
Matheurísticas e problemas de seleção
de sequências

Jean Patrick Tremeschin Torres

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACOM-UFMS

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Matheurísticas e problemas de seleção de sequências

Jean Patrick Tremeschin Torres

Orientadora: *Prof^a. Dr^a. Edna Ayako Hoshino*

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do grau de mestre em Ciência da Computação no Programa de Pós Graduação em Ciência da Computação, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

UFMS - Campo Grande
dezembro/2019

Resumo

Problemas de seleção de sequência formam uma classe de problemas que têm como objetivo encontrar uma sequência alvo com alguma propriedade específica a partir de sua similaridade ou diferença em relação às sequências de um dado conjunto de entrada. Estes problemas possuem aplicações na bioinformática, como a criação de drogas e medicamentos. Neste trabalho investigamos como aplicar matheurísticas, isto é, heurísticas que exploram a modelagem matemática para obter soluções de boa qualidade a baixo custo computacional para alguns problemas desta classe. Para isto, técnicas já aplicadas na literatura, baseadas no arredondamento e fixação de variáveis, são analisadas e expandidas utilizando-se procedimentos de busca com vizinhanças variáveis. Todas as heurísticas propostas neste trabalho consideram a solução da relaxação linear do modelo matemático como uma solução inicial, uma vez que a relaxação linear dos problemas estudados apresentou limitantes de boa qualidade. Experimentos computacionais em instâncias da literatura e em instâncias geradas de forma pseudo-aleatória foram conduzidos para avaliar a qualidade das heurísticas propostas. Observamos uma melhora substancial na qualidade das soluções ao usar matheurísticas nos procedimentos de busca com vizinhanças variáveis. Uma das contribuições principais deste trabalho é o uso de matheurísticas não apenas para a definição das estruturas de vizinhança, mas especialmente, na fase de busca local e na fase de perturbação da solução, os quais podem ser facilmente estendidas para diferentes problemas de otimização.

Conteúdo

1	Introdução	3
1.1	DNA e Proteínas	4
1.2	Definições e Notações	5
1.3	Problemas Estudados	5
1.3.1	O Problema da Sequência mais Próxima	6
1.3.2	O Problema do Segmento mais Próximo	6
1.3.3	O Problema da Sequência mais Distante	6
1.3.4	O Problema do Segmento mais Distante	6
1.3.5	O Problema da Sequência Distinguível	7
1.3.6	O Problema do Segmento Distinguível	7
1.4	Objetivos e Organização do Texto	8
2	Trabalhos Relacionados	9
2.1	CSP e CSSP	10
2.2	FSP e FSSP	11
2.3	DSP e DSSP	12
2.4	Visão Geral	12
3	Metodologia	15
3.1	Problemas de Otimização Combinatória	16
3.1.1	Modelagem Matemática	16
3.1.2	Programação Linear	17
3.1.3	Interpretação Geométrica	18
3.1.4	Método Simplex	20
3.1.5	Programação Linear Inteira	21
3.1.6	Branch and Bound	22
3.2	Relaxações	24
3.2.1	Relaxação Linear	24
3.3	Heurísticas	25

3.3.1	Meta-heurísticas	26
	Busca Local	26
	Busca de Vizinhança Variável	27
3.3.2	Matheurística	30
4	Trabalho Desenvolvido	33
4.1	Modelo Matemático	34
4.2	Solução Relaxada	37
4.3	Limitantes Baseados no Modelo	38
4.3.1	<i>Rounding Algorithm</i>	38
4.3.2	<i>Basic Core Problem Algorithm</i>	39
4.4	Heurísticas Propostas	40
4.4.1	VNS com Vizinhança baseada em PL	41
	Estruturas de Vizinhança	41
4.4.2	VNS com Busca Local baseada em PL	45
4.4.3	VNS com Perturbação baseada em PL	47
5	Resultados	49
5.1	Configurações do Ambiente	49
5.2	Instâncias	50
5.2.1	Instâncias da literatura	50
5.2.2	Instâncias Artificias Geradas	50
5.3	Comparação entre os Modelos	51
5.4	Relaxação linear	56
5.4.1	CSP	57
5.4.2	CSSP	59
5.4.3	FSP	60
5.4.4	FSSP	61
5.4.5	DSP	62
5.4.6	DSSP	62
5.5	Heurísticas	63
5.5.1	CSP	63
5.5.2	CSSP	65
5.5.3	FSP	68
5.5.4	FSSP	69
5.5.5	DSP	70
5.5.6	DSSP	72
5.6	Ajuste de Parâmetros	73
5.7	Testes Estatísticos	77
5.7.1	CSP	78
5.7.2	CSSP	78

5.7.3 FSP	78
5.7.4 FSSP	79
5.7.5 DSP	79
5.7.6 DSSP	79
5.7.7 Observações	79
5.8 Visão Geral	80
6 Conclusões e Contribuições	81
Referências	87
A Configuração das Maquinas	89
A.1 Servidora 1	89
A.2 Servidora 2	91
B Configuração do irace	93
C Resultados B&B	101
C.1 CSP	102
C.2 CSSP	108
C.3 FSP	115
C.4 FSSP	122
C.5 DSP	128
C.6 DSSP	135
D Resultados Limitantes Primais	143
D.1 CSP	144
D.2 CSSP	150
D.3 FSP	156
D.4 FSSP	163
D.5 DSP	168
D.6 DSSP	175
E Testes Estatísticos	183
E.1 CSP	183
E.2 CSSP	183
E.3 FSP	188
E.4 FSSP	188
E.5 DSP	190
E.6 DSSP	191

Introdução

O interesse na manipulação de sequências e segmentos de caracteres origina-se principalmente nas ciências biológicas, a partir do crescente fascínio em mapear e processar cadeias de proteínas e DNA. Este campo foi fortemente impulsionado pelo Projeto Genoma Humano (PGH) Collins et al. (1998), que disponibilizou um mapa inicial da sequência de DNA dos seres humanos, desenvolvendo também várias ferramentas e tecnologias que permitiram o sequenciamento do DNA de outras espécies. O projeto foi um marco importante na história da humanidade e permitiu um alto enriquecimento científico em diversas áreas, como foi o caso da biologia computacional, conforme relatado por Hogeweg (2011).

A biologia computacional pode ser expressa como a aplicação de técnicas matemáticas e a prática de informática e estatísticas na resolução de problemas biológicos. Esta área desenvolveu-se bastante com o projeto PGH e diversos dos produtos gerados durante este período são aplicados em situações reais, como os testes forenses ou testes de paternidade, assim como resumido por Hertz et al. 1990. Outros resultados, como o sequenciamento do DNA de muitas espécies de plantas, promoveram a garantia de melhores pesticidas e produtividade.

Com a riqueza de informações genéticas sendo coletadas, o desafio principal passou a ser como processar estas informações, dando início a uma nova série de problemas a serem resolvidos. Um conjunto importante de problemas baseia-se na ideia de descobrir uma informação genética que distingue um grupo de espécies intimamente relacionadas de outra coleção de espécies. Como uma aplicação, uma droga poderia ser desenvolvida para atacar bactérias relacionadas, mas que seria relativamente inofensiva para os se-

res humanos. Uma abordagem é olhar para genes que codificam proteínas essenciais a fim de encontrar um gene ou parte de um gene que seja muito semelhante entre o conjunto de bactérias, mas diferente do dos humanos. Essa região diferenciada poderia se tornar então um alvo potencial para o planejamento de medicamentos. Esta coleção de problemas é comumente chamada de Problemas de Seleção de Sequências e são o foco principal deste trabalho.

Este capítulo introduz os principais conceitos e os problemas de seleção de sequências explorados no trabalho. Ao final do capítulo apresentamos os objetivos do trabalho e a organização do restante do texto. A seguir, uma visão geral sobre os conceitos básicos biológicos são fornecidos.

1.1 DNA e Proteínas

O ácido desoxirribonucleico (**DNA** em inglês, ou **ADN** em português) é a estrutura que carrega a informação genética de basicamente todos os organismos (com a exceção de alguns vírus), contendo instruções que orientam tanto o desenvolvimento genético quanto a transmissão das características hereditárias, como descrito por Koonin e Darwin (2009) . Em termos de sua estrutura, o DNA é comumente representado como uma dupla hélice, segundo o modelo identificado por Watson & Crick Watson e Crick (1953), onde a molécula foi apresentada como sendo composta por dois esqueletos de açúcar-fosfato, com uma das quatro bases nitrogenadas: adenina (A), citosina (C), guanina (G) e timina (T) ligadas a cada açúcar. Desta forma, podemos representá-lo computacionalmente como uma sequência de caracteres sobre este alfabeto de 4 letras: A,C,G,T.

São estas quatro bases nitrogenadas que codificam a informação genética vital para a organização dos organismos vivos. A fim de processar estes dados, no entanto, uma célula transcreve uma porção do DNA em um composto intermediário, chamado ácido ribonucleico mensageiro (**mRNA**). Como o DNA, o mRNA pode ser representado sob um alfabeto ligeiramente diferente: A, C, G, U, onde a uracila (U) substitui a timina (T). O mRNA é então decodificado em **proteínas**, especificando os aminoácidos que estão ligados entre si.

Estas proteínas expressam as unidades funcionais básicas da célula e são usadas para facilitar e controlar as complexas reações químicas que ocorram no interior da estrutura celular. Uma proteína pode também ser expressa através dos aminoácidos essenciais presentes em sua estrutura, ou seja, como uma sequência de caracteres formada sobre um alfabeto de tamanho 20.

De forma geral, o DNA codifica e especifica a estrutura primária das proteínas, que são as unidades funcionais que controlam as reações na célula. Como o DNA é definido sobre um alfabeto de tamanho 4 e proteínas sobre um

alfabeto de tamanho 20, os problemas envolvendo estas estruturas utilizam estes alfabetos e organização em suas formulações. A seguir, uma coleção de notações essenciais são definidas a fim de permitir a definição dos problemas conduzida na Seção 1.3.

1.2 Definições e Notações

Inicialmente, tomemos um **alfabeto** Σ que representa um conjunto finito de símbolos. A **cardinalidade** desse conjunto, ou seja, o total de símbolos do alfabeto será denotada por $|\Sigma|$. Dado um alfabeto Σ , uma **sequência** s sobre Σ é uma cadeia ordenada de símbolos $s_1s_2\dots s_m$, em que cada símbolo s_i , para $1 \leq i \leq m$, pertence a Σ . Denotamos por $|s|$ o **comprimento** de s , isto é, o inteiro m que representa a quantidade de símbolos em s . Observe que a notação sobre o operador $||$ está sobrecarregada, sendo utilizada para representar tanto a cardinalidade de um conjunto quanto o comprimento de uma sequência.

Para quaisquer duas sequências s e t sobre um alfabeto Σ , em que $|s| = |t|$, denotaremos por $d_H(s,t)$ a distância de Hamming entre essas sequências. A **distância de Hamming** entre s e t é a quantidade de posições i , $1 \leq i \leq |s|$, em que $s_i \neq t_i$. Usualmente, a igualdade $s_i = t_i$ também é denominada **casamento**, ou em inglês *matching*, assim como cada diferença $s_i \neq t_i$ é chamada de **não casamento**, ou *mismatch* em inglês, entre s e t . Por exemplo, para $s = \text{“AACT”}$ e $t = \text{“AGCG”}$, temos que $d_H(s,t) = 2$.

Além disto, definimos um **segmento** de uma sequência s como uma sequência de símbolos t tal que $t_i = s_{j+i}$, para todo $i = 1, \dots, |t|$ e algum j , $0 \leq j \leq |s| - |t|$. Por exemplo, “GCG” é um segmento da sequência “AGCGT”.

Ainda, dado um problema com um conjunto de soluções S e um par de soluções x e y que possuem um conjunto de características C em comum, diremos que a solução x é **vizinha** da solução y dentro de uma vizinhança definida por C . Uma **vizinhança** N definida por C representa todas as soluções $s \in S$ que possuem as características C . Por exemplo, dado o problema de selecionar k inteiros de um conjunto I de inteiros, podemos definir uma vizinhança que contenha soluções nas quais a soma dos inteiros selecionados seja maior que um valor n .

Dados os termos definidos acima podemos introduzir a seguir os problemas que serão abordados neste trabalho.

1.3 Problemas Estudados

Foram estudados três problemas de seleção de sequências: o problema da sequência mais próxima, o problema da sequência mais distante e o problema

da sequência mais distinguível. Além desses problemas, também foram estudadas as variações, nas quais a sequência alvo tem um comprimento menor que o comprimento das sequências de entrada e, portanto, a similaridade ou a diferença da sequência alvo é comparada com os segmentos das sequências de entrada. A seguir, cada um destes seis problemas são formalmente definidos.

1.3.1 O Problema da Sequência mais Próxima

O problema da sequência mais próxima, do inglês, **Closest String Problem (CSP)**, busca encontrar uma sequência alvo que seja mais semelhante a um certo grupo de sequências. De modo mais formal, seja Σ um alfabeto e S^c um conjunto de sequências de comprimento m . O **problema da sequência mais próxima** consiste em determinar uma sequência alvo a de comprimento m que minimiza o valor de d_c de modo que a seguinte propriedade seja satisfeita:

- Para toda sequência $S_i \in S^c$, temos que $d_H(S_i, a) \leq d_c$.

1.3.2 O Problema do Segmento mais Próximo

Esta é uma variante do CSP e definida em inglês como **Closest Substring Problem (CSSP)**. Dado um alfabeto Σ e um conjunto de sequências S^c sobre Σ no qual cada sequência $S_i \in S^c$ possui comprimento maior ou igual a m , o **problema do segmento mais próximo** busca encontrar uma sequência alvo a de comprimento m que minimiza d_c tal que:

- Cada sequência $S_i \in S^c$ possui ao menos um segmento s , com $|s| = |a| = m$ de modo que $d_H(s, a) \leq d_c$.

1.3.3 O Problema da Sequência mais Distante

O problema da sequência mais distante, do inglês **Farthest String Problem (FSP)**, tem como objetivo encontrar uma sequência alvo que seja o mais diferente daquelas em um conjunto de sequências, que denominamos por sequências ruins. Tomemos um alfabeto Σ e um conjunto S^f de sequências sobre Σ , no qual cada sequência $S_i \in S^f$ possui comprimento igual a m . O **problema da sequência mais distante** busca encontrar uma sequência alvo a de comprimento m que maximiza o valor de d_f e satisfaz:

- Toda sequência $S_i \in S^f$ respeita a propriedade: $d_H(S_i, a) \geq d_f$.

1.3.4 O Problema do Segmento mais Distante

O problema do segmento mais distante, do inglês **Farthest Substring Problem (FSSP)**, é uma variação do FSP e busca construir uma sequência

a de comprimento m que seja o mais diferente possível de todos os segmentos de comprimento m de todas as sequências $S_i \in S^f$. Para um alfabeto qualquer Σ e dado um conjunto de sequências S^f sobre Σ no qual cada sequência $S_i \in S^f$ possui comprimento maior ou igual a m , o **problema do segmento mais distante** busca encontrar uma sequência alvo a de comprimento m que maximiza d_f tal que:

- Para cada sequência $S_i \in S^f$, todos os seus segmentos s de comprimento m respeitam a propriedade: $d_H(s, a) \geq d_f$.

1.3.5 O Problema da Sequência Distinguível

Tomemos então um alfabeto Σ e sejam dois conjuntos de sequências S^c e S^f sobre Σ , nos quais todas as sequências têm comprimento igual a um inteiro m . O **problema da sequência distinguível**, do inglês **Distinguishing String Selection Problem (DSP)** consiste em determinar uma sequência alvo a de comprimento m que minimiza $d_c - d_f$ além de respeitar as seguintes propriedades, dadas duas constantes k_c e k_f inteiras:

- Cada sequência $S_i \in S^c$ é tal que $d_H(S_i, a) \leq d_c$;
- Todas as sequências $S_i \in S^f$ respeitam a propriedade: $d_H(S_i, a) \geq d_f$;
- $d_c \geq k_c$; e
- $d_f \leq k_f$.

Os inteiros k_c e k_f representam um limitante para o quão próxima a sequência alvo deve estar das sequências em S^c e quão distante daquelas em S^f , respectivamente.

1.3.6 O Problema do Segmento Distinguível

De forma semelhante ao DSP, considere um alfabeto Σ e dois conjuntos de sequências S^c e S^f sobre Σ tais que toda sequência de símbolos $S_i \in S^c$ e toda sequência $S_j \in S^f$ possuem comprimento maior ou igual a um inteiro m . O **problema do segmento distinguível**, do inglês **Distinguishing Substring Selection Problem (DSSP)** consiste então em determinar uma sequência alvo a de comprimento m que minimiza $d_c - d_f$ além de respeitar as seguintes propriedades, dadas duas constantes k_c e k_f inteiras:

- Cada sequência $S_i \in S^c$ possui ao menos um segmento s , com $|s| = |a| = m$ de modo que $d_H(s, a) \leq d_c$;

- Para cada sequência $S_i \in S^f$, todos os seus segmentos s de comprimento m respeitam a propriedade: $d_H(s, a) \geq d_f$;
- $d_c \leq k_c$; e
- $d_f \geq k_f$.

1.4 *Objetivos e Organização do Texto*

Este trabalho apresenta os resultados obtidos no estudo de seis problemas de seleção de sequências e segmentos. Estes problemas são todos NP-difíceis (Lanctot et al., 1999). O objetivo é explorar como estes problemas podem ser resolvidos utilizando-se abordagens combinatórias e matheurísticas. Justificativas para o uso desta abordagem e mais detalhes das matheurísticas propostas são discutidas no decorrer do texto.

O texto está organizado como segue. Uma revisão bibliográfica geral é apresentada no Capítulo 2, enquanto o Capítulo 3 discute métodos e fundamentos necessários na condução do projeto. O trabalho desenvolvido é apresentado no Capítulo 4. Por fim, os experimentos computacionais e uma análise dos resultados são apresentados e discutidos no Capítulo 5, enquanto as contribuições do trabalho e algumas observações finais são apresentadas no Capítulo 6.

O capítulo a seguir apresenta uma revisão dos trabalhos relacionados elaborados na literatura que lidam tanto com os problemas mencionados quanto aplicam técnicas heurísticas baseadas na relaxação dos problemas.

Trabalhos Relacionados

Este capítulo apresenta uma visão geral sobre os trabalhos publicados na literatura envolvendo os seis problemas estudados. Discutimos também sobre as principais técnicas adotadas e a utilização de matheurísticas na obtenção de limitantes para os problemas.

Em 2005, os principais problemas de seleção de sequências e segmentos foram formalizados por Meneses et al. (2005), que também reportaram modelagens matemáticas para cada um dos problemas. Neste estudo definem-se os seguintes problemas apresentados no Capítulo 1: CSP, CSSP, FSP, FSSP, DSP e o DSSP.

Dentre estes problemas, o CSP é aquele sobre o qual a maior quantidade de material foi produzida na literatura, de tal maneira que o problema já foi explorado tanto de forma geral quanto em circunstâncias mais singulares, considerando tamanhos específicos de alfabeto, sequências e cardinalidade do conjunto S^c . De fato, as principais ideias e técnicas aplicadas no decorrer deste estudo partiram de conceitos aplicados inicialmente no CSP e foram então estendidos para os demais problemas.

Se por um lado o CSP tem sido o problema mais explorado, pouco material foi produzido em relação ao DSSP e ao DSSSP. Embora esses problemas tenham sido introduzidos em trabalhos de levantamento geral sobre seleção de sequências, como em (Meneses et al., 2005) e (Lanctot, 2000), as discussões sobre eles dificilmente vão além de uma breve descrição.

Esta seção apresenta uma revisão detalhada da literatura para cada problema discutido na Subseção 1.3. Por fim, uma visão geral sobre os trabalhos é conduzida, relacionando-os com o escopo principal deste projeto.

2.1 CSP e CSSP

O problema foi originalmente proposto em (Gasieniec et al., 1999) ainda como mais um dos problemas centrados na distância de Hamming identificados a partir de (Hertz et al., 1990), onde os autores buscavam identificar padrões de consenso em sequências de DNA não alinhadas mas funcionalmente relacionadas. O primeiro trabalho no campo de otimização combinatória a formular tanto o CSP quanto o CSSP foi conduzido em (Lanctot, 2000), onde o modelo de diferentes problemas são fornecidos. O problema é discutido de forma mais abrangente em (Meneses et al., 2004), onde soluções ótimas para os problemas foram obtidas via programação linear inteira. Meneses (2005) voltou a discutir o problema, porém este trabalho tinham como principal objetivo definir a classe de problemas de seleção de sequências.

Abordagens heurísticas para o problema também já foram bastante exploradas na literatura. Uma heurística baseada na relaxação lagrangiana do CSP é proposta em (Tanaka, 2012), enquanto Mauch et al. (2003) utilizam algoritmos genéticos para atacar o problema. Um esquema de aproximação em tempo polinomial denominado **LDDA_LSS** ainda foi proposto em (Liu et al., 2011), como extensão de uma técnica anteriormente publicada pelos autores (Liu et al., 2008). O algoritmo utiliza estratégias de busca local e sua repercussão, mencionada em diversos trabalhos conduzidos na área, como (Meneses et al., 2004) ou (Meneses, 2005), levaram ao trabalho de Della Croce e Salassa (2012), onde os autores demonstram que o LDDA_LSS é fortemente superado por uma abordagem simples baseada na formulação de programação linear padrão do CSP para as instâncias mais recorrentes do problema.

Della Croce e Salassa (2012) destacaram a qualidade da relaxação linear do problema e propuseram duas técnicas heurísticas que exploram esta relaxação para gerar a solução final: um algoritmo apoiado no arredondamento da solução linear (**RA**) e um algoritmo baseado na fixação de variáveis inteiras (**BCPA**). Estas técnicas são discutidas em 3.3. Della Croce e Salassa (2012) conseguiram demonstrar que ambas as técnicas têm melhor performance tanto em termos de qualidade de solução quanto em tempo de computação.

Os experimentos conduzidos por Della Croce e Salassa (2012) são importantes e motivam a elaboração deste trabalho, levantando perguntas como: (1) “teria a relaxação linear do FSP e DSP qualidade tão significativa quanto a apresentada para o CSP?”; (2) “estas técnicas poderiam ser replicadas ou adaptadas para estes problemas?”; e (3) “seria possível expandir ou aproveitar as ideias aplicadas a fim de construir um algoritmo mais competitivo?”, dado que Della Croce e Salassa (2012) determinam que estas são abordagens

básicas.

Em (Gomes et al., 2008), algoritmos paralelos são aplicadas e em (Faro e Pappalardo, 2010) o **Ant-CSP**, um algoritmo baseado na meta-heurística colônia de formigas, é proposto. Esta técnica é comparada com o algoritmo genético discutido por Mauch et al. (2003) e com o LDDA_LSS.

Mcclure et al. (1994) também exploram o CSP e CSSP. Os autores disponibilizaram um conjunto de instâncias e resultados obtidos, que serão utilizados no decorrer deste trabalho. Chimani et al. (2011) apresentam um modelo mais forte para resolução do CSP baseado no alinhamento de sequências.

Observa-se que o CSP e o CSSP já foram bastante estudados de forma geral e possuem heurísticas já investigadas que exploram os valores relaxados de variáveis dos modelos. Além disso, técnicas baseadas em buscas locais, colônia de formigas e algoritmos genéticos também foram estudadas para os problemas. O FSP é um problema semelhante ao CSP e trabalhos importantes sobre o problema são apresentados a seguir.

2.2 FSP e FSSP

Tanto o FSP quanto o FSSP foram relativamente menos estudados que o CSP. Os dois problemas foram definidos formalmente em (Meneses et al., 2005) e são descritos também em Meneses (2005) e previamente em (Lanctot et al., 1999), embora não estejam considerados no escopo principal destes trabalhos. O problema foi foco secundário em muitos trabalhos que abordaram o CSP e o CSSP, como (Gomes et al., 2008) ou (Meneses et al., 2004).

Em termos de seu modelo matemático, a formulação matemática do FSP é bastante semelhante à utilizada para o CSP, com apenas uma alteração na função objetivo de otimização. O problema foi estudado individualmente muito pouco e uma de suas extensões, **Far From Most String Problem (FFMSP)**, acabou sendo mais profundamente abordada na literatura. Este problema não faz parte do escopo deste trabalho mas uma heurística baseada em GRASP destaca-se na resolução do FFMSP por Festa e Pardalos (2012), encontrando as melhores soluções no estado da arte.

Finalmente, um **algoritmo memético** foi proposto para o FSP e o CSP em (Babaie e Mousavi, 2010), onde os autores reivindicam que a técnica supera os algoritmos existentes, comparando o desempenho do algoritmo com o **CGSA**, introduzido em (Liu et al., 2008), algoritmo que deu origem ao LDDA_LSS de Liu et al. (2011). Não há uma comparação direta com o LLDA_LLS, porém, sabe-se por (Della Croce e Salassa, 2012) que o LDDA_LSS é facilmente superado por técnicas que exploram a relaxação do modelo. Além disso, tanto o LDDA_LSS quanto o CGSA foram projetados para resolverem o CSP, enquanto

a estratégia de (Babaie e Mousavi, 2010) resolve ambos o CSP e o FSP.

Nota-se que técnicas de busca são normalmente aplicadas nestes problemas e não há estudos que investiguem a qualidade da relaxação linear tanto do FSP quanto do FSSP. Destaca-se também que no geral as soluções aproximadas encontradas focam em como definir um espaço de busca e como estruturar a informação a fim de aplicar técnicas conhecidas para encontrar a sequência alvo.

2.3 *DSP e DSSP*

O problema é descrito inicialmente em (Lanctot, 2000) e em (Meneses et al., 2004) como parte do grupo de problemas de seleção de sequências. Meneses et al. (2005) apresentam uma formulação para o DSSP, semelhante à utilizada nesse trabalho, porém não exibem testes ou resultados relacionados ao problema.

O DSP é pouco estudado quando comparado aos outros problemas de seleção de sequências, ao ponto em que não existem conjuntos de dados, resultados ou testes disponíveis para o problema. Na verdade, nenhum algoritmo exato para o modelo apresentado foi avaliado e, de fato, nenhum dos trabalhos define a função objetivo dos modelos matemáticos para estes problemas.

Num trabalho anterior apresentado na 5ª Conferência Internacional sobre Variable Neighbourhood Search (VNS), Torres et al. (2018) apresentaram heurísticas e modelos matemáticos tanto para o DSP quanto para o DSSP, e verificaram a qualidade da relaxação linear dos modelos em instâncias geradas de forma pseudo aleatória. As heurísticas propostas por Della Croce e Salassa (2012) foram adaptadas e uma busca baseada em estruturas de vizinhanças fundamentada sobre o VNS foi elaborada a fim de expandir estas técnicas.

2.4 *Visão Geral*

Todos os seis problemas possuem modelos matemáticos semelhantes como reportado em (Meneses et al., 2005). De fato, um único modelo é capaz de representar todos seis problemas estudados. Dado a maior proximidade entre o FSP e o CSP, heurísticas semelhantes foram aplicadas aos dois problemas na literatura. Por um tempo, a heurística proposta por Liu et al. (2008) foi considerada como a mais vantajosa para o CSP. Porém, ela foi superada pela abordagem memética de Babaie e Mousavi (2010) e por uma extensão dos próprios autores que resultou num algoritmo chamado LDDA_LSS (Liu et al., 2011).

Porém, Della Croce e Salassa (2012) voltam a discutir sobre as relaxações

do CSP e mostram que, explorando a relaxação linear do problema, é possível projetar um algoritmo simples e superior ao LDDA_LSS. Este fato foi analisado em um dos nossos trabalhos anteriores quanto ao DSP e DSSP, para os quais observou-se que a relaxação linear também tende a produzir uma quantidade reduzida de variáveis fracionárias e em curto espaço de tempo. Denomina-se por matheurísticas técnicas heurísticas que exploram modelos matemáticos e será mais detalhada na Seção 3.3.2. Observada a qualidade da relaxação linear, este trabalho busca estudar abordagens baseadas em matheurísticas para os problemas de seleção de sequências e segmentos com o objetivo de contribuir para a literatura e construir um algoritmo competitivo para os problemas estudados.

Metodologia

Muitos dos problemas computacionais podem ser resolvidos através de cálculos e estratégias exaustivas de busca, embora o tempo exigido neste processo possa se estender muito. Dependendo da aplicação, pode valer a pena esperar um longo período para alcançar a solução, no entanto, nem sempre esta quantidade de tempo é viável.

Neste trabalho estamos estudando os principais problemas de seleção de sequências, introduzidos na Seção 1.3, nos quais dado um alfabeto e um conjunto de sequências desejamos combinar símbolos do alfabeto de forma a criar a melhor sequência alvo possível. Como mencionado, podemos aplicar buscas exaustivas para encontrar essa melhor sequência alvo, porém conforme aumentamos as dimensões da entrada, esta estratégia passa a ficar impraticável.

De fato, computadores modernos possuem frequência de *clock* equivalente a alguns *gigahertz*, significando bilhões de instruções por segundo. No entanto, como as operações tendem a tomar algumas centenas de instruções de máquina propriamente ditas, podemos estimar que milhões de operações serão considerados por segundo, conforme mencionado por Skiena (2008). Observe que tomar todos os arranjos de 10 a 11 objetos envolve um milhão de operações.

Uma vez que uma busca exaustiva deixa de ser viável, outras estratégias podem ser aplicadas para encontrar a solução de um problema. Desta forma, a fim de conduzir o projeto e os experimentos necessários, alguns métodos e fundamentos precisam ser inicialmente discutidos e introduzidos. Problemas de otimização serão definidos na Seção 3.1 enquanto técnicas heurísticas e limitantes são apresentadas nas Seções 3.2 e 3.3.

3.1 Problemas de Otimização Combinatória

Considere um conjunto finito de elementos N e uma função $c : N \mapsto \mathbb{R}$ que associa um custo a cada elemento de N . Dada uma coleção \mathcal{C} de subconjuntos de N e uma função $f : \mathcal{C} \mapsto \mathbb{R}$ que associa um valor a cada subconjunto $S \in \mathcal{C}$, em termos dos custos c_j dos elementos $j \in S$, um problema P é dito ser um **problema de otimização combinatória** se o objetivo de P é encontrar um subconjunto de N pertencente a \mathcal{C} que otimize a função f . A coleção \mathcal{C} é chamada **conjunto de soluções viáveis** do problema P e à função f dá-se o nome de **função objetivo**. Quando a otimização da função f consiste em minimizá-la dizemos que P é um **problema de minimização** e, equivalentemente, quando a otimização envolve maximizar a função objetivo temos um **problema de maximização**.

Uma solução viável de P que otimize f é chamada **solução ótima**. Observe que podem existir mais de uma solução ótima para um problema.

3.1.1 Modelagem Matemática

Considere um problema de otimização combinatória P , no qual o conjunto de elementos N é denotado por $\{N_1, N_2, \dots, N_n\}$. Qualquer solução S de P pode ser univocamente representada por um vetor $x \in \{0, 1\}^n$, no qual $x_i = 1$ se e somente se o elemento N_i pertence à solução S . O vetor x é denominado **vetor característico** da solução.

Considerando o espaço $\{0, 1\}^n$, as soluções viáveis \mathcal{C} de P pode ser representado por um conjunto X de pontos em $\{0, 1\}^n$, no qual cada ponto em X é o vetor característico de uma solução em \mathcal{C} . Uma forma de caracterizar o conjunto de pontos X é através de um conjunto de m equações $r_j(x) = b_j$, $1 \leq j \leq m$, as quais são satisfeitas por um ponto x se e somente se $x \in X$. Desta forma, dado um ponto $x' \in \{0, 1\}^n$, podemos verificar se $x' \in X$ apenas avaliando o valor de cada função $r_j(x')$ e comparando-o com o valor de b_j . Por outro lado, observe que se queremos determinar um ponto $x \in X$, as componentes x_i de x estão indefinidas, ou seja, não são constantes e são tratadas como variáveis. Ao conjunto de equações $r_j(x) = b_j$ que descrevem X dá-se o nome de **restrições** do problema. Quando x está indefinido, denominamos x como **variáveis de decisão**.

Neste caso, se P é um problema de minimização com função objetivo f , o problema P pode ser representado por (3.1) no qual o conjunto X é definido por (3.2) e objetiva-se encontrar um ponto $x \in X$ que minimiza a função objetivo.

$$P = \min\{f(x) : x \in X\} \quad (3.1)$$

$$X = \{x \in \mathbb{B}^n : r_1(x) = b_1, r_2(x) = b_2, \dots, r_m(x) = b_m\} \quad (3.2)$$

A essa caracterização do conjunto de soluções viáveis de um problema P pelo conjunto de restrições dá-se o nome de modelagem do problema.

Essa definição de modelagem vai ao encontro daquela dada por Biembengut e Hein (2002), na qual a **modelagem matemática** é definida como um processo que procura obter um modelo que descreve matematicamente um fenômeno real.

3.1.2 Programação Linear

Denomina-se por **modelos lineares**, os modelos matemáticos nos quais as restrições que definem a coleção de soluções viáveis e a função objetivo do problema podem ser descritas através de inequações e equações lineares sob o conjunto de variáveis de decisão do problema (Arenales et al., 2015). Um **Problema de Programação Linear (PL)** consiste em um problema que pode ser descrito por um modelo linear.

Um modelo linear de um PL é retratado pela sua função objetivo seguida do conjunto de suas restrições como apresentado abaixo:

$$\text{Otimizar } c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

sujeito a:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \quad (3.3)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \quad (3.4)$$

$$\dots \quad (3.5)$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \quad (3.6)$$

$$x_j \in \mathbb{R}^n, \forall j, 1 \leq j \leq n. \quad (3.7)$$

Como as restrições são necessariamente lineares, existe, para cada restrição, um coeficiente real multiplicando cada variável. Quando este coeficiente a_{ij} que multiplica a variável j na restrição i é 0, a variável de decisão não é afetada pela restrição. Um Problema de PL pode ainda ser escrito na forma matricial:

$$\text{Otimizar } cx$$

sujeito a:

$$Ax \leq b \quad (3.8)$$

$$x \in \mathbb{R}^n \quad (3.9)$$

Onde as matrizes são:

$$c = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n], x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Problemas de programação linear são problemas de otimização contínua, porém, como problemas combinatórios podem ser abstraídos através de modelo lineares, são considerados combinatórios em sua natureza, conforme discutido em Papadimitriou e Steiglitz (1982).

Muitos problemas de otimização podem ser interpretados através de interações complicadas entre um certo número de variáveis. Esse processo de derivar um conjunto de equações matemáticas cuja solução implica a solução de um dado problema prático é chamado de **programação matemática**.

Discutimos no decorrer deste trabalho uma forma usualmente adotada na prática a fim de resolver programas lineares chamada Método Simplex. O método é descrito em 3.1.4 e a combinação de programação linear e o simplex são de importância fundamental no campo de otimização combinatória. Antes de introduzir o simplex no entanto, vamos discutir sobre a interpretação geométrica de modelos lineares na subseção seguinte.

3.1.3 Interpretação Geométrica

Modelos lineares podem ser moldados de forma direta em uma representação geométrica. O seguinte programa linear (P), exemplo fornecido em Sedgewick (1988), é fácil de ser visualizado geometricamente por conter duas variáveis apenas. Ele corresponde ao diagrama apresentado na Figura 3.1.

$$(P) \max x_1 + x_2$$

sujeito a:

$$-x_1 + x_2 \leq 5 \quad (3.10)$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 45 \quad (3.11)$$

$$2x_1 + x_2 \leq 27 \quad (3.12)$$

$$3x_1 - 4x_2 \leq 24 \quad (3.13)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (3.14)$$

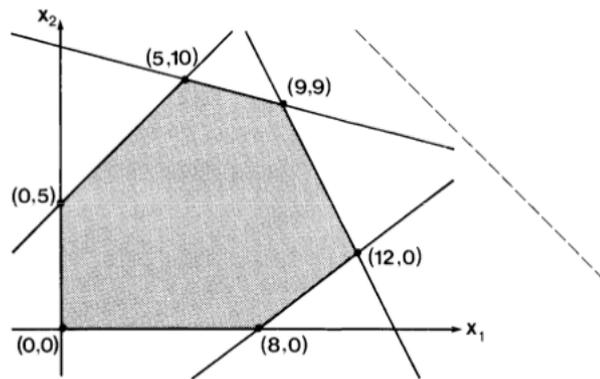


Figura 3.1: Representação geométrica do modelo (P) - fornecida em Sedgewick (1988)

Cada desigualdade do modelo divide o plano em duas regiões, sendo que apenas uma delas contém todas as soluções do programa linear. Por exemplo, considerando a Figura 3.1 com x_1 no eixo da abscissa e x_2 no eixo das ordenadas, $x_1 \geq 0$ significa que qualquer solução deve estar à direita do eixo x_2 . Como toda solução viável para o programa linear deve satisfazer todas as restrições, a região definida pela interseção das inequações é o conjunto de todas as soluções ou pontos viáveis. Resolver o programa linear significa achar o ponto da região que otimiza a função objetivo.

Estamos interessados na formação de uma região convexa chamada **simplex**, de acordo com Sedgewick (1988). Um k -simplex é um polítopo k -dimensional que é uma envoltória convexa de seus $k+1$ vértices. Suponha que os $k+1$ pontos $u_0, \dots, u_k \in \mathbb{R}^k$ constituem um espaço afim, o que significa que $u_1 - u_0, \dots, u_k - u_0$ são linearmente independentes. Desta forma, o simplex determinado é o conjunto de pontos:

$$C = \{ \theta_0 u_0 + \dots + \theta_k u_k \mid \sum_{i=0}^k \theta_i = 1 \text{ e } \theta_i \geq 0, \forall i \in \mathbb{R} \}$$

Uma característica fundamental do simplex, que é explorada pelo algoritmo que recebe também este nome, é que dada uma função objetivo f aplicada sobre todos os vértices que o compõe, f é otimizada em um dos vértices da região convexa. Desta forma apenas estes pontos precisam ser examinados e não todos os pontos interiores.

Da interpretação geométrica também é possível entender porque modelos lineares são mais apreciados na programação matemática. Por exemplo, se a função objetivo não é linear, então ela poderia atingir o simplex em suas arestas, uma vez que é uma curva. Se as restrições também são não-lineares, passaríamos a lidar com representações geométricas complexas. Quando o modelo é linear e estamos trabalhando com programação linear, o Método Simplex é uma estratégia recorrentemente utilizada para encontrar a solução

ótima. Este método é explicado a seguir.

3.1.4 Método Simplex

O **Método Simplex** resolve programas lineares utilizando técnicas de pivoteamento, a mesma operação fundamental usada na eliminação de Gauss por exemplo. Este pivoteamento corresponde a uma forma natural de mover-se de um ponto a outro no simplex na busca por uma solução, conforme apresentado em Sedgewick (1988). O algoritmo Simplex pode ser mais precisamente descrito como um método genérico que pode ser refinado de formas mais específicas.

Primeiramente, os modelos lineares precisam ser padronizados. Como o processo de modelagem pode levar a programas lineares definidos de diferentes formas, é conveniente então expressá-los através de uma **forma padrão**, na qual todas as equações são igualdades, exceto pelas inequações que representam os limites de cada variável. O processo de **padronização** de modelos é no entanto bastante simples, uma vez que uma nova **variável de folga** pode ser introduzida nas inequações envolvendo mais que uma variável. Estas variáveis ocupam a folga permitida pelas desigualdades. Por exemplo, a inequação $-x_1 + x_2 \leq 5$ pode ser reescrita como $-x_1 + x_2 + y = 5$, onde y é uma variável de folga do modelo e $y \geq 0$.

Nós passamos a ter então uma quantidade N de equações e M de variáveis. Caso a origem esteja no simplex, tornar as variáveis originais do modelo iguais a zero enquanto as variáveis de folga são ajustadas para satisfazerem as igualdades é uma **solução trivial** do problema. Isto significa que $M-N$ variáveis foram definidas como zero. Uma vez definida uma solução inicial, trivial ou não, outros pontos do simplex podem ser visitados via pivoteamento.

Tomemos um problema de Programação Linear P definido por $z = \{\min cx : x \in X\}$, no qual $X = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b, x \geq 0\}$. Neste caso, A é a matriz $m \times n$ de coeficientes, b é o termo $m \times 1$ independente e c é o custo de ordem $1 \times n$, conforme discutido na Subseção 3.1.3 que introduz a interpretação geométrica de um problema de PL.

O algoritmo Simplex baseia-se nas seguintes assertivas:

- o conjunto de soluções viáveis define um poliedro convexo;
- se P é viável e limitado, existe uma solução ótima de P e ela está associada a um ponto extremo do poliedro convexo X ;
- um ponto extremo de X satisfaz m restrições de X na igualdade;
- Uma solução associada a um ponto extremo é chamada solução básica

Uma e qualquer solução básica consiste em uma matriz quadrada inversível de ordem $m \times m$ obtida das colunas da matriz de coeficientes A . Cada coluna A_j da matriz A corresponde aos coeficientes de uma variável x_j nas restrições do problema.

Uma base é representada como um conjunto de variáveis, as quais são denominadas variáveis básicas. Variáveis não-básicas são aquelas que não formam a base. Partindo de uma base, o algoritmo do simplex sucessivamente alterna a base a fim de melhorar o valor da função objetivo.

A cada variável x_j associamos um valor na função objetivo, nomeado custo reduzido e denotado por \bar{c}_j . Seja c_B o vetor de custo das variáveis básicas e B^{-1} a inversa da base, u corresponde aos valores das variáveis duais de P , calculados via $u = c_B B^{-1}$. O custo reduzido é obtido através de: $\bar{c}_j = c_j - uA_j$.

O método Simplex executa os seguintes passos:

1. Encontre uma base inicial B ;
2. *Pricing*: Defina r tal que $r = \arg \min_{j \in N} \bar{c}_j = (c_j - c_B B^{-1} A_j)$;
3. Se $\bar{c}_r \geq 0$, retorne a solução $x_B = B^{-1} b$ e $x_N = 0$;
4. Se $y_r = B^{-1} A_r$, então P é ilimitado;
5. Mudança de Base: Defina um s tal que $s = \arg \min_{y_r} \cdot B \leftarrow B \setminus \{A_s\} \cup \{A_r\}$
6. Retorne ao Passo 2

Observe que o Método Simplex resolve o modelo linear utilizando variáveis reais, uma vez que apenas visita os vértices da região convexa. Denomina-se por Programação Linear Inteira uma variação da Programação Matemática e Programação Linear onde variáveis pertencentes ao modelo linear devem ser obrigatoriamente inteiras. Isto é dado através da adição de restrições ao modelo. Este cenário é descrito na subseção a seguir.

