistério dava-me habilitação para ser professor, e mais, meu desejo era me tornar professor de futuros professores, ou seja, me tornar um professor universitário. E para tal seria necessário cursar uma faculdade de Licenciatura em Matemática.

Ao finalizar o científico, iniciei mais uma fase de mudança de minha vida, realizar o sonho de entrar no curso de Licenciatura em Matemática. Sonho que se tornou realidade, já que ingressei na Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal (UNIDERP), instituição particular, uma vez que a meu ver, seria mais fácil trabalhar e pagar a mensalidade do que estudar na universidade pública e não conseguir trabalhar, a saber, o curso na rede privada era noturno enquanto na pública era diurno.

³ A lei n. 5.692/71 pode ser vista na íntegra em <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html>

Para pagar as mensalidades da universidade, iniciei ainda no primeiro ano do curso, a minha carreira de docente, como professor contratado pelo Estado do Mato Grosso do Sul, com 20 aulas semanais, ministradas para o Ensino Médio, de Matemática e Física. Neste ponto, associo às ideias do sociólogo alemão Norbert Elias, tal como destaca Burke (2002), descrevendo a capacidade de indivíduos pertencentes a grupos sociais diversos se comportarem de forma diferente conforme a ocasião ou as companhias que o cerca.

No caso de minha trajetória, no período noturno, estudava na Licenciatura em Matemática, ainda com poucos conhecimentos matemáticos e didáticos, pois estava apenas no início do curso. Na parte da manhã a situação se invertia, eu era professor de Matemática e os alunos esperavam de mim o domínio de um profissional. Isso me fez enxergar como me comportava, e o quanto era tratado diferente nestes dois ambientes.

Durante o curso de graduação estudei várias disciplinas de Matemática Pura, o que me motivou, ao final do terceiro ano, frequentar o curso de verão na Universidade de São Paulo, nas seguintes disciplinas: Álgebra Linear, Análise Infinitesimal e Frações Contínuas. Como fui aprovado nas três, no ano seguinte, fiz outro curso de verão da Universidade de Campinas na disciplina de Álgebra, na qual fui aprovado e que ampliou meus conhecimentos no referido domínio.

Vale ressaltar que apesar da aprovação nos citados cursos, ao finalizar o curso de graduação, em 2006, senti que minha motivação maior era seguir no campo educacional. Tal ação só fortaleceu minha relação com o saber matemático. Procurei fazer um curso de especialização, mas logo em seguida, busquei informações sobre o processo seletivo do Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

Para complementar essa minha trajetória nos caminhos da escola, cumpre registrar o grande desejo que tive em procurar uma formação para pesquisa. Assim, a seguir, relato como ocorreu minha aproximação com as pesquisas, e como culminou na problemática que motivou os primeiros passos para escrever esta tese. Inicialmente, a vontade de lecionar e a vivência prematura como docente me levaram a observar a necessidade de pesquisar, estudar questões relacionadas ao campo profissional da Educação Matemática.

Como relatei acima, considerando que a minha formação básica se deu na rede pública estadual, assim como, a primeira inserção na carreira docente. Nessa atuação pude vivenciar inúmeras dificuldades, tanto pela falta de experiência de minha parte, quanto pela desmotivação dos alunos e a falta de materiais didáticos para as aulas.

Quanto à minha trajetória um acontecimento que me marcou foi a análise de livros didáticos do Ensino Fundamental que fiz para adotá-los numa escola pública. De um lado, a responsabilidade de decidir qual coleção seria utilizada, durante quatro anos, do outro lado, um jovem professor que acabara de concluir sua licenciatura. Após essa experiência ficou claro que eu deveria estudar mais um tema que naquele momento seria importante, era análise de livros. Neste mesmo período fui convidado a frequentar um grupo de estudo coordenado pelo professor Doutor Luiz Carlos Pais. Ao participar das reuniões aprendi muito sobre as teorias francesas, em particular a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard e sobre a história da educação escolar brasileira.

O referido grupo está em pleno funcionamento e tem como objetivo pesquisar aspectos históricos, didáticos e epistemológicos relativos ao ensino da matemática escolar e suas relações com as práticas educativas associadas à Educação Matemática. Enfim, o grupo foi a porta de entrada para meu engajamento inicial na pesquisa. Ele me incentivou a buscar o Mestrado em Educação Matemática, pois pude perceber que assim como eu, existiam vários professores de Matemática com dificuldades em sala de aula.

No curso de Mestrado, realizei a pesquisa: “O estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos usados em escolas brasileiras”. Assim, alcancei o objetivo inicial, despertado pelo professor José Irio, de ser professor de futuros professores de Matemática. Iniciei minha carreira docente no curso de Licenciatura em Matemática, na mesma universidade em que fiz a graduação, ou seja, da condição de egresso, passei a ser professor na mesma instituição. Anos depois, fui aprovado no concurso para professor de Matemática da Universidade Federal de Rondônia.

Ao iniciar minhas atividades nessa instituição, observei o quanto seria interessante ingressar em um curso de Doutorado, uma vez que sentia falta de encontros de estudo e pesquisa. Devido a esse pensamento, cresceu meu desejo em estudar elementos históricos do ensino escolar. No entanto, não é um estudo voltado somente

para matemática, pois procura englobar aspectos sociais, políticos e culturais, na linha concebida pela Nova História Cultural, na trajetória definida por Burke (2008).

Diante do exposto, retomo com o estudo da História Cultural descrita por Burke (2008), focalizando a história do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, nas últimas décadas do século XIX. Nesse sentido, no próximo capítulo, descrevo o problema histórico, os objetivos do trabalho e mais precisamente a questão definida na condução dos diferentes momentos da pesquisa.

2 PROBLEMA E OBJETIVOS DA PESQUISA

“Sem problema, existe o vazio!”

Lucien Febvre

Ao iniciarmos este trabalho, pensamos na condição de que a ciência trabalha com resolução de problemas, localizados em campos disciplinares distintos ou em domínios interdisciplinares, e que a natureza de cada problema reflete um campo de domínio, composto por paradigmas definidos por uma ordem de conhecimento (BURKE, 2016). A partir desses pressupostos, o problema motivador desta tese consiste em tratar da sistematização dos saberes profissionais de referência no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, como matéria prevista nos programas de ensino da formação militar e dos cursos de engenharia na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, nas quatro últimas décadas do século XIX. Mais precisamente, ao definir esse problema, reconhecemos a centralidade atribuída aos saberes profissionais que se desdobram em duas dimensões. Uma delas diz respeito aos conceitos específicos do campo disciplinar da matemática, como um saber acadêmico de referência, e a outra dimensão composta por saberes *para* ensinar, conforme Hofstetter e Schneuwly (2017, p. 134):

Trata-se principalmente de saberes sobre “o objeto” do trabalho de ensino e de formação (sobre os saberes a ensinar e sobre o aluno, o adulto, seus conhecimentos, seu desenvolvimento, as maneiras de aprender, etc.) sobre as práticas de ensino (métodos, procedimentos, dispositivos, escola dos saberes a ensinar, modalidade de organização e gestão) e sobre a instituição que define o seu campo de atividade profissional (planos de estudo, instruções, finalidades, estruturas administrativas e políticas etc.). (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 134)

Tendo em vista a amplitude deste problema, fomos levados a buscar elementos de respostas para uma questão bem mais delimitada que expressamos pelas seguintes palavras: Quais fatores determinaram a sistematização do ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro nas quatro últimas décadas do século XIX?

Comprendemos a sistematização como um processo histórico que envolve três aspectos principais: a maneira como a disciplina focalizada aparece registrada nos textos de referência, as escolhas feitas pelos personagens que participaram da produção desse material e as possíveis convergências ou conflitos relacionados a própria história da matemática ou ao cenário cultural mais amplo da época considerada. Além do mais, a princípio, entendemos o termo sistematização como uma fase que leva a objetivação do saber *a* ensinar bem como dos saberes *para* ensinar.

2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta tese é analisar a sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, nas últimas quatro décadas do século XIX, focalizando os saberes matemáticos de referência bem como os saberes usados para o seu ensino. Por meio desse objetivo pretendemos focalizar dois aspectos principais: o primeiro deles envolve a descrição de elementos históricos relacionados, especificamente, à sistematização do ensino da referida matéria no contexto proposto. Trata-se de uma ação semelhante ao trabalho do arqueólogo, buscando vestígios, materiais de outros tempos. No caso do nosso trabalho estamos interessados em recolher documentos escritos que possam conter indícios relacionados ao tema pesquisado.

O segundo aspecto diz respeito a todos os elementos que possam compor o quadro cultural mais amplo no qual a instituição estava inserida e o referido ensino foi conduzido, os quais podem não estar diretamente vinculados à disciplina matemática considerada. Desse modo, fica evidente a necessidade de obtenção de um número significativo de documentos para fazer destaques significantes que possam lançar luz sobre a nossa questão de pesquisa. Desse modo, cumpre reforçar a existência de um duplo desafio que deverá acompanhar a realização teórica e prática desta pesquisa.

Ainda tendo como base nosso objetivo geral, há outro ponto, que devemos observar, trata-se de focalizar um período em que o ensino superior, ao qual nos referimos na presente pesquisa, não está consolidado, uma vez corroborando com Sampaio (1991), ao afirmar que o ensino superior no Brasil só veio adquirir cunho universitário nos anos de 1930. De forma que, desde a chegada da Família Real em 1808 no território brasileiro, quando se tem a criação das primeiras escolas denominadas superiores até 1934, o modelo de ensino das mesmas, estavam pautados na direção da formação de profissões liberais, do direito, medicina ou para engenharias. Assim, somos levados a destacar o cuidado que tivemos na busca de documentos relacionados ao tema pesquisado. Cabe ainda, tecer alguns comentários sobre a instituição focalizada, assim como sobre a periodização enunciada. Desse modo, descrevemos a seguir uma breve cronologia que pode melhor elucidar a definição dos novos objetivos de pesquisa.

Em 1808, quando a Família Real chegou ao Brasil, foi transportada ao Rio de Janeiro a Academia Real de Marinha, como parte integrante da Corte, trazida de Lisboa.

Diante das circunstâncias da época e da grande dificuldade em conseguir um espaço mais adequado, a instituição militar foi instalada nas dependências do Mosteiro de São Bento. Pouco depois, em 4 de dezembro de 1810, é instaurada a Academia Real Militar, outro componente das forças militares da Corte Portuguesa. Data relevante para a história dos estudos matemáticos na terra de Santa Cruz, pois, a carta real de criação da referida academia determinou a criação de um Curso Completo de Matemática, de Ciências Físicas e Químicas e de História Natural (SILVA, 1992).

Quase três décadas depois, em 1839, no início do Segundo Reinado, a referida academia passou por uma reestruturação e recebeu a denominação de Academia Militar. E em 1858, foi subdividida em Escola Central e Escola Militar. Na primeira, passam a ser feitos os estudos matemáticos e na segunda a formação militar. Alguns anos depois, em 1874, devido aos desastrosos resultados da Guerra da Tríplice Aliança com o Paraguai que mostraram a necessidade urgente de profissionalizar a formação militar, bem como ampliar as bases da formação para os engenheiros (MORMÊLLO, 2011), a Escola Central transformou-se em Escola Politécnica, passando por diversas alterações no sistema de ensino.

De forma que buscamos analisar elementos relacionados a essas mudanças supracitadas, sejam eles, na permanência, na exclusão ou inclusão de cursos, nas teorias que receberam um maior desenvolvimento, assim como, no conjunto de profissionais. Eis então os principais pontos que nos fizeram escolher tal instituição. Isso não significa, que nossas observações estejam somente ligadas a ela, uma vez que outras instituições também foram de suma importância para o desenvolvimento intelectual na mesma linha de formação de engenheiros, como por exemplo, a Escola de Minas de Ouro Preto, fundada em 1876 e a Escola Politécnica de São Paulo Fundada em 1893.

Ainda considerando o objetivo geral, tem-se inserido neste, um fator que chamamos de periodização, ou seja, o período histórico analisado, trata-se das quatro últimas décadas do século XIX. Ressaltamos, que isso não impede, que façamos observações, quando necessário, de elementos fora da periodização proposta, seja anterior ou posterior, pois, estamos cientes que nossa análise extrapola a limitação temporal enunciada, uma vez que, influencia os tempos futuros, assim como é influenciada por tempos passados.

Nesta proposta, pontualmente iniciamos nossas análises no ano de 1860, pois se trata do período da subdivisão da Academia Real Militar que depois de seis décadas de criação deu origem à Escola Politécnica. E finalizando em 1900, pois até esse ano havia uma hegemonia do pensamento positivista (SILVA, 2006), que começa a se romper, como consequência dentre outros fatores, por sínteses teóricas apresentadas por Otto de Alencar em um de seus artigos que contribuiu significativamente para o rumo do positivismo⁴ no Brasil, direção esta, que ao nosso ver, trata-se de uma mudança lenta, e influenciada pelos questionamentos supracitados.

Diante do exposto, justificamos que para alcançar o objetivo geral, descrito neste tópico, fomos levados a desdobrá-lo de modo a evidenciar uma maneira de operacionalizá-lo, ações essas realizadas por meio dos objetivos específicos descritos a seguir.

2.1.1 Primeiro Objetivo Específico

O primeiro objetivo específico consiste em identificar as raízes históricas do ensino do Cálculo Diferencial e Integral, no contexto do século XIX e nas instituições que precederam a instauração da Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

Para tentar ampliar as bases de comunicação com os leitores desta tese, bem como sinalizar para o necessário diálogo previsto em sua avaliação institucional, salientamos que a realização deste primeiro objetivo específico será o principal enfoque descrito no capítulo 4 desta tese, embora entendemos ser necessário, sempre que possível, estabelecer relações com os demais capítulos de análise e com os outros objetivos específicos.

Para tal, realizamos um estudo e buscamos elementos de pesquisa relacionados ao ensino das matemáticas e mais especificamente do Cálculo Diferencial e Integral nas primeiras instituições militares que existiram no Brasil. Foram as raízes históricas que proporcionaram a progressiva institucionalização e sistematização do campo disciplinar das matemáticas superiores. Olhando mais pontualmente para os eventos relacionados ao ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

⁴ O Positivismo aqui mencionado foi o adotado por Augusto Comte para a sua filosofia. Ver Circe (1999, p. 141-142) as teses que Augusto Comte formulou sobre a Matemática.

Se observarmos os estudos voltados à história da Educação no Brasil, tendo como ponto inicial a chegada da Família Real em 1808, lembramos ao leitor, que estamos atentos, que muito se tem a descrever de 1500 a 1808. Por exemplo a criação do primeiro curso de Matemática, em 1792 como descreve Teles:

Em 1792, é criada no Rio de Janeiro a Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, conforme estatutos aprovados em 17 de dezembro daquele ano pelo Vice-Rei D. Luiz de Castro, 2º Conde de Rezende*. Essa Academia, que sucedeu a antiga Aula do Rio de Janeiro, não era uma simples aula como os cursos anteriores, tendo o caráter de um verdadeiro instituto de ensino superior, com organização comparável aos congêneres de sua época, como se depreende de seus estatutos (TELLES, 1994, p.103).

No entanto, não é o foco do nosso trabalho, pois, se distanciaria muito do problema de pesquisa. Diante disso optamos em iniciar com a chegada da Família Real ao Brasil. Para melhor compreender o primeiro objetivo específico dedicamos as próximas linhas, para descrever sucintamente algumas raízes históricas do Brasil. Inicialmente, optamos em realizar este movimento tendo como foco o ensino de Matemática, e finalizamos com história geral do Brasil.

Conforme Carvalho e Dassie (2012), com a vinda da Família Real ao Brasil, há um novo cenário na educação, neste sentido é observado o ensino secundário brasileiro na busca pela criação de um sistema de duplo caráter. Neste contexto há uma luta entre a sistematização e a fragmentação na educação, a saber, o primeiro, com um caráter propedêutico, de preparação para estudos posteriores; e, o segundo, o seu amplo alcance de preservar a tradição humanista que teve origem no ensino ministrado pelos jesuítas.

Em 1837, inicia-se um período “de luta entre a sistematização e fragmentação”, no qual é criado o Colégio Pedro II, um evento marcante na organização secundária no ensino brasileiro, pois, pela primeira vez havia uma instituição pública com um currículo claro e definido. Esse período se finda em 1889 com a Proclamação da República. Se instaura então o período chamado de educação matemática na Primeira República. Em 1889, com o fim do império e a criação do Ministério da Instrução Pública, Serviços Postais e Telégrafos e como ministro Benjamin Constant, tem-se a primeira reforma educacional republicana, em que os estudos revelaram ser uma reforma pautada na filosofia positivista de Comte, uma vez que, Constant era um fiel seguidor desta vertente. Considerando as divisões enunciadas por Carvalho e Dassie (2012) e nossa periodização, fica evidente, que este estudo perpassou pelo período por eles denominados de “a luta entre a sistematização e a fragmentação” e uma parte do período da “educação matemática na Primeira República”.

Nesse ponto é interessante ampliar o olhar em uma maior direção, pois, a divisão supracitada, tem um caráter pontual, tratando especificamente da educação matemática. Nossa intenção, é de forma sucinta, observar com outros óculos, colocando no centro de nossa atenção o movimento Imperial no Brasil, uma vez que acreditamos, que essa divisão teve influência direta no movimento da educação matemática. Dessa forma, decorre a periodização clássica: Primeiro Reinado (1822-1831), Período Regencial (1831-1840) e Segundo Reinado (1840-1889). É de conhecimento geral, que o Primeiro Reinado corresponde ao período governado por Dom Pedro I, filho de Dom João VI e regente do Brasil até a sua independência. Uma das características desse período foi a ocorrência de conflitos políticos atribuídos à inabilidade do poder aristocrático em resolver os problemas mais imediatos do país. Tais afirmações podem ser observadas inicialmente pelo fato de que proclamada a independência, determinadas regiões, como o Maranhão e o Pará, permaneceram fiéis a Portugal (NETO; CÉLIO, 2016).

Outro fator foi a Constituição de 1824, do acentuado viés autoritário, uma vez que, o imperador, em 1823, impôs a dissolução da Assembleia Constituinte que iria discutir, assim como, elaborar a primeira carta magna do Brasil, e, após tal ato, formou um Conselho de Estado composto por dez membros e presidido por ele mesmo, o imperador. Tal grupo ficou responsável por discutir e elaborar a primeira constituição do Brasil. Assim sendo, a primeira constituição foi outorgada em 1824, e empreendeu a divisão de poderes políticos entre Legislativo, Executivo e Judiciário. Cabe ressaltar, que esta mesma lei que oficializa, esse poder autônomo, também instituiu a criação do que foi chamado de Poder Moderador, ou seja, este que tinha a capacidade de desfazer, assim como, anular quaisquer que sejam as decisões tomadas pelos outros poderes, e era exercido unicamente pelo Imperador (NETO; CÉLIO, 2016).

Observa-se também que nesse governo ocorreram inúmeras decisões equivocadas. Uma delas foi a Guerra da Cisplatina, que devido a dívidas adquiridas para manutenção da guerra que se estendeu por três anos, destruiu a economia brasileira, e com a derrota, desencadeou inúmeras rebeliões que enfraqueceram o governo. Assim, pressionado por diversos grupos insatisfeitos, Dom Pedro I em 1831 renuncia ao trono, em favor do seu filho. Nesta ocasião, pelo fato do filho de Dom Pedro I, não ter idade para assumir o Brasil, iniciou-se um período em que o país foi governado por regentes. Esse período de transição ficou conhecido como Período Regencial. Essa fase ficou marcada pelas disputas parlamentares e por rebeliões provinciais, conhecida como

Regência Trina (1831-1834), pois, neste período a assembleia possuía grupos políticos divergentes, gerando acirradas disputas parlamentares. E como consequência, foi arquitetado o “Golpe da Maioridade”⁵. Além das disputas, no mesmo período, aconteceram diversas rebeliões, como a Cabanagem, Balaiada, Sabinada, Revolta dos Malês e a Revolução Farroupilha (FAUSTO, 2013).

Instaura-se então, o período denominado pelos historiadores de Segundo Reinado, iniciando em 1840 e finalizado com a proclamação da República em 15 de novembro de 1889. Pode-se afirmar que esse período foi bem mais longo do que o anterior (Primeiro Reinado) e costuma ser dividido em três fases. A primeira delas é chamada de Consolidação (1840-1850), a segunda fase, o Auge (1850-1870) e a terceira fase a Decadência (1870-1889) (CALMON, 1975).

Passamos nesse momento a descrever alguns aspectos que consideramos importantes para melhor elucidar nosso objetivo de pesquisa. O primeiro deles trata-se de observar a política interna neste período, conforme escreve Calmon (1975) o primeiro Ministério foi composto apenas por liberais, esse fato fez com que ficasse conhecido como “Ministério dos irmãos”, encarregado de realizar as primeiras eleições do novo período, em 1840. Conforme Saba (2011), a fraude e a violência imperaram o pleito, levando-o a ser conhecido como “eleição do cacete”. O imperador, demorou cerca de dois anos para tomar conhecimento, e então decidiu anular as eleições e substituir os liberais pelos conservadores. Tal ação teve como reação as Revoltas dos Liberais de 1842, que ocorreram em São Paulo, sob liderança do Padre Feijó e do Brigadeiro Rafael Tobias de Aguiar, e em Minas Geral, sob liderança de Teófilo Otoni.

Por conseguinte, em vista a política interna, houve a Revolução Praieira em Pernambuco (1848 – 1850), tendo como causa uma grave crise econômica, intensificada pela insatisfação dos liberais com o governo, assim como, o domínio dos portugueses sobre o comércio e a influência da Revolução Francesa de 1848⁶.

Outro acontecimento que mereceu nossa atenção neste período foi “O Manifesto ao Mundo”, publicado em 1849, conforme a obra “História das Ideias Socialistas no

⁵ A Declaração da Maioridade de D. Pedro II, também referida na História do Brasil como Golpe da Maioridade ocorreu em 23 de julho de 1840. Nesta ocasião os liberais agitaram o povo, que pressionou o Senado para declarar o jovem Pedro II maior de idade antes de completar 15 anos.

⁶ Revolução Francesa de 1848, às vezes conhecida como a Revolução de Fevereiro, foi uma onda de revoluções em 1848 na Europa. Na França, os eventos revolucionários encerraram a Monarquia de Julho (1830-1848) e levaram à criação da Segunda República Francesa.

Brasil”, de Vamireh Chacon, publicada pelo Senado Federal. Trata-se de um documento escrito pelos revolucionários da revolta praieira, cujas principais condições eram:

Voto livre e universal do povo brasileiro. A plena liberdade de comunicar os pensamentos pela Imprensa. O trabalho como garantia de vida para os cidadãos. O comércio a retalho só para os cidadãos. A inteira e efetiva independência dos poderes constituídos. A extinção do Poder Moderador e do direito de agraciar. O elemento federal na nova organização. Reforma do poder judicial para assegurar as garantias individuais. Extinção da lei do juro convencional. Extinção do sistema de recrutamento. Expulsão dos portugueses. (CHACON, s.d.)

Voltamos nossa atenção ao fato de que a partir de 1847, por meio de uma emenda constitucional a implantação do sistema parlamentarista no Brasil, tirando do imperador o Poder Executivo, mas, mantendo o Poder Moderador. Mesmo havendo o sistema parlamentarista, a última palavra era dada pelo imperador. Cabe então, tecer alguns comentários a respeito da participação dos partidos políticos nesse período. Sabe-se que os Partidos Liberal e Conservador se alternaram no poder durante todo esse Segundo Reinado. Cabe ressaltar, conforme Saba (2011), que os partidos não possuíam inconsistência ideológica, uma vez que defendiam as mesmas ideias. Tal afirmação pode ser diretamente comprovada observando que durante o Gabinete da Conciliação (1853-1858) e a Liga Progressista (1862-1868), liberais e conservadores dividiram o poder.

Uma outra linha que devemos debruçar nossos esforços de estudos, é a economia da época que pode ser observada a partir da exportação de produtos, da imigração e do surto industrial. O primeiro, tem como destaque o café que foi o principal produto de exportações durante todo o Segundo Reinado, destaca-se também por ter sido todo financiado com recursos internos, ao contrário das outras atividades econômicas, que por sua vez foram financiadas por capitais estrangeiros. Temos ainda, a agricultura brasileira, em que havia, uma grande diversificação, como por exemplo, a produção de Cacao na Bahia, a borracha na bacia do rio Amazonas e o Algodão cultivado em grande escala no Maranhão, Pernambuco e Ceará. Quanto ao fator imigratório, destacam-se duas propostas diferentes: a do governador, que tinha o interesse em distribuir terras para alguns deles, fazendo-os pequenos proprietários, e por outro lado, a proposta dos fazendeiros, que os queriam apenas como mão-de-obra para as fazendas de café.

Ainda considerando a economia da época, observa-se o surto industrial, pois, entre 1841 a 1845 apenas uma patente industrial foi expedida, entre 1851 e 1855 esse número sobe para 40. E na década seguinte, foram fundadas 62 empresas industriais, 14

bancos, 3 caixas econômicas, 20 companhias de navegação a vapor, 23 companhias de seguro, 4 companhias de colonização, 3 companhias de transportes urbanos, 2 companhias de gás, além de serem construídas 8 estradas de ferro. Em outras, palavras, se recorrermos às estatísticas, tem-se o registro da existência de 175 fábricas no país em 1874. Uma década depois já eram mais de 600. Concentrando-se em São Paulo, Rio de Janeiro e Rio Grande do Sul, empregando mais de 20 mil operários (FAUSTO, 2013).

Neste ponto, cabe observar, a composição da sociedade brasileira no período analisado, e conforme Fausto (2013) tal composição pode ser esquematizada em cinco grupos: proprietários rurais, burguesia, classe média, trabalhadores livres, e escravos. Observando, neste mesmo período a cultura brasileira, tem-se uma forte influência do Romantismo, que foi um movimento cultural que surgiu na Europa, nas últimas décadas do século XVIII, chegando ao Brasil somente na primeira metade do século XIX. Desse modo, ao observarmos, um contexto um pouco mais amplo, ou seja, extrapolarmos “os muros” do território brasileiro, ou se voltarmos nossos olhares para política externa podemos destacar cinco eventos importantes para nosso estudo: Questão Christie (1861-1865); Questões Platinas; Guerra contra Atanásio Aguirre (1864); e A Guerra do Paraguai (1864 – 1870).

Outro ponto, que gostaríamos de chamar a atenção enunciado neste objetivo específico, é que, em nosso entendimento, quando estamos pensando em educação matemática, nesse caso particular, no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, é inevitável discutir seu papel socializador e seus aspectos representativos na cultura do período enunciado, e para isso se faz necessário compreender as mudanças supracitadas, tanto em uma visão do ensino da matemática quanto na história geral do Brasil, pois eles são indissociáveis. Diante disso, ao nosso ver, implica identificar as raízes históricas as quais o ensino do Cálculo Diferencial e Integral esteve inserido.

2.1.2 Segundo Objetivo Específico

O segundo objetivo específico consiste em caracterizar aspectos conceituais presentes na constituição interna do Cálculo Diferencial e Integral como disciplina e das práticas para orientar o ensino que antecedem à sua constituição nas quatro últimas décadas do século XIX.

O ponto chave deste objetivo, está no termo “conceito”, que tem origem a partir do latim “*conceptus*” (do verbo *concipere*) que significa “coisa concebida” ou “formada

na mente”. Estamos entendendo que os elementos conceituais são ideias generalizadoras expressas a partir de símbolos. São noções abstratas representadas por palavras que compõem a linguagem específica usada na constituição do Cálculo Diferencial e Integral, correspondendo assim, um conjunto de características comuns dessa matéria.

De forma que este conjunto pode ser construído a partir de textos de referências de Cálculo Diferencial e Integral, além de notas de aula, exames e programas de ensino. Assim, são nesses documentos que certamente está impressa a linguagem utilizada na época, assim como, a simbologia utilizada na referida matéria, além de formas de demonstrações e conceitos estritamente matemáticos. Diante do exposto, buscar-se-á identificar e analisar o que estamos descrevendo como sendo os elementos conceituais que predominaram na constituição interna do Cálculo Diferencia e Integral.

Cabe esclarecer como estamos entendendo a relação entre este objetivo específico e o objetivo geral. Em algum momento desta pesquisa, faz-se necessário, adentrarmos, na “parte interna da disciplina”, em conjunto com a forma em que esses elementos eram ensinados. Este objetivo específico, está subdividido em dois aspectos que se complementam, o primeiro, é de fundo epistemológico e conceitual da disciplina, enquanto, o segundo trata da epistemologia do seu ensino. Diante do exposto, é oportuno observar que estes dois aspectos se assemelham aos conceitos propostos por Valente (2017). São eles, “Matemática *a* Ensinar” e “Matemática *para* Ensinar”. Em primeiro lugar estão os aspectos relacionados às bases epistemológicas e disciplinares do Cálculo Diferencial e Integral, referência essa secularmente inserida no desenvolvimento dessa matéria acadêmica e, em segundo lugar, estão as referências dos saberes *para* ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como produção fortemente associada à realidade cultural e social em que assentamos nossa pesquisa. Para simplificar a linguagem. A parte referente ao campo disciplinar e acadêmico, podemos chamar de saberes *a* ensinar e a parte referente à construção didática do ensino, ou seja, a produção legítima dos professores e a maneira como o campo profissional constituiu seus caminhos, podemos chamar de saberes *para* ensinar.

2.1.3 Terceiro Objetivo Específico

O terceiro objetivo específico consiste em relacionar sinais de emergência de constituição do cálculo diferencial e integral como um campo disciplinar a partir da

análise de aspectos sociais e culturais do ensino de matemática acadêmica no Brasil nas últimas quatro décadas do século XIX.

Cabe ressaltar, um duplo aspecto, o primeiro, identificar e estudar e o segundo, analisar, eventos sociais, políticos e culturais para então questioná-los, no sentido de observar sua ligação com a Escola Politécnica do Rio de Janeiro, e em particular, sua influência no ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Destacamos, que inicialmente a intenção foi se ater a aspectos ocorridos no Brasil, mas, isso não impede extrapolarmos tal delimitação, quando acreditarmos ser necessário.

Nesta mesma vertente, para se fazer compreender o objetivo geral, assim como os específicos é conveniente discutir a relação existente, na ação de operacionalização do objetivo geral pelos objetivos específicos. Neste caso, a caracterização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na instituição mencionada, e no tempo definido, está associada às bases filosóficas que predominaram não somente no campo matemático, como também de outras ciências e nas relações sociais mais amplas. Em outras palavras, a visão positivista, como observou Silva (1999), influenciou vários aspectos da vida brasileira. No campo político os ideais republicanos estavam embasados nessa referência filosófica, assim como as divergências criadas entre católicos e não católicos, e bem como em outras forças sociais da época considerada.

Cabe ressaltar que em nosso grupo de pesquisa sempre houve o desejo de tratar, simultaneamente, de aspectos específicos de ensino da matemática e dos seus vínculos com as referências mais amplas da sociedade. Nesse sentido, valorizar o estudo de aspectos epistemológicos específicos, justifica-se por essa prática usual de nossos colegas de trabalho. Por outro lado, entendemos que toda a área da educação matemática entre suas diferentes correntes teóricas está presente nessa abordagem que sempre procura valorizar aspectos conceituais específicos do campo da matemática.

Um aspecto que contemplamos na pesquisa, é tentar não cair na armadilha de dar uma ênfase maior a um dos lados, que aqui podemos chamar de “parte interna” do Cálculo Diferencial e Integral, em detrimento de elementos relativos ao ensino. Nesse sentido cumpre reforçar que a nossa abordagem não diz respeito à história da matemática, o que seria uma proposta histórica de outra natureza. Do lado oposto, também procuramos não ficar olhando somente fatores ligados ao plano social, político e cultural da época.

Nosso desafio foi então seguir as orientações da abordagem da História Cultural, na linha proposta por Burke (2008), que consistiu em contemplar a parte específica, ou seja, o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, e as relações das realidades culturais mais amplas nas quais o ensino efetivamente aconteceu. A proposta contida nesta tese foi conduzida no sentido de articular essas duas grandes dimensões que são, de um lado, as especificidades da matemática considerada, e do outro, os vários elementos culturais que compuseram o cenário em que as propostas de ensino ocorreram.

A partir da definição do objetivo geral e dos objetivos específicos, é conveniente esclarecer como eles se complementam no sentido de melhor explicitar a identidade da proposta de pesquisa. Assim, os aspectos mencionados no objetivo geral foram compostos por três grandes dimensões associadas: aspectos metodológicos, base conceitual e elementos da realidade cultural do cenário histórico focalizado, as quais correspondem, respectivamente ao primeiro, segundo e terceiro objetivo específico.

Ao destacar os elementos conceituais no segundo objetivo específico buscamos a parte mais refinada para complementar o primeiro objetivo específico, dedicado à base metodológica. Finalmente, o terceiro objetivo específico foi definido no sentido de mostrar como pensamos concretizar uma abordagem histórica que é o enfoque principal da pesquisa. Entre outras possibilidades existentes, optamos em fazer uma abordagem histórica cultural, na linha definida por Burke (2008). É sobre esse referencial teórico que compõe as linhas gerais do capítulo seguinte.

3 REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

*“Nenhum de nós é tão inteligente
quanto nós todos juntos”
Ray Kroc*

Com o objetivo de analisar a sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, nas últimas quatro décadas do século XIX, somos levados a eleger um conjunto articulado de ferramentas teóricas que nos auxiliem a alcançar tal objetivo. É desse modo que entendemos outra base de fundamental importância, o referencial teórico. Compreendemos que se trata de um elemento composto de quatro dimensões: o estado dos saberes, as categorias, aspectos teóricos específicos e os princípios do método. Desse modo, dividimos esse capítulo em cinco partes. Na primeira, apresentamos o estado dos saberes, mapeando produções ligadas ao tema. Na segunda, descrevemos alguns aspectos do conteúdo matemático abordado. Na terceira, tratamos da Nova História Cultural. Na quarta direcionamos nossa escrita para o método crítico. Na quinta descrevemos nossas categorias de análise.

3.1 Estado dos saberes

Inicialmente, destacamos que as pesquisas feitas sobre a história da educação matemática vêm ganhando força no Brasil e comprovamos ao coletar informações no diretório de grupos de pesquisas da Plataforma Lattes quando nos deparamos com diversos grupos de pesquisa que estão estudando a temática em questão, de forma que, ao digitarmos o termo História da Educação no *link* buscar grupos, obtivemos como resposta um total de duzentas e sessenta e uma ocorrências.

Dentre as ocorrências, tivemos os grupos: CALIOPE: Intercâmbio, Historiografia e História da Educação da Universidade Federal de Mato Grosso-UFMT; AVOANTES: Memória, Educação e Arquivo da UFMT; GEPHE Centro de Pesquisa em História da Educação da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG dentre outros.

Ao procedermos analogamente, substituindo o termo História da Educação por História da Educação Matemática, tivemos como resposta um total de quarenta e seis ocorrência, grupos como: Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática da Universidade Federal de São Paulo; Educação e História da Matemática da Universidade Federal do Ceará; Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar da UFMS, dentre outros. Assim, pudemos inferir que as pesquisas

em História da Educação, assim como, de História da Educação Matemática vêm se potencializando no Brasil. Acreditamos que os grupos de pesquisas constituídos com o propósito de pesquisar esta temática vêm, pouco a pouco, cumprindo com seus papéis.

Ao aproximarmos mais do nosso objetivo, e nos direcionarmos ao banco de teses e dissertações na plataforma da CAPES, buscando pela expressão “História da Matemática” encontramos, 628 pesquisas, trabalhos como a dissertação da Tatiana de Souza Lima Santos, com o título “O Conceito de Infinito: Uma abordagem a partir da resolução de Problemas” (LIMA, 2015), vinculada ao programa Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal da Bahia. A autora apresenta ao leitor uma sequência de problemas que envolvem o conceito de infinito na Matemática, tal ação tem como objetivo geral auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem, além de apresentar o conteúdo afim de despertar interesse para a temática em alunos no ensino básico. Este trabalho, mostra também um breve histórico da construção do conceito de infinito desde a antiguidade. Por acreditar na necessidade, para melhor compreensão da temática, a autora apresenta algumas definições, teoremas e demonstrações da teoria dos conjuntos, além de apresentar a importância do conceito de infinito em outras ciências.

Há também a tese intitulada “O Instituto Tecnológico de Aeronáutica na História da Matemática no Brasil” de Henrique Marins de Carvalho (CARVALHO, 2014) da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Rio Claro). O autor, a partir de uma pesquisa bibliográfica, com especial ênfase nas duas primeiras décadas de existência da referida instituição e a participação do Departamento de Matemática do Instituto no cumprimento de sua missão que “era” o de promover, por meio da educação, do ensino, da pesquisa e da extensão, o progresso das ciências e das tecnologias relacionadas com o Campo Aeroespacial e a formação de profissionais de nível superior nas especializações de interesse do Setor Aeroespacial em geral.

De acordo com o Carvalho (2014) a influência do ITA no desenvolvimento das ciências e educação é identificada no processo de estabelecer um formato inédito para o ensino de Engenharia no Brasil, baseado no modelo do *Massachusetts Institute of Technology*. Conclui seu trabalho, enfatizando que a repercussão do modelo de funcionamento do Instituto em outras organizações de ensino, de pesquisa e de produção industrial, são fatores que corroboram a sua importância no desenvolvimento nacional.

Observamos também a tese de Irã Assis Rocha da Universidade Anhanguera de São Paulo, intitulada “Evolução do Conceito de Função Integrável”. O objetivo da autora foi descrever e analisar a evolução dos conceitos de integrais e funções integráveis por três diferentes e complementares pontos de vista, a saber, o histórico, o filosófico e o matemático. No desenvolvimento da pesquisa a autora expõe a presença de uma complementaridade de visões do problema, de um lado a visão geométrica, enquanto do outro, a visão algébrica, sendo um reflexo da complementaridade existente na Matemática entre a Geometria e a Álgebra, entre o contínuo e o discreto (ROCHA, 2016).

Se retornarmos ao campo de busca e digitarmos “Cálculo Diferencial e Integral” encontraremos um total de 263 pesquisas que versam sobre diferentes temáticas, como aspectos motivacionais, sequências didáticas, aplicações dentre outras. Ao refinarmos um pouco mais nossa busca, para mais próximo de nosso problema de pesquisa, e digitamos na busca a expressão “História do Cálculo” obtivemos 13 resultados, destacamos as dissertações de Aline Rodrigues da Cunha (CUNHA, 2016), e a de Everaldo Paula da Silva (SILVA, 2015). Para esclarecimento, o destaque se faz somente pelo fato de serem pesquisas que de alguma forma se aproximam da nossa questão.

O trabalho de Cunha (2016), tem como tema “Algumas contribuições de Newton para o desenvolvimento do Cálculo”. Nesta pesquisa a autora relata alguns fatores referentes a vida de Isaac Newton dando ênfase a alguns de seus trabalhos que versavam sobre o Cálculo Diferencial e Integral. A referida pesquisa, apresenta um estudo detalhado de como Newton calculava áreas sob curvas e como traçava retas tangentes a uma curva dada. Observa-se que para encontrar áreas sob curvas, ele primeiro utilizou o método das séries infinitas e, em seguida, aperfeiçoou esses cálculos para então apresentar o que ele chamou de método das fluxões ou fluentes. Destacamos, que a autora utilizou tanto fontes históricas primárias quanto secundárias para melhor compreender os cálculos e sua abordagem foi a bibliográfico-documental. Tal pesquisa, nos chamou a atenção por se tratar de uma fonte riquíssima de elementos históricos primários referentes a história do Cálculo Diferencial e Integral, em particular, nesta linha representada por Isaac Newton, personagem que tratamos em um de nossos capítulos.

O outro trabalho que destacamos foi produzido por Silva (2015) “A Trajetória do Cálculo e da Disciplina Matemática do IFSP: das Escolas de Aprendizizes Artífices ao CEFET-SP”. O autor teve por objetivo resgatar a trajetória do Cálculo Infinitesimal na Educação Geral (ensino secundário) e na Educação Profissional (ensino técnico) no Brasil. Aqui em particular utilizando um estudo de caso, para isso, ele traz um panorama histórico do século XX, partindo da Conferência Internacional sobre o Ensino de Matemática ocorrido em Paris, em 1914, perpassando pelas legislações brasileiras e pelos contextos que influenciaram ora a permanência ora a extinção do cálculo dos programas brasileiros. Observa-se que este trabalho extrapola nossa periodização, esse é o fator que nos chamou a atenção, ou seja, tem-se os desmembramentos dos elementos históricos analisados em nosso período.

Destacamos ainda, que na busca de trabalhos que nos auxiliassem em nossa temática, nos deparamos com a revista *ZDM Mathematics Education* encontrando os seguintes artigos: *Trends of the history of mathematics education in Brazil* de Wagner Valente (2010) e *The history of mathematics education in Brazil* de João Bosco Pitombeira de Carvalho e Bruno Alves Dassie (2012).

O primeiro artigo, tem como objetivo, caracterizar e analisar a produção da história da educação matemática no Brasil. O autor aponta a existência de quatro tendências: a primeira é composta pelas produções que consideram os estudos sobre história da educação matemática como parte da pesquisa sobre história da matemática; a segunda, uma tendência de opiniões, que levam em conta, o uso pedagógico da história na educação matemática em que estabelece condições para a pesquisa na história da educação matemática; a terceira, estudos que utilizam a história oral para os cursos de formação de professores de matemática. E, por fim, uma tendência que trata a história da educação matemática como história, em outras palavras, uma especificidade da produção histórica, ou seja, tem-se a educação matemática como objeto, é justamente nesta tendência que propomos esta pesquisa. Valente (2010), demonstra ainda que a caracterização de cada uma dessas tendências revela uma gama diferente de formas de representar o passado da educação matemática, além de elencar algumas relações que as pesquisas brasileiras mantêm com estudos internacionais que exploram esta temática.

Ainda nesta vertente Carvalho e Dassie (2012) apresentam o desenvolvimento da educação matemática secundária brasileira em sete períodos, em que os autores se basearam no desenvolvimento político e cultural para caracterizar cada um desses

períodos, cuja periodização inicia em 1500 e finaliza em 2012. Podemos observar que nossos estudos, estão caracterizados no que os autores denominaram como sendo o terceiro período chamado por eles como Luta entre sistematização e fragmentação passando também ao quarto período conhecido como matemática na primeira república.

Dessa forma, podemos observar que a temática, História da Educação Matemática, vem sendo pesquisada em diversos lugares, neste caso, esta pesquisa irá contribuir para novas pesquisas, assim como as acima mencionadas contribuíram para a constituição desta. Antes de continuar esta leitura, é necessário dizer que a história da educação matemática no Brasil tem várias características interessantes.

3.2 Especificidades do Cálculo Diferencial Integral

Esta parte do trabalho apresenta um breve estudo de cunho histórico do Cálculo Diferencial e Integral. Lembramos ao leitor, que a história da matemática é vasta, incluindo muitos personagens. Nosso propósito aqui consiste em destacar alguns pontos importantes e que, de certo modo, podem ser articulados ao nosso objetivo de pesquisa relacionado à constituição histórica dos saberes profissionais no campo de ensino das matemáticas superiores e mais especificamente do Cálculo Diferencial e Integral, como matéria ensinada nos cursos de engenharia na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, nas quatro últimas décadas do século XIX.

Na redação desta parte, levantamos questões as quais pretendemos retomar nos capítulos de análise, tal ação nos remete a uma ligação direta da história da matemática com a constituição histórica dos saberes profissionais no campo de ensino das matemáticas superiores na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Desse modo, optamos em fazer uma pesquisa bibliográfica, com base em Lima e Míoto (2007, p.44):

[...] é possível afirmar que para a realização de uma pesquisa bibliográfica é imprescindível seguir por caminhos não aleatórios, uma vez que esse tipo de pesquisa requer alto grau de vigilância epistemológica, de observação e de cuidado na escolha e no encaminhamento dos procedimentos metodológicos. Estes, por sua vez, necessitam de critérios claros e bem definidos que são constantemente avaliados e redefinidos à medida que se constrói a busca por soluções ao objeto de estudo proposto.

Essa escrita é necessária, uma vez que, nosso objeto de estudo está ligado a este tema matemático, em particular na vertente da Educação Matemática, o que não exclui a História da Matemática, pelo contrário tem-se a necessidade de um estudo, mesmo que breve, da história deste tema. Assim, diante dos estudos realizados, é unânime a opinião de que o Cálculo Diferencial e Integral é uma poderosa ferramenta matemática, foi e

vem sendo utilizado nas mais variadas áreas da ciência. Observa-se também, que a História da Matemática está presente no currículo de muitos cursos de graduação, Engenharias, Física, Química e Matemática, entre outros, e sua base está fundamentada nos conceitos de Funções, Limite, Derivada e Integral.

Para melhor organização, desta parte do trabalho, trazemos um tópico que chamamos de “Alguns Elementos Históricos do Cálculo”, em que propomos um estudo sucinto da história do Cálculo, iniciando na antiguidade perpassado pela Idade Média, em seguida expondo sua evolução no século XVII dando ênfase a seus precursores: Newton e Leibniz, e por fim destacando as contribuições de alguns ilustres matemáticos que também contribuíram após as descobertas destes dois, considerados os pais do Cálculo.

3.2.1 Alguns Elementos Históricos do Cálculo

Ao enveredarmos pela História da Matemática, fomos conduzidos por uma gama de caminhos, todos longos e complexos que acreditamos merecedores de mais atenção e tempo do que dispomos neste momento, diante deste fato, destacamos ao leitor que esta proposta de escrita, é muito sucinta, já que nosso objetivo é destacar somente pontos presentes na História da Matemática que estão diretamente relacionados ao objeto de pesquisa. Na intenção de esclarecer a afirmação anterior referente a complexidade do estudo da História da Matemática, pode-se observar de acordo com os escritos de Boyer (1974), que a história da matemática é antiga, quase como a própria história da humanidade; remonta a povos que após inventar a escrita e se fixarem em ambiente terrestre, precisaram vencer obstáculos impostos pela natureza, e com isso, desenvolveram diferentes recursos e conhecimentos, entre os quais a matemática.

3.2.1.1 Uma Breve Visão Sobre o Cálculo na Antiguidade e na Idade Média

Nessa parte retornamos ao período da antiguidade por entendermos ser importante expor uma breve explanação dos tempos precedentes ao período de maior ligação com os textos analisados. Em outras palavras, o Cálculo na Antiguidade e na Idade Média aqui descrito, visa introduzir os elementos subsequentes de forma a elucidar as raízes históricas do tema. Conforme Boyer (1974), tem-se que o Papiro Egípcio de Moscou, escrito aproximadamente em 1890 a.C., foi o primeiro documento no qual se registrou o que parece ser uma estimativa primitiva da área de uma superfície

curva, em que o escriba pede a área da superfície de um cesto⁷ e então resolve a questão, aparentemente, utilizando um cálculo semelhante a uma fórmula de integração. Observa-se ainda que neste mesmo papiro, tem-se outros problemas que envolvem práticas cotidianas dos egípcios, como, o cálculo do volume de um tronco de pirâmide, entre outros.

Um outro documento histórico, que cabe, explicitar neste momento, é o Papiro Rhind, trata-se de um papiro também egípcio, só que datado de 1600 a.C., compilado pelo escriba Ahmes. Neste papiro encontram-se resultados utilizados pelo Egito Antigo. Tem-se que o Volume de uma pirâmide quadrada era calculada como $\frac{1}{3}$ do volume do prisma, um outro, que a área de um círculo era obtida por um quadrado cujo lado é $\frac{8}{9}$ do diâmetro do círculo (BOYER, 1974).

Posteriormente, no século IV a.C., Eudoxo⁸, um matemático e astrônomo grego desenvolveu o Método da Exaustão, considerado como sendo uma significativa contribuição para a matemática. Conforme Eves (2002) este método se articula com os conceitos de infinitésimos e pode ser expresso da seguinte forma: “Se de uma grandeza qualquer se subtrai uma parte não menor que sua metade, do restante subtrai-se também uma parte não menor que sua metade, e assim por diante, se chegará a uma grandeza menor que qualquer predeterminada da mesma espécie” (EVES, 2002, p. 419).

Para melhor entendimento deste método, basta observar que se tentarmos aplicá-lo ao cálculo da área de um círculo, a partir, da utilização de polígonos circunscritos ao círculo, observamos que a medida em que o número de lados aumenta, tem-se uma convergência para a área real do círculo. Um outro elemento que pode ser observado que se assemelha ao Método da Exaustão é o princípio da indução matemática. De forma que, segundo Eves (2002), Arquimedes de Siracusa⁹, entre os matemáticos antigos, foi quem melhor aplicou o Método da Exaustão, uma vez que chegou muito

⁷ Trata-se do problema de número 10 do papiro. Conforme Gilling (1972) é dito: um cesto com uma abertura de $4 + \frac{1}{2}$ [de diâmetro]. Diga-me a sua superfície. Tem-se como Resolução: toma $\frac{1}{9}$ de 9, porque o cesto é metade de um ovo. Resultado 1. Toma o que sobra que é 8. Calcula $\frac{1}{9}$ de 8. Resultado $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$. Calcula o que resta destes 8 depois de tirares $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$: Resultado $7 + \frac{1}{9}$. Multiplica $7 + \frac{1}{9}$ por $4 + \frac{1}{2}$: Resultado 32.

⁸ **Eudoxo**, foi um astrônomo, matemático e filósofo grego. Eudoxus é considerado por alguns como o maior dos matemáticos gregos clássicos, e em toda a antiguidade, perdendo apenas para Arquimedes.

⁹ **Arquimedes de Siracusa** (287 a.C. – 212 a.C.) foi um matemático, físico, engenheiro, inventor, e astrônomo grego. Embora poucos detalhes de sua vida sejam conhecidos, são suficientes para que seja considerado um dos principais cientistas da Antiguidade Clássica.

próximo ao valor calculado utilizando a atual integração, ele chegou ao mesmo valor de muitas integrais definidas utilizadas atualmente para o cálculo de áreas e volumes.

Ainda tomando como base Arquimedes, destacamos que ele também desenvolveu o Método do Equilíbrio, utilizado para calcular a área de regiões limitadas por parábolas, espirais e várias outras curvas. É interessante observar que ele utilizava um método para complementar o outro. Por exemplo, usava o Método do equilíbrio se utilizand do momento de um corpo para auxiliar no cálculo da área ou volume, e usava o Método da Exaustão, em seguida, a fim de demonstrar rigorosamente seus resultados¹⁰.

Conforme Boyer (1974), pode-se observar que o Método de Exaustão é o fundamento de um dos processos essenciais do Cálculo Infinitesimal. Enquanto no Cálculo se soma um número infinito de parcelas, Arquimedes nunca considerou que as somas tivessem uma infinidade de termos. Logo, se observarmos que para poder definir uma soma de uma série infinita, seria necessário desenvolver o conceito de número real que os gregos naquele tempo ainda não possuíam.

A saber, é preciso considerar que não é correto falar do método de exaustão como um processo geométrico de passagem para o limite, uma vez que a noção de limite pressupõe a consideração do infinito que esteve sempre excluído da matemática grega, mesmo para Arquimedes. É prudente enfatizar que o seu trabalho foi, provavelmente, o mais forte incentivo para o desenvolvimento posterior da ideia de limite e de infinito no século XIX. De fato, os trabalhos de Arquimedes constituíram a principal fonte de inspiração para a geometria do século XVII que desempenhou um papel importante no desenvolvimento do Cálculo Infinitesimal (EVES, 2002).