3.1.5 Programação Linear Inteira

Assuma o problema da sequência mais próxima, introduzido na Seção 1.3. Estamos interessados em definir qual símbolo será utilizado numa certa posição da sequência alvo. Tal tarefa pode ser modelada através de um modelo linear. No entanto, não há garantia que o valor atribuído para as variáveis seja inteiro. Desta forma, encontraríamos situações onde, dada uma posição p qualquer da sequência alvo, um símbolo é escolhido com valor equivalente a 0.4, enquanto outro símbolo pode ser escolhido com valor 0.6. Esta combinação de valores pode otimizar a função objetivo, porém não resolve o problema prático.

Embora programação linear represente boa parte dos problemas de otimização, estas situações onde a solução gerada não é aplicável num cenário real são bem recorrentes. Outros exemplos seriam o problema da coloração de grafos, onde múltiplas cores seriam escolhidas para pintarem parcialmente um único vértice, ou o problema clássico da mochila, onde elementos seriam selecionados divididos de alguma forma. De fato, há muito interesse em resolver modelos lineares considerando variáveis estritamente inteiras.

Um **Problema de Programação Linear Inteira (PLI)** é um caso especial de programação linear no qual as variáveis de decisão precisam ser inteiras. Podemos descrever um PLI como:

$$P = \min\{cx : x \in X \cap \mathbb{Z}^n\}. \quad (3.15)$$

Nota-se que a dificuldade em resolver estes problemas é elevada. Obrigar que uma variável seja inteira permitiria o ponto que corresponde à solução ótima estar localizado dentro da região convexa, mas não necessariamente em um ponto extremo, ou vértice do simplex, descartando o uso do Método Simplex para solucionar o problema. Uma técnica comumente aplicada para resolver problemas de programação linear inteira é o *Branch and Bound*, definido a seguir.

3.1.6 *Branch and Bound*

O *Branch and Bound* (B&B) é uma abordagem que permite encontrar soluções ótimas para problemas de otimização, incluindo problemas de programação linear inteira. Ele foi proposto originalmente em Land e Doig (1960) e é de longe a ferramenta mais amplamente utilizada para resolver problemas de otimização combinatória segundo Clausen (1999). O termo *Branch* refere-se a ideia de enumerar através de **ramificações** as partições do espaço de soluções, enquanto *bound* trata o uso de **limitantes** calculados ao longo do processo de ramificação.

Um algoritmo B&B procura a melhor solução no espaço completo de soluções de um determinado problema. Vimos no início deste capítulo que esta enumeração explícita é normalmente impossível. O B&B destaca-se pois, ao aplicar o conceito de limitantes na função a ser otimizada, o algoritmo permite pesquisar apenas em partes do espaço original de soluções.

Inicialmente, apenas um subconjunto existe, representado pelo espaço completo da solução, e a melhor solução encontrada até agora é ∞ . Os subespaços inexplorados são representados como nós em uma árvore de pesquisa dinâmica, formada apenas pela raiz inicialmente, e cada iteração do B&B processa um desses nós. A iteração tem três componentes principais: (i) seleção

do nó a ser processado; (ii) cálculo de limitantes; e (iii) ramificação.

Desta forma, a ideia geral do B&B pode ser entendida como resolver o problema de programação linear encontrando soluções relaxadas para o problema. Caso as variáveis sejam inteiras, obteve-se uma solução ótima. Num caso menos otimista o B&B divide o problema em novos subproblemas menores e mais fáceis de resolver.

Durante este processo de ramificação o B&B aplica **podas**, que consistem em métodos de remoção de nós a fim de inibir futuras ramificações que comprovadamente não irão melhorar a solução, como explicado em Taylor (2007). Um nó pode ser podado caso: (i) seja inviável; (ii) caso seu limitante seja menos promissor que a melhor solução já encontrada; e (iii) por otimalidade, quando o nó é resolvido de forma ótima no seu subespaço de soluções. Nós que ainda não foram executados por uma iteração do B&B ainda não foram ramificados e são denominados **nós ativos**. Segundo Taylor (2007), o algoritmo pode ser descrito em alto nível a partir dos seguintes passos para um problema de maximização qualquer:

1. Encontre uma solução para o modelo de programação linear associado ao nó, removendo-se as restrições que obriguem as variáveis a pertencerem ao conjunto dos inteiros. Caso a solução seja inteira, esta é a solução ótima e o algoritmo pode ser finalizado.
2. No nó 1, deixe esta solução ser o limite superior. O limite inferior inteiro pode ser calculado através de uma heurística ou pode ser inicializado como $-\infty$. Sempre que um limitante inteiro for encontrado atualize o melhor limitante inferior global conhecido.
3. Selecione a variável com a maior parte fracionária para o processo de ramificação. Crie duas novas restrições para esta variável refletindo os valores inteiros particionados. O resultado será uma nova restrição do tipo \leq e uma nova restrição do tipo \geq .
4. Crie dois novos nós, uma para cada classe de restrição criada no passo anterior.
5. Nestes dois nós resolva o modelo relaxado.
6. Esta solução será o limitante superior do nó e a melhor solução inteira conhecida será o seu limitante inferior.
7. Se o processo produzir uma solução inteira viável com um limitante superior maior que o de qualquer nó ativo, a solução inteira ideal foi alcançada. Se uma solução inteira viável não for encontrada, executa-se

o processo de ramificação a partir do nó com o melhor limitante superior, retornando ao passo 3.

Para um problema de minimização, os limitantes superiores e inferiores são invertidos. Perceba que tanto na descrição dos problemas de otimização em 3.1, quanto no algoritmo do B&B dois limitantes diferentes são trabalhados. Estes limitantes são descritos nas seções seguintes e técnicas relevantes aplicadas neste trabalho são então apresentadas.

3.2 Relaxações

Dado um Problema de minimização P , $P = \min\{f(x) : x \in X\}$, dizemos que $P^R = \min\{f'(x) : x \in X'\}$ é um problema relaxado de P se (i) $X \subseteq X'$ e (ii) $f'(x) \leq f(x)$, para todo $x \in X$. De forma análoga, para um problema de maximização $P = \max\{f(x) : x \in X\}$, temos que $P^R = \max\{f'(x) : x \in X'\}$ é um problema relaxado de P se (i) $X \subseteq X'$ e (ii) $f'(x) \geq f(x)$, para todo $x \in X$. Desta forma, pode-se dizer que o espaço de soluções do problema relaxado contém o espaço de soluções do problema original e é mais fácil encontrar uma solução válida para P^R que para P . No entanto, embora uma solução de P seja uma solução de P^R , o inverso não é necessariamente válido.

Se a solução ótima para o problema relaxado satisfaz todas as restrições do problema original, esta solução relaxada também é ótima para problema principal. Caso contrário, ela define um limitante dual para o problema, uma vez que a otimização é executada em um espaço de soluções maior que o do problema original.

O conceito de relaxação já foi utilizado na definição de problemas de otimização em 3.1 e na definição do B&B, em 3.1.6, onde a obrigatoriedade das variáveis serem inteiras é desconsiderada. Esta técnica é chamada Relaxação Linear e é definida a seguir.

3.2.1 Relaxação Linear

Conforme discutido em 3.1.1, um modelo linear é capaz de representar tanto programas lineares quanto programas lineares inteiros. Neste último restrições são adicionadas ao modelo linear obrigando que as variáveis sejam inteiras, denotando assim um PLI. A **relaxação linear** consiste basicamente em remover restrições que forcem que valores inteiros sejam atribuídos às variáveis do modelo. Neste caso o Método Simplex consegue resolver o problema relaxado em um tempo aceitável na prática.

Foi introduzido na discussão sobre PLI, em 3.1.5, que variáveis reais não são suficientemente boas para representarem diretamente um problema prá-

tico. O objetivo da relaxação linear, no entanto, é construir uma técnica simples que pode ser utilizada para garantir rapidamente um limitante dual. Na verdade, a qualidade deste limitante pode ser interessante em certos problemas, o que é relatado por Della Croce e Salassa (2012) no caso do CSP e por Torres et al. (2018) para o DSP e DSSP.

Este projeto busca inicialmente analisar a qualidade da relaxação linear nos problemas de seleção de sequências e tem interesse em pesquisar métodos heurísticos que aproveitem esta relaxação.

3.3 Heurísticas

Muitos problemas com aplicações práticas de interesse são NP-completos. Uma vez dada a utilidade destes problemas, eles acabam sendo muito importantes para serem abandonados apenas porque não sabemos como encontrar uma solução ótima para eles em tempo polinomial. Mesmo que um problema seja NP-completo, segundo Cormen et al. (2009), temos pelo menos três maneiras de contornar a NP-completude. Primeiro, se as instâncias forem pequenas, um algoritmo com tempo de execução exponencial pode ser perfeitamente satisfatório. Segundo, podemos ser capazes de isolar casos especiais que poderiam ser resolvidos em tempo polinomial. E por fim, podemos aplicar abordagens para encontrar soluções quase ótimas em tempo polinomial.

Na prática, soluções próximas do ótimo costumam ser boas o suficiente e chamamos por **algoritmos heurísticos** estratégias que retornam soluções não necessariamente ótimas para um problema. Desta forma, tenta-se descobrir uma boa solução viável sem obrigatoriamente percorrer todo o espaço de soluções.

Segundo Polya (1971), o **raciocínio heurístico** nasceu nos campos da psicologia, lógica e filosofia com o objetivo de estudar métodos e regras capazes de descobrir e inventar. Segundo o mesmo autor, o termo heurística significa «que serve para descobrir» e durante a aplicação deste raciocínio não há preocupação em alcançar algo considerado final ou rigoroso, mas sim provisório e plausível.

É possível então relacionar abordagens computacionais que exploram este raciocínio heurístico, pois estamos preocupados em encontrar técnicas ou algoritmos que não possuem como objetivo final resolver o problema em si de forma ótima, mas sim descobrir uma boa solução para o problema de forma barata. Conforme apresentado em Luke (2013), técnicas que sorteiam elementos ou aplicam estratégias gulosas são exemplos de abordagens heurísticas simples.

Desta forma, uma heurística pode ser construída tomando características

específicas de um problema, ou pode ser formulada para resolver problemas de otimização de forma mais geral. Este último grupo é conhecido por meta-heurísticas e é introduzido a seguir.

3.3.1 *Meta-heurísticas*

Segundo Luke (2013), **Meta-heurísticas** são algoritmos usados para encontrar soluções para problemas quando se possui pouco conhecimento específico para apoiar o processo de resolução. Por exemplo, nas situações em que não se sabe de antemão qual é a solução ideal, não há orientações sobre como encontrá-la de uma maneira sistemática, existe muita pouca informação heurística para continuar e a busca por força bruta está fora de questão pois o espaço é muito grande. Porém, se uma solução candidata for encontrada para o seu problema, você será capaz de testá-la e avaliar a sua qualidade. Ou seja, é possível reconhecer uma boa solução quando a encontra.

Desta forma, uma meta-heurística é um procedimento heurístico genérico utilizado para resolver problemas de otimização. Uma meta-heurística pode ser instanciada para um problema qualquer e, ainda conforme Luke (2013), diferentes meta-heurísticas exploram diferentes métodos e técnicas fornecendo soluções com qualidades distintas. Uma meta-heurística define então como heurísticas são construídas dentro do escopo de um problema específico, fornecendo uma abstração de uma heurística.

Se tomarmos o prefixo **meta** segundo o dicionário Oxford, Dictionaries (2018), temos que ele possui origem grega significando «com» ou «através» e este prefixo indica um conceito que é uma abstração por trás de outro conceito, denotando algo de ordem maior. É possível entender melhor uma meta-heurística como uma abstração por trás da implementação de uma heurística propriamente dita.

Existe uma grande quantidade de meta-heurísticas disponíveis na literatura e este trabalho tem maior interesse em uma que foi proposta em 1997 e é denominada *Variable Neighbourhood Search* (VNS), ou Busca de Vizinhança Variável. Esta abordagem recebeu várias extensões e variações de forma que possui atualmente conferências anuais focadas tanto na técnica em si quanto em suas aplicações. A fim de introduzir esta meta-heurística o conceito de busca local é inicialmente apresentado.

Busca Local

A **Busca Local** é descrito por Luke (2013) com um método heurístico que encontra uma solução inicial local e passa a procurar por uma próxima solução vizinha que se comporte como um novo ótimo local. Neste caso, um **ótimo**

local é uma solução que é ótima dentre um conjunto de soluções vizinhas que podem ser alcançados de forma sistemática.

Caso este novo ótimo local encontrado seja melhor, a técnica pode o adotar e, em seguida, procurar novamente um novo ótimo local próximo. O raciocínio heurístico aqui é que muitas vezes você pode encontrar melhores soluções locais próximas àquelas em que você está atualmente, podendo então progressivamente caminhar de uma boa solução para uma outra solução melhor.

A busca local aplica dois passos fundamentais. Primeiro, ela não reinicia a partir de locais escolhidos inteiramente ao acaso. Em vez disso, ele mantém um ótimo local como **base** e reinicia sua busca nas proximidades deste ótimo local quando necessário. Queremos recomeçar longe o suficiente da nossa base atual para tentar terminar em um novo local ótimo, mas não tão longe a ponto de escolhermos novos locais de reinicialização aleatórios. O objetivo é conduzir uma caminhada e não uma pesquisa aleatória.

Em segundo lugar, quando uma busca distante da melhor solução atual encontra o seu ótimo local, a busca decide se deve manter a base atual, ou adotar este novo ótimo local como uma nova base. Se sempre escolhermos o novo ótimo local, estamos fazendo uma caminhada aleatória. Se escolhermos apenas o novo ótimo local que é melhor que a base atual, estamos ficando presos em um vale.

A busca local geralmente escolhe algo que engloba essas duas alternativas e, uma vez abstraídos estes dois fundamentos, a técnica é muito simples de ser implementada. No entanto, mesmo combinando os dois conceitos uma busca local tem dificuldades para desviar de um ótimo local, tornando a busca dependente da vizinhança inicial. Uma alternativa seria alterar as estruturas de vizinhanças, ideia aplicada na meta-heurística apresentada na próxima Subseção 3.3.1.

Busca de Vizinhança Variável

A Busca de Vizinhança Variável, do inglês **Variable Neighbourhood Search (VNS)**, foi proposta inicialmente em Mladenović e Hansen (1997). A técnica teve sua forma básica expandida nos anos seguintes de modo que uma nova representação geral do método atualizado e suas aplicações são dadas em Hansen et al. (2008). Neste trabalho os autores definem o VNS como uma meta-heurística, ou *framework* para construção de heurísticas, baseada na mudança sistemática de vizinhanças, tanto na fase de descida da busca para encontrar um mínimo local, quanto na fase de perturbação para emergir de um vale.

Desta forma, o VNS incorpora uma heurística de busca local a fim de resolver problemas de otimização combinatória, permitindo uma mudança das

estruturas de vizinhança dentro desta própria busca. O principal objetivo desta abordagem é fugir de ótimos locais, o que é reforçado através da aplicação de uma operação aleatória de perturbação. O VNS inclui então no seu núcleo uma busca local que é normalmente implementada de duas formas, conforme sugerido por Hansen et al. (2008).

No primeiro algoritmo denominado *BestImprovement*, descrito no Algoritmo 1, dada uma solução inicial x e uma estrutura de vizinhança N , a busca é conduzida dentro do conjunto $N(x)$, que define os vizinhos de x , até que não seja mais possível caminhar em uma direção que otimize uma função objetivo $f(x)$. Isto significa que esta primeira busca retorna a melhor solução dentro da vizinhança.

Algoritmo 1: BestImprovement(x)

```

1 faça
2   |  $x' = x$ ;
3   |  $x = \operatorname{argmin}\{f(y) : y \in N(x')\}$ ;
4 enquanto  $f(x) < f(x')$ ;
5 retorna  $x'$ 

```

Como o algoritmo acima pode consumir bastante tempo, uma alternativa para o Algoritmo 1 é representada no Algoritmo 2. Nesta implementação um movimento é feito assim que uma direção para a descida é encontrada, ou em outras palavras, assim que uma solução que melhore a solução atual é obtida.

Algoritmo 2: FirstImprovement(x)

```

1 faça
2   |  $x' = x$ ;
3   | Considere  $N(x) = \{x_0, x_1, \dots, x_l\}$ ;
4   |  $i = 0$ ;
5   | enquanto  $i < l$  e  $f(x_i) \geq f(x)$  faça
6     |   |  $i = i + 1$ ;
7   | fim
8   | se  $i < l$  então
9     |   |  $x = x_i$ ;
10  | fim
11 enquanto  $f(x) < f(x')$ ;
12 retorna  $x'$ 

```

Definidas estas duas buscas locais, a implementação do VNS conhecida como **VNS básico** pode ser representada através do Algoritmo 3. Nesta implementação, k_{max} representa a quantidade máxima de vizinhanças e t_{max} o tempo

máximo de execução permitido.

Algoritmo 3: VNS(x, k_{max}, t_{max})

```
1  $x' = x$ ;  
2 enquanto  $t \leq t_{max}$  faça  
3    $k = 1$ ;  
4   enquanto  $k \neq k_{max}$  AND  $t \leq t_{max}$  faça  
5      $x'' = \text{FirstImprovement}(x')$ ;  
6      $\text{NeighbourhoodChange}(x, x'', k)$ ;  
7      $t = \text{CpuTime}()$ ;  
8   fim  
9    $x' = \text{Shake}(x, k)$ ;  
10   $t = \text{CpuTime}()$ ;  
11 fim  
12 retorna  $x$ 
```

O algoritmo básico do VNS consiste basicamente de uma operação de **perturbação** denominada *Shake()*, uma busca local, no caso do Algoritmo 3 usa-se o *FirstImprovement()*, e um procedimento denominado *NeighbourhoodChange()* responsável por alterar as estruturas de vizinhanças aplicadas. Caso todas as estruturas de vizinhanças sejam utilizadas e ainda exista tempo para execução, o algoritmo retorna à primeira estrutura. A busca local parte de uma solução nova devido à perturbação aplicada e a variável x que representa uma solução pode ser modificada na mudança de vizinhança.

O procedimento *NeighbourhoodChange()* responsável por esta **mudança de vizinhança** é bem simples e basicamente verifica se a solução foi melhorada. Se sim, a variável x é atualizada com a nova solução e voltamos a executar o algoritmo a partir da primeira vizinhança estabelecida. Caso contrário avançamos para a próxima estrutura de vizinhança.

Perceba que a busca local retorna um ótimo local aplicando a vizinhança atual e esta solução pode não ser melhor que a melhor solução encontrada até então. A ideia neste caso, é partir de uma permutação desta melhor solução, garantindo que o ponto de saída não está preso num ótimo local nem está muito distante das melhores soluções encontradas. O código da mudança de vizinhança é apresentado abaixo.

Algoritmo 4: NeighbourhoodChange(x, x', k)

```
1 se  $f(x') < f(x)$  então  
2    $x = x'$ ;  
3    $k = 1$ ;  
4 senão  
5    $k = k + 1$ ;  
6 fim
```

Neste momento a única função não apresentada contida no VNS básico é a perturbação *Shake()*. De fato, Hansen et al. (2008) descreve esta perturbação como um ponto chave do algoritmo, porém ela é dependente do problema a ser resolvido. No caso do problema de seleção de sequências, uma operação de perturbação simples é construída alterando um símbolo da sequência alvo.

Finalmente, observe que esta implementação do VNS inicia com uma solução x já conhecida. Para uma versão simples, qualquer solução aleatória viável pode ser usada, mas a maneira usual e recomendada pelos autores é desenvolver alguma heurística gulosa, o que normalmente não é difícil de fazer.

Durante este trabalho iremos aplicar o VNS juntamente com informações recebidas do modelo matemático. Tal operação resulta numa heurística com características especiais denominada matheurística. Este conceito será introduzido na próxima subseção.

3.3.2 Matheurística

Uma matheurística é uma heurística desenvolvida a partir da integração de meta-heurísticas e programação matemática. Conforme exposto em Caserta e Voß (2010), uma **matheurística** pode ser entendida como uma heurística baseada em modelos e é caracterizada pela exploração de recursos ou propriedades provenientes do modelo matemático do problema a ser resolvido.

Ainda segundo os autores, a aplicação de matheurísticas é algo já antigo e bem generalizado, porém o assunto tem atraído bastante interesse recentemente. Em 2006 foi organizado o primeiro Workshop Internacional sobre Contribuições Matemáticas para Meta-heurísticas. Em 2008, em sua segunda edição, o nome do evento foi adaptado para Segundo Workshop Internacional em Heurísticas baseadas em Modelo, do inglês *International Workshop on Model-based Metaheuristics* (SciencesConf, 2018). Este nome é mantido até hoje e o evento ocorre a cada dois anos.

Durante o decorrer deste trabalho estaremos interessados em construir matheurísticas que exploram os valores das variáveis de um modelo de programação linear inteira ainda não resolvido em sua otimalidade. Esta abordagem é semelhante àquela conduzida por Della Croce e Salassa (2012), onde três heurísticas baseadas em modelo foram apresentadas. De forma geral, estas heurísticas aplicam procedimentos de arredondamento e fixação de variáveis no modelo.

Segundo Armanfard et al. (2017), artigo que discute sobre heurísticas que envolvem a relaxação linear e técnicas de arredondamento, um **algoritmo genérico de arredondamento** pode ser descrito da seguinte forma:

1. Formule um problema de otimização como um PLI

2. Relaxe as restrições inteiras a fim de transformá-lo em um PL
3. Resolva o PL para obter uma solução ótima x'
4. Construa uma solução viável x^H para o PLI arredondando um subconjunto das variáveis em x'

Esta abordagem será estendida num algoritmo chamado *Rounding Algorithm*, descrito na Seção 4.3, para os problemas de seleção de sequências. O autor introduz neste mesmo artigo o conceito de **filtragem**, onde um problema é filtrado em outro com espaço de soluções mais restrito utilizando a solução do PL do problema. O algoritmo *Basic Core Problem Algorithm* utiliza filtragem ao fixar variáveis inteiras do PL no PLI e será discutido na Seção 4.3.

Explorar a qualidade da relaxação linear dos problemas na construção de heurísticas é o principal fator que desencadeou este projeto. Apoiados nos resultados obtidos por Della Croce e Salassa (2012) para CSP, o projeto conduzido é apresentado no próximo capítulo.

Trabalho Desenvolvido

Este capítulo apresenta e discute as heurísticas desenvolvidas para os problemas de seleção de sequências e segmentos discutidos na Seção 1.3 e que exploram programação matemática. A motivação para o uso de programação matemática na construção das heurísticas segue da observação apresentada por Della Croce e Salassa (2012), através de experimentos empíricos, sobre a boa qualidade de limitantes obtidos com a relaxação linear do CSP.

Desta forma, este trabalho pode ser dividido em quatro etapas principais, conduzidas de forma sequencial:

1. Definir o Modelo Matemático
2. Avaliar a Relaxação Linear do modelo para cada um dos seis problemas
3. Analisar as matheurísticas já conhecidas para o CSP
4. Estender estas técnicas de forma a construir uma heurística competitiva para os problemas

Durante o estágio 1, estamos interessados em definir um único modelo matemático para os problemas: CSP, CSSP, FSP, FSSP, DSSP e o DSSSP. Este modelo é apresentado e discutido na Seção 4.1. No estágio seguinte, iremos analisar a qualidade dos limitantes gerados pela relaxação dos problemas. Este processo é brevemente discutido na Subseção 4.2 e os resultados completos dos testes podem ser encontrados no Capítulo 5.

No estágio seguinte vamos analisar as matheurísticas aplicadas sobre o CSP em (Della Croce e Salassa, 2012), com o intuito de adaptá-las para os outros problemas. A revisão bibliográfica sobre o tópico pode ser observada

na Subseção 4.3, enquanto a definição dos conceitos e termos são fornecidos na Subseção 3.3.2.

Durante o passo 4 iremos definir uma metaheurística para fundamentar a implementação da heurística geral para os problemas. Esta etapa é necessária pois: (1) define uma estrutura já conhecida para a heurística final; (2) permite fácil reutilização e readaptação da heurística; e (3) utilizaremos estratégias conhecidas e validadas para guiar nossa solução. Esta etapa é discutida na Subseção 4.4. Testes empíricos foram conduzidos durante todas as etapas e os resultados podem ser encontrados no Capítulo 5. As instâncias adotadas são discutidas na Subseção 5.2.2.

Por fim, o problema será representado através de um modelo matemático e abordado utilizando técnicas de programação linear. Para isso será utilizada a linguagem de programação C e a biblioteca de otimização SCIP (Gamrath et al., 2016). O modelo criado para representar o problema é apresentado a seguir.

4.1 Modelo Matemático

Alguns trabalhos propuseram modelagens matemáticas para o DSSP na literatura, como Meneses (2005) e Meneses et al. (2004). No entanto, estes modelos não apresentam uma função objetivo para o problema. A definição de uma função objetivo para o DSSP foi proposta na monografia de conclusão de curso de Torres e Silva (2017) e a modelagem foi reportada em (Torres et al., 2018). Este é o modelo que foi utilizado no desenvolvimento das heurísticas.

Neste modelo M1 são utilizadas duas variáveis de decisão d_c e d_f , além de dois grupos de variáveis x e y . A variável d_c é usada para calcular a menor distância de Hamming da sequência alvo a em relação às sequências em S^c enquanto d_f mede a maior distância de Hamming da sequência t em relação às sequências em S^f . As variáveis x são usadas para representar a sequência alvo. Temos que $x_{i,j} = 1$ se o símbolo j não é escolhido na posição i da sequência alvo a , e 0 caso contrário. Ou seja, $x_{i,j} = 0$ indica que $a_i = j$. No modelo, s_k representa o k -ésimo símbolo de uma sequência s . As variáveis y_k^s são usadas para selecionar um segmento de s . De fato, $y_k^s = 1$ se e somente se o segmento que inicia na posição k da sequência s é o segmento de s que dá a melhor distância de Hamming em relação à sequência alvo a .

O modelo proposto é apresentado a seguir:

$$(M1) \quad \min d_c - d_f$$

sujeita a:

$$\sum_{j \in \Sigma} x_{ij} = n - 1 \quad , \forall i, 1 \leq i \leq m \quad (4.1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{i, s_{k+i-1}} \leq d_c + (m - d_c)(1 - y_k^s) \quad , \forall s \in S^c, \forall k, 1 \leq k \leq |s| - m + 1 \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{i, s_{k+i-1}} \geq d_f \quad , \forall s \in S^f, \forall k, 1 \leq k \leq |s| - m - 1 \quad (4.3)$$

$$\sum_{k=1}^{|s|-m+1} y_k^s \geq 1 \quad , \forall s \in S^c \quad (4.4)$$

$$d_c \leq k_c \quad (4.5)$$

$$d_f \geq k_f \quad (4.6)$$

$$d_c, d_f \in \mathbb{N} \quad (4.7)$$

$$x_{ij} \in \mathbb{B} \quad , \forall i, 1 \leq i \leq m, \forall j \in \Sigma \quad (4.8)$$

$$y_k^s \in \mathbb{B} \quad , \forall s \in S^c, \forall k, 1 \leq k \leq |s| - m + 1 \quad (4.9)$$

As restrições do grupo (4.1) garantem que exatamente um símbolo seja escolhido para cada posição da sequência alvo. Já o segundo grupo (4.2) de restrições junto com (4.4) garantem que exista ao menos um segmento em cada sequência $s \in S^c$ cuja quantidade de *não casamentos* em relação à sequência alvo não exceda d_c . No grupo (4.3) obriga-se que todos os segmentos de todas as sequências $s \in S^f$ possuam ao menos d_f não casamentos em relação à sequência alvo. As restrições (4.5) e (4.6) estão apenas garantindo que os limitantes k_c e k_f sejam respeitados. Por fim, (4.7), (4.8) e (4.9) são as restrições de integralidade.

A função objetivo busca minimizar a diferença entre d_c e d_f , ou seja, buscamos uma sequência alvo a que seja semelhante às sequências em S^c e o mais distante possível das sequências em S^f . Observe que o modelo resolve tanto o DSP quanto o DSSP, uma vez que permite que o comprimento m da sequência alvo a possa ser igual ou menor que o comprimento das sequências em S^c e S^f .

Além disso, quando S^c é vazio e k_c é igual ao comprimento da sequência alvo, o modelo minimiza apenas a expressão $-d_f$. Neste caso, temos um modelo para os problemas FSP e FSSP. De forma análoga, quando S^f é vazio e k_f é fixado em 0, o modelo minimiza d_c sujeito às restrições relacionadas à sequência alvo e ao conjunto S^c apenas, modelando, portanto, os problemas CSP e CSSP.

Desta forma, este único modelo resolve os seis problemas estudados. Como estamos interessados em trabalhar com matheurísticas, expressar os seis problemas através de um único modelo corrobora para o uso de diferentes técnicas de forma unificada e simplificada em todos os problemas.

Este não foi o único modelo avaliado, uma vez que Chimani et al. (2011)

propôs um modelo mais forte para o CSP que a versão comumente adotada para o problema. Este novo modelo utiliza uma formulação baseada em alinhamento de sequências, no qual em vez de adotar as variáveis y para identificar o início dos segmentos, este processo é feito explicitamente através de uma variável de decisão $x_{\delta,j}^{s,i}$. A discussão em detalhes sobre o porquê dessa formulação ser mais forte no ponto de vista poliédrico que a tradicional pode ser encontrada em (Chimani et al., 2011).

Neste segundo modelo, temos que $x_{\delta,j}^{s,i} = 1$ se e somente se δ é o símbolo selecionado para a posição j da sequência alvo e o segmento de s selecionado para dar a melhor distância de Hamming em relação à sequência alvo é a que inicia na posição $i - j + 1$ de s . As variáveis d_c e d_f continuam carregando os mesmos significados.

Baseado neste modelo mais forte proposto para o CSP, nós construímos um modelo, denominado M2, que resolve naturalmente o DSP e o DSSP. Sua formulação é exposta a seguir.

$$(M2) \quad \min d_c - d_f$$

sujeita a:

$$\sum_{i=j}^{|s|-|a|+j} \sum_{\delta \in \Sigma} x_{\delta,j}^{s,i} = 1, \quad \forall s \in S^c, 1 \leq j \leq |a| \quad (4.10)$$

$$\sum_{\delta \in \Sigma} x_{\delta,j}^{s,i} = \sum_{\delta' \in \Sigma} x_{\delta',j+1}^{s,i+1}, \quad \forall s \in S^c, 1 \leq j < |a|, j \leq i < |s| - |a| + j \quad (4.11)$$

$$\sum_{i=j}^{|s|-|a|+j} x_{\delta,j}^{s,i} = \sum_{i'=j}^{|s'|-|a|+j} x_{\delta,j}^{s',i'}, \quad \forall s, s' \in S^c, s \neq s', \forall \delta \in \Sigma, 1 \leq j \leq |a| \quad (4.12)$$

$$\sum_{j=1}^{|a|} \sum_{i=j}^{|s|-|a|+j} \sum_{\delta \neq s_i} x_{\delta,j}^{s,i} \leq d_c, \quad \forall s \in S^c \quad (4.13)$$

$$\sum_{j=1}^{|a|} \left(1 - \sum_{i=j}^{|s'|-|a|+j} x_{s_{k+j},j}^{s',i}\right) \geq d_f, \quad \forall s \in S^f, 1 \leq k \leq |s| - |a| \quad (4.14)$$

$$d_c \leq k_c \quad (4.15)$$

$$d_f \geq k_f \quad (4.16)$$

$$x^{s,i} \in \mathbb{B}^{l \times |a|}, \forall s \in S^c, 0 \leq i < |s| \quad (4.17)$$

$$d_c \in \mathbb{N}, d_f \in \mathbb{N}. \quad (4.18)$$

Neste modelo, s' é uma sequência qualquer em S^c . As restrições (4.10) junto com as restrições (4.12) garantem que exatamente um símbolo seja escolhido para cada posição da sequência alvo. Restrições (4.11) estabelecem o alinhamento consecutivo dos símbolos da sequência alvo com exatamente um segmento de cada sequência em S^c . Em (4.13) e (4.14), é calculada a distância de Hamming das sequências em S^c e S^f , respectivamente, em relação à

sequência alvo. Nas restrições (4.15) e (4.16), as distâncias d_c e d_f são limitadas. As restrições (4.17) e (4.18) são por fim as restrições de integralidade. A função objetivo é a mesma usada no modelo apresentado anteriormente.

Embora algoritmos para resolver a relaxação linear dos dois modelos tenham sido implementados, este segundo modelo dito mais forte foi abandonado, pois as relaxações lineares de ambos os modelos geraram os mesmos valores em todas as instâncias analisadas para o DSP e DSSP. Como a relaxação linear do primeiro modelo é resolvida mais rapidamente que do segundo modelo, adotamos o primeiro modelo como padrão e daqui para frente quando o termo modelo matemático for utilizado, estamos nos referindo a esta primeira modelagem M1. Discutiremos a seguir propriedades identificadas acerca da relaxação do modelo.

4.2 Solução Relaxada

A segunda etapa do projeto trata sobre a qualidade da relaxação linear dos seis problemas estudados. Enquanto os resultados propriamente ditos são apresentados apenas no próximo capítulo, esta seção tem como objetivo explicar como a relaxação linear do CSP e suas características nos motivaram a desenvolver esta pesquisa.

Inicialmente, Della Croce e Salassa (2012) reportaram a qualidade da relaxação linear promovendo técnicas baseadas no modelo relaxado para resolverem o problema. Durante este trabalho, não apenas a qualidade do limitante da relaxação linear foi destacada, mas também a capacidade de se extraírem informações importantes de uma solução ótima do problema relaxado.

No algoritmo proposto pelos autores, escolhe-se, para cada posição da sequência alvo, um símbolo do alfabeto conforme os valores ótimos das variáveis de decisão da relaxação linear do modelo. Esta técnica é bem simples, porém seus resultados foram competitivos o suficiente para disputar com os principais algoritmos da literatura.

Este método é um algoritmo guloso que seleciona os símbolos de acordo com o valor mais vantajoso das variáveis na solução da relaxação linear. No caso do Modelo (M1), quando um símbolo não é selecionado para estar na sequência alvo, o valor da variável correspondente no modelo tem valor inteiro igual a 1. De forma gulosa, podemos considerar que quão mais perto de 1 uma variável estiver, menos chances o símbolo correspondente possui de estar na solução ótima do problema. Poderíamos focar então nas variáveis cujo valor ótimo na relaxação linear do modelo se aproxima de 0.

Embora o algoritmo de arredondamento proposto aproveitasse as variáveis mais próximas de zero, ele não aproveita a distribuição das variáveis relaxa-

das. Este valor relaxado entre 0 e 1 poderia ser utilizado para associar cada variável com a probabilidade dela estar na solução ótima. Dada uma posição p da sequência alvo então, se $x_{p,A} = 0.5$, $x_{p,C} = 0.7$, $x_{p,G} = 0.8$ e $x_{p,T} = 1.0$, poderíamos assumir de forma gulosa que A tem mais chances de ocupar a posição p na solução ótima que os demais símbolos. Além disto, C seria o segundo símbolo mais provável, seguido de G .

Esta distribuição dos valores das variáveis relaxadas poderia ser considerada a fim de produzir uma nova matheurística. O nosso desafio passaria a ser como estruturar uma heurística que utilize bem estes valores. Neste trabalho procuramos uma técnica que permitisse nos apoiarmos nesta probabilidade gulosa baseada na relaxação linear, mas que também executasse uma busca que incluísse os símbolos menos prováveis. Foi com este objetivo que formulamos uma abordagem baseada em vizinhanças que aproveita o VNS como framework. Esta heurística baseada no modelo é descrita na Seção 4.4.

Por fim, Della Croce e Salassa (2012) observaram também que conforme o comprimento das sequências no conjunto S^c cresce em relação ao tamanho do conjunto, o problema tende a ficar mais difícil. De fato, a qualidade da relaxação linear cai lentamente conforme isto ocorre em todos os problemas. A seção a seguir introduz as matheurísticas que serviram como base para o desenvolvimento das heurísticas propostas neste trabalho.

4.3 Limitantes Baseados no Modelo

Num terceiro momento consideramos as matheurísticas conhecidas para o CSP com o objetivo de estudá-las e avaliar a qualidade destas técnicas quando aplicadas em diferentes problemas de seleção de sequências.

As heurísticas utilizadas aqui foram descritas por Della Croce e Salassa (2012), os quais apresentaram uma abordagem bem simples e muito eficiente para o CSP. Fizemos adaptações das heurísticas *Rounding Algorithm* e o *Basic Core Problem Algorithm* para os nossos problemas e estes dois algoritmos são descritos em seguida.

4.3.1 Rounding Algorithm

Abreviado por **RA**, o *Rounding Algorithm* é uma abordagem extremamente simples mas que fornece bons resultados. É composto por apenas três passos, nos quais os valores das variáveis na solução ótima da relaxação linear são recuperados e o símbolo representado pela variável de menor valor numa certa posição da sequência alvo é escolhido para formar a solução. Este algoritmo é uma extensão do algoritmo de arredondamento descrito em 3.3.2 e é proposto

originalmente em (Della Croce e Salassa, 2012). O Algoritmo 5 descreve o funcionamento desta técnica.

Algoritmo 5: Rounding Algorithm (RA)

Resultado: Sequência Alvo a

- 1 Seja P o PLI associado ao modelo (M1) e seja \bar{x} a solução ótima da relaxação linear de P ;
 - 2 **para cada** $i \in [1, m]$ **faça**
 - 3 Encontrar o símbolo k tal que $\bar{x}_{i,k} = \min\{\bar{x}_{i,j} : j \in \Sigma\}$;
 - 4 $a_i = k$;
 - 5 **fim**
-

Desta forma, o RA explora apenas as variáveis com os menores valores na solução ótima da relaxação linear, assumindo que esta variável indica de forma gulosa qual símbolo deveria ser selecionado para uma certa posição da sequência alvo. Uma outra maneira de aproveitar os dados gerados pela relaxação linear é descrita pelo BCPA a seguir.

4.3.2 Basic Core Problem Algorithm

Diferente do RA, o *Basic Core Problem Algorithm* (**BCPA**) é uma heurística mais elaborada. A heurística foi também proposta por Della Croce e Salassa (2012) para o CSP e a adaptamos para executar sobre o Modelo (M1). Esta adaptação resolve todos os problemas estudados, uma vez que (M1) é capaz de expressá-los.

Dado um problema P de programação linear inteira, o BCPA considera um outro problema de PLI obtido a partir de P fixando-se algumas de suas variáveis de decisão. A escolha das variáveis a serem fixadas é determinada de acordo com o valor das variáveis na solução ótima da relaxação linear de P . Este segundo problema é, então, resolvido de forma exata. Desta maneira, o BCPA aplica o conceito de filtragem, como descrito na Seção 3.3.2. O Algo-

ritmo 6 descreve o BCPA em mais detalhes.

Algoritmo 6: Basic Core Problem Algorithm (BCPA)

Resultado: Sequência alvo a

```

1 Seja  $P$  o PLI associado com o modelo (M1) e seja  $\bar{x}$  a solução ótima da
  relaxação linear de  $P$ ;
2  $F^0 = \emptyset$ ;
3  $F^1 = \emptyset$ ;
4 para cada  $i \in [1, m]$  faça
5   para cada  $j \in \Sigma$  faça
6     if  $\bar{x}_{i,j} = 1$  then
7        $F^1 = F^1 \cup \{(i, j)\}$ ;
8     end
9     if  $\bar{x}_{i,j} = 0$  then
10       $F^0 = F^0 \cup \{(i, j)\}$ ;
11    end
12  fim
13 fim
14 Seja  $P'$  o PLI associado ao modelo (M1) fixando-se  $x_{i,j} = 1, \forall (i, j) \in F^1$  e
   $x_{i,j} = 0, \forall (i, j) \in F^0$ ;
15 Resolva de forma exata o PLI  $P'$ ;
16 Seja  $x^*$  a solução ótima de  $P'$ ;
17 para cada  $i \in [1, m]$  faça
18   Encontrar o símbolo  $k$  tal que  $x_{i,k}^* = 1$  ;
19    $a_i = k$ ;
20 fim

```

De fato, a aplicação da filtragem normalmente encontrada em matheurísticas é interessante na resolução dos problemas de seleção de sequências e tal característica será aproveitada na construção das heurísticas propostas nesta dissertação, descritas na seção a seguir.

4.4 Heurísticas Propostas

Nosso interesse inicial era compor algoritmos que explorem a distribuição dos valores das variáveis na solução ótima da relaxação linear do modelo enquanto consegue tanto considerá-las de maneira gulosa quanto as explorem fugindo de um ótimo local. A fim de conduzir uma busca que consiga processar as variáveis do modelo desta maneira, a meta-heurística VNS foi selecionada. Por utilizarem programação matemática durante suas execuções, as heurísticas definidas nesta seção são caracterizadas como matheurísticas.

Inicialmente utilizamos os valores das variáveis na solução ótima da rela-

xação linear do modelo para definir as estruturas de vizinhanças. Este procedimento é descrito na Subseção 4.4.1. Num segundo momento a busca local que compõe o algoritmo do VNS é substituída pela resolução da relaxação linear de um PL correspondente ao Modelo (M1) e fixando-se algumas variáveis, como apresentado na Subseção 4.4.2. Por fim, a Subseção 4.4.3 apresenta uma metaheurística que altera o passo de perturbação através da resolução da relaxação linear de outro PL modificado para o Modelo (M1).

4.4.1 VNS com Vizinhança baseada em PL

Decidimos inicialmente particionar, em partes iguais, o intervalo $[0,1]$, que corresponde ao intervalo dos possíveis valores das variáveis de decisão $x_{i,j}$ do Modelo (M1). A partição do intervalo $[0,1]$ tem o intuito de agrupar as variáveis de decisão do modelo de acordo com o valor das variáveis na solução ótima da relaxação linear do modelo. A ideia é que as variáveis do mesmo grupo definiriam o quão provavelmente elas estariam na solução ótima. Uma possível partição pode ser obtida dividindo-se o intervalo em 3 partes: $[0,1/3)$, $[1/3,2/3)$ e $[2/3,1]$. Para variáveis com valores menores que $1/3$ por exemplo, poderíamos concluir que os símbolos e posições a elas associados têm alta chance de estarem na solução ótima do problema. Por outro lado, variáveis com valor maior ou igual a $2/3$ representam o grupo com menor probabilidade de serem escolhidas. Finalmente, existe um terceiro grupo de variáveis entre estes dois que representa aquelas que poderiam tanto aparecer na solução ótima quanto serem desconsideradas.

Utilizando uma ideia semelhante a esta, poderíamos explorar efetivamente a distribuição dos valores das variáveis na solução ótima da relaxação linear. Durante o procedimento responsável por buscar uma solução, gostaríamos que ele começasse a selecionar os símbolos associados às variáveis do primeiro grupo e tentasse construir uma solução utilizando estas variáveis sempre que possível.