No período subsequente que foi denominado como Idade Média destacamos os feitos de Brahmagupta Aryabhata¹¹, conforme Eves (2002), em 499 d.C., Brahmagupta utilizou a noção de infinitesimal, expressando-a em um problema de astronomia, em que aparecia em forma de uma equação diferencial básica. Porém, básica no modo de

¹⁰ **Teorema de Arquimedes** – O volume da esfera de raio r é 4 vezes o volume do cone com diâmetro de base de $2r$ e altura r . Para a demonstração deste teorema Arquimedes utiliza a ideia de equilíbrio estático de sólidos desenvolvido por ele para a física em conjunto com o método da exaustão.

¹¹ **Brahmagupta Ariabata**, foi o primeiro dentre os grandes matemáticos-astrônomos da Idade Clássica dos matemáticos e astrônomos indianos. Seu trabalho inclui o *Ariabatiia* (499, quando ele tinha 23 anos) e o *Aria-Sidanta*.

falar, pois, essa equação levou Bháskara¹² no século XII a desenvolver uma derivada prematura, representando uma mudança infinitesimal, outro elemento, diz respeito, ao desenvolvimento de uma forma primitiva do Teorema de Rolle¹³.

Outros personagens deste período, século XII, foram os matemáticos persa Sharaf al-Din al-Tusi¹⁴ que descobriu a derivada de polinômios cúbicos, considerado como um resultado importante no Cálculo diferencial, e posteriormente no século XIV, Madhava de Sangamagrama¹⁵, juntamente com outros matemáticos-astrônomos da Escola Kerala de Astronomia e Matemática, destaca-se o desenvolvimento de casos especiais que resultou na Série de Taylor¹⁶, tratadas como Yuktibhasa.

Ao finalizar o período, denominado de idade Média, destacamos a seguir o desenvolvimento do Cálculo no século XVII, a partir dos feitos de grandes matemáticos.

3.2.1.2 O Cálculo e a Sua Evolução no Século XVII

Conforme Eves (2002) o Cálculo Diferencial e Integral é estudado há séculos com o objetivo de resolver problemas envolvendo áreas e tangentes, e tais conceitos, foram sendo aperfeiçoados ao longo do tempo. É importante, salientar que grandes personagens deram suas contribuições para o avanço do Cálculo, a saber, Arquimedes, Kepler¹⁷ e Fermat¹⁸ dentre outros.

¹² **Bhaskara Akaria**, também conhecido como **Bhaskaracharya**, nasceu na cidade de Vijayapura, na Índia, em 1114, e viveu até meados de 1185. De família de astrólogos indianos tradicionais, o pai, astromante de renome, chamava-se de Mahesvara. Nesse contexto, Bhaskara seguiu a tradição familiar, porém dedicou-se sobretudo à Matemática e à Astronomia, que dá suporte à Astrologia.

¹³ **Teorema de Rolle**, em matemática, nomeadamente em análise, o teorema de Rolle afirma que dada uma função contínua f definida em um intervalo fechado $[a, b]$ e diferenciável em (a, b) , se $f(a) = f(b)$ então existe algum ponto c em (a, b) onde a tangente ao gráfico de f é horizontal, isto é, $f'(c) = 0$.

¹⁴ **Arafadim Almuzafar ibne Maomé ibne Almufazar de Tus** (Sharaf al-Dīn al-Muzaffar ibn Muhammad ibn al-Muzaffar al-Tūsī) foi um matemático persa da idade de ouro do islã.

¹⁵ **Mādhava de Sangamagrama**, foi um matemático e astrônomo hindu da cidade de Irinjalkkuda, próxima a Cochim, Kerala, Índia, conhecida na época como *Sangamagrama*. É considerado o fundador da Escola de Querala de Astronomia e Matemática. Foi o primeiro a desenvolver aproximações por séries infinitas para funções trigonométricas, o que foi considerado um importante procedimento na matemática antiga ao tratamento da sua passagem, por meio do conceito de limite, ao infinito.

¹⁶ **Definição:** Seja f uma função com derivadas de todas as ordens em algum intervalo contendo a como um ponto interior. Então, a série de Taylor gerada por f em $x = a$ é

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n + \dots$$

¹⁷ **Johannes Kepler**, foi um astrônomo, astrólogo e matemático alemão. Considerado figura-chave da revolução científica do século XVII, é, todavia, célebre por ter formulado as três leis fundamentais da mecânica celeste, denominadas por Leis de Kepler.

Neste momento, cabe destacar dois nomes, Newton¹⁹ e Leibniz²⁰, que conforme os escritos de Boyer (1974), Dirk (1992) e Eves (2002), chegaram, de forma independente a importantes resultados neste campo, e por isso, até hoje são considerados os criadores do Cálculo. Cabe neste ponto, ressaltar que após estes dois grandes nomes, se destacaram com contribuições importantes para o aperfeiçoamento da teoria, outros teóricos, como: L'Hospital²¹, Lagrange²², D'Alembert²³, Cauchy²⁴, Weierstrass²⁵, Riemann²⁶, Euler²⁷, Bolzano²⁸.

Nosso propósito nesta etapa foi descrever elementos da História do Cálculo Diferencial e Integral a partir de alguns desses personagens acima descritos. Como já explicitamos anteriormente, foram necessários muitos anos e também a contribuição de grandes personagens até a formalização do Cálculo, contudo, tem-se na literatura que tratam desta temática, dois grandes nomes que entraram para a história: Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz sendo considerados os precursores do Cálculo Infinitesimal ou Cálculo Diferencial e Integral, como é conhecido nos dias atuais. Assim, cumpre lembrar o sentido atribuído ao termo "Cálculo", como destaca Maor (2008, p.103):

¹⁸ **Pierre de Fermat**, (nascido na primeira década do século XVII - 1665) foi um magistrado, entusiasta matemático e cientista francês.

¹⁹ Ver página 45 - 47 deste trabalho.

²⁰ Ver página 48 e 49 deste trabalho.

²¹ **Guillaume François Antoine, Marquês de l'Hôpital, (1661-1704)** foi um matemático francês. É principalmente conhecido pela regra que tem o seu nome para calcular o valor limite de uma fração cujo numerador e denominador tendem, simultaneamente, para zero ou para o infinito.

²² **Joseph Louis Lagrange**, nascido como **Giuseppe Lodovico Lagrangia, (1736-1813)** foi um matemático italiano.

²³ **Jean le Rond d'Alembert**, (1717-1783) foi um filósofo, matemático e físico francês que participou na edição da *Encyclopédie*, a primeira enciclopédia publicada na Europa.

²⁴ **Augustin-Louis Cauchy**, (1789 -1857) foi um matemático francês, e um dos fundadores da teoria de grupos finitos. Em análise infinitesimal, criou a noção moderna de continuidade para as funções de variável real ou complexa. Mostrou a importância da convergência das séries inteiras, às quais seu nome está ligado.

²⁵ **Karl Wilhelm Theodor Weierstrass, (1815-1897)** – Matemático e professor na Universidade de Berlin conhecido por desenvolver: Teorema de Stone-Weierstrass, Teorema de Bolzano- Weierstrass, teste M de Weierstrass, função de Weierstrass e o Teorema de Lindermann- Weierstrass. Recebeu em 1887 a Medalha Cothenius, em 1892 a Medalha Helmholtz e em 1895 a Medalha Copley.

²⁶ **Georg Friedrich Bernhard Riemann**, (1826-1886) foi um matemático alemão, com contribuições fundamentais para a análise e a geometria diferencial.

²⁷ **Leonhard Paul Euler, (1707- 1783)** foi um matemático e físico suíço de língua alemã que passou a maior parte de sua vida na Rússia e na Alemanha. Fez importantes descobertas em várias áreas da matemática como o cálculo e a teoria dos grafos.

²⁸ **Bernard Placidus Johann Nepomuk Bolzano, (1781 - 1848)** foi um matemático, teólogo e filósofo da antiga Boêmia, que pesquisou também problemas ligados ao espaço, à força e à propagação de ondas.

O nome ‘Cálculo’ é uma abreviação de ‘Cálculo Diferencial e Integral’. A palavra Cálculo em seu sentido genérico significa qualquer manipulação sistemática de objetos matemáticos, sejam números ou símbolos abstratos. O significado restrito da palavra Cálculo, ou seja, o Cálculo Diferencial e Integral é devido a Leibniz. Newton nunca usou essa palavra preferindo chamar sua invenção de ‘método de fluxões’.

Cabe destacar, que o desenvolvimento histórico do Cálculo, se observado hoje como é organizado nos livros textos, e ensinado nas instituições, seguiu uma ordem contrária, ou seja, os livros textos, hoje são organizados primeiro com conceitos do Cálculo Diferencial e em seguida do Cálculo Integral, e por meio da história, pode-se observar que em primeiro lugar vieram os conceitos de Cálculo Integral e só depois os de Cálculo Diferencial. Tem-se que a primeira aparição da ideia de limite ocorreu por volta de 450 a.C., e, considera-se que Isaac Newton foi o primeiro a reconhecer, até certo ponto, a necessidade da noção de Cálculo. Em outras palavras, ele que reconheceu o papel preliminar do conceito de Limite no Cálculo, sendo este considerado a semente da definição moderna. Outro personagem importante foi Cauchy, pois, grande parte da forma em que se aborda o Cálculo na atualidade se deve a suas contribuições.

Neste momento, cabe ressaltar que a base do Cálculo Diferencial e Integral está pautada nas funções, neste sentido, recorreremos a definição de função dada por Leonhard Paul Euler em seu clássico *Introductio in Analysin Infinitorum*, de 1748, considerada como a primeira obra em que o conceito de função desempenha um papel central. Após definir o significado de quantidade constante e quantidade variável, Euler enunciou, em 1748 a seguinte definição²⁹: “Uma função de quantidade variável é uma expressão analítica composta, de alguma maneira que seja, desta quantidade e de números ou quantidades constantes. Assim, toda expressão analítica, que além da variável z contiver quantidades constantes é uma função z ” (EULER, 1988, p.03).

Cabe ressaltar que Euler não definiu “expressão analítica”, mas, segundo Boyer (1974), já tinha conhecimentos referentes a funções algébricas e as funções transcendentais elementares (exponenciais, logarítmicas e trigonométricas).

²⁹ Cabe observar que em 1755 Euler apresenta uma segunda definição para função: “Se certas quantidades dependem de outras quantidades de tal modo que se as outras mudam, estas quantidades mudam também, então, nós temos o hábito de nomear essas quantidades de funções dessas últimas. Esta denominação tem a maior abrangência e contém em si todas as maneiras pelas quais uma quantidade pode ser determinada por outras. Se, por consequência, x designa uma quantidade variável, então todas as outras quantidades que dependem de x de alguma maneira, ou que são determinadas por x , são chamadas de funções de x .” (D. RÜTHING, 1984, p.72-73).

Ao observarmos os escritos de Eves (2002), o mesmo esclarece que o Cálculo sustentado pela Geometria Analítica, certamente foi o maior instrumento matemático descoberto no século XVII. Uma vez que, ele se apresentou notavelmente muito poderoso além de eficiente para atacar e solucionar problemas que até então eram considerados insolúveis em tempos anteriores.

Acredita-se que a ampla e surpreendente aplicabilidade do Cálculo Diferencial e Integral, foram os principais fatores que atraíram um número considerável de ilustres pesquisadores em matemática da época, esse fato resultou então em uma variedade de artigos que mostravam pouca preocupação com o estado, considerável insatisfatório, dos fundamentos do assunto. Em outras palavras, trata-se de muitos artigos em que os processos usados eram justificados com argumentos de que eles funcionavam. Conforme Eves (2002), somente no fim do século XVIII, quando, foi observado que existiam muitas contradições na matemática, assim, tem-se um período em que há a necessidade de examinar as bases da análise para dar-lhe fundamentação lógica rigorosa, fase em que o cuidadoso esforço visando tal fundamentação, pode ser observado como uma reação ao emprego descontrolado da intuição e do formalismo do século anterior.

Conforme observado em estudos referentes a História da Matemática, é unânime entre os pesquisadores, que o século XVII foi um marco no surgimento do Cálculo, e neste período se destacam grande estudiosos como, Cavalieri³⁰, Torricelli³¹, Barrow³², Descartes³³, Fermat e Wallis³⁴, pois foram eles que prepararam o caminho, para que Newton e Leibniz chegassem à descoberta do que seria o Cálculo. Assim, destacamos dentre esses precursores, dois nomes, são eles: Pierre de Fermat e René Descartes, pois

³⁰ **Bonaventura Cavalieri**, (1598-1647) foi um sacerdote matemático italiano, discípulo de Galileu. Estudou astronomia, trigonometria esférica e cálculo logarítmico. É considerado um dos precursores do cálculo integral.

³¹ **Evangelista Torricelli**, (1608 -1647) foi um físico e matemático italiano, mais conhecido pela invenção do barômetro e por descobertas na área de óptica.

³² **Isaac Barrow**, (1630-1677) teólogo e matemático inglês. É creditado por suas descobertas na área do cálculo moderno.

³³ **René Descartes**, (1596-1650) foi um filósofo, físico e matemático francês. Durante a Idade Moderna, também era conhecido por seu nome latino **Renatus Cartesius**. Notabilizou-se sobretudo por seu trabalho revolucionário na filosofia e na ciência, mas também obteve reconhecimento matemático por sugerir a fusão da álgebra com a geometria - fato que gerou a geometria analítica e o sistema de coordenadas que hoje leva o seu nome. Por fim, foi também uma das figuras-chave na Revolução Científica.

³⁴ **John Wallis**, (1616-1703) matemático britânico cujos trabalhos sobre o cálculo precederam aos de Isaac Newton.

simultaneamente fizeram a junção da Álgebra com a Geometria, e então produziram uma inovação no campo da matemática que culminou na Geometria Analítica. Conforme Boyer (1974), Fermat, foi o primeiro a obter o procedimento para diferenciar polinômios e conseqüentemente conseguir resolver problemas importantes de maximização, minimização de área e de tangência, inspirando até Isaac Newton.

Outras grandes contribuições foram do Italiano Evangelista Torricelli (1608-1647), que desenvolveu métodos semelhantes ao cálculo para encontrar o comprimento do arco e os infinitesimais. Johannes Kepler (1571-1630), um alemão, que também desenvolveu ideia relativa a infinitésimos, com o problema de calcular áreas que estavam envolvidas com segunda lei do movimento planetário. Kepler usou o procedimento de integração para concluir que o segmento de reta traçada do centro de massa do sol ao centro de massa de um planeta do Sistema Solar varre áreas iguais em tempos iguais.

Quanto a John Wallis (1616-1703), matemático britânico teve sua importante contribuição a partir da publicação da *Arithmetica infinitorum*, que foi uma obra imprescindível para o desenvolvimento do Cálculo, e também a *Algebra: history and practice* sendo o primeiro livro a apresentar raízes complexas de equações em gráficos. (BOYER, 1974). Temos ainda o francês Blaise Pascal³⁵ (1623-1662) que também deu sua contribuição para o desenvolvimento do Cálculo. Pascal é considerado como o introdutor do símbolo de ∞ (infinito, que representava o conceito do que seria a eternidade, como algo que não tem começo nem fim), justamente para representar o que ele considerava um número muito grande de linhas. Conforme Carvalho (2006), Blaise Pascal afirmava existir o que era proposto como uma diferença muito pequena, se tomada uma linha e um paralelogramo de altura infinitamente pequena, de tal forma que, considerando uma certa espessura da linha e utilizando um processo de multiplicação infinito, a linha adquira uma altura igual à da figura na qual é inscrita.

Ainda tomando como aporte Pascal, Eves (2002) escreve que o francês demonstrou no trabalho “Triângulo Aritmético” uma obra datada de 1654, diversidade de propriedades do triângulo e, ainda, as aplicou no estudo de probabilidade. Não

³⁵ **Blaise Pascal**, (1623 - 1662) foi um matemático, físico, inventor, filósofo e teólogo católico francês. Prodígio, Pascal foi educado por seu pai. Os primeiros trabalhos de Pascal dizem respeito às ciências naturais e ciências aplicadas. Contribuiu significativamente para o estudo dos fluidos. Ele esclareceu os conceitos de pressão e vácuo, estendendo o trabalho de Torricelli. Pascal escreveu textos importantes sobre o método científico.

podemos deixar de explicitar que antes de Pascal, Tartaglia³⁶, utilizava o triângulo em seus trabalhos, e muito antes, os matemáticos árabes e chineses já o utilizavam. A saber, trata-se de um triângulo aritmético infinito em que são dispostos os coeficientes das expansões binomiais. Os números que compõem o triângulo apresentam diversas propriedades e relações, em outras palavras, trata-se de um arranjo triangular de números em que cada número é igual à soma do par de números acima de si. Para finalizar, temos ainda James Gregory (1638-1675), nascido em Brumoak na Escócia, que foi o personagem que esboçou o início de uma teoria que trabalha com a ideia de convergência, ele foi o primeiro a publicar geometricamente o que hoje é conhecido como o Teorema Fundamental do Cálculo.

3.2.1.3 *Newton e Leibniz na História do Cálculo*

Newton e Leibniz, conforme observamos nos estudos realizados, são considerados os pioneiros na história do Cálculo. Por esse motivo, acreditamos que eles merecem um destaque especial neste trabalho. Conforme Boyer (1974) eles unificaram métodos que se tornaram instrumentos importantes para as Ciências, utilizados até os dias atuais.

Imagem 01– Isaac Newton.



Fonte: <https://edukavita.blogspot.com/2015/06/biografia-de-isaac-newton-considerado-o.html>:

Isaac Newton, nascido na aldeia de Woolsthorpe no dia 25 de dezembro de 1642, foi um cientista inglês, destacou-se como físico e matemático, embora tenha sido também astrônomo, alquimista, filósofo natural e teólogo. Isaac Newton faleceu aos 87 anos de idade, em 1727 em Londres. Conforme Boyer (1974) sua grande contribuição para a matemática foi o Método dos Fluxos, que consiste em um cálculo usando

³⁶ **Tartaglia** pseudônimo de **Niccolò Fontana**, (1499-1557) foi um matemático italiano, cujo nome está ligado ao triângulo de Tartaglia e à solução da equação do terceiro grau.

métodos infinitesimais. Segundo Newton, a taxa de variação de um fluente x é o fluxo de x , e indicou por x' . É justamente nesta ideia de taxa de variação que estava implícita a essência da fundamentação do Cálculo, a teoria dos limites, que só foi desenvolvida quase dois séculos depois. Além disso, formulou procedimentos sistemáticos, procurando soluções gerais para a maioria dos problemas relacionados ao Cálculo Infinitesimal.

Por ser Newton uma pessoa reservada, suas obras que tratavam sobre o Cálculo ficaram abandonadas por quase meio século, por dois fatores, o primeiro que se refere a sua pouca comunicação e o segundo a dificuldade apresentada na época para publicação de trabalhos. Destacamos então, a obra publicada com o nome *Principia Mathematica* que tornou pública sua versão do Cálculo. Anteriormente, em uma monografia datada de 1669, ele já havia exposto suas primeiras ideias referentes ao Cálculo. Nessa ocasião, mostrou que a área sob a curva $z = pax^{p-1}$ (para $p \in \mathbb{Q}$) é $y = ax^p$. Note que este resultado aponta justamente para a integral como inverso da derivada.

Os pesquisadores observam que as séries infinitas foram indispensáveis para Newton, no que tange ao desenvolvimento da quadratura de curvas. As pesquisas mostram ainda que ele também foi capaz de calcular a integral de expressões complexas, para o período, que envolviam raízes, utilizando a expansão em série e integrando-as termo a termo. Newton também se apropriou de alguns tipos de notações e forma de demonstração, baseou suas ideias em problemas de geração de curvas por movimentos, chamando então o espaço percorrido de fluente e a velocidade do móvel de fluxão. Diante disso, para explicar o espaço percorrido, ele então anunciou que qualquer movimento local fosse acelerado ou retardado.

Mesmo Newton, pensando na variação de x e y no decorrer do tempo, realizou sua interpretação no campo geométrico das fluxões, mesmo estas não sendo dependentes do tempo. Nesta ocasião, ele precisava da noção de tempo apenas como sendo uma ajuda mental para cristalização de suas ideias. Newton aplicou seu método a diversas curvas, e assim encontrou suas inclinações, seus pontos mais altos e mais baixos, e também seus pontos de inflexão. Em outras palavras, todas as propriedades geométricas relacionadas com a linha tangente. Devido a tal associação com a tangente, este processo de encontrar a fluxão de um determinado fluente era também conhecido, na época, como o problema da tangente. Se nos referirmos aos dias atuais, esse processo chama-se diferenciação e a fluxão de uma função de derivadas (MAOR, 2008).

Conforme Maor (2008), temos que a construção do Cálculo, certamente foi o evento singular, mais significativo da Matemática desde a reunião estrutural da geometria clássica feita por Euclides na obra chamada “Elementos”. Tal descoberta que mudaria a forma como os matemáticos pensavam e trabalhavam, com seus métodos poderosos afetariam todos os ramos da ciência, seja ele puro ou aplicado. Mas, devido ao fato de Newton ter uma certa aversão ao envolvimento em controvérsias, não publicou rapidamente suas descobertas. Simplesmente comunicou, informalmente, aos seus alunos e colegas de Cambridge. Assim, por mais de meio século, o que foi considerado como mais importante desenvolvimento da matemática moderna, esteve presente somente, na Inglaterra, em particular, restrito a um grupo de estudantes de Cambridge.

Outro personagem envolvido no tema foi alemão Gottfried Wilhelm Leibniz, nasceu em Leipzig na Alemanha em 1646, filósofo, cientista, matemático e diplomata, faleceu em 1716 em Hanôver. Para Leibniz, a ideia central do Cálculo era a diferencial. Em sua visão, era uma diferença entre dois valores infinitamente próxima de uma variável. O fato de Leibniz ser preocupado com símbolos, fórmulas e regras, o levou a criar as notações: dx , dy , para as diferenciais de x e y respectivamente, além de dar origem ao símbolo \int , no período com aparência de um S alongado, que indicava a soma de todas as áreas infinitesimais. Mostrou também que $\int y dx$ correspondendo a uma área em que

$$d \int y dx = y dx, \text{ ou seja, apresentando } d \text{ como sendo o inverso de } \int.$$

Imagem 02- Gottfried Wilhelm Leibniz.



Fonte: <https://www.britannica.com/biography/Gottfried-Wilhelm-Leibniz>

Ao focarmos no desenvolvimento do Cálculo, observa-se que Leibniz partiu de algumas premissas, a saber, *Characteistica generalis* (Características Gerais), sequência

de diferenças, triângulos característicos, e a transmutação, sendo que as características gerais direcionaram o raciocínio de Leibniz, ou seja, tratava-se de uma linguagem matemática através de símbolos. Conforme escreve Baron (1985. v3, p.43) para Leibniz, “uma vez traduzido um problema em linguagem matemática simbólica, a aplicação das regras conduzirá quase mecanicamente a sua solução.”

As literaturas especializadas nesta temática, expõem a existência de certa polêmica ao longo da história em relação aos dois personagens, Newton e Leibniz que mesmo seguindo linhas diferentes no desenvolvimento do Cálculo, chegaram a mesma teoria, por desenvolvimentos independentes. Por isso, quando Leibniz, publicou sua versão do Cálculo em 1684, poucos matemáticos no continente duvidaram de que sua invenção fosse original. Somente 20 anos depois é que surgiram dúvidas quanto a se Leibniz teria tomado algumas das ideias de Newton.

Para finalizar este tópico, ao observarmos as bases filosóficas, pudemos concluir que se nos referirmos a Newton, ele estava ligado as bases empiristas, uma vez que seus trabalhos se fundamentados em pensamentos empíricos, pois, para ele o conhecimento válido precisava passar por experiências, seu interesse se mantinha em raciocínios matemáticos que pudessem ser descritos como problemas físicos sujeitos a experimentação. Assim, de acordo com Meneghetti (2010), o método experimental de Newton pode ser dividido em três etapas: iniciando por um procedimento de simplificação do fenômeno observado e uma experiência; passando para uma tradução em conceitos matemáticos os resultados da experiência, e por fim, uma experiência mais aprofundada de tal definição, para daí verificar a aplicabilidade de tais conceitos.

Do outro lado, Leibniz diferia de Newton que se baseava em experimentações como doutrina para se chegar de fato ao conhecimento, seus trabalhos eram caracterizados por pensamentos racionalistas, para ele o conhecimento se evidencia por meio de consequências, não necessariamente necessitando de experiências. Assim, podemos observar que os métodos que antecipam o conceito de Cálculo Diferencial e Integral tinham, em sua maioria, a ideia principal os elementos geométricos e somente entre os séculos XVI e XVII surge o embrião modificador, considerando então as ideias da Álgebra nesse processo a partir de elementos discutidos por Descartes e Fermat.

Dessa forma, pode-se destacar que Newton desenvolveu seu Cálculo na tentativa de solucionar problemas físicos ligados ao movimento e ao tempo, com isso ele

acreditava que uma ferramenta a mais para se aplicar na física seria o desenvolvimento do Cálculo. A tal método desenvolvido por ele, foi dado o nome de “Fluxo e Fluentes”, sendo fluxos a razão da geração de movimentos contínuos, agregados e fluentes as quantidades geradas em instantes infinitamente pequenos (MENEGHETTI, 2010).

Se tomarmos como base Leibniz, podemos destacar que ele desenvolveu o Cálculo em uma tentativa de obter uma linguagem simbólica universal, que pudesse ser aplicada a todos os trabalhos relacionados a essa área da matemática. Neste ponto nos perguntamos: e na Politécnica do Rio de Janeiro como esta concepção foi utilizada? De que forma os programas de Ensino da Politécnica do Rio de Janeiro no período analisado explicitava esta concepção? Cabe ressaltar que é preciso considerar que os trabalhos de Leibniz eram escritos em forma algorítmica, simplificando o raciocínio lógico. Para isso, utilizava a aritmética e o formalismo como instrumentos no desenvolvimento de suas ideias. Chamou seu método de “Cálculo Diferencial e Somatório”.

Por conseguinte, destacamos que trataremos das diferenças matemáticas, assim como as diferenças de notações utilizadas por estes dois personagens em sua criação do Cálculo Diferencial e Integral no subtópico “Apreciação dos Métodos infinitesimal e dos Limites” do capítulo cinco deste trabalho.

Conforme exposto anteriormente, observa-se que o desenvolvimento desta ferramenta matemática, não foi composta por poucos personagens, diante disso, tem-se a seguir alguns grandes nomes que deram continuidade a esse estudo.

3.2.1.4 O Cálculo Após as Descobertas de Newton e Leibniz

Como destacamos, a História do Cálculo tem vários personagens importantes, e cada um deu suas contribuições para o desenvolvimento do mesmo. Diante disso nosso objetivo não consiste, em elencar todos os personagens, mas trazer aqueles que estão, de alguma forma, diretamente ligados à nossa questão de pesquisa. Assim, optamos por destacar cinco personagens que estão ligados à questão de pesquisa condutora do nosso trabalho: Quais fatores determinaram a sistematização do ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro nas quatro últimas décadas do século XIX? São eles: Lacroix, Euler, Cauchy, Bolzano e Weierstrass.

Neste contexto, destaca-se a obra intitulada “*Analyse des infiniment petits, pour l’intelligence des lignes courbes*” de autoria do Matemático francês Guillaume François Antoine, também conhecido como Marquês de L’Hôpital publicado em 1696

considerado como o primeiro livro sobre Cálculo. Um dos assuntos contidos nesta obra é a apresentação de um método que permite calcular o valor limite de uma fração cujo denominador e o numerador tendem simultaneamente a zero ou ao infinito, tal regra ficou conhecida na literatura como Regra de L'Hôpital. Conforme Clifford A. Pickover (2011, p.160) o objetivo de L'Hôpital com essa obra era “[...] que o livro fosse um veículo para promover a compreensão das técnicas do Cálculo Diferencial”.

Cabe neste ponto observar que até o aparecimento desta obra de L'Hôpital, conforme (PICKOVER, 2011) Newton, Leibniz e os irmãos Bernoulli aparentemente eram as únicas pessoas que tinham sólidos conhecimentos em Cálculo. Ball (*apud* PICKOVER, 2011, p.160) também enaltece esta obra quando faz menção a este ser considerado como primeiro tratado que explica os princípios e a utilização do método. Trata-se de um trabalho amplamente difundido e que generalizou o uso da notação diferencial na França contribuindo significativamente para sua difusão na Europa.

Conforme Eves (2002), a maior parte do Cálculo que se estuda nos cursos de graduação de hoje, por volta de 1700 já havia sido estabelecida. No entanto, grandes contribuições ainda foram feitas após este período. Dentre elas observamos: o papel do Italiano Joseph Louis Lagrange considerado como sendo o primeiro matemático a reconhecer a precariedade dos fundamentos de análise. Diante desta constatação, se empenhou nos estudos para atingir o rigor necessário rigor este que influenciou diversas pesquisas matemáticas posteriores. Destaca-se no seu percurso o Cálculo de Variações como sendo considerada sua maior contribuição para o Cálculo.

Garbi (2009) destaca que Lagrange publicou sua obra apoiando-se no suíço Leonhard Euler, personagem que teve um grande papel nesta história, pois, deixou diversos trabalhos em ramos distintos da matemática. Evidencia-se ainda que vários autores especializados nesta temática consideram esses dois matemáticos, Euler e Lagrange, sendo os maiores matemáticos do século XVIII. Em nosso entendimento, aqui há um indício da possível existência de uma rede de especialistas em Cálculo: Lacroix, Euler, Cauchy, Bolzano, Weierstrass dentre outros que de certa forma, se apoiavam nos conhecimentos um dos outros para o avanço do Cálculo Diferencial e Integral. Segundo nosso ponto de vista, a identificação da existência dessas relações é de grande valia para a realização do nosso trabalho. Nesse sentido, somos levados a indagar: De que forma as possíveis relações intelectuais que existiram no contexto histórico do Brasil, mais precisamente da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, no final

do século XIX, no qual se insere o contexto do nosso trabalho estão interligados a estas relações epistemológicas existentes nesta rede de especialistas?

Se observarmos a linha do tempo, notamos que os matemáticos antigos lidaram com a ideia de aproximação e limites de modo intuitivo por dois séculos. A humanidade precisou esperar até o século XIX para poder então chegar ao rigor matemático proveniente dos estudos do Frances Augustin Louis Cauchy, responsável pela criação de uma definição formal de limite. Destaca-se que estes estudos, mesmo incompletos, foram muito importantes por terem dado início à investigação a respeito dos fundamentos do Cálculo Integral futuramente levando ao desenvolvimento da Análise Algébrica e da Teoria das Funções (CAUCHY, 1821).

Cauchy, mostrou que era possível fundamentar o Cálculo sem utilizar as grandezas infinitesimais utilizando a noção de limite, assim ele definiu: “Quando os valores sucessivamente atribuídos a uma variável aproximam-se indefinidamente de um valor fixo de modo que difiram dele por uma quantidade tão pequena quanto quisermos, aquele valor é chamado limite de todos os outros” (GARBI, 2009, p. 299). De modo que a definição de limite de Cauchy ainda continha expressões vagas e foi aperfeiçoada pelo alemão Karl Theodor Wilhelm Weierstrass, chegando à definição que é utilizada ainda hoje: “uma função $f(x)$ tem por limite o valor L no ponto $x = x_0$, se dado ε tão pequeno quanto se queira e $\varepsilon > 0$, existir $\delta > 0$ tal que, para todo $0 < |x - x_0| < \delta$, tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ ” (GARBY, 2009, p.299). “Weierstrass tornou-se sinônimo de ‘raciocínio cuidadoso’ [...] e tornou-se conhecido como ‘o pai da análise moderna’” (EVES, 2002, p. 613). Nesse sentido, lembrando que nossa questão de pesquisa histórica se direciona para o contexto da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, somos levados a indagar: essa mesma precedência pelos aspectos do rigor de raciocínio pode ser observada no contexto brasileiro de nossa pesquisa?

Outro personagem que merece destaque neste trabalho é Lacroix, por suas contribuições diretamente ligadas ao que entendemos como difusão do Cálculo por meio de suas obras. Conforme Boyer (1974): “Os politécnicos foram responsáveis por diversos livros na década seguinte [~1800]. Muitos deles foram textos bem-sucedidos, aparecendo em diversas edições, o de Lacroix [...] apareceu em 25 edições em nove anos! Talvez nós devêssemos falar de revolução de livros textos” (BOYER, 1974, p. 535).

Assim, Boyer (1974) destaca o relevante papel exercido pelos politécnicos na disseminação do Cálculo Diferencial e Integral através de textos clássicos. No entanto, o autor se refere, no caso, histórico europeu. Aqui elegemos a seguinte questão: Qual a importância exercida pelos politécnicos no caso específico do Brasil, tendo como base a Escola Politécnica do Rio de Janeiro nas quatro últimas décadas do século XIX?

Conforme Amadeo e Schubring (2015), ao observar a utilização de livros textos nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica de Paris as obras de Lacroix se mostraram mais recorrentes. A saber, o *Traité de calcul différentiel et du calcul intégral* (Tratado de Cálculo Diferencial e de Cálculo Integral), obra publicada em três volumes, entre 1797 e 1799, segundo os autores não foi destinada ao ensino. Porém no ano de 1802, Lacroix publicou uma versão considerada condensada que recebeu o título de *Traité élémentaire de calcul différentiel et du calcul intégral* (Tratado Elementar de Cálculo Diferencial e de Cálculo Integral). Este, sim, tem por destino servir como livro texto na Escola Politécnica de Paris, utilizado no período em que Lacroix esteve como professor nesta instituição e também por seus sucessores.

Corroborando com a importância dos livros textos produzidos por Lacroix encontramos Struik (1987) que escreve:

Alguns dos melhores livros textos do início do século XIX foram preparados para a instrução na Escola Politécnica ou instituições similares. Suas influências podem ser rastreadas em nossos textos atuais. Um bom exemplo de um livro é o *Traité du calcul différentiel et du calcul integral* (2 vol., 1797), escrito por Sylvestre-François Lacroix, a partir do qual gerações inteiras aprenderam Cálculo (STRUIK, 1987, p. 147).

Ainda nesta vertente, encontramos um personagem que se destaca por buscar eliminar toda forma de subjetividade. É nessa perspectiva se insere o projeto de Bolzano de reconstruir os fundamentos da matemática com base em provas analíticas e independentes da capacidade ou percepções subjetivas. De forma que a amplitude dos estudos de Bolzano, assim como sua crença em que o conhecimento contribui para a realização da justiça, estão bem próximas das concepções dos iluministas do século XVIII, ou seja, as diferentes áreas do conhecimento formavam uma unidade. Foi como professor de Ciências da Religião que ele escreveu seu principal artigo matemático, intitulado “Prova puramente analítica do teorema no qual afirma que entre dois valores de sinais opostos existe pelo menos uma raiz real da equação”³⁷ em 1817.

³⁷ É o artigo que contém a demonstração do Teorema de Bolzano, cuja generalização é o Teorema do Valor Intermediário, ao qual nos referiremos em diversas ocasiões neste artigo, e que pode ser encontrado em qualquer livro didático de Cálculo e de Análise Matemática

Após esta breve abordagem da história do Cálculo Diferencial e Integral, que nos permite, uma melhor possibilidade de análise dos elementos específicos da matemática, passamos a descrever o que estamos chamando de Aspectos Conceituais da Nova História Cultural, pois entendemos que estes aspectos em conjunto com os elementos da História da Matemática serão nosso alicerce para análise das fontes desta pesquisa.

3.3 Aspectos Conceituais da Nova História Cultural

O objetivo desta parte é fazer algumas considerações a respeito da Nova História Cultural, destacamos, que estamos diante de alternativas conceituais oferecidas por alguns de seus principais precursores. Aqui em particular, descreveremos conceitos como práticas, representações, ideologia e imaginário. Pois tais conceitos são necessários para melhor esclarecer o tema focalizado neste trabalho.

Duas noções têm sido muito usadas pelos historiadores culturais, são “práticas” e “representações”. Isso ocorre devido ao fato, dentre outros, porque se pode, através delas, examinar tanto os objetos culturais produzidos, os sujeitos produtores e receptores de cultura, como também os processos que envolvem a produção e a difusão cultural. E ainda, os sistemas que dão suporte a estes processos e sujeitos, as normas a que se conformam as sociedades através da consolidação de seus costumes. Estamos entendendo que nossa questão de pesquisa só será contemplada de forma satisfatória se levarmos em consideração todos esses fatores. Para melhor compreensão dessa necessidade propomos escrever algumas linhas com o intuito de refletir, tendo como base, o sistema conceitual da Nova História Cultural.

Neste caso, iremos explanar em linhas gerais, alguns conceitos relacionados à Nova História Cultural, e para tal, se faz necessário escrever a respeito de algumas das tendências nas quais tem se desdobrado a História Cultural desde as últimas décadas do século XX. Não se deve deixar de observar, que elas são identificáveis no contexto da História Cultural, e se relacionam a diálogos interdisciplinares, neste contexto temos a relação da história com diversos outros campos de saber, por exemplo, a Antropologia, a Linguística, a Psicologia ou a Ciência Política.

De acordo com Burke (2008), tem-se que a partir de um desses diálogos interdisciplinares, aqui em particular a Antropologia de Clifford Geertz e Marshall Sahlins coadjuvaram para fortalecer alguns dos mais importantes movimentos de

historiadores culturais. Nos escritos de Burke (2008) podemos observar a importância deste encontro entre os termos “História” e “Antropologia”:

Uma das mudanças mais significativas que se seguiu a esse longo momento de encontro entre a história e antropologia – encontro que ainda não chegou ao fim, embora provavelmente esteja menos estreito – foi o uso do termo ‘cultura’ no plural e em um sentido amplo (BURKE, 2008, p. 44).

Destacamos que a maior contribuição da Antropologia para a Nova História Cultural, está relacionada a possibilidade, neste caso, de uma nova abordagem, que consiste no que a Antropologia denomina como “descrição densa”. Conforme Burke (2008) o Antropólogo que inspirou grande parte dos historiados culturais da última geração, foi Clifford Geertz que após criticar a definição de Edwart Tylor para cultura, que dizia que se tratava de “conhecimento, crença, arte, lei, costumes”, uma vez que, para ele tal definição “oculta muito mais que revela”. Em sua própria definição, descreve cultura como:

Um padrão, historicamente transmitido, de significados incorporados em símbolos, um sistema de concepções herdadas expressas em forma simbólica, por meio das quais os homens comunicam, perpetuam e desenvolvem seus conhecimentos e suas atitudes acerca da vida (BURKE, 2008, p.52).

Dessa forma, entendemos, que a atenção aos detalhes, e conseqüentemente o empenho de, por meio deles, atingir questões sociais mais amplas, correspondem à redução da escala de observação na corrente da História Cultural que chega a se aproximar aos procedimentos micro historiográficos. Não se deve deixar de observar, que a partir do diálogo com a Antropologia, tem-se inspirações para se definir História Cultural como a busca de apreensão da “alteridade”. Essa é definição explicitada por Robert Darnton em seu ensaio intitulado: O Grande Massacre dos Gatos (1984).

Assim entendemos, a definição de História Cultural, como sendo uma modalidade historiográfica de forma a se ocupar da alteridade encontra-se na base de diversos historiadores culturais, em que certas situações proporcionam oportunidades ímpares para o estudo da História Cultural. Exemplificando essa ideia, basta observar que, o confronto entre duas sociedades, relacionadas a duas culturas distintas pode oferecer uma possibilidade exemplar de iluminar uma cultura através da outra. Nesse sentido, nos aproximamos das reflexões propostas por Burke (2008) que escreve:

A visão de fora precisa ser suplementada por outra, de dentro, destacando a experiência de cruzar as fronteiras entre “nós” e “eles”, e encontrar a Alteridade com “a” maiúsculo (e lembremo-nos de que os franceses foram os primeiros a produzir uma teoria de *l’Autre*). Tratamos aqui dos limites simbólicos entre comunidades imaginadas, limites que resistem aos mapeamentos. De qualquer forma, os historiadores não podem se dar ao luxo de esquecer sua existência (BURKE, 2008, p.151).

A título de exemplo, recorremos a Júri Lotman, historiador que esteve ligado à chamada “Escola Tartu” movimento que se desenvolveu na Rússia sob uma forte influência das obras e proposições de Mikhail Bakhtin, a saber, em um ensaio de 1984, é sustentada a proposição que uma atividade ímpar surge para o historiador quando há estranhamento entre duas culturas. O autor exemplifica sua proposição descrevendo que a ocidentalização da Rússia no século XVIII, observada pelo historiador, pode ser vista como uma atividade ímpar, uma vez que, tal ação, desencadeou a importação de hábitos e códigos de etiqueta europeus para a aristocracia russa fez com que esta ação, devido ao seu estranhamento diante do novo mundo cultural, necessitasse de manuais de conduta.

Na intenção de fortalecer nossas observações, encontramos nesta mesma linha de pensamento, o historiador italiano Carlos Ginzburg (1991), conhecido por ser um dos pioneiros no estudo da micro-história. Ele defende a ideia de escrever a história em momentos em que culturas distintas são confrontadas. A título de conhecimento, o referido autor, esclarece a singularidade de tais pesquisas no artigo intitulado “O inquisidor como Antropólogo” (1991), em que discorre sobre alguns problemas a serem enfrentados pelos historiadores que trabalham com mediações culturais.

Neste sentido, cabe lembrar que as fontes inquisitoriais, descritas nos trabalhos de Ginzburg manifestam um novo sentido ao se sobrepujar o antigo enfoque nas “perseguições” em favor de uma perspectiva no discurso e na cultura. Nessa vertente, apresentam a especificidade de serem mediadas pelos “inquisidores”. Para chegar ao mundo cultural dos acusados, é preciso passar por esse filtro, representado pelo ponto de vista do inquisidor do século XVI, ele mesmo mergulhado na sua cultura específica. Entendemos, que aqui, se mostra a necessidade do historiador de empreender esforços para entender uma realidade através de outra, ou uma cultura através de outra.

Destaca-se que um dos problemas mais desafiadores tanto da História Cultural quanto da Antropologia, seja, nas palavras de Ginzburg (1991) a “contaminação de estereótipo”, ou seja, o limite de fontes desencadeia um desafio a ser enfrentado pelo historiador e/ou antropólogo. No entanto, o historiador, pode e deve beneficiar-se, particularmente, da interação entre culturas, por vezes explorando com igual proveito a mútua iluminação proporcionada pelos momentos de não-comunicação entre as duas. Diante desta reflexão, em nosso entendimento, tem-se uma contribuição importante que os historiadores possam apreender da inspiração antropológica.

Outra influência importante na História Cultural foram Michel de Certeau³⁸ e Pierre Bourdieu³⁹. Trata-se de pesquisadores que debruçaram seus estudos em torno dos aspectos discursivos e simbólicos da vida sociocultural. Nesta mesma vertente, encontram-se as contribuições da análise de discurso de Michel Foucault⁴⁰ e Roger Chartier⁴¹, haja vista, que recoloca a noção de discurso no cerne da História Cultural. Em outras palavras, passa-se a considerar que a própria linguagem e as práticas discursivas que constituem a substância da vida social, e assim, embasam uma noção mais ampla de cultura.

Diante do exposto, “comunicar” é produzir cultura. Tal pensamento, implica na existência de uma duplicidade entre Cultura Oral e Cultura Escrita. Cabe lembrar que o ser humano também se comunica de diversas outras formas, a saber, através de gestos, do corpo e da sua maneira de estar no mundo social, ou seja, do seu “modo de vida”

Voltando nossos olhares a contribuição mais específica de Michel de Certeau, no que tange a seu interesse pelos “sujeitos” produtores e receptores de cultura, nesta vertente, abarca tanto a função social dos intelectuais de todos os tipos, até o público receptor, o leitor comum, ou as massas capturadas pela chamada “indústria cultural”. Neste sentido a terminologia, “indústria cultural”, também pode ser relacionada como uma agência produtora e difusora de cultura, tais agências, podem encontrar-se no âmbito institucional, por exemplo, a imprensa, os sistemas educativos, os meios de comunicação, as organizações socioculturais e religiosas dentre outros.

Michel de Certeau, na obra intitulada “A Invenção do Cotidiano”⁴²(1980), centra seu olhar no cidadão comum, enfatizando as formas como operar regras impostas por aqueles que são detentores do poder, assim como, reagem diante delas. O autor deixa de valorizar somente as atitudes dos dominadores, ou seja, coloca também no centro de suas discussões a importância daqueles que são dominados. Tal visão possibilita certa liberdade e, conseqüentemente, passam a limitar o domínio das regras

³⁸ **Michel de Certeau** - (1925 - 1986) foi um historiador e erudito francês. Intelectual jesuíta, dedicou-se ao estudo nas áreas da psicanálise, filosofia, ciências sociais, teologia, teoria da história, entre outras.

³⁹ **Pierre Félix Bourdieu** - (1930 - 2002) foi um sociólogo francês de origem campesina, filósofo de formação, foi docente na *École de Sociologie du Collège de France*.

⁴⁰ **Michel Foucault** - (1926 - 1984) foi um filósofo, historiador das ideias, teórico social, filólogo, crítico literário e professor da cátedra História dos Sistemas do Pensamento, no célebre *Collège de France*.

⁴¹ **Roger Chartier** - nasceu em 1945, em *Lyon*, filho de uma família operária. Formou-se professor e historiador simultaneamente pela Escola Normal Superior de *Saint Cloud* e na Universidade de Sorbonne.

⁴² Nas referências temos a obra traduzida para português datada de 1998.

criadas pelos dominadores. Assim, retomando o sentido da análise de discurso, entendemos que análise dos documentos nesta pesquisa nos leva ao desafio de tentar entender tanto o lugar dos sujeitos que os produziram, bem como dos leitores visados por tais registros.

Uma outra influência igualmente importante na História Cultural, está diretamente relacionada às últimas cinco décadas, centralmente encontramos as contribuições de Edward P. Thompson ⁴³juntamente com a escola marxista da história social inglesa. Este movimento traz para o cerne da análise historiográfica a ideia de experiência histórica. Aprofundando um pouco mais as leituras que versam a respeito desta temática, observa-se que a dimensão cultural acrescentada por Thompson a conceitos fundamentais emanados do Materialismo Histórico.

Nesta mesma vertente, está a obra “Folclore, Antropologia e História Social”. É nesse trabalho que Thompson sintetiza suas ideias fundamentais a respeito da cultura, além de discutir a necessidade de um diálogo com a Antropologia, o autor demonstra uma consciência muito clara de sua posição dentro de uma História da Cultura. Se refletirmos tendo como base o dito “sem produção não há história” certamente, neste ponto, acrescentaríamos um dito que seria expresso da seguinte forma, “sem cultura não há produção”. Outro ponto que Thompson chama a atenção está ligado às representações, como questão do “teatro do poder”, nas palavras do autor: “Os donos do poder representam seu teatro de majestade, superstição, poder, riqueza e justiça sublime. Os pobres encenam seu contrateatro, ocupando o cenário das ruas dos mercados e empregando o simbolismo do protesto e do ridículo” (THOMPSON, 2001, p.239-240). Tal conceito nos remete a observar em nossas análises a existência ou não, do poder emanado pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro assim como a participação de seus professores e alunos na sociedade.

Ainda tendo como referência Thompson, torna-se oportuno, neste momento, acrescentar que ele, diante de suas preocupações em examinar a Cultura e a Sociedade não do ponto de vista do poder instituído, das instituições oficiais ou da literatura conhecida, pelo contrário, examinar da perspectiva popular, marginal, incomum, não oficial, das classes oprimidas. Em nosso entendimento, diante de suas ações podemos colocá-lo no *rol* dos pioneiros da chamada História Vista de Baixo. A título de

⁴³ **Edward Palmer Thompson** (Oxford, 3 de fevereiro de 1924 — Worcester, 28 de agosto de 1993) foi um historiador inglês de orientação marxista.

conhecimento, essa nova perspectiva culmina na obra intitulada “Senhores Caçadores (1975)” em que autor busca resgatar a vida dos camponeses da Inglaterra, estudando seus movimentos de luta pelos direitos de utilizarem a floresta para a caça, assim como, seus modos de resistência ao poder instituído.

Cabe lembrar a importância dos estudos de Cultura e Política para a historiografia recente. Para tal reflexão, elegemos os estudos de Ângela Castro Gomes (2005), pois, uma vez que, ela nos permite combinar estas duas instâncias em uma preocupação única. Se voltarmos nossos olhares para a expressão “Cultura Política”, que conforme (KUCHNIR; CARNEIRO, 1999, p. 227) surge pela primeira vez na década de 1960 com Gabriel Almond e Sidney Verba (1963), autores que estavam diretamente interessados em analisar, no âmbito de estudos políticos sobre a sociedade de massas contemporânea, os aspectos subjetivos relacionados às orientações políticas. Nesta perspectiva, definiram “cultura política” como “a expressão do sistema político de uma determinada sociedade nas percepções, sentimentos e avaliações de sua população” (ALMOND; VERBA, 1963, p.3, tradução nossa). Em outras palavras, trata-se de um conceito que permite estabelecer relações entre o Cálculo Diferencial e Integral proposto pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro, os sistemas políticos e os aspectos culturais e imaginários de uma determinada sociedade, suas práticas, seus rituais, discursos e representações políticas, aqui em particular tendo como foco as quatro últimas décadas do século XIX.

Ainda tendo como base o conceito de “cultura política” encontramos Serge Berstein (1997) que a conceitua como sendo constituinte de um conjunto coerente em que todos os elementos estão em estreita relação uns com os outros, e tem como componentes fundamentais uma base filosófica ou doutrinal, que em geral, é colocada à disposição da maioria dos seus participantes. Não obstante esta conceituação, encontramos Kuchnir; Carneiro, (1999, p.02), que diz que a noção de cultura política se refere “ao conjunto de atitudes, crenças e sentimentos que dão ordem e significado a um processo político, pondo em evidência as regras e pressupostos nos quais se baseia o comportamento de seus atores”. Em outras palavras, trata-se de uma leitura comum do passado histórico, por meio de uma visão institucional que de certa forma traduz através de uma organização política, o que vem a ser uma concepção de sociedade ideal, sem deixar de observar a existência de um discurso codificado com vocabulários próprios, e

ainda a existência de ritos e símbolos afim de estabelecer um plano de representação para a cultura em questão.

Nesta mesma vertente, estamos inclinados a observar em nosso movimento de pesquisa, a partir, do conceito de “cultura política” como eram as relações, se existiam, políticas propriamente ditas e os aspectos culturais da sociedade da época, em especial a relação política e a instituição de ensino na Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

Por fim, outra influência igualmente importante da História Cultural recente, em nosso entendimento, dentre tantas outras que poderiam ser mencionadas, foi inspirada nas contribuições do historiador Reinhart Koselleck⁴⁴, uma reflexão proporcionada a partir da interconexão com a história dos conceitos. Nas palavras de Chignola (2007, p.52) a “História dos Conceitos”, implica em “construir uma relação entre a história das ideias e a história social como um campo de tensões”. Sandro Chignola (2007, p.53) ainda relata que a partir dos estudos de Koselleck é notório que o mesmo almeja “restituir a complexa trama de acontecimentos que torna possível o uso”. Diante disso, buscamos resgatar alguns elementos referentes à História da Matemática perpassando pela história dos conceitos com o intuito de projetar nas páginas de análise elementos que remetam a tensões entre a história social e o campo das ideias.

Em suma, questionar “quais fatores determinaram a sistematização do ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro nas quatro últimas décadas do século XIX, ” remete-nos analisar o discurso proferido no período, seja ele verbal ou escrito, pelos dominadores assim como pelos dominados, colocando no centro da discussão o Cálculo Diferencial e Integral nesta Instituição. Observando que ela se encontra como um sujeito inserido a uma organização superior, como por exemplo o Ministério da Instrução Pública e ao mesmo tempo possui sujeitos subordinados como professores, alunos, funcionários administrativos dentre outros. Afim de complementar essa etapa a seguir propomos elencar em um determinado âmbito conceitual elementos que tem ocupado uma posição em destaque entre os historiadores culturais.

⁴⁴ **Reinhart Koselleck** (1923-2006) foi um historiador alemão do pós-guerra, destacando-se como um dos fundadores e o principal teórico da história dos conceitos.

3.3.1 Novas Abordagens Emergindo a Partir da História Cultural?

Como pode ser observado nos tópicos anteriores, ao nos referirmos à Nova História Cultural, seu repertório conceitual está em plena constituição. Diante deste fato, temos que estes movimentos apontam na direção do crescimento e cada vez maior percepção da complexidade pertinentes aos aspectos culturais. Conforme Burke (2008), a cultura é percebida não apenas como dinâmica, mas também como internamente diversificada. Na intenção de exemplificar estas palavras recorreremos à seguinte situação, em décadas anteriores utilizava-se a expressão “regras culturais” de um sistema, ou seja, em uma abordagem estruturalista, tal expressão foi preferencialmente substituída por termos como “performance”, “*habitus*”, dentre outros, empregados inicialmente por Pierre Bourdieu, pois assim expressam a mobilidade dos atores, o dinamismo de suas práticas além de sua capacidade de desempenhar distintos papéis no mundo cultural.

Se nos referirmos ao conceito de “performance”, observa-se que recentemente na História Cultural sua utilização tem parecido ter sucesso e eficácia, pois, oferece para além dos sistemas estabilizados e estruturas menos flexíveis. Este conceito, conforme Barros (2011, p.56-57) “pressupõe elementos de dinamicidade como improvisação, a troca de papéis no ambiente móvel do teatro político, social e cultural, bem como o uso político e social da festa.”

Outro conceito utilizado na Nova História Cultural é o “biculturalismo”. Entendemos estar no centro deste conceito o fato de percepção da capacidade dos indivíduos inseridos na sociedade em transitarem por registros culturais diversificados, por exemplo, um professor de Matemática que atue tanto no ensino superior quanto nas primeiras séries do ensino fundamental, pode ser que utilize dois tipos de registros de fala em ocasiões diferenciadas, um registro mais formal no ambiente universitário e um menos informal nas séries iniciais do ensino fundamental. Pode-se observar neste exemplo, que os diversos atores sociais não estariam presos a uma única prática, e sim, poderia utilizar-se de repertórios distintos dependendo da ocasião.

Corroborando com a percepção do sociólogo Alemão Norbert Elias (1897-1990) que foi um dos pioneiros no estudo deste aspecto em sua obra “O processo civilizador (1939)”, ele atenta para a capacidade de indivíduo pertencentes a grupos sociais diversos se comportem de forma diferente conforme a ocasião ou a companhias distintas. A saber, um exemplo que o sociólogo estudou foi, o da recepção ao humor,

neste caso, se ocorria alguma tendência a rir ou não de determinadas piadas de acordo com o contexto social do momento (BURKE, 2008).

A partir da década de 1970, alguns historiadores se interessaram em conhecer melhor como as pessoas pensavam a respeito de um determinado assunto específico quais eram os seus valores, imagens e crenças preservadas sobre um tal objeto de estudo pontual. No caso do nosso trabalho, trata-se de compreender o que os professores entendiam, imaginavam, concebiam referente ao Cálculo Diferencial e Integral e seus aspectos matemáticos como disciplina acadêmica, enfim, as representações desses personagens passaram a ser um instrumento conceitual neste movimento chamado de Nova História Cultural. Segundo Burke (2008), assim, outras disciplinas das ciências humanas e sociais passaram a se interessar pela noção de representação. Estamos também empenhados em conhecer as representações dos professores quanto ao ensino do Cálculo Diferencial e Integral e o desdobramento dessa ideia para a continuidade da história.

Por que esse conceito passou a ser central para a Nova História Cultural? Essa afirmativa é de Burke (2008), ele responde dizendo que tal fato ocorre devido à expressiva ampliação dos problemas históricos que anteriormente não eram contemplados pelos historiados especializados, assim, com a inclusão de novos temas que jamais foram pesquisados surge então a necessidade da busca pelo conhecimento advindo dos pensamentos dos personagens envolvidos na temática pesquisada, em particular, o que estes personagens concebiam em seus pensamentos, elementos como concepções, crenças, costumes, conceitos, em outras palavras, busca-se o imaginário, ou seja, tudo aquilo que se idealiza a respeito de algo, este elemento foi entendido como sendo as representações do indivíduo acerca de um objeto determinado.

Devemos estar cientes que de certo modo, essas representações refletem uma realidade que não está presente, pois se trata de algo que está no imaginário de uma pessoa e de um contexto social das pessoas que compartilham do mesmo pensamento que traz as ideias de uma realidade que não é imediata. Aqui nesta pesquisa, trata-se de uma realidade dos conceitos de matemática em particular do Cálculo Diferencial e Integral que estava presente em uma determinada época.

Em outros termos, para definir novos problemas históricos em grupos sociais bem específicos, os historiados a partir dos anos de 1970, entenderam que um dos

desafios consistia em melhor entender o que as pessoas pensavam quais eram as suas representações a respeito de um tema pontual, que em nosso caso é o Cálculo Diferencial e Integral. O que pensavam os professores a respeito da importância do ensino do Cálculo Diferencial e Integral? Essas representações embora sejam expressas por pessoas e apesar de serem singulares, traduz o pensamento de uma época. De acordo com Bloch (2001):

Os homens que nasceram num mesmo ambiente social, em datas próximas, sofrem necessariamente, em particular em seu período de formação, influências análogas. A experiência prova que seu comportamento apresenta, em relação aos grupos sensivelmente mais velhos ou mais jovens, traços distintivos geralmente bastante nítidos. Isso até em suas discordâncias, que podem ser das mais agudas. Apaixonar-se por um mesmo debate, mesmo em sentidos opostos, ainda é assemelhar-se. Essa comunidade de marca, oriunda de uma comunidade de época, faz uma geração (BLOCH, 2001, p.151).

Para a pesquisa educacional aqui focalizada buscamos não tratar as representações como um objeto de análise, o que entendemos sinalizar outra linha de abordagem do que a abordagem histórica cultural mais ampla definia por Burke (2008). Nossa intenção é acompanhar o movimento desencadeado por alguns historiadores da Nova História Cultural que, com o passar do tempo, entenderam não ser suficiente descrever ou analisar representações, concebendo essas como elementos quase estáticos. Nessa linha mais tradicional, as representações eram vistas mais como reflexo de uma suposta realidade, por vezes, reduzindo a abordagem apenas ao diagnóstico de uma questão. Dessa forma, o conceito passou a ser usado mais como instrumento ao invés de objeto, ou seja, como recurso capaz de exercer mudanças efetivas em um certo contexto cultural.

Diante do exposto, assim como das leituras realizadas, entendemos que a Nova História Cultural evidencia as especificidades do objeto estudado e o contexto social em que ele está inserido. Aqui em particular, por se tratar da Educação Matemática, esta especificidade diz respeito aos elementos matemáticos, ao Cálculo Diferencial e Integral, e por outro lado, o contexto social que buscamos analisar inicia desde a sua inserção no território brasileiro até a formação da gênese de estudos matemáticos no Brasil.

3.4 Abordagem Metodológica Crítica: O Esquema Heptagonal

Trataremos neste momento em apresentar o Esquema Heptagonal, proposto por Pais (2018), após ampla discussão GEPHEME, vinculado ao programa de Pós-

graduação em Educação Matemática-UFMS. Trata-se de uma ideia em construção que já foi contemplada em outros trabalhos do grupo e nesse sentido temos a consciência de que se trata de um caminho percorrido pelo coletivo, por mais dificuldades que possam existir nessa proposta. Entendemos ter o mérito de ousar, mostrar uma maneira que nasceu no quadro da nossa pequena comunidade de estudo e pesquisa. Em outros termos, destacamos que a temática, ainda vem sendo amplamente discutida no contexto do grupo. Em outras palavras, trata-se de uma grande discussão em torno de questões referentes à estruturação de um determinado trabalho de pesquisa, e tal ação, até o presente momento culminou no que hoje foi denominado como “Esquema Heptagonal”.

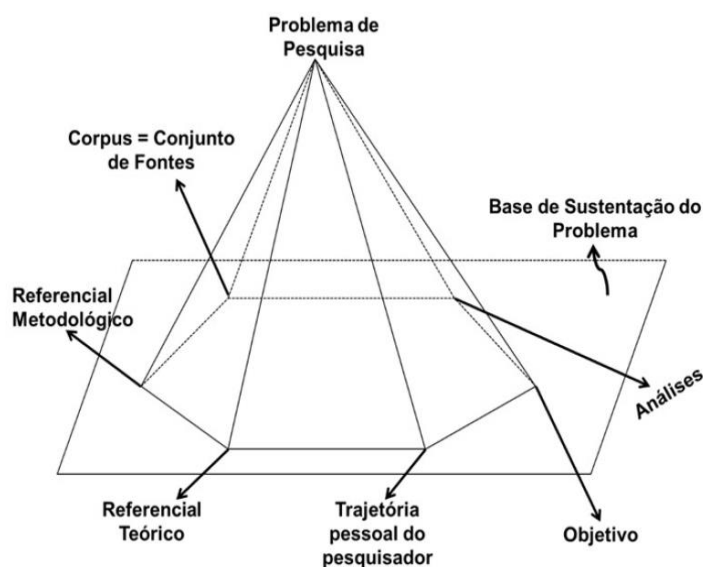
Antes de mais nada, recorreremos as palavras de Pais (2018) para alertar sobre um ponto importante no sentido de ter consciência antes de continuar a leitura deste tópico.

Mesmo com os aspectos restritivos que possam induzir a proposição de um modelo ou de um esquema pertinente ao campo da Educação Matemática, nossa intenção principal consiste em destacar a existência de alguns elementos que podem auxiliar a organização inicial da pesquisa. Entretanto, a adoção dessa referência não deve ser entendida como uma fórmula mágica ou um formato único para conduzir a investigação (PAIS, 2018, p. 405).

É com essa intenção que propomos a utilização do Esquema Heptagonal como uma maneira de organizar o caminho metodológico para esta pesquisa. No entanto, observando os aspectos restritivos que ela possa induzir, levando principalmente em consideração que nossa intenção é revelar como iremos nos apropriar de tais elementos, assim como, de que forma eles irão funcionar tendo em vista o objetivo de pesquisa. Em outras palavras, nosso real interesse no esquema proposto por Pais (2018) é buscar estabelecer, sempre que possível, constantes articulações entre os elementos escolhidos para desenvolver o trabalho da pesquisa.

Como podemos observar, no próprio nome do esquema, tem-se a explicitação da palavra heptagonal que conforme o dicionário Houaiss é relativo ao heptágono que é justamente um polígono de sete lados, em outras palavras trata-se de um esquema que sintetizado em um modelo de sete lados. Tal ação pode ser observada a partir da figura:

Figura 03 – Esquema Heptagonal



Fonte: (PAIS, 2018, p.407)

Cabe ressaltar que, conforme discutido em nosso grupo de pesquisa e definido por Pais (2018), mesmo estando na concepção do modelo os sete elementos, o mesmo não se encontra necessariamente preso a eles. É possível estabelecer diferentes relações, tanto na aproximação quanto inclusão desses elementos a outros, considerando assim, um modelo que possui uma certa variabilidade. Além disso, é importante saber que, cada um desses elementos pode aparecer com variados graus de formalidade, de explicitação e de importância. Tal ação, se fará em função do objetivo da pesquisa.

Se voltarmos nosso olhar para a figura 03 talvez, sejamos induzidos a inferir elementos que não sejam necessariamente a proposta do esquema, haja vista, o fator estático da imagem, cabe então destacar alguns elementos no sentido de minimizar tais ações que consideramos errôneas. A primeira delas, pode ser observada, que temos, todas as arestas congruentes, de mesmo comprimento, esse fato pode induzir o leitor ao pensamento da uniformidade em importância de cada uma das ligações, no entanto, como já explicitamos, a relevância dada a cada uma das ligações depende do objetivo proposto pelo autor na referida pesquisa. Nas palavras de Alan Pereira Manoel:

A figura é usada para representar todos os casos em que esses elementos auxiliam na organização da investigação, ou seja, ao apresentarmos essa figura estamos imaginando outros tantos casos possíveis. Entre eles, alguns em que as bases possam não ser regulares, pois o tratamento dado entre dois pontos ou dois elementos da figura podem demandar maior atenção em certo

caso e menor atenção em outros, sendo isso influenciado pelos interesses dos autores diante da sua pesquisa (MANOEL, 2018, p.47).

A partir desse momento nosso interesse é discutir, ou melhor, explicitar como estamos entendendo cada um dos elementos pertencentes ao “Esquema Heptagonal”, iniciamos pelo vértice chamado “Problema de Pesquisa”.

O fato do vértice que dá origem à reunião das semirretas que passam pela região hexagonal ser chamado de Problema de pesquisa, não é um fator aleatório, ou seja, ele faz jus por estar no topo da figura, uma vez que a intenção é atribuir-lhe uma importância diferenciada, como sendo, uma expressão de suma relevância no trabalho científico, pois, estamos entendendo que a ciência em geral trabalha com resolução de problemas específicos, cada um referente ao seu campo de domínio, e para tal, concebem recursos, instrumentos, técnicas e tecnologias para resolvê-los. Além de que esses desafios, em nosso entendimento, são propulsores ao avanço do domínio teórico, deixando assim de permanecer apenas no campo de repetição ou releitura de outras bases teóricas.

Ainda nesta vertente, do problema de pesquisa, destacamos que de acordo com Pais (2018, p.409) “A intenção de expandir as bases científicas da história leva a essa valorização do problema, como um dos elementos fundamentais para embasar uma abordagem científica das questões educacionais”. Essa afirmação é baseada na expressão do historiador Lucien Febvre⁴⁵ que escreve: “sem problema, existe o vazio!”, tal expressão nos leva a refletir na importância que se deve dar ao problema de pesquisa dos trabalhos em Educação Matemática, em particular, deste trabalho que estamos propondo.

A seguir buscaremos contextualizar os elementos que formam a sua base de sustentação, uma vez que, entendemos que esta base irá firmar a mola propulsora que acreditamos ser o problema de pesquisa, em outras palavras, essa base será o apoio para a investigação do problema proposto.

O primeiro deles é a “Trajetória Pessoal do Pesquisador”, trata-se de um vértice impregnado de subjetividade, mas por nós, considerado uma ponte inevitável para a objetivação das ideias propostas aqui na pesquisa, também participante da formação de conceitos e apropriação das referências teóricas e metodológicas inseridas no

⁴⁵ **Lucien Paul Victor Febvre** (1878 - 1956) foi um influente historiador modernista francês, co-fundador da chamada "Escola dos *Annales*".

desenvolvimento da pesquisa proposta. Ressaltamos que a pesquisa não está desvinculada do pesquisador, uma vez que, sua escrita tem influência direta de suas vivências, ou seja, o pesquisador não se desvincula de sua história para escrever sua pesquisa, pelo contrário, ele retoma elementos do passado, seja ele próximo ou distante, para então desenvolver sua escrita. Diante desse fato, é importante valorizar o caminho do pesquisador até o momento que aqui chamamos de trajetória pessoal, sendo esse processo uma forma de entender tanto a escolha do problema quanto a maneira que irá propor a investigação. Cabe, então alertar que ao nos referirmos a este vértice, devemos nos atentar que não se trata da realização de uma descrição autobiográfica do pesquisador, uma vez que, não se trata de uma narrativa a respeito de sua vida. Neste caso, em particular, é preciso ter a consciência que se trata de uma parte do trabalho de pesquisa e, por isso, a descrição ou discussões abordadas devem de alguma forma privilegiá-la. É de suma importância que sejam estabelecidas pelo pesquisador relações entre os momentos de sua trajetória pessoal que propiciaram a chegada até a referida pesquisa, e isso passando pelas decisões primeiras e pelas escolhas importantes, a saber, as escolhas de teoria e metodologias que ele acredite ser suficiente e necessário para alcançar o objetivo da pesquisa.

Nesta pesquisa, descrevemos a trajetória pessoal, já na tentativa de mostrar ao leitor o quanto essas vivências influenciaram no desenvolvimento da mesma, desde o embrião, ou seja, na formulação do problema até a sua forma final, assim como nas escolhas no decorrer do trabalho, escolhas referentes à delimitação temporal, sua base teórica e metodológica. Como pode ser observado, tomamos o cuidado na realização da escrita, de não nos aproximar a uma biografia pessoal, dessa forma, destacamos pontos que acreditamos estarem ligados às escolhas realizadas para este estudo.

Outro ponto que compõe a base de sustentação é o vértice chamado “Conjunto de Fontes”. Trata-se dos materiais que foram escolhidos para compor a investigação referente ao trabalho de pesquisa. Ressaltamos que a escolha do conjunto de fontes que irá compor o trabalho, deve ser realizada de forma consciente e cautelosa pelo pesquisador, pois entendemos que a partir dessa escolha será possível ter êxito junto ao problema de pesquisa. Para exemplificar, se observarmos, o objetivo de pesquisa, que está diretamente ligado à pesquisa histórica, podemos recorrer a Le Goff (2003) e realizar uma interligação entre o que chamamos de conjunto de fontes, ao conceito de documento por ele sugerido.

A saber, o conceito de documento tratado por Le Goff (2003), vem acompanhado pelo conceito de monumento. Podemos inferir a esses conceitos, em sua constituição histórica que no decorrer dos tempos foram ampliados conforme a necessidade existente na época. Le Goff (2003) escreve: “O monumento tem como características ligar-se ao poder de perpetuação, voluntária ou involuntária, das sociedades históricas (é um legado à memória coletiva) e o reenviar a testemunhos que só numa parcela mínima são testemunhos escritos” (p. 537). Diante do exposto, consideramos que monumento, pode ser visto como sendo tudo que os tempos passados deixaram para a posteridade. Pode ser considerado ainda como sendo tudo aquilo que uma determinada geração deixa de herança para as futuras gerações. Em complemento a esta ideia recorreremos as palavras de Bloch (2001) quando escreve que “A diversidade dos testemunhos históricos é quase infinita. Tudo que o homem diz ou escreve, tudo que fabrica, tudo que toca pode e deve informar sobre ele” (BLOCH, 2001, p. 79).

Quanto ao segundo conceito, entendemos que documentos, são os elementos escolhidos dentro de um conjunto de monumentos. Ou seja, trata-se de um subconjunto de elementos pertencentes ao conjunto dos monumentos. Na tentativa de melhor explicitar os conceitos, utilizando um exemplo amplo, podemos pensar que tudo que as gerações passadas deixaram para as futuras são consideradas como monumentos, e como nosso interesse particular é estudar o Cálculo Diferencial e Integral especificamente de uma instituição em um determinado período, iremos dentro de todo o monumento, eger alguns elementos que nos ajudarão a analisar o problema proposto, estes são então chamados de documentos, portanto, esta escolha de documentos em um *rol* de monumentos não é por acaso, ela tem um intencionalidade. Cabe nesse momento ressaltar que os documentos, ou seja, as escolhas, não devem ser consideradas como verdade absoluta, cabe então, adotar uma postura crítica e indagar até que ponto tais documentos exprimem a verdade, interrogando-os e realizando inter-relações entre eles.

Outro ponto que compõe a base de sustentação, é o vértice dos Objetivos. Eles devem ser observados com duplo caráter. O primeiro, é o objetivo geral, e o segundo com a operacionalização deste objetivo desmembrando-o em objetivos específicos. Como pode ser observado, o próprio nome, objetivo geral, já sugere ser ele o propósito maior do pesquisador. Em outras palavras, é ele o elemento final que o pesquisador busca alcançar. Enquanto os demais são considerados como elementos pontuais. Para

melhor exemplificar, acreditamos, que o objetivo geral, na maioria dos casos, será alcançado por meio das relações existentes entre os objetivos específicos.

Se voltarmos nosso olhar a este trabalho, podemos observar que o objetivo geral pode ser expresso da seguinte forma: descrever e analisar elementos históricos relacionados ao ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, no contexto das últimas quatro décadas do século XIX. Para que possamos alcançar tal objetivo, acreditamos que sua operacionalização se faz a partir de objetivos mais pontuais, que chamamos de objetivos específicos. Aqui em particular são os três seguintes: identificar aspectos históricos relativos às diferentes abordagens metodológicas associadas ao ensino do Cálculo Diferencial e Integral no contexto considerado; caracterizar os principais elementos conceituais que predominaram na constituição interna da matéria de Cálculo Diferencial e Integral; e relacionar o ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro aos principais aspectos sociais, políticos e culturais do período de 1860 a 1900.

Outro vértice diz respeito às escolhas feitas ao longo da pesquisa, ou seja, trata-se do “caminho” escolhido para alcançar o objetivo proposto. Este movimento ao qual estamos nos referindo, não é qualquer rota, e sim o caminho científico que aqui estamos chamando de “Referencial Metodológico” da pesquisa, ele também pode ser entendido como Método para o desenvolvimento da pesquisa, trata-se então de outro elemento da base de sustentação do Esquema Heptagonal.

Cabe neste momento, refletir que esse referencial pode ser compreendido a partir de duas vertentes, que proporcionam algumas dificuldades que não devemos desprezar. Se observarmos, em uma determinada pesquisa, acreditamos, não haver um único caminho para se chegar ao objetivo enunciado, por outro lado, podemos cair na armadilha de nos aventurar por caminhos totalmente desconhecidos, ou seja, caminhos jamais percorridos por outras pessoas ou comunidades. Se tivermos como pressupostos que ninguém pode percorrer um caminho por outra pessoa, podemos então elencar duas etapas: a primeira é ter conhecimento dos aspectos teóricos do método adotado e a segundo dos procedimentos vivenciados pelo pesquisador. Nas palavras de Pais:

[...] além de descrever os procedimentos vivenciados na realização do trabalho, incluindo parte empírica da coleta de dados e a parte analítica, admitimos ser importante explicitar as bases teóricas do método escolhido para conceber e realizar a pesquisa como um todo. Entenda-se aqui base teórica como os principais postulados e não, necessariamente, a descrição de um tratado teórico sobre o método em si mesmo, o que preferimos chamar de

metodologia, ou seja, discurso racional de um determinado método (PAIS, 2018, p.401).

Dando continuidade aos vértices pertencentes à base de sustentação desta pirâmide, encontramos o “Referencial Teórico”, terminologia que certamente abre espaço para uma ampla discussão, que aqui optamos por destacar apenas quatro dimensões, pois entendemos, serem elas as mais apropriadas quanto ao seu tratamento neste momento, em detrimento a nossa proposta de estudo. Ressaltamos, que tais dimensões podem ser abordadas pelo leitor, da forma em que ele acredite ser mais conveniente, dando maior ou menor valorização, dependendo da postura assumida e do contexto pragmático no qual o trabalho proposto está inserido.

Assim sendo, destacamos as seguintes dimensões: uma parte dedicada ao que chamamos de estado da arte, ou estado do conhecimento. Esta dimensão tem um caráter bibliográfico, que consiste em mapear e discutir algumas produções acadêmicas, no mesmo campo ou até mesmo em campos diferentes, que estejam de certa forma ligados ao problema de pesquisa proposto.

Outra dimensão pode ser entendida como sendo as principais categorias usadas para analisar os dados, ou seja, trata-se de definir os principais conceitos a serem utilizados como instrumento para descrever, entender explicar os documentos escolhidos para embasar a produção dos fatos ligados ao objetivo de estudo. A terceira dimensão trata exclusivamente dos aspectos teóricos específicos do tema ou dos conteúdos matemáticos a serem pesquisados, neste caso, trata-se de uma parte em que o pesquisador irá explicitar os elementos teóricos que terá como base sua análise, e quando necessário for, os elementos matemáticos. Exemplificando, se tomarmos como base, esta pesquisa, podemos observar uma abordagem sobre a Nova História Cultural, assim como, as especificidades do Cálculo Diferencial e Integral, ou seja, uma base teórica e também elementos matemáticos. E por fim a quarta dimensão, como sendo a descrição dos princípios adotados na pesquisa do método escolhido.

Para completar a base de sustentação do esquema heptagonal, temos, o vértice chamado de “Análise”, destacamos que explicitar como último elemento desta base tem um propósito, pois, estamos diante de um tópico que certamente só será objetivado a partir da compreensão dos demais vértices do Esquema Heptagonal, uma vez que é através da ação de analisar a partir de uma vivência, perpassando por um caminho e empregando uma teoria para atingir objetivos específicos em documentos selecionados

em um rol de monumentos, que de certa forma, estejam interligados a um problema de pesquisa, será provável a obtenção de êxito na proposta inicial.

3.4.1 Algumas Reflexões Sobre Método

Ao aplicarmos as orientações gerais do Esquema Heptagonal, somos levados a refletir sobre as possíveis questões metodológicas decorrentes do contexto no qual estamos pesquisando, bem como em relação ao tema pesquisado. Como explicitamos anteriormente, por se tratar de um esquema, encontramos nele alguns aspectos restritivos. Ressaltamos agora, como nos apropriamos da temática, e aplicamos em nosso estudo. Entendemos que ao propormos este trabalho, originaram questões próprias referentes ao método, em outras palavras, trata-se de expor alguns pontos necessários que extrapolam os elementos explicitados no Esquema Heptagonal.

Como pode ser observado, este trabalho é de cunho historiográfico, neste caso, assim, para que nosso problema de pesquisa seja devidamente abordado, os elementos desse vértice devem ser tratados minuciosamente, e ainda, cabe mostrar ao leitor o tratamento, por menor, realizado. Em outras palavras, nesta vertente de trabalho, se faz necessário expor o que (BACHELARD, 1996) diz a respeito do trabalho noturno do matemático e não somente o trabalho diurno, no sentido de mostrar as ações realizadas para obtenção de cada documento, e não somente, mostrar os documentos obtidos.

Neste caso, damos início expondo uma das fontes que utilizamos para buscar e catalogar documentos para esta pesquisa. Trata-se da Biblioteca Nacional Digital – BNDigital, (Hemeroteca Digital) que é um sistema aberto, interconectado, e voltado à apresentação da memória documental brasileira. Estamos diante de um exemplo de adaptação que pode contribuir com a pesquisa histórica, uma vez que, sem esse acervo digital muitos elementos dificultariam o trabalho do pesquisador. Neste caso, as novas tecnologias surgidas após a Segunda Guerra que proporcionaram o aparecimento da *Word Wide Web* nos anos de 1990, propiciando a Biblioteca Nacional se adaptar e construir um modelo dinâmico e aberto de seu acervo, ou seja, a partir daí deixa de ter somente o modelo tradicional de guardiã estática da memória nacional e passa a oferecer seu acervo aberto a toda e qualquer pessoa em qualquer lugar, que tenha acesso à Internet.

A BNDigital, foi lançada em 2006 e está internamente constituída por três grandes segmentos, de mesmo grau de significância, são eles: Captura e armazenagem

de acervos digitais, tratamento técnico e publicação de acervos digitais e Programas e Projetos de digitalização e divulgação, contando assim, com uma equipe interdisciplinar composta por historiadores, bibliotecários, arquivistas e digitalizadores.

Destacamos, que nosso interesse, em estava voltado para a Hemeroteca Digital, um portal de periódicos nacionais disponível para consulta livre sem qualquer ônus, pela internet. Seu acervo é composto por periódicos - jornais, revistas, anuários, boletins, entre outros - trata-se de uma fonte rica de elementos históricos, incluindo desde os primeiros jornais criados no país, como por exemplo o Correio Braziliense e a Gazeta do Rio de Janeiro, ambos fundados no ano da chegada da família real portuguesa no Brasil em 1808.

Destacamos também a gama de periódicos de instituições científicas que compõem a Hemeroteca Digital, como os *Annaes* da Escola de Minas de Ouro Preto, a Revista do *Instituto Polytechnico Brasileiro*, entre outros. Destacamos a existência no site da BNDigital, um tópico chamado “orientações de uso de arquivos digitais”, e no que se refere a Hemeroteca Digital, tem-se os seguintes itens:

A reutilização não comercial ou comercial de obras em domínio público ou protegidas pela lei do direito autoral provenientes da Hemeroteca Digital Brasileira são objeto de prévia autorização de uso. [...] Estes documentos não podem ser reutilizados sem o prévio consentimento da instituição ou empresa detentora dos direitos autorais. Dessa forma o uso do material disponibilizado no site da Hemeroteca Digital Brasileira depende da autorização expressa dos detentores dos direitos, ou na forma da Lei de Direito Autoral (Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998). [...] O utilizador deverá informar-se junto à instituição ou empresa detentora dos direitos autorais sobre as condições de reutilização dos documentos. [...] A fonte de referência deve ser informada mencionando a BNDigital e a instituição ou empresa detentora do documento original (BNDigital, 2019, p. 01).

Para que o leitor possa se familiarizar com nosso trabalho, destacamos a seguir o passo a passo que percorremos para obtenção e catalogação de alguns documentos que compõe esta pesquisa, em particular trata-se dos documentos oriundos da BNDigital na parte referente a Hemeroteca Digital. A consulta é possível a partir de qualquer aparelho conectado à internet, e pode ser realizada por título, período, edição, local de publicação ou palavra (s) chave (s). De acordo com o site da Hemeroteca, a busca por palavras é possível devido à utilização por eles de uma tecnologia de reconhecimento ótico de caracteres o *Optical Character Recognition – OCR*), essa ferramenta, proporciona aos pesquisadores uma amplitude maior de alcance na pesquisa textual. Foi justamente utilizando essa ferramenta de busca por palavras que encontramos nossos documentos.

Outra vantagem que citamos é o fato de o portal disponibilizar que o pesquisador possa imprimir as páginas desejadas.

Nossa pesquisa na Hemeroteca Digital, iniciou abrindo o site da Biblioteca Nacional Digital, quando nos deparamos com a seguinte imagem:

Imagem 04: Tela inicial da Biblioteca Nacional Digital (BNDigital)

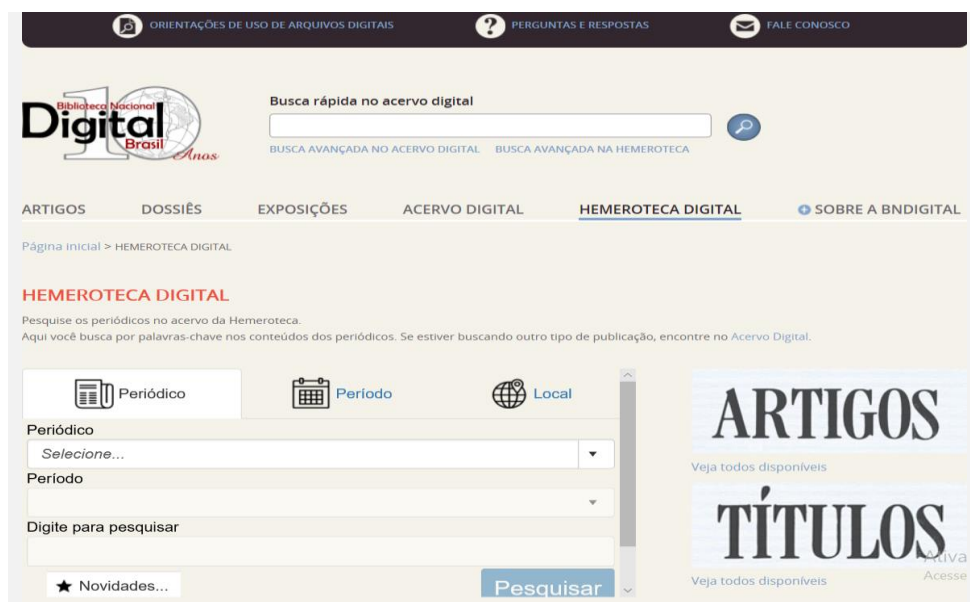


Fonte: <http://bndigital.bn.gov.br/>. Acesso em 26/09/2019

Antes de anunciarmos o segundo passo, chamamos a atenção para um elemento que nos mostrou a grandiosidade de possibilidades oriundas deste acervo, uma vez que, pode-se observar na escrita ao final da página” explore o acervo digital: são 2.093.851 documentos de livre acesso (e aumentando)”. Trata-se de uma fonte com um elevado número de informações. Neste caso, como tem a expressão aumentando, entendemos que isso ocorre pelo fato das equipes estarem trabalhando na digitalização e catalogação de elementos que ainda não foram disponibilizados, diante deste fator, o levantamento que descreveremos a seguir foi realizado em 26/09/2019, e caso seja realizada neste momento em que esteja lendo este trabalho, seus valores podem sofrer algumas alterações.

O passo seguinte trata de direcionarmos nossas buscas na Hemeroteca Digital. Para isso basta clicar no link correspondente, o quinto da esquerda para direita. Ao realizar esta ação irá se deparar com a seguinte página:

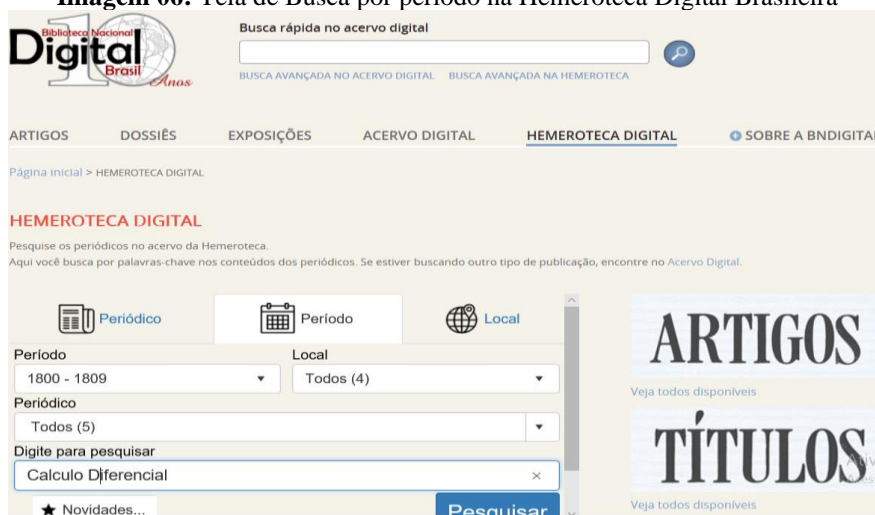
Imagem 05: Tela Inicial da Hemeroteca Digital Brasileira



Fonte: <http://bndigital.bn.gov.br/hemeroteca-digital/>. Acesso em 27/01/2019 23:33

Reforçamos que a pesquisa pode ser realizada por título, período, edição, local de publicação e palavra (s). Nossa escolha foi pesquisar, por Cálculo Diferencial divididas por décadas. Ou seja, fomos no link Período e completamos no Período: (1800-1809) automaticamente no campo Local aparece a expressão “Todos (4)”, em Periódicos aparece a expressão “Todos (5) e em Digite para pesquisar digitamos: Cálculo Diferencial. Ficando da seguinte forma:

Imagem 06: Tela de Busca por período na Hemeroteca Digital Brasileira



Fonte: <http://bndigital.bn.gov.br/hemeroteca-digital/> acesso em 27/01/2019

Ao clicar em pesquisar, obtivemos como resultado 0 ocorrências:

Imagem 07: Busca por período na Hemeroteca Digital Brasileira com o termo Cálculo Diferencial

Descrição	Páginas	Ocorrências ▼	Opções
Correio Braziliense : Ou Armazem Literario (Londres, ING) - 1808 a 1822	21655	0	+
Correio Braziliense (Londres, ING) - 1808 a 1822	22026	0	+
Gazeta do Rio de Janeiro (RJ) - 1809 a 1822	7740	0	+
O Patriota (PI) - 1802	4	0	+
A Lealdade (SC) - 1808	4	0	+

Fonte: <http://bndigital.bn.gov.br/hemeroteca-digital/> acesso em 28/01/2019 00:55

Diante desta tela, temos alguns elementos para comentar. O primeiro deles, trata-se da descrição que são justamente os periódicos, os locais em que era sua sede administrativa, a quantidade de páginas e as ocorrências. Neste período pode ser observado que não houve nenhuma ocorrência com a expressão que procuramos “Cálculo Diferencial”. No entanto, seguimos nossas buscas, sempre por décadas iniciando em 1800 e finalizando em 1950. Finalmente, para melhor compreensão dos dados obtidos, segue-se no apêndice A uma tabela por nós organizada, em que buscamos explicitar de forma sucinta uma síntese dos elementos encontrados.

3.5 Categorias de Análise *a Posteriori*

A definição das categorias de análise que utilizaremos para escrever a história do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, no contexto das últimas quatro décadas do século XIX, será conduzida com base na visão proposta por Burke (2008, 2016), no quadro da Nova História Cultural.

Ao optar por essa linha teórica, temos então o duplo desafio de contemplar o panorama cultural e social mais amplo no qual a referida instituição estava inserida, bem como de articular essa referência maior com as especificidades inerentes ao ensino da referida disciplina Matemática. Os pressupostos da Nova História Cultural consistem em não perder de vista essas duas condições que se entrelaçam na composição da história focalizada em nossa pesquisa. Com base nesse entendimento, o objetivo desta parte consiste em mostrar ao leitor as categorias de análise construídas a partir das necessidades oriundas dos documentos encontrados, ou seja, os principais conceitos que serão usados para descrever, entender e explicar os documentos que escolhemos para embasar a produção dos fatos históricos. As categorias funcionaram como ferramentas

que usamos para transformar os indícios em fontes para organizar os elementos de resposta à questão diretriz do nosso trabalho. Em síntese, embora esses elementos estão sendo definidos neste capítulo, que precede a análise, na realidade, eles foram definidos no transcorrer da efetiva análise das fontes.

Entre o que as últimas décadas do século XIX deixaram para as futuras gerações de matemáticos, estudantes ou de professores de matemática estão os monumentos, no sentido definido por Jacques Le Goff, no contexto da terceira geração do movimento historiográfico dos *Annales*. É um vasto volume de traços culturais impressos, dos mais variados tipos e natureza: livros textos de ensino, programas de ensino, traduções, exercícios típicos, demonstrações clássicas, definições, textos descritivos, artigos de revistas e jornais, emissão de valores em prefácios de textos, entre muitos outros. É do conjunto desses materiais que retiramos, escolhemos em função do problema histórico, os documentos com os quais pretendemos produzir os fatos históricos.

Entendemos não ser nenhum exagero comparar as categorias de análise definidas nesta parte do trabalho aos nossos bisturis, ferramenta cirúrgica que permite o corte preciso e pontual para recortar os documentos e fazer deles testemunhos da história. Com base nesses destaques que as construímos. As nossas categorias de análise foram definidas, com base em noções propostas por teóricos que Peter Burke sinaliza como importantes no desenvolvimento da Nova História Cultural, a partir dos anos 1970. Entretanto, cumpre observar que não se trata de aderir ao pensamento de apenas um desses teóricos, o que seria, segundo nosso entendimento, uma outra possibilidade plausível, mas não é esse o caminho que escolhemos. Por entender que esse seja um aspecto importante e para tentar minimizar equívocos na leitura da análise que fazemos dos documentos históricos, ilustremos com um exemplo. A obra de Michel Foucault (1979) permite uma linha de entendimento da história, possível de ser usada para embasar certo tipo de análise, como fazem diferentes historiadores do ensino da matemática. Mas, essa não é a nossa escolha. Optamos por seguir as indicações de Peter Burke (2008, 2016), reconhecendo a grandiosidade do referido autor, bem como de outros, e extrair de suas produções o substrato necessário para definir as nossas categorias de análise, visando contemplar a dupla especificidade: Ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro e o contexto social, político e cultural dos últimos anos do regime monárquico no Brasil. Esse mesmo

argumento se estende aos demais teóricos cujos conceitos passamos a descrever para definir nossas categorias de análise.

3.5.1 Práticas Profissionais

Conforme Burke (2008), embora Pierre Bourdieu não tenha sido historiador no sentido profissional do termo, ele tinha amplos conhecimentos sobre a ciência da história e realizou observações de grande importância para entender questões específicas da França do século XIX. Essa referência ao ilustre sociólogo é feita para destacar alguns dos conceitos produzidos por ele, que são de grande relevância para historiadores culturais, dentre estes conceitos temos: campo, prática, representação cultural e distinção.

Entendemos que pesquisar tendo como base representações sociais é adentrar em uma busca para compreender como cada pessoa desenvolve as suas formas de “percepção, pensamento e ação” através das quais se realizam a apreensão do mundo, bem como as orientações das práticas de seu dia-a-dia juntamente com suas ações com outros agentes.

Assim, de acordo com nossas leituras é possível identificar que Bourdieu (2004) tem em sua concepção que as representações sociais são influenciadas pelas ideias, valores, crenças e ideologias existentes anteriormente em uma sociedade e estão presentes na linguagem que utilizamos para nos comunicar, em várias esferas, como por exemplo nas religiões, no dia-a-dia, na academia, no senso comum, dentre outros, e assim se compõem o *habitus* de cada agente, e também as concepções que circulam entre os participantes dos campos sociais profissionais e classes sociais. Tais representações são oriundas do plano coletivo. Muito embora, estejam alojadas no inconsciente e sejam influenciadas por representações existentes desde os tempos passados, nas relações estabelecidas com outros indivíduos, construindo a capacidade de reformular ou formular nossas próprias representações e assim orientar os pontos de vista particulares que elaboramos sobre a realidade e as decisões práticas adotadas naquele momento.

Devemos observar que essas representações sociais são influenciadas pelas posições sociais que ocupamos nas hierarquias existentes nos campos e entre as classes sociais. Diante disso, elaboramos as nossas representações para que estejam de acordo

com os interesses consciente ou inconscientemente vinculados a posição que ocupamos nos campos e na sociedade. Nas palavras de Pierre Bourdieu:

As representações dos agentes variam segundo sua posição [...] e segundo o seu *habitus* como sistema de esquemas de percepção e apreciação, como estruturas cognitivas e avaliatórias que eles adquirem através da experiência durável de uma posição no mundo social (BOURDIEU, 2004, p.158).

Ao observarmos os indivíduos em seus grupos sociais, sejam de amigos, associações, classes sociais, raças, etnias, gêneros, todos os tipos, eles desenvolvem representações que dão sentido e explicam a sua posição e dos demais na sociedade. E ainda, podemos observar que as representações sociais, conforme Bourdieu, podem ser consideradas como a matéria prima dos preconceitos construídos no pensamento humano a partir de esquemas inconscientes de percepção, avaliação e apreciação.

Enfim, entendemos que as representações incidem diretamente naquilo que Bourdieu classifica como *habitus* do agente, definido como um “sistema de disposição durável, estruturas e estruturadas predispostas a funcionarem como estruturas estruturantes, isto é, como princípio que gera e estrutura as práticas e as representações...”, em outras palavras, trata-se de um processo de “interiorização da exterioridade e de exteriorização da interioridade” (BOURDIEU, 2004, p.60-61).

Cabe neste ponto observar o que Burke (2016, p.58) escreve: “O ponto essencial aqui é a conscientização de que os hábitos que parecem atemporais são na verdade sujeitos a mudanças, ainda que as mudanças sejam graduais e, de maneira geral, imperceptíveis”. Diante do exposto, a categoria Práticas Profissionais é composta por elementos que dizem respeito às ideias dos indivíduos ligados à nossa temática, em termos de suas práticas no que diz respeito a suas improvisações sustentadas em uma determinada estrutura de esquemas que assim foram inculcadas pela cultura que o cerca, ação realizada tanto na mente quanto no corpo. Nesta categoria estão os elementos ligados a ideia de prática dos professores que ensinavam Cálculo Diferencial e Integral.

3.5.2 Ordem de conhecimento

Todo processo de aproximação e aquisição de uma cultural específica, no contexto de uma referência social e numa determina época, é sempre complexo. Envolve inclusive um tipo de violência simbólica, no sentido de obrigar o sujeito e as instituições envolvidas a abrirem mão de certas liberdades. No caso do nosso trabalho trata-se de entender um amplo conjunto de elementos relacionados as condições de

ensino do Cálculo Diferencial e Integral no quadro de referência da Escola Politécnica do Rio de Janeiro nas quatro décadas do século XIX. Se a mencionada complexidade diz respeito a vários domínios de conhecimento, nossa tarefa consiste em analisá-la no campo das matemáticas universitárias e das matérias associadas que figuraram nos currículos acadêmicos. Nesse sentido, é conveniente não esquecer do desafio do tipo de objetivação próprio dos conceitos matemáticos e suas relações entre a subjetivação⁴⁶, que diz respeito ao caminho vivenciado pelo indivíduo, superando seus limites pessoais, para apreender os conceitos, tal como a sociedade matemática entendeu e formalizou através dos seus diferentes textos.

Por corroborarmos com Burke (2016, p. 54) “Ordem de Conhecimento são quase sempre definidas por um lugar [...] ou por um período [...]” e entendemos que, de certa forma interligada a ela tem-se uma espécie de aculturação. Aqui estamos interessados em observar a aculturação matemática que está sendo entendida como o resultado de dois movimentos que ocorrem simultaneamente e em sentidos contrários. A objetivação que consiste nas referências sociais mais amplas, que definem o significado objetivo dos conceitos matemáticos, sendo essas indicações propostas a partir das instituições, sociedades, textos clássicos, artigos de projeção, entre outros elementos. Por outro lado, está a subjetivação que afeta o trabalho dos estudantes e professores envolvidos na aprendizagem e no ensino dos conceitos referenciados pelas fontes da objetividade. Esses dois grandes movimentos traduzem uma parte importante da aculturação matemática.

Por certo, como estamos admitindo, essa aprendizagem social e cultural requer por parte do estudante um autocontrole, como conceito proposto por Norbert Elias, porém não no sentido dos gestos de socialização como tratou esse autor, mas na parte relacionada aos compromissos que o estudante deve assumir, no sentido de conduzir seu próprio caminho de aproximação dos conceitos matemáticos. Em outros termos, a subjetivação é uma experiência estritamente singular, pois não é possível que uma pessoa entenda o significado dos conceitos pela outra, porém não é um ato solitário, pois estudantes e professores estão compartilhando o universo das práticas culturais relativas ao campo.

⁴⁶ Subjetivação entendemos que é o movimento oposto, dialético, em relação à objetivação, principal linha do pensamento do historiador.

Assim o autocontrole proposto por Norbert Elias resulta de hábitos e ações que nascem em sintonia com a vontade do estudante, tendo uma fonte mais interna do que externa. Por outro lado, na linha proposta por Foucault (1979), não há somente essa fonte interna de controle, mas surgem outros recursos de vigilância sobre as ações do indivíduo. É controle sobre o eu, como observa Burke (2016), e no caso proposto por Foucault (1979), envolve o controle sobre os corpos, exercidos por “Ordens de Conhecimento”. Assim, na linha proposta por Foucault (1979), somos levados a evitar o que ele chamada de “explicações teleológicas da história em termos de progresso, evolução ou crescimento da liberdade e do individualismo, apresentadas por Hegel e por outros filósofos do século XIX” (FOUCAULT *apud*, BURKE, 2008, p. 74). Esse destaque é pertinente à nossa questão de pesquisa, quando consideramos as explicações que aparecem nos textos clássicos da matemática, como se a formalidade expressasse uma linha contínua de aspectos evolutivos, sequenciais e que se encaixam na sequência de apresentação dos conteúdos.

Há uma falsa sensação de liberdade para o sujeito como se cada um pudesse entender de sua maneira, ao passo que predomina o mais severo controle da objetividade típica dos saberes matemáticos. Nesse sentido, não é exagero admitir que os textos matemáticos, normalmente são ousados, quando apresentam o saber como progressivo, bem ordenado, organizado, deixando de falar dos conflitos, erros, retornos, do trabalho que ocorre no tempo não visível do texto formalizado. Compete ainda, lembrar que os acidentes não aparecem na formalidade típica dos textos matemáticos, decorrendo a necessidade de levar o historiador a vivenciar a experiência arqueológica, no sentido destacado por Foucault. Em outros termos, na linha da Nova História Cultural, não podemos permanecer na superfície dos eventos externos, nas luzes de vagalumes que têm o brilho tão efêmero (BRAUDEL, *apud* BURKE, 2008). Esse nível de análise, o arqueológico conceituado por Foucault está relacionado à parte noturna do trabalho do matemático, que não aparece na formalidade do texto.

A saber, impermeado a esses aspectos, tem-se o que chamamos de aculturação matemática que se diferencia para uma radicalidade ainda mais intensa, quando admitimos o estudo guiado somente por textos formais. O que predomina é um regime de verdades absolutas, inspiradas nas mais profundas raízes do pensamento positivista. Entra em cena então uma utilização equivocada de recorrer à epistemologia matemática como instrumento de controle sobre as pessoas, no sentido de instrumento de ascensão

ou restrição social. Não se trata de negar a importância da formalidade típica inseridas, nesta *ordem de conhecimento*, de apresentação das teorias matemáticas. O equívoco está, no uso dessa formalidade como método de ensino. Em certo momento, nas reuniões do nosso grupo de estudo, o professor Luiz Carlos Pais destacou o que ele chama de *contágio epistemológico*, ou seja, as condições inerentes e específicas das matemáticas que passam a ser indevidamente usadas como instrumentos de estudo, ensino e seleção social.

Assim, somos levados a concordar com a necessidade destacada por Foucault, quando se define como arqueólogo, no sentido de procurar pelo que não está na superfície das aparências. Ao mesmo tempo em que transparece uma crítica ao trabalho do historiador, quando esse permanece no nível eventual, sem correr o risco de mergulhar na parte específica da objetividade típica da área considerada. Diante dessa crítica, buscamos documentos que não estão na superfície, e nos preocupamos de além de analisar a parte específica da matemática, estamos observando os elementos culturais ligados a eles.

3.5.3 Tentativa de Objetivação

Outro personagem que Burke (2008) explicita como fazendo parte do conjunto de teóricos que levaram os historiados culturais a se preocuparem com as representações e as práticas, que são dois aspectos da Nova História Cultural segundo um de seus líderes, Roger Chartier, foi Mikhail Bakhtin, nas palavras de Burke (2008):

[...] um dos teóricos culturais mais originais do século XX, foi descoberto pelos historiadores, pelo menos fora da Rússia, após a tradução para o francês e o inglês de seu livro *Cultura popular na Idade Média e no Renascimento* (1965). Na Rússia, ele foi uma das inspirações para a chamada “escola Tartu” de semiótica, de que fazia parte Juri Lotma. Os conceitos básicos empregados no livro sobre Rabelais — “carnavalização”, “destronar”, “linguagem do mercado” e “realismo grotesco”, por exemplo — foram usados tantas vezes na NHC que hoje é difícil lembrar como conseguíamos trabalhar sem eles (BURKE, 2008, p.71).

Diante da importância retratada a este teórico, fomos levados a compreender melhor sua grandiosidade, aqui em particular, expressa por seus estudos que se referem ao conceito de voz, e em nosso entendimento, tendo como base a obra “Estética da Criação Verbal”. Observamos que o conceito de voz em Bakhtin diz da impossibilidade de um enunciado sem um determinado sujeito falante. Neste caso, entendemos que para o autor, a voz é a vida na palavra, ou seja, “é aqui que encontramos, em toda sua integridade, posições, pessoas (a pessoa prescinde de revelação extensiva: pode

manifestar-se por um único som, revelar-se por uma única palavra), justamente vozes” (BAKHTIN, 2000, p. 350). Devemos observar ainda nas palavras dele que:

Uma atitude fecunda com a língua exclui a palavra separada da voz, a palavra da pessoa. Em cada palavra há vozes, vozes que podem ser infinitamente longínquas, anônimas, quase despersonalizadas (a voz dos matizes lexicais, dos estilos, etc.) inapreensíveis, e vozes próximas que soam simultaneamente (BAKHTIN, 2000, p. 350).