Foi com este intuito que decidimos trabalhar com o VNS, apresentado na Seção 3.3.1. Esta metaheurística nos permite atacar o problema considerando diferentes vizinhanças para mapear os grupos mencionados. Além disto, a combinação de diferentes vizinhanças e a fase de perturbação do VNS contribuem para sairmos de um possível ótimo local. A implementação do algoritmo é discutida nas subseções seguintes.

Estruturas de Vizinhança

Primeiramente, no algoritmo VNS proposto neste trabalho, é necessário resolver a relaxação linear do Modelo (M1) a fim de obter o valor das variáveis na solução ótima x^* . Então, dado um alfabeto Σ e um valor $\alpha \in \mathbb{R}$, $0 \leq \alpha \leq 1$,

associamos para cada posição i , $1 \leq i \leq |a|$ da sequência alvo a , um conjunto de símbolos p_i^α que contém todos os símbolos $j \in \Sigma$, tais que $x_{i,j}^* \leq \alpha$. Estes valores são necessários para definir as estruturas de vizinhança utilizadas.

Vizinhança. Uma vizinhança N^α , $0 \leq \alpha \leq 1$ é definida da seguinte forma:

Uma sequência s' é vizinha de outra sequência s se: (i) s e s' diferem apenas em uma posição i ; e (ii) $s'_i \in p_i^\alpha$. Caso não exista um símbolo em p_i^α , os símbolos j com menor valor de $x_{i,j}^*$ são incluídos em p_i^α .

Nós denotamos por $N^\alpha(s)$ o conjunto das sequências que são vizinhas da sequência s na vizinhança definida por N^α . Também denotamos por $N_i^\alpha(s) = \{s' \in N^\alpha(s) : s'_i \neq s_i, s'_j = s_j, \forall j \neq i, 1 \leq j \leq |s|, s'_i \in p_i^\alpha\}$, ou seja, $N_i^\alpha(s)$ é o conjunto das sequências vizinhas de s na vizinhança definida por N^α que diferem de s na posição i .

Utilizamos três estruturas de vizinhanças durante nossos testes, um para cada α em $[1/3, 2/3, 1]$. Portanto, cada sequência s possui no máximo $|s| * 3 * |\Sigma|$ vizinhos.

Observe que essas estruturas de vizinhança geram naturalmente vizinhanças aninhadas. Conforme discutido em Hansen et al. (2008), vizinhanças sucessivas irão naturalmente se intercalar e podem produzir resultados melhores. Podemos imaginar que as vizinhanças se relacionam como uma pirâmide, onde a primeira vizinhança menos abrangente ocupa o topo e a última forma a base sustentando (contendo) as duas vizinhanças superiores.

Isto pode ser evitado se forcarmos cada vizinhança a possuir apenas variáveis com valores que pertencem estritamente a um certo intervalo. Se considerarmos $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = 1/3$, $\alpha_2 = 2/3$ e $\alpha_3 = 1$, podemos assumir que o conjunto $p_i^{\alpha_q}$, $q \in 1, 2, 3$, contém os símbolos $j \in \Sigma$ tais que $\alpha_{q-1} \leq x_{i,j}^* \leq \alpha_q$. Ambas as estratégias foram implementadas e testadas e podemos observar os resultados obtidos na Subseção 3.3. Por produzirem resultados finais semelhantes optamos por não aninhar nossas estruturas de vizinhanças.

Desta forma, uma adaptação do algoritmo **Basic VNS**, descrita na Seção 3.3.1, foi implementada utilizando as três vizinhanças mostradas acima, com $k_{max} = 3$, e o limite de tempo fixado em cinco minutos, $t_{max} = 300s$. Quando $k = 1$, uma primeira vizinhança definida por N^α com $\alpha = 1/3$ é considerada. Para $k = 2$, $\alpha = 2/3$ é tomada enquanto adota-se $\alpha = 1$ para $k = 3$. As estruturas de vizinhanças são únicas e não ocorrem interseções entre elas.

Utilizamos a rotina *trocaVizinhanca*, descrita no Algoritmo 7, que é uma adaptação da função *NeighbourhoodChange* descrita em (Mladenović e Hansen, 1997) e a rotina *primeiraMelhoria*, dada no Algoritmo 9, o qual é semelhante à apresentada em (Mladenović e Hansen, 1997). Assim, sempre que uma solução melhor é encontrada, o algoritmo retorna para a primeira vizinhança fazendo k receber 1. Isto aproveita a vizinhança que contém as solu-

Algoritmo 7: trocaVizinhanca(t, t'', k)

```
1 se  $f(t'') < f(t)$  então
2   |  $t = t''$ ;
3   |  $k = 1$ ;
4 fim
5 senão
6   |  $k = k + 1$ ;
7 fim
```

ções que estamos considerando como as mais promissoras.

Algoritmo 8: melhorMelhoria(t', k, t'_{max})

Resultado: t''

```
1  $t'' = t'$ ;
2  $i = 1$ ;
3 enquanto  $i \leq m$  and  $ElapsedCpuTime() < t'_{max}$  faça
4   |  $t = \text{argmin}\{f(s) : s \in N_i^{\alpha_k}(t')\}$ ;
5   | se  $f(t) < f(t'')$  então
6     |  $t'' = t$ ;
7   | fim
8   |  $i = i + 1$ ;
9 fim
```

Nos Algoritmos 7, 8 e 9, a função $f(t)$ calcula, para a sequência t , os valores das variáveis d_c e d_f , retornando o valor da função objetivo, isto é, $d_c - d_f$. O processo de perturbação consiste em alterar o símbolo de cada posição i da sequência corrente, selecionando de forma aleatória um símbolo j qualquer dentro da vizinhança N^{α_k} , isto é, um símbolo j pertencente a $p_i^{\alpha_k}$, respeitando o k atual. Se $p_i^{\alpha_k} = \emptyset$, o símbolo da posição i não é alterado.

Assim como na definição acerca do aninhamento das vizinhanças, testes foram conduzidos acerca da utilização da busca local *primeiraMelhoria*, descrita no Algoritmo 9. Esta busca alternativa é também uma adaptação do Algoritmo *firstImprovement* definido em Mladenović e Hansen (1997). De acordo com os resultados obtidos optamos por aplicar o Algoritmo 9 que usa a *primeiraMe-*

lhora, por produzir melhores resultados.

Algoritmo 9: primeiraMelhoria(t', k, t'_{max})

Resultado: t''

```

1  $t'' = t'$ ;
2  $i = 1$ ;
3 enquanto  $i \leq m$  and  $ElapsedCpuTime() < t'_{max}$  faça
4    $t = \operatorname{argmin}\{f(s) : s \in N_i^{\alpha_k}(t')\}$ ;
5   se  $f(t) < f(t'')$  então
6      $t'' = t$ ;
7     break;
8   fim
9    $i = i + 1$ ;
10 fim

```

Finalmente, o VNS exige uma solução inicial e decidimos utilizar o RA para isto. Desta maneira podemos garantir que a busca estendida do VNS irá melhorar a solução do RA sempre que possível. Como o RA é executado relativamente rápido ele não atrapalha de forma alguma a execução do VNS. O tempo exigido pela heurística é comumente dominado pelo t_{max} definido, com exceção dos problemas mais complexos nos quais a relaxação linear domina o tempo gasto.

O algoritmo para o VNS com vizinhanças baseadas em PL (VNS-VBPL) é definido no Algoritmo 10 e utiliza o Algoritmo 9 como busca local, o Algoritmo 7 para definir a vizinhança atual e aplica vizinhanças não aninhadas.

Algoritmo 10: VNS-VBPL($k_{max}, t_{max}, t'_{max}$)

Resultado: t

```

1 Seja  $t$  a solução encontrada pelo RA;
2  $t' = t$ ;
3 enquanto  $ElapsedCpuTime() < t_{max}$  faça
4    $k = 1$ ;
5   enquanto  $k \leq k_{max}$  faça
6      $t'' = \text{primeiraMelhoria}(t', k, t'_{max})$ ;
7      $\text{trocaVizinhanca}(t, t'', k)$ ;
8   fim
9    $t' = \text{perturbacao}(t, k)$ ;
10 fim

```

O VNS mantém a melhor solução em uma variável t . Uma vez terminada a busca local, a vizinhança é alterada pelo Algoritmo 7. Caso a solução encontrada t'' melhore nossa atual melhor solução t , retornamos à nossa primeira estrutura de vizinhança. Caso contrário, avançamos para a próxima estrutura. Isso garante que a primeira vizinhança, que contém as variáveis com valor aproximado a 0, seja visitada com mais frequência.

Se a melhor solução atual não puder mais ser melhorada, avançamos em todos as nossas vizinhanças. Neste caso, a melhor solução atual pode estar em um ótimo local. Desta forma aplica-se uma perturbação ao encerrarmos uma iteração do algoritmo. Este procedimento perturba a solução atual, substituindo o símbolo de cada posição por um símbolo escolhido aleatoriamente.

Este modo sistemático de abordar o problema faz com que a busca explore com maior frequência os símbolos associados às variáveis com melhores valores na solução ótima da relaxação linear. Tentamos usar estes símbolos na construção da solução toda vez que seu valor objetivo melhora. Isso é semelhante a assumir que uma variável com valor ótimo na relaxação linear do modelo igual a 1 provavelmente não aparecerá na solução final. Este VNS adiciona uma maneira de conduzir uma busca baseada nas mesmas expectativas que temos na execução do Algoritmo de Arredondamento: quanto melhor o valor de uma dada variável, maior é a sua chance de aparecer em uma sequência alvo ótima, mas diferente que o Algoritmo RA, ela não desconsidera outras variáveis.

4.4.2 VNS com Busca Local baseada em PL

No caso dos problemas de seleção de segmentos, a variável y também deveria ser considerada na busca por uma solução. Esta tarefa adiciona novas camadas na busca, produzindo uma possível segunda estrutura de vizinhanças. Lidar com estas situações numa única busca local se mostrou uma tarefa complicada.

A fim de resolver este problema, optou-se por substituir a busca local aplicada no algoritmo anterior, Algoritmo 4.4.1, pela resolução da relaxação linear de um outro problema de PLI. Denominamos esta abordagem de VNS como Busca Local Baseada em PL (VNS-BLPL).

Durante esta abordagem utilizaremos um conjunto I_x^k que contém os índices das variáveis $x_{i,j}$ que pertencem à k -ésima vizinhança, isto é, $(i,j) \in I_x^k$ se e somente se $\alpha_{k-1} \leq x_{i,j}^* < \alpha_k$, no caso de vizinhança não aninhada. No caso de vizinhança aninhada, temos que $(i,j) \in I_x^k$ se e somente se $x_{i,j}^* \leq \alpha_k$. De forma semelhante, I_y^k contém os índices de todas as variáveis y_i^s que estão na vizinhança k , isto é, $(s,i) \in I_y^k$ se e somente se $\alpha_{k-1} \leq y_i^{*s} < \alpha_k$, no caso de vizinhança não aninhada ou seja se $y_i^{*s} \leq \alpha_k$, caso contrário.

O passo de busca local consiste em resolver um outro problema de PL. Este PL representa o Modelo (M1), no qual variáveis $x_{i,j}$ que não pertencem à vizinhança atual são fixadas em 1 sempre que uma outra variável $x_{i,j'}$ pertencer. O conjunto I_k^x , que representa a distribuição das variáveis na solução ótima da relaxação linear de (M1), define as variáveis deixadas em aberto. Desta forma, apenas variáveis dentro da vizinhança são consideradas durante o processo.

Chamaremos esta busca local de *PLMelhoria* e a versão que usa vizinhança não aninhada é descrita no Algoritmo 11.

Algoritmo 11: $PLMelhoria(t', k, t'_{max})$

Result: t''

- 1 Seja P o PLI dado pelo modelo (M1);
 - 2 Seja (x^*, y^*) a solução ótima da relaxação linear de P ;
 - 3 $I_x^k = \{(i, j) : \alpha_{k-1} \leq x^*_{i,j} < \alpha_k\}$;
 - 4 **para cada** $i \in [1, m]$ **faça**
 - 5 **para cada** $j \in \Sigma$ **faça**
 - 6 **se** $(i, j) \notin I_x^k$ **então**
 - 7 Fixar $x_{ij} = 1$ em P ;
 - 8 **fim**
 - 9 **fim**
 - 10 **fim**
 - 11 t'' : solução encontrada ao executar o RA sobre P ;
-

A estrutura do VNS é alterada para que execute o Algoritmo 11 durante sua fase de busca local. Como impacto disto, os algoritmos utilizados durante a troca de vizinhanças e perturbação precisam ser alterados. O Algoritmo12 representa as chamadas realizadas durante a resolução desta variante do VNS com busca local definida via um PL.

Algoritmo 12: $VNS-BLPL(k_{max}, t_{max}, t'_{max})$

Resultado: t

- 1 Seja x^* a solução ótima da relaxação linear P do modelo (M1);
 - 2 Seja t a solução encontrada pelo RA;
 - 3 $t' = t$;
 - 4 **enquanto** $ElapsedCpuTime() < t_{max}$ **faça**
 - 5 $k = 1$;
 - 6 **enquanto** $k \leq k_{max}$ **faça**
 - 7 $t'' = PLMelhoria(t', k, t'_{max})$;
 - 8 $PLTrocaVizinhanca(t, t'', k)$;
 - 9 **fim**
 - 10 $t' = perturbacaoConjuntos(t, k, x^*)$;
 - 11 **fim**
-

A fase de troca de vizinhança passa a ser responsável agora por atualizar os valores de I^x sempre que uma solução melhor é encontrada. A fase de perturbação troca os valores de duas variáveis $x_{i,j}$ e $x_{i,j'}$, alterando o conjunto

I^x , se necessário.

Algoritmo 13: $\text{perturbacaoConjuntos}(t, k, x^*)$

Resultado: t'

```

1  $t' = t$ ;
2 sorteia  $q$  do intervalo  $[1, |t|]$ ;
3 para cada  $l \in [1, q]$  faça
4   | Sorteia  $(i, j) \in |t| \times |\Sigma|$  ;
5   |  $(i, j_{min}) = \arg \min_{k \in \Sigma} x_{i,k}^*$ ;
6   |  $t'_{i,j_{min}} = t'_{i,j}$ ;
7   |  $t'_{i,j} = t_{i,j_{min}}$ ;
8 fim
9 devolva  $t'$ ;

```

4.4.3 VNS com Perturbação baseada em PL

Esta subseção apresenta uma adaptação do Algoritmo 12, que executa uma fase de perturbação baseada na resolução de outro problema de PL. Este algoritmo será chamado VNS com Perturbação baseada em PL (VNS-PBPL) e o Algoritmo 14 descreve esta variante.

Algoritmo 14: $\text{VNS-PBPL}(k_{max}, t_{max}, t'_{max})$

Resultado: t

```

1 Seja  $(x^*, y^*)$  a solução ótima da relaxação linear do PLI  $P$  associado ao
  modelo (M1);
2 Seja  $t$  a solução encontrada pelo RA;
3  $t' = t$ ;
4 enquanto  $\text{ElapsedCpuTime}() < t_{max}$  faça
5   |  $k = 1$ ;
6   | enquanto  $k \leq k_{max}$  faça
7     |  $t'' = \text{PLMelhoria}(t', k, t'_{max})$ ;
8     |  $\text{PLTrocaVizinhanca}(t, t'', k)$ ;
9   | fim
10  |  $t' = \text{plPerturbacao}(t, k, x^*)$ ;
11 fim

```

A fase de perturbação cria um PL baseado no Modelo (M1). Um grupo R formado por 5% das variáveis são aleatoriamente selecionadas e utilizadas para adicionar as Restrições 4.19 ao PL.

$$x_{ij} \leq x_{ik} \quad , \forall i, j \in R, \forall k \in \Sigma, k \neq j \quad (4.19)$$

Desta forma, dada uma variável x_{ij} selecionada para participar da solução final, fixamos um símbolo a uma posição da sequência alvo. O valor desta variável deve ser menor ou igual aos valores de todas as outras variáveis que indicam a utilização de um símbolo diferente de j na mesma posição i . As restrições 4.19 garantem isso.

Desta forma tem-se que uma variável aleatoriamente selecionada para compor R tenderá a ser escolhida ao executar o RA e irá compor a primeira vizinhança do VNS. O valor das demais variáveis é determinado com a resolução do PL, no qual algumas variáveis já estão fixadas de acordo com os conjuntos I^x e I^y . As novas variáveis fracionárias serão reaproveitadas na construção das vizinhanças permitindo assim uma perturbação de toda a estrutura. O algoritmo 15 expressa esta ideia.

Algoritmo 15: PLPerturbação(t, k)

Resultado: t'

- 1 Seja P o IPL dado pelo modelo (M1);
 - 2 Seja x^* a solução ótima da relaxação linear de P ;
 - 3 R : conjunto aleatório de pares $(i, j), 1 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq |\Sigma|$;
 - 4 R' : conjunto aleatório de combinações $(s, k), s \in S^c, 0 \leq k \leq |s| - m - 1$;
 - 5 **para cada** $i \in [1, m]$ **faça**
 - 6 **se** $\nexists j \in [0, |\Sigma|]$ tal que $(i, j) \in R$ **então**
 - 7 | Fixar x_{ij} com o valor de x_{ij}^* em P ;
 - 8 **fim**
 - 9 **fim**
 - 10 **para cada** $i \in [1, n]$ **faça**
 - 11 **se** $\nexists k \in [0, |s_i| - m - 1]$ tal que $(i, k) \in R'$ **então**
 - 12 | Fixar y_{ik} com o valor de y_{ik}^* em P ;
 - 13 **fim**
 - 14 **fim**
 - 15 Adicionar as Restrições 4.19) ao PLI P ;
-

O próximo capítulo apresenta os resultados obtidos nas execuções de cada um dos algoritmos discutidos.

Resultados

Este capítulo expõe os experimentos computacionais conduzidos, apontando as análises realizadas e os principais resultados obtidos. Em termos de sua estrutura, o capítulo divide-se em uma discussão acerca dos ambientes de teste, conduzida na Seção 5.1, a apresentação das instâncias e grupos de teste na Seção 5.2 e uma apresentação dos experimentos conduzidos nas Seções 5.3, 5.4 e 5.5. Finalmente, a aplicação de ajuste automático de parâmetros é debatida na Seção 5.6.

5.1 *Configurações do Ambiente*

Os testes computacionais foram realizados em duas máquinas com especificações idênticas. Ambas possuem um processador Intel(R) Core(TM) i7-4790 de 3.6GHz e 32GB de memória RAM disponíveis. Durante os testes, apenas um núcleo do processador foi habilitado e foi definido um tempo limite de 1800 segundos para cada instância teste.

As máquinas utilizam a distribuição Debian do Linux e executaram sobre as versões 3.16.72-1 para a primeira máquina servidora e 3.16.68-2 para a segunda. A versão do kernel Linux utilizado foi a 3.16.0-10-amd64 na primeira servidora e 3.16.0-10-amd64 na segunda. Um versão mais detalhada sobre as especificações de cada uma das máquinas pode ser encontrada no Anexo A.1 para o primeiro sistema computacional e no Anexo A.2 para o segundo computador.

As instâncias foram executados de maneira distribuída entre as duas máquinas sem que houvesse uma distinção ou preocupação acerca de em qual dispositivo cada teste ocorreu. Desta forma, tratamos em todas as fases do

projeto as máquinas como uma única entidade.

Na implementação dos algoritmos propostos, foram utilizados a versão 12.1 do resolvidor *CPLEX* ILOG (2015) e a biblioteca de otimização *SCIP* (Gamrath et al., 2016) em sua versão 3.1.0. A utilização do *SCIP* aplica as seguintes propriedades:

1. A biblioteca padrão de plugins é utilizada;
2. Todos os algoritmos de separação estão desativados;
3. Heurísticas padrões estão desativadas;
4. Técnicas de pré-resolvimento estão desabilitadas.

Tanto o *SCIP* quanto o *CPLEX* foram obtidos e utilizados através de suas licenças acadêmicas. Ainda, o *SCIP* foi utilizado como uma *framework* e as bibliotecas *readline* e *zimpl* foram desabilitadas.

5.2 Instâncias

Conforme estabelecido no Capítulo 2, durante o levantamento bibliográfico encontramos grupos de instâncias reais e artificiais presentes na literatura. Além destas, Chimani et al. (2011) descreve um método a fim de gerar arquivos de testes para os problemas que adaptamos para o DSP e DSSP. Nossa postura em relação às instâncias da literatura e nossos grupos de testes são discutidos nas subseções a seguir.

5.2.1 Instâncias da literatura

O modelo proposto foi executado sobre as instâncias já presentes na literatura para o CSP propostas por McClure et al. (1994). Também tentamos adaptar estas instâncias para o DSP assumindo que parte das sequências pertencia a S^c enquanto outra parte pertencia ao S^f . Não tivemos muito sucesso visto que parte das instâncias não possuía uma solução viável. Esse foi o fator que nos levou a gerar instâncias próprias para o problema adaptando o algoritmo descrito em Chimani et al. (2011).

5.2.2 Instâncias Artificiais Geradas

Foram gerados três grupos de instâncias pseudoaleatórias, que chamaremos aqui de Grupo 1, Grupo 2 e Grupo 3. Todos foram gerados aplicando os mesmos procedimentos, baseado no algoritmo descrito em Chimani et al. (2011), que consiste em gerar uma sequência alvo a de comprimento $|a|$, e, a partir dessa sequência gerar cópias modificando α posições aleatoriamente.

Note que m refere-se ao comprimento das sequências em S^c e em S^f e n é o tamanho de S^c , que é sempre igual ao tamanho de S^f nos testes gerados.

Além disto, k_c é considerado igual a m e assume-se k_f igual a 0. Desta forma, qualquer sequência é uma solução válida independente do problema. Durante a execução de problemas de seleção de segmentos o comprimento da sequência alvo t é $4/5$ do comprimento m das sequências nos conjuntos.

Como discutido em Della Croce e Salassa (2012) a literatura geralmente considera apenas casos em que $|m| \gg |S^c|$. No entanto, decidimos dividir nossas instâncias em três grupos diferentes, um Grupo 1 em que $|m| \gg |S^c|$, um segundo grupo em que $|m| > |S^c|$ e um último grupo onde $|m| < |S^c|$. Embora o Grupo 1 represente com mais fidelidade os casos de interesse, julgamos importante testar o desempenho do algoritmo e heurísticas nesses três casos diferentes. Cada grupo de instâncias e suas particularidades são apresentadas a seguir.

Grupo 1. Aqui geramos 60 instâncias para combinações de $n \in \{5, 10, 15, 20, 25\}$, $m \in \{250, 500, 750, 1000, 2000, 5000, 10000\}$, $|\Sigma| \in \{2, 4, 20\}$ e $\alpha \in \{m, m/2, m/3, m/4, m/5\}$.

Grupo 2. Para o grupo foram geradas 75 instâncias para combinações de $n \in \{5, 10, 15, 20, 25\}$, $m \in \{10, 20, 30, 40, 50\}$, $|\Sigma| \in \{2, 4, 20\}$ e $\alpha \in \{m, m/2, m/3, m/4, m/5\}$.

Grupo 3. Por último, no Grupo 3, geramos 100 casos de teste para combinações de $n \in \{50, 100, 150, 200, 250\}$, $m \in \{5, 10, 15, 20, 25\}$, $|\Sigma| \in \{4, 20\}$ e $\alpha \in \{m, m/2\}$.

As instâncias geradas estão disponíveis de forma pública tanto no repositório do projeto (Jean, 2018), quanto na plataforma Mendeley (Torres, 2019) como um *Dataset* público para os problemas estudados.

Durante todas tabelas expostas, o nome das instâncias estão no formato $XX-YY-ZZ-A$, no qual XX representa o tamanho do alfabeto, YY a cardinalidade dos conjuntos S^c e S^f e ZZ o comprimento da sequência. Para cada combinação de configurações $XX-YY-ZZ$, um número máximo de cinco instâncias foram criadas e indicadas através do campo A .

5.3 Comparação entre os Modelos

Em Chimani et al. (2011), os autores apresentaram o modelo M2 descrito na Seção 4.1 e demonstram que este produz limitantes iguais ou melhores que o primeiro modelo M1, também apresentado em 4.1. A tabela a seguir tem como objetivo comparar os limitantes fornecidos pelos dois modelos na resolução do DSP por um algoritmo B&B, assim como o tempo consumido.

Como as heurísticas propostas são baseadas em programação matemática,

é necessário determinar qual seria o modelo base utilizado. É a partir da comparação prévia entre os dois modelos que decidimos adotar o modelo M1.

A Tabela 5.1 reporta os resultados obtidos ao executar os algoritmos B&B para os dois modelos sobre o Grupo 1 de testes resolvendo o DSP no nó raiz. O DSP foi escolhido por permitir analisar o comportamento dos modelos na presença dos dois conjuntos de entrada e permitir uma comparação mais direta de dois modelos que foram concebidos inicialmente para resolverem problemas de seleção de sequências e não segmentos. A primeira coluna lista as instâncias resolvidas. A segunda coluna apresenta o valor da solução relaxada encontrada no nó raiz para os modelos M1 e M2. A última coluna apresenta o tempo, em segundos, gasto pelos respectivos algoritmos B&B. O símbolo – indica que o tempo total gasto com a relaxação linear foi em menos do que um segundo.

Tabela 5.1: Comparação entre a Relaxação Linear dos dois Modelos na resolução do DSP para o Grupo 1

instância	lb0		tempo	
	m1	m2	m1	m2
20-10-250-1	-47,0	-47,0	-	2,2
20-10-250-2	-42,0	-42,0	-	2,2
20-10-500-1	-97,3	-97,3	-	4,8
20-10-500-2	-82,5	-82,5	-	5,2
20-10-750-1	-143,3	-143,3	-	7,4
20-10-750-2	-120,8	-120,8	-	7,9
20-15-250-1	-37,3	-37,3	-	4,9
20-15-250-2	-34,5	-34,5	-	5,8
20-15-500-1	-76,1	-76,1	-	7,5
20-15-500-2	-67,0	-67,0	-	11,0
20-15-750-1	-114,4	-114,4	-	12,5
20-15-750-2	-103,0	-103,0	-	17,8
20-20-250-1	-31,0	-31,0	-	8,1
20-20-250-2	-29,0	-29,0	-	5,3
20-20-500-1	-68,1	-68,1	-	15,1
20-20-500-2	-57,9	-57,9	-	10,8
20-20-750-1	-100,0	-100,0	-	11,4
20-20-750-2	-87,8	-87,8	-	20,2
20-25-250-1	-28,4	-28,4	-	13,1
20-25-250-2	-24,4	-24,4	-	6,6
20-25-500-1	-58,8	-58,8	-	20,5
20-25-500-2	-53,6	-53,6	-	40,2

Tabela 5.1- continuação

arquivo	lb0		tempo	
	m1	m2	m1	m2
20-25-750-1	-86,4	-86,4	-	33,0
20-25-750-2	-77,1	-77,1	-	34,6
20-5-250-1	-67,8	-67,8	-	-
20-5-250-2	-63,2	-63,2	-	-
20-5-500-1	-135,2	-135,2	-	1,8
20-5-500-2	-128,2	-128,2	-	1,9
20-5-750-1	-204,0	-204,0	-	3,3
20-5-750-2	-191,0	-191,0	-	2,9
4-10-250-1	-52,1	-52,1	-	-
4-10-250-2	-47,7	-47,7	-	-
4-10-500-1	-114,8	-114,8	-	-
4-10-500-2	-95,7	-95,7	-	2,1
4-10-750-1	-165,2	-165,2	-	1,6
4-10-750-2	-146,0	-146,0	-	1,7
4-15-250-1	-42,6	-42,6	-	1,2
4-15-250-2	-39,0	-39,0	-	1,6
4-15-500-1	-87,7	-87,7	-	3,8
4-15-500-2	-80,5	-80,5	-	1,9
4-15-750-1	-137,1	-137,1	-	3,1
4-15-750-2	-120,7	-120,7	-	4,1
4-20-250-1	-37,6	-37,6	-	1,1
4-20-250-2	-33,9	-33,9	-	1,8
4-20-500-1	-76,6	-76,6	-	3,0
4-20-500-2	-65,8	-65,8	-	2,8
4-20-750-1	-119,3	-119,3	-	4,9
4-20-750-2	-105,7	-105,7	-	5,6
4-25-250-1	-34,4	-34,4	-	2,2
4-25-250-2	-28,7	-28,7	-	1,5
4-25-500-1	-69,9	-69,9	-	4,5
4-25-500-2	-58,4	-58,4	-	6,0
4-25-750-1	-103,3	-103,3	-	6,9
4-25-750-2	-90,6	-90,6	-	8,2
4-5-250-1	-81,8	-81,8	-	-
4-5-250-2	-70,4	-70,4	-	-
4-5-500-1	-147,6	-147,6	-	-
4-5-500-2	-135,6	-135,6	-	-

Tabela 5.1- continuação

arquivo	lb0		tempo	
	m1	m2	m1	m2
4-5-750-1	-233,2	-233,2	-	-
4-5-750-2	-200,8	-200,8	-	-

Como pode ser observado na Tabela 5.1, ambos os modelos forneceram os mesmos limitantes e a resolução da relaxação linear do modelo M2 exigiu um custo computacional maior do que do M1.

A Tabela 5.2 apresenta os dados acerca da execução do *branch-and-bound*, ao resolver o DSP sobre o Grupo 1 de testes. A primeira coluna lista as instâncias, enquanto as colunas lb e ub apresentam os limitantes inferiores e superiores obtidos aplicando os Modelos M1 e M2. Caso um dos limitantes não tenha sido computado no tempo limite de 1800s, o símbolo # é utilizado na tabela. A coluna *tempo* exhibe o tempo gasto ao utilizar os dois modelos. Nesta coluna, o símbolo > indica uma execução que ultrapassou o tempo limite.

Tabela 5.2: Comparação entre a execução do B&B dos dois Modelos na resolução do DSP para o Grupo 1

instância	lb		ub		tempo	
	m1	m2	m1	m2	m1	m2
20-10-250-1	-47,0	-47,0	-47	-47,0	-	117,8
20-10-250-2	-42,0	-42,0	-42	-42,0	52,1	221,9
20-10-500-1	-97,0	-97,0	-97	-97,0	84,7	203,8
20-10-500-2	-82,0	-82,0	-82	-82,0	16,0	658,7
20-10-750-1	-143,0	-143,0	-143	-143,0	2,7	142,5
20-10-750-2	-120,0	-120,0	-120	-120,0	1,0	1324,8
20-15-250-1	-37,0	-37,0	-37	-37,0	3,4	348,9
20-15-250-2	-34,0	-34,0	-34	-34,0	5,9	317,4
20-15-500-1	-76,0	-76,0	-76	-76,0	7,5	796,8
20-15-500-2	-66,0	-66,0	-66	-66,0	71,7	235,1
20-15-750-1	-114,0	-114,4	-114	#	31,1	>
20-15-750-2	-103,0	-103,0	-103	-103,0	1,7	1316,8
20-20-250-1	-30,0	-30,0	-30	-30,0	8,6	1219,2
20-20-250-2	-29,0	-29,0	-29	#	3,9	>
20-20-500-1	-68,0	-68,1	-68	#	52,4	>
20-20-500-2	-57,0	-57,9	-57	#	247,7	>
20-20-750-1	-100,0	-100,0	-100	#	2,0	>
20-20-750-2	-87,0	-87,8	-87	#	127,8	>
20-25-250-1	-28,0	-28,4	-28	#	49,4	>

Tabela 5.2- continuação

arquivo	lb		ub		tempo	
	m1	m2	m1	m2	m1	m2
20-25-250-2	-24,0	-24,4	-24	#	29,1	>
20-25-500-1	-58,0	-58,8	-58	#	17,4	>
20-25-500-2	-53,0	-53,6	-53	#	116,9	>
20-25-750-1	-86,0	-86,4	-86	#	52,4	>
20-25-750-2	-77,0	-77,1	-77	#	138,2	>
20-5-250-1	-67,0	-67,0	-67	-67,0	122,1	1027,1
20-5-250-2	-63,0	-63,0	-63	-63,0	58,8	1101,0
20-5-500-1	-135,0	-135,0	-135	-135,0	108,6	114,9
20-5-500-2	-128,0	-128,0	-128	-128,0	22,2	145,2
20-5-750-1	-204,0	-204,0	-204	-204,0	10,1	98,1
20-5-750-2	-191,0	-191,0	-191	-191,0	80,1	165,9
4-10-250-1	-52,0	-52,0	-52	-52,0	56,3	635,7
4-10-250-2	-47,0	-47,0	-47	-47,0	8,6	155,3
4-10-500-1	-114,0	-114,8	-114	#	96,1	>
4-10-500-2	-95,0	-95,0	-95	-95,0	218,3	337,7
4-10-750-1	-165,0	-165,2	-165	#	91,1	>
4-10-750-2	-146,0	-146,0	-146	-146,0	121,7	928,1
4-15-250-1	-42,4	-42,6	-41	#	>	>
4-15-250-2	-38,9	-39,0	-35	#	>	>
4-15-500-1	-87,0	-87,7	-86	#	>	>
4-15-500-2	-80,4	-80,5	-76	#	>	>
4-15-750-1	-137,1	-137,1	-134	#	>	>
4-15-750-2	-120,6	-120,7	-116	#	>	>
4-20-250-1	-37,5	-37,6	-33	#	>	>
4-20-250-2	-33,8	-33,9	-30	#	>	>
4-20-500-1	-76,5	-76,6	-74	#	>	>
4-20-500-2	-65,7	-65,8	-63	#	>	>
4-20-750-1	-119,3	-119,3	-118	#	>	>
4-20-750-2	-105,7	-105,7	-101	#	>	>
4-25-250-1	-34,3	-34,4	-29	#	>	>
4-25-250-2	-28,5	-28,7	-25	#	>	>
4-25-500-1	-69,8	-69,9	-65	#	>	>
4-25-500-2	-58,3	-58,4	-54	#	>	>
4-25-750-1	-103,3	-103,3	-98	#	>	>
4-25-750-2	-90,5	-90,6	-85	#	>	>
4-5-250-1	-81,0	-81,0	-81	-81,0	250,1	1777,8

Tabela 5.2- continuação

arquivo	lb		ub		tempo	
	m1	m2	m1	m2	m1	m2
4-5-250-2	-70,0	-70,0	-70	-70,0	122,0	1272,7
4-5-500-1	-147,0	-147,0	-147	-147,0	882,9	1453,3
4-5-500-2	-135,0	-135,0	-135	-135,0	761,2	1720,3
4-5-750-1	-233,0	-233,0	-233	-233,0	950,3	1467,7
4-5-750-2	-200,0	-200,0	-200	-200,0	102,5	1654,6

Embora a relaxação linear utilizando o modelo M1 execute sempre em tempo inferior a um segundo para o DSP, o modelo M2 toma em média 6,7 segundos. Ao resolver o DSSP, o modelo M1 toma em média 627,8 segundos, enquanto o M2 gasta uma média de 1309,3 para resolver o problema. Neste cálculo consideramos os 1800 segundos gastos pelas execuções que não resolveram a instância em questão no ótimo. O modelo M2 não encontra um limitante superior em 52% das instâncias, enquanto o M1 o faz em todas as instâncias. Ainda mais importante do que estes dados, o modelo M2 não alcançou um limitante melhor do que aqueles calculados pelo M1 em nenhum dos casos de teste e ao resolver o DSSP neste mesmo Grupo 1, o modelo M2 não resolve o nó raiz dentro do tempo limite de 1800s.

Embora demonstrado em Chimani et al. (2011) que o segundo modelo M2 utilizado é mais forte que o modelo tradicional M1, a utilização deste segundo modelo não é computacionalmente viável. Ele tende a apresentar o mesmo limitante que o modelo mais fraco e tomou sempre muito mais tempo. Devido a este ponto, apenas o primeiro modelo será utilizado na construção das heurísticas e execução do *branch-and-bound* no restante deste trabalho.

5.4 Relaxação linear

É relatado em Della Croce e Salassa (2012) que o limitante fornecido pela relaxação linear do CSP possui um *gap* apertado em relação à solução ótima do problema. Neste mesmo trabalho, a relaxação linear foi utilizado a fim de construir as heurísticas RA e BCPA, discutidas em 4.3.1 e 4.3.2 respectivamente. Como desejamos estender estes algoritmos para outros problemas de seleção de sequências, precisaríamos inicialmente estudar o comportamento da relaxação linear nestes problemas.

Ainda, as instâncias utilizadas em Della Croce e Salassa (2012) assumem apenas as situações onde $m \gg n$. A fim de coletar um cenário mais geral sobre as soluções fornecidas pela relaxação linear, os três grupos de instâncias descritos acima serão utilizados.

Tabela 5.3: Relaxação Linear - Problemas de Seleção de Sequências

	GRUPO	FRAC%	GAP%
CSP	G1	0,9	0,1
	G2	5	0,2
	G3	6,4	2,7
FSP	G1	0,9	0,1
	G2	5,9	0,2
	G3	50,6	5,5
DSP	G1	2,1	2,4
	G2	26,8	68,4
	G3	33,7	26,4

Tabela 5.4: Relaxação Linear - Problemas de Seleção de Segmentos

	GRUPO	FRAC%	GAP%
CSSP	G1	3,2	98,8
	G2	1,6	100
	G3	76,1	97,6
FSSP	G1	50,1	3,3
	G2	53,4	5,6
	G3	63,1	12,7
DSSP	G1	0,8	99,1
	G2	0,6	98,4
	G3	94,1	98,6

A Tabela 5.3 resume a porcentagem de variáveis fracionárias na solução relaxada no nó raiz, expressas na terceira coluna da tabela, e o gap médio encontrado entre a relaxação linear e o melhor limitante obtido pela execução do B&B, observados na quarta coluna, para os grupos G1, G2 e G3 de cada problema de seleção de sequência estudado. A Tabela 5.4 resume estas informações para os problemas de seleção de segmentos.

As tabelas e resultados obtidos durante a execução do B&B estão detalhadas no Apêndice C. As subseções a seguir apresentam nossas análises e discussões acerca dos problemas estudados.

5.4.1 CSP

As Tabelas C.1, C.2 e C.3 apresentam os resultados da execução do algoritmo B&B para resolver o CSP.

As instâncias definidas na literatura para o CSP possuem em sua maior parte características semelhantes àquelas deste primeiro grupo de instâncias: o comprimento da sequência alvo é muito maior do que o tamanho do conjunto de sequências. Sabe-se por Chimani et al. (2011) que a relaxação linear do modelo M1 produz um *gap* apertado em relação aos valores ótimos em instâncias deste grupo. Na verdade, para todas as instâncias públicas da literatura, a

relaxação linear produziu um gap de 0%.

Neste grupo, para o CSP, a relaxação linear do modelo M1 não produziu resultados com *gap* equivalente a 0% apenas em 15% das instâncias. A execução do algoritmo *branch-and-bound* não encontrou uma solução ótima dentro do tempo limite apenas em 5% das instâncias, obtendo um gap de 1,4% no pior caso.

Em relação ao tempo de execução, o nó raiz toma menos do que um segundo para ser resolvido em todos os testes e o B&B não excede 30 segundos em 73,3% dos casos de teste. O uso do RA durante a execução do B&B possibilitou uma quantidade reduzida de nós executados, processando três ou menos nós em 21,7% das entradas.

Destaca-se também a quantidade de variáveis fracionárias encontradas após a execução do nó raiz. Resolvendo-se o CSP neste Grupo 1, em média 0,9% de todas as variáveis são fracionárias na solução da relaxação linear do problema. Observou-se neste grupo também, que o algoritmo tende a tomar mais tempo e produzir piores limitantes quando a quantidade de variáveis fracionárias é maior. O pior *gap* entre os limitantes encontrado nesta primeira tabela é 1,4%, valor que ocorre na instância 4-25-250-1, justamente o caso com a maior quantidade de nós processados (390976) e a maior quantidade de variáveis fracionárias (4,5%).

No segundo grupo, o comprimento da sequência alvo é reduzido. Observamos que alguns dos casos de teste possuem uma parcela maior de variáveis fracionárias que aquelas observadas no grupo anterior. Em média, 5% das variáveis são fracionárias no nó raiz, com um desvio padrão de 7,1%.

A proporção de variáveis fracionárias não afeta a quantidade de nós processados ou tempo gasto como no grupo anterior. Instâncias com diferentes parcelas de variáveis fracionárias executam em tempo semelhante (menor do que 1 segundo) e processam quantidades pequenas de nós (em média 29,2 nós).

O gap que relaciona valor do limitante inferior no nó raiz e o melhor limitante superior não é 0% apenas em duas instâncias e alcança um valor máximo de 9,1%. Embora o *branch-and-bound* também tenha executado em uma quantidade reduzida de tempo, este gap de 9,1% é muito maior do que os gaps calculados no primeiro grupo. O próximo grupo trata o cenário no qual a porcentagem de variáveis fracionárias no nó raiz é um pouco maior.

Ao resolver o CSP sobre o terceiro grupo de instâncias identificamos uma parcela de variáveis fracionárias muito maior do que a dos grupos anteriores. Em média, 6,4% das variáveis no nó raiz não são inteiras, com um desvio padrão equivalente a 9,3.

Encontramos neste grupo também o maior gap observado entre a relaxação

linear e o melhor limitante superior calculado pelo *branch-and-bound*. A média dos gaps é 2,1%, sendo que o maior gap encontrado é 25%, valor refletido no desvio padrão equivalente a 5,5.

No entanto, todas as instâncias são resolvidas de forma ótima em menos do que um segundo. Pode se dizer que o primeiro grupo é mais difícil, uma vez que é aquele no qual se toma mais tempo para resolver o problema de forma ótima. Como as heurísticas estudadas e elaboradas utilizam as variáveis relaxadas em suas construções, procurou-se relacionar o gap obtido na execução destes algoritmos com os gaps reportados nas Tabelas C.1, C.2 e C.3 para a solução no nó raiz e a proporção de variáveis fracionárias. Na Subseção 5.5.1 discutimos o comportamento das heurísticas RA, BCPA e as variantes do VNS estudadas sobre o CSP. A subseção a seguir reporta o comportamento do *branch-and-bound* e da relaxação linear quando o CSSP é resolvido.

5.4.2 CSSP

As Tabelas C.4, C.5 e C.6 apresentam os resultados da execução do algoritmo B&B para resolver o CSSP.

O primeiro grupo de instâncias caracteriza-se por possuir sequências de dimensões muito maiores do que a cardinalidade do conjunto S^c . Neste cenário, é muito mais difícil determinar o segmento a ser escolhido em cada sequência, uma vez que existem muitas possíveis posições iniciais competindo para serem escolhidas.