Notemos que estamos diante de dois elementos distintos, de um lado a “palavra” e do outro, a “voz”, que é de extrema importância na teoria de Bakhtin. O primeiro é a sua diferenciação, para enfim podermos compreender termos como polifonia, por exemplo, que é definido por ele como sendo: “vozes diferentes, cantando diversamente o mesmo tema. Isto constitui precisamente a ‘polifonia’, que desvela o multifacetado da existência e a complexidade dos sofrimentos humanos” (BAKHTIN, 2000, p.350). Assim podemos considerar que as vozes que tornam a palavra polifônica. Ou seja, a polifonia só se concretiza na palavra na medida em que esta for carregada de vozes.

Nesta pesquisa, observamos que o conceito de polifonia em uma época em que a supremacia é de um eu sólido ou unitário, esta noção é de relevância óbvia, pois nos dará suporte para estudar alguns elementos que historiadores chamam de “documento-ego”. Em outras palavras, estes documentos são textos escritos em primeira pessoa. Nesta pesquisa, além desses documentos, tem-se notícias de jornal, artigos de revistas que são exemplos da coexistência ou mesmo de diálogo entre vozes distintas. Burke indica que: “O problema da variedade e do caráter irreconciliável dos pontos de vista humano é antigo. Uma das soluções experimentadas é conhecida como objetividade, que pode ser entendida como uma tentativa de separar o conhecimento do conhecedor” (BURKE, 2016, p.72). Diante do exposto, consideramos que a voz é sempre de um sujeito, de um humano, precisa de uma materialidade para funcionar, mas essa materialidade nem sempre é sonora ou textual, relevando o complexo universo da objetividade matemática.

4 RETORNO ÀS RAÍZES HISTÓRICAS

*“O passado é um país estrangeiro.
Lá eles fazem as coisas de maneira diferente.”
(Hartley, 1953, apud Peter Burke, 2008)*

Este capítulo foi organizado para atender o primeiro objetivo específico desta tese que consiste em: identificar as raízes históricas relativas ao ensino do Cálculo Diferencial e Integral, no contexto do século XIX nas instituições que precederam a instauração da Escola Politécnica. Nessa parte recorreremos ao trabalho de outros pesquisadores, entre os quais Silva (1999 e 2006). Trata-se de descrever raízes históricas do ensino do Cálculo Diferencial e Integral no Brasil, entre 1808 e 1860, focalizando eventos que ocorreram a partir da chegada da Família Real, com a abertura dos primeiros cursos superiores, até os momentos que precedem o início do período específico (1860 a 1900) o qual estamos definindo em função do problema histórico focalizado em nossa pesquisa.

Em vista do nosso referencial teórico, é preciso esboçar uma visão mais ampla incluindo uma fase precedente à periodização, cuja dificuldade de definição está estreitamente associada ao problema pesquisado, conforme ressalta Le Goff (2003). Nas palavras de Bloch (2001, p.150) sobre a questão de estabelecer um período ele afirma que “Na medida em que nos limitamos a estudar, no tempo, cadeias de fenômenos aparentados, o problema é, em suma, simples. É a esses próprios fenômenos que convém solicitar seus próprios períodos” Diante disso, nosso desafio consiste em descrever, entender e explicar, verbos capitais na tarefa do historiador destacados por Le Goff (2003), os principais traços do ensino da matemática e mais precisamente no ensino do Cálculo Diferencial e Integral no período, olhando especificamente instituições de onde descende em linha direta e a Escola Politécnica, com eventuais comparações com outras instituições de ensino superior que exerceram grande influência nas primeiras gerações de matemáticos, cientistas e engenheiros brasileiros.

4.1 Raízes Positivistas

Na análise dessa parte destacamos as raízes positivistas que exerceram grande influência não somente no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, na Escola Politécnica, bem como no ensino da matemática de modo geral, incluindo os níveis educacionais que precedem ao início do ensino superior, e ainda, a influência desse

pensamento filosófico para entender a construção dos saberes disciplinares, certamente, vai muito além das ciências matemáticas, envolvendo as ciências de modo geral.

Nessa linha de pensamento trata-se de admitir a precedência de um suposto mundo de conceitos e ideias acabadas, implicando uma maneira própria de conceber não somente a base conceitual dos saberes matemáticos a ensinar, bem como os saberes *para* o ensino da matemática.⁴⁷ Na época considerada, século XIX, o pensamento positivista foi principalmente tratado pelo filósofo Augusto Comte. Assim, podemos falar de um positivismo comtiano, conceituado por Silva (2006).

Os matemáticos positivistas chamavam as matemáticas de “ciência fundamental”, reforçando a importância que lhe era atribuída, desde a primeira fase das obras produzidas por Augusto Comte. Esse pensamento exerceu grande influência ou certa precedência entre os matemáticos no Brasil, até por volta de 1920. Entretanto, por outro lado, a influência desse modo de pensar o ensino da matemática, talvez tenha se estendido por muito mais tempo do que no campo matemático.

Na década de 1870, grande liderança começou a ser exercida por Benjamim Constant na difusão do pensamento positivista, mais ligado ao pensamento heterodoxo, recorrendo mais às obras produzidas a fase inicial do filósofo francês, através do chamado Curso de Filosofia Positiva. Constant fez vários discípulos na Escola Politécnica, que sinaliza a constituição inicial de uma ordem de conhecimento no contexto institucional e que, de certo modo, se irradiaria para outras instituições de ensino e políticas. Em outras palavras, a partir das indicações de Silva (1999), podemos dizer que esse caracteriza um momento auge do sistema de verdade positivista. A saber, as raízes positivistas têm um aspecto epistemológico, dizem respeito a um estilo de pensamento que expressa um modo de entender os conceitos matemáticos, apregoando a realidade do mundo das ideias. Estão inseridos nesses aspectos epistemológicos o modo de tratar da objetividade dos conceitos, o rigor, abstração, generalidade, formalidade típica do texto matemático, e a tentativa de “eliminar” referências à subjetividade envolvida na construção do conhecimento.

Por outro lado, o positivismo no contexto considerado tinha também, além do aspecto epistemológico, uma fortíssima dimensão ideológica, ou seja, um conjunto de ideias defendidas com precedência absoluta, antes de entrar em qualquer aspecto

⁴⁷ No sentido utilizado por VALENTE (2017).

pontual ou interno ao conhecimento matemático em si mesmo. Por exemplo, considerava-se que as ciências matemáticas do final do século XIX haviam chegado ao seu grande nível de progresso, ao máximo de sua superioridade em relação aos demais conhecimentos científicos ou sociais. Em outras palavras, nota-se que o positivismo também se fazia presente na forma de ensinar o Cálculo Diferencial e Integral, ocorrendo o que podemos chamar de contágio epistemológico do campo das disciplinas acadêmicas nos caminhos metodológicos construídos para o ensino da matéria prevista.

Ao seguir as orientações propostas por Burke (2008) na caracterização da Nova História Cultural, somos levados a destacar as raízes positivistas do quadro cultural e social no qual nossa pesquisa foi realizada e considerar ainda as influências de diferentes teóricos que contribuíram na composição dessa maneira de fazer história. É neste pensamento que escrevemos o tópico seguinte.

4.1.1 Matemática Positivista no Brasil

O início da década de 1850 foi um momento especial no sentido da difusão mais intensa do pensamento positivista de Augusto Comte, cuja influência no Brasil, vai muito além das matemáticas ou das ciências de modo geral. Antes desse período, alguns brasileiros assistiram, na França, cursos livres ministrados pelo referido filósofo, na década de 1830. Entre esses discípulos brasileiros de Comte, conforme destaca Circe da Silva (1999), estavam José de Almeida, Patrício de Almeida e Silva, Agostinho Reis Cunha, Felipe de Araújo Pinho e Antônio Machado Dias, sendo que esse último, posteriormente, foi professor de matemática dos Colégio Pedro II.

É oportuno enfatizar que as instituições de ensino desempenharam um papel significativo na disseminação dos saberes científicos, concebidos a partir da ordem de conhecimento regida pelo pensamento positivista. Nesse sentido, instituições como a Escola Central, depois, a Escola Politécnica, a Escola Militar, Escola Naval e Colégio Pedro II, dentre outros estabelecimentos de ensino instituídos no território brasileiro, tinha-se professores de matemática que atuam na grande ordem de conhecimento da filosofia positivista, reduzida à concepção proposta por Augusto Comte.

Ao fazer esse estudo, persistiremos em mostrar relações existentes entre o ensino do Cálculo Diferencial Integral e a formação intelectual de muitos egressos da Escola Politécnica que ocuparam os relevantes postos na política e na vida social de modo geral. Dessa maneira, uma das referências que usamos na redação deste capítulo é o

livro de Silva (1999), pois esta autora dedica um capítulo, com quase 100 páginas, para analisar a presença marcante do positivismo como referencial filosófico para orientar o ensino da matemática no Brasil, na segunda metade do século XIX e início do século XX. Trata-se de uma referência relevante para a nossa pesquisa, pois a Escola Politécnica, na década de 1870, foi uma das principais instituições propagadoras do positivismo no Brasil.

Mesmo após a Proclamação da República, o pensamento de Augusto Comte ainda ecoaria em diferentes áreas de conhecimento disciplinar, pelo menos por mais duas décadas. Desse modo, além da estreita relação existente entre o positivismo e a matemática, como disciplina autônoma, temos ainda a considerar suas influências no campo da educação escolar e mais pontualmente, em vista do nosso problema de pesquisa.

Antes de tratar do olhar positivista no ensino da matemática, Silva (1999) chama a atenção para o que denomina de cientificismo na preparação do ambiente intelectual que precede a chegada dos ideais positivistas no ensino da matemática no Brasil. Era através do estudo das ciências que ele via surgir a fonte de prosperidade para o país, e a matemática ocupava um lugar de destaque entre as ciências. Nas palavras do professor Araújo “não sei que parece exceder a força humana constituiu sempre a excelência das matemáticas sobre o resto dos conhecimentos humanos”⁴⁸. Araújo ainda chamava a atenção para o auxílio que as ciências positivas poderiam trazer ao Brasil: “A mocidade brasileira cultivar as ciências para dar a nossa cara pátria o brilho que ela tem direito a esperar de seus filhos e as ciências são o termômetro da civilização”⁴⁹.

Diante da realidade no Brasil, como afirma Paim (1986), há o desencadeamento, um movimento do cientificismo, ou seja, um movimento que se propunha a exaltar a ciência de forma a torná-la reconhecida pela sociedade. Esse movimento caracterizava uma disputa entre a parte interna da ordem de conhecimento de uma determinada ciência e possíveis divergência indicados por quem não está inserido na mesma ordem, ou seja, gerando as diferentes maneiras de conceber as questões de método.

A saber, com desenvolvimento tecnológico ocorrido a partir dos meados do século XIX, e expansão do transporte ferroviário, invenção dos primeiros automóveis, difusão do uso doméstico da energia elétrica, entre muitas outras invenções, propiciou-

⁴⁸ Documento manuscrito 49, encontra-se no arquivo nacional do Rio de Janeiro sobre o códice e G3

⁴⁹ *Ibidem*

se também um momento de valorização do ensino das ciências de modo geral e, particularmente, da matemática não somente em nível secundário como superior. No início do século XX, ocorreria o movimento de modernização do ensino da matemática, tendo em vista a necessidade de ampliar as bases dos estudos em nível secundário para os jovens pudessem ingressar nos cursos de engenharia (SCHUBRING, 2003). Na realidade, esse movimento de renovação do ensino da matemática ocorreu em diversos países. No Brasil, ainda no final do século XIX, ocorreria então os primeiros sinais de expansão dos cursos de engenharia, dos estudos das ciências e das matemáticas de modo geral. Ainda levaria algumas décadas para constituir o campo de atuação acadêmica dos matemáticos, mas o contexto focalizado nesta tese sintetiza esse momento inicial de valorização dos engenheiros politécnicos, que envolvia um grupo bem específicos, ou seja, daqueles professores que ensinavam as matérias matemáticas previstas dos cursos de engenharia.

Na época considerada não havia ainda curso específico para formação de matemáticos ou professores de matemática, daí a importância do contexto institucional considerado para a “formação dos primeiros matemáticos”, alguns dos quais ainda marcados pelo pensamento positivista de Augusto Comte. Conforme Silva (1999), a análise curricular do Colégio Pedro II, na sua fase inicial, revela uma tendência ao ensino universalista e enciclopédico, em que a matemática era ensinada durante os seis primeiros anos do curso, abrangendo conteúdos de Aritmética, Álgebra e Geometria.

No decorrer dos anos, ocorreram sucessivas alterações nos estatutos desta escola. Tais ações refletiram no curriculum escolar incluindo a matemática, havendo assim uma diminuição gradativa das horas aulas destinadas aos conteúdos matemáticos. Tais mudanças podem ser observadas na obra de Vechia e Lourenz (1998). Mesmo diante dessas mudanças, o currículo do Colégio Pedro II continuou servindo como modelo para os demais ginásios do Brasil.

4.2 Evolução Matemática no Brasil

O título que escolhemos para essa parte da tese reproduz o título de um artigo que tivemos a chance de localizar entre as centenas de fontes trabalhadas, de autoria do professor Licínio Athanasio Cardoso, catedrático de mecânica racional da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, publicado no em 1888, na Revista do Instituto Politécnico

Brasileiro, datado de 26 de dezembro de 1887. Segundo o nosso entendimento, a localização desse artigo histórico foi um achado de grande importância para referenciar nossos estudos sobre o ensino das matemáticas no Brasil do século XIX, principalmente nas instituições militares abertas após a chegada da Família Real, no ano de 1808.

Em outros termos, uma parte importante deste capítulo repousa nesse artigo com anotações históricas, referenciado acima, bem como das cuidadosas análises feitas por Silva (1999). Antes de iniciar a parte específica, entendemos ser necessário destacar algumas informações sobre o autor do artigo épico publicado há mais de 130 anos.

Licínio Athanasio Cardoso nasceu em Lavras, Rio Grande do Sul, e concluiu o curso na Escola Militar, em 1879. Foi aluno de Benjamin Constant Botelho de Magalhães, de quem recebeu as primeiras influências na orientação no pensamento positivista. De acordo com a pesquisadora Circe Mary da Silva, o professor Licínio foi admitido como catedrático de mecânica racional na Escola Politécnica em 1887. Além de sua formação como engenheiro e professor de mecânica, em 1889, concluiu também o curso de medicina e iniciou uma longa carreira de pesquisador na área de homeopatia. Desse modo, cumpre observar que Licínio Athanasio Cardoso foi um intelectual que participou de diversos movimentos científicos de sua época, daí o seu interesse em escrever sobre os primeiros tempos do ensino das matemáticas nas escolas militares no Brasil. Participou da fundação da Sociedade Brasileira de Ciências do Rio de Janeiro, em 1916, quando foi escolhido como o primeiro presidente da seção de ciências e matemáticas dessa instituição, nesse sentido, podemos dizer que ele atuou na organização dos primeiros momentos da ordem de conhecimento, que pouco a pouco, consolidou na área acadêmica da matemática universitária. Exerceu a referida função até 1925, quando foi substituído pelo professor Manoel Amoroso Costa, outro pioneiro na constituição do campo da matemática no Brasil. Ainda sobre sua trajetória Silva (2006) destaca que:

Não foi um positivista ortodoxo da doutrina de Comte, aceitou apenas parte dos princípios, rejeitando aqueles que lhe pareciam contraditórios ou errados. Assim como Comte, formulou uma classificação das ciências, ainda enquanto aluno da Escola Militar, segundo estes princípios: novidade, utilidade e simplicidade das leis a descobrir. Nessa escala hierárquica, a matemática abstrata aparece como a primeira ciência, seguida da matemática concreta, na qual o autor inclui oito ciências: geometria, mecânica, física, química, biologia, frenologia, sociologia e antropometria. A obra que tornou Licínio Cardoso conhecido no meio acadêmico foi a sua tese Teoria elementar das funções, publicada em 1885. (...) No capítulo em que trata da classificação das funções percebe-se, a forte influência da concepção de Comte: 'a opinião de Comte tem para nós o peso de um dogma'. Após apresentar a classificação comtiana de

funções, Cardoso abordou um assunto proibido pelo filósofo francês – as funções elípticas. Entre as suas publicações incluem-se trabalhos sobre mecânica, equações diferenciais e críticas à teoria da relatividade (SILVA, 2006, p.895).

No artigo *Evolução Matemática no Brasil*, publicado em 1888, na *Revista do Instituto Politécnico Brasileiro*, Licínio Athanasio Cardoso descreve um panorama amplo dos principais eventos relacionados ao ensino das matemáticas nas instituições militares no Brasil. O referido instituto politécnico foi uma associação de engenheiros, militares, entre outros cidadãos e estudantes vinculados à Escola Politécnica.

Essa sociedade expressa o clima de entusiasmo do início da década de 1860, tendo sido seus estatutos organizados em 1862 e devidamente aprovado por um decreto imperial do mesmo ano. Entre os meses de março e dezembro, os membros dessa sociedade se reuniam duas vezes por mês, para discutir assuntos gerais ligados à engenharia e tecnologias associadas. Ilustres nomes participaram dessa entidade e em 1888, o redator chefe da revista era o engenheiro Luiz Rafael Vieira Souto. Há cerca de três dezenas de edições dessa revista, disponíveis na hemeroteca digital da Biblioteca Nacional, publicadas entre 1867 e 1906, em consulta realizada *on-line* em janeiro de 2019. Os assuntos publicados nesse periódico são os mais diversos, predominando temas relacionados a questões práticas: divulgação de máquinas e aparelhos, princípios de funcionamento, produtos químicos, orientações técnicas para realização de serviços de engenharia, dentre outros. Cumpre observar que essa coleção de revistas tinha um caráter técnico e prático, predominando discursos de quase exaltação da importância da engenharia, com menor ênfase em temas ligados às matemáticas.

Cumpre registrar aqui que adotamos um procedimento prático de consulta digital dentro da própria coleção, inserindo termos-chave associados ao tema da pesquisa. Por exemplo, ao consultar o termo “*Machina*”, pelo referido procedimento, temos como resultado a ocorrência de 252 vezes em que a palavra está presente; ao inserir o termo “*Geometria*”, encontramos 27 ocorrências; com o termo “*Arithmetica*”, existem 14 ocorrências; com o termo “*Álgebra*”, há 8 ocorrências e finalmente ao inserir a expressão “*Cálculo Diferencial*”, encontramos três ocorrências na edição de 1888.

Ao iniciar sua narrativa histórica sobre o desenvolvimento das matemáticas no Brasil, Licínio Athanasio Cardoso destaca dois aspectos associados, um deles relativo aos aspectos teóricos da ciência focalizada e o outro sobre suas aplicações, opinando que uma visão completa para sua apreciação depende desses dois aspectos. Feita essa

observação, observa que sua escolha consistiu em destacar como ocorreu o ensino das nações de Cálculo Diferencial e Integral e Geometria como suporte de aplicação em mecânica, matéria que ele ensinava na Escola Politécnica.

Com base em suas referências positivistas, o autor observa que por ocasião da fundação das primeiras academias militares no Brasil, quando se teve início o ensino das matemáticas, a “ciência já estava de toda constituída”, tal como defendeu Augusto Comte, o que teria causado certo prejuízo, pois o desenvolvimento possível somente estaria restrito às aplicações das ciências e não à pesquisa de novas teorias. Por mais estranho que possa parecer hoje esse entendimento, trata-se de reportarmos ao tempo e contexto historiados e nos colocarmos naquele quadro para entender os homens inseridos em suas respectivas sociedades. Por vezes, nesse retorno ao passado de nossas raízes positivistas, de fato, temos a sensação de entrar “num país estranho”, onde os homens pensam e agem diferente de nós (BURKE, 2008).

Ainda em sintonia com o pensamento positivista, referência hegemônica no final do século XIX, Licínio Athanasio Cardoso lembrou que ao serem criadas as primeiras escolas militares no Brasil, “Já Descartes e Leibniz haviam formulado a definitiva legislação matemática, pela criação da geometria geral, produto do gênio indutivo e dedutivo do filósofo francês e pela criação do método do cálculo dos infinitésimos, produto da genial intuição do filósofo germânico” (CARDOSO, 1888, p.01). Em consequência desse pensamento, o autor faz a seguinte observação:

Isso permite *a priori* afirmar que por mais bem dirigido e por mais profundo que tenha sido entre nós o cultivo científico ele jamais terá contribuído para o desenvolvimento de uma ciência, pois, hoje a evolução acha-se já realizada. Dois são os modos gerais segundo os quais se pode julgar o desenvolvimento das teorias científicas. Por um lado, se pode analisar a evolução do ensino nas escolas, que é uma visão particular e, por outro lado, se pode examinar as aplicações associadas à ciência considerada. É esse pois o caminho que seguiremos aqui. Apreciemos, portanto a organização que tem sido o ensino relativo ao assunto nos ocupa nas escolas do Brasil (CARDOSO, 1888, p.01).

Fica evidente em sua escrita que para ele somente restavam as possíveis aplicações das ciências e matemáticas e não mais haveria motivação para expansão do conhecimento científico. Deixando a entender uma suposta impossibilidade de desenvolver a pesquisa científica, pois as teorias já estariam todas criadas pelos gênios iluministas e sintetizadas na obra de Comte. Ainda tendo como base o artigo de Licínio Athanasio Cardoso (1888) observamos sua preocupação em descrever a evolução matemática no Brasil por meio de suas instituições, iniciando pela Academia Real da

Marinha, perpassando pela academia Real Militar e finalizando na Escola Central. Diante disso, optamos em subdividir essa parte do trabalho obedecendo cada uma dessas instituições como tem-se a seguir.

4.2.1 Academia Real da Marinha

De acordo com as descrições históricas do professor Licínio Athanasio Cardoso, a Academia Real da Marinha foi a primeira instituição oficial, a ofertar o ensino das matemáticas no Brasil e sua criação foi uma consequência da transferência da corte portuguesa para o Rio de Janeiro, em 1808. Essa instituição foi considerada parte integrante da corte transportada de Lisboa, entendida como estratégica para garantir as melhores condições de deslocamento pelos mares. Ficou estabelecida por um aviso real, no dia 3 de maio de 1808, no convento da ordem dos beneditinos, próximo ao centro antigo da cidade do Rio de Janeiro.

O regulamento prescrito para a Academia Real da Marinha, previa que o estudo das matemáticas deveria ser desenvolvido durante os três anos do curso de marinheiro. No primeiro ano, iniciava-se o estudo das primeiras noções de aritmética, geometria e trigonometria; no segundo ano, estava previsto o estudo da álgebra, até equações do segundo grau inclusive e a continuação do estudo da geometria, compreendendo o estudo das seções cônicas, mecânica, com aplicações imediatas, o aparelho e a manobra. No terceiro ano, estudava-se noções de trigonometria esférica, seguida do estudo da navegação teórica e prática (CARDOSO, 1888).

No entendimento do mencionado autor, esse ensino das matemáticas previsto na Academia Real de Marinha era muito elementar, embora abrangendo várias partes da disciplina, observando que as partes relativas à álgebra e geometria deveriam ser mais aprofundadas, no sentido de serem preliminares indispensáveis ao estudo da mecânica, da geometria analítica e das noções fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral. Entretanto, o ponto de vista expresso pelo professor Licínio Athanasio Cardoso vem de um lugar institucional distinto dos especialistas marinheiros, indicando muito mais uma opinião em defesa geral dos estudos matemáticos. Seria esse um sinal do início da constituição do campo da matemática no Brasil?

Para finalizar essa parte dedicada ao destaque do pioneirismo da Academia Real da Marinha, como primeira instituição de ensino militar criada após a chegada da Família Real, cumpre observar que o ensino das matemáticas estava a cargo de três

catedráticos e dois professores substitutos, considerados os primeiros mestres que iniciaram o cultivo, no Brasil, da então chamada ciência fundamental, na linguagem usada pelos positivistas.

De modo geral, em diferentes partes do texto do professor Athanasio Cardoso percebe-se que o ensino das matemáticas na Academia Real da Marinha e, depois, na Escola da Marinha, era de “nível mais elementar”, quando se comparava com o ensino da mesma ciência na Academia Real Militar, Escola Central, Militar e Politécnica. Não resta dúvida que há um juízo de valor expresso de um determinado “lugar”, por sujeitos de uma instituição, aparentemente inserida dentro de outra instituição.

Em outros termos, ao que tudo indica, trata-se de uma avaliação expressa por “matemáticos” ou “politécnicos”, que atuaram na formação embrionária das ideias matemáticas, que posteriormente seriam levadas para o nível acadêmico. As fronteiras culturais entre essas instituições ainda não estavam definidas, daí ocorre certo estranhamento por parte dos avaliadores que sentem certa “vergonha” em que tais práticas pudessem estar à altura da ciência fundamental propalada por Comte.

4.2.2 Academia Real Militar

Em 1810, com a criação da Academia Real Militar, por deliberação da corte real, teve origem a expansão do espaço institucional na difusão inicial do ensino superior das matemáticas no Brasil. Em particular, o Cálculo Diferencial e Integral passou a ser ensinado com regularidade, nas instituições militares, iniciando cinco décadas de estudos, as quais precedem o período que fixamos para delimitar a realização da parte específica da nossa pesquisa. Em outros termos, tendo em vista que nossa temática de pesquisa é o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, no período de 1860 a 1900, na Escola Central e na Escola Politécnica, cumpre observar que 50 anos antes do período definido já havia uma história que, certamente, deixou heranças que estavam sendo valorizadas nas últimas duas décadas do Segundo Reinado.

Em 4 de dezembro de 1810, o príncipe regente Dom João VI assinou a carta de criação da Academia Real Militar, quando o Conde de Linhares exercia as funções de ministro da guerra. O curso completo de formação da academia era composto de sete anos de estudos, sendo que nos quatro primeiros estava previsto o “curso completo de matemáticas, ciências físicas, química e de história natural”. O ensino dos três últimos

anos versava sobre as ciências militares, física e história natural. O plano de estudo das matemáticas, com base no artigo de Licínio Athanasio Cardoso (1888), era o seguinte:

1º ano - Aritmética, Álgebra até equações do 3º e 4º graus. Geometria e Trigonometria retilínea, seguida das primeiras noções de trigonometria esférica. Os compêndios mandados adotados eram estipulados pela Carta Régia: Aritmética e Álgebra de Lacroix, os Elementos de Álgebra de Euler e Geometria e Trigonometria de Legendre. Com base nesses livros, os professores catedráticos deveriam preparar um compêndio de sua autoria para conduzir o seu curso. A carta de criação da academia determinava que o desenvolvimento completo da Geometria dos sólidos e da Trigonometria, ligando essa parte ao estudo da Geodesia. O ensino desses conteúdos deveria ser conduzido a partir do livro de Delambre.

2º ano – Neste ano são repetidas e ampliadas as noções de cálculo, dadas no primeiro ano, sendo previsto o estudo da Geometria geral e do *Cálculo Diferencial Integral e Geometria Descritiva*. A carta mandava adotar as obras de Lacroix e Monde, pelas quais o professor deveria organizar o compêndio do seu curso.

3º ano - O estudo de Mecânica e de suas aplicações às máquinas. Para este ano a carta mandava o professor escrever seu compêndio, tomando como referência a obra de **Francoeur, devendo ainda** consultar os últimos tratados sobre o assunto e especialmente dos autores Prony, Bossut, Fabre e Gregory. Devem ser ainda consultados sobre o movimento dos projéteis Bezout, Robins e Memórias de Euler.

4º ano – A carta previa que o compêndio adotado seria o de Lacroix para servir de base à exposição da Trigonometria esférica, prevendo que essa matéria fosse ministrada em toda a sua extensão. No estudo do sistema do mundo, precedido pelo estudo da Ótica, devem ser consultadas as obras de Lacaille, de Lalande e a mecânica celeste de Laplace.

Pelo conjunto das matérias que constitui o **curso matemático** desta antiga academia militar e pelos autores que a carta mandava adotar e consultar para servirem de referência à exposição do lente por eles formado por lente a sua exposição e o seu compêndio colidisse que já em 1810 ensinava-se em nossa pátria a ciência matemática com desenvolvimento não inferior ao que era dado no ensino de hoje. (CARDOSO, 1888, p. 4-5, grifo nosso)

Diante do exposto nos planos de estudos mencionados por Cardoso (1888) observa-se que a carta régia era responsável por definir qual seria o compêndio a ser utilizado no decorrer do curso, isso nos proporciona indícios de uma certa pretensão de indicar um caminho que vai além da matemática *a* ensinar (programa de ensino com seus respectivos conteúdos) e assim passando, pelo menos por uma pequena parte da matemática *para* ensinar definindo qual seria o material utilizado para o ensino do respectivo objeto. Cabe lembrar as palavras de Struik (1987):

Alguns dos melhores livros textos do início do século XIX foram preparados para a instrução na Escola Politécnica ou instituições similares. Suas influências podem ser rastreadas em nossos textos atuais. Um bom exemplo de um livro é o *Traité du calcul différentiel et du calcul integral* (2 vol., 1797), escrito por Sylvestre-François Lacroix, a partir do qual gerações inteiras aprenderam Cálculo (STRUIK, 1987, p. 147).

Isso nos leva a observar que os compêndios definidos para a utilização em Cálculo Diferencial e Integral, conforme exposto anteriormente no tópico 3.2 são escritos por ilustres matemáticos, neste caso particular, a obra de Lacroix possivelmente esteve presente na Academia Real Militar difundido o Cálculo Diferencial e Integral por meio de suas obras, esse caso ilustra a importância da disseminação do saber através de objetos e mais especificamente através de textos clássicos de matemática.

4.2.2.1 Reorganização Ocorrida no Ano de 1839

Durante as duas primeiras décadas de funcionamento da Academia Real Militar o ensino das matemáticas passou por pequenas alterações, “sem maior importância” na opinião do professor Athanasio Cardoso (1888). Essa situação foi então alterada com uma reforma feita no ano de 1839, quando a instituição recebeu a denominação de Escola Militar. Na oportunidade foram criados dois cursos, chamados primeiro e segundo, separando a formação dos quatro primeiros anos de estudo e a parte específica da formação militar. Com essa alteração, o estudo das matemáticas passou a ser feito no 1º, 3º e 4º anos, com a seguinte distribuição: 1º ano - cadeira de geometria, compreendendo o curso elementar de matemáticas puras e aplicadas a topografia; 3º ano - cadeira de análise matemática, compreendendo o estudo do Cálculo das Funções Diretas e o Cálculo das Funções Indiretas. Cadeira de Geometria, prevendo o estudo da geometria analítica e o da descritiva e no 4º ano - Cadeira de mecânica, compreendendo o estudo da mecânica racional e do cálculo das probabilidades (CARDOSO, 1888).

Essas mudanças realizadas em 1839, ao que tudo indica, não deram resultados satisfatórios, pois, apenas três anos depois, foi assinado um decreto, em 9 de março de 1842, de reformulação dos estudos na Escola Militar. Conforme Athanasio Cardoso (1888), esse decreto fez alterações do regulamento geral da instituição e o curso matemático passou a ser feito do seguinte modo: 1º ano – Aritmética, Álgebra elementar, Geometria e Trigonometria plana. 2º ano - Álgebra Superior, Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e Integral. 3º ano – Mecânica racional e aplicada às máquinas. 4º ano – Trigonometria esférica astronomia e geodesia.

Em outros termos, durante as três primeiras décadas de sua existência, não houve quase nenhuma alteração significativa nos programas das matemáticas ensinadas na Academia Real Militar, em relação ao formato inicial determinado por ocasião de sua criação. Isso indica uma certa estaticidade a esse tempo da matemática a ensinar imersa

no “polo neoconservador” conforme Hofstetter e Schneuwly (2017, p.136) pois os programas mantinham-se praticamente os mesmos.

Essa resistência em alterar o ensino da *ciência fundamental*, expressão então usada pelos defensores do positivismo, revela sinais conservadores no sentido de manter o tom acadêmico, calcado nos rituais e discursos do pensamento absolutista e referendado pelas armas militares. Essas raízes estavam ancoradas pelo pensamento positivista e visava conservar ou manter as estruturas dos poderes político e econômico, então vigentes. O lugar do qual as práticas e os discursos eram expressos estavam claramente vinculados aos valores da visão monárquica e absolutista. Por outro lado, trata-se de um caso de convergência absoluta do sistema de verdades admitidas no plano interno da ordem de conhecimento em questão, que durante muitas décadas exerceu sua hegemonia no modo de conceber não somente as matemáticas como as ciências de modo geral.

4.2.3 Escola Central de 1858

Na visão de Licínio Athanasio Cardoso, ao descrever a história do ensino das matemáticas nas instituições militares do século XIX, o ano de 1858, com a criação da Escola Central, houve sérias modificações no que diz respeito à formação militar, bem como ao estudo da então chamada ciência fundamental. Essas mudanças atingiram a formação dos marinheiros, pois a Academia de Marinha, recebeu a denominação de Escola da Marinha, preservando a existência de um curso matemático, considerado de nível mais elementar do que aquele ministrado na formação inicial da Escola Militar.

No mesmo contexto foi criada a Escola Central, que “passou a ser ministrado o então chamado Curso Matemático da Escola Militar, ficando então destinado a estudos diretamente relativos à arte da guerra” (CARDOSO, 1888, p.6). Em outras palavras, os alunos da Escola Militar recebiam a formação matemática e científica na Escola Central, que oferecida além do curso básico de quatro anos a formação para engenheiros civis. A respeito do tema, o referido autor faz os seguintes destaques:

Na Escola Central começavam estudo nas aulas do **curso preparatório então criado** e continuava nos quatro primeiros anos do curso superior. A única alteração real que os seus estatutos apresentam em relação ao ensino **da ciência fundamental**, se refere ao **cálculo das variações**. O regulamento institui o estudo desse cálculo, conjuntamente com os das probabilidades e o das diferenças finitas, na primeira cadeira do segundo ano, após o estudo da geometria descritiva e do cálculo diferencial integral. Eram dadas, pois, desde o curso preparatório até o 2º ano, as noções de Cálculo Diferencial e Integral e geometria, necessárias e suficientes para o estudo completo da mecânica

racional, feito no terceiro ano ponto na escola militar, então destinada a, como dissemos, estudos relativos a especialidade, eram ensinadas também, em aula preparatória, os elementos da matemática. Todavia, no estudo dos os dois anos que constitui o Curso Militar entrava a matemática pelas suas aplicações, já na topografia, já na balística e já na arquitetura ponto igualmente na escola central as aplicações eram feitas no curso de engenharia civil (CARDOSO, 1888, p. 6-7, grifo nosso).

Ao entendermos a “evolução matemática no Brasil” com uma “Ordem de conhecimento” levando em consideração que “o conceito de ordem de conhecimento é útil desde que reconheçamos que ele representa um tipo de estenografia intelectual, uma útil simplificação de uma realidade mais complexa” (BURKE, 2016, p. 52), observamos que ela ao longo do tempo foi mudando, ainda que o ritmo de mudança tenha sido lento.

4.2.3.1 *Doutoramento em Ciências Matemáticas*

Consideramos um evento relevante na história da Escola Central a criação do doutoramento em ciências matemáticas, em 1848, como sendo um marco a “disseminação do conhecimento” não só do pensamento filosófico de Augusto Comte, mas também das ciências matemáticas no Brasil. Aqui utilizamos o termo “disseminação do conhecimento” conforme Burke (2016), esse termo pode ser descrito em alguns casos como no campo da tecnologia como “transferência”. Outros estudiosos preferem a utilização do termo “circulação” de conhecimento. No entanto, cabe observar que sejam por “transferência” ou “circulação” a nomenclatura utilizada, se faz necessário ter a consciência que o conhecimento recebido não será igual ao conhecimento emitido, isso ocorre por causa dos mal-entendidos. Por fim Burke (2016, p.114) deixa claro que “apesar da relevância das novas formas de comunicação, o meio mais eficaz de disseminação continua sendo o mais antigo, ou seja, o encontro entre as pessoas”. Neste caso particular, estamos entendendo, que as defesas de teses nesse período, aberta a toda comunidade, eram uma forma de disseminação do conhecimento matemático ali proposto, e ainda, todos os contatos anteriores e posteriores cujo a discussão gerava em torno do conhecimento proposto na tese estavam de certa forma ligados a disseminação do saber.

De acordo com a pesquisa realizada por Silva (1999), em 1851, Joaquim Manso Sayão defendeu sua tese de doutoramento, intitulada “Sobre os princípios fundamentais dos corpos flutuantes mergulhados em dois meios resistentes e sobre a estabilidade na construção naval”. Quatro anos depois, Augusto Dias Carneiros também defendeu sua

tese de doutoramento com o título: “Equações gerais de propagação do calor nos corpos sólidos supondo variável a condutibilidade com a direção e posição”.

Em 1862 é defendido por Hipólito Axé Felipe a tese intitulada “Demonstrar quais são os princípios da análise reduzindo-as ao menor número possível.” Seis anos após, Aristides Galvão de Almeida defendeu seu trabalho que estava ligado ao estudo da Mecânica e no ano seguinte José Martins da Silva com um tema abordando conceitos Físicos, e em 1877 o “Movimento dos corpos celestes em torno de seus próprios centro de gravidade da terra da lua e dos anéis de Saturno.”

Conforme Silva (1999), esses primeiros doutoramentos não foram significativos ao movimento positivista de Comte no Brasil, pois, eles se reduziam praticamente a citações do nome do idealizador desta filosofia, ou simplesmente anunciava a obra que disseminava a filosofia positivista, ou seja, neste momento, não representavam uma disseminação ampla do pensamento positivista. Destaca-se que “no período de 1851 a 1877 foram escritas 24 teses, mas somente 25% desse material fazem alguma alusão ao nome de Comte” (SILVA, 1999, p.217).

Diante do exposto, nossa análise aponta para o que Burke (2016, p. 117) denomina como “teste de conhecimento”, e enfatiza que testar o conhecimento adquirido por uma determinada pessoa é um problema. Em suas palavras “pedir que eles exibam seus conhecimentos em público é uma solução óbvia, dada de diversas formas: participação em debates, realização de palestras ou resposta a uma série de perguntas” (ibidem. p.117-118) aqui em particular observamos que essas 24 teses defendidas na Escola Central, em solenidade pública, entre os anos de 1851 e 1877, se configura como um “teste de conhecimento” de um lado há a “autoridade” nas palavras de Burke (2016, p.32) “são autoridades, no sentido de quem detêm o poder para autorizar ou rejeitar conhecimentos, declarar ideias como ortodoxas ou heterodoxas, (...) e de fato definir o que se considera como conhecimento ou ciência em um determinado tempo e espaço”. Assim, temos que a Escola Central, neste tempo, era uma autoridade capaz de referendar a validade ou não uma tese, e por fim, conferir ou não o título de Doutor a quem defendeu.

Neste momento um personagem que merece um destaque nesta escrita é o professor Antônio Ferrão Muniz de Aragão (1813-1887). Pois, conforme a autora, tendo como base sua primeira obra didática, publicada em 1858, pela typographia Pedrosa,

intitulada “Elementos de Matemática” é tida como primeiro livro texto de Matemática que a filosofia positivista de Augusto Comte é amplamente manifestada. Trata-se que no início da obra, ou seja, na introdução, o autor destina 40 páginas para referida exposição. Destaca-se ainda no prefácio do livro a seguinte escrita quanto ao objetivo da obra: “O meu objetivo é apresentar a matemática sob um ponto de vista filosófico será levado em consideração especialmente o método sem, contudo, descuidar-se dos importantes princípios” (ARAGÃO, 1858, p. 14 *apud* SILVA 1999, p. 219).

Notavelmente, tem-se uma escolha feita por Antônio Ferrão Muniz de Aragão ao escrever a obra “Elementos de Matemática” expondo, naquele momento, seu “Estilo de Pensamento” (BURKE, 2016, p. 46), conforme Silva (1999) esta obra é tida como primeiro livro texto de matemática em que é disseminada amplamente a filosofia de Comte. É importante observar que o referido autor Aragão, estudado pela professora Circe, faz um discurso de valorização da filosofia de Comte, a filosofia positivista, mas na obra dele na hora de apresentar ele retorna, de certa forma, aos autores clássicos que não estavam diretamente ligados ao positivismo de Augusto Comte, então, há nesse aspecto certa contradição no discurso filosófico do autor e naquilo que ele realmente apresenta, ao nosso ver, uma constatação pode ser encontrada no próprio texto da professora Circe em (SILVA, 1999, p. 231) quando ela afirma o seguinte: “Aragão não adotou a matemática que Comte apresentou na síntese subjetiva todavia ele conhecia a recomendação em adotar um sistema de base sete”. Essa afirmação nos remete a observar que o fato de expor seu “Estilo de Pensamento” não há uma garantia de uma aplicação absolutamente pura, uma vez que, inúmeras instituições estarão a seu redor e de certa forma avalizando, suas ações.

Ao considerar essas questões levantadas pela professora Circe, ao utilizar uma abordagem crítica, não podemos deixar de fazer algumas comparações, neste caso particular, entre o texto matemático, analisado pela referida autora, intitulado “Elementos de Matemática”, de Aragão, e outros autores contemporâneos dele. Nesse mesmo sentido, a professora Circe destaca dois outros autores que também escreveram textos no mesmo contexto de Aragão que são: Cristiano Otoni e o João Antônio Coqueiro. Entendemos, que com isso, a referida pesquisadora fornece elementos para uma sólida comparação entre as concepções desses autores, as quais favorecem o sentido de pretendemos construir em uma abordagem de natureza crítica, uma vez que eles foram autores bem utilizados na época considerada, últimas décadas do século XIX.

A partir das considerações de Silva (1999), ao comparar a forma geral do sumário dos três autores – Aragão, Coqueiro e Ottoni - percebe-se a existência de uma certa regularidade caso de colocar as aplicações na parte final do texto. O que significa essa posição final das aplicações do ponto de vista metodológico? Trata-se de valorizar a precedência de um discurso filosófico em seguida o matemático em que a aplicação é uma questão final, ou seja, inicialmente há uma valorização do discurso precedente dos problemas reais em que a aritmética será aplicada. Essa ação advinda dos três autores, nos leva a observar o que Burke (2016, p.58) explicita como “Praticas” enfatizando que “ ‘Pratica’ se tornou um conceito central nos estudos do conhecimento [...]”, dessa forma somos levados a observar essa estrutura regular prática por eles.

Na continuidade desses estudos que antecedem a análise da década de 1870, no caso do Cálculo Diferencial e Integral ensinado na Escola Politécnica, cumpre observar esses aspectos gerais da difusão do pensamento positivista que é posterior a década de 1870 vai ainda ser consolidado e divulgado com uma intensidade maior após a proclamação da república, cerca de quase duas décadas após a criação da Politécnica. Desse modo, ao analisar as especificidades do ensino do Cálculo Diferencial Integral na Escola Politécnica, percebemos que se trata de um momento de transição entre o período anterior onde ocorrem apenas algumas difusões, alguns discursos do positivismo e o período que virá após já nos primeiros anos republicanos. Tudo leva a crer que as décadas de 1870 e a década seguinte, ou seja, aproximadamente 20 anos é o período em que se intensifica cada vez mais a difusão do pensamento positivista

Em que sentido podemos afirmar que o pensamento positivista estava circulando nos cursos ministrados na Escola Politécnica? Talvez a indicação que: “Um dos grandes protagonistas do ensino da matemática nos primeiros anos da república foi o ministro Benjamin Constant, difusor de ideias científicas, da matemática e da inserção do Cálculo Diferencial e Integral no programa de ensino secundário.” (SILVA, 1999, p. 245).

O destaque feito pela autora do texto acima transcrito nos auxiliou a considerar uma afirmativa importante no que diz respeito à circulação da filosofia positivista no Brasil e particularmente na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Entretanto, esse não é único ponto, pois Silva (1999) pontua e nomeia alguns personagens importantes dessa história, descrevendo as ideias em um capítulo denominado pela autora de “O

positivismo ganha mais adeptos”, dividindo esse estudo em duas partes complementares.

Essa diferenciação proposta pela referida autora, quanto aos dois grupos de adeptos ao positivismo, ortodoxos e heterodoxos, leva-nos a refletir sobre aspectos que podem estar associados ao nosso objetivo de pesquisa. Nesse sentido, nossa primeira tarefa consiste em caracterizar o que venha a ser um pensamento positivista ortodoxo e um pensamento positivista heterodoxo. Observamos que a ortodoxia e a heterodoxia podem revelar a existência de conflitos internos a uma determinada comunidade de saber, no sentido definido por Burke (2016, p. 126). No caso considerado, havia um embate entre positivistas ortodoxos e heterodoxos, com implicações diretas no ensino praticado na Escola Politécnica e em outras instituições da época considerada. Uma atitude ortodoxa, dentro de uma ordem de conhecimento, é aquela que leva a pessoa a seguir, fielmente, o pensamento proposto pelas suas fontes principais, sem quase nada alterar, como se fosse uma relação de dependência intelectual. Não seria exagero acrescentar que esse tipo de dependência intelectual resulta de certa confusão das ciências com os saberes religiosos.

Em termos de pesquisa histórica, seguimos as lições de Bloch (2001), ao dizer do quanto é preciso reverenciar os caminhos indicados pelos nossos mestres, mas isso, não pode ser confundido com a visão da ortodoxia. O progresso dos saberes científicos pode ocorrer, somente quando o discípulo acompanha o mestre até certo ponto. Esse pressuposto deve ser então projetado no contexto da forte influência exercida pelo pensamento positivista. Por outro lado, no caso da postura heterodoxa, temos o intelectual ou cientista concebe a possibilidade de fazer mudanças no pensamento de referência.

Diante disso, somos levados a informar ao leitor, que o capítulo seguinte busca realizar, de certa forma, uma projeção em que de um lado tem-se a História da Matemática enquanto do outro a História da Educação Matemática, buscando de forma coerente e precisa o diálogo entre ambas, a partir do referencial da Nova História Cultural.

5 SISTEMATIZAÇÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA

“A matemática nos ensina que o mundo é muito mais do que uma forma geométrica. Nos ensina que o mundo é um espelho onde o que você faz reflete em torno de si mesmo”.

Luciano Pontes

Este capítulo mostra o caminho percorrido para realizar o segundo objetivo, que consiste em: caracterizar elementos que predominaram na sistematização interna ao Cálculo Diferencial e Integral, bem como nas práticas adotadas para orientar o ensino da mesma matéria na Escola Politécnica, nas últimas décadas do século XIX. Trata-se um dos pilares da constituição inicial do campo acadêmico do ensino da matemática superior no Brasil, bem como os movimentos que envolvem raízes na formação militar, na criação dos primeiros cursos de engenharia e posterior a constituição do campo de atuação profissional dos matemáticos. Em outras palavras, a análise descrita neste capítulo é uma parte essencial da pesquisa, que se complementa com os outros dois capítulos de análise.

5.1 A Centralidade Atribuída aos Saberes

A análise descrita neste capítulo articula o diálogo realizado na atualidade, cujo ponto de partida consiste em admitir a existência de uma centralidade dos saberes no exercício da profissão docente. Desse modo, estamos empenhados em mostrar como foi realizada a análise, e para isso, optamos em valorizar uma nova frente teórica que surge para tratar das bases históricas dos saberes profissionais dos professores e seus campos disciplinares de referência a partir dos trabalhos realizados pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra, na Suíça.

Destacamos os estudos do Grupo de Pesquisa de História da Educação (Ghemat) na busca de classificar e separar o que é relativo ao ensino, como algo mais voltado ao aluno, daquilo que é pertinente à formação, algo mais voltado ao professor. Desse modo, há diferenças e aproximações na dinâmica e nos processos de constituição dos saberes no ensino primário, secundário e superior. Ao pensar em termos de articulação dos saberes, há também as mesmas diferenças e aproximações, entre saberes que têm por referência o campo disciplinar e saberes que têm por referência o campo pedagógico.

Em destaque, no caso do nosso trabalho trata-se de reconhecer a produção de um grupo de pesquisadores que diferenciam os saberes *a* ensinar e os saberes *para* ensinar,

procurando valorizar as bases históricas do entrelaçamento entre essas duas grandes dimensões. As ideias específicas dessa linha estão sendo tratadas na educação matemática, a partir da diferenciação entre uma matemática *a* ensinar e uma matemática *para* ensinar, conforme define Valente (2017).

Destacamos que estamos preocupados com a articulação entre a matemática *a* ensinar e a matemática *para* ensinar e não com a diferenciação delas, pois entendemos, que esses saberes se encontram tão amalgamados, para tirar conclusões, de um e de outro, exige um denso movimento de análise, de “decantação” e sistematização desses saberes. E mesmo utilizando o processo de “decantação”, na Escola Politécnica, instituição de “aprendizagem intencional” (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 117), conforme a “forma escolar” de Vicent Lahire e Thin *apud* Hofstetter e Schneuwly (2017, p. 119) em que há ensino e aprendizagem, esses saberes estarão sempre em articulação, dessa forma, nossa compreensão é que mesmo se tivéssemos como foco a matemática *a* ensinar na Escola Politécnica, a matemática *para* ensinar também estaria “junto e articulado”, mesmo que implicitamente.

Em outros termos, as raízes históricas da constituição do campo profissional dos professores de matemática, no caso do nosso trabalho em nível superior, são compostas por duas grandes fontes de influências. Em primeiro lugar, estão aspectos relativos às bases disciplinares do Cálculo Diferencial e Integral, referência secularmente inserida no desenvolvimento dessa matéria acadêmica. Em segundo lugar, estão as referências dos saberes *para* ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como produção associada à realidade cultural na qual a nossa pesquisa se insere. Para simplificar a linguagem, a parte referente ao campo disciplinar acadêmico, podemos chamar de Cálculo Diferencial e Integral *a* ensinar e a parte referente à construção didático-pedagógico, ou seja, a produção legítima dos professores e a maneira como o campo profissional constituiu seus caminhos, podemos chamar de Cálculo Diferencial e Integral *para* ensinar.

Considerando a referência institucional da pesquisa, o conceito saberes *a* ensinar refere-se à parte disciplinar, epistemológica da matéria “Cálculo Diferencial Integral”, cuja objetivação está em curso há séculos, ancorada no plano internacional, com diferentes obras produzidas no campo matemático.

É no entrelaçamento dessas duas grandes referências que a análise descrita neste capítulo foi proposta, no entanto, nossas fontes foram riquíssimas para analisar um Cálculo Diferencial e Integral *a* ensinar, e não nos proporcionando elementos suficientes para analisar um Cálculo Diferencial e Integral *para* ensinar, uma vez que entendemos que para pensarmos na articulação anteriormente proposta há a necessidade de se estabelecer um “marco histórico” (CHARTIER, 1990), ou mesmo um “ponto de inflexão” afim de possibilitar a partir dele tecer análises sobre essa articulação e para isso se deve ter elementos que contemplem o ensino de Cálculo Diferencial e Integral como formação. Diante disso apontamos aqui o direcionamento para outra pesquisa que tenha como objetivo, a partir de novos levantamentos documentais, analisar um Cálculo Diferencial e Integral *para* ensinar na Escola Politécnica, a fim de posteriormente como forma de complemento compor uma análise completa da articulação entre o Cálculo Diferencial e Integral *a* e *para* ensinar nessa referida instituição.

Conforme Valente (2016b), ao considerarmos a sistematização realizada pela ERHISE a respeito dos saberes, é possível trabalhar com a hipótese da existência de uma “matemática *a* ensinar”, neste caso, como sendo um saber advindo do campo matemático, ou seja, um conjunto de conteúdos que devem ser apropriados pelos personagens da história focalizada: professores, estudantes, diretores, autores, e os especialistas elevados à instância de *expertise*⁵⁰. É preciso lembrar que no momento considerado em nossa tese, estava quase tudo por ser feito em termos de constituição do campo disciplinar da matemática superior no Brasil e que, portanto, o epicentro da nossa análise ocorre nessa fase que podemos chamar de pré-germinação. Expressão essa que estamos propondo aqui para fazer referência às décadas que precederam a constituição do campo de atuação profissional dos primeiros matemáticos brasileiros.