Utilizando as mesmas instâncias como base na resolução dos problemas CSP e CSSP, observamos o aumento na complexidade dos problemas. Enquanto o CSP toma em média 182,3 segundos para resolver as instâncias do primeiro grupo de forma ótima, o CSSP não as resolve na otimalidade em 78,3% dos casos, atingindo o tempo limite de 1800 segundos definido. Resolver este grupo de instâncias de forma ótima tende a ser inviável.

O *gap* final encontrado entre os limitantes inferiores e superiores é em média 7,2%, com desvio padrão igual a 7,9%. A relaxação linear, no entanto, está longe do ótimo e encontra-se um *gap* médio de 98.7% entre seu resultado e o limitante superior encontrado pelo B&B. Em termos de tempo de execução, resolver o nó raiz continua muito rápido, tomando menos que um segundo em todas as instâncias, o que é representado também na quantidade de nós processados: 60% das instâncias processam mais do que 9999 nós.

Finalmente, a quantidade de variáveis fracionárias no nó raiz é em média 3,2%, com um desvio padrão de 2,2. Em comparação ao CSP, a solução da relaxação linear do CSSP no Grupo 1 não parece tão promissora. Projeta-se a partir destes valores que o simples arredondamento das variáveis inteiras

produziria soluções distantes da solução ótima, mas algoritmos que explorem a relaxação do problema continuariam relativamente rápidos. Os dados acerca da aplicação das matheurísticas estudadas são encontrados na Subseção 5.5.2.

Neste segundo grupo de testes, apresentados na Tabela C.5, identificamos alguns dados semelhantes ao que foi analisado no Grupo 1 para o CSSP: uma relaxação linear rápida, com uma parcela pequena de variáveis fracionárias, mas com *gap* muito alto.

No entanto, ao contrário do que ocorreu no grupo anterior, as instâncias são resolvidas de maneira ótima em 86,7% dos casos. Em 38,7% dos casos de teste, o *branch-and-bound* tomou menos do que um segundo para executar. Em média, estas execuções tomaram 271,0 segundos, gerando um *gap* médio de 6,2%, com desvio padrão 19,9.

Em média, 1,6% das variáveis são fracionárias no nó raiz, com desvio padrão equivalente a 3,0. No entanto, o *gap* médio entre a relaxação no nó raiz e o limitante superior calculado é 98,8%. A execução rápida de cada nó, o que inclui o nó raiz, permitiu que 45,4% das instâncias explorassem mais do que 9999 nós.

A relaxação linear não apresenta novamente um bom limitante inferior para um problema de seleção de sequências, mas continua encontrando poucas variáveis fracionárias em um tempo muito pequeno. Registramos na Tabela 5.5.2 o impacto que estas observações causam na execução das matheurísticas sobre o Grupo 2 ao aplicar o CSSP.

5.4.3 FSP

Introduzimos nesta subseção os resultados obtidos ao resolver o FSP.

O modelo M1 resolve o FSP em todas as instâncias do Grupo 1 de testes em tempo médio igual a 0,17 segundos, com desvio padrão 0,51. A quantidade de nós explorados é bem pequena, de tal forma que o *branch-and-bound* explorou uma quantidade média de 5,6 nós.

Quanto à relaxação linear, ela gasta menos do que um segundo em todas as instâncias deste grupo. Seu *gap* é igual a 0,0% em 93,3% dos casos de teste, atingindo um *gap* máximo de 0,4%.

Finalmente, o nó raiz possui apenas variáveis inteiras em 55% dos testes. No caso onde a menor quantidade de variáveis fracionárias foram produzidas no nó raiz, 5,4% das variáveis eram fracionárias.

Assim como ocorre no CSP, o segundo grupo de testes produz uma quantidade maior de variáveis fracionárias no nó raiz em relação ao primeiro grupo. Ainda sobre o limitante inferior no nó raiz, o *gap* entre este e a solução exata também é relativamente maior neste grupo do que no grupo anterior, mesmo

sendo igual a 0,0% em 93,3% dos testes.

Assim como ocorre no CSP, Tabelas C.1, C.2 e C.3, o Grupo 3 é aquele que produz a maior quantidade de variáveis fracionárias no nó raiz e possui o maior *gap* entre a relaxação linear e o limitante superior encontrado pelo *branch-and-bound* para o FSP.

Em média, 50,6% das variáveis são fracionárias no nó raiz com desvio padrão 34,8, sendo o valor mínimo 0,0 e máximo 98,0. O *gap* médio entre a relaxação linear o limitante superior é 5,5%, com desvio padrão 8,6. Estes valores excedem os encontrados nos outros grupos para o FSP.

Diferente do CSP, no qual o Grupo 1 é aquele que consome mais tempo, no FSP este terceiro grupo é aquele em que o tempo total gasto pela execução do *branch-and-bound* é o maior, alcançando uma média de 26,0 segundos e desvio padrão 182,2. Apenas uma das instâncias não foi resolvida de forma ótima. Por fim, a quantidade média de nós processados é 1567.

As execuções dos heurísticas para o FSP estão apresentadas em 5.5.3. A subseção a seguir discute a execução exata do FSSP.

5.4.4 FSSP

As Tabelas C.7, C.8 e C.9 exibem os resultados acerca da execução exata do FSSP sobre os Grupos 1, 2 e 3 de testes respectivamente.

Enquanto resolvendo o FSSP no Grupo 1, a Relaxação Linear toma tempo médio de 500,7 segundos com desvio padrão 455 para produzir uma média de 0,5% de variáveis fracionárias. A baixa quantidade de variáveis fracionárias, no entanto, não apoia a resolução dos próximos nós e nenhum dos casos de teste é resolvido neste grupo dentro do intervalo permitido de 1800 segundos.

Ao resolver o FSSP no nó raiz sobre o segundo grupo, produz-se uma média de 53,4% de variáveis fracionárias. Embora um valor alto, o *gap* médio entre o limitante inferior no nó raiz e o limitante superior obtido pelo *branch-and-bound* é 5,6%. O tempo gasto pela relaxação linear também não excede um segundo em 84% das instâncias neste segundo grupo. Rápida e oferecendo um bom limitante inferior, a relaxação do Grupo 2 tende a apoiar as matheurísticas estudadas, algo que não ocorre de maneira tão clara no primeiro e também no terceiro grupo de instâncias para o FSSP.

No terceiro grupo de testes, o FSSP encontra uma média de 63,1% de variáveis fracionárias no nó raiz. Embora ainda rápido e oferecendo um bom limitante, o *gap* médio de 12,7% em relação ao limitante superior encontrado pelo *branch-and-bound* e o tempo médio de execução equivalente a 6,0, o terceiro grupo conta com números menos interessantes que os do segundo grupo mas que ainda podem ser aproveitados na construção das heurísticas.

5.4.5 DSP

Os detalhes sobre a execução do *branch-and-bound* para o DSP sobre os três grupos de instâncias são fornecidos nas Tabelas C.13, C.14 e C.15.

Durante o DSP, o Grupo 1 também é aquele em que a menor parcela de variáveis fracionárias foi encontrada no nó raiz. Assim como em outros problemas de seleção de sequências, este grupo é também aquele no qual encontram-se a maior quantidade de instâncias não resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. O Grupo 3 caracteriza-se por possuir uma quantidade média de 33,7% de variáveis fracionárias no nó raiz e exige o processamento de uma quantidade maior de nós que o segundo grupo para resolver o problema. Destes três, o segundo grupo é aquele mais favorável ao desenvolvimento de heurísticas baseadas na relaxação linear, enquanto os Grupos 1 e 3 apresentam pontos positivos distintos. Velocidade e qualidade para o Grupo 3, enquanto o Grupo 1 conta com uma parcela minúscula de variáveis fracionárias. O desempenho das heurísticas estudadas sobre o CSP pode ser observado na Seção 5.5.1.

5.4.6 DSSP

As Tabelas C.16, C.17 e C.18 apresentam os resultados obtidos ao resolver o DSSP executando o *branch-and-bound* sobre o primeiro, segundo e terceiro grupos de instância.

Enquanto o Grupo 1 encontra 15,2% de variáveis fracionárias no nó raiz, este número flutua de 0,6% no Grupo 2 para 94% no terceiro grupo. Enquanto isso, o *gap* médio no primeiro grupo é de 103,5% para o Grupo 1, 98,4% no Grupo 2 e 134,7% para o terceiro grupo.

Podemos observar que a relaxação linear se mantém um bom limitante nestes problemas de maneira geral. Na verdade, para o DSP, apenas 7.96% das variáveis do modelo são fracionárias no Grupo 1. Este valor chega a 0.48% quando o CSP é resolvido no Grupo 1 de instâncias. Por outro lado, problemas de seleção de segmentos são bem mais difíceis e quando o DSSP foi resolvido sobre as instâncias do Grupo 1, algumas soluções tinham 93.70% de variáveis fracionárias. A diferença entre estes dois grupos de problemas é muito grande e iremos observar na seção seguinte como as heurísticas se comportam ao utilizarem estas relaxações para construir suas soluções.

Durante a Seção 5.5 a seguir relacionamos algumas das características da relaxação linear, como tempo de execução, *gap*, quantidade de variáveis fracionárias e suas variáveis inteiras com o desempenho dos algoritmos avaliados.

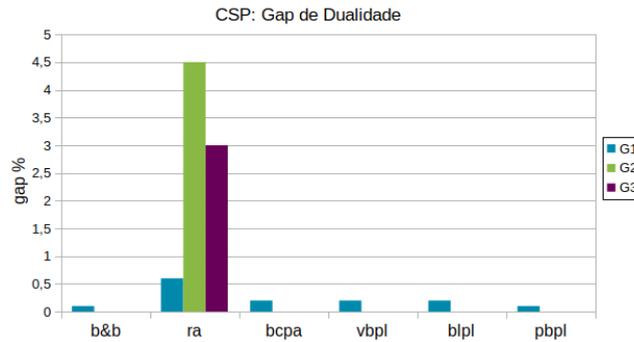


Figura 5.1: *Gap* de Dualidade: Limitantes Primais para o CSP

5.5 Heurísticas

Durante esta seção, os resultados obtidos ao executar as heurísticas propostas são exibidos e discutidos.

Sobre a organização desta seção, uma subseção resume e organiza os dados acerca de cada um dos seis problemas estudados. A definição de cada um dos problemas pode ser encontrada na Seção 1.3. Em cada uma das subseções, dois gráficos são apresentados, refletindo o *gap* de dualidade encontrado durante a execução das heurísticas e a porcentagem de instâncias resolvidas no ótimo num segundo gráfico. Uma solução é considerada ótima se o valor da solução é igual ao limitante dual. Os dois gráficos expressam, no eixo x , os resultados para cada um dos algoritmos e em cada um dos grupos conforme estabelecido em suas legendas. Durante o restante deste capítulo, as heurísticas VNS-VBPL, VNS-BLPL e VNS-PBPL serão chamadas VBPL, BLPL e PBPL respectivamente por conveniência.

5.5.1 CSP

As Tabelas D.1, D.2 e D.3 apresentam os resultados obtidos ao resolver o CSP nos grupos de teste Grupo 1, Grupo 2 e Grupo 3 respectivamente. Os Gráficos 5.1 e 5.2 resumem os valores encontrados pelas heurísticas e a parcela de instâncias resolvidas de forma ótima respectivamente.

O CSP é o problema do qual se originaram as heurísticas BCPA e RA. Destas, o BCPA se mantém como uma das principais heurísticas para o problema no estado da arte. Podemos observar que estas duas abordagens encontram um limitante para o problema em tempo inferior a um segundo em todas as instâncias resolvidas. As abordagens variantes do VNS tomam todas os 300 segundos fixados.

Para o primeiro grupo de instâncias, observamos na Subseção 5.4.1 que a quantidade de variáveis fracionárias encontradas no nó raiz é extremamente pequena, alcançando um máximo de 4,5% do total de variáveis. Este número

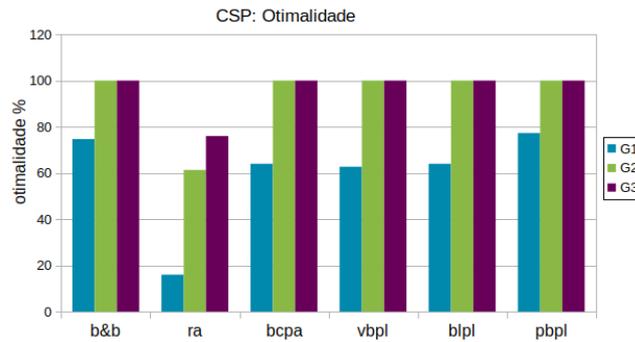


Figura 5.2: Otimalidade: Limitantes Primais para o CSSP

crece no segundo grupo e atinge seu valor mais alto no terceiro grupo de instâncias. Primeiramente, a reduzida quantidade de variáveis fracionárias não garante que o algoritmo de arredondamento RA se comporte melhor no primeiro grupo. Na verdade, este é o grupo no qual esta técnica atinge o valor ótimo na menor quantidade de casos de teste.

Isto demonstra que o simples arredondamento das variáveis, embora gere um *gap* relativamente pequeno (sua média mais alta foi 4,5% no Grupo 2), desvia do ótimo em parte das instâncias. No primeiro grupo, 80% das instâncias não são resolvidas na otimalidade pelo RA. As variáveis mais próximas de um não são a melhor escolha em uma parcela significativa dos testes.

O BCPA difere do RA por utilizar apenas as variáveis fixadas em um durante a relaxação. Esta abordagem demonstra que as variáveis não fixadas ainda na relaxação linear exigem um processamento mais elaborado do que escolher gulosamente as melhores, visto que atinge o ótimo em 80% das instâncias no primeiro grupo e em 100% das instâncias dos Grupos 2 e 3. Estes resultados indicam que as variáveis inteiras encontradas na relaxação linear tendem a participar da solução ótima com uma frequência alta.

O VBPL utiliza estruturas de vizinhanças baseadas nas variáveis relaxadas no nó raiz. Ele parte da solução gerada pelo RA e aplica alterações de vizinhanças e perturbações nas melhores soluções encontradas para definir uma sequência alvo para o problema. Ao explorar diferentes variáveis, o VBPL melhora os resultados obtidos pelo simples arredondamento executado pelo RA. A execução do VBPL encontra o ótimo em 100% das instâncias no segundo e terceiro grupo, mas sai atrás do BCPA ao encontrar o ótimo em 1,7% menos instâncias no primeiro grupo.

Ao fixar as variáveis inteiras o BCPA executa com mais sucesso do que o VBPL. Isto indica que: (1) considerar estas variáveis inteiras parte da solução mostra-se mais interessante do que explorar todo um espaço maior de variáveis; ou que (2) resolver as variáveis relaxadas utilizando programação linear inteira é mais atraente neste problema.

O algoritmo BLPL auxilia na identificação destas características ao adotar

programação linear na fase de busca local e aplicar alterações de vizinhanças. Ele no entanto, alcança os mesmos resultados que o BCPA neste grupo. Isto demonstra que ao alterar a busca local na estrutura do VNS, adotando programação linear, encontramos resultados semelhantes aos do BCPA. Esta abordagem tenta fugir do ótimo local e explorar soluções em vales diferentes, porém não adiciona melhoria alguma ao BCPA.

O *branch-and-bound*, no entanto, supera o BCPA e BLPL alcançando o ótimo em 93,3% das instâncias no primeiro grupo. Sua execução estoura o tempo limite em apenas 4 instâncias neste problema e possui também o melhor *gap* médio observado.

O PBPL implementa uma fase de perturbação baseada em programação linear que procura otimizar a forma como este processo tem sido executado nas outras variantes do VNS. Observamos nas tabelas que esta alteração no BLPL permitiu que o PBPL alcançasse resultados melhores que o BCPA, encontrando o ótimo em 96,7% das instâncias no primeiro grupo e em 100% dos demais casos de teste. A alteração na perturbação também permitiu que esta abordagem produzisse um limitante superior equivalente ao limitante inferior nos casos em que o *branch-and-bound* não conseguiu terminar sua execução. No entanto, vale destacar que esta heurística executa por 300 segundos.

Para este primeiro problema, destacam-se o PBPL por obter os melhores limitantes e o BCPA por obter bons limitantes em pouco tempo. Como observado por Lanctot et al. (1999), o CSP possui aplicações em bioinformática e em criptografia e soluções diferentes do ótimo, mesmo que em poucas unidades, podem resultar em interpretações equivocadas de mensagens ou construções de cadeias de proteínas indesejadas. Nestes cenários assume-se que os minutos gastos a mais pelo PBPL podem ser menos relevantes do que sua capacidade de encontrar os melhores limitantes. Na Subseção 5.5.2 a seguir observamos como as heurísticas se comportam ao alterar o comprimento da sequência alvo.

5.5.2 CSSP

As Tabelas D.4, D.5 e D.6 ilustram os resultados obtidos quando o CSSP é resolvido nos três grupos de instâncias. O Gráfico 5.3 representa a relação entre os limitantes primais encontrados pelas heurísticas e duais encontrados pela execução do B&B. O Gráfico 5.4 apresenta a parcela de instâncias resolvidas de forma ótima pelos algoritmos.

Diferente do problema anterior, o CSSP acrescenta decisões acerca do alinhamento da sequência alvo com cada uma das sequências em S^c , tornando o problema mais difícil de ser resolvido. Isto pode ser observado no primeiro grupo, no qual apenas 21,7% das instâncias foram resolvidas na otimalidade

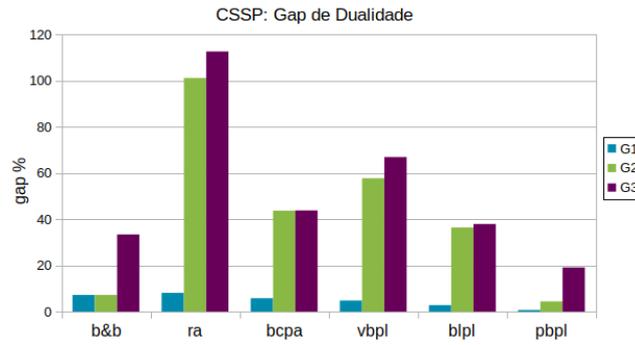


Figura 5.3: *Gap* de Dualidade: Limitantes Primais para o CSSP

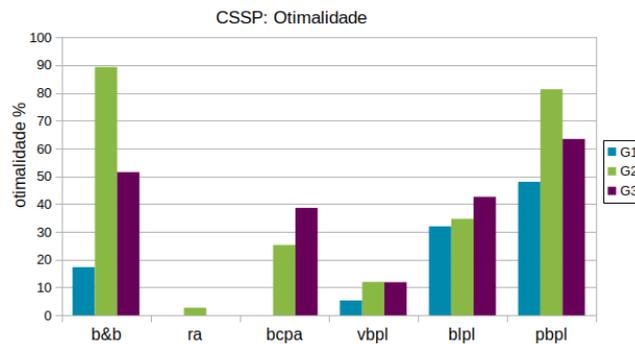


Figura 5.4: Otimalidade: Limitantes Primais para o CSSP

pele *branch-and-bound* dado o tempo limite de 1800 segundos. O segundo e o terceiro grupos são resolvidos com mais facilidade, nos quais apenas 13,4% e 48,0% das instâncias não são resolvidas na otimalidade dentro do tempo limite.

Observamos na Subseção 5.4.2 que há também um aumento no percentual de variáveis com valores fracionárias na solução ótima da relaxação linear em relação ao problema anterior. Neste problema, o arredondamento conduzido pelo RA mostra-se mais distante do ótimo. Ele alcança a solução ótima apenas em 2,7% das instâncias do segundo grupo e falha em alcançar o limitante inferior em todas os outros casos de teste. O *gap* médio observado é alto e chega a atingir uma média de 112,6% no terceiro grupo. Apenas arredondar as variáveis fracionárias não sugere uma solução interessante e neste problema torna-se mais intrigante discutir o quanto a divisão por vizinhanças ou aplicação de programação linear fixando-se parte das variáveis impactam no desempenho das matheurísticas.

O BCPA não consegue emplacar resultados expressivos para o CSSP como produzia para o CSP. Na verdade, o tempo médio de 401 segundos no primeiro grupo, ou 370 segundos no terceiro grupo superam os 300 segundos gastos pelas variantes do VNS. Esta quantidade de tempo elevada não é muito bem justificada quando observamos que o BCPA não encontra o ótimo em nenhuma das instâncias no primeiro grupo e o faz em 25,3% dos casos de teste

no segundo grupo e 38,6% no Grupo 3. Para o Grupo 1, que exige mais processamento por parte do *branch-and-bound*, o BCPA produziu um *gap* médio maior que o do VBPL. Isto não ocorre nos outros grupos, onde o BCPA produz o quarto melhor *gap* médio entre os limitantes superiores observados.

O VBPL destaca-se no primeiro grupo ao encontrar soluções melhores que o BCPA. No terceiro grupo, no entanto, o VBPL encontra um *gap* médio de 66,9%, contra os 43,8% do BCPA. A diferença entre estes dois *gaps* médios é de 14% no segundo grupo. Assumir que as variáveis inteiras na relaxação linear participam da solução final mostrou-se uma abordagem melhor nos dois últimos grupos, enquanto a perturbação executada pelo VBPL é, em média, melhor no primeiro grupo. Isto indica que a relaxação linear no Grupo 1 é menos significativa neste grupo. Podemos extrair menos dados dela e explorar as variáveis não inteiras resulta em melhores resultados neste grupo. O mesmo não pode ser dito para os Grupos 2 e 3. Nestes casos o problema de programação linear inteira resolvido pelo BCPA produz melhores resultados que a busca por vizinhanças implementada no VBPL.

Ao não fixar as variáveis inteiras e perturbar as vizinhanças durante uma busca local baseada em programação linear, o BLPL encontra *gaps* médios melhores que o BCPA. Isto é algo que não ocorreu no CSP e indica que as variáveis inteiras no nó raiz não tendem a constituir a solução final no CSSP como ocorria no problema anterior. Perturbar as vizinhanças, considerando variáveis fracionárias de valores diferentes produz melhores resultados nos três grupos que a resolução do PLI dada pelo BCPA. O BLPL ainda toma menos tempo que o BCPA, enquanto o RA é a heurística mais rápida.

O *branch-and-bound* tem mais dificuldade neste problema quando comparado ao CSP. Ele tem *gaps* médios melhores apenas que o RA no Grupo 1 e, mais ainda possui resultados melhores que o BCPA, VNS e BLPL nos Grupos 2 e 3.

A utilização de programação linear nas fases de busca melhora as soluções de um VBPL que indicava a necessidade de processar variáveis de vizinhanças diferentes do primeiro grupo e domina o BCPA nos três grupos.

Observamos claramente que ao alterar a fase de perturbação como fizemos no BLPL, adotando-se programação linear, foi possível obter melhorias significativas assim como no CSP. O PBPL produz os melhores limitantes superiores nos três grupos e encontra o ótimo na maior quantidade de instâncias. O primeiro grupo é aquele no qual o PBPL resolve a menor quantidade de testes no ótimo: 48%.

O Grupo 1 é novamente mais difícil e o PBPL produz novamente os melhores resultados. Diferente do CSP, aqui ele possui o segundo menor tempo de processamento necessário entre as metaheurísticas, perdendo apenas para

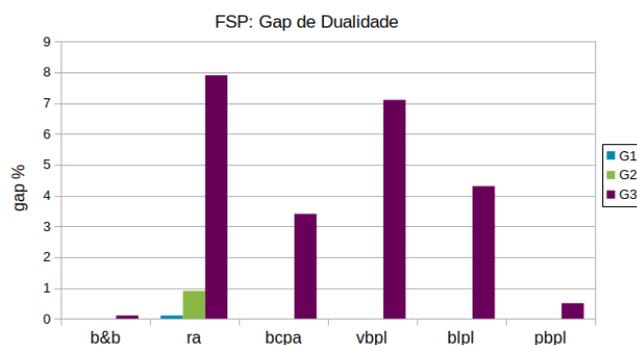


Figura 5.5: *Gap* de Dualidade: Limitantes Primais para o FSP

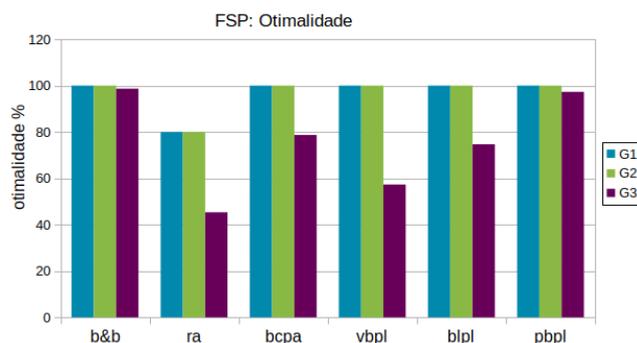


Figura 5.6: Otimalidade: Limitantes Primais para o FSP

o RA. A Subseções 5.5.3 e 5.5.4 a seguir analisam os resultados obtidos ao resolver o FSP e FSSP respectivamente.

5.5.3 FSP

Os resultados obtidos ao resolver o FSP sobre os Grupos 1, 2 e 3 de instâncias são apresentados nas Tabelas D.7, D.8 e D.9. A fim de sustentar a discussão sobre o comportamento das heurísticas estudadas, os gráficos 5.5 e 5.6 resumem os resultados obtidos sobre as execuções dos três grupos de instâncias.

Diferente do CSP, observa-se que para o FSP o Grupo 3 é o grupo no qual fica mais difícil resolver as instâncias no ótimo. Os Grupos 1 e 2 possuem seus casos de teste resolvidos na otimalidade em 100% das vezes pelos algoritmos BCPA, VBPL, BLPL, PBPL e o *branch-and-bound*. O RA é o único que não o faz em todas as instâncias, mas produz *gaps* médios reduzidos: 0,1% no Grupo 1 e 0,9% no Grupo 2. O tempo tomado pelo *branch-and-bound* é sempre inferior a 4 segundo nestes dois grupos e excede 300 segundos apenas em duas instâncias do Grupo 3.

Sobre este terceiro grupo, o VBPL melhora pouco o *gap* médio encontrado pelo RA. Enquanto o arredondamento adotado pelo RA produz 7,9% de *gap* médio, o VBPL produz 7,1%. O BCPA possui um *gap* médio melhor que estes dois algoritmos e supera também o BLPL. Dos grupos e problemas estuda-

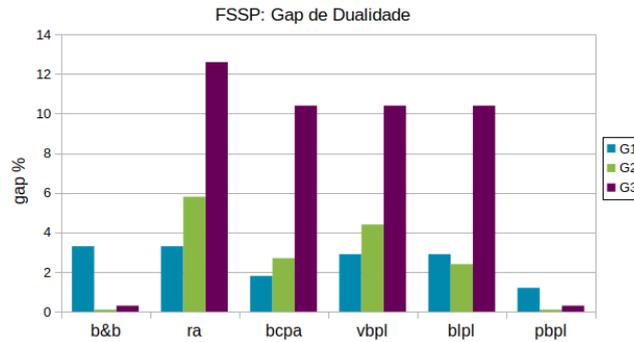


Figura 5.7: *Gap* de Dualidade: Limitantes Primais para o FSSP

dos, este é o único cenário em que o BCPA supera o BLPL. O PLI resolvido pelo BCPA é relativamente rápido e a não melhoria ou sequer correspondência observada pelo BLPL argumenta contra a troca de um PLI pela relaxação de problemas lineares buscando explorar múltiplas variáveis.

Ainda para o Grupo 3 do FSP, o *branch-and-bound* é a técnica que gera os melhores limitantes. Este é também o único grupo e problema em que o PBPL não encontra os melhores limitantes superiores. Embora estes limitantes encontrados pelo PBPL superem os obtidos pelas demais matheurísticas, ele tem um *gap* menor que o *branch-and-bound* nas duas instâncias em que o algoritmo exato toma ou mais que 600 segundos, ou não resolve a instância no ótimo.

Este é mais um problema no qual o PBPL atinge o ótimo em mais instâncias do que as outras matheurísticas e encontra também o menor *gap* médio. Em questão de tempo de execução, o BCPA é muito mais rápido que as variantes do VNS, tomando 121 segundos no pior caso e executando em menos que um segundo na grande parte das instâncias. O *branch-and-bound* é ainda tão rápido quanto o BCPA e excede 300 segundos apenas em duas instâncias, invalidando em parte a necessidade de adoção de uma heurística. A Subseção 5.5.4 a seguir discute sobre os dados encontrados ao resolver a seleção do segmento, e não sequência, mais distante.

5.5.4 FSSP

Os resultados completos sobre a execução do FSSP sobre os três grupos de entrada podem ser encontrados nas Tabelas D.10, D.11 e D.12. Esta subseção discute o comportamento dos algoritmos sobre o problema. Os resultados discutidos podem ser encontrados condensados nos Gráficos 5.7 e 5.8.

O FSSP compartilha similaridades com CSSP ao mesmo tempo em que difere em algumas observações. Neste grupo o BCPA executa de forma muito lenta no Grupo 1, tomando em média 687,5 segundos, enquanto as matheurísticas baseadas no VNS executam em 300 segundos. Por outro lado, ainda

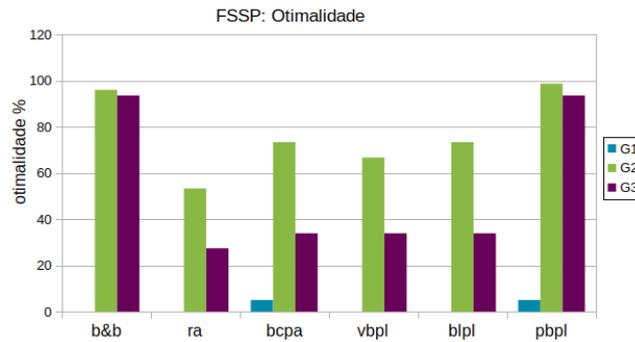


Figura 5.8: Otimalidade: Limitantes Primais para o FSSP

no Grupo 1, o BCPA tem o segundo melhor *gap* médio calculado e encontra uma solução ótima em 5% dos casos, mesma quantidade que o PBPL.

A quantidade de empates entre os limitantes superiores de algoritmos diferentes é mais expressiva também neste primeiro grupo para o FSSP. O *branch-and-bound* demora para executar e não encontra o ótimo em nenhuma das instâncias. A solução encontrada pelo RA prevalece durante toda a árvore de *branch-and-bound* até que a execução seja interrompida por limite de tempo. Embora o FSSP seja o problema onde o *branch-and-bound* tem mais dificuldades, ele não está entre os problemas que possuem os piores *gaps* médios encontrados. Na verdade, o próprio RA encontra soluções num *gap* médio de 3,3%. O melhor *gap* médio para o Grupo 1 do FSSP é 1,2%.

Ainda sobre empates entre limitantes, a busca local baseada em PL aplicada pelo BLPL não melhora a solução encontrada pelo VBPL. De fato, estes dois algoritmos melhoram o *gap* médio obtido RA em apenas 0,4 e não encontram o ótimo em nenhuma das instâncias.

O Grupo 2, no entanto, volta a retratar um cenário onde o PBPL melhora as soluções do BCPA e encontra o ótimo em 100% das instâncias neste grupo. No terceiro grupo o PBPL encontra os mesmos limitantes superiores que o *branch-and-bound*, obtendo a solução ótima em 93,5% das instâncias.

5.5.5 DSP

As Tabelas D.13, D.14 e D.15 listam os resultados obtidos ao executar o DSP sobre os três Grupos de instâncias. O Gráfico 5.9 apresenta o *gap* de dualidade médio calculado, enquanto o Gráfico 5.10 apresenta a porcentagem de instâncias resolvidas no ótimo em cada um dos grupos de testes.

O DSP difere dos problemas analisados anteriormente por trabalhar com dois conjuntos de sequências. Uma vez fixado um símbolo numa certa posição da sequência alvo, buscamos contribuir para que esta sequência difira o máximo possível das sequências em S^f enquanto é a mais próxima das sequências em S^c . Definir um símbolo torna-se uma tarefa mais difícil. A execução

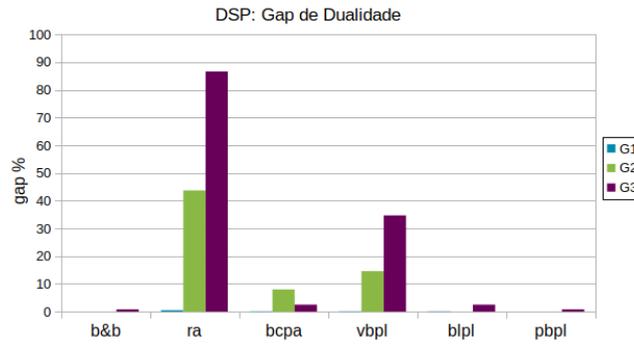


Figura 5.9: *Gap* de Dualidade: Limitantes Primais para o DSP

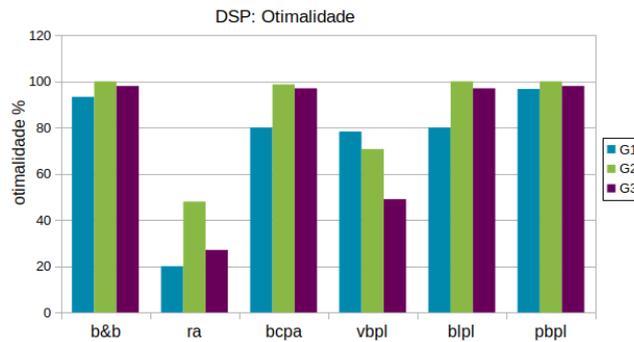


Figura 5.10: Otimalidade: Limitantes Primais para o DSP

do BCPA reflete isto, uma vez que esta matheurística encontra limitantes mais fracos que os obtidas utilizando o VBPL em todos os três grupos de instâncias.

Nos problemas de seleção de sequências anteriores: CSP e FSP, a relaxação linear permitia tomar uma variável inteira no nó raiz e fixá-la num PLI a fim de obter um limitante bom e relativamente rápido para os problemas. Isto não acontece no DSP. No Grupo 1, o BCPA chega a ultrapassar os 900 segundos, executando num tempo médio de 204 segundos. Não apenas pelo tempo, as variáveis fixadas tendem a distanciar o PLI a ser resolvido da solução ótima.

Enquanto o arredondamento das variáveis relaxadas ainda apresentam limitantes rápidos, porém fracos, a aplicação da estrutura de vizinhanças do VBPL permite melhorar consideravelmente esta solução. No primeiro e segundo grupos, o VBPL atinge o ótimo em 5% mais instâncias do que o BCPA, distância que aumenta para 24% no Grupo 2.

Distanciar-se das variáveis originalmente inteiras no nó raiz mostrou-se uma escolha mais produtiva também no PBPL, que partindo da construção de um PL durante a fase de busca local, consegue gerar limitantes melhores que os obtidos pelo BCPA e VBPL. O DSP é um problema onde as estruturas de vizinhanças e perturbações possuem um impacto maior e o BLPL resolve na otimalidade todas as instâncias do segundo grupo, 89% das instâncias do terceiro grupo, mas 30% do primeiro grupo.

Assim como adicionar a busca local baseada em PL ao VBPL melhorou seus

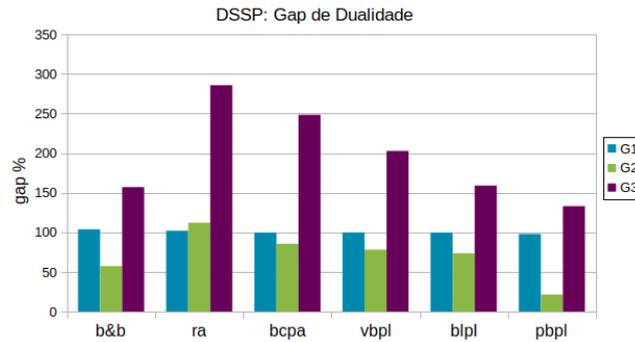


Figura 5.11: *Gap* de dualidade: Limitantes Primais para o DSSP

limitantes, adaptar a fase de perturbação do BLPL para que utilize um PL fez com que o PBPL atingisse novamente os melhores *gaps* médios entre todos os limitantes superiores. O PBPL resolve todas as instâncias dos Grupos 1 e 2 na otimalidade, enquanto resolve também 63,3% das instâncias no ótimo contra os 30% do BLPL e VBPL.

A estruturação das vizinhanças e perturbação no PBPL fizeram com que os valores das variáveis relaxadas fossem exploradas de maneira menos gulosa do que no BCPA e de forma mais otimizada em relação à busca local aplicada no VBPL. A perturbação permitindo novas variáveis se ajustarem à solução atual fez com que os limitantes fossem aprimorados e esta matheurística conseguiu tirar proveito dos pontos positivos das demais heurísticas estudadas. O PBPL encontra o ótimo em mais instâncias do que o *branch-and-bound* no Grupo 3, empatando no Grupo 2, e tem um *gap* médio melhor no primeiro grupo. A Subseção a seguir relata as análises obtidas ao executar o DSSP.

5.5.6 DSSP

As Tabelas D.16, D.17 e D.18 apresentam os resultados obtidos ao resolver o DSSP sobre os Grupos 1, 2 e 3 de instâncias, respectivamente. Os Graficos 5.11 e 5.12 apresentam os dados acerca do *gap* de dualidade médio encontrado em cada um dos grupos e parcela de instâncias resolvidas de forma ótima respectivamente. Esta subseção discute o comportamento das heurísticas estudadas sobre o DSSP.

O DSP é o problema de seleção de sequências mais difícil de se resolver. Assim como o CSSP e FSSP são problemas mais difíceis que o CSP e FSP respectivamente, o DSSP eleva a dificuldade do DSP. No primeiro grupo, a distância entre os limitantes é muito grande e o melhor *gap* médio observado foi 97,8% ao utilizar o PBPL.

Embora o RA continue executando de forma muito rápida, menos do que um segundo em cada uma das instâncias, ele continua gerando limitantes fracos. Assim como ocorre no DSP, o BCPA produz limitantes mais fracos

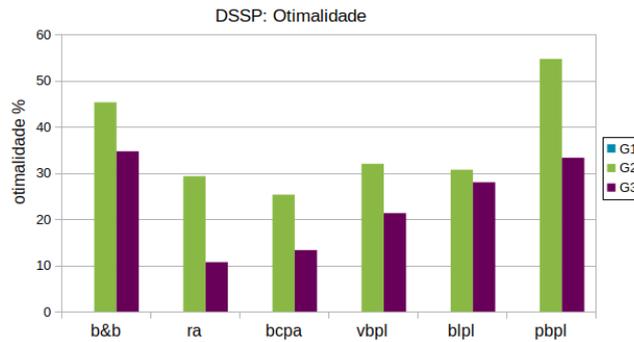


Figura 5.12: Otimalidade: Limitantes Primais para o DSSP

que o VBPL nos três grupos de instâncias. Porém, o *gap* médio encontrado pelo BCPA é inferior apenas nos grupos 2 e 3. Embora o BLPL melhore estes resultados, a matheurística PBPL encontra os melhores *gaps* médios.

Em termos de tempo de execução, o *branch-and-bound* toma uma quantidade considerável de tempo, não resolvendo 26% das instâncias do terceiro grupo. Por outro lado, as instâncias resolvidas são solucionadas em não mais do que 159 segundos ainda neste mesmo grupo. Ainda no terceiro grupo, o BCPA empata com os melhores limitantes encontrados em 12% dos casos. Destes, 91.7% são resolvidos pelo *branch-and-bound*. O BCPA alcança as outras matheurísticas baseadas no VNS apenas quando as soluções no nó raiz são suficientemente boas para que a árvore de *branch-and-bound* não se estenda muito. No segundo grupo, o VBPL produz um *gap* médio mais fraco do que o obtido pelo BLPL, mas encontra o ótimo em 1,3% mais instâncias. O primeiro grupo destaca-se pela quantidade elevada de fracionárias e é aquele no qual o *gap* médio do BCPA é melhor do que o encontrado pelo VBPL.

O PBPL gera os melhores limitantes superiores nos três grupos para o problema, destacando novamente que sua implementação o permite encontrar bons limitantes em diferentes cenários. Caso o *branch-and-bound* seja tanto mais rápido quanto lento, ou nó raiz possua ou não variáveis inteiras de destaque, ou independente das dimensões da parcela de variáveis que precisam ser divididas em vizinhanças, o PBPL encontra os melhores limitantes para os problemas. Isto reforça o processo de adaptação dos conceitos observados nas matheurísticas estudadas.

5.6 Ajuste de Parâmetros

As heurísticas VNS-VBPL, VNS-BLPL e VNS-PBPL dependem da configuração de alguns parâmetros. Durante os testes acima, os parâmetros utilizados foram escolhidos empiricamente e configurados como reportado em (Torres et al., 2018). O ajuste automático de parâmetros tem como objetivo encon-

Tabela 5.5: Parâmetros

Parâmetros	
nsize	Determina a quantidade de vizinhanças. Nos testes executados acima três vizinhanças foram estabelecidas, dividindo as variáveis de acordo com o valor relaxado de cada uma. Este parâmetro é do tipo "categoria" e admite os valores: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Valores maiores diminuem o tamanho das vizinhanças.
heur	Determina a versão do VNS que será executada. Também representa uma categoria e assume os valores "VBPLFIRST", "VBPLBEST", "BLPL" e "PBPL".
time	Determina o tempo de execução do VNS. Varia entre 30, 60, 90, 120, 180, 240 e 300 segundos

Figura 5.13: Arquivo parameters.txt

```
# 1:      2:      3: 4:      5:
nsize  "--nsize"  c  (n2, n3, n4, n5, n6, n7, n8, n9, n10)
heur   "--heur"   c  ("VBPLFIRST", "VBPLBEST", "BLPL", "PBPL")
time   "--time"   c  (t30, t60, t90, t120, t180, t240, t300)
```

trar um equilíbrio entre os dados de configuração das heurísticas, a fim de produzir limitantes de melhor qualidade para os problemas.

Como trabalhamos com parâmetros reais e testar todas as combinações possíveis de parâmetros seria inviável, adotamos a ferramenta *irace* (López-Ibáñez et al., 2016) com o objetivo de realizar um ajuste automático e eficiente dos nossos parâmetros de configuração.

O pacote *irace* implementa o procedimento *iterated racing*, que é uma extensão do procedimento de corrida *F-iterada*. Seu principal objetivo é configurar automaticamente os algoritmos de otimização, localizando as configurações mais apropriadas, considerando um conjunto de instâncias de um problema de otimização. Ele se baseia no pacote de disputa de variáveis de configuração de Birattari et al. (2010) e é implementado em R.

Sobre as heurísticas estudadas, definimos os seguintes parâmetros:

A Figura 5.13 mostra como os parâmetros foram passados para as instâncias do *irace*. Note que todos eles foram definidos como categorias (tipo *c*). Isto se dá pois, definido um grupo de possíveis valores, aceleramos a execução e exploramos dados mais próximos da situação real.

Finalmente, o arquivo *test.txt* apresentado na Figura 5.14 lista as instâncias escolhidas para participarem do processo de teste da ferramenta.

Optamos por escolher as instâncias onde a distância entre os limitantes conhecidos é maior que as demais e definimos o problema a ser resolvido como o DSSP, uma vez que é o problema no qual encontramos o maior *gap* médio. Além disso, dada uma configuração de uma instância: formada pelo compri-

Figura 5.14: Arquivo test.txt

```

20-10-250-1      20-10-250-2
20-10-750-1      20-10-750-2
20-20-500-1      20-20-500-2
20-5-500-1       20-5-500-2
20-5-750-1       20-5-750-2
4-10-250-1       4-10-250-2
4-10-750-1       4-10-750-2
4-20-500-1       4-20-500-2
4-5-500-1        4-5-500-2
4-5-750-1        4-5-750-2
20-20-40-1       20-20-40-2
20-250-10-1      20-250-10-2
20-250-15-1      20-250-15-2
4-250-5-1        4-250-5-2
4-250-10-1       4-250-10-2
4-50-5-1         4-50-5-2
4-50-15-1        4-50-15-2
20-10-500-1      20-10-500-2
20-15-500-1      20-15-500-2
4-25-50-1        4-25-50-2
4-20-40-1        4-20-40-2
4-200-10-1       4-200-10-2
4-150-25-1       4-150-25-2
4-200-20-2       4-200-20-2
4-50-25-1        4-50-25-1

```

mento da sequência alvo, do tamanho do alfabeto e dos conjuntos, definimos que as variantes do tipo um (como 20-10-250-1) seriam utilizadas na fase de treinamento, enquanto as variantes do tipo dois, tais como (20-10-250-2), serão utilizadas nas fases de teste. A Figura 5.14 relaciona as instâncias adotadas.

Os parâmetros selecionados pelo irace estão listados na Tabela 5.6. Dos parâmetros definidos, destaca-se o tamanho da estrutura de vizinhanças. As quatro vizinhanças dividiriam as variáveis criando um grupo formado por aquelas cujo valor relaxado está entre 0,75 e 1,0. Esta primeira vizinhança é menos abrangente que a aplicada durante os testes empíricos.

Tabela 5.6: Parâmetros

Parâmetros	
nsize	4
heur	PBPL
time	300

Os parâmetros foram configurados de acordo com os dados recolhidos a

partir da execução do *irace* e todos os três grupos de instâncias foram executados novamente. Foram poucas as instâncias em que esta nova configuração superou os resultados obtidos anteriormente. As Tabelas 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 e 5.12 listam as instâncias que foram melhor resolvidas utilizando os novos parâmetros selecionados e qual a porcentagem de ganho em relação aos limitantes superiores ao executar o CSP, CSSP, FSP, FSSP, DSP e DSSP, respectivamente. Todas as demais instâncias foram resolvidas alcançando o mesmo resultado que os tabulados na Seção 5.5.

Tabela 5.7: CSP: Novos Parâmetros

instância	melhoria %
4-20-750-1	0,2

Tabela 5.8: CSSP: Novos Parâmetros

instância	melhoria %
20-100-15-1	20,0
20-150-15-1	20,0
20-150-15-1	30,0
4-25-750-1	0,5
20-10-20-1	10,0
20-15-30-1	14,2
2-15-30-3	25,0
4-100-25-2	33,0
4-150-25-1	16,7
4-200-25-2	13,3
4-50-25-1	7,7

Tabela 5.9: FSP: Novos Parâmetros

instância	melhoria %
20-250-10-1	14,3

Como reportado neste experimento, o melhor algoritmo selecionado pelo *irace* é o PBPL e limitando-o em 300 segundos. A diferença entre os parâmetros selecionados pelo *irace* é em relação à escolha do total de estruturas de vizinhanças. Nos testes realizados foi adotado um total de três estruturas, embora o *irace* recomendou um valor equivalente a 4. Como apresentado nas Tabelas 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 e 5.12 esse aumento no total de estruturas de vizinhanças pode contribuir para um aumento da qualidade das soluções geradas pelo algoritmo PBPL. Conclui-se que a distribuição das variáveis é melhor aproveitada com quatro vizinhanças e quanto mais tempo disponível, melhor o resultado obtido tende a ser.

Tabela 5.10: FSSP: Novos Parâmetros

instância	melhoria %
4-25-250-1	2,0
4-5-250-1	2,6
4-25-250-1	2,0
4-5-250-1	2,6
4-25-250-1	2,0
4-5-250-1	2,6

Tabela 5.11: DSP: Novos Parâmetros

instância	melhoria %
20-25-750-1	2,3
4-10-500-1	0,9

5.7 Testes Estatísticos

Durante esta seção estaremos comparando os resultados obtidos pelo VNS-PBPL e o BCPA como amostras correspondentes de acordo com as instâncias resolvidas. O objetivo é avaliar se existem melhorias significativas ao resolver os problemas utilizando a variação PBPL do VNS sobre o BCPA. Utilizaremos o Teste dos Postos Sinalizados de Wilcoxon, a ferramenta R-Studio, RStudio Team (2015), e a linguagem de programação R.

O teste aplicado confirma se as duas amostras de dados são correspondidas ao serem obtidas de observações repetidas sobre os mesmos conjuntos de casos de teste. Usando o teste dos postos sinalizados de Wilcoxon, podemos decidir se as distribuições correspondentes da população de dados são idênticas sem assumir que elas sigam a distribuição normal. Desta forma, sem supor que os dados tenham distribuição normal, testaremos no nível de significância 0,05 se os resultados das heurísticas tiveram distribuições de dados semelhantes. Este valor é comumente adotado e um nível de significância de 0,05 indica um risco de 5% de concluir que existe uma diferença quando não há diferença real.

Dividimos os testes de acordo com o problema resolvido. As Subseções 5.7.1 e 5.7.2 discutem sobre as execuções sobre o CSP e CSSP. As Subseções 5.7.3 e 5.7.4 o fazem para o FSP e FSSP respectivamente. Por fim, o DSP é analisado na Subseção 5.7.5 e o DSSP na Subseção 5.7.6.

As instâncias dos três grupos foram agrupadas resultando numa amostra total de 235. Adotaremos duas hipóteses: (i) H_0 indicando que não existe diferença entre as amostras e (ii) H_1 indicando a existência de uma diferença. Como avaliamos na Seção 5.5, o VNS-PBPL obtém melhores resultados em média. Caso exista uma diferença significativa, ela tenderia positivamente ao VNS-PBPL. Por fim, o Apêndice E agrupa as tabelas usadas como base nos

Tabela 5.12: DSSP: Novos Parâmetros

instância	melhoria %
2-15-30-2	100,0
2-15-30-4	100,0
2-5-10-5	100,0
4-250-15-2	7,1
4-50-25-1	33,3
4-50-25-1	33,3
20-20-40-1	14,3
4-50-25-2	33,3
4-150-10-1	33,3
4-20-750-2	66,7
20-20-500-1	100,0
20-5-750-1	50,0
4-20-40-2	50,0
4-25-50-1	50,0

cálculos dos testes utilizados.

5.7.1 CSP

O valor do teste estatístico no CSP é $T = \min\{W^+, W^-\} = \min\{55, 0\} = 0$, onde W^+ é a soma das classificações (*ranks*) positivas e W^- das classificações negativas. A Tabela E.1 apresenta as classificações e amostras consideradas. É possível afirmar que quando existe diferença entre os dois grupos ela é consideravelmente significativa para o valor 0,05 analisado. No caso geral, as duas heurísticas são semelhantes obtendo diferença igual a 0 em 86,9% dos casos de teste.

5.7.2 CSSP

A Tabela E.2 relaciona as amostras classificadas utilizadas durante o teste para o CSSP. O teste encontrou um valor estatístico $T = 13,5$. Removendo as diferenças nulas, encontra-se uma amostra de tamanho $n = 160 > 30$. Por ser grande o suficiente, aplicaremos uma aproximação normal. O valor crítico identificado é $z_c = 1,64$. O valor do teste-z é $z = -10,95$. Como $z < z_c$, podemos rejeitar a hipótese H_0 e concluir que existe diferença significativa entre as duas amostras para o nível de significância aplicado.

5.7.3 FSP

Existem 17 casos nos quais a diferença entre as heurísticas é diferente de zero, conforme destacado na Tabela E.3. A soma das classificações negativas é $W^- = 14$, enquanto a soma das classificações positivas é $W^+ = 139$. Assim

como no caso do CSP, não é possível afirmar que existem diferenças significativas entre as duas heurísticas num nível de significância 0,05.

5.7.4 FSSP

As classificações e amostras utilizadas na resolução do teste sobre o FSSP estão listadas na Tabela E.4. Assim como no caso do CSSP, o teste-z foi adotado uma vez que a amostragem era grande o suficiente para utilizar uma aproximação normal. Encontram-se apenas somas de classificações positivas neste grupo, este valor é $W^+ = 903$. A soma de classificações W^- é igual a 0. O valor calculado para a região de rejeição é $R = z : z > 1,64$. Como o valor z calculado no teste-z é $-5,64$, podemos afirmar que existe diferença significativa entre as duas amostras.

5.7.5 DSP

A Tabela E.5 exhibe as informações utilizadas na aplicação dos testes sobre o DSP. O valor do teste calculado $T = \min\{W^+, W^-\} = \min\{861, 0\} = 0$. Como o tamanho da amostra $n = 41 > 30$, aplicamos uma aproximação normal e o teste-z. O valor crítico é de $z_c = 1,64$ e o valor calculado via o teste-z é $z = -5,579$. Como $z < z_c$, podemos afirmar que existe diferença significativa entre as duas amostras.

5.7.6 DSSP

Baseado nas informações providas na Tabela E.6, como o tamanho da amostra é maior que 30, utilizaremos uma aproximação normal. Neste caso, o Z-teste foi adotado. Para um nível de significância 0.05, o valor crítico para um teste com cauda à direita é $z_c = 1,64$. A região de rejeição para este teste é $R = z : z > 1,64$. O valor obtido para o teste de distribuição teste-z é $z = -11,09$. Uma vez observado que $z < z_c$, podemos rejeitar a hipótese nula H_0 e concluir que para o DSSP existe evidência significativa para concluir que os resultados do BCPA e PBPL são diferentes num nível de significância 0.05.

5.7.7 Observações

Se tomarmos as soluções obtidas via a aplicação da heurística VNS-PBPL proposta neste trabalho e a heurística BCPA que forma o estado da arte para o CSP, podemos afirmar que o VNS-PBPL produz resultados estatisticamente semelhantes aos do BCPA para o CSP e FSP. Mostramos na Seção 3.3 que mesmo para o CSP a média dos limitantes obtidos pelo VNS-PBPL eram melhores. Esta variação do VNS produz resultados significativos e estatisticamente

diferentes do BCPA nos demais problemas.

5.8 *Visão Geral*

Observamos que quando a relaxação linear gera “boas” variáveis inteiras, tanto o RA quanto o BCPA e o VNS funcionam bem. Nestas situações, o VNS tem pouca oportunidade para melhorar. Por outro lado, quando a relaxação linear gera poucas variáveis inteiras “boas”, o BCPA não apresenta bons resultados enquanto o VNS continua bem e melhora as soluções obtidas pelo RA.

Mesmo com uma quantidade alta de variáveis fracionárias, quando as variáveis inteiras são “boas”, o algoritmo BCPA consegue obter soluções de boa qualidade a baixo custo computacional. No entanto, quando estas variáveis inteiras são ruins ou poucas, o BCPA toma muito tempo (entre 800s a 1220s) enquanto todas as variações do VNS sempre executam em 300 segundos.

O BLPL aplica uma busca local baseada em PL no VNS tradicional. Ele nem sempre melhora o BCPA e não se distancia muito do VNS tradicional quando as “boas” variáveis estão próximas de um na solução ótima da relaxação linear.

Já o PBPL aplica uma perturbação que dá oportunidade para obter novas soluções, o que garantiu, nos testes realizados, uma qualidade de solução muito melhor ao VNS.

Através dos experimentos realizados, observamos que independente da qualidade da solução ótima da relaxação linear (se contém variáveis inteiras boas ou não), o PBPL foi a matheurística que obteve os melhores limitantes.

Conclusões e Contribuições

Neste trabalho, investigamos a qualidade da relaxação linear dos modelos de programação linear inteira para seis problemas de seleção de sequência selecionados. Com base nos resultados obtidos, que comprovam a boa qualidade da relaxação em alguns casos mas não tão boas em outros, analisamos como obter heurísticas que tiram proveito destas informações. Desta análise, foi possível projetar cinco heurísticas, duas delas baseadas na literatura e as demais obtidas como variações dos procedimentos de busca com vizinhança variável.

Para uma análise comparativa das diferentes heurísticas propostas, foi necessária a criação de instâncias testes, as quais foram geradas com base em trabalhos da literatura.

Dentre as principais contribuições deste trabalho, propusemos e analisamos o uso de modelos matemáticos para definir não apenas as estruturas de vizinhanças variáveis, mas, em especial, no procedimento de busca local e no procedimento de perturbação da solução atual. Estas duas últimas aplicações de modelos matemáticos mostraram-se importantes para melhorar a qualidade das soluções geradas em todos os grupos de instâncias e nos problemas analisados.

Quanto aos resultados, nossa variante do VNS que aplica a relaxação linear do modelo matemático nas fases de busca local e perturbação tem resultados melhores que o algoritmo no estado da arte, *BCPA*, para o CSP enquanto obtém limitantes que alcançam o ótimo em 95% dos problemas de seleção de sequências e em média 72% nos problemas de seleção de sequências ignorando o primeiro grupo do *DSSP*, caso no qual nenhuma instância é resolvida no ótimo.

A aplicação da fase de perturbação baseada em modelo matemático melhorou muito a solução obtida pelos algoritmos e podemos observar a dominância do VNS-PBPL sobre o VNS-BLPL que aplica apenas a busca local baseada no modelo. Nossos algoritmos estão entre os primeiros a explorar a utilização do VNS simultaneamente com a resolução de problemas de programação linear e temos os primeiros algoritmos que exploram a resolução do modelo nas três principais fases do VNS. Os resultados obtidos sugerem que heurísticas se comportam de forma positiva sobre os problemas de seleção de sequências e a utilização do VNS como *framework* possibilita a obtenção de soluções próximas do ótimo.

Embora não tenhamos explorado todas as possibilidades de aplicar modelos matemáticos nos procedimentos de busca local e de perturbação do VNS, os experimentos mostram que o seu uso é fundamental para melhorar os resultados de um algoritmo VNS tradicional. Uma das possibilidades de extensão é analisar como tirar proveito das outras variáveis do modelo, que, como observado anteriormente, não é uma tarefa trivial por afetar indiretamente as demais variáveis e possivelmente a viabilidade da solução.

Ainda sobre os algoritmos, a classificação dos símbolos candidatos em cada posição da sequência alvo baseada na solução da relaxação linear do modelo e a reclassificação deles durante a perturbação baseada em PL são fortes contribuições deste projeto. Ainda há aspectos que podem ser explorados, o que fica indicado durante o ajuste automático de parâmetros que possibilitou uma melhora no desempenho dos algoritmos. Observamos que as técnicas propostas e usadas neste trabalho podem ser facilmente generalizadas e estendidas para outros problemas de otimização.

Os resultados obtidos em relação à aplicação do VNS nos problemas de sequência e segmento distinguíveis (DSP e DSSP) foram apresentados na *5th International Conference on Variable Neighborhood Search* e aceitos sob o título **Heuristic approaches to the Distinguishing Substring Selection Problem** numa edição especial da *Electronic Notes in Discrete Mathematics* da conferência (Torres et al., 2018). Resultados parciais obtidos nos demais problemas também foram apresentados no Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC) em 2018 (Torres e Hoshino, 2018).

Bibliografia

- Arenales, M., Armetano, V., Morabito, R., e Yanasse, H. (2015). *Pesquisa Operacional*. Elsevier. Citado na página 17.
- Armanfard, N., Reilly, J. P., e Komeili, M. (2017). Logistic localized modeling of the sample space for feature selection and classification. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 29(5):1396–1413. Citado na página 30.
- Babaie, M. e Mousavi, S. R. (2010). A memetic algorithm for closest string problem and farthest string problem. In *2010 18th Iranian Conference on Electrical Engineering*, páginas 570–575. Citado nas páginas 11 e 12.
- Biembengut, M. e Hein, N. (2002). *Modelagem matemática no ensino*. Contexto. Citado na página 17.
- Birattari, M., Yuan, Z., Balaprakash, P., e Stützle, T. (2010). *F-Race and Iterated F-Race: An Overview*, páginas 311–336. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. Citado na página 74.
- Caserta, M. e Voß, S. (2010). A math-heuristic algorithm for the dna sequencing problem. In Blum, C. e Battiti, R., editors, *Learning and Intelligent Optimization*, páginas 25–36, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg. Citado na página 30.
- Chimani, M., Woste, M., e Böcker, S. (2011). A closer look at the closest string and closest substring problem. In *Proceedings of the Meeting on Algorithm Engineering & Experiments, ALENEX '11*, páginas 13–24, Philadelphia, PA, USA. Society for Industrial and Applied Mathematics. Citado nas páginas 11, 35, 36, 50, 51, 56, e 57.
- Clausen, J. (1999). Branch and bound algorithms – principles and examples. Citado na página 22.

- Collins, F. S., Patrinos, A., Jordan, E., Chakravarti, A., Gesteland, R., Walters, L., e (1998). New goals for the u.s. human genome project: 1998-2003. *Science*, 282(5389):682–689. Citado na página 3.
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., e Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms, Third Edition*. The MIT Press, 3rd edition. Citado na página 25.
- Della Croce, F. e Salassa, F. (2012). Improved lp-based algorithms for the closest string problem. *Computers & Operations Research*, 39(3):746–749. Citado nas páginas 10, 11, 12, 25, 30, 31, 33, 37, 38, 39, 51, e 56.
- Dictionaries, O. L. (2018). Citado na página 26.
- Faro, S. e Pappalardo, E. (2010). Ant-csp: An ant colony optimization algorithm for the closest string problem. In van Leeuwen, J., Muscholl, A., Peleg, D., Pokorný, J., e Rumpe, B., editors, *SOFSEM 2010: Theory and Practice of Computer Science*, páginas 370–381, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg. Citado na página 11.
- Festa, P. e Pardalos, P. M. (2012). Efficient solutions for the far from most string problem. *Annals of Operations Research*, 196(1):663–682. Citado na página 11.
- Gamrath, G., Fischer, T., Gally, T., Gleixner, A. M., Hendel, G., Koch, T., Maher, S. J., Miltenberger, M., Müller, B., Pfetsch, M. E., Puchert, C., Rehfeldt, D., Schenker, S., Schwarz, R., Serrano, F., Shinano, Y., Vigerske, S., Weninger, D., Winkler, M., Witt, J. T., e Witzig, J. (2016). The scip optimization suite 3.2. Relatório Técnico 15-60, ZIB, Takustr.7, 14195 Berlin. Citado nas páginas 34 e 50.
- Gasieniec, L., Jansson, J., e Lingas, A. (1999). Efficient approximation algorithms for the hamming center problem. In *Proceedings of the Tenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, SODA '99*, páginas 905–906, Philadelphia, PA, USA. Society for Industrial and Applied Mathematics. Citado na página 10.
- Gomes, F. C., Meneses, C. N., Pardalos, P. M., e Viana, G. V. R. (2008). A parallel multistart algorithm for the closest string problem. *Computers & Operations Research*, 35(11):3636 – 3643. Part Special Issue: Topics in Real-time Supply Chain Management. Citado na página 11.
- Hansen, P., Mladenović, N., e Moreno Pérez, J. A. (2008). Variable neighbourhood search: methods and applications. *A Quarterly Journal of Operations Research*, 6(4):319–360. Citado nas páginas 27, 28, 30, e 42.

- Hertz, G. Z., Hartzell, G. W., e Stormo, G. D. (1990). Identification of consensus patterns in unaligned DNA sequences known to be functionally related. *Computer Applications in Bioscience*, 6(2):81–92. Citado nas páginas 3 e 10.
- Hogeweg, P. (2011). The roots of bioinformatics in theoretical biology. *PLoS Computing Biology*, 7(3):e1002021. Citado na página 3.
- ILOG, I. (2015). *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio CP Optimizer User's Manual, Version 12 Release 6*. Citado na página 50.
- Jean, T. (2018). Dssp. <https://github.com/jeanpttorres/dssp>. Citado na página 51.
- Koonin, E. V. e Darwin, C. (2009). Darwinian evolution in the light of genomics. *Nucleic Acids Res.*, 37(4):1011–1034. Citado na página 4.
- Lanctot, J. K. (2000). *Some String Problems in Computational Biology*. PhD thesis, University of Waterloo, Waterloo, Ont., Canada, Canada. Citado nas páginas 9, 10, e 12.
- Lanctot, J. K., Li, M., Ma, B., Wang, S., e Zhang, L. (1999). Distinguishing string selection problems. In *Proceedings of the Tenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, SODA '99*, páginas 633–642, Philadelphia, PA, USA. Society for Industrial and Applied Mathematics. Citado nas páginas 8, 11, e 65.
- Land, A. H. e Doig, A. G. (1960). An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28(3):497–520. Citado na página 22.
- Liu, X., Holger, M., Hao, Z., e Wu, G. (2008). A compounded genetic and simulated annealing algorithm for the closest string problem. In *2008 2nd International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering*, páginas 702–705. Citado nas páginas 10, 11, e 12.
- Liu, X., Liu, S., Hao, Z., e Mauch, H. (2011). Exact algorithm and heuristic for the closest string problem. 38:1513–1520. Citado nas páginas 10, 11, e 12.
- Luke, S. (2013). *Essentials of Metaheuristics (Second Edition)*. Lulu Com. Citado nas páginas 25 e 26.
- López-Ibáñez, M., Dubois-Lacoste, J., Cáceres, L. P., Birattari, M., e Stützle, T. (2016). The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, 3:43 – 58. Citado na página 74.

- Mauch, H., Melzer, M. J., e Hu, J. S. (2003). Genetic algorithm approach for the closest string problem. In *Computational Systems Bioinformatics. CSB2003. Proceedings of the 2003 IEEE Bioinformatics Conference. CSB2003*, páginas 560–561. Citado nas páginas 10 e 11.
- McClure, M., K Vasi, T., e M Fitch, W. (1994). Comparative analysis of multiple protein-sequence alignment methods. *Molecular biology and evolution*, 11:571–92. Citado nas páginas 11 e 50.
- Meneses, C. (2005). *Combinatorial Approaches for Problems in Bioinformatics*. PhD thesis, University of Florida. Citado nas páginas 10, 11, e 34.
- Meneses, C. N., Lu, Z., Oliveira, C. A. S., e Pardalos, P. M. (2004). Optimal solutions for the closest-string problem via integer programming. *INFORMS Journal on Computing*, 16(4):419–429. Citado nas páginas 10, 11, 12, e 34.
- Meneses, C. N., Pardalos, P. M., Resende, M. G. C., e Vazacopoulos, A. (2005). Modeling and solving string selection problems. In *Second International Symposium on Mathematical and Computational Biology*, páginas 54–64. Citado nas páginas 9, 11, e 12.
- Mladenović, N. e Hansen, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, 24(11):1097–1100. Citado nas páginas 27, 42, e 43.
- Papadimitriou, C. H. e Steiglitz, K. (1982). *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA. Citado na página 18.
- Polya, G. (1971). *How to Solve It*. Princeton University Press. Citado na página 25.
- RStudio Team (2015). *RStudio: Integrated Development Environment for R*. RStudio, Inc., Boston, MA. Citado na página 77.
- SciencesConf (2018). Matheuristics 2018 seventh international workshop on model-based metaheuristics. <https://mh2018.sciencesconf.org/resource/page/id/1>. Accessed: 2019-12-2. Citado na página 30.
- Sedgewick, R. (1988). *Algorithms (2Nd Ed.)*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA. Citado nas páginas 18, 19, e 20.
- Skiena, S. S. (2008). *The Algorithm Design Manual*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2nd edition. Citado na página 15.
- Tanaka, S. (2012). A heuristic algorithm based on lagrangian relaxation for the closest string problem. *Computers & Operations Research*, 39(3):709 – 717. Citado na página 10.

- Taylor, III, B. W. (2007). *Introduction to Management Science*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA. Citado na página 23.
- Torres, J. (2019). String and Substring Selection Problems - Dataset. Mendeley Data, V1, doi: 10.17632/fdwjxxx5zp.1. Citado na página 51.
- Torres, J. e Silva, E. (2017). Abordagens Exatas para o Problema da Sequência Distinguível. Monografia (Bacharel em Ciência da Computação), UFMS (Universidade Federal de Mato Grosso do Sul), Campo Grande, Brazil. Citado na página 34.
- Torres, J., Silva, E., e Hoshino, E. A. (2018). Heuristic approaches to the distinguishing substring selection problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 66:151 – 158. 5th International Conference on Variable Neighborhood Search. Citado nas páginas 12, 25, 34, 73, e 82.
- Torres, J. P. e Hoshino, E. A. (2018). Abordagens heurísticas para problemas de seleção de strings. In *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, CNMAC '18. Citado na página 82.
- Watson, J. D. e Crick, F. H. (1953). Molecular structure of nucleic acids; a structure for deoxyribose nucleic acid. *Nature*, 171(4356):737–738. Citado na página 4.

Configuração das Maquinas

A.1 Servidora 1

```
Linux version 3.16.0-10-amd64 (debian-kernel@lists.debian.org)
(gcc version 4.9.2 (Debian 4.9.2-10+deb8u2) )
#1 SMP Debian 3.16.72-1 (2019-08-13)
```

```
Arquitetura:                x86_64
Modo(s) operacional da CPU:32-bit, 64-bit
Ordem dos bytes:            Little Endian
CPU(s):                      8
Lista de CPU(s) on-line:0-7
Thread(s) per núcleo 2
Núcleo(s) por soquete:4
Soquete(s):                 1
Nó(s) de NUMA:              1
ID de fornecedor:           GenuineIntel
Família da CPU:             6
Modelo:                     60
Nome do modelo:             Intel(R) Core(TM) i7-4790 CPU @ 3.60GHz
Step:                       3
CPU MHz:                    901.406
CPU MHz máx.:               4000,0000
CPU MHz mín.:               800,0000
BogoMIPS:                   7183.30
```

```

Virtualização:      VT-x
cache de L1d:      32K
cache de L1i:      32K
cache de L2:       256K
cache de L3:       8192K

```

```

H/W path      Device  Class          Description
=====
                system      Computer
/0             bus        Motherboard
/0/0          memory     31GiB System memory
/0/1          processor
Intel(R) Core(TM) i7-4790 CPU @ 3.60GHz
/0/100        bridge
4th Gen Core Processor DRAM Controller
/0/100/1      bridge
Xeon E3-1200 v3/4th Gen Core Processor PCI Express x16 Controller
/0/100/2      display
Xeon E3-1200 v3/4th Gen Core Processor Integrated Graphics Controller
/0/100/3      multimedia
Xeon E3-1200 v3/4th Gen Core Processor HD Audio Controller
/0/100/14     bus
8 Series/C220 Series Chipset Family USB xHCI
/0/100/16     communication
8 Series/C220 Series Chipset Family MEI Controller #1
/0/100/1a     bus
8 Series/C220 Series Chipset Family USB EHCI #2
/0/100/1b     multimedia
8 Series/C220 Series Chipset High Definition Audio Controller
/0/100/1c     bridge
8 Series/C220 Series Chipset Family PCI Express Root Port #1
/0/100/1c.2   bridge
8 Series/C220 Series Chipset Family PCI Express Root Port #3
/0/100/1c.2/0 eth0        network
RTL8111/8168/8411 PCI Express Gigabit Ethernet Controller
/0/100/1d     bus
8 Series/C220 Series Chipset Family USB EHCI #1
/0/100/1f     bridge
B85 Express LPC Controller
/0/100/1f.2   storage

```

```

8 Series/C220 Series Chipset Family 6-port SATA Controller 1
/0/100/1f.3 bus
8 Series/C220 Series Chipset Family SMBus Controller

```

A.2 Servidora 2

```

Linux version 3.16.0-9-amd64 (debian-kernel@lists.debian.org)
(gcc version 4.9.2 (Debian 4.9.2-10+deb8u2) )
#1 SMP Debian 3.16.68-2 (2019-06-17)

```

```

Architecture: x86_64
CPU op-mode(s): 32-bit, 64-bit
Byte Order: Little Endian
CPU(s): 8
On-line CPU(s) list: 0-7
Thread(s) per core: 2
Core(s) per socket: 4
Socket(s): 1
NUMA node(s): 1
Vendor ID: GenuineIntel
CPU family: 6
Model: 60
Model name: Intel(R) Core(TM) i7-4790 CPU @ 3.60GHz
Stepping: 3
CPU MHz: 824.343
CPU max MHz: 4000.0000
CPU min MHz: 800.0000
BogoMIPS: 7183.49
Virtualization: VT-x
L1d cache: 32K
L1i cache: 32K
L2 cache: 256K
L3 cache: 8192K
NUMA node0 CPU(s): 0-7

```

H/W path	Device	Class	Description
=====			
		system	Computer

```

/0          bus          Motherboard
/0/0       memory       31GiB System memory
/0/1       processor
Intel(R) Core(TM) i7-4790 CPU @ 3.60GHz
/0/100     bridge
4th Gen Core Processor DRAM Controller
/0/100/1   bridge
Xeon E3-1200 v3/4th Gen Core Processor PCI Express x16 Controller
/0/100/2   display
Xeon E3-1200 v3/4th Gen Core Processor Integrated Graphics Controller
/0/100/3   multimedia
Xeon E3-1200 v3/4th Gen Core Processor HD Audio Controller
/0/100/14  bus
8 Series/C220 Series Chipset Family USB xHCI
/0/100/16  communication
8 Series/C220 Series Chipset Family MEI Controller #1
/0/100/1a  bus
8 Series/C220 Series Chipset Family USB EHCI #2
/0/100/1b  multimedia      8 Series/C220 Series Chipset High Def
/0/100/1c  bridge
8 Series/C220 Series Chipset Family PCI Express Root Port #1
/0/100/1c.2 bridge
8 Series/C220 Series Chipset Family PCI Express Root Port #3
/0/100/1c.2/0 eth0    network
RTL8111/8168/8411 PCI Express Gigabit Ethernet Controller
/0/100/1d  bus
8 Series/C220 Series Chipset Family USB EHCI #1
/0/100/1f  bridge
B85 Express LPC Controller
/0/100/1f.2 storage
8 Series/C220 Series Chipset Family 6-port SATA Controller 1
/0/100/1f.3 bus
8 Series/C220 Series Chipset Family SMBus Controller

```

Configuração do irace

```
\#-----
\# irace: An implementation in R of (Elitist) Iterated Racing
\# Version: 3.3.2238:2239
\# Copyright (C) 2010-2019
\# Manuel Lopez-Ibanez      <manuel.lopez-ibanez@manchester.ac.uk>
\# Jeremie Dubois-Lacoste
\# Leslie Perez Caceres    <leslie.perez.caceres@ulb.ac.be>
\#
\# This is free software, and you are welcome to redistribute it
under certain
\# conditions.  See the GNU General Public License for details. There i
NO

\# WARRANTY; not even for MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A
PARTICULAR PURPOSE.
\#
\# irace builds upon previous code from the race package:
\#   race: Racing methods for the selection of the best
\#   Copyright (C) 2003 Mauro Birattari
\#-----
\# installed at: /usr/local/lib/R/site-library/irace
\# called with:
Warning: A default scenario file './scenario.txt' has been
found and will be read
\# 2019-09-26 18:58:06 UTC: Initialization
```

```

\# Elitist race
\# Elitist new instances: 1
\# Elitist limit: 2
\# nbIterations: 3
\# minNbSurvival: 3
\# nbParameters: 2
\# seed: 1019091349
\# confidence level: 0.95
\# budget: 100
\# mu: 5
\# deterministic: TRUE

```

```

\# 2019-09-26 18:58:06 UTC: Iteration 1 of 3
\# experimentsUsedSoFar: 0
\# remainingBudget: 100
\# currentBudget: 33
\# nbConfigurations: 5

```

Markers:

```

x No test is performed.
- The test is performed and some configurations are
discarded.
= The test is performed but no configuration is
discarded.
! The test is performed and configurations could be
discarded but elite configurations are preserved.
. All alive configurations are elite and nothing is
discarded

```

```

+-----+-----+-----+-----+
| Instance| Alive| Best| Mean best| Exp so
far| W time| rho|KenW| Qvar|
+-----+-----+-----+-----+
|x|      1|      5|      3| -15.0000000|
5|00:00:00|  NA|  NA|  NA|
|x|      2|      5|      3| -16.0000000|
10|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|x|      3|      5|      3| -15.0000000|
15|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|

```

```

|x|          4|          5|          3|  -18.00000000|
20|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|-|          5|          1|          3|  -18.00000000|
25|00:00:00|   NA|   NA|   NA|

```

```

+---+-----+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+

```

```

Best-so-far configuration:          3    mean value:
-18.00000000

```

Description of the best-so-far configuration:

```

.ID. vns_type TIMEH OMEGA NSIZE .PARENT.
PBPL 120 M 4 NA

```

\# 2019-09-26 18:58:06 UTC: Elite configurations (first number is the configuration ID; listed from best to worst according to the sum of ranks):

```

vns_type TIMEH OMEGA NSIZE
3      9      9

```

```

\# 2019-09-26 18:58:06 UTC: Iteration 2 of 3
\# experimentsUsedSoFar: 25
\# remainingBudget: 75
\# currentBudget: 37
\# nbConfigurations: 6

```

Markers:

- x No test is performed.
- The test is performed and some configurations are discarded.
- = The test is performed but no configuration is discarded.
- ! The test is performed and configurations could be discarded but elite configurations are preserved.
- . All alive configurations are elite and nothing is discarded

```

+---+-----+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+

```

Exp so far	Instance	W time	Alive	rho	KenW	Best	Qvar	Mean best
------------	----------	--------	-------	-----	------	------	------	-----------

```

+---+-----+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+

```

```

|x|          6|          6|          3|  -18.00000000|

```

```

6|00:00:00|  NA|  NA|  NA|
|x|          2|          6|          3| -18.00000000|
11|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|x|          5|          6|          3| -18.00000000|
16|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|x|          1|          6|          3| -18.00000000|
21|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|-|          3|          1|          3| -18.00000000|
26|00:00:00|  NA|  NA|  NA|
|.|          4|          1|          3| -18.00000000|
26|00:00:00|  NA|  NA|  NA|
+--+-----+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+

```

```

Best-so-far configuration:          3      mean value:
-18.00000000

```

Description of the best-so-far configuration:

```

.ID. vns_type TIMEH OMEGA NSIZE .PARENT.
PBPL 120 M 4 NA

```

```

\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Elite configurations
(first number is the configuration ID; listed from best
to worst according to the sum of ranks):

```

```

vns_type TIMEH OMEGA NSIZE
PBPL 120 M 4 NA

```

```

\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Iteration 3 of 3
\# experimentsUsedSoFar: 51
\# remainingBudget: 49
\# currentBudget: 49
\# nbConfigurations: 6

```

Markers:

- x No test is performed.
- The test is performed and some configurations are discarded.
- = The test is performed but no configuration is discarded.
- ! The test is performed and configurations could be discarded but elite configurations are preserved.
- . All alive configurations are elite and nothing is discarded

```

+--+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+
| | Instance| Alive| Best| Mean best|
Exp so far| W time| rho|KenW| Qvar|
+--+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+
|x| 7| 6| 3| -16.00000000|
6|00:00:00| NA| NA| NA|
|x| 5| 6| 3| -18.00000000|
11|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|x| 4| 6| 3| -16.00000000|
16|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|x| 1| 6| 3| -18.00000000|
21|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|-| 6| 2| 3| -18.00000000|
26|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|

```

```

+--+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+
Best-so-far configuration: 3 mean value:
-18.00000000

```

Description of the best-so-far configuration:

```

.ID. vns_type TIMEH OMEGA NSIZE .PARENT.
PBPL 120 M 4 NA

```

\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Elite configurations (first number is the configuration ID; listed from best to worst according to the sum of ranks):

```

vns_type TIMEH OMEGA NSIZE
3 9 9
14 9 9

```

\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Iteration 4 of 4

\# experimentsUsedSoFar: 77

\# remainingBudget: 23

\# currentBudget: 23

\# nbConfigurations: 4

Markers:

x No test is performed.

- The test is performed and some configurations are discarded.

= The test is performed but no configuration is

discarded.

! The test is performed and configurations could be discarded but elite configurations are preserved.
. All alive configurations are elite and nothing is discarded

```
+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+
| | Instance| Alive| Best| Mean best|
Exp so far| W time| rho|KenW| Qvar|
+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+
|x| 8| 4| 3| -18.00000000|
4|00:00:00| NA| NA| NA|
|x| 3| 4| 3| -8.00000000|
7|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|x| 7| 4| 3| -15.00000000|
9|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|x| 4| 4| 3| -13.00000000|
11|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
|-| 5| 2| 3| -21.00000000|
13|00:00:00|+1.00|1.00|0.0000|
+-----+-----+-----+-----+
-----+-----+-----+-----+
Best-so-far configuration: 3 mean value:
-18.00000000
Description of the best-so-far configuration:
.ID. vns_type TIMEH OMEGA NSIZE .PARENT.
PBPL 120 M 4 NA
```

\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Elite configurations (first number is the configuration ID; listed from best to worst according to the sum of ranks):

```
vns_type TIMEH OMEGA NSIZE
PBPL 120 M 4 NA
PBPL 180 M 4 NA
```

\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Stopped because there is not enough budget left to race more than the minimum (3)

\# You may either increase the budget or set 'minNbSurvival' to a lower value

```

\# Iteration: 5
\# nbIterations: 5
\# experimentsUsedSoFar: 90
\# timeUsed: 0
\# remainingBudget: 10
\# currentBudget: 10
\# number of elites: 2
\# nbConfigurations: 2
\# Best configurations (first number is the configuration
ID; listed from best to worst according to the sum of
ranks):
    vns_type TIMEH OMEGA NSIZE
PBPL 120 M 4 NA
PBPL 180 M 4 NA
\# Best configurations as commandlines (first number is
the configuration ID; same order as above):
3  --vns_type 9 --TIMEH OMEGA NSIZE 9
14 --vns_type 9 --TIMEH OMEGA NSIZE 9

\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Testing configurations (in
no particular order): 3 14
    vns_type TIMEH OMEGA NSIZE
PBPL 120 M 4 NA
PBPL 180 M 4 NA
\# Testing of elite configurations: 5
\# Testing iteration configurations: TRUE
\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Testing results (column
number is configuration ID in no particular order):
    3  14
1t  -18 -18
2t  -60 -60
3t  -13 -13
4t  -12 -12

\# 2019-09-26 18:58:07 UTC: Finished testing

```

Resultados B&B

Este Apêndice apresenta os resultados obtidos na execução do *branch-and-bound* sobre os três grupos de cada um dos seis problemas. Durante todas as tabelas expostas, o nome das instâncias estão no formato *XX-YY-ZZ-A*, no qual *XX* representa o tamanho do alfabeto, *YY* a cardinalidade dos conjuntos S^c e S^f e *ZZ* o comprimento da sequência. Para cada combinação de configurações *XX-YY-ZZ*, um número máximo de cinco instâncias foram criadas e indicadas através do campo *A*.

A segunda coluna indica a porcentagem de variáveis fracionárias na solução ótima da relaxação linear do problema. As colunas *lb*, *ub* e *lb0* indicam, respectivamente, os valores dos limitantes duais e primais obtidos com a execução do B&B e o valor ótimo da relaxação linear no nó raiz da árvore de enumeração. O gap de dualidade é apresentado na coluna *gap - b&b* e é calculado pela fórmula $(ub - lb) * 100 / lb$. Também é apresentado um gap na coluna *gap - root* que mostra a qualidade da relaxação linear no nó raiz da árvore de enumeração e é calculado por $(lb0 - ub) / ub$. São indicados na tabela também o tempo total gasto tanto pela execução do B&B quanto pela relaxação linear na coluna *tempo*. Nessas colunas, o símbolo * é usado para indicar que o tempo limite de execução foi atingido, o símbolo > é aplicado quando a quantidade de nós processadas é maior do que 9999 e o símbolo - é adotado quando o tempo de execução é inferior a 1 segundo. Em todos os testes executados, o algoritmo B&B foi limitado a 1800 segundos. Por fim, a última coluna indica a quantidade de nós processados.