No momento considerado, estava em fase inicial de disseminação mais ampla do Cálculo Diferencial e Integral, como disciplina necessária para formação de engenheiros, militares e preparando a fase embrionária de constituição da matemática como campo disciplinar autônomo e profissional, que se completaria somente no início do século XX. Em outros termos, era momento de formação dos primeiros professores

⁵⁰ Conforme Hofstetter e Valente (2017, p. 57) “[...] a noção de *expertise*: uma instância, em princípio reconhecida como legítima, atribuída a um ou a vários especialistas – supostamente distinguidos pelos seus conhecimentos, atitudes, experiências – a fim de examinar uma situação, de avaliar um fenômeno, de constatar fatos”.

de nível superior, que, posteriormente, iriam protagonizar os primeiros movimentos do campo acadêmico das matemáticas superiores no Brasil.

Por esses motivos, nos deparamos com a existência de um Cálculo Diferencial e Integral *para* ensinar assim como de um Cálculo Diferencial e Integral *a* ensinar. Diante disso, trata-se de focalizar saberes profissionais específicos, constitutivos do ofício de professor de matemática em nível superior. Na tentativa, de nos apropriarmos desses conceitos, com a intensão de historiar o ensino do Cálculo Diferencial e Integral no Brasil, no contexto da instauração da Escola Politécnica. Assim, consideramos dois conceitos apropriados ao estudo que propomos, uma vez que, nosso objetivo está diretamente ligado, tanto aos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, quanto, as ferramentas utilizadas pelo professor no processo de ensino da mesma.

Quanto aos procedimentos adotados neste capítulo recorreremos aos periódicos disponíveis na hemeroteca digital da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, fazendo consultas no período de 1860 a 1900, com a inserção dos seguintes descritores: Cálculo Diferencial (354 resultados), as quais foram observadas caso a caso, e analisadas as que estavam diretamente ligadas ao nosso problema de pesquisa. Essas análises serão apresentadas nas próximas linhas.

5.2 Disseminação dos Saberes Matemáticos

Para mostrar como estamos concebendo os aspectos específicos da sistematização dos saberes *a* ensinar e dos saberes *para* ensinar, no caso do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica, no contexto das quatro últimas décadas do século XIX, priorizamos neste capítulo a noção de disseminação dos saberes matemáticos. Entendemos que o surgimento e circulação de jornais, revistas dentre outros, com artigos sobre a matéria considerada, foi um divisor de águas da disseminação do conhecimento considerado, como evidencia o crescente aparecimento do termo Cálculo Diferencial e Integral nos periódicos consultados, como o leitor pode comprovar no apêndice A, passando de 18 ocorrência na década de 1860-1870, chegando a 163 na década de 1890-1899. Além disso, a sistematização envolve as duas grandes referências, uma delas no que diz respeito ao campo epistemológico disciplinar, ou seja, da produção acadêmica dos matemáticos que atuaram na longa história da objetivação dos saberes *a* ensinar e, por outro lado, envolve referências epistemológicas relativas aos saberes *para* ensinar, às produções culturais vivenciadas pelos professores

que têm a tarefa de exercer seu ofício, de organizar as atividades da maneira mais eficiente possível.

Em busca de fontes para compor os elementos fundamentais da nossa pesquisa, partimos das primeiras indicações das culturas e práticas escolares teorizadas por Chervel (1990), para esboçar a constituição de um campo historiográfico um pouco diferente da história da educação geral. Certamente há uma diferença entre saberes escolares e saberes disciplinares acadêmicos, essa referência acompanhará nosso trabalho, admitindo sua pertinência como fazem outros autores (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017). De forma que a parte conceitual que precede o início do estudo do Cálculo Diferencial e Integral está inserida no campo dos saberes escolares, indicando assim as raízes do referencial proposto por Chervel (1990). No entanto, nossa proposta consiste em acompanhar os primeiros movimentos de constituição de uma disciplina acadêmica, os saberes nela inseridos, para conduzir o seu ensino em nível superior.

De modo geral, além dos planos de estudo, programas de ensino, dos exercícios típicos e de outros elementos que subsidiavam as práticas do ensino da matemática, são necessários os livros textos, muitas vezes, de acesso quase exclusivo para o professor. Neste ponto, cabe observar que a inauguração da Escola Politécnica, em 1874, trouxe à tona a necessidade dos textos para o estudo da referida matéria. É nesse quadro cultural que, estamos buscando analisar a dinâmica existente no período, no que tange ao ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

Ao iniciar a busca dos traços históricos sobre o tema pesquisado identificamos em jornais, relatórios ministeriais, revistas militares, textos para o ensino e legislação oficial, algumas unidades, que despertaram nosso interesse diante da nossa questão central de pesquisa. Em outras palavras, é possível localizar em diversos tipos de texto, fora do meio acadêmico, a existência de um discurso que chegava até mesmo ao nível da exaltação da matéria considerada como expressão do que havia de mais moderno nas ciências, cujo domínio revelava inteligência do estudante que o possuía.

Mais precisamente, em 1873, quando o Imperador estava enfrentando os seus piores momentos na chamada Questão Religiosa, conflito de enfrentamento de membros próximos aos poderes da corte e a Igreja Católica, circulava no Rio de Janeiro o jornal “O Caixeiro”, anunciado como um jornal de caráter comercial, literário e noticioso.

Como era comum na época, o referido jornal publicou uma série de artigos do astrônomo francês Nicolas Camille Flammarion (1842-1925). Esse autor que não estava na lista dos mais brilhantes cientistas tinha seu mérito de grande vulgarizador das ciências e nessa vertente publicou obras de divulgação das “glórias das ciências” do final do século XIX.

Momento especial de florescimento de várias tecnologias, como os automóveis, motores elétricos, balões dirigíveis, avião, e, pouco depois, expansão do acesso à energia elétrica, cinema, rádio, entre várias outras invenções. O mundo capitalista estava em seus dias de glória e a ciência estavam sendo exaltada como se fosse a suprema criação dos céus. Fábricas começaram a ser abertas na Inglaterra e em diferentes cidades da Europa. Tiveram início as exposições universais, organizadas nos países mais desenvolvidos para mostrar ao mundo o que tinham de mais evolutivo em termos de produção.

Em 1870, foi fundado o Partido Republicano Brasileiro, que já se fazia presente em diversos movimentos históricos, como, a Inconfidência Mineira, a Conjuração Baiana, a Revolução Pernambucana dentre outras, de forma que antes de sua fundação já havia diversos movimentos, podemos citar como exemplo, no ano de 1860, políticos liberais, como Rangel Pestana⁵¹, provenientes da classe média, iniciarem escritas em jornais, expondo suas ideias, defendiam três pontos principais, não necessariamente nesta ordem e nem com pesos diferentes, são eles: a abolição da escravatura, a ampliação dos direitos de voto e o ensino público para todos os brasileiros. Tais reivindicações de alguma forma comoveram os cafeicultores do Oeste paulista, uma vez que, eles ansiavam por uma maior autonomia fiscal em relação ao poder central. Diante deste movimento, em dezembro de 1870, ao término da Guerra do Paraguai, foi então lançado no Rio de Janeiro o Manifesto Republicano, este documento foi impresso nas páginas de um jornal novo, cujo título era “A República”. Tal documento desencadeou a organização de clubes republicanos na capital da província de São Paulo e no interior cafeeiro, principalmente nos municípios de Sorocaba, Campinas, Jundiaí, Piracicaba e Itu. Em 1873, ocorreu em Itu, uma convenção em que se reuniram todos os clubes republicanos. Dentre as pessoas que participaram desta Convenção, estavam artistas,

⁵¹ **Francisco Rangel Pestana** (1839 - 1903) foi um jornalista, político e jurista brasileiro, formado pela Faculdade de Direito de São Paulo formou-se em 1863.

militares, cafeicultores e intelectuais, como Américo de Campos⁵², Rangel Pestana⁵³, Bernardino de Campos⁵⁴, Campos Sales⁵⁵ e Prudente de Moraes⁵⁶. Foi então a partir desse momento que o movimento republicano começou a ganhar forças, em que havia o apoio econômico dos cafeicultores e a ação de estudantes e professores da Faculdade de Direito de São Paulo.

Ao observar a história da educação matemática no Brasil neste período, temos no artigo de Pitombeira e Dassie (2012) uma classificação, do movimento educacional brasileiro. Conforme os autores, estaria na “Luta entre Sistematização e Fragmentação”, uma vez que, inicia em 1837 com a abertura do Colégio Pedro II, que certamente foi uma ação decisiva para a organização do ensino secundário no Brasil. Surgindo então a primeira instituição pública com a definição do currículo, concebido para ser referência para todos os demais colégios das províncias do Império. Esse período tem fim, de acordo com os autores citados acima, em 1889 com o início da República, iniciando então o que chamam de “Educação Matemática na Primeira República.”

A década na qual voltamos nossa atenção ficou também na história das culturas e disciplinas escolares como considera Chervel (1990), ao afirmar que ocorreu “uma verdadeira revolução” no campo da instrução escolar. Era necessário abrir muitas escolas elementares para ensinar o povo a ler, escrever e contar, pois teria início uma nova classe de trabalhadores urbanos, que deveriam saber a ler e escrever, o mínimo necessário para trabalhar e se tornarem em cidadãos para “participar” do novo mundo tecnológico.

⁵² **Américo Brasílio de Campos** (1838-1900) - Foi um advogado, jornalista, político e diplomata. Formado pela Faculdade de Direito de São Paulo em 1860. De 1865 a 1874 foi diretor e redator do Correio Paulistano. Fundou, em 1875, com Rangel Pestana, o jornal A Província de S. Paulo, que, com o advento da República, passou a chamar-se O Estado de S. Paulo.

⁵³ **Francisco Rangel Pestana** (1839 -1903) - Foi um jornalista, político e jurista brasileiro, formado pela Faculdade de Direito de São Paulo em 1863. Signatário do Manifesto Republicano (1870).

⁵⁴ **Bernardino José de Campos Júnior** (1841 -1915) - Foi um advogado e político brasileiro. Formado em Direito pela Faculdade de Direito de São Paulo, foi segundo (1892 - 1896) e sexto (1896 - 1904) presidente do governo do estado de São Paulo.

⁵⁵ **Manuel Ferraz de Campos Sales** (1841-1913) foi um advogado e político brasileiro, terceiro presidente do estado de São Paulo, de 1896 a 1897 e o quarto presidente da República, entre 1898 e 1902.

⁵⁶ **Prudente José de Moraes Barros** (1841 -1902) Foi um advogado, presidente do estado de São Paulo, senador, presidente da Assembleia Nacional Constituinte de 1891 e terceiro presidente do Brasil, tendo sido o primeiro civil a assumir o cargo e o primeiro presidente por eleição direta.

É nesse quadro que aparece o Cálculo Diferencial e Integral, nos artigos escritos por Camille Flammarion, sendo considerada como uma das mais modernas disciplinas científicas do novo tempo, cujo estudo era necessário para o progresso de todos os povos. Ao descrever as descobertas feitas pelo grande astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630), um protagonista-chave da ciência do século XVII, juntamente com o físico Isaac Newton, que posteriormente, compartilha com Leibniz a formalização do então chamado Cálculo Infinitesimal, como já explicitado neste trabalho. Historiadores modernos da matemática como Boyer (1974), Eves (2002), dentre outros, atribuem aos dois a autoria de forma independente com diferença de notação. Realizamos tais considerações não para enveredar pela história do Cálculo Diferencial como disciplina matemática de nível superior, cuja extensão consistiria em objeto de grande relevância, porém bem diferente da questão focalizada nesta tese que trata da sistematização do ensino da referida matéria, no contexto cultural da Escola Politécnica.

Frases atribuídas ao grande Kepler e inseridas no artigo de Camille Flammarion descrevem o suposto dia em que ele teria conhecido o Cálculo Diferencial e Integral? e composto com as leis da luz, da gravitação universal para alcançar suas grandes descobertas. Para finalizar, observamos que essa unidade que estamos chamando de discurso de exaltação ao cálculo, mesmo não estando diretamente ligada ao meio acadêmico da formação de engenheiros, expressa no plano social da época a importância atribuída ao estudo do Cálculo Diferencial Integral, que certamente entrou em sintonia com outras vozes, expressas por outras instituições⁵⁷. Nessa linha de raciocínio, nos próximos parágrafos descrevemos a análise das fontes acessadas, cujos resultados permitiram mostrar aspectos relativos às diferentes maneiras de sistematização do Cálculo Diferencial e Integral.

5.2.1 Disseminação pela Revista do Rio de Janeiro

Nesta parte da tese descrevemos elementos relativos a “disseminação” (BURKE, 2016) de saberes matemáticos por meio da Revista do Rio de Janeiro, um periódico científico publicado nos anos de 1876 e 1877, em particular o Cálculo Diferencial e Integral *a* Ensinar, e, ou, o Cálculo Diferencial e Integral *para* Ensinar, reforçando dizeres anteriores, que se trata de analisar ambos em conjunto e não tentar separá-los, uma vez que estamos entendendo, que um está diretamente ligado ao outro. Trata-se de

⁵⁷ O Caixeiro. Rio de Janeiro, Ano I, n. 4, 9 de novembro de 1873, p.3. Disponível na Hemeroteca Digital da Biblioteca Nacional.

um periódico que no primeiro ano de sua circulação, foram impressas quatro edições e no segundo ano, apenas duas, mantendo a periodicidade trimestral.

Iniciamos a análise desta fonte, observando que logo na edição de lançamento aparece uma frase destacada na primeira página, traduzindo a filosofia proposta pelos editores: “*Un champ nouveau ouvert a l'activité de tous les talents, au profit des lettres, des sciences, des arts, du commerce, de l'agriculture, et l'industrie*” [um novo campo se abre à atividade de todos os talentos, em benefício das letras, ciências, artes, comércio, agricultura e indústria], cuja autoria é atribuída ao Marechal de Bugeaud⁵⁸. Assim, como para o historiador cultural não há nenhum indício desprovido de sentido e significado, como teoriza Burke (2008), inicialmente, o leitor da revista se depara com uma proposta que convida a todos que possuem naquele momento conhecimento e talento a divulgarem seus trabalhos, e ali, estavam diante de um novo meio de fazê-lo desde que estivessem inseridos na “ordem de conhecimento” (BURKE, 2016, p. 54).

Observamos que se trata de uma publicação com colaboração de vários escritores, e tem como editor, nas quatro primeiras edições, o senhor Serafim José Alves e as duas últimas, o senhor Arthur Azevedo. Sua administração funcionava num prédio localizado na Praça Dom Pedro II, número 16, centro do Rio de Janeiro e sua impressão era realizada pela Imprensa Nacional, situada a rua Sete de Setembro número 172, na mesma cidade.

A primeira edição foi publicada no primeiro dia de janeiro de 1876 e continham 211 folhas, abordando temas organizados em nove classificações, a saber: Bibliografias, História Natural, Literaturas, Matemáticas, Física, Poesia, Romance, Ciências Ocultas e Variedades. Nas páginas de números 4 e 5, o editor explicita inicialmente a quem se dedica a obra. Em suas palavras: “A todos os espíritos esclarecidos. Aos que preferem uma exposição clara e concisa. Aos que por economia de dinheiro não podem ler muitos livros. Aos que vivem no interior e estão privados dos recursos literários da corte. Ao leitor inteligente” (ALVES, 1876, p. 4-5). O editor esclarece que a leitura é para todos, e vai além, enaltece o espírito daqueles que a leem, proporcionando uma sensação de que os leitores da obra passem a se encaixar no grupo dos intelectuais, ou seja, passem por uma espécie de aculturação afim de serem considerados homens de grande intelecto.

⁵⁸ **Thomas Robert Bugeaud** (1784 - 1849) foi um Marechal de França e Governador-Geral da Argélia.

Observamos que neste período, a revista era um instrumento para a instrução de uma determinada massa da população, conseqüentemente pode ser considerada como uma ferramenta a favor do progresso. Uma vez que, se tratava de um meio de disseminação de vários ramos de conhecimento. Estamos entendendo, como uma “disseminação por meio de objeto” (BURKE, 2016, p. 124) neste caso o “objeto” sendo a Revista do Rio de Janeiro, uma estratégia, de divulgar os conhecimentos matemáticos fora da “autoridade” (BURKE, 2016, p. 31) denomina Escola Politécnica, assim, a tática utilizada por esta instituição era a utilização de livros textos consagrados, como pode ser observado no capítulo seguinte deste trabalho.

Neste momento, cabe esclarecer que esse também era o papel dos jornais diários da época, difundir conhecimentos científicos. No entanto, nem todos os jornais que circulavam nas décadas em que estamos analisando, tinham espaços para estas temáticas, e os que disponibilizavam eram insuficientes para tantas escritas.

Diante do exposto, de acordo com Serafim José Alves (1876, p. 4) o objetivo da revista era “reunir em um volume artigos que mereçam ser estudados, e que cerrem os principais progresso das ciências”. Sua última edição, a de número 6, foi publicada em 1 de abril do mesmo ano. Desse modo, a seguir, passamos a analisar artigos publicados na *Revista do Rio de Janeiro*, que estejam relacionados ao problema histórico motivador desta tese.

Na primeira edição, publicado em 1º de janeiro de 1876, encontramos três artigos que consideramos de suma importância para nossa temática. O primeiro deles tem por título *Mathematica*, o segundo é intitulado de *Definição de Sciencia* e o terceiro *Divisão Fundamental do Cálculo das Funções Indirectas*. Para esta análise realizamos a junção entre os dois primeiros, uma vez que, ao final do primeiro observa-se a expressão “continua” o que nos leva a crer que o segundo é uma continuação do primeiro. Em seguida iniciamos a análise do terceiro artigo.

5.2.1.1 Na Falta de uma Grande Obra...

A publicação de textos matemáticos na imprensa periódica do Rio de Janeiro, para que fossem utilizados como referência nos estudos realizados na Escola Politécnica, nas últimas décadas do século XIX, revela ser um processo diferenciado em relação à adoção direta dos textos clássicos daquela época. Diante das dificuldades para importação ou reprodução gráfica dos textos técnicos e científicos, dos embates estabelecidos entre as ordens políticas, politécnicas, militares e científicas, estava em

curso um processo novo de disseminação do saber por meio de artigos publicados em jornais e revistas.

Os artigos *Mathematica* e *Definição de Scientia* foram unidos neste momento de análise pois trata-se de uma continuação expressa na autoria do mesmo, uma vez, que ao final do primeiro tem-se a expressão “continua”. Com estes dois artigos fica caracterizada uma forma de introdução com o propósito de orientar os demais escritos referentes à Ciência Matemática, ou seja, deixando claro qual o estilo de pensamento proposto pelo periódico, assim como a perspectiva que se tem a respeito dos possíveis leitores, ou seja, busca destacar as vozes dos textos, em particular a voz predominante, neste caso dos ensinamentos da Filosofia Positivista de Augusto Comte. Nas palavras do autor:

Com a leitura dos artigos que, a respeito da matemática, vamos publicar nesta Revista, muito aproveitarão aqueles que, iniciados nos estudos desta ciência, **não dispuserem de grande obra em que Augusto Comte**, cabal e brilhante, trata do assunto que, por meio de um pálido extrato, constituem o objeto do nosso trabalho (MATHEMATICA, 1876, p. 6, grifo nosso).

É notória, a busca em aculturar o leitor aos ensinamentos propostos por Comte, ou seja, em nosso entendimento essa tentativa se faz a partir da exaltação deste personagem e de seus escritos, fica evidente em diversas partes desta escrita, tal ação, como, por exemplo, trazemos dois trechos, o primeiro, está justamente nas três primeiras linhas em que visivelmente coloca Augusto Comte como personagem principal da escrita e a matemática sendo exaltada, observe “A ciência matemática, que na classificação de Augusto Comte ocupa o primeiro lugar, além de ser a mais antiga, é a mais perfeita de todas as ciências fundamentais” (*Ibidem*, p. 6). Comte considera ser a matemática a ciência principal.

Ainda em outro trecho temos: “Somente aos espíritos que, rebeldes aos grandiosos princípios proclamados pela Filosofia Positivista, persistem em não querer reconhecer em Augusto Comte o eminente reformador da ciência em questão, vem como de todas as ciências abstratas [...]” (*Ibidem*, p. 6), neste caso, notemos a tentativa de controle sobre a importância dos escritos deste idealizador da Escola Positivista. Nesta publicação, ainda se observa o quão enaltecido se faz do personagem Augusto Comte, pois, nota-se em um dos parágrafos deste artigo, uma homenagem ao ilustre Lagrange considerado o primeiro matemático a reconhecer a precariedade dos fundamentos de análise e ainda apontado, ao lado de Euler, como os maiores

matemáticos do século XVIII. E ainda, reconhece-se que foi este grande gênio que coordenou as diversas partes das ciências matemáticas. No entanto, finaliza-se este parágrafo com a seguinte afirmativa: “Convençamo-nos de que a definição da ciência em questão, as suas divisões fundamentais não foram estabelecidas com todo o rigor e perfeição necessários senão por Comte.” (*Ibidem*, p. 7), ou seja, na visão do autor tem-se que tal estruturação só foi realizada de forma perfeita a partir da Filosofia Positivista. Diante do exposto finaliza o artigo, afirmando que esta Filosofia no futuro terá aceitação universal. Dessa forma, busca despertar a atenção de toda população estudiosa a se deleitarem junto a esta ciência que constitui a base de operações de toda a educação científica verdadeiramente racional.

Na continuidade dos escritos, busca-se a definição da ciência. Para tal ação notemos uma determinada prática adotada pelo autor, em que busca a partir de outros trabalhos, impor os ensinamentos do idealizador da Filosofia Positivista. Inicia-se o texto, expondo que para se formar uma ideia global do objeto da matemática necessitamos conhecer o contexto geral, e para isso, se faz necessário entendermos sua definição. Observa-se uma certa crítica a definição aceita até aquele momento, uma definição própria da infância da matemática, e que pelo decorrer do desenvolvimento desta ciência não seria ela ideal, nas palavras do autor, a definição apresentada por Augusto Comte “é a única capaz de corresponder à importância, extensão e dificuldade da ciência matemática” (DEFINIÇÃO, 1876, p. 18).

Assim, a definição que ele chama de própria da infância da matemática e descrita da seguinte forma: “Define-se a matemática, dizendo que é a ciência das grandezas, ou, em termos mais positivos, a ciência que tem por fim a medida das grandezas”. (*Ibidem*, p. 18). Tendo como base a análise realizada neste artigo, observamos que a afirmação, no que diz respeito aos termos insignificante e incompleta supracitados, se dá por estar presente, nesta definição, a ideia de medir uma grandeza utilizando-se da comparação direta ou imediata da grandeza da mesma espécie, e ainda, de antemão conhecida que é tomada para servir de unidade. Em outras palavras, apresenta a matemática como tendo por objetivo a medida das grandezas o que conduz, ao ver de Comte, uma falsa ideia a respeito dessa ciência. Ainda utilizando como base esta definição, a mesma aparenta em lugar de caracterizar uma ciência, ser simplesmente uma ferramenta de comparação. Neste caso, se entendida dessa forma, a matemática não é apresentada com todo seu potencial de desencadear diversos trabalhos

racionais. Pelo contrário, aparenta trazer à tona uma série de processos mecânicos que consiste em observar as relações existentes entre as quantidades que se quer medir, e aquelas que são tomadas para servir como comparação.

Na tentativa de corrigir a definição anterior, que Comte acreditava ser imperfeita, uma vez que, apresentava como direto um objeto que, na maioria dos casos é indireto o autor escreve a seguinte definição: “Diremos, pois, que tem ela pôr fim a medida indireta das grandezas; isto é, nas especulações matemáticas tem-se sempre em vista determinar as grandezas umas por meio de outras, tendo em atenção as relações precisas que entre elas existem” (DEFINIÇÃO, 1876, p. 22).

Nota-se então que esta definição, na visão de Comte, distancia da matemática a ideia de ser ela uma mera ferramenta, pelo contrário, mostra sua potencialidade, uma vez que apresenta como formada por um imenso encadeamento de operações intelectuais cujo repertório cresce, não somente na razão da sequência de elementos intermediários, que cumprem e estabelecerem entre quantidades desconhecidas e aquelas que se pode medir diretamente. Além disso, se tem a razão do número de variáveis que se inserem nas questões propostas, e estas dependem necessariamente da natureza das relações a que os fenômenos considerados dão lugar entre todas as grandezas ali presentes. Em outras palavras, da definição precedente, é possível reconhecer o espírito matemático consistente que se pode considerar todas as quantidades que um determinado fenômeno pode apresentar, uma vez que se pode obter umas por meio das outras. Para finalizar esta parte enfatizando o quão forte é a exaltação da ciência matemática e a busca pelo controle por meio desta ciência trago o seguinte parágrafo:

Podemos, portanto, dizer que é somente pelo estudo da matemática, que se pode fazer uma ideia justa e profunda do que é uma ciência. Somente na matemática é que, perfeitamente se pode estudar o método geral que o espírito humano emprega sempre em todas as suas investigações científicas; pois em nenhuma outra ciência, as questões acham-se resolvidas de um modo tão completo, e as deduções tiradas com tanto rigor. É pela matemática que podemos fazer um juízo claro á respeito da energia da inteligência humana; é na ciência em questão que ela dá provas mais eloquentes da sua prodigiosa força; visto como, neste ramo de conhecimento humano as ideias estão revestidas do mais alto grau de abstração possível na ordem positiva. Eis a razão pela qual toda a educação que não começar pelo estudo da ciência matemática peca pela sua base (DEFINIÇÃO, 1876, p. 22).

Neste caso, tem-se o estudo da matemática como sendo um elemento preliminar indispensável à compreensão das demais ciências, ou seja, um conhecimento a partir do rigor que assim caracteriza as deduções matemáticas.

5.2.1.2 *Divisão Fundamental do Cálculo das Funções Indirectas*

Este tópico, trata do artigo cujo título é *Mathematica*, e o subtítulo é *Divisão Fundamental do Cálculo das Funções Indirectas*, o autor destina um total de três folhas afim de explanar a respeito da existência da referida divisão. Buscamos traçar nossa análise pautando diretamente em sua escrita como pode ser observado nas linhas a seguir:

Em vista das considerações feitas sobre análise transcendente, reconhece-se logo que ela se decompõe em dois cálculos inteiramente distintos, embora, por sua natureza, intimamente ligados: um, em que tem-se em vista achar as relações entre as grandezas que desempenham o papel de auxiliares, outro, e que se procura descobrir as equações entre as grandezas primitivas, servindo-se das formadas entre as grandezas auxiliares (DIVISÃO, 1886, p. 81).

Neste primeiro parágrafo, observa-se, que há uma preocupação em caracterizar as divisões do Cálculo Diferencial e Integral, o autor, lembra que mesmo havendo tal divisão em dois elementos distintos, de certa forma, sempre estarão relacionados entre si. Outro ponto, que merece destaque é o formalismo na escrita juntamente com a ausência de símbolos matemáticos. Assim, de um lado, se tem uma característica forte presente na cultura da matemática formal universitária que é justamente o formalismo, por outro lado, se tem a ausência de simbologias matemáticas.

Estes dois cálculos receberam dos géometras nomes diversos, segundo o seu modo de encarar a análise em questão. Assim Leibniz deu ao primeiro o nome de cálculo diferencial, e ao segundo o de cálculo integral, Newton chamou ao primeiro, cálculo das fluxões e ao segundo cálculo das fluentes, e Lagrange ao primeiro denominou cálculo das funções derivadas e ao segundo cálculo das funções primitivas (DIVISÃO, 1886, p. 81).

Fica evidente a consciência, por parte do autor, em situar o leitor no contexto histórico da constituição do Cálculo Diferencial e Integral, levando em consideração três renomados matemáticos, Leibniz, Newton e Lagrange. Observa-se que não se trata apenas informar que para cada um dos matemáticos supracitados havia simplesmente nomenclaturas distintas, mas, é de conhecimento na história da matemática a existência de certa polêmica envolvendo Leibniz e Newton, visto que, percorreram caminhos distintos na constituição de uma mesma teoria. O autor ainda observa: “Adotaremos, de preferência, as designações de Leibniz, não só por serem as mais vulgares, como também por se prestarem melhor a formação das expressões secundárias” (DIVISÃO, 1886, p. 81).

Neste ponto, há a justificativa da escolha a respeito de qual opção dentro da história da matemática que o autor utilizará. Neste caso, escolhe-se a ideia de Leibniz, talvez pelo fato de que Leibniz estivesse mais preocupado, do que Newton, com a simbologia. Trata-se de uma adequação notacional já previamente constituída. Essa afirmação pode ser compreendida pelo fato do primeiro, em 1686, em um artigo⁵⁹ já instituir notações, símbolos, fórmulas e regras, a saber: o uso de dx e dy para diferenciais de x e y ; a diferencial de uma constante é zero; a diferencial da soma é a soma das diferenciais representada como $d(u+v) = du + dv$; a representação de $udv + vdu$ como sendo a diferencial do produto $d(u.v)$; além de criar o símbolo \int .

O cálculo diferencial é evidentemente a base racional do cálculo integral, visto como não sabemos, e não podemos saber, integrar imediatamente senão as expressões diferenciais resultantes da diferenciação das 10 funções elementares que compõem o nosso quadro atual. A arte da Integração consiste em reduzir, tanto quanto possível, todos os mais casos a só dependerem, em última análise, deste pequeno número de integrações fundamentais.

Quando se considera o cálculo das funções indiretas em seu conjunto, não se percebe, à primeira vista, qual seja a utilidade que se possa tirar do emprego do cálculo diferencial sem o cálculo integral, que parece ser o único diretamente indispensável (DIVISÃO, 1886, p. 81).

Notemos que nesta parte de seu texto, o autor busca retomar a ideia inicial, que trata, justamente, da divisão do Cálculo Diferencial e Integral, mas, uma divisão em que ambas as partes, estão interligadas. Aqui em particular o Cálculo Integral a partir de 10 funções elementares resultantes do Cálculo Diferencial. Dessa forma, estamos diante de um fator presente na cultura da matemática formal superior, a utilização de expressões que deixam outros fatores implícitos, em outras, palavras, a ocorrência de expressões como, é fácil ver, é simples alcançar tal objetivo, ou simplesmente deixar implícito.

Com efeito, a eliminação das grandezas auxiliares sendo objeto definitivo e invariável da análise transcendente, é natural supor que o cálculo que ensina a deduzir das equações entre estas grandezas auxiliares, as equações que tem lugar entre as grandes mesas primitivas seja bastante para satisfazer as necessidades gerais dessa análise; pois, à primeira vista não se percebe qual a parte especial que a solução inversa possa ter (DIVISÃO, 1886, p. 81)

Mesmo retomando a ideia da existência da divisão do Cálculo Diferencial e Integral, reforçando que mesmo tendo a aparência, que o Cálculo Diferencial seria o suficiente para as necessidades de análise naquele momento, a outra parte, o Cálculo Integral, que justamente trata da solução inversa do Cálculo Diferencial naquele momento não se expressava a parte especial que ela tem, ou seja, se tinha a visão apenas como sendo uma o inverso da outra.

⁵⁹ De geometria recôndita et *analysisi indivisibilium atque infinitorum* (Leibniz, 1686, ver Leibniz 1995)

Procura-se geralmente explicar a influência direta e necessária do cálculo diferencial, chamando a atenção sobre o fato de destinar-se ele a formação das equações diferenciais das quais por meio do cálculo integral, se remonta as equações finitas mas uma tal explicação de modo nenhum pode ser aceita, pois, a formação daquelas equações não é, nem pode ser, objeto de cálculo algum, antes, pelo contrário, continue ela o verdadeiro ponto de partida de tudo e qualquer cálculo (DIVISÃO, 1886, p. 81-82).

Nota-se a presença de mais um elemento presente na cultura da matemática superior formal, que trata justamente de destacar os cuidados que se deve ter nas expressões, nesse caso, em particular, chama a atenção a respeito de caracterizar a formação das equações diferenciais como objeto do cálculo e não como ponto de partida. Nesse momento, recorreremos Boyer (1974) que atribui o conceito de função como tendo emergido no Século XVII, juntamente, com o desenvolvimento do Cálculo. Tem-se a inclusão da nomenclatura “função” a partir de 1673, pelo aparecimento na escrita de Leibniz ao descrever a declividade de uma curva em um ponto específico.

Se retrocedermos um pouco mais no tempo, mesmo não havendo reconhecimento do uso explícito de funções, tal conceito pode ser observado em trabalhos percursos de estudiosos medievais, como Nicole D’Oresmes⁶⁰. Retornando ao século XVII destaca-se que neste período, funções eram todas as expressões analíticas. Só então a partir do desenvolvimento rigoroso da Análise Matemática, em particular, a reformulação da Geometria em termos da análise e a invenção da Teoria dos conjuntos por Cantor⁶¹, que se chegou ao conceito moderno, que passa a tratar a função como sendo um mapeamento unívoco de um conjunto em outro.

Assim, na análise de Leibniz, o que facilita o estabelecimento das equações é o método infinitesimal e não o cálculo infinitesimal, o qual, apesar de ser um complemento indispensável, é, todavia, perfeitamente distinto deste método. Essa consideração dá, pois, uma ideia falsa do destino especial que caracteriza o cálculo diferencial no sistema geral da análise transcendente (DIVISÃO, 1886, p. 82).

Novamente, neste parágrafo se tem a preocupação em diferenciar elementos matemáticos, de um lado o Método Infinitesimal e do outro o Cálculo Diferencial. Para

⁶⁰ **Nicole d’Oresmes (1323-1382)** – foi um economista, filósofo, matemático, físico, astrônomo, biólogo, musicólogo, teólogo, tradutor para língua francesa, conselheiro do rei Carlos V de França, Bispo de Liseux e um dos principais fundadores e divulgadores das ciências modernas.

⁶¹ **Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845 - 1918)** - foi um matemático alemão nascido no Império Russo. Conhecido por ter elaborado a moderna teoria dos conjuntos, foi a partir desta teoria que chegou ao conceito de número transfinito, incluindo as classes numéricas dos cardinais e ordinais e estabelecendo a diferença entre estes dois conceitos.

melhor compreender essa diferença, é importante esclarecer o temo infinitesimal que compõe ambas as expressões. Para tal recorremos a Bell *apud* Carvalho; D'Ottaviano (2006, p. 13-43) que explica que no caso em que desprezarmos certas sutilezas que perpassam suas diferentes concepções, podemos considerar que os infinitésimos são “a menor parte na qual se poderia fracionar um *continuum* – como, por exemplo, uma linha reta”. Observando um pouco mais o significado desta palavra, Newton e Leibniz tinham concepções distintas a respeito da mesma. Os infinitésimos para Leibniz estavam fortemente associados à lógica e à metafísica, por outro lado, para Newton, apresentavam forte motivação em conexão com a física e os fenômenos naturais. Boyer (1974) e Lintz (1998) esclarecem que esta terminologia aparece, de forma mais explícita, a partir de trabalhos de Eudoxo e Archimedes, como já explicitado.

Neste momento, retomamos as expressões Método Infinitesimal e Cálculo Infinitesimal. Essa última foi desenvolvida a partir da Álgebra e da Geometria e está ligada ao estudo de taxas de variação de grandezas e a acumulação de quantidades. O Cálculo envolve a manipulação de quantidades muito pequenas. Observando, historicamente, o primeiro método de utilizá-lo era pelas infinitesimais, ou seja, números que são, de alguma forma, infinitamente pequenos. Como exemplo, tomando a reta numérica, isso seriam locais onde não é zero, mas possui uma distância próxima tanto quanto queira de zero, e quando ela tende a zero se torna infinitamente pequena. Nota-se que, nenhum número que seja diferente de zero pode ser considerado como um infinitesimal, uma vez que, sua distância de zero é positiva. Um outro exemplo seria, que a diferença entre a área de um círculo e a do polígono regular inscrito ou circunscrito, torna-se infinitamente pequena quando o número de lados cresce indefinidamente.

Se observarmos um pouco mais, notamos que os infinitesimais não satisfazem a propriedade Arquimediana, pois, qualquer múltiplo de um infinitesimal continua sendo um infinitesimal. Temos assim o método infinitesimal, de um lado, que é a manipulação de grandezas infinitamente pequenas, e o cálculo infinitesimal que se constitui de um conjunto de técnicas para manipular essas entidades. No século XIX os infinitesimais foram substituídos pelos limites. Observemos neste momento a escrita no artigo:

Também compreender de modo muito imperfeito a importância deste primeiro ramo do cálculo das funções indiretas, apresentá-lo como um simples trabalho preliminar tendo por objeto geral essencial preparar as bases indispensáveis ao cálculo integral.

Vamos mostrar quem toda e qualquer aplicação da análise transcendente o cálculo diferencial tem sempre uma primeira parte direta e imprescindível.

Quando se quer formar as equações diferenciais de um fenômeno qualquer é raro limitar-se a introduzir apenas as diferenciais das grandezas cujas relações se procura; pois uma tal condição importaria a diminuição inútil dos recursos que a análise transcendente oferece para a representação das leis Matemáticas dos fenômenos.

Na maioria dos casos, para tornar possível o estabelecimento dessas equações, lança-se mão também de diferenciais de outras grandezas cuja relação é conhecida. E assim, no problema geral das retificações das curvas, a equação diferencial $ds^2 = dy^2 + dx^2$ ou $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ não é somente estabelecida entre as função procurada s e a variável independente x a que se quer referi-la, mas introduziu-se ao mesmo tempo, como intermediárias indispensáveis, as diferenciais de uma ou duas outras funções y e z que fazem parte dos dados do problema, visto ter sido impossível formar imediatamente a equação entre ds e dx . O mesmo acontece com a maior parte das equações.

Ora, em tais casos é evidente que a equação diferencial não se acha em condições de ser integrada imediatamente. Cumprir, antes de tudo, que as diferenciais das funções empregadas como intermediárias sejam inteiramente eliminadas, a fim de que as equações só contenham as diferenciais das funções procuradas e as variáveis realmente independentes; feito isto, a questão está apenas dependendo do cálculo integral.

Esta eliminação preparatória de certas diferenciais, a fim de reduzir os infinitesimais ao menor número possível é inteiramente do domínio do cálculo diferencial, visto como deve ser feita, determinando, por meio das equações entre as funções, supostas conhecidas, tomadas para intermediárias, as relações das suas diferenciais: O que é uma simples questão de diferenciação (DIVISÃO, 1886, p. 82).

Observa-se que no parágrafo anterior, se tem o aparecimento de dois fatores que estão inseridos na cultura da matemática formal superior, a saber, a utilização do simbolismo matemático, também a utilização de exemplos, aqui em particular temos duas equações diferenciais, a primeira que está à procura de uma função s com variável independente x e ainda, ao mesmo tempo, as diferenciais de outra função, no primeiro caso a função y e no segundo caso a função y e z . Após a apresentação do enunciado do exemplo, tem-se a explicação, visando esclarecer que nem sempre a equação está pronta para ser integrada, ou seja, necessita de algumas operações afim de deixá-la pronta para integrar, esta preparação na sua grande maioria é oriunda do cálculo diferencial.

Assim, no exemplo considerado, será preciso calcular primeiramente dy ou dz , diferenciando a equação ou equações de cada curva proposta, e substituí-los depois na forma diferencial geral, que não conterà mais sinal ds e dx . Uma vez chegada a este ponto a eliminação dos infinitesimais subsistentes só poderá ser realizada pelo cálculo integral (DIVISÃO, 1886, p. 82).

Nota-se, outra característica presente na matemática formal universitária, que é a utilização de exemplos, neste caso, ele é empregado justamente para explicitar o processo de desenvolvimento na resolução de um problema que envolve a temática estudada.

Diremos, pois, que o efeito geral do cálculo diferencial na solução completa das equações que exigem o emprego da análise transcendente, é preparar, tanto quanto possível, a eliminação das infinitesimais; Isto é, reduzir, em cada caso, as equações diferenciais primitivas a não conterem mais do que as diferenciais das variáveis realmente independentes e as disfunções procuradas, fazendo desaparecer, pela diferenciação, as diferenciais de todas as outras funções conhecidas que foram tomadas como intermediárias, por ocasião da formação das equações diferenciais do problema.

Questões a em que as grandezas procuradas entram diretamente e não por meio de suas diferenciais nas equações indiretas primitivas que só contém então as diferenciais das diversas funções conhecidas vírgulas empregadas como intermediárias.

Em tais casos, os mais favoráveis que se podem apresentar, o cálculo diferencial é mais que suficiente para a eliminação completa dos infinitesimais, pois a questão não pode dar lugar a interpretação alguma. E o que acontece, por exemplo, no problema das tangentes, em geometria; no das velocidades, em mecânica, etc.

Finalmente a também questões cujas equações diferenciais imediatamente a integração, visto como não contém, desde a sua formação, senão as infinitesimais relativas às funções procuradas ou as suas variáveis realmente independente, sem que se tenha tido necessidade de introduzir diferencialmente outras funções como intermediárias; Em tais casos, tem-se efetivamente empregado essas últimas funções, como por hipótese, elas entram diretamente e não por suas diferenciais, análise ordinária é bastante para eliminar e reduzir a questão e só depender do Cálculo Integral. Portanto, o Cálculo Diferencial não terá então parte alguma especial na solução completa do problema, que será inteiramente do domínio do cálculo integral.

A questão Geral das quadraturas oferece um exemplo importante do caso que consideramos, pois a equação diferencial sendo então $dA = y dx$, tornar-se-á mente própria a integração desde que se tiver eliminado, pela equação da curva proposta, a função intermediária e y , que não entra diferencialmente monto o mesmo se dá com o problema das curvaturas e outros pontos (DIVISÃO, 1886, p. 82).

Observa-se que o autor, procura explicitar o alcance em que se pode aplicar o Cálculo Diferencial, exemplificando que nos problemas das tangentes, em geometria, no das velocidades, em mecânica, se pode utilizar o cálculo diferencial eliminando completamente os infinitesimais, no entanto, há casos que o cálculo diferencial não terá parte alguma dependendo apenas do cálculo integral. Segue-se então a utilização de um exemplo em detalhes e em seguida deixa a cargo do leitor um outro problema. Nota-se nestes parágrafos supracitados, elementos que já caracterizamos como pertencentes a cultura da matemática formal superior, a saber, a utilização de exemplos e também o fato de deixar implícito resoluções para que o leitor chegue à conclusão. Aqui em particular, temos como exemplos, a utilização do cálculo diferencial nos problemas de tangentes e de velocidade, no entanto, deixa implícito ao leitor tal aplicação, para utilização do cálculo integral o exemplo da equação da quadratura que é desenvolvida, e o exemplo das cubaturas que deixa a cargo do leitor.

Das considerações precedentes resulta que são três as classes de questões matemáticas que exigem o emprego da análise transcendente. A primeira classe compreende os problemas suscetíveis de serem inteiramente resolvidos

só com auxílio do cálculo diferencial, sem necessidade alguma do cálculo integral; a segunda compreende aqueles que são inteiramente do domínio do cálculo integral, sem que o cálculo diferencial tenha parte alguma na sua solução; a terceira, que é a mais extensa e a que constitui o caso normal, compreende os problemas em cuja solução completa os dois cálculos têm uma parte distinta e indispensável, preparando o cálculo diferencial as equações diferenciais primitivas para aplicação do cálculo integral. Tais são as relações gerais destes dois cálculos a respeito dos quais como muito bem Comte se forma ideias pouco precisas (DIVISÃO, 1886, p. 83).

Nota-se que esses últimos parágrafos, foram utilizados como uma espécie de conclusão e resumo ao mesmo tempo, em que explicita como sendo três classes de questões matemáticas que exigem o emprego da análise transcendente. A saber, temos os problemas que podem ser resolvidos somente com a utilização do Cálculo Diferencial. A segunda, os problemas que podem ser resolvidos somente utilizando o Cálculo Integral. E a terceira os problemas que utilizam simultaneamente na sua resolução tanto o Cálculo Diferencial quanto o Cálculo Integral. E para finalizar chama a atenção as relações entre os dois cálculos supracitados e para tal cita Comte.

Para finalizar essa parte dedicada a análise de artigo publicado na Revista do Rio de Janeiro, registramos que no mesmo período localizamos outros artigos, com os seguintes títulos: Cálculo, Divisão Fundamental do Cálculo das Funções, Histórico do Cálculo das Funções Indiretas – Concepções de Leibniz e de Lagrange, Cálculo das Funções indiretas – Apreciação Comparativa das Três Grandes Concepções Fundamentais, Composição do Cálculo Diferencial, Cálculo das Variações e Cálculo das Diferenças Finitas. Cabe ressaltar aqui, que nossa escolha para análise de deu a partir da aproximação dos textos ao objetivo desta pesquisa. Enfatizo que o leitor pode ter acesso a esses textos pelos *links* que se encontram no Apêndice B.

5.2.2 Disseminação pelo periódico A Idéia Jornal de Sciencias e Letras

Na busca por indícios relacionados ao problema histórico anunciado no segundo capítulo, observamos que, em 1874, a imprensa do Rio de Janeiro anunciou que estava sendo comercializada uma obra intitulada “Apontamentos de Cálculo Diferencial e Integral” de autoria do estudante Albino Pinto Carvalho, matriculado na Escola Politécnica. Essa publicação era também chamada de “caderneta”. Conforme o anúncio, uma delas já havia sido impressa e estava à disposição dos interessados e, dentro de poucos dias, deveria ser impressa outra. O autor tinha a intenção de familiarizar o leitor das bases necessárias ao estudo do que chamou de “essencialmente prático da análise das regras mais gerais do Cálculo Diferencial e Integral”, neste caso, podemos indicar sinais de um modo de conceber os saberes a ensinar esta disciplina, pois em termos da

referência disciplinar há simplesmente o saber objetivado, denominado Cálculo Diferencial e Integral, entendemos, que esse aspecto possa ser assim analisado com base nos conceitos tratados por Hofstetter e Valente (2017).

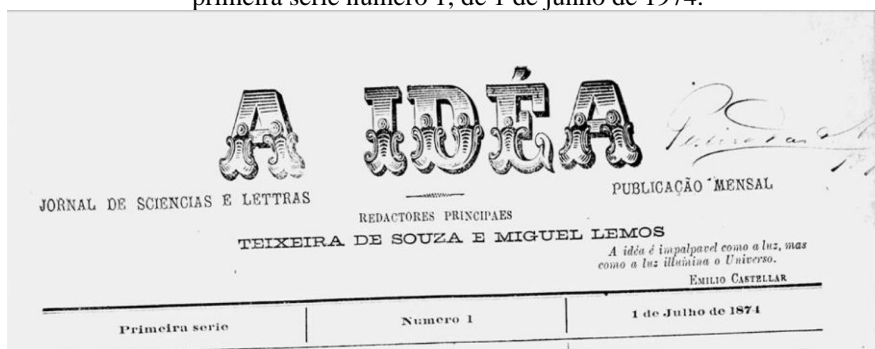
Figura 08 – Revista *A Idéa Jornal de Sciencias e Lettras*, número 1, de 1 de julho de 1874

Outra publicação academica de valor é a intitulada *A pontamentos de calculo differencial e integral* pelo Sr. Albino Pinto de Carvalho, alumno da actual Escola Polytechnica. Na caderneta já impressa e na que em breve sahirá à luz procura o auctor familiarisar, sob ponto de vista essencialmente pratico, os que se dedicam ao estudo da Analyse com as regras mais geraes e principaes que lhe formam a base.

Fonte: Hemeroteca Digital Da Biblioteca Nacional. Destaque nosso.

Outras unidades que localizamos no que diz respeito aos textos indicados para o estudo do Cálculo Diferencial e Integral, no contexto de criação da Escola Politécnica, estão publicadas no jornal acima mencionado. Cumpre observar que no mesmo ano de instauração da Escola Politécnica, foi lançada “A Idéa Jornal de Sciencias e Lettras”, cujo primeiro número circulou no dia 1 de julho de 1874.

Figura 09 - Capa da primeira edição da revista – Revista *A Idéa Jornal de Sciencias e Lettras*, primeira série número 1, de 1 de junho de 1974.



Fonte: Hemeroteca Digital Da Biblioteca Nacional

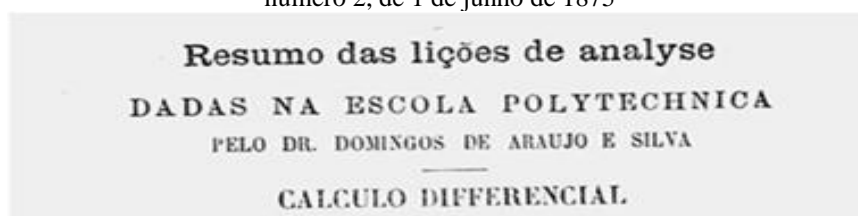
Em busca realizada em novembro de 2018, na Hemeroteca Digital, localizamos 11 números desse jornal de circulação mensal. Nessa coleção tem-se um conjunto de publicações com o título “Resumo das lições de análise dadas na Escola Politécnica pelo Dr. Domingos de Araújo e Silva”. Observando que no ano de 1878, havia a turma de engenheiros geógrafos cujo lente era o Dr. Domingos de Araújo e Silva, que fazia trabalhos práticos na região de Petrópolis. No ano de 1879, o referido professor da Escola Politécnica recebeu o título de conselho (ou conselheiro). No ano seguinte, o professor Domingos foi nomeado para compor a “comissão promotora dos estudos da

passagem do planeta Vênus, previsto para o dia 6 de dezembro de 1882. Evento científico aguardado com grande ansiedade pela população e pelos membros da comissão da qual faziam parte: o referido professor, Antônio de Paula Freitas, Luiz Raphael Vieira Souto, Antiocho dos Santos Faure, André Gustavo Paulo de Frontin, José Agostinho dos Reis, Adolpho Pereira Pinheiro, Joaquim Galdino Pimentel, entre outros.

5.2.2.1 *As lições de Análise estavam divididas em duas partes*

As lições de análise estavam divididas em duas partes, a primeira dedicada ao estudo do Cálculo Diferencial e a segunda ao Cálculo Integral.

Figura 10 - Capa da lição – Revista *A Idéa Jornal de Sciencias e Letras*, segunda série número 2, de 1 de junho de 1875



Fonte: Hemeroteca Digital Da Biblioteca Nacional

Observamos de início a característica principal anunciada pela mesma em sua primeira expressão, “Resumo das lições de *analyse* dadas na Escola *Polytechnica*”. Em outras palavras, trata-se de uma publicação que busca propiciar ao seu leitor uma “exposição sintetizada” de algumas lições de Cálculo Diferencial, escrita pelo Dr. Domingos de Araújo e Silva. Notoriamente o título é Cálculo Diferencial e é composto neste exemplar por uma página e meia. Pode-se observar que Domingos, subdivide sua explanação em tópicos que busca destacar as noções preliminares das funções em geral.

No item inicial, nota-se, o que aqui estamos chamando de sistematização do conceito, uma vez que, já na primeira linha do primeiro parágrafo, assim como na primeira linha do segundo, busca-se definir o que se compreende do termo análise algébrica, no primeiro parágrafo, e análise diferencial e integral no segundo. Nas palavras do autor, tem-se análise algébrica aquela que “estabelece relações, expressas por equações, entre quantidades conhecidas e as incógnitas” (SILVA, 1875a, p. 125), além disso, seu objeto principal é determinar os valores das incógnitas que satisfaçam as equações relativas à questão que se tem em vista a resolver.

No segundo parágrafo, ao definir análise diferencial e integral o autor chama a atenção para extensão por ele proferida ao enfatizar que suas observações não valem

somente para a expressão “Cálculo Diferencial e Integral”, mas, também a toda matemática que delas depende, ou seja, aquelas que consideram relações entre as quantidades em que o valor é determinado, e as equações são capazes a tomarem muitos valores diferentes, isto é, entre as quantidades constantes e as quantidades variáveis.

Ao observarmos o parágrafo seguinte, que finaliza esta primeira parte, busca-se, o que aqui estamos entendendo como sendo, talvez, uma forma de mostrar ao leitor uma visão inicial da problemática a qual pode-se deparar o estudante, em outras palavras, trata-se de uma observação inicial do problema e que se pode inferir o possível caminho ao qual irá se enveredar, nas palavras do autor tem-se que:

As relações estabelecidas entre as quantidades constantes e as variáveis são sempre expressas ou reputadas expressas por equações; acontecendo, porém, sempre ser o número de equações menor do que o das variáveis, segue-se que estas poderão tomar uma infinidade de valores diferente, sujeitos unicamente a satisfazerem as equações achadas para a questão (SILVA, 1875a, p. 125).

Nota-se, ao observar o problema proposto, que se o número de equações é menor do que o número de variáveis, neste caso, em sua resolução tem-se uma infinidade de valores que satisfazem o questionamento. Já no segundo tópico do resumo, há uma explanação com foco a institucionalizar, naquele momento, a definição de variáveis dependentes ou funções das variáveis dependentes e variáveis independentes. Para tal o autor usa uma relação a partir do número de equações e o número de variáveis. No parágrafo seguinte observa-se a expressão “para melhor compreensão [...]” (SILVA, 1875a, p. 125), e nesse caso tem-se um primeiro exemplo, que traz a relação entre duas variáveis, sendo elas x e y ligadas por uma única equação. Nas palavras do autor “cada valor arbitrário atribuído a uma das variáveis, ao x , por exemplo, dará um valor determinado para a outra variável y ” (SILVA, 1875a, p. 125). Portanto, destacam-se dois elementos que há muito estão presentes na cultura do estudo formal da matemática universitária: definição e exemplo.

No parágrafo seguinte o autor busca explicar a ideia de seu exemplo para um número maior de variáveis, assim como um número maior de equações, neste caso se limita a três variáveis: x , y e z , no primeiro caso ligados somente por uma equação, em seguida ligados por duas equações. Tal exemplificação ainda se encontra no sentido de diferenciar e definir a caracterização de variável dependente e variável independente.

No parágrafo subsequente, que culmina no fechamento deste segundo tópico, o autor traz, outro elemento presente no estudo formal da matemática, que se trata em

transitar entre diferentes campos desta ciência utilizando a mesma temática. Uma outra característica desta cultura, a exemplificação a nível algébrico. Neste caso o autor recorre novamente aos exemplos para definir tanto variáveis dependentes quanto independentes. Domingos o faz da seguinte forma: “Com efeito, um setor circular havendo três quantidades, raio, circunferência e área, se uma delas tomar valores arbitrários, as outras tomarão valores determinados, passando a ser, portanto, função da primeira, que será a variável independente” (SILVA, 1875a, p. 125).

Não satisfeito em utilizar somente um exemplo geométrico contendo apenas três variáveis, estende seu raciocínio ao cone que irá proporcionar quatro quantidades a considerar: o raio da base, a altura, a superfície e o volume, e assim explana que se a duas delas atribuir valores arbitrários, segue-se então que as outras duas tomarão valores correspondentes determinados, assim sendo, passam a ser funções das primeiras, que serão justamente as variáveis independentes. Ressaltamos neste ponto que o autor busca fazer o que hoje estamos chamando de articulação entre as áreas da matemática, neste exemplo podemos observar que mesmo não havendo essa nomenclatura no período de publicação deste resumo analisado, Domingos demonstrava uma certa preocupação em passear nos campos das matemáticas para exemplificar suas ideias. Neste caso particular observamos sua ação no campo da Geometria Espacial e em Álgebra.

No terceiro tópico do resumo, o autor mantém a estratégia, que está diretamente ligada ao que já explicitamos anteriormente como cultura do estudo formal da matemática universitária que se configura da seguinte forma: tem-se uma definição e em seguida se expõe um ou mais exemplos. Nesse caso particular, temos a definição de função algébrica e transcendentess seguidas de exemplos de cada tipo de funções. A saber, o autor define função algébrica da seguinte forma: “A função é algébrica quando a equação que a liga às variáveis independentes se pode formar, executando sobre as variáveis as seguintes operações: a adição e a subtração; a multiplicação e a divisão; a elevação à potências inteiras e as extrações de raízes de índices inteiros” (SILVA, 1875a, p. 125). E utiliza como exemplos as seguintes funções:

$$y = x - \sqrt{x^2 - a^2}, \quad y = x^3 - 3ax^2 \quad e \quad y = \frac{x^2}{a}$$

Notoriamente observa-se que ele utiliza um conjunto de exemplos que suprem todos os elementos de sua definição de função algébrica, no primeiro caso tem o fator da subtração assim como as potências inteiras além da raiz de índice inteiro, já no

segundo exemplo tem-se a subtração, as potências de índice inteiro e também a multiplicação. Para finalizar tem-se o terceiro e último exemplo, referente as funções algébricas e a divisão. Segue-se então a definição de função transcendente como sendo todos os demais casos. Para exemplificar utiliza novamente três exemplos:

$$y = a^x, \quad y = \log x \quad \text{e} \quad y = \text{tang } x.$$

Nos dois parágrafos seguintes o autor define funções explícitas e implícitas, seguidas de exemplos e das classificações das funções algébricas como sendo do tipo racionais ou irracionais, destacando outro elemento presente na apresentação formal da matemática superior que são as classificações. Para finalizar este terceiro tópico tem-se definições de funções algébricas racionais e irracionais, por conseguinte quando as funções racionais são do tipo fracionárias ou inteiras. E no último parágrafo chama a atenção do leitor para o cuidado que se deve ter com as variáveis.

Dando continuidade ao resumo, tem-se a quarta parte que trata exclusivamente do formalismo das representações, outro ponto fortemente presente na cultura formal da matemática superior iniciando com a seguinte expressão: “As quantidades variáveis são ordinariamente representadas pelas últimas letras do alfabeto, x , y , z , ...” (SILVA, 1875a, p. 126). Em seguida, como representar as constantes assim como expressar quando se quer representar, de maneira geral, que uma variável é função de uma ou outras variáveis.

Para finalizar esta primeira lição, Domingos utiliza na quinta parte dois parágrafos, ambos relacionando a noção de função articuladas ao campo da geometria, novamente chama-nos a atenção ao fato dele estar preocupado em realizar esta transição conceitual em campos distintos da matemática, no primeiro momento no campo da Álgebra e no segundo, Geométrico. E por fim, alerta o leitor para que a representação geométrica das funções pode ser realizada com funções de uma ou duas variáveis independentes, já nos casos acima dessa quantidade não são suscetíveis de representações geométricas. Ou seja, destaca a limitação existente na representação de funções no campo da geometria. Assim finaliza este primeiro resumo publicado em 1º de julho de 1875.

Identificamos a continuação do resumo das lições de análise dadas na Politécnica na 3ª edição, que foi publicada no mês subsequente do mesmo ano. O segundo resumo, também escrito por Domingos ocupa uma página e meia e está

subdividida numericamente em três partes, a saber, itens 6, 7 e 8, neste caso dando continuidade ao resumo da edição anterior. Observa-se que além dessa divisão numérica tem-se um outro tipo de divisão que são os tópicos, aqui em particular três: Limites; dos infinitamente pequenos e dois infinitamente grandes; e das diversas ordens. Este resumo, escrito por Domingos, trata exclusivamente da temática de Limites. De início o autor busca de forma comparativa expressar a noção de Limites a partir de exemplos ligados a geometria plana e também a trigonometria, isso pode ser observado na seguinte expressão do autor: “[...] sabe-se pela geometria que a superfície e um círculo é o limite para que tende a superfície de um polígono regular inscrito ou circunscrito quando o número de lados do polígono cresce indefinidamente” (SILVA, 1875b, p. 45). Com relação a trigonometria se tem a menção de que as relações tanto de $\frac{\text{sen}x}{x}$ quanto $\frac{\text{tang}x}{x}$ tem para o limite a unidade nos casos em que o arco x decresce indefinidamente.

Em seguida, o autor faz alusão à amplitude desse princípio, dizendo que o mesmo é muito utilizado em todas as partes da matemática, só então define limites e de imediato faz uma aplicação do conceito, exemplificado sua utilização para provar que a área de um círculo é igual ao produto da circunferência pela metade do raio. Novamente estamos diante de um elemento muito presente na cultura formal da matemática superior chamado de prova ou demonstração. Segue a prova:

Figura 11 - Prova que a área do círculo é igual ao produto da circunferência pela metade do raio – Revista *A Idéia Jornal de Ciências e Letras*, segunda série número 2, de 1 de junho de 1975.

Esta proposição é evidente; todavia para melhor compreensão faremos della uma applicação. Supponhamos que se trata de provar que a área de um círculo é igual ao producto da circunferencia pela metade do raio; se representarmos por a a área, p o perimetro e r o apothema do polygono regular inscripto no círculo considerado, teremos

$$a = p \times \frac{1}{2} r;$$

ora, como as quantidades a e $p \times \frac{1}{2} r$ variam com o numero de lados, ficando, porém, constantemente iguaes entre si, seus limites serão também iguaes; se, portanto, designarmos por A , C e R os limites respectivos de a , p e r , acharemos

$$A = C \times \frac{1}{2} R$$

como queriamos demonstrar, pois A , limite de a , é a área do círculo, C , limite de p , é a circunferencia e R , limite de r , é o raio.

Fonte: Hemeroteca Digital Da Biblioteca Nacional

Após provar uma aplicação do conceito de Limites, tem-se o subtítulo “Dos infinitamente pequenos e dos infinitamente grandes” para discutir essa terminologia é utilizado pelo autor como sendo uma maneira de exemplificar, inicialmente no campo da geometria e posteriormente no campo da álgebra. Nota-se a preocupação de Domingos em transitar em diferentes campos da matemática. Ao discutir os infinitamente pequenos é utilizado por ele a seguinte situação: “a diferença entre a área de um círculo e a do polígono regular inscrito ou circunscrito, torna-se infinitamente pequena quando o número de lados cresce indefinidamente” (SILVA, 1875b, p. 46). Em seguida encontra-se a fração $\frac{x}{x^3+2x^2-3x+7}$. Neste caso particular é enfatizado que no caso de x assumir valores cada vez maiores a fração torna-se infinitamente pequena.

No que se refere ao conceito de infinitamente pequeno para exemplificar é utilizado a função $y = \frac{m^2}{x-m}$, que ele informa que essa função torna-se infinita quando x se aproxima de m . Nesse ponto destacamos a presença de mais um elemento que está fortemente inserido na cultura do estudo formal da matemática universitária que é a utilização de símbolos. Aqui em particular é enunciado dois símbolos para expressar a ideia de infinito ou infinitamente grande, são eles ∞ e $\frac{m}{0}$. Não podemos deixar de observar, nesses dois símbolos que um deles é utilizado atualmente, ∞ , enquanto $\frac{m}{0}$ não se utiliza, prevalecendo assim a utilização simbólica expressa inicialmente pelo inglês John Wallis (1616–1703) que teve sua importante contribuição a partir da publicação da *Arithmetica infinitorum*, que foi uma obra imprescindível para o desenvolvimento do Cálculo, e também a *Algebra: history and practice* sendo o primeiro livro a apresentar raízes complexas de equações em gráficos..

No parágrafo seguinte do resumo tem-se a indicação que os infinitamente grandes podem ser tanto positivo, quanto negativos e, para isso, se retoma o exemplo, $y = \frac{m^2}{x-m}$, anterior para mostrar que a afirmação está correta, uma vez que se tomarmos x pouco diferente de m e maiores que m os valores de y são positivos, por outro lado se pegarmos x um pouco diferente de m e menores que m os valores de y serão negativos. Assim, se seguirmos essa ideia, quando x se aproxima de m , no primeiro caso, teríamos y infinitamente grande positivo, e no segundo caso um infinitamente grande negativo.

Para finalizar essa sétima parte, o autor busca explicar a finalidade a qual se tem a expressão infinitamente pequeno e infinitamente grande, dizendo que esta expressão é

justamente utilizada para a abreviação de linguagem, pois se tivermos como intensão dizer “*tang x* tende para zero e *cot x* cresce além de todo o limite quando *x* tende para zero” (SILVA, 1875b, p. 46), podemos abreviar dizendo “*x* sendo infinitamente pequeno *tang x* é um infinitamente pequeno e *cot x* um infinitamente grande” (SILVA, 1875b, p. 46), observamos aqui um outro traço presente na cultura do estudo formal da matemática universitária que é justamente a utilização de expressões abreviadas.

O sub tópico seguinte é intitulado pelo autor como “Diversas Ordens de Infinitamente Pequenos”. Inicia-se indagando a respeito do sub tópico anterior que trabalha justamente com a ideia dos infinitamente pequenos serem números ou grandezas variáveis que diminuem tanto quanto se queira de um limite nulo, no entanto, sem nunca o atingir, desse modo tem-se que os infinitamente pequenos são quantidades variáveis. Assim sendo, pode-se aplicar a eles os elementos teóricos referentes as variáveis em geral.

Diante da afirmação supracitada, o autor esclarece que considera simultaneamente muitos infinitamente pequenos para que possa entrar em uma indagação analítica, tem se a necessidade de escolher um deles arbitrariamente para que seja denominado como o infinitamente pequeno principal, dessa forma a partir dele se comparam todos os outros infinitamente pequenos. Essa comparação é feita da seguinte forma:

Figura 12- Das diversas ordens dos infinitamente pequenos - Revista A Idéa Sciencias e Letras, segunda série número 2, de 1 de junho de 1975

DAS DIVERSAS ORDENS DE INFINITAMENTE PEQUENOS

8. Como acabámos de dizer (7) um infinitamente pequeno sendo um numero ou uma grandeza variavel que diminue indefinidamente, e se aproxima tanto quanto se queira de um limite nullo sem nunca attingil-o, segue-se que os infinitamente pequenos são quantidades essencialmente variaveis, podendo se applicar a elles o que dissemos a respeito das variaveis em geral. Estudaremos nesta parte unicamente o caso em que os infinitamente pequenos dependem de um dentre elles, caso este a que se reduzem todos os outros.

Quando se consideram simultaneamente muitos infinitamente pequenos que entram em uma indagação analytica, escolhe-se arbitrariamente um d'entre elles que toma a designação de *infinitamente pequeno principal*, e com elle se comparam todos os outros infinitamente pequenos, como vamos ver.

Sejam a o infinitamente pequeno escolhido para principal e B um outro infinitamente pequeno: pela natureza destas grandezas sabemos que $\lim. \alpha = 0$ e $\lim. B = 0$. Consideremos agora a relação $\frac{B}{\alpha}$, e supponhamos que para um limite l diferente de zero, de sorte que se tenha, representando por ε um infinitamente pequeno

$$\frac{B}{\alpha} = l + \varepsilon$$

para a expressão geral dos infinitamente pequenos de primeira ordem.

Se a relação $\frac{B}{\alpha}$ fôr um infinitamente pequeno de primeira ordem, diremos que B é um *infinitamente pequeno de segunda ordem*; neste caso teremos, como acima, designando sempre por l uma quantidade finita e determinada diferente a zero e por ε um infinitamente pequeno,

$$\frac{B}{\alpha} = l + \varepsilon$$

que nos mostra que se chama um *infinitamente pequeno de segunda ordem* todo o infinitamente pequeno, cuja relação para o quadrado do infinitamente pequeno principal tende para um limite finito e determinado diferente de zero.

A ultima equação dá

$$B = \alpha^2(l + \varepsilon)$$

se diz neste caso que B é um *infinitamente pequeno de primeira ordem*. Portanto chama-se infinitamente pequeno de primeira ordem a todo o infinitamente pequeno, cuja relação para o infinitamente pequeno principal tende para um limite finito e determinado diferente de zero quando ambos se approximam indefinidamente de zero.

A equação precedente dá

$$B = \alpha (l + \varepsilon)$$

para a expressão geral dos influitamente pequenos de segunda ordem.

Em geral diremos que B é um infinitamente pequeno da ordem n , se a relação $\frac{B}{\alpha^n}$ sendo um infinitamente pequeno da ordem $n-1$, tivermos, l e ε representando as mesmas qualidades que acima,

Ativar o Windows
Acesse Configurações pa

$$\frac{B}{\alpha^n} = l + \varepsilon$$

que nos faz ver que se chama *infinitamente pequeno da ordem n* a um infinitamente pequeno, cuja relação para a potencia n do infinitamente pequeno principal tende para um limite finito e determinado diferente de zero.

A fórmula precedente dá para a expressão geral dos infinitamente pequenos da ordem n

$$B = \alpha^n (l + \varepsilon)$$

Do que acabámos de dizer conclue-se, pois, que a ordem *infinitesimal* de um infinitamente pequeno B é o expoente a que se deve levar o infinitamente pequeno principal α para se

obter uma relação $\frac{B}{\alpha^n}$, cujo limite seja uma quantidade finita e determinada diferente de zero.

Fonte: Hemeroteca Digital Da Biblioteca Nacional

Observa-se que nesta lição há o surgimento, da simbologia de limites, ou seja, passa se utilizar a expressão *Lim*, e assim segue na demais lições. Diante desta definição podemos observar que Domingos inicia demonstrando o infinitamente pequeno de primeira ordem, em seguida busca-se o caminho para generalizar a ordem dos infinitamente pequenos, ou seja, busca-se mostrar a possibilidade de ordem n . É importante ressaltar que esta definição abrange o caso de n não ser um número inteiro, que para o autor é vantagem, uma vez que, diversas questões exigem a consideração de infinitamente pequenos de ordem fracionária. Essa visão mostra a atenção do autor quanto à aplicação da definição, pois, geralmente esse fator ocorre nas aplicações.

Ainda, se observarmos, decorre da demonstração que se dois infinitamente pequenos α e β forem de ordem diferentes, por exemplo, o primeiro de ordem m e o segundo m' , tem-se que o produto $\alpha.\beta$ será de ordem $m + m'$.

Para finalizar este resumo, tem-se novamente uma mudança de campo dentro da matemática, uma vez que vinha no campo da álgebra, o autor, muda radicalmente para exemplificar sua ideia no campo da geometria, para isso, utiliza a seguinte situação: “Vê-se imediatamente que o arco de círculo x sendo escolhido para infinitamente pequeno principal, $\text{sen } x$ será infinitamente pequeno de primeira ordem pois $\frac{\text{sen } x}{x}$ tem para limite a unidade; $1 - \text{cos } x$ será infinitamente pequeno de segunda ordem, pois que $1 - \text{cos } x = 2 \text{sen } x^2 \frac{1}{2} x$ em fim $x \text{sen } x$ será infinitamente pequeno de terceira ordem,

etc” (SILVA, 1875b, p. 46). Nota-se aqui fortemente mais um elemento da cultura do estudo formal da matemática universitária, a expressão “vê-se imediatamente”, uma vez que nem sempre, ou melhor, geralmente não é assim tão imediatamente e sim com esforço e dedicação.

O quarto resumo das lições de análise escrita por Domingos tem como tema Limites, essa lição está dividida em 4 blocos, dando continuidade as lições antecedentes, assim sendo, os tópicos são numerados da seguinte forma, 9, 10, 11 e 12.

No tópico de número 9, o autor, busca realizar uma introdução informando que se pode aplicar as quantidades infinitamente pequenas no cálculo de grandezas finitas e determinadas sob duas formas distintas, as saber, a primeira consiste em observar a quantidade que se quer determinar como sendo o limite da relação de dois finitamente pequenos, enquanto a segunda, supor a grandeza decomposta em um número finitamente grande de partes infinitamente pequenas.

Após essa breve introdução tem se o item nº 10 que trata do primeiro caso que ele chama de Primeiro Princípio, definindo da seguinte forma: “O limite de duas quantidades infinitamente pequenas não muda quando são substituídas por outra que não sejam iguais, porém cujas reciprocas relações tenham respectivamente para o limite a unidade” (SILVA, 1875c, p. 76) segue a demonstração na imagem a seguir:

Figura 13 – Prova - O limite de duas quantidades infinitamente pequenas não muda quando são substituídas por outra que não sejam iguais, porém cujas reciprocas relações tenham respectivamente para o limite a unidade – Revista *A Idéa Jornal de Sciencias e Lettras*, segunda série número 3, de 1 de setembro de 1875

Sejam, com effeito, α e B os infinitamente pequenos propostos, e α' e B' dous outros infinitamente pequenos taes que se tenha

$$\lim \frac{\alpha'}{\alpha} = 1, \quad \lim \frac{B'}{B} = 1,$$

ou, o que se reduz ao mesmo,

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = 1 \times \varepsilon, \quad \frac{B'}{B} = 1 \times \delta$$

designando ε e δ quantidades pequenas. As duas ultimas formulas dão

$$\alpha' = \alpha(1 \times \varepsilon), \quad B' = B(1 \times \delta),$$

donde

$$\frac{\alpha'}{B'} = \frac{\alpha}{B} \frac{1 \times \varepsilon}{1 \times \delta};$$

porém como a relação $\frac{1 \times \varepsilon}{1 \times \delta}$ tem evidentemente para limite a unidade, se tem, como se queria provar

$$\lim \frac{\alpha'}{B'} = \lim \frac{\alpha}{B}$$

Fonte: Hemeroteca Digital Da Biblioteca Nacional

Conforme a cultura do estudo formal da matemática superior logo após uma demonstração tem-se a aplicação do mesmo. E no caso deste resumo, não foi diferente, assim, que Domingos finalizou a demonstração deste princípio, enunciou duas aplicações, e dessa forma termina o tópico nº 10.

Para finalizar, tem-se o segundo princípio enunciado da seguinte forma: “Se uma soma de infinitamente pequenos positivos, cujo número cresce indefinidamente, tem um limite finito, multiplicando-os respectivamente por outros finitamente pequenos, a soma dos produtos tenderá para o limite zero ou será infinitamente pequena” (SILVA, 1875c, p. 127). Conforme a cultura formal da matemática superior logo após um princípio segue-se a prova. Domingos prova o segundo princípio e finaliza esta 3ª publicação.

Neste 4º resumo, o autor inicia retomando a demonstração da edição anterior, e conclui que o limite da soma de um número infinitamente grande de infinitamente pequenos positivos não muda quando se substitui estes infinitamente pequenos por outros, cujas relações com os primeiros tenham respectivamente para limite a unidade.

Para concluir a sua sequência de resumos, Silva (1875c) faz a opção de utilizar dois exemplos práticos, o primeiro que se refere quando indagamos a respeito das tangentes das curvas, essa indagação está diretamente ligada na observação da quantidade finita procurada com o limite da relação de dois infinitamente pequenos. O segundo exemplo, está ligado à ideia de considerar as grandezas decompostas em partes iguais ou desiguais, e em supor, de alguma forma, que o número destas partes aumentando indefinidamente cada uma delas tende a zero ou antes se tornam infinitamente pequenas. Para tal, supõe uma curva MM' referida por dois eixos, de modo que esses eixos formam entre si um ângulo reto, agora suponha que se deva calcular a área da superfície compreendida entre a curva e os eixos. Neste caso a decomposição infinitamente grande de retângulos com áreas infinitamente pequenas, assim a área pedida será o limite da soma dos retângulos anteriores.

5.2.3 Disseminação pela Revista *A Crença Sciencias, Letras e Artes*

Conforme nossa busca, foi possível constatar que *A Crença Sciencias, Letras e Artes* circulou somente no ano 1875, com publicações de dez em dez dias, num total de 24 edições. Destacamos que tivemos acesso somente a 16 delas. Neste caso, observa-se um dos problemas de pesquisa na linha historiográfica, que trata, justamente da ausência ou perda de fontes. Aqui em particular, deve ser observado que certamente a falta dessas

8 edições pode deixar uma lacuna, no que diz respeito a esta revista. No entanto, buscamos preencher todo e qualquer espaço vazio, quando possível, com fatores que estejam ligados ao período desta pesquisa. Nesse caso, observa-se publicações de outros meios de comunicação.

Cabe observar que seus redatores eram os senhores Thomaz da Porciúncula, Alberto de Menezes, e R. Teixeira Mendes possivelmente sua primeira edição foi publicada em 01 de fevereiro de 1875, quando dizemos “possivelmente”, é devido ao fato de não termos as 5 primeiras edições, tendo apenas a 6ª que foi publicada em 20 de março de 1875.

Cabe neste momento explicação que na edição de número 20, publicada em 20 de setembro de 1875, há uma mudança no nome da mesma, e onde era *A Crença Sciencias, Letras e Artes* passa a ser *A Crença Revista da Escola Polytechnica* e no lugar em que havia o nome dos editores passa ter a seguinte escrita “Propriedade de estudantes da mesma Escola”. Conforme o “Artigo de Redação” publicado nesta mesma edição, tal fato ocorre devido a existência de um pensamento ideológico em que consiste na ideia de satisfazer a todos, e isso não estava acontecendo, uma vez que, em diversos momentos as publicações não agradavam nem ao filhos de Esculápio, e nem aos discípulos dos Pitágoras e dos Arquimedes. Em outras palavras: não agradavam nem aos filhos do ramo da Medicina e nem aos discípulos da Politécnica, e ainda, ela se via impossibilitada de satisfazer ambas as ramificações por falta de espaço para publicações suficientes para esse fim.

A fim de dar continuidade a seus trabalhos, utilizaram a seguinte estratégia: um de seus redatores, a saber, Thomaz da Porciúncula, abandona *A Crença* para fundar um periódico puramente médico; restando então os senhores Alberto de Menezes e R. Teixeira Mendes dando a ela um caráter exclusivamente politécnico. Notemos na estratégia por eles adotada a noção de que o conhecimento está em constante movimento, e que ali naquele momento era necessário improvisar para poder proporcionar às pessoas a disseminação de novos estudos. Nas palavras dos redatores, mesmo com essa significativa mudança o objetivo do período continua o mesmo de sua fundação, ou seja,

O programa da *Crença* revista da Escola Polithecnicna é o mesmo que o da *Crença Antiga*. [...] Estudar e estudar só, que o estudo é a única base sobre que podem os moços levar seus castelos, certos de que não fazem sobre as

areias movediças da inconstância e da temporariedade. (A REDAÇÃO, 1875, p. 01)

Nesta fonte, encontramos duas publicações ligadas à nossa questão de pesquisa. Diante disto, os elegemos para compor nosso rol de análise, e assim procedemos nas folhas que seguem. O primeiro artigo é de J. Horácio de Faria que traz a *Apreciação dos métodos infinitesimal e dos limites*, e o segundo do Dr. Paula Freitas que trata da determinação dos coeficientes numéricos das fórmulas matemáticas.

5.2.3.1 *Método Infinitesimal e o Método dos Limites*

Passamos neste momento, a tecer algumas considerações tendo como base o artigo de Horácio Faria, publicado em 1875 na revista *A Crença*, sob o título *Apreciação dos métodos infinitesimal e dos limites*. De imediato ele situa o leitor que seu escrito não formula inovações muito menos descobertas científicas. Observe que este esclarecimento, é significativo a nosso problema de pesquisa, tendo em vista que, o autor expressa uma representação, uma consciência do que é uma ciência inovadora do que apenas um exercício de uma disciplina científica. Em função da especificidade da nossa questão de pesquisa, nosso interesse é também entender as aplicações na emergência de um modo diferenciado de sistematizar os saberes a ensinar e para ensinar.

Do ponto de vista teórico, o autor do texto tem a representação de ciência diferenciando e comparando o que é uma ciência acadêmica em termos de produção do que apenas um exercício de ensino do Cálculo Diferencial, essa diferenciação para nós é importante, pois, o que vem em seguida é a possibilidade da produção cultural de uma realidade que só vai se concretizar no início do século seguinte, é a emergência do campo da Matemática no Brasil. O escrito tem como objetivo: “Pretendem-se minhas observações, tão somente, mostrar que não me passam despercebidos certos pontos da matemática, origens de grandes debates, como lastimar que tenha adotado e queira-se conservar de pé teorias que raciocínio lança por terra” (FARIA, 1875, p. 4).

Conforme o título do texto “*Apreciação dos métodos infinitesimal e dos limites*” o autor após expor seu objetivo, inicia então uma discussão em torno de dois personagens Newton e Leibniz, pois, já é de conhecimento da área da História da Matemática a existência de um debate a fim de atribuir o título de idealizador do Cálculo. Diante dessa perspectiva escreve: “A primeira questão sublevada foi a de saber se está gloriosa invenção, começou de uma brilhante era para ciência pertencia Leibniz

ou a Newton” o que nos mostra que observando pela ótica teórica observamos que cultura é um espaço de conflitos. Na continuidade dessa história, cumpre-nos indagar: Nesse conflito, aos olhos de J. Horácio, seria Leibniz ou Newton o idealizador desta teoria?

Em nosso entendimento, o autor não advoga a favor de nenhum e sim a uma forma de minimizar as discussões, observa-se que de pronto ele explicita que os sábios ingleses apresentam-se reivindicando o direito de Newton como descobridor, conforme ele, a ação é injusta para com Leibniz, indo além, sendo até pretencioso rebaixarem este grande matemático. Para esclarecer seu ponto de vista, atribui que se levarmos em conta seus talentos superiores tanto a Newton quanto a Leibniz caberiam tão importante descoberta. Ao observar que ambos personagens são capazes de fazer surgir tais elementos matemáticos, qual a necessidade de buscar diminuir um em prol do crescimento do outro? Em outras palavras, qual a necessidade de imputar a Leibniz caráter matemático duvidoso, para crescimento pessoal de Newton? Nas palavras de Faria (1875) se esse fosse o objetivo e considerando a vertente cronológica teríamos:

Na acta de Leipzig de outubro de (1864) publicou Leibnitz seu método infinitesimal, tornando ali clara a sua exatidão; a exposição dessa sublime descoberta é intitulada: *Nova methodus pro maximis e minimis itemque tangentibus que nec fratas, ne eirrathonales quantitates moratur et singular pro illis calculi genus*. Encontra-se ali o método para diferencia todas as partes de funções como sua aplicação a um exemplo que bem revela a exatidão do cálculo infinitesimal, e os recursos, que ele possuindo empresta as demais ciências (FARIA, 1875, p. 5).

A saber, nesta publicação, na aplicação deste método proposto por ele tem-se um exemplo que consiste em solucionar um problema proposto a Descartes que consistia em achar uma curva cuja subtangente esteja para a ordenada como uma linha constante está para a diferença entre a ordenada e sua abscissa. Tal publicação como pode ser observada foi realizada em um Jornal da Alemanha antes que Newton tivesse publicado seu artigo.

Destacamos que em nosso entendimento, o objetivo do artigo não é exaltar ou defender um dos personagens acima mencionados e sim proporcionar ao leitor um espaço em que o mesmo possa observar ambos os métodos aplicados de modo claro a um mesmo exemplo, ou seja, trata-se de utiliza-los para resolução de um mesmo enunciado inicialmente o Cálculo Diferencial por meio do método infinitesimal e em seguida pelo método dos limites, afim de experimentar suas estabilidades. Nota-se na

explicação uma característica peculiar da área matemática, a saber, a ação de recordar elementos que serão posteriormente utilizados em sua explicação. Isso fica evidente no trecho em que diz “Recorremos apenas para o que temos a dizer, o princípio fundamental do método dos infinitamente pequenos” e assim ele descreve, que dada duas quantidades (A) e (B) de tal forma que não difiram entre si senão uma quantidade infinitesimal (C), são consideradas rigorosamente iguais. Em outras palavras, isso parece ser evidente, uma vez que (C) é uma quantidade infinitamente pequena, ou seja, não pode mudar a relação destas duas quantidades (A) e (B).

Diante do exposto a respeito das grandezas e a quantidade infinitesimal, a sua proposta continua firme em exemplificar as duas formas de resolver o mesmo problema. Inicialmente pelo método proposto por Leibniz, para isso supõe $y = f(x)$ uma função qualquer de x , por exemplo, teremos $y = x^3$. Ao acrescentarmos a mesma variável, neste caso x , um infinitamente pequeno (h), teremos então um novo valor da função e o que era $y = x^3$ passa a ser um $y' = (x + h)^3$ ou $y' = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$.

Ao procurarmos uma diferença entre as duas funções, y e y' teremos então que $y' - y = 3x^2h + 3xh^2 + h^3$, se utilizarmos a notação diferencial de Leibniz temos:

$dy = 3x^2(dx) + 3x(dx)^2 + (dx)^3$ notemos que $3x(dx)^2$ é justamente a diferencial ou melhor o infinitamente pequeno de ordem dois assim como o $(dx)^3$ é de terceira ordem.

Neste caso basta observar que $\frac{(dx)^2}{dx} = \frac{dx}{1}$ e como $\frac{(dx)^3}{(dx)^2} = \frac{(dx)^2}{dx}$ pode-se concluir que $(dx)^2 = (dx)^3 = 0$, então:

$$y' - y \leftrightarrow dy = 3x^2 dx \leftrightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2$$

Agora se supormos (h) um elemento que cresce indefinidamente, teríamos o Método dos Limites. Observe sua aplicação ao mesmo problema:

Tomemos $y = f(x)$ sendo $y = x^3$, acrescentamos a x um h que cresce indefinidamente, passamos então a ter um $y' = (x + h)^3$ ou $y' = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$.

Logo, $y' - y = 3x^2h + 3xh^2 + h^3$, dividindo ambos os membros da equação por h , ou seja, $\frac{y' - y}{h} = \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h}$, utilizando a notação dos adeptos a este método temos $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2$, neste caso observa-se que $y' - y$ ou Δy é o acréscimo da função x^3 , ou seja, o h é Δx da variável independente.

Ao voltarmos nossos olhares ao segundo membro da equação $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2$, devemos levar em consideração que o primeiro membro irá diminuir cada vez mais quando Δx ou h diminuírem, assim, quando $h = 0$ teremos a seguinte situação $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3x^2$. Por outro lado, quando Δx decresce indefinidamente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ é também $3x^2$.

Notamos o brilhantismo de ambos os personagens, ligados ao conhecimento como performance conforme Burke (2016). Não podemos deixar de citar que conforme nosso referencial, é em meio a conflitos que surgem novos caminhos eis então um conflito interno a história da matemática, de um lado, Leibniz do outro Newton em uma temática que até os dias atuais está sendo utilizada, e conforme Boyer (1974) uma descoberta que revolucionou o mundo. Há aqui neste exemplo a existência do que chamamos de ruptura da praxe cultural, uma vez que, há dois detentores de uma mesma descoberta um por processo racional e outro irracional chegando a um mesmo resultado é ínfima.

5.2.3.2 O método diferencial para obtenção de coeficientes numéricos

Ainda em 1875, encontramos a publicação de Paula de Freitas, mais precisamente no segundo ano de publicações desta revista, A Crença, em 25 de outubro deste mesmo ano. Neste artigo, ressaltamos a presença da exemplificação por meio da comparação, neste caso particular, Freitas (1875) propõe uma discussão em torno do método diferencial ou das equações de condição e o método dos mínimos quadrados para determinação dos coeficientes numéricos das fórmulas matemáticas. Estamos diante do que chamamos de práticas, acompanhando Burke (2016), inerentes à profissionalização da época em questão, ou seja, apresentar os elementos matemáticos por comparação era uma prática usual deste período.

Na continuidade da nossa análise, é possível observar a partir das palavras Paula Freitas que a escrita matemática necessitava de muita formalidade e rigor, além de apresentar suas aplicações, isto em sua visão representativa. Concluímos tais fatores justamente observando as vozes textuais presentes em seu artigo, ou seja, a formalidade e o rigor de um matemático, assim como a necessidade dele, o autor, apresentar várias aplicações do método ao final de sua exposição. Observando a partir de nosso referencial nota-se a existência de conflitos internos à ordem do conhecimento considerado, pois o que é ou não rigoroso depende das autoridades e até mesmo dos

monopólios do saber que caracterizam os processos descritos por Burke (2016). Afinal, em que consiste o método diferencial para obtenção de coeficientes numéricos das fórmulas matemáticas? Nas palavras de Paula Freitas (1875, p. 4) podemos reduzi-lo ao seguinte:

Forma-se por meio de uma série de observações um grande número de equações de condições; multiplica-se cada uma destas equações por um fator indeterminado; juntam-se todas elas membro a membro; e tem-se assim uma primeira equação final: faz-se uma nova combinação por meio de um segundo sistema de fatores indeterminados, e forma-se a segunda equação final: e assim outras de sorte que tenham tantas equações finais, quantas as incógnitas: feito isto, determinam-se os fatores pela condição de que em cada equação final uma das incógnitas tenha só um coeficiente muito grande; ter-se-á assim uma serie de expressões, donde se deduzirão com suficiente aproximação as correções das constantes, estas, uma vez conhecidas, a equação $F = (x, y, z, \dots a', b', c', \dots) = 0$ servirá para dar uma qualquer das variáveis, quando as outras forem determinadas. (FREITAS, 1875, p. 4)

O artigo finaliza, considerando que a existência do inconveniente da necessidade de recorrer em alguns casos de tentativas, desperta em outro pesquisador desta área, a saber, Legendre, a utilização de uma outra tática para resolução de problemas que envolvem essa temática, daí surge então método chamado de mínimos quadrados. Neste ponto tem-se a expressão “Continua”.

Apesar da incansável busca do próximo artigo do Dr. Paula Freitas que estuda o método dos mínimos, não o encontramos. Cabe neste ponto observar o que Burke (2016, p.81) expõe em “Armazenagem e preservação” em que escreve “O oposto complementar da preservação do conhecimento é, obviamente, sua perda.” O autor coloca como exemplo as perdas históricas resultantes de eventos famosos, como o incêndio da grande biblioteca de Alexandria, perdas por outros tipos de acidentes como descartes de conhecimento como livros e manuscritos que os bibliotecários despachavam.

Aqui em particular, não sabemos como ocorreu o sumiço do elemento procurado, mas, estávamos atentos a essa possibilidade ocorrida pelo mal armazenamento e preservação, por isso estávamos sempre preocupados em encontrar o máximo possível de documentos. Além disso reforçamos a ideia de Burke (2016) quando descreve o conceito de sistemas de ignorância enfatizando que toda disseminação de conhecimento defronta em determinado momento com forças contrárias, como sistemas de ignorância.

5.2.4 Disseminação pela Revista da Família Acadêmica

Neste primeiro momento, cabe fazer uma breve descrição desta fonte de pesquisa a “Revista da Família Acadêmica”. Este periódico mensal veio com a coroação das ações práticas da associação *Família Acadêmica*, fundada em 18 de agosto de 1886, na Escola Militar da Corte. Ao total foram publicadas 19 edições, sendo duas edições em 1887, 12 exemplares em 1888 e por fim cinco em 1889. Sua sede era a Escola Militar da Corte. Tinha a imprensa a vapor H. Lombaerts & Companhia situada a rua das Ourives número 7 na capital do Rio de Janeiro era responsável pela impressão de seus exemplares.

O presidente da revista era o senhor José Marques Guimarães que contava com inúmeros colaboradores e destacava a abertura dada a sociedade para que enviassem trabalhos para serem avaliados e publicados neste meio de comunicação, nas palavras da edição observemos tal abertura quando é explicitado:

Abandonado com frívolas e absurdas as antigas classificações ou distinções empíricas, podemos hoje dizer com mais racionalidade que a vida literária de um povo é precisamente formada por todos seus documentos escritos, quer esses sejam produzidos por sua atividade científica ou filosófica, quer religiosa ou artística, e os quais nada mais são que a verdadeira tradição viva dos povos e sua maior riqueza espiritual (A REDAÇÃO, 1887, p. 2).

Conforme nossas leituras o programa literário desta obra estava preocupado em cultivar a arte, a ciência, a filosofia e a religião. E a aceitação das contribuições dentro destas temáticas tem “plena liberdade para o direito a discussões, de análise e crítica sob influxo das mais severa disciplina moral” (*Ibidem*, p.3), a luz do referencial teórico por nós utilizado, podemos identificar um tentativa de aculturar o colaborador, ou seja, colocar sua escrita nos moldes explicitados pela revista.

Nesta tentativa observamos a afirmação: “[...] reservamo-nos, porém, a faculdade, que nos dá o nosso mandado, de impugná-los, isto é, de não dar publicidade quando ofensivos a verdade e ao bem realmente adquiridos, a moral pública e privada, ou quando referentes a atual administração do nosso país” (A REDAÇÃO, 1887, p. 3). Estas restrições estão ligadas ao controle, uma vez que havia uma instância maior à revista, a administração pública, passível de aplicar sanções a ela caso não fossem cumpridas as exigências supracitadas, ou seja, alguma instituição que buscava, de certa forma, controlar as publicações no território brasileiro. Exemplificando nossa ideia, imagine a publicação de um artigo que ferisse de alguma forma a administração pública do país,

esta instância maior, certamente se utilizaria de ferramentas para de alguma forma aplicar severas atitudes à revista que autorizou e publicou tal artigo.

Delineando nossa escrita, e centrando nossas observações com olhar teórico, notamos que neste rol de 19 edições, representando, aqui em particular um conjunto de monumentos, elegemos como documento, uma vez que se trata de alinharmos estes elementos ao nosso problema de pesquisa, apenas um exemplar o de número 6, publicado em 1º de abril de 1888 sob edição de Athayd Junior, Servílio Gonçalves, Edmundo de Barros, Lauro Muller e Candido Marianno da Silva. Em particular destacamos para nossa análise o artigo intitulado “Teoria complementar de transformações de coeficientes diferenciais, segundo a mudança de variável independente” autoria de Cândido Rondon, conhecido hoje como Marechal Cândido Rondon.

5.2.4.1 Transformações de Coeficientes Diferenciais

Ao iniciar a leitura deste texto, observamos que sua primeira voz, ecoa na observação da importância dele no contexto da Politécnica do Rio de Janeiro, sua exposição é justamente o sumário do curso ao qual esta nota de aula trata. De modo consciente, Cândido Rondon expõe sua representação no que tange uma determinada elaboração científica, ou seja, “Toda e qualquer elaboração científica ou literária, de quem quer que seja, tem sempre, inevitavelmente, que sujeitar-se à críticas sensata ou não, daqueles que jugam-se capazes de fazer” (RONDON 1888, p. 169). Diante do exposto, observa-se que a prática existente em uma elaboração científica requer a consciência de se assujeitar ao movimento oriundo de diversas críticas.

Notemos o quanto Rondon em seu discurso exalta a matemática, em particular o Cálculo Diferencial, e diz que “se há em matemática, alguma de suas partes constitutivas que podem conseguir uma solução completa, hão de convir os leitores que essa universalidade compete, principalmente ao Cálculo Diferencial” (RONDON, 1888, p. 169). Neste artigo ele busca expor a fórmula fundamental própria da transformação neste caso particular, do primeiro coeficiente diferencial. Ele procede da seguinte forma:

Primeiro passo:

Nosso principal intuito neste caso reduz-se em obter a lei, expressa por uma fórmula, que rege a transformação do primeiro *coeficiente diferencial*.

Porém antes que tudo, façamos lembrar que, em uma fórmula ou equação diferencial, distinguiremos sempre duas espécies de variáveis: as dependentes e as independentes; podendo ser aquela conhecidas ou desconhecidas.

Suponhamos que resolvendo uma questão qualquer, fomos levados a considera a seguinte formula *diferencial*:

$$f\left(y, x, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = U$$

Onde U representa a variável dependente desconhecida, y , a auxiliar conhecida e x a independente.

Quando em uma fórmula, se considerar uma equação diferencial, U deixará de existir para tornar-se nulo. Podemos propor aqui, quatro questões: mudar a variável independente e uma nova a dependente por uma outra o que não dá lugar a um trabalho diferencial); inverter as variáveis, trocar previamente a antiga dependente por uma diferente e mudando-as simultaneamente em outra.

Considerando a primeira: Queremos, portanto, operar uma transformação na constituição íntima desta fórmula diferencial, segunda mudança de x em t por exemplo. É preciso, para isso, que exista uma relação convenientemente estabelecida entre as variáveis que se substituem, ou mesmo entre as três.

Implicitamente, considerando a primeira parte do que avançamos, representaremos essa relação, como se segue:

$$\varphi(x, t) = 0,$$

Ou explicitamente

$$x = \varphi_1(t)$$

Precisamos ainda, embora não exista realmente relação alguma entre as primitivas variáveis de exprimir provisoriamente esta relação.

Claramente expressa a relação explícita que existe entre as primitivas variáveis, indicamos como sem vê:

$$y = F(x)$$

Diferencialmente apresentar-se-á sob esta fórmula:

$$dy = \frac{dF}{dx} dx$$

Que se transformará nesta outra:

$$dy = \frac{dF}{dx} \frac{d\varphi_1}{dt} dt$$

E assim a reduziremos:

$$dy = \frac{dF}{dx} \frac{d\varphi_1}{dt}$$

Donde sairá a nossa formula de transformação principal, deduzida como vimos da relação do diferencial e o coeficiente diferencia

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)}. \text{ (RONDON 1888, p. 172-173)}$$

Por fim, descreve que se faz necessário apresentar aplicações em geral, elemento que pertence ao que chamamos de práticas e ordem de conhecimento (BURKE, 2016) que são validados em determinado contexto, lugar, época e domínio. Neste caso particular observa-se a escrita em matemática neste período. O artigo finaliza dizendo que tais aplicações irão constituir a próxima publicação. Infelizmente não encontramos a publicação seguinte.

Em síntese, a partir deste tópico evidencia-se a existência de três dimensões que se complementam: os processos propostos por Burke (2016), os conceitos propostos na obra organizada por Hofstetter e Valente (2017), as quais, de certo modo, expressam as

grandes categorias que levaram à sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral no contexto priorizado em nossa pesquisa. Entendemos, que a sistematização é uma ampla categoria que envolve uma multiplicidade de práticas, as quais são referendadas na ordem de conhecimento considerada, quer seja quanto aos saberes *a* ensinar e, em paralelo, os saberes *para* ensinar. Mais especificamente, a sistematização envolve definições, conceitos, demonstrações, nomenclatura, simbologia matemática, entre vários outros elementos epistemológicos que têm como referência o campo acadêmico da matemática e as práticas pedagógicas produzidas no campo inicial do ensino superior da matemática.

6 ASPECTOS CULTURAIS DE REFERÊNCIA

*“A função social do velho é lembrar e aconselhar
[...] unir o começo e o fim, ligando o que foi e o porvir”.*
Marilena Chaui

Este capítulo descreve a realização do terceiro objetivo específico que consiste em relacionar elementos associados à sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica, envolvendo aspectos sociais e culturais das últimas quatro décadas do século XIX. Trata-se de mostrar como conduzimos a abordagem histórica cultural na linha descrita por Burke (2008). Partimos do entendimento de que o ensino da referida matéria estava inserida em um cenário cultural mais amplo, no qual se entrelaçavam diferentes ligações entre os saberes a ensinar e saberes para ensinar no quadro institucional em questão (HOFSTETTER; VALENTE, 2017).

Após a análise das informações coletadas, iniciamos a produção das fontes para fornecer elementos de resposta à seguinte questão: Quais fatores determinaram a sistematização do ensino de Cálculo Diferencial na Escola Politécnica nas quatro últimas décadas do século XIX? Para tal, a seguir, nos itens 6.1; 6.2 e 6.3 descreveremos três partes que as intitulamos de desafios da profissionalização, livros textos e Programas e Legislação, as quais indicam alguns elementos de resposta à referida questão de pesquisa. Entretanto, antes da descrição das três referidas partes, torna-se necessário descrever alguns conceitos que usamos para analisar as fontes produzidas. É o que fazemos nos próximos parágrafos.

Ao analisar a história da disseminação do saber, Burke (2016) destacou a noção de conhecimento como performance, cuja aplicação entendemos ser pertinente para analisar o contexto geral no qual a questão focalizada nesta tese estava inserida. Trata-se da maneira como um profissional é levado a mostrar sua competência na ordem de conhecimento na qual ele está inserido no seu grupo social e profissional. Entre as diferentes maneiras de um profissional mostrar esse tipo de performance, sobretudo, no meio acadêmico ou universitário, está a transmissão oral de conhecimento, válida desde os mais antigos tempos e ainda presente nas conferências, seminários, preleções ou mesmo na explicação verbal de um conteúdo disciplinar (BURKE, 2016).

Para exemplificar esse processo, inserido entre as diferentes maneiras pelas quais o saber é disseminado, o referido autor menciona a performance do filósofo francês Pierre Abélard (1079 – 1142), da Idade Média, cujas conferências proferidas na

Universidade de Paris atraía grande número de estudantes, gerando transtornos para a instituição, pois os auditórios existentes não comportavam o número de ouvintes, levando muitos deles ficarem do lado de fora, na janela ou nos corredores, para ouvir o eloquente discurso do filósofo que também passava parte do tempo em companhia dos estudantes. No caso particular da área de ensino de matemática, somos levados a reconhecer que existe esse processo de conhecimento como performance, quando o professor revela grande domínio em sua exposição e nas demonstrações magistralmente conduzidas perante os alunos. É uma competência que vai muito além da capacidade de comunicação e está estreitamente relacionada ao domínio do conteúdo por parte do expositor. De modo geral, no contexto da pesquisa descrita nesta tese é possível destacar o caso do professor coronel Roberto Trompowsky Leitão, cuja performance pedagógica ao estilo de pensamento militar, foi prestigiada pelo próprio Imperador. Suas preleções foram prestigiadas com a presença do próprio Imperador Pedro II, admirador das ciências de modo geral.

Outro processo descrito por Burke (2016) é o teste de conhecimento. É mais um processo que, conjuntamente com outros, tais como a transmissão oral e o conhecimento como performance, ilustra as diferentes maneiras pelas quais o saber é disseminado (BURKE, 2016, p. 117-119). Esse processo ocorre a partir do momento em que a tentativa de objetividade tenha alcançado estágios mais avançados da sistematização, consolidando o que está sendo admitido como verdade em uma determinada ordem de conhecimento. Em outros termos, o teste do conhecimento funciona para reforçar o sistema de verdade que predomina no contexto considerado. Exames orais, escritos, concursos, provas, defesa de tese, entre outras práticas, estão extensivamente presentes no ensino da matemática, bem como de outras disciplinas.

No caso, na questão central desta tese: “Quais fatores determinaram a sistematização do ensino de Cálculo Diferencial na Escola Politécnica nas quatro últimas décadas do século XIX?”, somos levados a destacar que uma das maneiras usadas no registro textual dos saberes funciona através dos *testes de conhecimento*, envolvendo defesa de teses, exames orais e escritos, acrescidos do estilo de pensamento militar. Além do mais, ao destacar os processos definidos por Burke (2016) é conveniente tratar da disseminação do saber por meio de objetos. Esse autor destaca que, em determinados contextos, a disseminação dos saberes requer a utilização de determinados suportes materiais, como livros, revistas, jornais dentro outros.

No caso da nossa pesquisa, destacamos a expressiva importância dos livros textos, de renomados autores que escreveram sobre o Cálculo Diferencial e Integral, os quais foram adotados na Escola Politécnica. Desse modo, trata-se do que podemos chamar de objetos clássicos de disseminação. Entretanto, conforme podemos constatar, além dos livros textos usados na instituição, houve também outro suporte material de disseminação do saber considerado, são os textos publicados em jornais e revistas, com o conteúdo matemático a ser ensinado nos cursos oferecidos pela Escola Politécnica.

6.1 Desafios da Profissionalização

Nesta parte descrevemos alguns elementos do quadro cultural no qual a Escola Politécnica estava inserida e compõem as condições institucionais mais amplas em que o ensino do Cálculo Diferencial e Integral estava sendo sistematizado nas últimas décadas do século XIX. Esses elementos culturais fornecem sinais de como o ensino da referida matéria estava sendo organizada, processo que estava em estreita sintonia com a ordem de conhecimento predominante naquela realidade social, profissional e política (BURKE, 2016). Nesse sentido, a seguir, destacamos uma discussão registrada no relatório do diretor interino da Escola Politécnica, Antônio Paula Freitas, de 15 de fevereiro de 1894.