C.1 CSP

Tabela C.1: Resultados para a execução do B&B no Grupo G1 do CSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-250-1	0,4	153	153	153,0	0,0	0,0	-	2,4	114
20-10-250-2	0,3	99	99	99,0	0,0	0,0	-	2,0	1
20-10-500-1	0,2	304	304	304,0	0,0	0,0	-	7,7	1
20-10-500-2	0,2	196	196	196,0	0,0	0,0	-	6,5	154
20-10-750-1	0,1	450	450	450,0	0,0	0,0	-	4,5	31
20-10-750-2	0,1	296	296	296,0	0,0	0,0	-	7,6	169
20-15-250-1	0,6	156	156	156,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-250-2	0,4	102	102	102,0	0,0	0,0	-	-	10
20-15-500-1	0,3	313	313	313,0	0,0	0,0	-	35,9	639
20-15-500-2	0,2	198	198	198,0	0,0	0,0	-	2,5	26
20-15-750-1	0,2	467	467	467,0	0,0	0,0	-	59,5	1
20-15-750-2	0,1	296	296	296,0	0,0	0,0	-	6,4	22
20-20-250-1	0,6	161	161	161,0	0,0	0,0	-	7,7	298
20-20-250-2	0,5	104	104	104,0	0,0	0,0	-	3,5	85
20-20-500-1	0,4	309	309	309,0	0,0	0,0	-	82,3	1794
20-20-500-2	0,2	200	200	200,0	0,0	0,0	-	1,3	1
20-20-750-1	0,2	468	468	467,1	0,0	0,2	-	263,1	3697
20-20-750-2	0,1	301	301	301,0	0,0	0,0	-	28,1	323
20-25-250-1	0,7	159	159	159,0	0,0	0,0	-	20,9	532
20-25-250-2	0,0	103	103	103,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-500-1	0,4	316	316	316,0	0,0	0,0	-	139,7	3561
20-25-500-2	0,2	200	200	200,0	0,0	0,0	-	6,0	24
20-25-750-1	0,2	470	470	469,9	0,0	0,0	-	157,2	1619
20-25-750-2	0,2	302	302	302,0	0,0	0,0	-	4,0	9
20-5-250-1	0,2	141	141	141,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-250-2	0,1	96	96	96,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-500-1	0,1	286	286	286,0	0,0	0,0	-	-	53
20-5-500-2	0,1	190	190	190,0	0,0	0,0	-	2,4	1
20-5-750-1	0,1	434	434	434,0	0,0	0,0	-	4,1	1
20-5-750-2	0,1	288	288	288,0	0,0	0,0	-	24,0	3
4-10-250-1	2,0	129	129	129,0	0,0	0,0	-	1,1	169
4-10-250-2	2,0	92	92	92,0	0,0	0,0	-	-	290
4-10-500-1	1,0	261	261	261,0	0,0	0,0	-	2,7	337

Continuação da Tabela C.1

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-10-500-2	1,0	185	185	185,0	0,0	0,0	-	3,4	453
4-10-750-1	0,7	385	385	385,0	0,0	0,0	-	4,9	306
4-10-750-2	0,7	267	267	267,0	0,0	0,0	-	2,9	128
4-15-250-1	2,9	136	136	136,0	0,0	0,0	-	22,9	>
4-15-250-2	2,2	94	94	94,0	0,0	0,0	-	-	123
4-15-500-1	1,5	269	269	269,0	0,0	0,0	-	64,4	>
4-15-500-2	1,2	185	185	185,0	0,0	0,0	-	11,1	1340
4-15-750-1	1,0	399	399	398,9	0,0	0,0	-	14,2	506
4-15-750-2	1,0	278	278	278,0	0,0	0,0	-	53,2	6765
4-20-250-1	3,7	137	137	135,9	0,0	0,8	-	198,0	>
4-20-250-2	2,4	95	95	95,0	0,0	0,0	-	-	1695
4-20-500-1	2,0	272	274	272,0	0,7	0,7	-	*	>
4-20-500-2	1,4	185	185	185,0	0,0	0,0	-	17,1	1693
4-20-750-1	1,3	407	408	407,0	0,2	0,2	-	*	>
4-20-750-2	1,0	279	279	279,0	0,0	0,0	-	39,2	2200
4-25-250-1	4,5	139	141	139,0	1,4	1,4	-	*	>
4-25-250-2	2,8	96	96	95,8	0,0	0,2	-	5,8	708
4-25-500-1	2,3	274	274	273,1	0,0	0,3	-	1729,0	>
4-25-500-2	1,5	190	190	190,0	0,0	0,0	-	17,1	2
4-25-750-1	1,6	415	416	414,1	0,2	0,5	-	*	>
4-25-750-2	1,2	284	284	283,0	0,0	0,4	-	377,7	>
4-5-250-1	1,0	117	117	117,0	0,0	0,0	-	-	66
4-5-250-2	1,0	88	88	88,0	0,0	0,0	-	-	8
4-5-500-1	0,5	234	234	234,0	0,0	0,0	-	-	2
4-5-500-2	0,5	171	171	171,0	0,0	0,0	-	-	5
4-5-750-1	0,3	353	353	353,0	0,0	0,0	-	-	170
4-5-750-2	0,3	262	262	262,0	0,0	0,0	-	-	6

Tabela C.2: Resultados para a execução do B&B no Grupo G2 do CSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-20-1	0,0	13,0	13	13,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-2	0,0	9,0	9	9,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-3	0,0	6,0	6	6,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-4	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-5	0,0	4,0	4	4,0	0,0	0,0	-	-	1

Continuação da Tabela C.2

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-15-30-1	0,0	19,0	19	19,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-2	0,0	13,0	13	13,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-3	1,3	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	8
20-15-30-4	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-5	0,0	6,0	6	6,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-1	1,7	27,0	27	27,0	0,0	0,0	-	-	19
20-20-40-2	1,2	18,0	18	18,0	0,0	0,0	-	-	7
20-20-40-3	0,7	13,0	13	13,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-4	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-5	0,0	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-1	2,7	34,0	34	34,0	0,0	0,0	-	-	35
20-25-50-2	0,0	21,0	21	21,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-3	0,8	16,0	16	16,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-4	0,4	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	4
20-25-50-5	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-1	3,9	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	4
20-5-10-2	0,0	4,0	4	4,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-3	0,0	3,0	3	3,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-4	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-5	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-1	7,7	6,0	6	6,0	0,0	0,0	-	-	64
2-10-20-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-3	0,0	4,0	4	4,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-4	0,0	3,0	3	3,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-5	7,7	3,0	3	3,0	0,0	0,0	-	-	3
2-15-30-1	20,8	12,0	12	11,0	0,0	9,1	-	-	79
2-15-30-2	15,6	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	107
2-15-30-3	10,4	7,0	7	6,5	0,0	7,7	-	-	76
2-15-30-4	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
2-15-30-5	10,4	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	124
2-20-40-1	23,5	16,0	16	16,0	0,0	0,0	-	-	70
2-20-40-2	0,0	11,0	11	11,0	0,0	0,0	-	-	1
2-20-40-3	11,8	9,0	9	9,0	0,0	0,0	-	-	67
2-20-40-4	7,8	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	207
2-20-40-5	0,0	6,0	6	6,0	0,0	0,0	-	-	1
2-25-50-1	18,9	18,0	18	18,0	0,0	0,0	-	-	482

Continuação da Tabela C.2

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
2-25-50-2	14,2	14,0	14	14,0	0,0	0,0	-	-	34
2-25-50-3	9,4	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
2-25-50-4	3,1	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	4
2-25-50-5	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
2-5-10-1	37,0	4,0	4	4,0	0,0	0,0	-	-	4
2-5-10-2	0,0	3,0	3	3,0	0,0	0,0	-	-	1
2-5-10-3	0,0	3,0	3	3,0	0,0	0,0	-	-	1
2-5-10-4	0,0	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
2-5-10-5	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-1	17,4	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	8
4-10-20-2	10,9	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	3
4-10-20-3	8,7	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-4	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-5	10,9	4,0	4	4,0	0,0	0,0	-	-	11
4-15-30-1	16,1	17,0	17	17,0	0,0	0,0	-	-	61
4-15-30-2	8,8	11,0	11	11,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-30-3	10,2	9,0	9	9,0	0,0	0,0	-	-	62
4-15-30-4	0,0	6,0	6	6,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-30-5	5,8	6,0	6	6,0	0,0	0,0	-	-	4
4-20-40-1	17,0	21,0	21	21,0	0,0	0,0	-	-	97
4-20-40-2	7,1	15,0	15	15,0	0,0	0,0	-	-	45
4-20-40-3	6,0	11,0	11	11,0	0,0	0,0	-	-	5
4-20-40-4	3,3	9,0	9	9,0	0,0	0,0	-	-	6
4-20-40-5	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
4-25-50-1	11,5	28,0	28	28,0	0,0	0,0	-	-	426
4-25-50-2	6,2	18,0	18	18,0	0,0	0,0	-	-	1
4-25-50-3	4,4	13,0	13	13,0	0,0	0,0	-	-	1
4-25-50-4	2,6	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	9
4-25-50-5	0,0	9,0	9	9,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-1	0,0	6,0	6	6,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-2	8,5	4,0	4	4,0	0,0	0,0	-	-	5
4-5-10-3	8,5	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-4	0,0	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-5	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1

Tabela C.3: Resultados para a execução do B&B no Grupo G3 do CSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-100-10-1	20,9	9,0	9	9,0	0,0	0,0	-	1,1	3
20-100-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-15-1	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-20-1	8,6	16,0	16	16,0	0,0	0,0	-	-	10
20-100-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-25-1	0,0	18,0	18	18,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-25-2	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-5-1	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-10-1	0,0	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-15-1	9,5	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	1,2	56
20-150-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-20-1	8,3	16,0	16	16,0	0,0	0,0	-	-	251
20-150-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-25-1	4,6	19,0	19	19,0	0,0	0,0	-	-	110
20-150-25-2	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-5-1	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-10-1	17,2	9,0	9	9,0	0,0	0,0	-	-	178
20-200-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-15-1	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-20-1	6,0	16,0	16	16,0	0,0	0,0	-	5,0	73
20-200-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-25-1	0,0	19,0	19	19,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-25-2	1,4	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	10
20-200-5-1	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-10-1	13,3	9,0	9	9,0	0,0	0,0	-	-	10
20-250-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-15-1	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-20-1	9,5	16,0	16	16,0	0,0	0,0	-	1,2	10
20-250-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1

Continuação da Tabela C.3

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-250-25-1	0,0	19,0	19	19,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-25-2	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-5-1	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-10-1	0,0	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-15-1	9,7	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	10
20-50-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-20-1	7,3	15,0	15	15,0	0,0	0,0	-	-	10
20-50-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-25-1	0,0	18,0	18	18,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-25-2	2,9	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	10
20-50-5-1	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
4-100-10-1	27,5	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	10
4-100-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-100-15-1	24,1	12,0	12	10,8	0,0	10,9	-	-	10
4-100-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
4-100-20-1	23,1	14,0	14	14,0	0,0	0,0	-	1,4	10
4-100-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
4-100-25-1	26,2	18,0	18	17,0	0,0	5,9	-	2,4	10
4-100-25-2	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
4-100-5-1	16,4	5,0	5	4,0	0,0	25,0	-	-	10
4-100-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
4-150-10-1	19,8	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	10
4-150-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-150-15-1	22,6	12,0	12	11,0	0,0	9,1	-	-	10
4-150-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
4-150-20-1	21,1	15,0	15	14,0	0,0	7,1	-	1,6	10
4-150-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
4-150-25-1	15,5	18,0	18	17,1	0,0	5,6	-	3,2	10
4-150-25-2	6,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	10
4-150-5-1	11,6	5,0	5	4,0	0,0	25,0	-	-	10
4-150-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
4-200-10-1	16,1	8,0	8	8,0	0,0	0,0	-	-	10
4-200-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1

Continuação da Tabela C.3

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-200-15-1	16,4	12,0	12	11,0	0,0	9,1	-	-	10
4-200-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
4-200-20-1	16,3	15,0	15	14,2	0,0	5,9	-	2,0	10
4-200-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
4-200-25-1	21,2	18,0	18	18,0	0,0	0,0	-	6,7	10
4-200-25-2	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
4-200-5-1	9,0	5,0	5	4,0	0,0	25,0	-	-	10
4-200-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
4-250-10-1	13,4	9,0	9	8,0	0,0	12,5	-	-	10
4-250-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-250-15-1	15,7	12,0	12	11,1	0,0	8,4	-	-	10
4-250-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
4-250-20-1	24,1	15,0	15	15,0	0,0	0,0	-	4,6	10
4-250-20-2	0,0	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	1
4-250-25-1	25,0	18,0	18	18,0	0,0	0,0	-	10,3	10
4-250-25-2	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
4-250-5-1	5,9	5,0	5	4,0	0,0	25,0	-	-	63
4-250-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1
4-50-10-1	30,4	8,0	8	7,2	0,0	10,6	-	-	165
4-50-10-2	0,0	5,0	5	5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-50-15-1	28,6	11,0	11	10,0	0,0	10,0	-	-	144
4-50-15-2	0,0	7,0	7	7,0	0,0	0,0	-	-	1
4-50-20-1	24,2	14,0	14	13,1	0,0	7,1	-	-	497
4-50-20-2	14,4	10,0	10	10,0	0,0	0,0	-	-	156
4-50-25-1	24,3	17,0	17	16,3	0,0	4,5	-	1,1	241
4-50-25-2	0,0	12,0	12	12,0	0,0	0,0	-	-	1
4-50-5-1	23,6	4,0	4	4,0	0,0	0,0	-	-	334
4-50-5-2	0,0	2,0	2	2,0	0,0	0,0	-	-	1

C.2 CSSP

Tabela C.4: Resultados para a execução do B&B no Grupo G1 do CSSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-250-1	5,4	145	178	1	22,8	99,4	-	*	>

Continuação da Tabela C.4

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-250-2	5,5	171	177	0	3,5	100,0	-	*	>
20-10-500-1	2,4	348	357	2	2,6	99,4	-	*	>
20-10-500-2	2,2	347	351	2	1,2	99,4	-	*	>
20-10-750-1	1,7	524	524	4	0,0	99,2	-	801,07	4718
20-10-750-2	1,9	521	521	4	0,0	99,2	-	*	5175
20-15-250-1	6,6	166	176	1	6,0	99,4	-	*	>
20-15-250-2	6,8	166	178	1	7,2	99,4	-	*	>
20-15-500-1	2,9	345	353	3	2,3	99,2	-	*	>
20-15-500-2	3,3	348	353	2	1,4	99,4	-	*	>
20-15-750-1	2,2	522	522	6	0,0	98,9	-	601,54	3869
20-15-750-2	2,3	523	523	6	0,0	98,9	-	601,50	3571
20-20-250-1	8,8	170	177	1	4,1	99,4	-	*	>
20-20-250-2	6,9	170	177	1	4,1	99,4	-	*	>
20-20-500-1	4,6	340	357	4	5,0	98,9	-	*	7779
20-20-500-2	5,1	340	360	3	5,9	99,2	-	*	8385
20-20-750-1	3,2	512	538	8	5,1	98,5	-	601,91	4676
20-20-750-2	2,7	522	531	8	1,7	98,5	-	*	4522
20-25-250-1	9,8	172	177	2	2,9	98,9	-	*	>
20-25-250-2	11,0	172	178	2	3,5	98,9	-	*	>
20-25-500-1	4,7	344	344	5	0,0	98,5	-	601,19	6451
20-25-500-2	5,3	347	347	5	0,0	98,6	-	741,21	6105
20-25-750-1	3,0	522	522	10	0,0	98,1	-	1212,27	5504
20-25-750-2	3,2	522	522	10	0,0	98,1	-	602,28	4977
20-5-250-1	2,7	171	171	0	0,0	100,0	-	601,05	>
20-5-250-2	2,9	170	170	0	0,0	100,0	-	601,06	>
20-5-500-1	1,4	348	354	1	1,7	99,7	-	*	>
20-5-500-2	1,3	348	354	1	1,7	99,7	-	*	>
20-5-750-1	0,9	520	531	2	2,1	99,6	-	*	>
20-5-750-2	0,9	521	529	2	1,5	99,6	-	*	>
4-10-250-1	3,4	134	151	0	12,7	100,0	-	*	>
4-10-250-2	3,2	131	147	0	12,2	100,0	-	*	>
4-10-500-1	1,7	265	289	2	9,1	99,3	-	*	>
4-10-500-2	1,8	268	287	2	7,1	99,3	-	*	>
4-10-750-1	1,1	401	430	7	7,2	98,4	-	*	5462
4-10-750-2	1,1	400	425	7	6,3	98,4	-	*	5467
4-15-250-1	4,2	128	148	0	15,6	100,0	-	*	>

Continuação da Tabela C.4

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-15-250-2	4,1	128	143	0	11,7	100,0	-	*	>
4-15-500-1	2,1	248	290	4	16,9	98,6	-	*	>
4-15-500-2	1,9	248	288	4	16,1	98,6	-	*	>
4-15-750-1	1,3	401	430	12	7,2	97,2	-	*	3155
4-15-750-2	1,2	402	414	12	3,0	97,1	-	*	3375
4-20-250-1	4,6	128	148	1	15,6	99,3	-	*	>
4-20-250-2	4,8	120	149	1	24,2	99,3	-	*	>
4-20-500-1	2,3	266	291	7	9,4	97,6	-	*	8928
4-20-500-2	2,0	264	276	7	4,5	97,5	-	*	9039
4-20-750-1	1,4	399	399	19	0,0	95,2	-	681,31	2165
4-20-750-2	1,5	400	401	20	0,3	95,0	-	*	1738
4-25-250-1	4,9	130	152	1	16,9	99,3	-	*	>
4-25-250-2	4,8	132	143	1	8,3	99,3	-	*	>
4-25-500-1	2,3	270	282	9	4,4	96,8	-	*	6428
4-25-500-2	2,3	270	289	9	7,0	96,9	-	*	6538
4-25-750-1	1,6	406	406	27	0,0	93,3	-	851,60	1482
4-25-750-2	1,7	406	406	27	0,0	93,3	-	601,57	1476
4-5-250-1	2,1	108	141	0	30,6	100,0	-	*	>
4-5-250-2	2,1	112	142	0	26,8	100,0	-	*	>
4-5-500-1	1,1	255	284	0	11,4	100,0	-	*	>
4-5-500-2	1,1	260	298	0	14,6	100,0	-	*	>
4-5-750-1	0,8	342	428	2	25,1	99,5	-	*	>
4-5-750-2	0,7	342	420	2	22,8	99,5	-	*	>

Tabela C.5: Resultados para a execução do B&B no Grupo G2 do CSSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-20-1	0,0	10,0	10	1,0	0,0	90,0	-	1,5	6199
20-10-20-2	3,2	7,0	7	0,1	0,0	98,9	-	-	749
20-10-20-3	4,2	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	-	387
20-10-20-4	9,5	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	-	568
20-10-20-5	4,8	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	-	303
20-15-30-1	0,0	14,0	14	1,0	0,0	99,4	-	89,0	>
20-15-30-2	0,1	10,0	10	0,0	0,0	100,0	-	11,8	>
20-15-30-3	0,1	8,0	8	0,0	0,0	100,0	-	9,2	>
20-15-30-4	0,1	6,0	6	0,0	0,0	100,0	-	4,5	8960

Continuação da Tabela C.5

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-15-30-5	0,3	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	3,1	4871
20-20-40-1	0,0	18,0	23	1,0	21,7	99,3	-	*	>
20-20-40-2	0,1	14,0	14	0,0	0,0	100,0	-	70,8	>
20-20-40-3	0,1	10,0	10	0,0	0,0	100,0	-	7,3	>
20-20-40-4	0,1	8,0	8	0,0	0,0	100,0	-	16,9	>
20-20-40-5	0,3	7,0	7	0,0	0,0	100,0	-	26,9	>
20-25-50-1	0,0	13,0	32	0,0	59,4	100,0	-	*	>
20-25-50-2	0,0	11,0	30	0,0	63,3	100,0	-	*	>
20-25-50-3	0,0	13,0	13	0,0	0,0	100,0	-	402,7	>
20-25-50-4	0,0	9,0	9	0,0	0,0	100,0	-	23,5	>
20-25-50-5	0,0	8,0	8	0,0	0,0	100,0	-	101,7	>
20-5-10-1	0,6	4,0	4	1,0	0,0	75,0	-	-	162
20-5-10-2	3,8	2,0	2	1,0	0,0	50,0	-	-	11
20-5-10-3	1,8	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	13
20-5-10-4	14,3	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	12
20-5-10-5	4,7	2,0	2	1,0	0,0	95,5	-	-	9
2-10-20-1	0,1	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	-	686
2-10-20-2	0,5	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	-	1115
2-10-20-3	5,4	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	154
2-10-20-4	1,7	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	108
2-10-20-5	0,6	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	577
2-15-30-1	0,0	7,0	7	0,0	0,0	100,0	-	35,1	>
2-15-30-2	0,0	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	1,7	6336
2-15-30-3	0,2	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	-	248
2-15-30-4	0,2	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	1,7	6138
2-15-30-5	2,2	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	1,7	6041
2-20-40-1	0,0	9,0	10	0,0	10,0	100,0	-	*	>
2-20-40-2	0,0	9,0	9	0,0	0,0	100,0	-	417,3	>
2-20-40-3	0,1	7,0	7	0,0	0,0	100,0	-	10,0	>
2-20-40-4	0,1	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	4,0	8636
2-20-40-5	0,0	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	5,8	>
2-25-50-1	0,0	9,0	14	0,0	35,7	100,0	-	*	>
2-25-50-2	0,0	10,0	10	0,0	0,0	100,0	-	474,4	>
2-25-50-3	0,0	8,0	8	0,0	0,0	100,0	-	52,7	>
2-25-50-4	0,0	6,0	6	0,0	0,0	100,0	-	5,1	3309
2-25-50-5	0,2	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	63,2	>

Continuação da Tabela C.5

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
2-510-1	3,4	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	31
2-510-2	4,0	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	22
2-510-3	5,3	1,0	1	0,0	0,0	100,0	-	-	12
2-510-4	0,0	1,0	1	0,0	0,0	100,0	-	-	15
2-510-5	10,5	1,0	1	0,0	0,0	100,0	-	-	25
4-10-20-1	0,0	7,0	7	0,0	0,0	100,0	-	2,1	8502
4-10-20-2	0,4	6,0	6	0,0	0,0	100,0	-	-	913
4-10-20-3	1,3	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	-	226
4-10-20-4	2,4	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	299
4-10-20-5	9,3	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	302
4-15-30-1	0,0	11,0	12	0,0	8,3	100,0	-	*	>
4-15-30-2	0,3	8,0	8	0,0	0,0	100,0	-	5,8	>
4-15-30-3	0,3	7,0	7	0,0	0,0	100,0	-	4,0	9851
4-15-30-4	0,4	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	2,0	4352
4-15-30-5	0,4	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	1,7	5518
4-20-40-1	0,0	13,0	17	0,0	23,5	100,0	-	*	>
4-20-40-2	0,0	11,0	11	0,0	0,0	100,0	-	49,3	>
4-20-40-3	0,1	9,0	9	0,0	0,0	100,0	-	20,3	>
4-20-40-4	0,1	8,0	8	0,0	0,0	100,0	-	12,4	>
4-20-40-5	0,2	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	9,7	>
4-25-50-1	0,0	13,0	24	0,0	45,8	100,0	-	*	>
4-25-50-2	0,0	13,0	13	0,0	0,0	100,0	-	103,4	>
4-25-50-3	0,0	10,0	10	0,0	0,0	100,0	-	202,3	>
4-25-50-4	0,0	0,0	50	0,0	100,0	100,0	-	*	>
4-25-50-5	0,0	0,0	56	0,0	100,0	100,0	-	*	>
4-5-10-1	1,1	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	3
4-5-10-2	2,4	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	3
4-5-10-3	6,7	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	2
4-5-10-4	10,5	1,0	1	0,0	0,0	100,0	-	-	5
4-5-10-5	2,8	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	2

Tabela C.6: Resultados para a execução do bb no Grupo G3 do CSSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
filename	%frac	lb	ub	lb0	b&b	root	lb0	b&b	nodes
20-100-10-1	76,2	7	7	1,2	0,0	82,8	0,3	533,13	>

Continuação da Tabela C.6

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-100-10-2	76,0	5	5	1,0	0,0	80,0	0,1	10,38	>
20-100-15-1	72,6	8	12	1,3	50,0	88,9	0,6	*	>
20-100-15-2	60,2	6	6	0,3	0,0	94,4	0,1	51,56	>
20-100-20-1	66,7	11	14	1,2	27,3	91,2	0,4	*	>
20-100-20-2	60,6	9	9	1,0	0,0	88,9	0,7	186,03	>
20-100-25-1	67,6	12	16	0,9	33,3	94,1	1,2	*	>
20-100-25-2	66,4	10	10	0,1	0,0	99,0	0,6	1058,56	>
20-100-5-1	88,1	4	4	0,9	0,0	78,4	0,1	0,36	>
20-100-5-2	83,7	2	2	0,4	0,0	80,0	0,1	0,12	109
20-150-10-1	83,6	7	7	1,2	0,0	82,5	0,4	436,87	>
20-150-10-2	80,1	5	5	1,0	0,0	81,0	0,3	42,31	>
20-150-15-1	74,3	8	12	2,0	50,0	83,3	1,2	*	>
20-150-15-2	69,8	7	7	0,4	0,0	94,9	0,4	300,73	>
20-150-20-1	71,0	11	15	2,0	36,4	86,7	2,6	*	>
20-150-20-2	71,9	9	9	1,0	0,0	88,9	1,3	238,07	>
20-150-25-1	73,5	9	18	0,8	100,0	95,7	0,9	*	>
20-150-25-2	73,2	8	17	0,2	112,5	98,8	1,3	*	>
20-150-5-1	92,8	4	4	0,9	0,0	78,2	0,2	0,40	>
20-150-5-2	86,5	2	2	0,5	0,0	76,9	0,1	0,45	18
20-200-10-1	88,5	7	7	1,3	0,0	81,6	1,0	168,24	>
20-200-10-2	82,0	5	5	0,8	0,0	83,8	0,4	27,58	>
20-200-15-1	79,5	8	12	1,3	50,0	88,8	0,8	*	>
20-200-15-2	81,4	7	7	0,9	0,0	86,9	0,7	1239,27	>
20-200-20-1	75,5	11	13	2,0	18,2	84,6	4,2	*	>
20-200-20-2	74,7	8	16	1,0	100,0	93,8	3,3	*	>
20-200-25-1	81,2	9	18	1,0	100,0	94,6	2,7	*	>
20-200-25-2	68,8	7	19	0,2	171,4	98,7	1,9	*	>
20-200-5-1	95,8	4	4	0,9	0,0	78,3	0,2	0,50	>
20-200-5-2	91,4	2	2	0,5	0,0	75,0	0,1	0,30	891
20-250-10-1	89,7	7	7	1,3	0,0	81,4	0,9	1011,20	>
20-250-10-2	86,0	5	5	0,9	0,0	82,7	0,5	37,74	>
20-250-15-1	80,3	8	12	2,0	50,0	83,3	2,6	*	>
20-250-15-2	80,8	7	7	0,7	0,0	89,4	0,9	217,70	>
20-250-20-1	77,3	10	14	2,0	40,0	85,7	4,8	*	>
20-250-20-2	80,0	7	14	1,0	100,0	92,9	3,3	*	>
20-250-25-1	82,4	8	18	1,0	125,0	94,5	3,3	*	>

Continuação da Tabela C.6

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-250-25-2	82,7	6	17	0,4	183,3	97,7	5,4	*	>
20-250-5-1	97,2	4	4	0,9	0,0	77,9	1,0	0,84	4413
20-250-5-2	91,4	2	2	0,5	0,0	76,7	0,2	0,68	27
20-50-10-1	66,1	7	7	1,2	0,0	82,7	0,1	110,61	>
20-50-10-2	46,5	5	5	1,0	0,0	80,0	0,1	0,69	>
20-50-15-1	57,6	9	11	1,2	22,2	89,4	0,2	*	>
20-50-15-2	52,1	7	7	1,0	0,0	85,7	0,4	11,16	>
20-50-20-1	54,0	12	13	1,2	8,3	90,6	0,2	*	>
20-50-20-2	43,4	8	8	1,0	0,0	87,5	0,3	23,54	>
20-50-25-1	53,5	12	18	0,8	50,0	95,5	0,5	*	>
20-50-25-2	51,7	10	10	0,2	0,0	98,2	0,2	80,30	>
20-50-5-1	79,2	4	4	0,9	0,0	78,7	0,1	0,15	>
20-50-5-2	71,2	2	2	0,6	0,0	70,0	0,0	0,06	41
4-100-10-1	99,5	5	8	0,2	60,0	98,1	0,4	*	>
4-100-10-2	79,3	5	5	0,0	0,0	100,0	0,1	8,97	>
4-100-15-1	82,6	6	9	0,0	50,0	100,0	0,2	*	>
4-100-15-2	66,8	7	7	0,0	0,0	100,0	0,3	895,74	>
4-100-20-1	63,3	8	12	0,0	50,0	100,0	0,1	*	>
4-100-20-2	74,6	8	10	0,0	25,0	100,0	0,3	*	>
4-100-25-1	49,1	9	16	0,0	77,8	100,0	0,2	*	>
4-100-25-2	50,0	9	17	0,0	88,9	100,0	0,2	*	>
4-100-5-1	99,7	4	4	0,4	0,0	89,7	0,1	24,88	>
4-100-5-2	95,9	2	2	0,4	0,0	82,2	0,0	0,18	13
4-150-10-1	99,7	5	8	0,1	60,0	98,7	0,5	*	>
4-150-10-2	99,7	5	5	0,0	0,0	99,1	0,5	230,59	>
4-150-15-1	81,0	6	11	0,0	83,3	100,0	0,3	*	>
4-150-15-2	82,3	6	8	0,0	33,3	100,0	0,4	*	>
4-150-20-1	67,2	8	12	0,0	50,0	100,0	0,3	*	>
4-150-20-2	58,8	7	12	0,0	71,4	100,0	0,4	*	>
4-150-25-1	51,6	8	15	0,0	87,5	100,0	0,3	*	>
4-150-25-2	53,4	7	14	0,0	100,0	100,0	0,3	*	>
4-150-5-1	99,8	4	4	0,5	0,0	87,5	0,1	49,77	>
4-150-5-2	99,8	2	2	0,4	0,0	77,8	0,1	0,24	955
4-200-10-1	99,8	5	7	0,1	40,0	98,5	0,4	*	>
4-200-10-2	99,8	5	5	0,0	0,0	99,5	0,4	94,47	>
4-200-15-1	83,5	6	12	0,0	100,0	100,0	0,6	*	>

Continuação da Tabela C.6

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-200-15-2	85,4	6	6	0,0	0,0	100,0	0,5	1558,24	>
4-200-20-1	72,1	8	12	0,0	50,0	100,0	0,4	*	>
4-200-20-2	74,1	6	15	0,0	150,0	100,0	0,4	*	>
4-200-25-1	57,4	8	16	0,0	100,0	100,0	0,7	*	>
4-200-25-2	56,0	7	18	0,0	157,1	100,0	0,6	*	>
4-200-5-1	99,8	4	4	0,5	0,0	87,5	0,2	57,85	>
4-200-5-2	99,8	2	2	0,4	0,0	81,9	0,1	0,22	19
4-250-10-1	99,8	5	7	0,1	40,0	98,2	0,9	*	>
4-250-10-2	99,8	5	5	0,1	0,0	98,8	0,7	253,90	>
4-250-15-1	83,9	6	10	0,0	66,7	100,0	1,1	*	>
4-250-15-2	73,6	6	10	0,0	66,7	100,0	0,6	*	>
4-250-20-1	77,0	7	14	0,0	100,0	100,0	0,8	*	>
4-250-20-2	63,2	11	11	0,0	0,0	100,0	0,4	*	>
4-250-25-1	58,1	14	17	0,0	21,4	100,0	1,0	600,53	>
4-250-25-2	59,7	13	13	0,0	0,0	100,0	0,8	*	>
4-250-5-1	99,9	2	2	0,5	0,0	76,8	0,2	13,96	2530
4-250-5-2	63,6	2	2	0,3	0,0	85,7	0,1	1,23	19
4-50-10-1	96,5	5	5	0,1	0,0	98,5	0,2	233,29	>
4-50-10-2	86,5	4	4	0,0	0,0	100,0	0,1	13,44	>
4-50-15-1	68,6	6	10	0,0	66,7	100,0	0,1	*	>
4-50-15-2	83,4	6	6	0,0	0,0	100,0	0,1	160,10	>
4-50-20-1	66,9	10	13	0,0	30,0	100,0	0,1	*	>
4-50-20-2	66,0	8	8	0,0	0,0	100,0	0,1	397,47	>
4-50-25-1	45,6	10	16	0,0	60,0	100,0	0,1	*	>
4-50-25-2	46,0	10	13	0,0	30,0	100,0	0,1	*	>
4-50-5-1	99,4	2	2	0,4	0,0	80,4	0,0	502,15	60
4-50-5-2	99,4	2	2	0,4	0,0	81,3	0,0	633,17	18

C.3 FSP

Tabela C.7: Resultados para a execução do B&B no Grupo G1 do FSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-250-1	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-250-2	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1

Continuação da Tabela C.7

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-500-1	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-500-2	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-750-1	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-750-2	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-250-1	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-250-2	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-500-1	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-500-2	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-750-1	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-750-2	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-250-1	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-250-2	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-500-1	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-500-2	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-750-1	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-750-2	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-250-1	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-250-2	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-500-1	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-500-2	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-750-1	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-750-2	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-250-1	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-250-2	0,0	-250,0	-250	-250,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-500-1	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-500-2	0,0	-500,0	-500	-500,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-750-1	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-750-2	0,0	-750,0	-750	-750,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-250-1	2,0	-231,0	-231	-231,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-250-2	0,0	-240,0	-240	-240,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-500-1	0,9	-462,0	-462	-462,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-500-2	1,0	-480,0	-480	-480,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-750-1	0,6	-694,0	-694	-694,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-750-2	0,6	-722,0	-722	-722,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-250-1	3,2	-226,0	-226	-226,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-250-2	3,1	-237,0	-237	-237,0	0,0	0,0	-	-	1

Continuação da Tabela C.7

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-15-500-1	1,5	-453,0	-453	-453,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-500-2	0,5	-475,0	-475	-475,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-750-1	1,0	-677,0	-677	-677,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-750-2	0,9	-710,0	-710	-710,0	0,0	0,0	-	-	1
4-20-250-1	4,3	-223,0	-223	-223,0	0,0	0,0	-	-	1
4-20-250-2	4,2	-235,0	-235	-235,9	0,0	0,4	-	-	5
4-20-500-1	2,0	-448,0	-448	-448,0	0,0	0,0	-	-	27
4-20-500-2	2,1	-471,0	-471	-471,0	0,0	0,0	-	-	5
4-20-750-1	1,4	-673,0	-673	-673,0	0,0	0,0	-	3,7	178
4-20-750-2	1,4	-705,0	-705	-705,0	0,0	0,0	-	-	1
4-25-250-1	5,4	-220,0	-220	-220,0	0,0	0,0	-	-	5
4-25-250-2	5,4	-232,0	-232	-232,0	0,0	0,0	-	-	20
4-25-500-1	2,6	-443,0	-443	-443,0	0,0	0,0	-	-	4
4-25-500-2	2,6	-467,0	-467	-467,9	0,0	0,2	-	-	4
4-25-750-1	1,7	-662,0	-662	-662,0	0,0	0,0	-	-	8
4-25-750-2	1,7	-701,0	-701	-701,0	0,0	0,0	-	1,5	27
4-5-250-1	0,0	-241,0	-241	-241,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-250-2	1,0	-247,0	-247	-247,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-500-1	0,5	-481,0	-481	-481,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-500-2	0,5	-493,0	-493	-493,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-750-1	0,0	-723,0	-723	-723,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-750-2	0,3	-734,0	-734	-734,0	0,0	0,0	-	-	1

Tabela C.8: Resultados para a execução do B&B no Grupo G2 do FSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-20-1	0,0	-20,0	-20	-20,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-2	0,0	-20,0	-20	-20,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-3	0,0	-20,0	-20	-20,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-4	0,0	-20,0	-20	-20,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-5	0,0	-20,0	-20	-20,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-1	0,0	-30,0	-30	-30,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-2	0,0	-30,0	-30	-30,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-3	0,0	-30,0	-30	-30,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-4	0,0	-30,0	-30	-30,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-5	0,0	-30,0	-30	-30,0	0,0	0,0	-	-	1

Continuação da Tabela C.8

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-20-40-1	0,0	-40,0	-40	-40,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-2	0,0	-40,0	-40	-40,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-3	0,0	-40,0	-40	-40,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-4	0,0	-40,0	-40	-40,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-5	0,0	-40,0	-40	-40,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-1	0,0	-50,0	-50	-50,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-2	0,0	-50,0	-50	-50,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-3	0,0	-50,0	-50	-50,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-4	0,0	-50,0	-50	-50,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-5	0,0	-50,0	-50	-50,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-1	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-2	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-3	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-4	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-5	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-1	9,5	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	-	28
2-10-20-2	0,0	-15,0	-15	-15,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-3	0,0	-16,0	-16	-16,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-4	0,0	-17,0	-17	-17,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-5	9,5	-17,0	-17	-17,0	0,0	0,0	-	-	3
2-15-30-1	25,8	-18,0	-18	-19,0	0,0	5,3	-	-	173
2-15-30-2	25,8	-22,0	-22	-22,0	0,0	0,0	-	-	195
2-15-30-3	12,9	-23,0	-23	-23,5	0,0	2,1	-	-	200
2-15-30-4	0,0	-25,0	-25	-25,0	0,0	0,0	-	-	1
2-15-30-5	19,4	-25,0	-25	-25,0	0,0	0,0	-	-	39
2-20-40-1	34,1	-24,0	-24	-24,0	0,0	0,0	-	-	418
2-20-40-2	0,0	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,0	-	-	1
2-20-40-3	14,6	-31,0	-31	-31,0	0,0	0,0	-	-	21
2-20-40-4	9,8	-32,0	-32	-32,0	0,0	0,0	-	-	266
2-20-40-5	0,0	-34,0	-34	-34,0	0,0	0,0	-	-	1
2-25-50-1	23,5	-32,0	-32	-32,0	0,0	0,0	-	-	340
2-25-50-2	11,8	-36,0	-36	-36,0	0,0	0,0	-	-	63
2-25-50-3	11,8	-40,0	-40	-40,0	0,0	0,0	-	-	4
2-25-50-4	7,8	-42,0	-42	-42,0	0,0	0,0	-	-	4
2-25-50-5	0,0	-43,0	-43	-43,0	0,0	0,0	-	-	1
2-5-10-1	36,4	-6,0	-6	-6,0	0,0	0,0	-	-	4

Continuação da Tabela C.8

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
2-5-10-2	0,0	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	1
2-5-10-3	0,0	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	1
2-5-10-4	0,0	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	-	1
2-5-10-5	0,0	-8,0	-8	-8,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-1	0,0	-18,0	-18	-18,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-2	0,0	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-3	0,0	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-4	0,0	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-5	0,0	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-30-1	19,7	-27,0	-27	-27,0	0,0	0,0	-	-	10
4-15-30-2	0,0	-28,0	-28	-28,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-30-3	17,2	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-30-4	0,0	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-30-5	0,0	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,0	-	-	1
4-20-40-1	20,4	-36,0	-36	-36,0	0,0	0,1	-	-	67
4-20-40-2	21,6	-37,0	-37	-37,8	0,0	2,1	-	-	33
4-20-40-3	17,9	-38,0	-38	-38,0	0,0	0,0	-	-	3
4-20-40-4	0,0	-39,0	-39	-39,0	0,0	0,0	-	-	1
4-20-40-5	0,0	-39,0	-39	-39,0	0,0	0,0	-	-	1
4-25-50-1	19,8	-44,0	-44	-44,0	0,0	0,0	-	1,2	973
4-25-50-2	20,8	-47,0	-47	-47,3	0,0	0,6	-	-	22
4-25-50-3	18,8	-48,0	-48	-48,0	0,0	0,0	-	-	16
4-25-50-4	21,3	-48,0	-48	-48,0	0,0	0,0	-	-	6
4-25-50-5	15,8	-48,0	-48	-48,0	0,0	0,0	-	-	3
4-5-10-1	0,0	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-2	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-3	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-4	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-5	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1

Tabela C.9: Resultados para a execução do B&B no Grupo G3 do FSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-100-10-1	0,0	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-10-2	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-15-1	34,4	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	4,7	137

Continuação da Tabela C.9

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-100-15-2	0,0	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-20-1	27,1	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	5,5	251
20-100-20-2	12,2	-19,0	-19	-19,9	0,0	4,7	-	3,4	112
20-100-25-1	23,5	-24,0	-24	-24,0	0,0	0,0	-	7,1	432
20-100-25-2	19,7	-24,0	-24	-24,0	0,0	0,0	-	4,5	94
20-100-5-1	0,0	-4,0	-4	-4,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-5-2	0,0	-5,0	-5	-5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-10-1	50,0	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	4,6	6
20-150-10-2	0,0	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-15-1	44,4	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	8,0	237
20-150-15-2	21,9	-14,0	-14	-14,9	0,0	6,1	-	4,2	173
20-150-20-1	37,1	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	11,2	711
20-150-20-2	29,9	-19,0	-19	-19,8	0,0	4,1	-	5,7	105
20-150-25-1	31,9	-24,0	-24	-24,0	0,0	0,0	-	15,0	686
20-150-25-2	23,9	-24,0	-24	-24,8	0,0	3,3	-	7,1	191
20-150-5-1	0,0	-4,0	-4	-4,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-5-2	0,0	-4,0	-4	-4,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-10-1	47,5	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	5,7	96
20-200-10-2	0,0	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-15-1	56,6	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	13,3	98
20-200-15-2	58,6	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	8,4	127
20-200-20-1	47,0	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	102,4	>
20-200-20-2	42,8	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	10,4	87
20-200-25-1	37,6	-24,0	-24	-24,0	0,0	0,0	-	26,5	1049
20-200-25-2	37,5	-24,0	-24	-24,0	0,0	0,0	-	12,2	116
20-200-5-1	0,0	-4,0	-4	-4,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-5-2	0,0	-4,0	-4	-4,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-10-1	50,5	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	8,3	154
20-250-10-2	0,0	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-15-1	69,5	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	22,0	1145
20-250-15-2	67,9	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	11,8	199
20-250-20-1	56,5	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	106,3	6971
20-250-20-2	57,7	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	17,4	88
20-250-25-1	44,8	-24,0	-23	-24,0	4,2	4,2	-	*	>
20-250-25-2	45,6	-24,0	-24	-24,0	0,0	0,0	-	19,2	91
20-250-5-1	0,0	-4,0	-4	-4,0	0,0	0,0	-	-	1

Continuação da Tabela C.9

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-250-5-2	0,0	-4,0	-4	-4,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-10-1	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-10-2	0,0	-10,0	-10	-10,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-15-1	0,0	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-15-2	0,0	-15,0	-15	-15,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-20-1	0,0	-20,0	-20	-20,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-20-2	0,0	-20,0	-20	-20,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-25-1	0,0	-25,0	-25	-25,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-25-2	0,0	-25,0	-25	-25,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-5-1	0,0	-5,0	-5	-5,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-5-2	0,0	-5,0	-5	-5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-100-10-1	90,5	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	143
4-100-10-2	90,5	-7,0	-7	-8,0	0,0	12,5	-	-	32
4-100-15-1	96,8	-11,0	-11	-11,0	0,0	0,0	-	-	236
4-100-15-2	72,6	-12,0	-12	-12,8	0,0	5,9	-	-	83
4-100-20-1	73,2	-15,0	-15	-16,0	0,0	6,3	-	1,3	338
4-100-20-2	68,3	-16,0	-16	-17,2	0,0	6,7	-	-	177
4-100-25-1	65,7	-19,0	-19	-20,1	0,0	5,5	-	5,1	1901
4-100-25-2	60,8	-21,0	-21	-21,8	0,0	3,7	-	1,5	109
4-100-5-1	77,3	-2,0	-2	-3,0	0,0	33,3	-	-	25
4-100-5-2	86,4	-3,0	-3	-4,0	0,0	25,0	-	-	15
4-150-10-1	88,1	-6,0	-6	-7,0	0,0	14,3	-	-	53
4-150-10-2	95,2	-7,0	-7	-8,0	0,0	12,5	-	-	35
4-150-15-1	75,8	-10,0	-10	-11,6	0,0	13,7	-	-	391
4-150-15-2	72,6	-12,0	-12	-12,7	0,0	5,7	-	-	41
4-150-20-1	75,6	-15,0	-15	-15,8	0,0	4,9	-	6,5	2564
4-150-20-2	74,4	-16,0	-16	-17,0	0,0	5,6	-	1,0	333
4-150-25-1	71,6	-18,0	-18	-19,7	0,0	8,7	-	121,6	>
4-150-25-2	78,4	-21,0	-21	-21,0	0,0	0,0	-	10,2	2135
4-150-5-1	63,6	-2,0	-2	-3,0	0,0	33,3	-	-	10
4-150-5-2	86,4	-3,0	-3	-4,0	0,0	25,0	-	-	5
4-200-10-1	90,5	-6,0	-6	-7,0	0,0	14,3	-	-	37
4-200-10-2	95,2	-7,0	-7	-8,0	0,0	12,5	-	-	54
4-200-15-1	96,8	-10,0	-10	-11,0	0,0	9,1	-	1,1	441
4-200-15-2	74,2	-11,0	-11	-12,6	0,0	12,9	-	1,2	539
4-200-20-1	97,6	-14,0	-14	-15,0	0,0	6,7	-	5,0	1460