Um ano após a Proclamação da República, o Governo Provisório aprovou novos Estatutos para a Escola Politécnica, instituídos pelo Decreto nº. 1073, de 22 de novembro de 1890. Entretanto. No calor das discussões políticas e militares, as novas orientações não agradaram os professores e nem a diretoria. São informações contidas no relatório acima mencionado, inserido no relatório do Ministério da Justiça do mesmo ano.

Um dos problemas registrados no referido documento consistia em aprimorar as bases de formação dos engenheiros, sobre as quais os especialistas tinham acumulado certa experiência, desde a reforma de 1874, quando houve uma bifurcação entre a formação militar e de engenharia. Duas décadas depois, ocorreram outras mudanças no currículo da mesma escola, surgindo os primeiros sinais de constituição do que viria ser uma nova ordem de conhecimento, que mesmo vinculada a instituição formadora de politécnicos estava ainda associada a outras referências externas, tal como teoriza o historiador Burke (2016), ao descrever sobre a história do conhecimento.

Dois anos antes da publicação do relatório mencionado, Epifânio Cândido de Souza Pitanga ocupou a direção interina da Escola Politécnica, elaborando um relatório

em 29 de fevereiro de 1892. Esse relatório e o citado anteriormente mostram que apesar do progresso alcançado no ensino ministrado, no campo emergente da engenharia, a formação prática e técnica ainda constituíam tema polêmico de discussão. Desse modo, somos levados a acompanhar as indicações conceituais de Peter Burke, ao descrever as relações existentes entre ordem de conhecimento, práticas, profissionalização e estilo de pensamento (BURKE, 2016). Esse problema decorria da precedência de aspectos teóricos das matérias científicas e matemáticas e da pouca ênfase nas efetivas aplicações práticas do campo profissional considerado. Por esse motivo, entendemos que no contexto considerado havia uma sobreposição entre a ordem de conhecimento técnico e profissional e o plano discursivo tão valorizada pelas práticas políticas da época.

Em paralelo, ao citado problema, ainda existiram dúvidas se o Ministério deveria arcar com o orçamento da Escola, envolvendo pagamento do pessoal docente, técnico e de apoio, bem como direção e ampliação dos laboratórios para melhorar a formação prática dos engenheiros. Assim, para tentar resolver tais questões, a congregação sugeriu uma reforma no plano geral no sentido de tornar o ensino mais detalhado e prático, apropriado essencialmente à profissão do engenheiro.

Os relatórios citados indicam a aprovação na Lei Orçamentária de 30 de dezembro de 1891, o que se repete no ano seguinte, autorizando o Governo a rever os regulamentos das instituições de ensino vinculadas ao Ministério dos Negócios Interiores. Mas os recursos para melhorar a Politécnica ficaram postergados, sem a necessária integralização dos recursos necessários. As questões foram se agravando e as discussões ficaram restritas à organização científica da formação dos engenheiros. Essa situação afetou a oferta de cursos que não funcionaram por falta de recursos para contratar professores. Assim, havia o total de 32 cadeiras previstas na estrutura da Escola Politécnica, mas nem todas estavam funcionando, provocando reclamações de professores e estudantes. Sobre esse problema, o diretor registra em seu relatório: “Julgo não dever omitir, que a execução do regulamento de 1890 não deixaria de trazer embaraços para a Escola Politécnica, porque não é isento de defeitos, como já o fez sentir meu antecessor no relatório de 1892” (FREITAS, 1894, p. 4). Para tentar amenizar o problema, a congregação fez algumas mudanças para diminuir o número de matérias. Uma improvisação compartilhada pela direção e congregação da Escola foi reunir algumas matérias oferecidas aos estudantes de diferentes ramos da Engenharias (Civil, Geográfica, Geologia e Minas).

Essa decisão gerou acirrados debates entre estudantes, professores e políticos. Percebe-se com clareza duas posições contrárias nesse episódio: de um lado estavam aqueles que realmente pretendiam melhorar a formação específica da engenharia e do outro, estavam professores e estudantes perfilados, quase somente, ao debate político e minimizando a parte específica da engenharia. Como resultado, ocorreram agitações no final de 1892 e início do ano seguinte. Essas agitações em conflitos inerentes às ordens de conhecimento, envolvendo saberes politécnicos e políticos, que segundo Burke (2016) são mais perceptíveis a partir de uma perspectiva externa à instituição.

Ainda na fase inicial do período republicano, o governo provisório para não perder o controle tentou usar as determinações próprias das instituições militares para acabar com as manifestações de estudantes e fechou a Escola, que permaneceu sem aulas, com os portões cerrados, até setembro de 1893. A respeito desse episódio, no relatório de 1894, o diretor da Escola Politécnica expressa nos seguintes termos:

Solicito a atenção do Governo para esse ponto, cumprindo-me ponderar que a Escola não tirará vantagem em executar o regulamento de 1890, convindo antes aguardar a aprovação de uma nova organização ou outra menos defeituosa, se o Governo assim entender e executar a de 1874. Do Governo depende a melhor solução para tais dificuldades e cabe-lhe neste momento juntar os meus votos aos dos meus antecessores, a fim de que a Escola possa entrar num período regular de trabalhos (FREITAS, 1894, p. 5).

Quais relações podem existir entre o episódio que acabamos de descrever e o ensino do Cálculo Diferencial e Integral? O regime didático da Escola Politécnica foi apresentado em relatório de fevereiro de 1892, descrevendo as três partes previstas para a formação do engenheiro, composto de: instrução teórica, instrução prática e exercícios práticos. Essa última parte, realizada em oficinas e empresas, corresponde ao que posteriormente recebeu a denominação de estágio profissional. Ficou evidente que as partes referentes à instrução prática e os exercícios práticos estavam incompletas, havendo certo predomínio da parte referente à instrução teórica.

Desse modo, para resolver o problema o governo deveria investir recursos para instalação de novos laboratórios e contratar mais professores que atendessem a parte prática da formação do engenheiro politécnico. A formação nas matérias matemáticas era somente teórica, predominante o ensino das doutrinas de forma discursiva e, com certa distância das questões de ordem prática, inerentes aos trabalhos do engenheiro, ou seja, que pudessem contribuir para o avanço da profissionalização. A respeito da questão, o diretor da escola expressou sua opinião com as seguintes palavras:

Atualmente, a não serem as cadeiras teóricas, como as de Cálculo Diferencial e Integral, Mecânica Geral, Cálculo Transcendente, Mecânica Celeste e Economia Política, todas as outras são providas de laboratórios ou gabinetes, em que, ao lado da instrução teórica, os alunos encontram no próprio estabelecimento os meios de obterem a instrução prática e durante as férias os exercícios práticos nas oficinas, fábricas ou estabelecimentos congêneres, que visitem, ou em que efetuem tais trabalhos (FREITAS, 1894, p. 5).

Parte das agitações acima mencionadas podem ser avaliadas pelas sucessivas trocas da direção como consta no relatório de 1894. Mais precisamente no ano de 1893 houve quatro diretores (FREITAS, 1894). Em meio a estas mudanças sucessivas, que propomos analisar a existência do quadro que envolve professores e explicadores, sendo esse último termo usado para designar um tipo de professor sem acesso aos estratos mais elevados da ordem de conhecimento. Entretanto, ambos, professores e explicadores, exerciam suas práticas no mesmo ambiente social existente no entorno da instituição de referência. Estava em curso a profissionalização, descrita por Burke (2016), no campo inicial do magistério superior, preconizando essa diferença entre os professores.

Os explicadores tinham um salário mais modesto e não tinham a estabilidade de um “cargo vitalício”, ensinando por período não muito longos, mas em plenas condições de explicar a matéria ensinada pela instituição de referência. De modo geral, os professores catedráticos faziam conferências e eloquentes discursos, mas não “desciam ao nível elementar” para explicar o que o estudante não havia entendido.

Diante deste movimento de pesquisa na Hemeroteca Digital, observamos, que ao digitarmos o descritor “Cálculo Diferencial” obtemos 354 ocorrências. Assim ao visualizarmos sistematicamente, uma a uma, e retornando nossos olhares ao referencial teórico adotado, fomos levados a constituir as partes descritas neste capítulo. Assim, de início, trazemos a figura de nº 14, retirada de *A Nação: Jornal Político, Commercial e Litterario*, publicado em 11 de setembro de 1875, edição de número 195, bem como a figura de nº 15, retirada do Diário de Notícias, do Rio de Janeiro, de 22 de junho de 1886.

Figura 14 – Notícia da visita do Imperador 1875.

Visita Imperial.—SUA MA-
GESTADE O IMPERADOR, acompanhado
de seus semanarios visitou hontem a
escola militar onde se demorou das
10 1/2 horas da manhã à 1 da tarde,
tendo assistido por muito tempo á aula
de **calcul**o **diferencial** e integral, e
percorrido todo o estabelecimento.
— Hoje, SUA MAGESTADE O IMPERA-
DOR dignou-se visitar a Bibliotheca
Nacional, demorando-se das 10 horas
às 3 da tarde.

Fonte: “A Nação: Jornal Político, Commercial e Litterario” pub. em 11.09.1875. Grifo nosso.

Figura 15 – Notícia da visita do Imperador 1886.

**Sua Magestade o Imperador visitou
hontem a Escola Militar.**
Chegando às 11 1/2, foi recebido pelo
corpo docente e commandante do corpo
de alumnos e batalhão de engenheiros ;
dirigio se ao amphitheatro de physica e
abi assistio á aula de **calcul**o **diferen-**
cial do Dr Trompowsky ; visitou a de
trabalhos graphicos do 4º anno, a cargo
Dr. Costalat, e a de geometria analytica
e balistica.
Percorreu depois todo o estabeleci-
mento, demorando-se um pouco sobre a
cortina das fortificações da Praia Ver-
melha, retirando-se às 2 1/2.
Tocou durante a visita imperial a
banda de engenheiros.

Fonte: “Diario de Notícias” do Rio de Janeiro publicado em 22 de junho de 1886. Grifo nosso.

O que chama a atenção nesses registros é a presença do Imperador Dom Pedro II, em duas aulas de Cálculo Diferencial e Integral. Tal ação nos leva a refletir no grau de importância atribuído às ciências, tecnologias e particularmente à referida matéria, pois, como mostra ambas as notícias, a primeira ainda enfatiza que “tendo assistido por muito tempo à aula [...]”, ou seja, o Imperador dedicou parte do seu tempo em visita aos estabelecimentos para acompanhar o ensino de forma geral, e em particular, da referida disciplina. Cabe ressaltar que não estamos afirmando que o Imperador evidenciava as aulas de ciências e tecnologias, estamos apenas mostrando os registros prescritos de

duas visitas ao colégio militar e em ambas ele esteve em sala assistindo a aula de Cálculo Diferencial e Integral. Infelizmente na visita datada de 10 de setembro de 1875 a escola militar, não conseguimos rastrear com precisão quem era o professor que ministrou.

No entanto, na visita realizada no dia 21 de junho de 1886, tem-se a presença do professor Roberto Trompowsky Leitão que, em sua juventude, ingressou no Colégio Militar do Rio de Janeiro. Concluindo o curso com tanta maestria que foi convidado a ministrar aulas na mesma instituição como professor repetidor. Algum tempo depois com a patente de capitão, foi assistente de geometria analítica e Cálculo de Benjamin Constant. Finalizou seu doutorado em matemática e ciências físicas pela Escola Militar, em 1874.

Como nosso objetivo nesta parte consiste em analisar os professores que aparecem diretamente envolvidos no ensino das matemáticas superiores nas últimas décadas do século XIX, em primeiro lugar, procuraremos conhecer um pouco mais sobre eles. Nesse caso inicial, constatamos que Trompowsky se destacou como professor da Escola Militar, isso pode ser observado em diversos pontos, a seguir, um deles é um depoimento de seu discípulo Coronel Alfredo Severo, que diz:

Mal egressos do tremendo carrascal da Geometria Elementar do Serrasqueiro, [...] vimos surgir diante de nós, a figura empolgante do então Coronel Trompowsky, [...] a libar-se em voos condoreiros pelas regiões estratosféricas do Cálculo Transcendente. [...] sob sua orientação judiciosa e inteligente, à luz do método positivo, o ensino da Geometria Geral emergia da confusão caótica em que o trazia mergulhado o ramerrão dos compêndios em voga, que exibiam uma ciência obsoleta, eriçada apenas de calculeiras fastidiosas e desconexas. (Alfredo Severo, *apud* Lins, 1967, p. 290).

O depoimento do Coronel Alfredo Severo mostra que a emergência do Ensino da Geometria Geral, que fazia uso do Cálculo Transcendente, destacando o aparecimento de mais uma finalidade, em substituição às “calculeiras fastidiosas e desconexas” para o ensino da Geometria Elementar de Serrasqueiro. Desse modo, há uma ruptura que marca a passagem de um Cálculo *a* Ensinar, com finalidade de explicar a Geometria Elementar para um Cálculo *a* Ensinar com a finalidade de explicar a Geometria Geral. E conforme explicitado anteriormente que os conceitos relacionados *a* e *para* ensinar estão amalgamados, cabe neste momento observar que as escolhas realizadas ao substituir as “calculeiras” a um uma outra forma, nos mostram indícios do Cálculo *para* ensinar presente no depoimento do Coronel Alfredo Severo.

Ainda quanto ao professor Trompowsky, destacamos o que aqui chamamos de sua representação na cultura, uma ação de uma prática em que se utiliza de grandes personagens dando-lhes reconhecimentos por seus feitos. Neste caso se destaca o Decreto 33.245, de 08 de julho de 1953 (Anexo A) que designa Roberto Trompowsky Leitão como sendo o Patrono do Magistério do Exército, tem-se também o decreto N° 9.554, de 5 de novembro de 2018 (Anexo B) fazendo algumas alterações no decreto anterior. E ainda existe uma associação de professores denominada Instituto de Docentes do Magistério Militar (IDMM), responsável pela entrega da Medalha Marechal Trompowsky a educadores, profissionais e personalidades que se destacam no ramo da educação.

Diante do exposto, o referido professor estava próximo à *rede expertise* que naquele momento interligava a carreira militar ao ensino das matemáticas superiores. Preferimos falar em termos de proximidade com a rede de *expertise* ao invés de afirmar categoricamente que o referido mestre militar teria sido ou não *expert*. No caso específico a instância conferidora de sua competência foi a congregação da Escola Politécnica e da aprovação consequente dos poderes administrativos associados ao quadro político da instituição (HOFSTETTER; SCHNEUWVLY; FREYMOND, 2017, p. 57).

Outro fragmento igualmente importante, que destaca professores neste período, pode ser observado em seguida:

Figura 16 – Explicação de *Mathematica*



Fonte: Gazeta de Notícias (RJ)- 23 de fevereiro de 1887. Número Avulso. Grifo nosso.

Notemos que se trata da oferta de um curso de explicação composto de Aritmética, Álgebra, Geometria, Análise e Cálculo Diferencial e Integral. O interesse de utilizar essa imagem para análise, é o aparecimento de dois professores, neste caso particular, trabalhando em conjunto. De um lado o Professor Benjamin Constant Botelho de Magalhães e do outro Roberto Trompowsky Leitão, esse fragmento reforça os dizeres de Silva (1999, p. 257) quando explicita ao falar de Trompowsky “[...] em 1877, ingressou no corpo docente da Escola Militar, por indicação de Benjamin Constant”. Isso mostra a proximidade e confiança entre os dois personagens.

Neste ponto, cabe observar que não se trata de dois simples professores quaisquer, e sim dois personagens de reconhecida performance no conhecimento matemático, protagonistas da disseminação do saber, quer seja no campo profissional militar ou no campo inicial da profissionalização dos professores de matemática em nível superior. Voltando ao professor Benjamin Constant, cumpre destacar que na década de 1870, ele exerceu uma grande liderança na difusão do pensamento positivista, sobretudo, no meio militar, mais ligado ao pensamento heterodoxo, recorrendo mais às obras produzidas na fase inicial do filósofo francês, através do chamado Curso de Filosofia Positiva.

Benjamin Constant fez vários discípulos na Politécnica, que acompanharam suas ideias políticas na fase final do regime monárquico e início do regime republicano. Em 1889, com o fim do império foi criado o Ministério da Instrução Pública, Serviços Postais e Telégrafos e como ministro tem-se Benjamin Constant, que dirigiu então a primeira reforma educacional republicana, em que os estudos revelam ser uma reforma pautada na filosofia positivista de Comte, uma vez que, Constant era um fiel seguidor desta filosofia. Nas palavras de Silva (1999): “Um dos grandes protagonistas do ensino da matemática nos primeiros anos da república foi o ministro Benjamin Constant difusor de ideias científicas, da matemática de modo geral e até mesmo da inserção do Cálculo Diferencial e Integral no programa de ensino secundário” (SILVA, 1999, p. 265). Isso mostra o quanto esses dois professores foram influentes na educação brasileira, o primeiro foi considerado o Patrono do Magistério do Exército e o outro considerado protagonista do ensino da matemática nos primeiros anos da república. Embora tenhamos consciência de que possam ter existido outros professores importantes, esses dois referidos protagonizaram momentos marcantes no contexto, tempo e domínio considerados neste trabalho. Diante disso optamos apenas em

mencionar os personagens encontrados em nossa pesquisa na Hemeroteca Digital em que colocamos no campo de busca a expressão Cálculo Diferencial.

Além dos dois anteriormente mencionados, encontramos também um anúncio no dia 05 de janeiro de 1887 do Professor Dr. F. Rapp, informando que ainda dispunha de algumas horas para lecionar a quem tivesse interesse em seus préstimos. Ele lecionava: Francês, Inglês, Alemão, História, Geografia, Aritmética, Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral, Geometria, Trigonometria, Geometria Analítica e Descritiva, Mecânica, Física e Desenho de Máquinas. Nessa mesma linha, em edição do dia 13 de setembro de 1893, o jornal “A República” publicou anúncio das aulas ministradas pelo professor Ermenegildo Carlos que oferecia um Curso de Matemática, realizada em sua própria residência no Rio de Janeiro, Praça Pedro II, n.77, onde ensinava Álgebra Superior, Cálculo Diferencial e Integral e Geometria Descritiva.

Ao finalizar a descrição dessa parte, sintetizamos que esse e outros anúncios publicados na imprensa do Rio de Janeiro, permitem associar ao que teoricamente expomos como uma prática associada a profissionalização da carreira docente da época. Em outras palavras, uma prática profissional que diz respeito ao trabalho de professores oferecendo aulas a quem se interessasse a aprender, neste caso particular além de outros conteúdos o Cálculo Diferencial e Integral. Além disso, constatamos elementos relativos à constituição inicial da *performance de conhecimento*, que comporia a profissionalidade e a profissionalização da carreira relacionada ao ensino das Matemáticas Superiores.

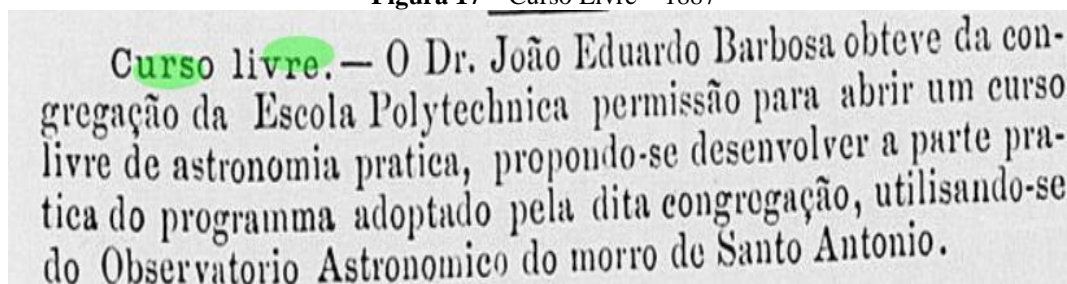
Ainda nesta parte referente aos professores, temos os “Explicadores das Matemáticas” que em muitos casos, estavam associados aos chamados cursos livres que eram aulas regulares que funcionavam sem que houvesse uma legislação específica ou regulamento oficial para definir os programas, conteúdos e condições. De modo geral, seu andamento dependia essencialmente da atuação de professores que, por não pertencerem necessariamente ao corpo docente das instituições principais do contexto social considerado, eram chamados de “explicadores”. Termo esse que também expressava sua tarefa docente de explicar os detalhes de uma matéria, o que o titular da cadeira acadêmica geralmente não fazia, pois, sua função era proferir uma conferência ou discurso sobre o assunto previsto na aula. Assim, os detalhes relacionados ao estudo da matéria, tais como exercícios, argumentos, ilustrações, resolução de problemas, eram fornecidas pelos explicadores, que existiram para as mais diferentes matérias.

Entretanto, muitos deles atuavam no campo das matemáticas do ensino secundário ou superior.

Cumpramos registrar aqui o trabalho de Fernando Batista da Silva, realizado em nosso grupo de pesquisa, analisando a atuação profissional marcante desses professores que atuaram no século XIX e início do século seguinte. Sobre o sentido atribuído a esse tipo de professor, o referido autor afirma que: “o explicador caracterizava o trabalho de um professor auxiliar ou no início de carreira, diferenciando-o do conferencista ou titular e explanava a matéria em linhas gerais [...]” (BATISTA, 2017, p. 59).

Do ponto de vista teórico, os cursos livres e a atuação dos explicadores são improvisações ou formas alternativas de inventar o cotidiano que funcionaram em decorrência da efetiva necessidade das aulas. São ações frente as necessidades que respondem às exigências advindas da instituição de ensino. De certa forma, as instituições tentavam controlar ou coabitar com tais improvisações, como mostra os dois recortes a seguir em que a congregação e direção da Escola Politécnica autorizara a cessão do espaço físico da instituição para que o curso livre pudesse funcionar.

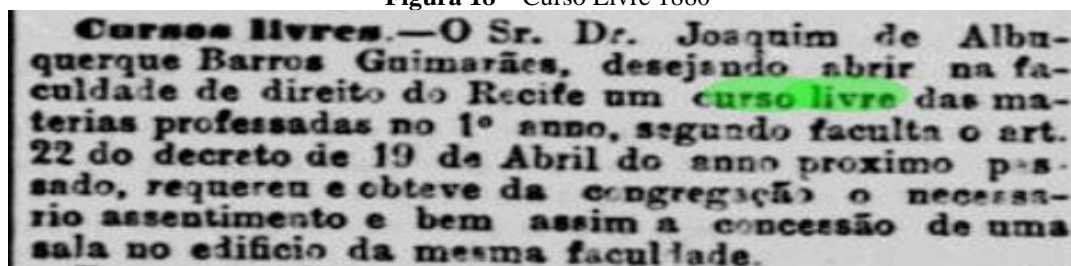
Figura 17 – Curso Livre – 1887



Curso livre. — O Dr. João Eduardo Barbosa obteve da congregação da Escola Polytechnica permissão para abrir um curso livre de astronomia pratica, propondo-se desenvolver a parte pratica do programma adoptado pela dita congregação, utilizando-se do Observatorio Astronomico do morro de Santo Antonio.

Fonte: Revista Engenharia. Ed.162 de 28 de maio de 1887. (grifo nosso)

Figura 18 – Curso Livre 1880



Cursos Livres. — O Sr. Dr. Joaquim de Albuquerque Barros Guimarães, desejando abrir na faculdade de direito do Recife um curso livre das materias professadas no 1º anno, segundo faculta o art. 22 do decreto de 19 de Abril do anno proximo passado, requerem e obteve da congregação o necessario assentimento e bem assim a concessão de uma sala no edificio da mesma faculdade.

Fonte: Jornal do Comercio. Ed.70 de 10 de março de 1880. (grifo nosso)

Ainda, conforme registra a edição de número 160 da Revista de Engenharia, publicada no Rio de Janeiro, em 28 de abril de 1887, estava sendo anunciada a abertura de um curso livre, cujas aulas deveriam ocorrer no próprio espaço físico da Escola Politécnica. Os explicadores deveriam ensinar: Álgebra Superior, Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e Integral e Mecânica Racional. Mais especificamente, para

ministrar as três primeiras matérias, foi convidado o Engenheiro Chagas Dória enquanto a última foi ministrada pelo Engenheiro H. Kingston.

Para interpretar a autorização concedida pela Escola Politécnica ao engenheiro Chagas Doria, contudo, se faz necessário conhecer alguns elementos jurídicos antecedentes a concessão desta autorização. Retrocedendo ao ano de 1879, mais especificamente em 19 de abril, observa-se o decreto de número 7.247 cujo título é “Reforma o ensino primário e secundário no município da corte e o superior em todo império” que diz em seu Art. 22. “Nos edifícios onde funcionarem as Escolas ou Faculdades do Estado poderão as respectivas Congregações conceder salas para cursos livres das matérias ensinadas nos mesmos estabelecimentos” (p.6). Observa-se, então no caso descrito acima a aplicação da legislação que permitia o funcionamento dos cursos livres e, de certa forma, avalizada a existência dos explicadores das matemáticas.

Em síntese se destaca a presença de dois tipos de professores, um chamado de “explicador” enquanto o segundo era o professor efetivo da cadeira. Conforme nossa análise, observamos a existência de uma complementação, e de certa forma performance (BURKE, 2016) diferenciadas, em outras palavras enquanto um era mais voltado a conferências, o outro era voltado as explicações mais simples, a resolução de exercícios. No entanto, observamos que é diante das diferenças que emerge a junção destas performances ao longo do tempo.

6.2 Livros Textos

Outro aspecto relevante a ser analisado, diz respeito aos livros textos de Cálculo Diferencial e Integral que circularam no Brasil, os quais levantamos informações, com o mesmo procedimento de busca no acervo da Hemeroteca Digital do Rio de Janeiro. Nesse sentido, localizamos muitas ocorrências, que fazem algumas referências a eles. De início, localizamos um anúncio em que se procura adquirir o livro de Cálculo Diferencial e Integral de Sturn e Lacroix. Observa-se o grau da necessidade do anunciante quando coloca no anúncio a expressão, “ainda mesmo que usados”. Trata-se de uma prática com intuito de acessar informações para a apropriação dos saberes matemáticos. Tal anúncio encontra-se no Diário de Pernambuco, de 3 de fevereiro de 1862. Assim, como o centro da discussão neste momento são os livros textos usados na época, esse registro nos mostra a necessidade da obra de Lacroix, em nosso entendimento, essa obra estava em circulação, ou seja, alguém necessitava dela. Diante

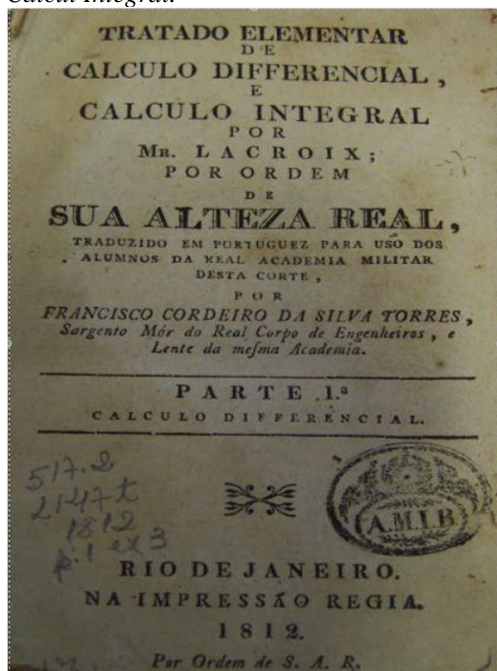
disso somos levados a estender nosso olhar para esse livro texto. Cabe neste ponto observar, que de acordo com Silva:

Durante um período de mais de cem anos (1810-1920), a Academia Militar do Rio de Janeiro (e todas as suas ramificações: Escola Central, Escola Militar, Escola Politécnica, Escolas preparatórias) foi praticamente a única instituição onde os brasileiros poderiam adquirir conhecimentos matemáticos sistemáticos de nível superior e obter um diploma de bacharel e doutorado em ciências físicas e Matemáticas (SILVA, 1999, p. 13).

O ensino de Cálculo Diferencial e Integral nessa instituição tinha como referência o *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et du Calcul Intégral* de Sylvestre François Lacroix (1765-1843). De acordo com Dhombres (1985 p.105), “trata-se de uma obra que pode ser vista como um sumário da matéria no século XVIII com citações de autores originais”. A partir desse comentário, reencontramos a estreita proximidade que existe entre o Cálculo Diferencial e Integral *a* Ensinar e Cálculo Diferencial e Integral *para* Ensinar, que neste caso aparecem quase que iguais. Por outro lado, Moreira (2005, p. 175): comenta que Lacroix afirma que não se trata unicamente de “elaborar uma compilação, e sim de organizar os conteúdos para mostrar a existência de um *corpus* ordenado, com precisão e clareza”. Em síntese, as práticas de disseminação por Lacroix propunha uma nova forma de sistematizar os saberes *para* ensinar a referida matéria. Sua proposta incluía uma formalização e uniformidade do conteúdo, incluindo aspectos metodológicos que foram avalizados amplamente pela comunidade de saber.

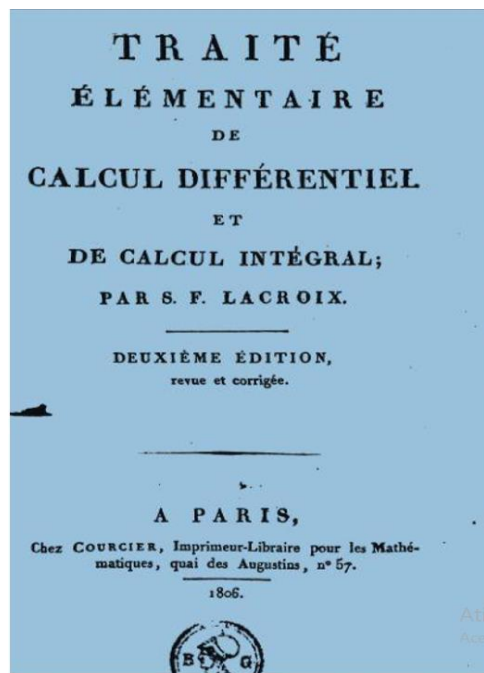
A respeito do mesmo livro, Boyer (1974, p. 264) afirma que talvez seja “o mais famoso livro”. O *Traité Élémentaire de Calcul* atingiu considerável popularidade, tendo sido traduzido para várias línguas no século XIX. Em 1812, esta obra foi traduzida por Francisco Cordeiro da Silva Torres Alvin (1775-1856), professor da Academia Militar, e que se tornou, de acordo com Silva (1996), o primeiro livro texto de Cálculo, em língua portuguesa, a ser adotado para o ensino da matemática superior no Brasil, permanecendo durante décadas como a principal referência teórica para o ensino desta disciplina no país. O referido tratado foi traduzido e impresso no Brasil em 1812 em dois volumes, para ser usado na Academia Real Militar. Observe a capa da obra.

Figura 19 - Tradução brasileira de TORRES (1812), v. 1, primeira parte da obra de Lacroix: *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*.



Fonte: Biblioteca da UFRJ

Figura 20: LACROIX, F. *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*, 2ª ed, 1806.



Fonte: <http://books.google.com>, acesso em março 2019

Diante do exposto, fica evidente o quão significativo foi a circulação desta obra nas instituições de ensino brasileira, pois, estudiosos desta temática são unânimes em dizer que por muitos anos o ensino de Cálculo Diferencial e Integral brasileiro se pautou na mesma organização destes exemplares.

Diferentes obras de Cálculo foram utilizadas como livro texto. Um exemplo está no relatório do Ministério dos Negócios do Império, de 1876. Nesse documento consta que o responsável da Biblioteca Nacional tinha o prazer de anunciar o recebimento do “*Cálculo Diferencial de La Caille explicado por J. C. Azevedo*”. Desse modo, segundo os processos descritos por Burke (2016), estava em curso a disseminação de saberes através de objetos, no caso da nossa pesquisa, os livros textos.

No Diário do Maranhão, de 24 de agosto de 1881, encontramos um anúncio de que um cidadão estava interessado em comprar a obra de Cálculo Diferencial e Integral de Navier. Na mesma linha de difusão de livros textos, em 17 de abril de 1885, a Gazeta de Notícias do Rio de Janeiro, anunciava a venda, na Livraria do Povo, do livro de Cálculo Diferencial escrito por Carvalho. Diante disso nota-se a disseminação de diferentes obras. Aqui em particular tratamos da obra de Lacroix, que inicialmente foi

utilizada na sua composição original, e em seguida, sua tradução. E por fim, foi a partir desta obra que surgiram novos textos para o ensino da mesma matéria.

Para finalizar, as constatações descritas nessa parte nos levam a mostrar a existência de uma estreita relação epistemológica entre os saberes *para* ensinar matemática, na linha teorizada por Valente (2017), a disseminação de saberes por meio de objetos, conforme define Burke (2016, p. 124) e a noção de sistematização do saber, o qual elencamos para fornecer elementos de resposta para a questão diretriz de nossa tese.

6.3 Programas e Legislação

Como destacamos anteriormente, em 1874, a administração da Escola Central foi desvinculada do Ministério da Guerra e passou a pertencer à estrutura organizacional do Ministério do Império, recebendo a denominação de “Escola Politécnica”. Com essa mudança, a instituição passou a ser essencialmente civil, ampliando as condições de profissionalização da parte militar que passou a ser da alçada do Ministério da Guerra bem como da arte politécnica como formação básica para as engenharias.

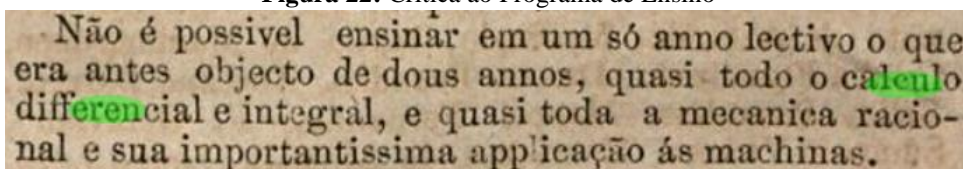
Figura 21: 1874 - Escola Polytechnica



Fonte: http://www.poli.ufrj.br/politecnica_historia.php

Cabe ressaltar que até meados do século XX, os seus programas de ensino eram considerados modelos para as demais escolas de engenharia do país. Em outros termos, havia uma ampla comunidade de saber, no sentido definido por Burke (2016), no caso da formação profissional do engenheiro. A importância de seguir os programas de ensino da instituição modelar era então assunto largamente debatido na imprensa da época. Um dos fragmentos que localizamos sobre esse tema foi nos *Annaes* do Parlamento Brasileiro, publicado no Rio de Janeiro, em 9 de julho de 1860.

Figura 22: Crítica ao Programa de Ensino



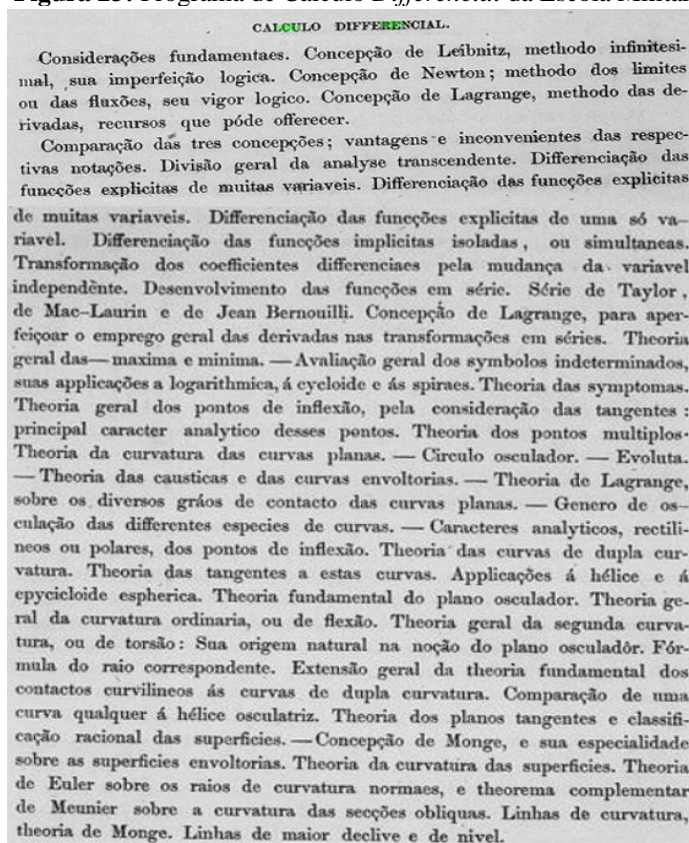
Não é possível ensinar em um só anno lectivo o que era antes objecto de dous annos, quasi todo o calculo differencial e integral, e quasi toda a mecanica racional e sua importantissima applicação ás machinas.

Fonte: *Annaes* do Parlamento Brasileiro (RJ) publicado em 9 de julho de 1860. (grifo nosso)

Devemos elencar aqui que este recorte se refere a uma fala do senhor Paranhos em uma sessão na Câmara dos deputados do Rio de Janeiro, trata-se de uma situação em que se discute o programa de ensino da Escola Militar e como pode ser observado o deputado explicita a impossibilidade de se ensinar, em um ano letivo todo conteúdo que no regimento anterior era proposto em dois. Se observarmos este fragmento à luz da teoria adotada em nossa pesquisa, notamos uma tentativa de controle, que nesse caso revela um entrelaçamento entre diferentes ordens de conhecimento, no caso, político e matemático, relativo ao suposto melhor programa de ensino.

Destacamos outro registro referente à Escola Militar no Relatório do Ministério da Guerra (RJ), de 1871, sobre os programas das cadeiras ministradas no ano anterior, aprovados pelo Ministério da Guerra. No primeiro ano, havia uma cadeira de Cálculo Diferencial e outra de Cálculo Integral. O programa de Cálculo Diferencial era o seguinte:

Figura 23: Programa de Cálculo *Diferencial* da Escola Militar



CALCULO DIFFERENCIAL.

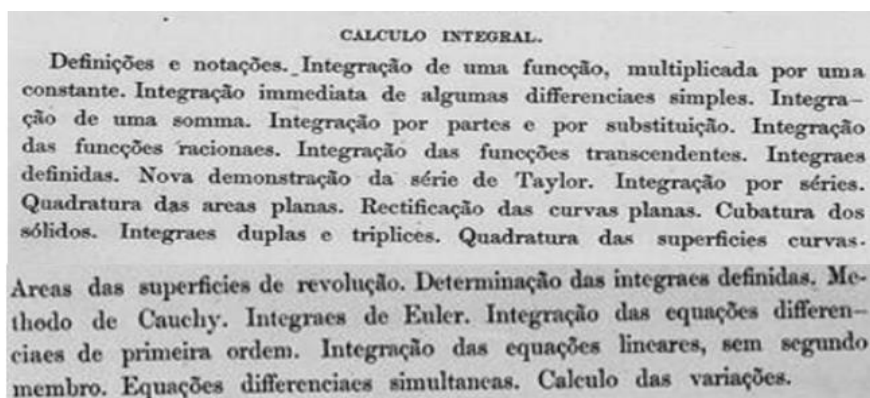
Considerações fundamentaes. Conceção de Leibnitz, methodo infinitesimal, sua imperfeição logica. Conceção de Newton; methodo dos limites ou das fluxões, seu vigor logico. Conceção de Lagrange, methodo das derivadas, recursos que póde offerecer.

Comparação das tres concepções; vantagens e inconvenientes das respectivas notações. Divisão geral da analyse transcendente. Diferenciação das funcções explicitas de muitas variaveis. Diferenciação das funcções explicitas de muitas variaveis. Diferenciação das funcções explicitas de uma só variavel. Diferenciação das funcções implicitas isoladas, ou simultaneas. Transformação dos coefficients differenciaes pela mudança da variavel independente. Desenvolvimento das funcções em série. Série de Taylor, de Mac-Laurin e de Jean Bernouilli. Conceção de Lagrange, para aperfeioar o emprego geral das derivadas nas transformações em séries. Theoria geral das— maxima e minima. — Avaliação geral dos symbolos indeterminados, suas applicações a logarithmica, á cycloide e ás spiraes. Theoria das symptomas. Theoria geral dos pontos de inflexão, pela consideração das tangentes: principal caracter analytic desses pontos. Theoria dos pontos multiplos. Theoria da curvatura das curvas planas. — Circulo osculador. — Evoluta. — Theoria das causticas e das curvas envoltorias. — Theoria de Lagrange, sobre os diversos grãos de contacto das curvas planas. — Genero de osculação das differentes especies de curvas. — Caracteres analyticos, rectilneos ou polares, dos pontos de inflexão. Theoria das curvas de dupla curvatura. Theoria das tangentes a estas curvas. Applicções á hélice e á epicycloide espherica. Theoria fundamental do plano osculador. Theoria geral da curvatura ordinaria, ou de flexão. Theoria geral da segunda curvatura, ou de torsão: Sua origem natural na noção do plano osculador. Fórmula do raio correspondente. Extensão geral da theoria fundamental dos contactos curvilneos ás curvas de dupla curvatura. Comparação de uma curva qualquer á hélice osculatriz. Theoria dos planos tangentes e classificação racional das superficies. — Conceção de Monge, e sua especialidade sobre as superficies envoltorias. Theoria da curvatura das superficies. Theoria de Euler sobre os raios de curvatura normaes, e theorema complementar de Meunier sobre a curvatura das secções obliquas. Linhas de curvatura, theoria de Monge. Linhas de maior declive e de nivel.

Fonte: Relatório: Ministério da Guerra (RJ) 1871 (grifo nosso)

Enquanto o de Cálculo Integral era:

Figura 24: Programa de Cálculo Integral da Escola Militar



Fonte: Relatório: Ministério da Guerra (RJ) 1871

Não obstante a essa realidade, conseguimos nestes fragmentos, mais precisamente no documento “Brasil: Ministério do Império: Relatório da Repartição dos Negócios do Império (RJ)” na edição de 1877, descrição de como eram ensinadas todas as matérias da Escola de Minas de Ouro Preto. Nesse registro consta o detalhamento da aula de *Mathematicas* e Mecânica Racional. Neste caso observa-se que o professor consagrou 05 lições à Álgebra Elementar, 06 ao Cálculo Diferencial, cinco às aplicações analíticas de Cálculo, 25 aulas a Geometria Analítica, compreendendo as aplicações geométricas, 08 aulas a Trigonometria Esférica, 16 a mecânica racional. E ainda aos alunos, fizeram exercícios numéricos sobre diferentes partes do curso.

No que diz respeito a esse programa de ensino, trata-se de uma aplicação da prática de classificação de conhecimento (BURKE, 2016, p. 93). Em outros termos, estava em curso na maneira como a sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral, recorrendo a essa prática tradicional de análise do conhecimento. Pensamos que isso esclarece um componente dos saberes para o ensino da referida matemática. Para finalizar, esse exemplo ilustra a existência de uma estreita relação entre os saberes para ensinar, na linha teorizados por Hofstetter e Valente (2017), e as práticas destacadas por Burke (2016), como maneiras diferentes de conduzir a análise de informações através da classificação do conhecimento.

Entendemos não ser prudente deixar de fora as possíveis relações entre as reformas e legislação de ensino e o estudo das condições culturais nas quais o ensino do Cálculo Diferencial e Integral foi valorizado na Escola Politécnica, nas quatro décadas finais do século XIX. Diante desta periodização, cabe ressaltar que se nossa intenção fosse analisar todas, não poderíamos deixar nenhuma sequer de fora. No entanto, esse

não é nosso objetivo, pois, por mais interessante que fosse fugiria de nossa intenção. Neste caso, destacamos somente as reformas e leis diretamente relacionadas à questão pesquisada. Cabe ressaltar que as reformas assim como as leis implicam diretamente nos planos de estudos, nos programas de ensino das instituições e mais amplamente as normas que regem a ordem de conhecimento ou o sistema de verdades concebido no quadro cultural do contexto considerado em nosso trabalho.

Iniciamos esta descrição por um recorte encontrado no número 119 do Diário do Rio de Janeiro publicado em maio de 1863, observe a imagem a seguir:

Figura 25: Regulamento reorganizando as escolas do exército



Fonte: Diário do Rio de Janeiro edição 119, publicado em maio de 1863

Este regulamento, define que as escolas estavam sujeitas à disciplina militar e subordinadas ao ministro e secretário de Estado dos Negócios da Guerra. Notemos que neste fragmento, não acompanha a numeração do decreto, mas, o encontramos na seção Atos oficiais do jornal Correio Mercantil, publicado em 2 de maio de 1863. Trata-se do decreto nº 3.083 de 28 de abril de 1863.

A questão de pesquisa priorizada nesta tese nos levou a analisar a parte referente à “Instituição da escola e bases gerais da instrução”, de onde destacamos: que o documento supracitado explicita que conforme a distribuição do tempo letivo de cada ano, poderá o estudo do Cálculo Diferencial e Integral iniciar no 2º ano, para os alunos das armas científicas, respectivamente nos dias em que não houver ensino direto. Nota-se que a matéria considerada se encontra de início no terceiro ano, na primeira cadeira juntamente com Mecânica, Balística Teórica e Aplicada, logo, o documento explicita a possibilidade de seu início ser antecipado.

Ainda neste mesmo sentido encontramos no jornal “O Globo: órgão da Agência Americana Telegráfica dedicado aos interesses do Comércio, Lavoura e Indústria (RJ),” de 28 de abril de 1876. Um recorte que nos chamou a atenção quanto ao teor das indagações, que de início enfatiza que em todo começo de uma instituição tem-se vícios de organização, e diante disso, a prática em conjunto com a experiência encarregam-se de extirpar. É justamente na extirpação desses vícios que surgem então as reformas. E que a reforma de 25 de abril de 1874 veio justamente para melhorar significativamente o ensino brasileiro, trata-se da mudança de Escola Central para Escola Politécnica. Em outras palavras, as disposições deste regulamento, abriram aos estudiosos da ciência, assim como a mocidade estudiosa uma nova realidade para a luta grandiosa das ideias, digo, uma luta sublime que resulta na riqueza da inteligência e os engrandecimentos do país por meio da instrução dos seus filhos.

Ainda neste movimento de mudança, localizamos no relatório do Ministério do Império de 1876, o Decreto nº 6438, de 22 de dezembro de 1876, criando na Escola uma Aula Preparatória para ensinar, entre outras matérias, a Teoria Geral das Equações, Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral. Em termos teóricos, na linha definida por Burke (2016), no quadro institucional considerado, estava em curso a existência hierarquia em termos dos saberes matemáticos para que os estudantes pudessem adquirir certa performance e terem sucesso nos testes de conhecimento, previstos para formação politécnica.

A partir deste momento, buscamos caracterizar as reformas educacionais, em um contexto mais amplo. Como descrevemos, a Escola Politécnica tem sua constituição em 1874 com a mudança de Escola Central para Politécnica. No entanto, para melhor entender esse movimento, retrocedemos a Academia Real Militar, mais precisamente a 4 de dezembro de 1810, quando o Príncipe Regente, futuro Rei D. João VI, assinou a carta de criação da instituição. De forma que no período inicial de 1810 a 1830 a instituição foi regida por aplicações dos Estatutos de D. Rodrigo de Sousa Coutinho. Entre 1832 e 1850, ocorreram seis reformas educacionais, a saber, nos anos de 1832, 1833, 1835, 1839, 1842 e 1845. Observamos que cada uma delas apresenta características particulares, sobre o regime da escola, currículo, militarização, exercícios práticos, entre outras questões. Essas reformas foram instituídas pelos seguintes decretos de: 9 de março de 1832, 22 de outubro de 1833, 23 de fevereiro de 1835, 14 de

janeiro de 1839, com o regulamento de 22 de fevereiro de 1839, de 9 de março de 1942 e de 1 de março de 1845.⁶²

Inicialmente o que nos chamou atenção nas reformas, são os preâmbulos, que sempre buscam justificativas para a institucionalização de uma nova reforma, ou seja, as razões que fundamentam as mudanças, mesmo indicando possível tomada de decisão proposta inserida em alguma linha de *expertise* (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017), podem também ser impostas por escolhas políticas, impostas, adaptadas ou retiradas regras que tem por finalidade controlar e aculturar uma determinada camada da sociedade.

Estas justificativas são como “a experiência com a reforma anterior não corresponde aos fins a que o Governo se propôs” ou “a atual Academia não tem a organização que o Governo julga conveniente” ou “as reformas anteriores não produziram os bons resultados que dela se deviam espera”, entre outras.

Na obra “Formação Militar no Exército” publicada pela editora Biblioteca do Exército em 1998, seu autor J. Motta (1998) descreve que além dos obstáculos gerados pelas inúmeras reformas, a Academia portava o fardo da dupla destinação. Em outras palavras, de questões como: se a escola é de formação de oficiais, então o regime deve ser militar; entretanto, se a escola é civil, nela não deve haver elementos particulares das práticas militares. Ainda tendo como base este autor, ele descreve além do fator supracitado, dois tipos de conflitos que existiram na Academia, entre o estudo das ciências e da técnica militar com a luta entre a teoria e prática, escrevendo de outra maneira, a luta entre a escola para doutores e a escola para soldados, ou seja, entre prioridades a conceder às Matemática e Ciências Físicas, ou à Tática, à Fortificação e aos exércitos militares.

Nossa análise com referência as reformas corroboram com as palavras de Motta (1998, p. 54) quando escreve que “a história desse período é uma alternância entre as duas tendências: militarização e o ensino mais diretamente ligado à profissão das armas e as preocupações matemáticas e científicas dão o tom”. A seguir, 1851 a 1874 tem-se o período da subdivisão da Academia em duas escolas. O ensino militar destaca-se por duas tendências ligadas à sua ampliação e profissionalização.

⁶² Para os documentos citadas tem-se os *links* nos Anexos C, D, E, F, G e H.

Em 1858, a Escola Militar recebeu a denominação de Escola Central. Essa reforma previu a inclusão dos cursos preparatórios na estrutura administrativa da Escola. Desse modo, o processo de disseminação do saber através dos testes de conhecimentos, no sentido conceituado por Burke (2016), foi uma prática adotada na instituição, mesmo em nível corresponde ao ensino secundário, para que os alunos pudessem ter condições de prosseguir os estudos em nível superior. Nos registros que localizamos, a partir das reformas de 1855, 1858, 1863 e 1874⁶³, a antiga Escola Central transforma-se na Escola Politécnica, tomando como referência a escola francesa com a mesma denominação, instituição concebida em sintonia com o advento dos ideais republicanos, conforme ficou instituído no regulamento aprovado pelo decreto nº 5.529, de 17 de janeiro de 1874, assinado pelo Ministro da Guerra, João José de Oliveira Junqueira Júnior.

Se olharmos para uma conjuntura mais ampla, destacamos que um dos fatores das reformas ocorridas após a criação da Politécnica, foi o desenvolvimento industrial no Brasil, no século XIX. Em outras palavras, nesta conjuntura de mudanças há necessidade de repensar os objetivos da instituição, e isso mostra ser preciso estudar novas áreas do conhecimento, assim como, de aplicações e tecnologias. Em síntese, cumpre ressaltar que o contexto considerado o ensino do Cálculo Diferencial e Integral era seguido em consonância com um dos elementos característicos das normas e regras internas a uma ordem de conhecimento ou ao sistema de verdade (BURKE, 2016, p. 54). Essa condição aparece no quadro institucional da Politécnica do final do século XIX.

Cumpre ressaltar que ocorreram várias reformas no curso de engenharia oferecido pela referida instituição, nas quatro últimas décadas do século XIX. Mesmo após esse período, outras reformas ocorreram, tais como as de 1911 e 1925, consolidando outros cursos além da Engenharia Civil, tais como: Geografia, Engenharia de Minas, Eletricista, Artes e Manufaturas, Mecânica, Engenharia Industrial, abrindo um amplo leque de ensino para o Cálculo Diferencial e Integral, entre outras matérias.

Diante do exposto observamos que, os conflitos narrados dessa parte ilustram que nem sempre as relações entre um *expert*, nomeado em um importante cargo pelas hierarquias superiores de uma instituição, estão isentos de conflitos. Por um lado, o governo convida um profissional para exercer a direção da Escola Politécnica, mas por

⁶³ Para os documentos citadas tem-se os *links* nos Anexos I, J, K e L.

outro, geram conflitos entre as necessidades técnicas e as escolhas políticas. Por esse motivo somos levados a inferir que o tempo de exercício de função de *expertise* nem sempre é muito longo, em decorrência desses embates que estamos destacando nessa parte da nossa tese.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar a descrição desta tese, optamos por retornar à utilização da primeira pessoa do singular, tal como fiz na parte referente à minha trajetória, ousando expor o caminho pessoal que me conduziu ao campo da Educação Matemática. Com essa escolha quero expor o meu entendimento que este relatório, de modo algum, deve ser visto como se fosse o “fim” do trabalho. Pelo contrário, as sínteses apresentadas, a seguir, apenas sinalizam o “início” de novos caminhos e busca de outros níveis mais avançados de aproximação do que aconteceu no passado histórico focalizado. Entendo que neste momento trata-se de uma percepção um tanto quanto particular, com a intencionalidade de avançar na desafiante tarefa que acredito ser coletiva e pessoal de contribuir na busca de sucessivos níveis objetivação da escrita da história. Diante disso, retomo a questão enunciada no início do trabalho: quais fatores determinaram a sistematização do ensino de Cálculo Diferencial na Escola Politécnica nas quatro últimas décadas do século XIX? O sentido dado ao termo “sistematização”, no capítulo 2, foi definido como um processo histórico que envolve três aspectos: a maneira como a disciplina aparece registrada nos textos de referência, as escolhas feitas pelos personagens participantes da produção desse material e outros elementos relacionados à História da Matemática ou ao cenário cultural da época.

Na análise descrita no capítulo 4, ficou em destaque que os eventos que deram início ao ensino da matemática superior no Brasil, no período aqui proposto a estudar, evidencia a importância das raízes positivista, pois, exerceram grande influência no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, na referida instituição nas décadas colocada em questão, e ainda, não influenciaram somente o ensino da matemática, de modo geral incluiu-se as outras ciências. Apontamos neste movimento dois tipos de positivista: de um lado o ortodoxo e do outro o heterodoxo, e em destaque observamos a influência predominante daqueles que seguiam essa filosofia, no entanto, com algumas pequenas mudanças, ou seja, os heterodoxos.

A análise descrita no capítulo 5 mostra elementos de resposta à questão priorizada nesta tese, relativa ao processo de sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral nas últimas quatro décadas do século XIX, na Escola Politécnica. Em primeiro lugar, constatamos a forte precedência dos pressupostos do pensamento positivista na redação dos textos adotados como referência para o ensino da matéria.

Mais especificamente, as fontes produzidas revelam certa exaltação das ideias defendidas pelo filósofo francês Augusto Comte⁶⁴, no sentido de considerar a matemática como ciência fundamental para o estudo das demais disciplinas. Do ponto de vista epistemológico e histórico identificamos a presença do processo da classificação e das divisões internas ao Cálculo Diferencial e Integral, além de descrever aspectos específicos da simbologia, nomenclatura e linguagem. Esses elementos permitem afirmar que o saber *a* ensinar apresentava relativa estabilidade em termo de objetivação.

Em seguida, foi possível constatar que na sistematização do Cálculo Diferencial e Integral existem elementos relativos à análise do conhecimento matemático envolvido, bem como a descrição detalhada de aspectos epistemológicos relativos as variáveis e equações, assim como os diferentes procedimentos a serem realizados para resolução de problemas inerentes a matéria. Nesse sentido, foi possível confirmar as indicações teóricas de Burke (2016) no viés da existência de uma valorização diferenciada para o estágio de análise do conhecimento, que, em certos casos aparecem supostamente superior a fase de coleta de dados ou informações.

Outro elemento que a análise aponta na sistematização desta matéria mostra que os autores dos textos possuíam claramente a ideia de uma representação de ciência, diferenciando e comparando o que é uma ciência acadêmica, em termos de produção, do que é apenas um exercício de ensino do Cálculo Diferencial e Integral. Identificar essa diferenciação foi importante para nós, pois, o que vem em seguida é a possibilidade da produção cultural de uma realidade que só iria se concretizar no início do século seguinte, que foi emergência do campo da Matemática no Brasil. Além disso, estavam atentos as diferenças existentes entre o método das fluxões proposto por Newton e o Método dos Infinitesimais proposto por Leibniz deixando bem claro as simbologias por eles adotadas.

Além das questões acima elencadas, a sistematização para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral no contexto da instituição focalizada, revela a existência de aspectos específicos, antes de reivindicar níveis mais avançados de objetivação do ensino da referida matéria. Dessa forma, a análise realizada no capítulo 6 levou a observar que em primeiro lugar, a análise dos livros textos revela a existência de uma estreita relação epistemológica entre o saber *a* ensinar e os saberes *para* ensinar o

⁶⁴ Faço uso de itálico neste capítulo para colocar elementos em destaque.

Cálculo Diferencial e Integral. Em seguida, a análise dos programas e legislação de ensino nos revela uma série de conflitos e obstáculos que colocavam em campos opostos os interesses políticos e aqueles relacionados as ciências politécnicas. Esses conflitos, estavam relacionados a disputa de poder entre as ordens de conhecimento envolvidas na fase inicial de constituição do campo das ciências politécnicas. Finalmente, a análise da profissionalização desenvolvida no capítulo anterior, revela que na sistematização focalizada na questão central desta tese nem sempre predominava os aspectos epistemológicos referentes a matéria em questão, persistindo, em certas situações os interesses de ordem política e social, nesse sentido, permanece em aberto indícios das dificuldades em contextualizar adequadamente a noção de *expertise* nesse momento diferenciado de consolidação da formação para as ciências politécnicas.

Em paralelo com a sistematização progressiva do ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica, nas últimas décadas do século XIX, de acordo com as fontes analisadas, foi possível constatar a existência de alguns sinais que levariam, no início do século seguinte, a constituição do campo de atuação profissional que iria se consolidar como centro de uma rede de disseminação de saberes matemáticos no Brasil. Um dos principais personagens desse movimento foi o professor Otto de Alencar, que publicou um importante trabalho matemático no ano de 1896, trazendo à tona as limitações das ideias de Augusto Comte, no que diz respeito a impossibilidade de mostrar a continuidade da produção de novos saberes matemáticos.

De forma que uma das contribuições dos professores de matemática na Escola Politécnica, no final do século XIX, foi terem protagonizado, ao mesmo tempo, a criação dos campos profissionais das ciências politécnicas, das ciências militares e do início da constituição do campo profissional das ciências matemáticas acadêmicas no Brasil. Nesse sentido, trata-se do espaço institucional onde ocorreu os primeiros movimentos da criação de campo matemático, que assumiria contornos mais nítidos no início do século XX. No momento considerado, surgiram os primeiros sinais de relativa autonomia de constituição do campo de atuação dos matemáticos, um outro espaço de atuação acadêmica, que não estaria mais vinculado à ordem de conhecimento militar ou politécnico.

Ainda tendo como base o texto supracitado, nos atrevemos a indicar que ele nos permite, de certo modo, diferenciar o significado de atividade científica, que em nosso entendimento, possuem regras e paradigmas pertencentes a um campo mais amplo,

trata-se do cenário em que os pesquisadores estão inseridos, no entanto, podemos inferir que é um espaço onde podem surgir momentos que seja necessário convocar especialistas de outro campo para atuarem em conjunto, neste caso com objetivos em comum, ou seja, a realização de um grande projeto, de abrangência bem mais ampla do que aquele universo mais restrito a comunidade científica.

Na história da Educação Matemática há uma interpretação direta utilizando o conceito de *expertise*. Observamos então, como um exercício de exemplo o personagem Benjamin Constant Botelho de Magalhães, mais precisamente quando o governo provisório o nomeou em 1889 como ministro da Guerra e em seguida como Ministro da Educação Pública, ou seja, trata-se de uma convocação de um professor das matemáticas dentre um quadro de professores igualmente renomados, no intuito dele ocupar o cargo mais importante da educação brasileira, outorgando-lhe certo poder de *expertise*, que certamente irá extrapolar o campo científico ao qual ele estava inserido.

Devemos observar o quadro de atuação de um profissional nessas condições, para melhor compreensão. Fica claro que Benjamin Constant, saiu de sua comunidade *mater*, no berço acadêmico que ao longo dos tempos lhe concedeu respeitabilidade, assim como reconhecimento por parte de seus pares. Ao levarmos nosso olhar para um quadro social mais amplo, essa nova posição ocupada por ele, está engendrada de problemas a serem resolvidos em um contexto mais abrangente, em termos de população alcançada, esforços e recursos investidos, do que os limites de sua antiga posição como professor.

Assim, destaca-se que especialidade científica e *expertise* científica são noções relacionadas e próximas, mas que sinalizam um movimento de transformação dos saberes dominados pelo especialista, no sentido de que o resultado do trabalho realizado no quadro de uma *expertise* não está necessariamente circunscrito à comunidade científica. Por fim, a constituição do campo da matemática acadêmica no Brasil pode ser vista a partir de uma rede de *expertise*, composta por diferentes especialistas que de certa forma se destacaram no período em que propomos nossas análises.

A análise realizada permite mostrar que eventos ocorridos na Escola Politécnica, a partir do ensino do Cálculo Diferencial e Integral, principalmente na última década do século XIX, proporcionaram a emergência de alguns sinais do que propomos denominar de fase embrionária da constituição do campo disciplinar da matemática acadêmica no

Brasil, que se complementa no início do século XX. Desse modo, constatamos que a ordem de conhecimento, no contexto pesquisado, nos últimos momentos do século XIX, apresenta sinais de subdivisões, pois, estava em curso o início a formação de uma nova comunidade de saber que nos anos seguintes iria compor o campo profissional da Matemática acadêmica no Brasil (BURKE, 2016). Logo, existe uma relação entre a noção de *expertise* no sentido de que essa condição é conferida por uma instância que concede ao especialista esse estatuto, mas, por outra, essa própria instância está necessariamente vinculada a comunidade de saber, que referenda e aprovada o seu poder de conferir o grau de *expertise* a um determinado profissional de reconhecida competência.

Por fim, a partir deste tópico evidencia-se a existência de três dimensões que se complementam: os processos propostos por Burke (2016), os conceitos propostos na obra organizada por Hofstetter e Valente (2017), as quais, de certo modo, expressam as grandes categorias que levaram à sistematização do ensino do Cálculo Diferencial e Integral no contexto priorizado em nossa pesquisa. Entendemos, que a sistematização é uma ampla categoria que envolve uma multiplicidade de práticas, as quais são referendadas na ordem de conhecimento considerada, quer seja quanto aos saberes a ensinar e, em paralelo, os saberes para ensinar. Mais especificamente, a sistematização envolve definições, conceitos, demonstrações, nomenclatura, simbologia matemática, entre vários outros elementos epistemológicos que têm como referência o campo acadêmico da matemática e as práticas pedagógicas produzidas no campo inicial do ensino superior da matemática.

Retomo minha própria escrita quando afirmo, longe de ser a escrita do fim da pesquisa, a finalização deste trabalho simboliza um momento para renovar nosso fôlego. Trata-se de um relatório que procurou analisar as informações recolhidas, conforme solicita a ordem acadêmica na qual a pesquisa está inserida. Mas, por certo, há muito ainda a ser pesquisado sobre a ampla temática que envolve o Cálculo Diferencial e Integral *a e para* ensinar. Diante disso gostaria de reafirmar que estou consciente quanto à necessidade de persistir na realização de outras pesquisas, buscando outras fontes, documentos, que auxiliem para que essa história escrita se aproxime um pouco mais da história vivenciada pelos protagonistas do passado.

REFERÊNCIAS

- A REDAÇÃO. *A Crença Revista da Escola Polytechnica*. Rio de Janeiro; ed. 20, 20 de setembro de 1875.
- A REDAÇÃO. *Revista da Família Acadêmica*. Rio de Janeiro; ed. 01, 1887.
- ALMOND, G.; VERBA, S. *The civic culture*. Princeton: Princeton University Press, 1963.
- ALVES, J. A. *Revista do Rio de Janeiro*. In: *Revista do Rio de Janeiro*, Rio de Janeiro, n.01, jan. 1876.
- AMADEO, M; SCHUBRING, G. *A École Polytechnique de Paris: mitos, fontes e fatos*. *Revista Bolema* Vol.29 no.52. Rio Claro Aug.2015.
- BACHELARD, G. *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BAKHTIN, M. *Estética da Criação Verbal*. São Paulo, Ed. Martins Fontes. 2000.
- BARON, MARGARET E. *Coleção Curso de História da Matemática (Origem e Desenvolvimento do Cálculo*. Trad. José Raimundo Braga Coelho. Editora Universidade de Brasília: 1985.
- BARROS, J. A. *A Nova História Cultural – considerações sobre o seu universo conceitual e seus diálogos com outros campos históricos*. *Cadernos de História*, Belo Horizonte, V.12, n.16, 1ºsem. 2011.
- BATISTA, F. *Análise histórica do estudo escolar de algoritmos com base em explicações teóricas e exercícios propostos em livros didáticos de matemática (1870 – 1930)*. Dissertação de Mestrado defendida na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande: 2017.
- BERSTEIN, SERGE. *Cultura Política*. In: RIOUX, Jean-Pierre; SIRINELLI, Jean François (orgs.). *Para uma História Cultural*. Lisboa: Estampa, 1997.
- BLOCH, M. *Apologia da história ou o ofício do historiador*. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.
- BNDIGITAL. *Orientações de uso de arquivos digitais*. (2019) Disponível em: <<http://bndigital.bn.gov.br/orientacoes-de-uso-de-arquivos-digitais/>>. Acesso em 26/09/2019.
- BOURDIEU, PIERRE. *Esboço de uma teoria da prática*. In: ORTIZ, Renato (org.) PIERRE BOURDIEU. São Paulo, Ática, 2004.
- BOYER, C. B. *História da matemática*; tradução Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.
- BURKE, P. *O que é história cultural?* Tradução de BOES, de P. S. -2º ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed. 2008.
- BURKE, P. *O que é história do conhecimento?* Tradução de FREIRE, C., São Paulo, Editora UNESP, 2016.
- CALMON, P. *A Vida de D. Pedro II o Rei Filósofo*. Ed. Biblioteca do Exército, 1975.
- CARDOSO, L. A. *A evolução da Mathematica no Brasil*. In: *Revista Instituto Politécnico Brasileiro*, Rio de Janeiro, n.18, 52-63, 1888.

- CARVALHO, H. M. *O Instituto de Aeronáutica na História da Matemática no Brasil*. Rio Claro, 2014. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Orientador: Sergio Roberto Nobre
- CARVALHO, J.B.P.; DASSIE, B.A. The history of mathematics education in Brazil. *ZDM Mathematics Education* (2012) <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0439-5>
- CARVALHO, T. F. e D’OTTAVIANO, I. L. *Sobre Leibniz, Newton e infinitésimos, das origens do cálculo infinitesimal aos fundamentos do cálculo diferencial paraconsistente*. Educação. Matemática. Pesquisa. São Paulo, v. 8, n. 1, p.13-43, 2006.
- CASTRO, F. de O. *A matemática no Brasil*. 2. ed. Campinas: editora da Unicamp, 1999.
- CAUCHY, A. L.: *Oeuvres*, 27 vol. en deux séries, Paris 1882-1974. (*Analyse algébrique*) *Cours d’analyse de l’Ecole royale polytechnique. Analyse algébrique*, Paris, 1821.
- CHACON, V. *História das Idéias Socialistas no Brasil*. Ed. do Senado Federal, coleção Bernardo Pereira de Vasconcelos. s.d.
- CHARTIER, R. *Introdução. Por uma sociologia histórica das práticas culturais*. In: _ CHARTIER, R A História Cultural entre práticas e representações. Col. Memória e sociedade. Trad. Maria Manuela Galhardo. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1990.
- CHERVEL, A. *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa*. Porto Alegre: Teoria e Educação, n. 2, p. 177-229, 1990.
- CHIGNOLA, S. *História dos Conceitos e História da Filosofia Política*. In: JASMIN, Marcelo; FERES Jr., João (orgs.). *História dos Conceitos: diálogos transatlânticos*. Rio de Janeiro: PUC, 2007, p.45-57.
- CUNHA, A. R. *Algumas contribuições de Newton para o desenvolvimento do cálculo*. Uberaba, MG. 2106. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2016. Orientadora: Profa. Dra. Mônica de Cássia Siqueira Martines.
- D. RÜTHING. *Some Definitions of the Concept of Function from Joh. Bernoulli to N. Bourbaki*, *Math. Intelligencer* 6:4 (1984) 72–77.
- DE CERTEAU, M. de. *A invenção do cotidiano: Artes de fazer*. 3.ed. v.1. Petrópolis: Vozes, 1998. 352 p. Tradução: Ephraim Ferreira Alves.
- DEFINIÇÃO de *Sciencia*. *Revista do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro, n. 01, ed.01, p. 18-24, jan. 1876.
- DHOMBRES, J. *French Mathematical Textbooks from Bézout to Cauchy*. In *Historia Scientiarum*, nº 26, 1985.
- DIRK, J. S. *História Concisa das Matemáticas*. trad. J. Guerreiro Lisboa: Gradiva, 1992.
- DIVISÃO Fundamental do Cálculo das *Funcções Indirectas*. *Revista do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro, n. 01, ed.02, p. 81-84, abril, 1876.
- DUBY, G. *History of medieval societies*. Information (International Social Science.1971. <https://doi.org/10.1177/053901847101000301> acesso em 16.09.2018.

- EULER, L. *Introduction to analysis of the infinite. Translation of Introductio in analysin infinitorum* por BLANTON, J. D. Ed. Springer-Verlag, 1988.
- EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Unicamp, 2002.
- FARIA, J. *Horacio de. Apreciação dos methodos infinitesimal e dos limites. A Crença Revista da Escola Polytechnica*. Rio de Janeiro; ed. 22, 25 de outubro de 1875.
- FAUSTO, B. *História do Brasil*. São Paulo: EDUSP, 2013.
- FOUCAULT, M.. *Microfísica do poder*. Rio de Janeiro: Graal. 1979
- FREITAS, A. P. de. *Escola Polytechnica: Relatório. Relatório do Ministério da Justiça*. Rio de Janeiro. ed.01. 1894
- FREITAS, P. *A determinação dos coeficientes numéricos das fórmulas mathematicas. A Crença Revista da Escola Polytechnica*. Rio de Janeiro; ed. 22, 25 de outubro de 1875.
- GARBI, G. G. *A rainha das ciências*. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- GILLING, R. J. *Mathematics in the time of the Pharaohs*. Cambridge.1972.
- GINZBURG, C. *O Inquisidor como Antropólogo a Micro-História e outros ensaios*. Lisboa: Difel, 1991.
- GOMES, A. C. *História, Historiografia e Cultura Política no Brasil: algumas reflexões*. In: SOIHET, Raquel; BICALHO, Maria Fernanda B.; GOUVEA, Maria de Fátima S. *Culturas Políticas: ensaios de História Cultural, história política e ensino de história*. Rio de Janeiro: Mauad. FAPERJ, 2005. p.21-44.
- HOFSTETTER, R; SCHNEUWLY, B. *Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação*. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores*. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física (Coleção Contextos da Ciência), 2017. p.113-172.
- HOFSTETTER, R; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M. de. *Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação – a irresistível institucionalização do expert em educação (século XIX e XX)*. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores*. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física (Coleção Contextos da Ciência), 2017. p.55-112.
- HOWARD, E. *Introdução a História da Matemática*. trad. Hygino H. Domingues São Paulo: Editora da Unicamp, 2002.
- KUCHNIR, K; CARNEIRO, L. *As Dimensões Subjetivas da Política. Estudos Históricos*. n. 24, p.227-250, 1999.
- LE GOFF, J. *História e memória*. 5 ed. Campinas: Ed. da UNICAMP, 2003.
- LEIBNIZ, G. W. *Primary truths*. In: MORRIS, M.; PARKINSON, G. H. R. (Ed.). *Philosophical writings of G. W. Leibniz*. London: Dent, 1995 [1686]. p. 87-92.
- LIMA, C. S; MIOTO, R. *Procedimentos Metodológicos na construção do conhecimento científico*. Revista Katá. Florianópolis. v. 10 nº especial,37-45. 2007.
- LIMA, T. S. *O conceito de infinito: uma abordagem a partir da resolução de problemas*. Porto Seguro. Dissertação: Universidade Federal da Bahia, 2015.

- LINS, I. História do Positivismo no Brasil. São Paulo. Editora Nacional. 1967.
- LINTZ, R. G. *História da Matemática*. Editora FURB. 1998.
- MANGUEL, A. *Uma história da leitura*. São Paulo: Companhia das Letras, 1999.
- MANOEL, A. P. *Aspectos históricos do estudo do cálculo diferencial e integral no ensino secundário brasileiro entre 1889 e 1929*. (2018) Dissertação – Universidades Federal do Mato Grosso do Sul. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
- MAOR, E: *A história de um número*. 4ª Ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.
- MATHEMATICA*. *Revista do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro, n. 01, ed.01, p. 6-8, jan. 1876.
- MAXIM, L., ARNOLD, G. (orgs.), *Les chercheurs au coeur de l'expertise*, Hermes, nº64, 2012.
- MENEGHETTI, R.C.G. *Constituição do saber matemático: reflexões filosóficas e históricas*. Eduel. Londrina, 2010.
- MOREIRA, D. *Profissionalização e continuidade geracional: uma leitura sociológica do prefácio do Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral de S. F. Lacroix*. In MOREIRA & MATOS (Orgs.). *História do Ensino da Matemática em Portugal*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2005.
- MORMÊLLO, B. H. *O Ensino de Matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874*. Dissertação – Universidade Estadual de Campinas. 2011.
- MOTTA, J. *Formação do Oficial do Exército*. Rio de Janeiro: Biblioteca do Exército Editora, 1998.
- NETO, J. A.; CÉLIO, R. T.. *História Geral e do Brasil*. 3ed.São Paulo: HARBRA, 2016.
- PAIM, A. *O estudo do pensamento filosófico brasileiro*. 2ª Ed.. São Paulo: Convívio. 1986.
- PAIS, L. C. Ensaio sobre Questões de Método na Pesquisa em Educação Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*. Programa de pós-graduação em educação matemática da universidade federal de mato grosso do sul (UFMS) V. 11, n. 26 – 2018. Disponível em: <<http://www.seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/7702/5498>>. Acesso em 23 de Março de 2019.
- PICKOVER, C. A. *The Math Book*. Sterling Publishing Co., Inc., New York, NY, 2011.
- ROCHA, I. A. *Evolução do conceito de Função Integrável*. São Paulo, 2016. Tese defendida na Universidade Anhanguera de São Paulo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2016.
- RONDON, C. Teoria complementar de transformações de coeficientes diferenciais, segundo a mudança de variáveis independentes. *Revista da Família Acadêmica*. Rio de Janeiro; ed. 06, 01 abril de 1888.
- SABA, R. N. P. F. *As “eleições do cacete” e o problema da manipulação eleitoral no Brasil monárquico*. Almanack. Guarulhos, n.02, p.126-145, 2º semestre de 2011.

- SAMPAIO, H. *Evolução do ensino superior brasileiro, 1808-1990*. Núcleo de Pesquisa sobre Ensino Superior da Universidade de São Paulo. 1991. Doc. de trabalho 8/91.
- SCHUBRING, G. *Análise histórica de livros de matemática*. Tradução de Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas, Autores Associados, 2003.
- SILVA, C. M. *A matemática positivista e sua difusão no Brasil*. Vitória: EDUFES. 1999.
- SILVA, C. M. *Politécnicos ou matemáticos?* In História, Ciências, Saúde – Manguinhos, Rio de Janeiro, v. 13, n. 4, p. 891-908, out.- dez. 2006.
- SILVA, C. P. *A Matemática no Brasil: uma história do seu desenvolvimento*. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná, 1992.
- SILVA, D. de A. Resumo das lições de analyse dadas na escola Polytechnica. *A Idéia Sciencias e Letras*, Rio de Janeiro; ed. 2, 1 de junho de 1875a.
- SILVA, D. de A. Resumo das lições de analyse dadas na escola Polytechnica. *A Idéia Sciencias e Letras*, Rio de Janeiro; ed. 3, 1 de julho de 1875b.
- SILVA, D. de A. Resumo das lições de analyse dadas na escola Polytechnica. *A Idéia Sciencias e Letras*, Rio de Janeiro; ed. 5, 1 de setembro de 1875c.
- SILVA, E. P. *A trajetória do cálculo e da disciplina matemática do IFSP: das escolas de aprendizes artífices ao CEFET-SP*. Rio de Janeiro, 2015. Orientador: Gert Schubring. Coorientadora: Márcia Fusaro. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática.
- STRUIK, D. *A concise history of mathematics*. Ed. New York: Dover Publications, 1987.
- TELLES, P. C. da S. *História da Engenharia no Brasil: séculos XVI e XIX*. v. 1. 2. ed. Rio de Janeiro: Clavero, 1994.
- THOMPSON, E. P. *Folclore, Antropologia e História Social*. In: THOMPSON, E. P. As peculiaridades dos ingleses e outros artigos. São Paulo: UNICAMP, 2001.
- UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, *Escola Politécnica. História da Escola Politécnica*. <disponível em: http://www.poli.ufrj.br/politecnica_historia.php> acesso em: 03 junho de 2018.
- VALENTE, W. R. *O saber: uma questão crucial para a institucionalização da educação matemática e profissionalização do educador matemático*. Perspectivas da Educação Matemática. UFMS, 2016b. Disponível em: <<http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/issue/view/150>> Acesso: 5 mar. 2017.
- VALENTE, W.R. *A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático*. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores*. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física (Coleção Contextos da Ciência), 2017. p. 201-228.
- VALENTE, W.R. *Trends of the history of mathematics education in Brazil*. ZDM Mathematics Education (2010) 42: 315. <https://doi.org/10.1007/s11858-010-0239-8>.
- VECHIA, A; LORENZ, K. M. *Programa de Ensino da Escola Secundária Brasileira: 1850 – 1951*. Curitiba: Ed. do Autor, 1998.

APÊNDICE A - Tabela de Ocorrências do Termo Cálculo Diferencial na Hemeroteca 1800-1900

Período	Ocorrências	Quantidade de periódicos do período	Periódicos e ocorrência(s)	Quantidade de ocorrências
1800-1809	0	5	0	0
1810-1819	9	18	Jornal de Coimbra (POR) - 1812 a 1820	4
			Correio Braziliense: Ou Armazem Literario (Londres, ING) - 1808 a 1822	2
			Correio Braziliense (Londres, ING) - 1808 a 1822	2
			O Patriota: Jornal Político Liberal (RJ) - 1813 a 1814	1
1820-1829	2	119	Diario Constitucional (BA) - 1822	1
			O Amigo do Homem (RJ) - 1827	1
1830-1839	8	355	Diário do Rio de Janeiro (RJ) - 1821 a 1858	3
			Diário do Rio de Janeiro (RJ) - 1821 a 1858	2
			Diario de Pernambuco (PE) - 1825 a 1839	1
			Annaes do Parlamento Brasileiro (RJ) - 1826 a 1873	1
			Diario de Annuncios (RJ) - 1833	1
1840-1849	15	369	Diario de Annuncios (RJ) - 1833	5
			Annaes do Parlamento Brasileiro (RJ) - 1826 a 1873	3
			Annaes do Parlamento Brasileiro (RJ) - 1826 a 1873	2
			Diário do Rio de Janeiro (RJ) - 1821 a 1858	1
			O Correio da Tarde:Jornal Politico,Litterario e Commercial (RJ)-1848 a 1852	1
			Archivo Medico Brasileiro: Gazeta Mensal de Medicina, Cirurgia, e Sciencias Accessorias (RJ) - 1844 a 1847	1
			A Tribuna: jornal politico e litterario (RJ) - 1845	1
			O Progresso: Revista social, litteraria e scientifica (PB) - 1846 a 1848	1

Período	Ocorrências	Quantidade de periódicos do período	Periódicos e ocorrência(s)	Quantidade de ocorrências
---------	-------------	-------------------------------------	----------------------------	---------------------------

1850-1859	21	431	Annaes do Parlamento Brasileiro (RJ) - 1826 a 1873	3
			Annaes do Parlamento Brasileiro (RJ) - 1826 a 1873	3
			Diario de Pernambuco (PE) - 1850 a 1859	2
			Correio Mercantil, e Instructivo, Politico, Universal (RJ) - 1848 a 1868	2
			O Guanabara : Revista Mensal Artistica, Scientifica e Litteraria (RJ) - 1838 a 1855	2
			O Commercial: Jornal dos Interesses Commerciaes, Agricolas, Industriaes e de Litteratura (PE) - 1850	2
			O Correio da Tarde : Jornal Commercial, Politico, Litterario e Noticioso (RJ) - 1855 a 1862	1
			Diário do Rio de Janeiro (RJ) - 1821 a 1858	1
			O Portuguez no Rio de Janeiro (RJ) - 1852	1
			Relatorio : Ministerio da Guerra (RJ) - 1828 a 1940	1
			Brasil. Ministério do Império : Relatorio da Repartição dos Negocios do Imperio (RJ) - 1832 a 1888	1
			Brasil Maritimo : Periodico dedicado a Propagação dos conhecimentos maritimos, e dos melhoramentos feitos na difficil arte de navegar (PE) - 1854 a 1859	1
			Almanak Militar (RJ) - 1858 a 1859	1

Período	Ocorrências	Quantidade de periódicos do período	Periódicos e ocorrência(s)	Quantidade de ocorrências
---------	-------------	-------------------------------------	----------------------------	---------------------------

1860-1869	18	599	Diário do Rio de Janeiro (RJ) - 1860 a 1878	3
			Diario de Pernambuco (PE) - 1860 a 1869	2
			Annaes do Parlamento Brasileiro (RJ) - 1826 a 1873	2
			Jornal do Commercio (RJ) - 1860 a 1869	2
			Revista Popular (RJ) - 1859 a 1862	1
			Correio Mercantil, e Instructivo, Politico, Universal (RJ) - 1848 a 1868	1
			A Actualidade : jornal politico, litterario e noticioso (RJ) - 1859 a 1864 Aplicação do calculo	1
			A Constituição (CE) - 1863 a 1889	1
			Constitucional (RJ) - 1862 a 1864	1
			Almanak Administrativo, Mercantil e Industrial do Rio de Janeiro (RJ) - 1844 a 1885 Professor da disciplina 1874	1
			Opinião Liberal (RJ) - 1866 a 1870	1
			Relatorio : Ministerio da Guerra (RJ) - 1828 a 1940	1
			Revista Espírita Jornal de Estudos Psicológicos (SP) - 1858 a 1869	1

Período	Ocorrências	Quantidade de periódicos do período	Periódicos e ocorrência(s)	Quantidade de ocorrências
---------	-------------	-------------------------------------	----------------------------	---------------------------

1870-1879	62	945	Revista do Rio de Janeiro (RJ) - 1876 a 1877	11
			O Globo : Órgão da Agencia Americana Telegraphica dedicado aos interesses do Commercio, Lavoura e Industria (RJ) – 1874	5
			A Idéa : jornal de sciencias e letras (RJ) - 1874 a 1875	5
			Relatório: Ministério da Guerra (RJ) - 1828 a 1940	5
			Diário do Rio de Janeiro (RJ) - 1860 a 1878	4
			A Crença: Sciencias, Letras e Artes (RJ) – 1875	4
			Brasil. Ministério do Império: Relatório da Repartição dos Negócios do Império (RJ) - 1832 a 1888	4
			O Novo Mundo: Periódico Illustrado do Progresso da Edade (Nova Iorque, EUA) - 1870 a 1879	3
			Jornal do Commercio (RJ) - 1870 a 1879	3
			A Nação: Jornal Politico, Commercial e Litterario (RJ) - 1872 a 1876	2
			Diario de Pernambuco (PE) - 1870 a 1879	1
			Monitor Campista (RJ) - 1834 a 1891	1
			Correio Paulistano (SP) - 1870 a 1879	1
			Gazeta de Noticias (RJ) - 1875 a 1879	1
			Revista Musical e de Bellas Artes (RJ) - 1879 a 1880	1
			O Espirito - Santense (ES) - 1870 a 1889	1
			A Reforma: Órgão Democratico (RJ) - 1869 a 1879	1
			A Instrução Publica: Publicação Hebdomadaria (RJ) - 1872 a 1888	1
			Relatório do Estado da Instrução Primaria e Secundaria (RJ) - 1855 a 1884	1
			Correio da Bahia: O Correio da Bahia é propriedade de uma Associação (BA) - 1871 a 1878	1
			Jornal do Povo: Órgão dos verdadeiros interesses Sociaes e Politicos (RJ) - 1878 a 1879	1
			Diario de Notícias (RJ) - 1870 a 1872	1
			Imprensa Industrial: Revista de Literatura, Sciencias, Artes e Indústrias (RJ) - 1876 a 1877	1
Jornal de Recife (PE) - 1858 a 1938	1			
Publicador Maranhense (MA) - 1842 a 1885	1			
O Caixeiro: Jornal Commercial, Litterario e Noticioso (RJ) - 1873	1			

Período	Ocorrências	Quantidade de periódicos do período	Periódicos e ocorrência(s)	Quantidade de ocorrências
---------	-------------	-------------------------------------	----------------------------	---------------------------

1880-1889	111	1495	Jornal do Commercio (RJ) - 1880 a 1889	9
			Revista Maritma Brasileira (RJ) - 1881 a 2012	7
			O Mercantil (RJ) - 1872 a 1892	7
			Relatorio : Ministerio da Guerra (RJ) - 1828 a 1940	7
			Gazeta de Noticias (RJ) - 1880 a 1889	6
			Revista Maritma Brasileira (RJ) - 1881 a 1889	5
			Diario de Noticias (RJ) - 1885 a 1895	5
			Diario de Pernambuco (PE) - 1880 a 1889	4
			Liberal Mineiro (MG) - 1882 a 1889	4
			A União : Orgão do Partido Conservador (MG) - 1886 a 1889	4
			Pacotilha (MA) - 1880 a 1909	3
			O Paiz (RJ) - 1884 a 1889	3
			Almanak Administrativo, Mercantil e Industrial do Rio de Janeiro (RJ) - 1844 a 1885	3
			Revista do Instituto Polytechnico Brasileiro (RJ) - 1867 a 1906	3
			A União: Órgão do Partido Conservador (MG) - 1886 a 1889	3
			Annaes da Escola de Minas de Ouro Preto : Collecções de Memorias e de notícias sobre a Mineralogia, a Geologia e as explorações das Minas no Brazil (MG) - 1881 a 1885	3
			Revista da Família Academica (RJ) - 1887 a 1889	2
			O Programma-Avisador: Publicação Diária (RJ) - 1884 a 1888	2
			Jornal de Recife (PE) - 1858 a 1938	2
			Revista de Engenharia (RJ) - 1879 a 1891	2
			Monitor Campista (RJ) - 1834 a 1891	1
			Gazeta Médica da Bahia: Publicada por uma Associação de Facultativos (BA) - 1867 a 1905	1
			Diario de Belém : Folha Politica, Noticiosa e Commercial (PA) - 1868 a 1889	1
			Diario do Brazil (RJ) - 1881 a 1885	1
			Gazeta da Tarde (RJ) - 1880 a 1901	1
			Libertador : Orgão da Sociedade Cearense Libertadora (CE) - 1881 a 1890	1
			Gazeta Paranaense: Orgam do Partido Conservador (PA) - 1882 a 1889	1
			Relatórios dos Presidentes das Províncias Brasileiras: Império (RS) - 1830 a 1889	1
			Pharol (MG) - 1876 a 1933	1
			Revista Complexa (RJ) - 1878 a 1880	1
			Revista do Exercito Brasileiro (RJ) - 1883 a 1885	1
Revista do Exército Brasileiro (RJ) - 1883 a 1886	1			
O Apostolo: Periódico religioso, moral e doutrinário, consagrado aos interesses da religião e da sociedade (RJ) - 1866 a 1901	1			
A Folha Nova (RJ) - 1882 a 1885	1			
O Globo : Orgão da Agencia Americana Telegraphica dedicado aos	1			

		interesses do Commercio, Lavoura e Industria (RJ) - 1874	
		Tribuna Militar (RJ) - 1881 a 1882	1
		A Vida Moderna (RJ) - 1886 a 1887	1
		Anais da Biblioteca Nacional (RJ) - 1876 a 2009	1
		O Monitor (BA) - 1876 a 1881	1
		O Paiz (MA) - 1863 a 1889	1
		Diario do Maranhão (MA) - 1855 a 1911	1
		Brasil. Ministério do Império: Relatório da Repartição dos Negocios do Império (RJ) - 1832 a 1888	1
		Escola Militar, Revista do Club Academico : Publicação Mensal (RJ) - 1881 a 1883	1
		Diario de Notícias (PA) - 1881 a 1898	1
		Conservador: Órgão do Partido (SC) - 1884 a 1889	1
		Instituto Philotechnico: Revista Philotechnica - Publicação Mensal (RJ) - 1886 a 1887	1
		O Normalista (PE) - 1882	1

Período	Ocorrências	Quantidade de periódicos do período	Periódicos e ocorrência(s)	Quantidade de ocorrências
---------	-------------	-------------------------------------	----------------------------	---------------------------

1890-1899	163	1279	A Republica: Órgão do Club Republicano (PA) - 1886 a 1900	33
			Diario de Pernambuco (PE) - 1890 a 1899	30
			Jornal do Commercio (RJ) - 1890 a 1899	19
			Annaes da Câmara dos Deputados (RJ) - 1889 a 1899	15
			Almanak Laemmert: Administrativo, Mercantil e Industrial (RJ) - 1891 a 1940	6
			Diario do Maranhão (MA) - 1855 a 1911	5
			Revista Pedagógica - 1890 a 1896	4
			Jornal do Brasil (RJ) - 1890 a 1899	3
			Cidade do Rio (RJ) - 1887 a 1902	3
			Folha do Norte (PA) - 1896 a 1903	3
			Pacotilha (MA) - 1880 a 1909	3
			O Tempo (RJ) - 1891 a 1894	3
			Minas Geraes: Orgam Official dos Poderes do Estado (MG)- 1892 a 1900	3
			Jornal de Recife (PE) - 1858 a 1938	3
			Revista Brasileira (RJ) - 1861 a 1979	2
			O Paiz (RJ) - 1890 a 1899	2
			Revista de Engenharia (RJ) - 1879 a 1891	2
			A Notícia (RJ) - 1894 a 1916	2
			Relatórios do Ministério da Justiça (RJ) - 1891 a 1927	2
			Diario Official (AM) - 1893 a 1900	1
			Correio Paulistano (SP) - 1890 a 1899	1
			Gazeta de Notícias (RJ) - 1890 a 1899	1
			Almanach do Paraná: Commercio, Hist. e Literatura (PR) -1896 a 1929	1
			A Republica: orgam do Partido Republicano (PR) - 1888 a 1930	1
			O Commercio de São Paulo (SP) - 1893 a 1909	1
			A Imprensa (RJ) - 1898 a 1914	1
			Goyaz: Órgão do Partido Liberal (GO) - 1885 a 1910	1
			Correio Paraense: Diario Noticioso, Commercial e Litterario (PA) - 1892 a 1894	1
			O Estado de Minas Geraes : Orgão Official (MG) - 1891 a 1897	1
			Diario de Noticias (RJ) - 1885 a 1895	1
			A Família: jornal litterario dedicado a educação da mãe e familia (RJ) - 1888 a 1894	1
			Liberdade (RJ) - 1896	1
			A Federação : Orgam do Partido Republicano (RS) - 1884 a 1937	1
Annuario do Ensino (s.i.) - 1895	1			
A Republica: Jornal Official do Governo do Estado do Maranhão (MA) - 1890	1			
Gutenberg: Órgão da Associação Typographica Alagoana de Socorros Mútuos (AL) - 1881 a 1911	1			
Almanack Administrativo, Mercantil, Industrial, Scientificoe Litterario do Município de Ouro Preto (MG) - 1890	1			
Relatórios do Ministério da Marinha (RJ) - 1891 a 1930	1			
O Estado (SC) - 1892 a 1902	1			

**APÊNDICE B – Lista de Textos de Cálculo Encontrados na Hemeroteca Digital
(1860-1900)**

REVISTA DO RIO DE JANEIRO 1876 -1877

Link

<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=342920&PagFis=22&Pesq=calculo%20diferencial>

Artigos:

- a) Calculo
- b) Divisão Fundamental do Calculo
- c) Divisão Fundamental do Cálculo das Funções
- d) Cálculo das Funções Indiretas – Histórico
- e) Cálculo das Funções Indiretas (concepções de Leibnitz)
- f) Cálculo das Funções Indiretas (concepções de Lagrange)
- g) Cálculo das Funções Indiretas (apreciação comparativa das três grandes concepções fundamentais)
- h) Divisão Fundamental do Cálculo das Funções Indiretas
- i) Composição do Cálculo Diferencial
- j) Composição do Cálculo Integral
- k) Cálculo das Variações
- l) Cálculo das Diferenças Finitas

A CRENÇA REVISTA DA ESCOLA POLYTECHNICA

Link

<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=382752&pesq=calculo%20diferencial&pasta=ano%20187>

- a) A determinação dos coeficientes numéricos das formulas mathematicas, pelo Dr. Paula Freitas
- b) Appreciação dos methodos infinitesimal e dos limites por J. Horacio D. Faria

REVISTA DA FAMÍLIA ACADÊMICA

Link

<http://memoria.bn.br/DocReader/docreader.aspx?bib=338915&pesq=calculo%20diferencial>

- a) Theoria complementar de transformação de coeficientes differenciaes, segundo a mudança da variavel independente.

A IDÉA: JORNAL DE SCIENCIAS E LETTRAS

Link

<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=369403&PagFis=108&Pesq=calculo%20diferencial>

- a) Resumos das lições de Analyse dadas na Escola Polytechnica pelo Dr. Domingos de Araujo e Silva

ANEXO A - Decreto nº 33.245, de 8 de julho de 1953

Reconhece e autoriza o uso da
Medalha "Marechal Trompowsky".

O PRESIDENTE DA REPÚBLICA, usando da atribuição que lhe confere o artigo 87, inciso I, da Constituição, e considerando:

- que o Decreto nº 32.375, de 4 de março de 1953, considerou "Patrono do Magistério do Exército" o Marechal Roberto Trompowsky Leitão de Almeida;

- que o Instituto dos Docentes Militares criou a Medalha "Marechal Trompowsky", como parte integrante das comemorações oficiais do centenário de nascimento do ilustre professor e soldado, ocorrido no corrente ano;

- que é dever do Governo apoiar e incentivar as iniciativas que tenham por objetivo a manutenção do espírito patriótico, o culto das tradições e o estímulo do valor pessoal ou profissional,

DECRETA:

Art. 1º Fica reconhecida como de valor oficial a Medalha "Marechal Trompowsky", criada pelo Instituto dos Docentes Militares e que por êle poderá ser conferida a membros do Magistério e também a Instituições ou personalidades que prestaram ou venham a prestar relevantes serviços ao Magistério do Exército.

Art. 2º É permitido o uso dessa Medalha com os uniformes militares, devendo o respectivo modelo ser aprovado por ato do Ministro da Guerra.

Art. 3º Êste Decreto entrará em vigor na data de sua publicação, revogadas as disposições em contrário.

Rio de Janeiro, em 8 de julho de 1953; 132º da Independência e 65º da República.

GETÚLIO VARGAS
Cyró Espírito Santo Cardoso

ANEXO B - Decreto nº 9.554, de 5 de novembro de 2018

Reconhece e autoriza o uso da Medalha Marechal Trompowsky.

DIÁRIO OFICIAL DA UNIÃO

Publicado em: 06/11/2018 | Edição: 213 | Seção: 1 | Página: 2 Órgão: Atos do Poder Executivo

DECRETO Nº 9.554, DE 5 DE NOVEMBRO DE 2018

Reconhece e autoriza o uso da Medalha Marechal Trompowsky.

O PRESIDENTE DA REPÚBLICA, no uso da atribuição que lhe confere o art. 84, caput, inciso VI, alínea "a", da Constituição, decreta:

Art. 1º Fica reconhecida como de valor oficial a Medalha Marechal Trompowsky criada pelo Instituto dos Docentes Militares.

Parágrafo único. Caberá ao Comando do Exército Brasileiro a aprovação dos modelos da medalha de que trata caput.

Art. 2º O Instituto dos Docentes do Magistério Militar, sucessor do Instituto dos Docentes Militares, poderá propor, anualmente, a relação de instituições ou personalidades para receberem a Medalha Marechal Trompowsky sem passador.

Art. 3º A Medalha Marechal Trompowsky poderá ser conferida, com ou sem passador, em virtude da prestação de serviços relevantes, do apoio prestado de forma destacada aos estabelecimentos de ensino do Exército ou em reconhecimento a contribuição ao Sistema de Educação e Cultura do Exército Brasileiro:

I - a membros do Magistério;

II - a militares das Forças Armadas;

III - a militares das Forças Auxiliares;

IV - a civis, brasileiros ou estrangeiros; e

V - a instituições.

Art. 4º O uso da Medalha Marechal Trompowsky será permitido nos uniformes militares.

Art. 5º As Medalhas Marechal Trompowsky conferidas pelo Instituto dos Docentes Militares e pelo seu sucessor, o Instituto dos Docentes do Magistério Militar, serão reconhecidas como condecorações pela prestação de serviços relevantes ao Sistema de Educação e Cultura do Exército.

Art. 6º Caberá ao Comandante do Exército editar os atos complementares necessários à implementação do disposto neste Decreto, à normatização dos modelos e à concessão da medalha.

Art. 7º Fica revogado o Decreto nº 33.245, de 8 de julho de 1953.

Art. 8º Este Decreto entra em vigor na data de sua publicação.

Brasília, 5 de novembro de 2018; 197º da Independência e 130º da República.

MICHEL TEMER

**ANEXO C - Decreto de 9 de março de 1832 Reforma a Academia Militar da Corte
Pode ser visualizado em:**

BRASIL. Decreto de 9 de março de 1832. Reforma a Academia Militar da Côte, incorporando nela a dos Guardas Marinhas; e dá novos estatutos. Lex: Coleção das Leis do Brazil, 1831-1840, Atos do Poder Executivo 1832. Leis do Império. Disponível em:

<<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>.

Acesso em: 29/05/2019.

ANEXO D - Decreto de 22 de outubro de 1833. Separa a Academia de Marinha, e a Companhia dos Guardas-Marinhas, da Academia Militar da Corte, e dá a está Novos Estatutos.

Pode ser visualizado em:

BRASIL. Decreto de 2 de outubro de 1833. Separa a Academia de Marinha, e a companhia dos Guardas-marinhas, da Academia Militar da Côte, e dá a está novos estatutos. Lex: Coleção das Leis do Brazil, 1831-1840, Atos do Poder Executivo - 1833. Leis do Império. Disponível em:

<<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>.

Acesso em: 29/05/2019.

ANEXO E - Decreto de 23 de fevereiro de 1835.

BRASIL. Decreto de 23 de Fevereiro de 1835. Manda que fique de nenhum efeito os Estatutos para a Academia Militar de 22 de outubro de 1833, e que se observem os de 9 de Março de 1832, que baixarão com o Decreto desta data, com as seguintes alterações. Lex: Coleção das Leis do Brazil, 1831-1840, Atos do Poder Executivo - 1835. Leis do Império. Disponível em

<<http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>

Acesso em: 29/05/2019.

ANEXO F - Decreto número 25, de 14 de janeiro de 1839 e Regulamento número 29, de 22 de fevereiro de 1939. Dá nova organização à Academia Militar.

Pode ser visualizado em:

BRASIL. Decreto número 25, de 14 de janeiro de 1839 e Regulamento número 29, de 22 de fevereiro de 1939. Dá nova organização à Academia Militar. Lex: Coleção das Leis do Brazil, 1831-1840, Atos do Poder Executivo 1839. Leis do Império. Disponível em:

<<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>.

Acesso em: 29/05/2019.

ANEXO G - Decreto número 140, de 9 de março de 1842. Aprova os Estatutos da Escola Militar.

Pode ser visualizado em:

BRASIL. Decreto número 140, de 9 de março de 1842. Aprova os Estatutos da Escola Militar. Lex: Coleção das Leis do Brasil, 1841-1850, Atos do Poder Executivo - 1842. Leis do Império. Disponível em:
<<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>.
Acesso em: 29/05/2019.

**ANEXO H - Decreto número 404, de 1 de março de 1845. Manda executar provisoriamente os Estatutos da Escola Militar.
Pode ser visualizado em:**

BRASIL. Decreto número 404, de 1 de março de 1845. Manda executar provisoriamente os Estatutos da Escola Militar. Lex: Coleção das Leis do Brasil, 1845, Atos do Poder Executivo - 1841-1850. Leis do Império. Disponível em:
<<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>
Acesso em: 29/05/2019.

**ANEXO I - Decreto Nº 1.536, de 23 de janeiro de 1855. Cria uma Escola de Aplicação do Exército, na conformidade do Regulamento que com esta baixa
Pode ser visualizado em:**

BRASIL. Decreto n. 1.536, de 23 de janeiro de 1855. Cria uma Escola de Aplicação do Exército, na conformidade do Regulamento, que com esta baixa. Lex: Coleção das Leis do Brasil, 1851, Atos do Poder Executivo - 1851-1860. Leis do Império. Disponível em:<
<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>
Acesso em: 29/05/2019.

**ANEXO J - Decreto número 2.116, de 01 de março de 1858. Aprova o regulamento reformando os da Escola de Aplicação do Exército e do curso de infantaria e cavalaria da província de S. Pedro do Rio Grande do Sul, e os Estatutos da Escola Militar da Corte.
Pode ser visualizado em:**

BRASIL. Decreto n. 2.116, de 01 de março de 1858. Aprova o regulamento reformando os da Escola de Aplicação do Exército e do Curso de Infantaria e Cavalaria da Província de S. Pedro do Rio Grande do Sul, e os estatutos da Escola Militar da Corte. Lex: Coleção das Leis do Brasil, 1858, Atos do Poder Executivo - 1851-1860. Leis do Império. Disponível em:
<<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>.
Acesso em: 29/05/2019.

**ANEXO K - Decreto 3.083, de 28 de abril De 1863. Aprova o Regulamento para as Escolas Militares do Império.
Pode ser visualizado em:**

BRASIL. Decreto 3.083, de 28 de abril de 1863. Aprova o regulamento para as escolas militares do império. Lex: Coleção das Leis do Brasil, 1863, Atos do Poder Executivo - 1861-1870. Leis do Império. Disponível em:

<<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>.
Acesso em: 29/05/2019.

ANEXO L - Decreto 5.529, de 17 de janeiro De 1874. Aprova o Regulamento para as Escolas do Exército

Pode ser visualizado em:

BRASIL. Decreto 5.529, de 17 de janeiro de 1874. Aprova o regulamento para as escolas do Exército. Lex: Coleção das Leis do Brasil, 1874, Atos do Poder Executivo - 1871-1880. Leis do Império. Disponível em:

<<http://www2.camara.gov.br/atividadelegislativa/legislacao/publicacoes/doimperio>>.
Acesso em: 29/05/2019.