Continuação da Tabela C.9

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-200-20-2	74,4	-16,0	-16	-16,9	0,0	5,4	-	1,3	346
4-200-25-1	98,0	-18,0	-18	-19,0	0,0	5,3	-	51,9	>
4-200-25-2	87,3	-20,0	-20	-21,0	0,0	4,8	-	13,9	1962
4-200-5-1	68,2	-2,0	-2	-3,0	0,0	33,3	-	-	18
4-200-5-2	86,4	-3,0	-3	-4,0	0,0	25,0	-	-	6
4-250-10-1	88,1	-6,0	-6	-7,0	0,0	14,3	-	-	26
4-250-10-2	95,2	-7,0	-7	-8,0	0,0	12,5	-	-	72
4-250-15-1	96,8	-10,0	-10	-11,0	0,0	9,1	-	1,6	799
4-250-15-2	74,2	-11,0	-11	-12,6	0,0	12,6	-	1,2	339
4-250-20-1	97,6	-14,0	-14	-15,0	0,0	6,7	-	46,7	>
4-250-20-2	74,4	-16,0	-16	-16,9	0,0	5,2	-	15,8	6285
4-250-25-1	98,0	-18,0	-18	-19,0	0,0	5,3	-	33,7	6510
4-250-25-2	93,1	-20,0	-20	-21,0	0,0	4,8	-	9,7	1671
4-250-5-1	68,2	-2,0	-2	-3,0	0,0	33,3	-	-	14
4-250-5-2	86,4	-3,0	-3	-4,0	0,0	25,0	-	-	5
4-50-10-1	76,2	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	20
4-50-10-2	88,1	-8,0	-8	-8,0	0,0	0,0	-	-	6
4-50-15-1	71,0	-12,0	-12	-12,0	0,0	0,0	-	-	215
4-50-15-2	58,1	-12,0	-12	-13,0	0,0	8,0	-	-	68
4-50-20-1	58,5	-15,0	-15	-16,2	0,0	7,4	-	1,1	904
4-50-20-2	63,4	-17,0	-17	-17,0	0,0	0,0	-	-	65
4-50-25-1	56,9	-20,0	-20	-20,0	0,0	0,0	-	2,6	2303
4-50-25-2	49,0	-21,0	-21	-22,0	0,0	4,5	-	-	210
4-50-5-1	68,2	-3,0	-3	-3,0	0,0	0,0	-	-	1
4-50-5-2	86,4	-3,0	-3	-4,0	0,0	25,0	-	-	6

C.4 FSSP

Tabela C.10: Resultados para a execução do B&B no Grupo G1 do FSSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-250-1	18,9	-193	-190	-193,4	1,6	1,8	-	*	>
20-10-250-2	17	-194,8	-192	-194,8	1,4	1,4	-	*	>
20-10-500-1	17	-385,1	-378	-385,1	1,8	1,8	1,6	*	>
20-10-500-2	1,6	-387,3	-383	-387,3	1,1	1,1	1,3	*	>

Continuação da Tabela C.10

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-750-1	1,4	-577,6	-570	-577,6	1,3	1,3	24,7	*	73
20-10-750-2	1,5	-579,8	-573	-579,8	1,2	1,2	7,2	*	249
20-15-250-1	21,8	-193,2	-188	-193,2	2,7	2,7	-	*	>
20-15-250-2	16,4	-195,2	-192	-195,2	1,7	1,7	-	*	>
20-15-500-1	4,1	-384,8	-377	-384,8	2	2	5,8	*	308
20-15-500-2	5,8	-386,7	-379	-386,7	2	2	7,4	*	244
20-15-750-1	4,2	-575,6	-566	-575,6	1,7	1,7	353,4	*	4
20-15-750-2	3,9	-579,3	-572	-579,3	1,3	1,3	9,6	*	188
20-20-250-1	26,6	-192,7	-188	-192,7	2,4	2,4	8,8	*	205
20-20-250-2	20,5	-194,3	-190	-194,3	2,2	2,2	-	*	>
20-20-500-1	3,9	-383,7	-375	-383,7	2,3	2,3	31	*	58
20-20-500-2	1,5	-386,8	-380	-386,8	1,8	1,8	6,2	*	289
20-20-750-1	3,5	-575,3	-566	-575,3	1,6	1,6	301,6	*	2
20-20-750-2	3,7	-577,9	-570	-577,9	1,4	1,4	261,8	*	5
20-25-250-1	27,2	-192,6	-188	-192,6	2,4	2,4	54,5	*	33
20-25-250-2	24	-193,9	-189	-193,9	2,5	2,5	1,3	*	>
20-25-500-1	5,8	-383,8	-376	-383,8	2	2	254,9	*	4
20-25-500-2	19	-386,5	-380	-386,5	1,7	1,7	263,9	*	5
20-25-750-1	1,5	-574,4	-553	-574,4	3,7	3,7	307,2	*	3
20-25-750-2	2,3	-578	-570	-578	1,4	1,4	350	*	4
20-5-250-1	12,4	-194	-192	-194,7	1	1,4	-	*	>
20-5-250-2	10,4	-195	-194	-196	0,5	1	-	*	>
20-5-500-1	12,2	-387,7	-383	-387,7	1,2	1,2	-	*	>
20-5-500-2	11,3	-388,8	-385	-388,8	1	1	-	*	>
20-5-750-1	10,4	-579,3	-574	-579,3	0,9	0,9	2,2	*	>
20-5-750-2	10,6	-581,2	-577	-581,2	0,7	0,7	-	*	>
4-10-250-1	86,9	-152,2	-144	-152,3	5,4	5,4	-	*	>
4-10-250-2	59,1	-154	-145	-154,4	5,8	6,1	-	*	>
4-10-500-1	71,6	-302,8	-289	-302,8	4,6	4,6	1,8	*	974
4-10-500-2	56,1	-305,9	-293	-305,9	4,2	4,2	-	*	>
4-10-750-1	7,1	-453,2	-433	-453,2	4,5	4,5	8,4	*	215
4-10-750-2	51,4	-459,3	-446	-459,3	2,9	2,9	4,9	*	366
4-15-250-1	81,3	-151,7	-143	-151,7	5,7	5,8	-	*	>
4-15-250-2	73,3	-151,9	-141	-152	7,2	7,2	-	*	>
4-15-500-1	65,6	-303,3	-292	-303,3	3,7	3,7	2,8	*	642
4-15-500-2	67,5	-304,6	-293	-304,6	3,8	3,8	1,2	*	>

Continuação da Tabela C.10

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-15-750-1	13,8	-453,1	-430	-453,2	5,1	5,1	23,4	*	77
4-15-750-2	10,7	-461,4	-446	-461,4	3,3	3,3	2,3	*	788
4-20-250-1	97,9	-150,3	-138	-150,4	8,2	8,2	-	*	>
4-20-250-2	75,2	-152,4	-142	-152,4	6,8	6,8	-	*	>
4-20-500-1	19,4	-300,5	-285	-300,6	5,2	5,2	105,9	*	17
4-20-500-2	21,6	-303,3	-288	-303,3	5	5	11,1	*	162
4-20-750-1	6,7	-450,8	-426	-450,8	5,5	5,5	208,7	*	3
4-20-750-2	7,6	-454,3	-431	-454,3	5,1	5,1	22,2	*	81
4-25-250-1	99,9	-150	-137	-150	8,7	8,7	-	*	>
4-25-250-2	83,6	-151,4	-139	-151,5	8,2	8,2	-	*	>
4-25-500-1	15,6	-300,8	-284	-300,8	5,6	5,6	4,9	*	365
4-25-500-2	68,2	-305,3	-293	-305,3	4	4	7,3	*	248
4-25-750-1	8,6	-450,8	-430	-450,8	4,6	4,6	206,7	*	3
4-25-750-2	15	-455,7	-437	-455,7	4,1	4,1	14,8	*	122
4-5-250-1	52,7	-153	-146	-154	4,6	5,2	-	*	>
4-5-250-2	43,6	-155,4	-150	-156,1	3,5	3,9	-	*	>
4-5-500-1	54,1	-306	-298	-306	2,6	2,6	-	*	>
4-5-500-2	41,7	-310,2	-301	-310,2	3	3	-	*	>
4-5-750-1	51,7	-456,6	-442	-456,7	3,2	3,2	1,1	*	>
4-5-750-2	46,1	-458,1	-447	-458,1	2,4	2,4	-	*	>

Tabela C.11: Resultados para a execução do B&B no Grupo G2 do FSSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-20-1	19,5	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-2	20,9	-14,0	-14	-14,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-3	0,0	-15,0	-15	-15,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-4	0,0	-15,0	-15	-15,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-20-5	0,0	-15,0	-15	-15,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-1	33,0	-21,0	-21	-21,0	0,0	0,0	1,6	-	1
20-15-30-2	23,1	-21,0	-21	-21,0	0,0	0,0	1,2	-	1
20-15-30-3	0,0	-22,0	-22	-22,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-4	18,3	-21,0	-21	-21,0	0,0	0,0	-	-	1
20-15-30-5	0,0	-22,0	-22	-22,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-1	29,2	-29,0	-28	-29,2	3,4	4,2	1,3	*	>
20-20-40-2	30,9	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,0	2,8	-	1

Continuação da Tabela C.11

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-20-40-3	22,3	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-4	18,8	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,0	-	-	1
20-20-40-5	13,8	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,0	-	-	1
20-25-50-1	33,3	-35,0	-35	-35,9	0,0	2,4	3,7	57,8	8330
20-25-50-2	34,9	-36,0	-35	-36,0	2,8	2,8	9,0	*	>
20-25-50-3	36,1	-36,0	-36	-36,0	0,0	0,0	7,5	4,6	7
20-25-50-4	35,7	-36,0	-36	-36,0	0,0	0,0	7,8	-	1
20-25-50-5	19,9	-36,0	-36	-36,0	0,0	0,0	1,1	-	1
20-5-10-1	0,0	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-2	0,0	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-3	0,0	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-4	0,0	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	1
20-5-10-5	0,0	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	1
2-10-20-1	93,8	-6,0	-6	-7,0	0,0	14,3	-	-	5
2-10-20-2	81,3	-7,0	-7	-8,0	0,0	12,5	-	-	6
2-10-20-3	93,8	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	12
2-10-20-4	93,8	-7,0	-7	-7,0	0,0	0,0	-	-	6
2-10-20-5	56,3	-9,0	-9	-9,0	0,0	0,0	-	-	1
2-15-30-1	95,7	-8,0	-8	-11,0	0,0	27,3	-	-	531
2-15-30-2	95,7	-10,0	-10	-11,0	0,0	9,1	-	-	151
2-15-30-3	95,7	-9,0	-9	-11,0	0,0	18,2	-	-	24
2-15-30-4	95,7	-9,0	-9	-11,0	0,0	18,2	-	-	138
2-15-30-5	95,7	-9,0	-9	-11,0	0,0	18,2	-	-	213
2-20-40-1	96,8	-12,0	-12	-15,0	0,0	20,0	-	1,5	1881
2-20-40-2	96,8	-13,0	-13	-15,0	0,0	13,3	-	-	181
2-20-40-3	95,2	-13,0	-13	-15,1	0,0	14,0	-	-	565
2-20-40-4	96,8	-14,0	-14	-15,0	0,0	6,7	-	-	145
2-20-40-5	96,8	-15,0	-15	-15,0	0,0	0,0	-	-	13
2-25-50-1	98,7	-14,0	-14	-18,5	0,0	24,3	-	335,3	>
2-25-50-2	98,7	-16,0	-16	-18,5	0,0	13,5	-	5,1	3413
2-25-50-3	98,7	-16,0	-16	-18,5	0,0	13,5	-	4,2	2417
2-25-50-4	86,8	-19,0	-19	-20,0	0,0	5,0	-	-	36
2-25-50-5	97,4	-17,0	-17	-18,0	0,0	5,6	-	1,4	386
2-5-10-1	87,5	-2,0	-2	-3,0	0,0	33,3	-	-	4
2-5-10-2	75,0	-3,0	-3	-3,0	0,0	0,0	-	-	5
2-5-10-3	50,0	-2,0	-2	-3,0	0,0	33,3	-	-	4

Continuação da Tabela C.11

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
2-5-10-4	50,0	-3,0	-3	-4,0	0,0	25,0	-	-	3
2-5-10-5	75,0	-3,0	-3	-3,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-1	67,7	-11,0	-11	-12,3	0,0	10,3	-	-	14
4-10-20-2	59,7	-12,0	-12	-12,0	0,0	0,0	-	-	5
4-10-20-3	74,2	-12,0	-12	-12,0	0,0	0,0	-	-	1
4-10-20-4	46,8	-12,0	-12	-12,8	0,0	6,5	-	-	1
4-10-20-5	48,4	-13,0	-13	-13,0	0,0	0,0	-	-	1
4-15-30-1	93,3	-15,0	-15	-16,0	0,0	6,3	-	2,0	2013
4-15-30-2	84,4	-15,0	-15	-16,8	0,0	10,6	-	9,6	>
4-15-30-3	54,4	-18,0	-18	-18,0	0,0	0,0	-	-	2
4-15-30-4	50,0	-17,0	-17	-18,1	0,0	5,9	-	-	21
4-15-30-5	0,0	-19,0	-19	-19,0	0,0	0,0	-	-	1
4-20-40-1	85,2	-21,0	-21	-22,7	0,0	7,6	-	42,5	>
4-20-40-2	83,6	-22,0	-22	-23,0	0,0	4,3	1,1	2,7	1139
4-20-40-3	91,0	-22,0	-22	-23,0	0,0	4,3	1,0	23,3	>
4-20-40-4	45,1	-24,0	-24	-24,8	0,0	3,2	-	-	400
4-20-40-5	65,6	-24,0	-24	-24,0	0,0	0,0	-	1,6	875
4-25-50-1	84,0	-27,0	-26	-28,1	3,7	7,4	-	*	>
4-25-50-2	64,0	-27,0	-27	-28,9	0,0	6,5	-	244,9	>
4-25-50-3	69,3	-27,0	-27	-28,8	0,0	6,1	-	208,0	>
4-25-50-4	62,0	-29,0	-29	-30,0	0,0	3,3	1,3	5,0	1661
4-25-50-5	56,0	-28,0	-28	-29,4	0,0	4,6	-	5,4	1221
4-5-10-1	66,7	-5,0	-5	-5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-2	66,7	-5,0	-5	-5,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-3	0,0	-6,0	-6	-6,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-4	0,0	-6,0	-6	-6,0	0,0	0,0	-	-	1
4-5-10-5	0,0	-5,0	-5	-5,0	0,0	0,0	-	-	1

Tabela C.12: Resultados para a execução do B&B no Grupo G3 do FSSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-250-1	18,9	-193	-190	-193,4	1,6	1,8	-	*	>
20-10-250-2	17	-194,8	-192	-194,8	1,4	1,4	-	*	>
20-10-500-1	17	-385,1	-378	-385,1	1,8	1,8	1,6	*	>
20-10-500-2	1,6	-387,3	-383	-387,3	1,1	1,1	1,3	*	>
20-10-750-1	1,4	-577,6	-570	-577,6	1,3	1,3	24,7	*	73

Continuação da Tabela C.12

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-750-2	1,5	-579,8	-573	-579,8	1,2	1,2	7,2	*	249
20-15-250-1	21,8	-193,2	-188	-193,2	2,7	2,7	-	*	>
20-15-250-2	16,4	-195,2	-192	-195,2	1,7	1,7	-	*	>
20-15-500-1	4,1	-384,8	-377	-384,8	2	2	5,8	*	308
20-15-500-2	5,8	-386,7	-379	-386,7	2	2	7,4	*	244
20-15-750-1	4,2	-575,6	-566	-575,6	1,7	1,7	353,4	*	4
20-15-750-2	3,9	-579,3	-572	-579,3	1,3	1,3	9,6	*	188
20-20-250-1	26,6	-192,7	-188	-192,7	2,4	2,4	8,8	*	205
20-20-250-2	20,5	-194,3	-190	-194,3	2,2	2,2	-	*	>
20-20-500-1	3,9	-383,7	-375	-383,7	2,3	2,3	31	*	58
20-20-500-2	1,5	-386,8	-380	-386,8	1,8	1,8	6,2	*	289
20-20-750-1	3,5	-575,3	-566	-575,3	1,6	1,6	301,6	*	2
20-20-750-2	3,7	-577,9	-570	-577,9	1,4	1,4	261,8	*	5
20-25-250-1	27,2	-192,6	-188	-192,6	2,4	2,4	54,5	*	33
20-25-250-2	24	-193,9	-189	-193,9	2,5	2,5	1,3	*	>
20-25-500-1	5,8	-383,8	-376	-383,8	2	2	254,9	*	4
20-25-500-2	19	-386,5	-380	-386,5	1,7	1,7	263,9	*	5
20-25-750-1	1,5	-574,4	-553	-574,4	3,7	3,7	307,2	*	3
20-25-750-2	2,3	-578	-570	-578	1,4	1,4	350	*	4
20-5-250-1	12,4	-194	-192	-194,7	1	1,4	-	*	>
20-5-250-2	10,4	-195	-194	-196	0,5	1	-	245,8	>
20-5-500-1	12,2	-387,7	-383	-387,7	1,2	1,2	-	*	>
20-5-500-2	11,3	-388,8	-385	-388,8	1	1	-	*	>
20-5-750-1	10,4	-579,3	-574	-579,3	0,9	0,9	2,2	*	>
20-5-750-2	10,6	-581,2	-577	-581,2	0,7	0,7	-	*	>
4-10-250-1	86,9	-152,2	-144	-152,3	5,4	5,4	-	*	>
4-10-250-2	59,1	-154	-145	-154,4	5,8	6,1	-	*	>
4-10-500-1	71,6	-302,8	-289	-302,8	4,6	4,6	1,8	*	974
4-10-500-2	56,1	-305,9	-293	-305,9	4,2	4,2	-	*	>
4-10-750-1	7,1	-453,2	-433	-453,2	4,5	4,5	8,4	*	215
4-10-750-2	51,4	-459,3	-446	-459,3	2,9	2,9	4,9	*	366
4-15-250-1	81,3	-151,7	-143	-151,7	5,7	5,8	-	*	>
4-15-250-2	73,3	-151,9	-141	-152	7,2	7,2	-	*	>
4-15-500-1	65,6	-303,3	-292	-303,3	3,7	3,7	2,8	*	642
4-15-500-2	67,5	-304,6	-293	-304,6	3,8	3,8	1,2	*	>
4-15-750-1	13,8	-453,1	-430	-453,2	5,1	5,1	23,4	*	77

Continuação da Tabela C.12

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-15-750-2	10,7	-461,4	-446	-461,4	3,3	3,3	2,3	*	788
4-20-250-1	97,9	-150,3	-138	-150,4	8,2	8,2	-	*	>
4-20-250-2	75,2	-152,4	-142	-152,4	6,8	6,8	-	*	>
4-20-500-1	19,4	-300,5	-285	-300,6	5,2	5,2	105,9	*	17
4-20-500-2	21,6	-303,3	-288	-303,3	5	5	11,1	*	162
4-20-750-1	6,7	-450,8	-426	-450,8	5,5	5,5	208,7	*	3
4-20-750-2	7,6	-454,3	-431	-454,3	5,1	5,1	22,2	*	81
4-25-250-1	99,9	-150	-137	-150	8,7	8,7	-	*	>
4-25-250-2	83,6	-151,4	-139	-151,5	8,2	8,2	-	*	>
4-25-500-1	15,6	-300,8	-284	-300,8	5,6	5,6	4,9	*	365
4-25-500-2	68,2	-305,3	-293	-305,3	4	4	7,3	*	248
4-25-750-1	8,6	-450,8	-430	-450,8	4,6	4,6	206,7	*	3
4-25-750-2	15	-455,7	-437	-455,7	4,1	4,1	14,8	*	122
4-5-250-1	52,7	-153	-146	-154	4,6	5,2	-	*	>
4-5-250-2	43,6	-155,4	-150	-156,1	3,5	3,9	-	*	>
4-5-500-1	54,1	-306	-298	-306	2,6	2,6	-	*	>
4-5-500-2	41,7	-310,2	-301	-310,2	3	3	-	*	>
4-5-750-1	51,7	-456,6	-442	-456,7	3,2	3,2	1,1	*	>
4-5-750-2	46,1	-458,1	-447	-458,1	2,4	2,4	-	*	>

C.5 DSP

Tabela C.13: Resultados para a execução do B&B no Grupo G1 do DSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
20-10-250-1	0,1	-47,0	-47	-47,0	0,0	0,0	-	-	1
20-10-250-2	0,2	-42,0	-42	-42,0	0,0	0,1	-	52,1	3
20-10-500-1	0,4	-97,0	-97	-97,3	0,0	0,3	-	84,7	7
20-10-500-2	0,2	-82,0	-82	-82,5	0,0	0,6	-	16,0	1483
20-10-750-1	0,3	-143,0	-143	-143,3	0,0	0,2	-	2,7	16
20-10-750-2	0,1	-120,0	-120	-120,8	0,0	0,7	-	1,0	4
20-15-250-1	0,5	-37,0	-37	-37,3	0,0	0,9	-	3,4	111
20-15-250-2	1,1	-34,0	-34	-34,5	0,0	1,6	-	5,9	404
20-15-500-1	0,6	-76,0	-76	-76,1	0,0	0,2	-	7,5	67
20-15-500-2	0,6	-66,0	-66	-67,0	0,0	1,5	-	71,7	>

Continuação da Tabela C.13

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
20-15-750-1	0,2	-114,0	-114	-114,4	0,0	0,3	-	31,1	1131
20-15-750-2	0,4	-103,0	-103	-103,0	0,0	0,0	-	1,7	6
20-20-250-1	1,5	-30,0	-30	-31,0	0,0	3,1	-	8,6	495
20-20-250-2	1,6	-29,0	-29	-29,0	0,0	0,2	-	3,9	76
20-20-500-1	0,8	-68,0	-68	-68,1	0,0	0,2	-	52,4	7218
20-20-500-2	0,8	-57,0	-57	-57,9	0,0	1,6	-	247,7	>
20-20-750-1	0,5	-100,0	-100	-100,0	0,0	0,0	-	2,0	8
20-20-750-2	0,5	-87,0	-87	-87,8	0,0	1,0	-	127,8	9635
20-25-250-1	1,9	-28,0	-28	-28,4	0,0	1,2	-	49,4	>
20-25-250-2	1,9	-24,0	-24	-24,4	0,0	1,6	-	29,1	5772
20-25-500-1	1,0	-58,0	-58	-58,8	0,0	1,3	-	17,4	253
20-25-500-2	1,0	-53,0	-53	-53,6	0,0	1,2	-	116,9	>
20-25-750-1	0,7	-86,0	-86	-86,4	0,0	0,5	-	52,4	1923
20-25-750-2	0,6	-77,0	-77	-77,1	0,0	0,1	-	138,2	8597
20-5-250-1	0,2	-67,0	-67	-67,8	0,0	1,2	-	122,1	3
20-5-250-2	0,3	-63,0	-63	-63,2	0,0	0,3	-	58,8	155
20-5-500-1	0,2	-135,0	-135	-135,2	0,0	0,1	-	108,6	1218
20-5-500-2	0,1	-128,0	-128	-128,2	0,0	0,2	-	*	4
20-5-750-1	0,1	-204,0	-204	-204,0	0,0	0,0	-	10,1	1
20-5-750-2	0,1	-191,0	-191	-191,0	0,0	0,0	-	80,1	1
4-10-250-1	3,9	-52,0	-52	-52,1	0,0	0,2	-	56,3	9142
4-10-250-2	3,9	-47,0	-47	-47,7	0,0	1,5	-	8,6	>
4-10-500-1	1,9	-114,0	-114	-114,8	0,0	0,7	-	96,1	1820
4-10-500-2	1,9	-95,0	-95	-95,7	0,0	0,7	-	218,3	227
4-10-750-1	1,3	-165,0	-165	-165,2	0,0	0,1	-	91,1	>
4-10-750-2	1,3	-146,0	-146	-146,0	0,0	0,0	-	121,7	14
4-15-250-1	6,0	-42,4	-41	-42,6	3,4	3,8	-	*	>
4-15-250-2	6,0	-38,9	-35	-39,0	10,0	10,3	-	*	>
4-15-500-1	3,0	-87,0	-86	-87,7	1,1	2,0	-	*	>
4-15-500-2	3,0	-80,4	-76	-80,5	5,5	5,6	-	*	>
4-15-750-1	2,0	-137,1	-134	-137,1	2,3	2,3	-	*	>
4-15-750-2	1,9	-120,6	-116	-120,7	3,8	3,9	-	*	>
4-20-250-1	8,1	-37,5	-33	-37,6	11,9	12,3	-	*	>
4-20-250-2	7,8	-33,8	-30	-33,9	11,2	11,6	-	*	>
4-20-500-1	4,0	-76,5	-74	-76,6	3,3	3,4	-	*	>
4-20-500-2	4,0	-65,7	-63	-65,8	4,1	4,2	-	*	>

Continuação da Tabela C.13

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
4-20-750-1	2,6	-119,3	-118	-119,3	1,1	1,1	-	*	>
4-20-750-2	2,6	-105,7	-101	-105,7	4,4	4,5	-	*	>
4-25-250-1	10,5	-34,3	-29	-34,4	15,3	15,7	-	*	>
4-25-250-2	10,3	-28,5	-25	-28,7	12,4	12,8	-	*	>
4-25-500-1	5,0	-69,8	-65	-69,9	6,8	7,0	-	*	>
4-25-500-2	5,0	-58,3	-54	-58,4	7,4	7,5	-	*	>
4-25-750-1	3,3	-103,3	-98	-103,3	5,1	5,1	-	*	>
4-25-750-2	3,3	-90,5	-85	-90,6	6,1	6,2	-	*	>
4-5-250-1	1,4	-81,0	-81	-81,8	0,0	1,0	-	250,1	5
4-5-250-2	1,8	-70,0	-70	-70,4	0,0	0,6	-	122,0	1
4-5-500-1	0,9	-147,0	-147	-147,6	0,0	0,4	-	882,9	636
4-5-500-2	0,7	-135,0	-135	-135,6	0,0	0,4	-	761,2	95
4-5-750-1	0,6	-233,0	-233	-233,2	0,0	0,1	-	950,3	4
4-5-750-2	0,5	-200,0	-200	-200,8	0,0	0,4	-	102,5	>

Tabela C.14: Resultados para a execução do B&B no Grupo G2 do DSP

arquivo	f%	lb	ub	root	gap		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-20-1	7,5	-3,0	-3	-3,2	0	7,5	-	0,1	6
20-10-20-2	7,8	-2,0	-2	-2,7	0	36,4	-	0,1	10
20-10-20-3	6,1	-2,0	-2	-2,8	0	42,1	-	0,1	24
20-10-20-4	6,1	-2,0	-2	-2,0	0	0,0	-	0,0	1
20-10-20-5	7,3	-1,0	-1	-1,9	0	90,0	-	0,1	92
20-15-30-1	7,9	-4,0	-4	-4,4	0	10,5	-	0,1	3
20-15-30-2	6,6	-3,0	-3	-3,8	0	28,2	-	0,4	57
20-15-30-3	7,9	-2,0	-2	-2,9	0	46,5	-	0,4	59
20-15-30-4	7,5	-2,0	-2	-2,5	0	25,9	-	0,2	24
20-15-30-5	7,3	-2,0	-2	-2,3	0	15,9	-	0,4	190
20-20-40-1	7,2	-4,0	-4	-4,5	0	11,9	-	1,6	55
20-20-40-2	6,9	-3,0	-3	-3,8	0	25,7	-	1,3	103
20-20-40-3	6,7	-2,0	-2	-2,7	0	35,6	-	0,2	6
20-20-40-4	7,4	-2,0	-2	-3,0	0	49,4	-	0,7	54
20-20-40-5	6,9	-2,0	-2	-2,6	0	32,4	-	0,5	50
20-25-50-1	7,8	-4,0	-4	-4,5	0	11,8	-	10,2	1979
20-25-50-2	7,2	-4,0	-4	-4,5	0	12,1	-	3,0	164
20-25-50-3	7,4	-3,0	-3	-3,7	0	22,3	-	3,1	434

Continuação da Tabela C.14

arquivo	f%	lb	ub	root	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-25-50-4	8,1	-2,0	-2	-3,1	0	53,5	-	1,9	185
20-25-50-5	7,1	-3,0	-3	-3,2	0	6,9	-	1,0	42
20-5-10-1	3,9	-2,0	-2	-2,0	0	0,0	-	0,0	1
20-5-10-2	6,3	-2,0	-2	-2,0	0	0,0	-	0,0	1
20-5-10-3	4,8	-1,0	-1	-1,0	0	0,0	-	0,0	1
20-5-10-4	4,3	-1,0	-1	-1,5	0	50,0	-	0,0	2
20-5-10-5	5,3	-1,0	-1	-1,0	0	0,0	-	0,0	2
2-10-20-1	36,5	0,0	0	-1,2	0	100,0	-	0,0	76
2-10-20-2	30,8	0,0	0	-1,2	0	100,0	-	0,0	52
2-10-20-3	38,5	-1,0	-1	-1,5	0	54,5	-	0,0	32
2-10-20-4	53,8	0,0	0	-0,7	0	100,0	-	0,0	33
2-10-20-5	57,7	0,0	0	-0,3	0	100,0	-	0,0	18
2-15-30-1	46,8	0,0	0	-2,0	0	100,0	-	0,2	501
2-15-30-2	39,0	-1,0	-1	-2,1	0	113,3	-	0,1	137
2-15-30-3	54,5	1,0	1	-1,3	0	228,6	-	0,2	574
2-15-30-4	44,2	0,0	0	-1,0	0	100,0	-	0,1	64
2-15-30-5	37,7	1,0	1	-0,7	0	166,7	-	0,1	44
2-20-40-1	45,1	0,0	0	-1,7	0	100,0	-	0,5	861
2-20-40-2	47,1	0,0	0	-1,8	0	100,0	-	0,5	838
2-20-40-3	52,9	1,0	1	-1,1	0	213,3	-	0,7	1578
2-20-40-4	54,9	1,0	1	-1,0	0	202,6	-	0,3	433
2-20-40-5	45,1	1,0	1	-0,9	0	192,3	-	0,3	514
2-25-50-1	52,0	0,0	0	-2,3	0	100,0	-	2,2	3778
2-25-50-2	48,8	0,0	0	-1,8	0	100,0	-	1,1	1319
2-25-50-3	50,4	1,0	1	-1,4	0	241,5	-	4,5	9256
2-25-50-4	55,1	0,0	0	-1,4	0	100,0	-	1,6	3202
2-25-50-5	56,7	1,0	1	-0,8	0	177,4	-	1,5	3512
2-5-10-1	44,4	-1,0	-1	-1,0	0	0,0	-	0,0	12
2-5-10-2	51,9	0,0	0	-0,3	0	100,0	-	0,0	15
2-5-10-3	44,4	0,0	0	0,0	0	100,0	-	0,0	1
2-5-10-4	14,8	0,0	0	0,0	0	100,0	-	0,0	1
2-5-10-5	14,8	0,0	0	-1,0	0	100,0	-	0,0	3
4-10-20-1	31,5	-2,0	-2	-3,0	0	48,5	-	0,1	25
4-10-20-2	38,0	-1,0	-1	-2,1	0	108,8	-	0,1	100
4-10-20-3	32,6	-1,0	-1	-1,6	0	61,2	-	0,1	40
4-10-20-4	28,3	-1,0	-1	-1,0	0	0,0	-	0,0	18

Continuação da Tabela C.14

arquivo	f%	lb	ub	root	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
4-10-20-5	28,3	-1,0	-1	-1,0	0	0,0	-	0,0	1
4-15-30-1	35,0	-2,0	-2	-2,7	0	36,0	-	0,6	483
4-15-30-2	32,8	-2,0	-2	-2,5	0	24,0	-	0,2	33
4-15-30-3	30,7	-2,0	-2	-2,8	0	41,7	-	0,3	207
4-15-30-4	33,6	-1,0	-1	-1,6	0	63,8	-	0,2	46
4-15-30-5	33,6	-1,0	-1	-1,9	0	86,9	-	0,1	32
4-20-40-1	28,6	-3,0	-3	-4,3	0	44,3	-	3,0	3259
4-20-40-2	33,0	-2,0	-2	-3,5	0	75,0	-	1,5	1275
4-20-40-3	31,3	-2,0	-2	-2,9	0	45,7	-	0,5	158
4-20-40-4	35,2	-2,0	-2	-2,7	0	37,0	-	1,2	1090
4-20-40-5	33,0	-1,0	-1	-2,1	0	110,5	-	0,5	101
4-25-50-1	34,4	-3,0	-3	-4,7	0	57,3	-	19,9	>
4-25-50-2	33,0	-2,0	-2	-3,7	0	87,1	-	13,1	>
4-25-50-3	30,8	-2,0	-2	-3,4	0	70,3	-	4,5	4182
4-25-50-4	32,6	-2,0	-2	-3,3	0	64,1	-	3,0	2401
4-25-50-5	31,7	-2,0	-2	-2,6	0	32,2	-	1,2	174
4-5-10-1	0,0	-2,0	-2	-2,0	0	0,0	-	0,0	1
4-5-10-2	27,7	-1,0	-1	-1,6	0	60,0	-	0,0	1
4-5-10-3	0,0	0,0	0	0,0	0	100,0	-	0,0	1
4-5-10-4	14,9	0,0	0	0,0	0	100,0	-	0,0	1
4-5-10-5	31,9	0,0	0	0,0	0	100,0	-	0,0	1

Tabela C.15: Resultados para a execução do B&B no Grupo G3 do DSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
20-100-10-1	42,4	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-10-2	41,4	0,0	0	0,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-15-1	36,8	1,0	1	-0,2	0,0	119,9	-	131,1	51
20-100-15-2	37,3	1,0	1	-0,2	0,0	117,0	-	79,4	13
20-100-20-1	32,1	1,0	1	-0,4	0,0	140,3	-	458,8	3224
20-100-20-2	33,3	1,0	1	-0,3	0,0	131,3	-	873,8	4436
20-100-25-1	29,7	0,0	1	-0,5	0,0	153,3	-	1096,2	>
20-100-25-2	29,2	1,0	1	-0,5	0,0	147,0	-	488,7	999
20-100-5-1	48,5	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
20-100-5-2	19,3	0,0	0	0,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-10-1	49,4	1,0	1	0,1	0,0	89,7	-	5,0	6

Continuação da Tabela C.15

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
20-150-10-2	50,6	1,0	1	0,1	0,0	90,9	-	3,6	2
20-150-15-1	44,0	1,0	1	-0,1	0,0	106,5	-	6,2	9
20-150-15-2	45,4	1,0	1	-0,1	0,0	107,6	-	5,6	8
20-150-20-1	40,9	1,0	1	-0,2	0,0	120,9	-	15,1	173
20-150-20-2	40,8	1,0	1	-0,2	0,0	117,8	-	14,7	344
20-150-25-1	34,8	1,0	1	-0,3	0,0	133,4	-	526,0	6548
20-150-25-2	37,0	1,0	1	-0,3	0,0	125,7	-	14,6	927
20-150-5-1	24,2	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
20-150-5-2	16,3	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-10-1	50,2	1,0	1	0,2	0,0	78,9	-	1,1	2
20-200-10-2	44,0	1,0	1	0,1	0,0	91,7	-	1,6	3
20-200-15-1	48,2	1,0	1	0,0	0,0	101,4	-	6,3	47
20-200-15-2	49,2	1,0	1	0,0	0,0	101,6	-	4,3	6
20-200-20-1	44,4	1,0	1	-0,1	0,0	113,0	-	14,3	148
20-200-20-2	43,2	1,0	1	-0,1	0,0	111,4	-	10,4	120
20-200-25-1	41,5	1,0	1	-0,2	0,0	122,1	-	149,9	1739
20-200-25-2	40,0	1,0	1	-0,2	0,0	117,6	-	327,8	2214
20-200-5-1	33,8	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
20-200-5-2	20,2	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-10-1	44,7	1,0	1	0,2	0,0	76,3	-	1,4	1
20-250-10-2	44,0	1,0	1	0,1	0,0	89,1	-	3,7	6
20-250-15-1	52,4	1,0	1	0,0	0,0	96,2	-	5,9	59
20-250-15-2	52,4	1,0	1	0,0	0,0	99,2	-	2,2	2
20-250-20-1	44,8	1,0	1	-0,1	0,0	108,9	-	18,8	160
20-250-20-2	47,9	1,0	1	-0,1	0,0	105,3	-	17,6	129
20-250-25-1	43,9	1,0	1	-0,2	0,0	115,8	-	451,1	3780
20-250-25-2	44,0	1,0	1	-0,1	0,0	110,8	-	135,5	1587
20-250-5-1	29,0	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
20-250-5-2	16,8	1,0	1	1,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-10-1	31,7	0,0	0	0,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-10-2	31,0	0,0	0	0,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-15-1	26,1	0,0	0	0,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-15-2	23,6	0,0	0	-0,5	0,0	100,0	-	-	1
20-50-20-1	21,0	0,0	0	0,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-20-2	21,7	0,0	0	-0,7	0,0	100,0	-	-	3
20-50-25-1	20,1	0,0	0	-1,1	0,0	100,0	-	-	3

Continuação da Tabela C.15

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
20-50-25-2	18,7	0,0	0	-1,0	0,0	100,0	-	-	4
20-50-5-1	45,4	0,0	0	0,0	0,0	0,0	-	-	1
20-50-5-2	34,9	0,0	0	0,0	0,0	0,0	-	-	1
4-100-10-1	29,6	3,0	3	1,0	0,0	66,7	-	-	806
4-100-10-2	29,6	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	349
4-100-15-1	38,3	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	127,7	>
4-100-15-2	38,3	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	80,8	752
4-100-20-1	44,0	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	568,4	>
4-100-20-2	44,0	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	101,6	1178
4-100-25-1	50,5	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	1517,1	>
4-100-25-2	50,5	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	109,1	>
4-100-5-1	18,0	2,0	2	1,0	0,0	50,0	-	-	5
4-100-5-2	18,0	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	8
4-150-10-1	21,9	4,0	4	1,0	0,0	75,0	-	65,7	949
4-150-10-2	21,9	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	4,3	81
4-150-15-1	29,2	4,0	4	0,2	0,0	95,3	-	456,9	4974
4-150-15-2	29,2	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	407
4-150-20-1	34,5	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	786,9	>
4-150-20-2	34,5	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	305,6	7324
4-150-25-1	40,5	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	1532,6	>
4-150-25-2	40,5	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	773,6	>
4-150-5-1	12,8	2,0	2	1,0	0,0	50,0	-	-	8
4-150-5-2	12,8	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	7
4-200-10-1	17,4	4,0	4	1,0	0,0	75,0	-	-	634
4-200-10-2	17,4	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	96
4-200-15-1	23,7	5,0	5	0,2	0,0	95,6	-	739,2	>
4-200-15-2	23,7	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	104,4	4669
4-200-20-1	28,4	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	1301,8	>
4-200-20-2	28,4	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	14,1	>
4-200-25-1	33,8	4,0	5	0,0	25,0	100,0	-	1801,4	>
4-200-25-2	33,8	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	41,5	>
4-200-5-1	9,9	3,0	3	1,0	0,0	66,7	-	-	13
4-200-5-2	9,9	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	7
4-250-10-1	14,4	4,0	4	1,0	0,0	75,0	-	-	379
4-250-10-2	14,4	3,0	3	0,0	0,0	100,0	-	-	63
4-250-15-1	19,9	5,0	5	0,2	0,0	95,6	-	932,9	>

Continuação da Tabela C.15

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
4-250-15-2	19,9	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	104,3	3277
4-250-20-1	24,1	5,0	5	0,0	0,0	100,0	-	183,9	>
4-250-20-2	24,1	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	530,0	>
4-250-25-1	29,0	4,0	6	0,0	50,0	100,0	-	*	>
4-250-25-2	29,0	4,0	4	0,0	0,0	100,0	-	437,3	>
4-250-5-1	8,1	3,0	3	1,0	0,0	66,7	-	-	12
4-250-5-2	8,1	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	8
4-50-10-1	45,7	2,0	2	1,0	0,0	50,0	-	10,1	54
4-50-10-2	45,7	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	13
4-50-15-1	50,0	2,0	2	-0,1	0,0	103,6	-	40,3	274
4-50-15-2	51,8	2,0	2	-0,1	0,0	103,7	-	-	110
4-50-20-1	56,1	2,0	2	-0,2	0,0	108,6	-	101,2	1964
4-50-20-2	54,5	2,0	2	-0,1	0,0	107,0	-	31,7	994
4-50-25-1	54,6	2,0	2	-0,5	0,0	125,4	-	315,6	>
4-50-25-2	52,6	2,0	2	-0,5	0,0	123,2	-	103,7	8828
4-50-5-1	30,6	2,0	2	1,0	0,0	50,0	-	-	5
4-50-5-2	30,6	2,0	2	0,0	0,0	100,0	-	-	9

C.6 DSSP

Tabela C.16: Resultados para a execução do B&B no Grupo G1 do DSSP

arquivo	f%	lb	ub	root	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-10-20-1	0,3	-2,0	-2	-13,5	0,0	85,2	-	37,4	>
20-10-20-2	0,3	-2,0	-2	-13,4	0,0	85,1	-	15,5	>
20-10-20-3	0,3	-2,0	-2	-13,4	0,0	85,1	-	91,3	>
20-10-20-4	0,3	-1,0	-1	-13,3	0,0	92,5	-	27,0	>
20-10-20-5	0,3	-1,0	-1	-13,3	0,0	92,5	-	4,6	>
20-15-30-1	0,4	-8,1	-1	-21,4	87,6	95,3	-	*	>
20-15-30-2	0,4	-7,0	-1	-21,1	85,7	95,3	-	*	>
20-15-30-3	0,4	-5,3	-1	-21,1	81,1	95,3	-	*	>
20-15-30-4	0,4	-4,0	-1	-21,0	75,0	95,2	-	*	>
20-15-30-5	0,3	-4,3	-1	-21,0	76,5	95,2	-	*	>
20-20-40-1	0,4	-14,0	-1	-29,0	92,9	96,5	-	*	>
20-20-40-2	0,4	-10,7	-1	-29,0	90,6	96,6	-	*	>

Continuação da Tabela C.16

arquivo	f%	lb	ub	root	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
20-20-40-3	0,5	-8,0	0	-28,8	100,0	100,0	-	*	>
20-20-40-4	0,4	-6,0	-1	-28,9	83,3	96,5	-	*	>
20-20-40-5	0,4	-6,1	-1	-28,8	83,6	96,5	-	*	>
20-25-50-1	0,5	-26,0	0	-36,9	100,0	100,0	-	*	>
20-25-50-2	0,5	-21,0	0	-36,9	100,0	100,0	-	*	>
20-25-50-3	0,5	-14,0	0	-36,8	100,0	100,0	-	*	>
20-25-50-4	0,5	-11,0	0	-36,7	100,0	100,0	-	*	>
20-25-50-5	0,5	-11,0	0	-36,7	100,0	100,0	-	*	>
20-5-10-1	0,1	-1,0	-1	-6,2	0,0	83,9	-	*	650
20-5-10-2	0,2	-1,0	-1	-6,2	0,0	83,9	-	*	331
20-5-10-3	0,2	-1,0	-1	-5,8	0,0	82,7	-	*	7
20-5-10-4	0,2	-1,0	-1	-5,9	0,0	83,0	-	*	3
20-5-10-5	0,2	-1,0	-1	-5,9	0,0	83,0	-	*	80
2-10-20-1	0,6	0,0	0	-8,0	0,0	100,0	-	2,5	>
2-10-20-2	0,7	0,0	0	-8,8	0,0	100,0	-	1,5	6737
2-10-20-3	0,6	0,0	0	-8,0	0,0	100,0	-	2,0	9715
2-10-20-4	0,5	0,0	0	-8,8	0,0	100,0	-	1,3	4824
2-10-20-5	0,5	0,0	0	-9,0	0,0	100,0	-	*	2448
2-15-30-1	0,5	-7,9	1	-12,0	112,7	108,3	-	*	>
2-15-30-2	0,5	0,0	0	-12,0	0,0	100,0	-	149,0	>
2-15-30-3	0,5	0,0	0	-12,0	0,0	100,0	-	224,1	>
2-15-30-4	0,6	0,0	0	-12,2	0,0	100,0	-	294,9	>
2-15-30-5	0,6	0,0	0	-12,0	0,0	100,0	-	89,0	>
2-20-40-1	0,4	-4,0	2	-16,0	150,0	112,5	-	*	>
2-20-40-2	0,4	-4,0	1	-16,0	125,0	106,3	-	*	>
2-20-40-3	0,5	-4,0	1	-16,2	125,0	106,2	-	*	>
2-20-40-4	0,4	-3,0	1	-17,1	133,3	105,8	-	*	>
2-20-40-5	0,4	-2,0	1	-17,2	150,0	105,8	-	*	>
2-25-50-1	0,4	-16,2	3	-20,0	118,5	115,0	-	*	>
2-25-50-2	0,3	-17,9	2	-21,7	111,2	109,2	-	*	>
2-25-50-3	0,4	-15,4	2	-20,0	113,0	110,0	-	*	>
2-25-50-4	0,3	-18,5	2	-22,3	110,8	109,0	-	*	>
2-25-50-5	0,4	-17,1	2	-20,0	111,7	110,0	-	*	>
2-5-10-1	0,8	1,0	1	-4,0	0,0	125,0	-	*	525
2-5-10-2	0,5	0,0	0	-4,0	0,0	100,0	-	*	49
2-5-10-3	0,6	0,0	0	-4,0	0,0	100,0	-	*	27

Continuação da Tabela C.16

arquivo	f%	lb	ub	root	gap%		tempo		nós
					b&b	root	lb0	b&b	
2-5-10-4	0,7	0,0	0	-5,0	0,0	100,0	-	*	3
2-5-10-5	0,7	-1,0	-1	-4,0	0,0	75,0	-	*	5
4-10-20-1	0,9	-1,0	-1	-12,5	0,0	92,0	-	24,5	>
4-10-20-2	0,9	-1,0	-1	-12,0	0,0	91,7	-	5,4	>
4-10-20-3	0,9	-1,0	-1	-13,0	0,0	92,3	-	12,1	>
4-10-20-4	0,8	-1,0	-1	-12,8	0,0	92,2	-	4,8	>
4-10-20-5	0,9	-1,0	-1	-12,6	0,0	92,1	-	*	46
4-15-30-1	0,7	-4,0	0	-18,0	100,0	100,0	-	*	>
4-15-30-2	0,7	-4,0	0	-18,9	100,0	100,0	-	*	>
4-15-30-3	0,7	-3,3	-1	-19,0	69,9	94,7	-	*	>
4-15-30-4	0,8	-2,0	0	-19,9	100,0	100,0	-	*	>
4-15-30-5	0,8	-2,7	0	-20,3	100,0	100,0	-	*	>
4-20-40-1	0,7	-8,0	1	-24,0	112,5	104,2	-	*	>
4-20-40-2	0,6	-8,0	1	-24,9	112,5	104,0	-	*	>
4-20-40-3	0,6	-4,0	1	-25,0	125,0	104,0	-	*	>
4-20-40-4	0,7	-4,0	0	-27,1	100,0	100,0	-	*	>
4-20-40-5	0,7	-4,0	0	-26,0	100,0	100,0	-	*	>
4-25-50-1	0,6	-21,0	3	-30,8	114,3	109,7	-	*	>
4-25-50-2	0,6	-13,0	2	-30,8	115,4	106,5	-	*	>
4-25-50-3	0,5	-23,8	2	-31,6	108,4	106,3	-	*	>
4-25-50-4	0,6	-7,0	1	-33,0	114,3	103,0	-	*	>
4-25-50-5	0,6	-7,0	1	-31,0	114,3	103,2	-	*	>
4-5-10-1	0,7	-1,0	-1	-5,8	0,0	82,9	-	*	42
4-5-10-2	0,9	-1,0	-1	-5,5	0,0	81,9	-	*	328
4-5-10-3	0,4	0,0	0	-5,3	0,0	100,0	-	*	8
4-5-10-4	0,7	0,0	0	-5,3	0,0	100,0	-	*	6
4-5-10-5	0,4	0,0	0	-5,3	0,0	100,0	-	*	8

Tabela C.17: Resultados para a execução do B&B no Grupo G2 do DSSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
20-10-20-1	0,3	-2,0	-2	-13,5	0,0	85,2	-	37,4	>
20-10-20-2	0,3	-2,0	-2	-13,4	0,0	85,1	-	15,5	>
20-10-20-3	0,3	-2,0	-2	-13,4	0,0	85,1	-	91,3	>
20-10-20-4	0,3	-1,0	-1	-13,3	0,0	92,5	-	27,0	>
20-10-20-5	0,3	-1,0	-1	-13,3	0,0	92,5	-	4,6	>

Continuação da Tabela C.17

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
20-15-30-1	0,4	-8,1	-1	-21,4	87,6	95,3	-	*	>
20-15-30-2	0,4	-7,0	-1	-21,1	85,7	95,3	-	*	>
20-15-30-3	0,4	-5,3	-1	-21,1	81,1	95,3	-	*	>
20-15-30-4	0,4	-4,0	-1	-21,0	75,0	95,2	-	*	>
20-15-30-5	0,3	-4,3	-1	-21,0	76,5	95,2	-	*	>
20-20-40-1	0,4	-14,0	-1	-29,0	92,9	96,5	-	*	>
20-20-40-2	0,4	-10,7	-1	-29,0	90,6	96,6	-	*	>
20-20-40-3	0,5	-8,0	0	-28,8	100,0	100,0	-	*	>
20-20-40-4	0,4	-6,0	-1	-28,9	83,3	96,5	-	*	>
20-20-40-5	0,4	-6,1	-1	-28,8	83,6	96,5	-	*	>
20-25-50-1	0,5	-26,0	0	-36,9	100,0	100,0	-	*	>
20-25-50-2	0,5	-21,0	0	-36,9	100,0	100,0	-	*	>
20-25-50-3	0,5	-14,0	0	-36,8	100,0	100,0	-	*	>
20-25-50-4	0,5	-11,0	0	-36,7	100,0	100,0	-	*	>
20-25-50-5	0,5	-11,0	0	-36,7	100,0	100,0	-	*	>
20-5-10-1	0,1	-1,0	-1	-6,2	0,0	83,9	-	*	650
20-5-10-2	0,2	-1,0	-1	-6,2	0,0	83,9	-	*	331
20-5-10-3	0,2	-1,0	-1	-5,8	0,0	82,7	-	*	7
20-5-10-4	0,2	-1,0	-1	-5,9	0,0	83,0	-	*	3
20-5-10-5	0,2	-1,0	-1	-5,9	0,0	83,0	-	*	80
2-10-20-1	0,6	0,0	0	-8,0	0,0	100,0	-	2,5	>
2-10-20-2	0,7	0,0	0	-8,8	0,0	100,0	-	1,5	6737
2-10-20-3	0,6	0,0	0	-8,0	0,0	100,0	-	2,0	9715
2-10-20-4	0,5	0,0	0	-8,8	0,0	100,0	-	1,3	4824
2-10-20-5	0,5	0,0	0	-9,0	0,0	100,0	-	*	2448
2-15-30-1	0,5	-7,9	1	-12,0	112,7	108,3	-	*	>
2-15-30-2	0,5	0,0	0	-12,0	0,0	100,0	-	149,0	>
2-15-30-3	0,5	0,0	0	-12,0	0,0	100,0	-	224,1	>
2-15-30-4	0,6	0,0	0	-12,2	0,0	100,0	-	294,9	>
2-15-30-5	0,6	0,0	0	-12,0	0,0	100,0	-	89,0	>
2-20-40-1	0,4	-4,0	2	-16,0	150,0	112,5	-	*	>
2-20-40-2	0,4	-4,0	1	-16,0	125,0	106,3	-	*	>
2-20-40-3	0,5	-4,0	1	-16,2	125,0	106,2	-	*	>
2-20-40-4	0,4	-3,0	1	-17,1	133,3	105,8	-	*	>
2-20-40-5	0,4	-2,0	1	-17,2	150,0	105,8	-	*	>
2-25-50-1	0,4	-16,2	3	-20,0	118,5	115,0	-	*	>

Continuação da Tabela C.17

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap		tempo		nós
					b&b	lb0	lb0	b&b	
2-25-50-2	0,3	-17,9	2	-21,7	111,2	109,2	-	*	>
2-25-50-3	0,4	-15,4	2	-20,0	113,0	110,0	-	*	>
2-25-50-4	0,3	-18,5	2	-22,3	110,8	109,0	-	*	>
2-25-50-5	0,4	-17,1	2	-20,0	111,7	110,0	-	*	>
2-5-10-1	0,8	1,0	1	-4,0	0,0	125,0	-	*	525
2-5-10-2	0,5	0,0	0	-4,0	0,0	100,0	-	*	49
2-5-10-3	0,6	0,0	0	-4,0	0,0	100,0	-	*	27
2-5-10-4	0,7	0,0	0	-5,0	0,0	100,0	-	*	3
2-5-10-5	0,7	-1,0	-1	-4,0	0,0	75,0	-	*	5
4-10-20-1	0,9	-1,0	-1	-12,5	0,0	92,0	-	24,5	>
4-10-20-2	0,9	-1,0	-1	-12,0	0,0	91,7	-	5,4	>
4-10-20-3	0,9	-1,0	-1	-13,0	0,0	92,3	-	12,1	>
4-10-20-4	0,8	-1,0	-1	-12,8	0,0	92,2	-	4,8	>
4-10-20-5	0,9	-1,0	-1	-12,6	0,0	92,1	-	*	46
4-15-30-1	0,7	-4,0	0	-18,0	100,0	100,0	-	*	>
4-15-30-2	0,7	-4,0	0	-18,9	100,0	100,0	-	*	>
4-15-30-3	0,7	-3,3	-1	-19,0	69,9	94,7	-	*	>
4-15-30-4	0,8	-2,0	0	-19,9	100,0	100,0	-	*	>
4-15-30-5	0,8	-2,7	0	-20,3	100,0	100,0	-	*	>
4-20-40-1	0,7	-8,0	1	-24,0	112,5	104,2	-	*	>
4-20-40-2	0,6	-8,0	1	-24,9	112,5	104,0	-	*	>
4-20-40-3	0,6	-4,0	1	-25,0	125,0	104,0	-	*	>
4-20-40-4	0,7	-4,0	0	-27,1	100,0	100,0	-	*	>
4-20-40-5	0,7	-4,0	0	-26,0	100,0	100,0	-	*	>
4-25-50-1	0,6	-21,0	3	-30,8	114,3	109,7	-	*	>
4-25-50-2	0,6	-13,0	2	-30,8	115,4	106,5	-	*	>
4-25-50-3	0,5	-23,8	2	-31,6	108,4	106,3	-	*	>
4-25-50-4	0,6	-7,0	1	-33,0	114,3	103,0	-	*	>
4-25-50-5	0,6	-7,0	1	-31,0	114,3	103,2	-	*	>
4-5-10-1	0,7	-1,0	-1	-5,8	0,0	82,9	-	*	42
4-5-10-2	0,9	-1,0	-1	-5,5	0,0	81,9	-	*	328
4-5-10-3	0,4	0,0	0	-5,3	0,0	100,0	-	*	8
4-5-10-4	0,7	0,0	0	-5,3	0,0	100,0	-	*	6
4-5-10-5	0,4	0,0	0	-5,3	0,0	100,0	-	*	8

Tabela C.18: Resultados para a execução do B&B no Grupo G3 do DSSP

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		
					b&b	lb0	lb0	b&b	nodes
20-100-10-1	100,0	0,0	1	-4,0	100,0	125,0	1,5	*	>
20-100-10-2	99,8	0,0	1	-5,0	100,0	120,2	1,2	*	>
20-100-15-1	100,0	-2,4	1	-8,6	141,4	111,7	4,2	*	>
20-100-15-2	100,0	-1,0	1	-8,7	200,0	111,5	3,9	*	>
20-100-20-1	100,0	-4,6	1	-12,5	121,6	108,0	5,0	*	>
20-100-20-2	98,8	-3,0	1	-12,5	133,3	108,0	3,3	*	>
20-100-25-1	99,6	-7,2	2	-15,8	127,7	112,7	11,1	*	>
20-100-25-2	99,9	-8,5	2	-15,8	123,5	112,7	9,0	*	>
20-100-5-1	100,0	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	2,4	2344
20-100-5-2	92,6	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	2,8	2423
20-150-10-1	100,0	0,0	1	-4,8	100,0	121,0	3,7	*	>
20-150-10-2	100,0	0,0	1	-4,9	100,0	120,3	2,1	*	>
20-150-15-1	100,0	-2,4	2	-8,5	183,7	123,5	6,8	*	>
20-150-15-2	100,0	-1,9	1	-8,8	152,5	111,4	5,3	*	>
20-150-20-1	100,0	-4,3	2	-12,5	146,0	116,0	6,0	*	>
20-150-20-2	100,0	-3,1	1	-12,5	132,6	108,0	3,9	*	>
20-150-25-1	99,9	-8,0	2	-15,8	125,0	112,7	8,9	*	>
20-150-25-2	99,9	-12,0	1	-15,8	108,3	106,3	7,1	*	>
20-150-5-1	100,0	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	8,7	8191
20-150-5-2	100,0	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	1,7	71
20-200-10-1	100,0	0,0	1	-4,7	100,0	121,2	2,9	*	>
20-200-10-2	100,0	0,0	1	-4,9	100,0	120,4	3,1	*	>
20-200-15-1	100,0	-2,1	2	-8,5	195,6	123,5	3,2	*	>
20-200-15-2	100,0	-1,4	1	-8,8	171,7	111,4	3,1	*	>
20-200-20-1	100,0	-7,0	2	-12,5	128,6	116,0	10,2	*	>
20-200-20-2	100,0	-4,0	2	-12,5	150,5	116,0	6,0	*	>
20-200-25-1	99,9	-7,2	2	-15,8	127,7	112,7	14,7	*	>
20-200-25-2	99,9	-9,0	2	-15,8	122,2	112,7	8,1	*	>
20-200-5-1	100,0	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	12,2	>
20-200-5-2	100,0	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	7,0	3633
20-250-10-1	100,0	-0,7	2	-4,0	380,0	150,0	8,1	*	>
20-250-10-2	100,0	-0,3	1	-4,9	400,0	120,4	6,1	*	>
20-250-15-1	100,0	-3,4	2	-8,5	159,6	123,6	5,2	*	>
20-250-15-2	100,0	-2,1	1	-8,8	147,0	111,4	8,6	*	>
20-250-20-1	100,0	-5,0	2	-12,5	140,0	116,0	13,1	*	>
20-250-20-2	100,0	-5,0	2	-12,5	140,0	116,0	6,7	*	>

Continuação da Tabela C.18

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		
					b&b	lb0	lb0	b&b	nodes
20-250-25-1	99,9	-14,0	3	-15,8	121,4	119,0	13,3	*	4375
20-250-25-2	99,9	-14,0	2	-15,8	114,3	112,7	14,1	*	9789
20-250-5-1	100,0	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	13,3	1225
20-250-5-2	100,0	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	25,1	>
20-50-10-1	86,9	0,0	1	-4,0	100,0	125,0	-	*	>
20-50-10-2	90,4	0,0	0	-5,0	0,0	100,0	-	4,9	7329
20-50-15-1	84,4	-1,7	1	-8,6	159,3	111,6	2,6	*	>
20-50-15-2	83,9	-1,3	0	-8,7	100,0	100,0	2,1	*	>
20-50-20-1	79,9	-4,2	1	-12,5	123,8	108,0	3,9	*	>
20-50-20-2	77,6	-2,8	0	-12,5	100,0	100,0	2,0	*	>
20-50-25-1	78,5	-9,0	1	-15,8	111,1	106,3	3,7	*	>
20-50-25-2	77,1	-5,0	1	-15,8	120,0	106,3	1,2	*	>
20-50-5-1	99,5	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	2,7	6703
20-50-5-2	74,2	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	1,8	5619
4-100-10-1	99,7	2,0	2	-5,3	0,0	138,1	-	106,3	>
4-100-10-2	99,7	2,0	2	-5,3	0,0	138,1	-	87,1	>
4-100-15-1	99,6	-0,6	3	-8,3	562,9	136,4	-	*	>
4-100-15-2	99,6	-0,4	3	-8,3	793,8	136,4	-	*	>
4-100-20-1	82,0	-1,6	4	-11,3	347,3	135,6	-	*	>
4-100-20-2	99,6	-1,3	3	-11,3	338,5	126,7	-	*	>
4-100-25-1	70,4	-11,0	4	-13,0	136,4	130,8	-	*	>
4-100-25-2	87,5	-4,8	3	-13,0	162,9	123,1	-	*	>
4-100-5-1	99,1	2,0	2	-2,0	0,0	200,0	-	1,5	713
4-100-5-2	99,1	2,0	2	-2,0	0,0	200,0	-	2,3	2662
4-150-10-1	99,8	2,0	2	-5,0	0,0	140,0	-	96,1	>
4-150-10-2	99,8	2,0	2	-5,3	0,0	138,1	-	159,3	>
4-150-15-1	99,7	-0,6	3	-8,3	563,0	136,4	-	*	>
4-150-15-2	99,7	-0,9	3	-8,3	418,0	136,4	1,2	*	>
4-150-20-1	81,4	-2,7	4	-11,3	249,5	135,6	-	*	>
4-150-20-2	81,4	-2,2	3	-11,3	233,7	126,7	-	*	>
4-150-25-1	69,2	-11,0	4	-13,0	136,4	130,8	-	*	>
4-150-25-2	69,2	-6,0	4	-13,0	166,7	130,8	1,5	*	>
4-150-5-1	99,4	2,0	2	-2,0	0,0	200,0	-	2,3	482
4-150-5-2	99,4	2,0	2	-2,0	0,0	200,0	-	2,5	515
4-200-10-1	99,8	1,0	3	-5,0	200,0	160,0	-	*	>
4-200-10-2	99,8	1,0	3	-5,0	200,0	160,0	-	*	>

Continuação da Tabela C.18

arquivo	f%	lb	ub	lb0	gap%		tempo		
					b&b	lb0	lb0	b&b	nodes
4-200-15-1	99,8	-1,0	3	-8,3	410,2	136,4	1,3	*	>
4-200-15-2	99,8	-1,0	3	-8,3	400,0	136,4	-	*	>
4-200-20-1	81,1	-3,0	4	-11,3	233,3	135,6	-	*	>
4-200-20-2	81,1	-2,8	4	-11,3	243,9	135,6	-	*	>
4-200-25-1	68,6	-11,0	5	-13,0	145,5	138,5	1,4	*	>
4-200-25-2	68,6	-6,0	4	-13,0	166,7	130,8	1,9	*	>
4-200-5-1	99,5	3,0	3	-2,0	0,0	250,0	-	20,6	>
4-200-5-2	99,5	2,0	2	-2,0	0,0	200,0	-	3,3	391
4-250-10-1	99,9	1,0	3	-5,3	200,0	157,1	-	*	>
4-250-10-2	99,9	1,0	3	-5,3	200,0	157,1	-	*	>
4-250-15-1	99,8	-2,0	4	-8,3	300,0	148,5	2,1	*	>
4-250-15-2	99,8	-1,0	3	-8,3	400,0	136,4	1,6	*	>
4-250-20-1	80,9	-1,6	5	-11,3	412,8	144,4	1,1	*	>
4-250-20-2	80,9	-1,3	4	-11,3	411,1	135,6	1,7	*	>
4-250-25-1	68,3	-11,0	5	-13,0	145,5	138,5	1,7	*	>
4-250-25-2	91,7	-12,7	4	-13,0	131,5	130,8	2,6	*	>
4-250-5-1	99,6	2,0	2	-2,0	0,0	200,0	-	5,5	1224
4-250-5-2	99,6	2,0	2	-2,0	0,0	200,0	-	6,8	2026
4-50-10-1	99,5	2,0	2	-5,3	0,0	138,1	-	59,9	>
4-50-10-2	99,5	1,0	1	-5,3	0,0	119,0	-	46,1	>
4-50-15-1	99,2	0,0	2	-8,3	200,0	124,2	-	*	>
4-50-15-2	99,2	1,0	1	-8,0	0,0	112,5	-	574,2	>
4-50-20-1	83,5	-1,9	2	-11,3	206,5	117,8	-	*	>
4-50-20-2	83,5	-1,3	2	-11,3	249,2	117,8	-	*	>
4-50-25-1	73,8	-4,0	2	-13,0	150,0	115,4	-	*	>
4-50-25-2	86,9	-4,0	2	-13,0	150,0	115,4	-	*	>
4-50-5-1	98,3	2,0	2	-2,0	0,0	200,0	-	*	1648
4-50-5-2	98,3	1,0	1	-2,0	0,0	150,0	-	*	30

Resultados Limitantes Primais

Nas tabelas deste Apêndice, que representam os resultados das execuções das heurísticas em cada grupo de cada um dos problemas, a coluna *lb* denota o melhor limitante inferior encontrado ao executar o *branch-and-bound* com tempo limitado a 1800 segundos. As colunas *ra* e *bcpa* descrevem os limitantes superiores obtidos ao utilizar respectivamente duas das heurísticas já presentes na literatura: o *Rounding Algorithm*, descrito na Subseção 4.3.1, e o *Basic Core Problem Algorithm*, retratado na Subseção 4.3.2. Os resultados das heurísticas elaboradas durante este trabalho são expostos nas colunas *vbpl* para o VNS - Vizinhança Baseado em Programação Linear, algoritmo e definições expostos na Subseção 3.3.1, *blpl* para o VNS - Busca Local baseada em Programação Linear, que possui funcionamento detalhado em Subseção 4.4.2, e a heurística VNS - Perturbação Baseada em Programação Matemática, Subseção 4.4.3, tem seus resultados apresentados na coluna *pbpl*.

Uma vez que todas as heurísticas desenvolvidas necessitam da resolução da relaxação linear para a construção da solução, nas tabelas desta seção estamos reportando apenas o tempo gasto pelo algoritmo em si, assumindo-se que ele já possui os valores das variáveis na solução ótima da relaxação linear do modelo. Isto significa que deve-se adicionar aos tempos expostos aqui o tempo gasto pela resolução da relaxação linear da instância, valor que pode ser verificado na Seção 3.2. As três variantes do VNS executam sempre por 300 segundos, enquanto o tempo gasto pela execução do algoritmo *branch-and-bound* e as heurísticas *RA* e *BCPA* podem variar, por este motivo eles estão expostos nas 3 últimas colunas das tabelas. Note que o *branch-and-bound* executado roda o *Rounding Algorithm* como heurística auxiliar. O símbolo “-” é utilizado sempre que o tempo em questão for menor do que 1 segundo

e o símbolo “*” é aplicado quando o tempo de execução ultrapassa o limite definido.

Finalmente, as duas últimas linhas de cada tabela apresentam, nesta ordem, o *gap* médio encontrado entre os limitantes superiores obtidos pelo algoritmo da coluna em questão e os limitantes inferiores obtidos pelo *branch-and-bound* e a porcentagem de instâncias em que cada um dos algoritmos conseguiu encontrar a solução ótima.

D.1 CSP

Tabela D.1: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G1 do CSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-250-1	153	153	154	153	153	153	153	2,4	-	-
20-10-250-2	99	99	99	99	99	99	99	2	-	-
20-10-500-1	304	304	304	304	304	304	304	7,7	-	-
20-10-500-2	196	196	197	196	196	196	196	6,5	-	-
20-10-750-1	450	450	451	450	450	450	450	4,5	-	-
20-10-750-2	296	296	297	296	296	296	296	7,6	-	-
20-15-250-1	156	156	157	156	156	156	156	-	-	-
20-15-250-2	102	102	103	102	102	102	102	-	-	-
20-15-500-1	313	313	314	313	313	313	313	36	-	-
20-15-500-2	198	198	199	198	198	198	198	2,6	-	-
20-15-750-1	467	467	467	467	467	467	467	59,6	-	-
20-15-750-2	296	296	297	296	296	296	296	6,5	-	-
20-20-250-1	161	161	162	161	161	161	161	7,8	-	-
20-20-250-2	104	104	105	104	104	104	104	3,5	-	-
20-20-500-1	309	309	310	309	309	309	309	82,4	-	-
20-20-500-2	200	200	201	200	200	200	200	1,4	-	-
20-20-750-1	468	468	468	468	468	468	468	263,2	-	-
20-20-750-2	301	301	303	301	301	301	301	28,1	-	-
20-25-250-1	159	159	160	159	160	159	159	20,9	-	-
20-25-250-2	103	103	103	103	103	103	103	-	-	-
20-25-500-1	316	316	317	316	316	316	316	139,8	-	-
20-25-500-2	200	200	202	200	200	200	200	6,1	-	-
20-25-750-1	470	470	472	471	471	471	470	157,3	-	-
20-25-750-2	302	302	303	302	302	302	302	4,1	-	-
20-5-250-1	141	141	141	141	141	141	141	-	-	-
20-5-250-2	96	96	96	96	96	96	96	1,8	-	-
20-5-500-1	286	286	287	286	286	286	286	-	-	-

Tabela D.1 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-5-500-2	190	190	190	190	190	190	190	2,4	-	-
20-5-750-1	434	434	434	434	434	434	434	4,2	-	-
20-5-750-2	288	288	288	288	288	288	288	24	-	-
4-10-250-1	129	129	130	130	130	130	129	1,2	-	-
4-10-250-2	92	92	93	92	92	92	92	1,2	-	-
4-10-500-1	261	261	262	261	261	261	261	2,8	-	-
4-10-500-2	185	185	186	185	186	185	185	3,5	-	-
4-10-750-1	385	385	386	385	385	385	385	5	-	-
4-10-750-2	267	267	268	267	267	267	267	2,9	-	-
4-15-250-1	136	136	138	136	136	136	136	23	-	-
4-15-250-2	94	94	96	94	94	94	94	1,2	-	-
4-15-500-1	269	269	271	269	270	269	269	64,5	-	-
4-15-500-2	185	185	186	186	186	186	185	11,2	-	-
4-15-750-1	399	399	400	400	400	400	399	14,3	-	-
4-15-750-2	278	278	279	279	279	279	278	53,2	-	-
4-20-250-1	137	137	138	137	137	137	137	198	-	-
4-20-250-2	95	95	96	96	96	96	95	5,7	-	-
4-20-500-1	272	274	273	273	273	273	273	*	-	-
4-20-500-2	185	185	187	186	185	186	185	17,1	-	-
4-20-750-1	407	408	408	408	408	408	408	*	-	-
4-20-750-2	279	279	280	279	279	279	279	39,3	-	-
4-25-250-1	139	141	141	140	140	140	139	*	-	-
4-25-250-2	96	96	98	97	97	97	96	5,8	-	-
4-25-500-1	274	274	275	274	274	274	274	1729	-	-
4-25-500-2	190	190	190	190	191	190	190	17,1	-	-
4-25-750-1	415	416	416	415	415	415	415	*	-	-
4-25-750-2	284	284	285	284	284	284	284	377,8	-	-
4-5-250-1	117	117	118	117	117	117	117	-	-	-
4-5-250-2	88	88	89	88	88	88	88	-	-	-
4-5-500-1	234	234	234	234	234	234	234	-	-	-
4-5-500-2	171	171	172	171	171	171	171	-	-	-
4-5-750-1	353	353	354	353	353	353	353	-	-	-
4-5-750-2	262	262	263	262	262	262	262	-	-	-
gap médio		0,1	0,6	0,2	0,2	0,2	0,1			
otimalidade%		93,3	20,0	80,0	78,3	80,0	96,7			

Tabela D.2: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G2 do CSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-20-1	13	13	13	13	13	13	13	-	-	-
20-10-20-2	9	9	9	9	9	9	9	-	-	-
20-10-20-3	6	6	6	6	6	6	6	-	-	-
20-10-20-4	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-10-20-5	4	4	4	4	4	4	4	-	-	-
20-15-30-1	19	19	19	19	19	19	19	-	-	-
20-15-30-2	13	13	13	13	13	13	13	-	-	-
20-15-30-3	10	10	11	10	10	10	10	-	-	-
20-15-30-4	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
20-15-30-5	6	6	6	6	6	6	6	-	-	-
20-20-40-1	27	27	27	27	27	27	27	-	-	-
20-20-40-2	18	18	19	18	18	18	18	-	-	-
20-20-40-3	13	13	14	13	13	13	13	-	-	-
20-20-40-4	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
20-20-40-5	8	8	8	8	8	8	8	-	-	-
20-25-50-1	34	34	35	34	34	34	34	-	-	-
20-25-50-2	21	21	21	21	21	21	21	-	-	-
20-25-50-3	16	16	17	16	16	16	16	-	-	-
20-25-50-4	12	12	13	12	12	12	12	-	-	-
20-25-50-5	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
20-5-10-1	7	7	8	7	7	7	7	-	-	-
20-5-10-2	4	4	4	4	4	4	4	-	-	-
20-5-10-3	3	3	3	3	3	3	3	-	-	-
20-5-10-4	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
20-5-10-5	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
2-10-20-1	6	6	6	6	6	6	6	-	-	-
2-10-20-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
2-10-20-3	4	4	4	4	4	4	4	-	-	-
2-10-20-4	3	3	3	3	3	3	3	-	-	-
2-10-20-5	3	3	4	3	3	3	3	-	-	-
2-15-30-1	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
2-15-30-2	8	8	9	8	8	8	8	-	-	-
2-15-30-3	7	7	8	7	7	7	7	-	-	-
2-15-30-4	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
2-15-30-5	5	5	6	5	5	5	5	-	-	-
2-20-40-1	16	16	18	16	16	16	16	-	-	-
2-20-40-2	11	11	11	11	11	11	11	-	-	-
2-20-40-3	9	9	10	9	9	9	9	-	-	-

Tabela D.2 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
2-20-40-4	8	8	9	8	8	8	8	-	-	-
2-20-40-5	6	6	6	6	6	6	6	-	-	-
2-25-50-1	18	18	19	18	18	18	18	-	-	-
2-25-50-2	14	14	15	14	14	14	14	-	-	-
2-25-50-3	10	10	11	10	10	10	10	-	-	-
2-25-50-4	8	8	8	8	8	8	8	-	-	-
2-25-50-5	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
2-5-10-1	4	4	4	4	4	4	4	-	-	-
2-5-10-2	3	3	3	3	3	3	3	-	-	-
2-5-10-3	3	3	3	3	3	3	3	-	-	-
2-5-10-4	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
2-5-10-5	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
4-10-20-1	10	10	11	10	10	10	10	-	-	-
4-10-20-2	8	8	9	8	8	8	8	-	-	-
4-10-20-3	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
4-10-20-4	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
4-10-20-5	4	4	4	4	4	4	4	-	-	-
4-15-30-1	17	17	18	17	17	17	17	-	-	-
4-15-30-2	11	11	11	11	11	11	11	-	-	-
4-15-30-3	9	9	9	9	9	9	9	-	-	-
4-15-30-4	6	6	6	6	6	6	6	-	-	-
4-15-30-5	6	6	7	6	6	6	6	-	-	-
4-20-40-1	21	21	22	21	21	21	21	-	-	-
4-20-40-2	15	15	16	15	15	15	15	-	-	-
4-20-40-3	11	11	12	11	11	11	11	-	-	-
4-20-40-4	9	9	10	9	9	9	9	-	-	-
4-20-40-5	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
4-25-50-1	28	28	29	28	28	28	28	-	-	-
4-25-50-2	18	18	19	18	18	18	18	-	-	-
4-25-50-3	13	13	14	13	13	13	13	-	-	-
4-25-50-4	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
4-25-50-5	9	9	9	9	9	9	9	-	-	-
4-5-10-1	6	6	6	6	6	6	6	-	-	-
4-5-10-2	4	4	4	4	4	4	4	-	-	-
4-5-10-3	2	2	3	2	2	2	2	-	-	-
4-5-10-4	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
4-5-10-5	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
gap médio		0	4,5	0	0	0	0			
otimalidade		100	61,3	100	100	100	100			

Tabela D.3: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G3 do CSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-100-10-1	9	9	10	9	9	9	9	1,2	-	-
20-100-10-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-100-15-1	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
20-100-15-2	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
20-100-20-1	16	16	16	16	16	16	16	-	-	-
20-100-20-2	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
20-100-25-1	18	18	18	18	18	18	18	-	-	-
20-100-25-2	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
20-100-5-1	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-100-5-2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
20-150-10-1	8	8	8	8	8	8	8	-	-	-
20-150-10-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-150-15-1	12	12	13	12	12	12	12	1,2	-	-
20-150-15-2	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
20-150-20-1	16	16	17	16	16	16	16	-	-	-
20-150-20-2	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
20-150-25-1	19	19	20	19	19	19	19	-	-	-
20-150-25-2	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
20-150-5-1	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-150-5-2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
20-200-10-1	9	9	10	9	9	9	9	-	-	-
20-200-10-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-200-15-1	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
20-200-15-2	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
20-200-20-1	16	16	17	16	16	16	16	5,1	-	-
20-200-20-2	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
20-200-25-1	19	19	19	19	19	19	19	-	-	-
20-200-25-2	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
20-200-5-1	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-200-5-2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
20-250-10-1	9	9	10	9	9	9	9	-	-	-
20-250-10-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-250-15-1	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
20-250-15-2	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
20-250-20-1	16	16	17	16	16	16	16	1,3	-	-
20-250-20-2	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
20-250-25-1	19	19	19	19	19	19	19	-	-	-
20-250-25-2	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-

Tabela D.3 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-250-5-1	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-250-5-2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
20-50-10-1	8	8	8	8	8	8	8	-	-	-
20-50-10-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-50-15-1	12	12	13	12	12	12	12	-	-	-
20-50-15-2	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
20-50-20-1	15	15	16	15	15	15	15	-	-	-
20-50-20-2	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
20-50-25-1	18	18	18	18	18	18	18	-	-	-
20-50-25-2	12	12	13	12	12	12	12	-	-	-
20-50-5-1	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
20-50-5-2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
4-100-10-1	8	8	9	8	8	8	8	-	-	-
4-100-10-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
4-100-15-1	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
4-100-15-2	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
4-100-20-1	14	14	16	14	14	14	14	1,5	-	-
4-100-20-2	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
4-100-25-1	18	18	19	18	18	18	18	2,4	-	-
4-100-25-2	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
4-100-5-1	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
4-100-5-2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
4-150-10-1	8	8	10	8	8	8	8	-	-	-
4-150-10-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
4-150-15-1	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
4-150-15-2	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
4-150-20-1	15	15	17	15	15	15	15	1,6	-	-
4-150-20-2	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
4-150-25-1	18	18	18	18	18	18	18	3,3	-	-
4-150-25-2	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
4-150-5-1	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
4-150-5-2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
4-200-10-1	8	8	10	8	8	8	8	-	-	-
4-200-10-2	5	5	5	5	5	5	5	-	-	-
4-200-15-1	12	12	12	12	12	12	12	-	-	-
4-200-15-2	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-
4-200-20-1	15	15	16	15	15	15	15	2	-	-
4-200-20-2	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-
4-200-25-1	18	18	20	18	18	18	18	6,8	-	-

Tabela D.3 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
gap médio		0	3	0	0	0	0			
otimalidade		100	76	100	100	100	100			

D.2 CSSP

Tabela D.4: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G1 do CSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-250-1	145	178	178	172	172	170	168	*	-	446,6
20-10-250-2	171	177	177	172	171	171	171	*	-	845,9
20-10-500-1	348	357	357	355	352	348	348	*	-	184,8
20-10-500-2	347	351	351	350	351	347	347	*	-	184,1
20-10-750-1	524	524	530	526	530	524	524	801,1	-	447,9
20-10-750-2	521	521	531	530	526	521	521	*	-	456,4
20-15-250-1	166	176	176	174	176	170	166	*	-	126,9
20-15-250-2	166	178	178	176	176	170	166	*	-	673,7
20-15-500-1	345	353	353	350	350	348	345	*	-	281,3
20-15-500-2	348	353	353	352	350	348	348	*	-	280,9
20-15-750-1	522	522	533	524	530	522	522	601,6	-	706,2
20-15-750-2	523	523	534	524	524	523	523	601,5	-	680,8
20-20-250-1	170	177	177	175	172	172	170	*	-	915,8
20-20-250-2	170	177	177	175	172	172	171	*	-	918,2
20-20-500-1	340	357	357	348	350	346	342	*	-	388,9
20-20-500-2	340	360	360	348	360	346	343	*	-	386,5
20-20-750-1	512	538	538	530	522	522	518	602	-	935,8
20-20-750-2	522	531	531	528	525	523	522	*	-	935,7
20-25-250-1	172	177	177	176	175	173	173	*	-	118,2
20-25-250-2	172	178	178	176	175	173	173	*	-	122,2
20-25-500-1	344	344	355	352	350	348	345	601,2	-	497
20-25-500-2	347	347	357	352	357	348	347	741,3	-	498,6
20-25-750-1	522	522	529	525	529	522	522	1212,3	-	119,5
20-25-750-2	522	522	534	525	534	522	522	602,3	-	119,2
20-5-250-1	171	171	177	172	177	171	171	601,1	-	248,7
20-5-250-2	170	170	179	179	172	171	171	601,1	-	255,5
20-5-500-1	348	354	354	352	350	348	348	*	-	894,3
20-5-500-2	348	354	354	352	350	348	348	*	-	90,1
20-5-750-1	520	531	531	528	520	520	520	*	-	210,4
20-5-750-2	521	529	529	528	525	521	521	*	-	210,9

Tabela D.4 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-10-250-1	134	151	151	151	155	135	135	*	-	380,4
4-10-250-2	131	147	147	147	152	135	132	*	-	381,5
4-10-500-1	265	289	289	285	281	265	265	*	-	167,2
4-10-500-2	268	287	287	282	275	268	268	*	-	165,6
4-10-750-1	401	430	430	425	428	401	401	*	-	416,9
4-10-750-2	400	425	425	420	425	400	400	*	-	417,6
4-15-250-1	128	148	148	145	142	135	128	*	-	599,9
4-15-250-2	128	143	143	142	142	137	128	*	-	590,3
4-15-500-1	248	290	290	275	267	267	248	*	-	275
4-15-500-2	248	288	288	275	268	265	248	*	-	270,2
4-15-750-1	401	430	430	414	401	401	401	*	-	671
4-15-750-2	402	414	414	410	402	402	402	*	-	665,4
4-20-250-1	128	148	148	145	132	132	128	*	-	836,8
4-20-250-2	120	149	149	145	132	132	124	*	-	849,6
4-20-500-1	266	291	291	275	270	266	266	*	-	379,3
4-20-500-2	264	276	276	268	266	266	266	*	-	381,3
4-20-750-1	399	399	422	418	401	399	399	681,4	-	95
4-20-750-2	400	401	424	412	402	402	400	*	-	94,6
4-25-250-1	130	152	152	138	141	135	135	*	-	108
4-25-250-2	132	143	143	143	136	136	135	*	-	107,3
4-25-500-1	270	282	282	273	282	273	270	*	-	494,5
4-25-500-2	270	289	289	271	289	271	270	*	-	491
4-25-750-1	406	406	435	425	415	409	408	851,6	-	125,2
4-25-750-2	406	406	432	430	412	406	406	601,6	-	122,6
4-5-250-1	108	141	141	138	130	130	110	*	-	154,7
4-5-250-2	112	142	142	138	130	132	112	*	-	156,4
4-5-500-1	255	284	284	280	274	272	262	*	-	623,5
4-5-500-2	260	298	298	279	272	269	262	*	-	605
4-5-750-1	342	428	428	400	398	398	344	*	-	148,8
4-5-750-2	342	420	420	398	402	396	344	*	-	147,2
gap médio		7,2	8,1	5,8	4,8	2,8	0,7			
otimalidade		21,3	0	0	6,7	30,0	60,0			

Tabela D.5: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G2 do CSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-20-1	10	10	12	11	11	11	11	1,5	-	-
20-10-20-2	7	7	12	11	11	7	7	-	-	-

Tabela D.5 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-20-3	5	5	7	7	7	5	5	-	-	-
20-10-20-4	5	5	7	6	5	5	5	-	-	-
20-10-20-5	4	4	5	4	5	4	4	-	-	-
20-15-30-1	14	14	18	16	16	16	16	89	-	-
20-15-30-2	10	10	18	11	16	11	11	11,8	-	-
20-15-30-3	8	8	12	10	12	8	8	9,2	-	-
20-15-30-4	6	6	12	10	8	7	7	4,5	-	-
20-15-30-5	5	5	17	12	12	5	5	3,1	-	-
20-20-40-1	18	23	26	21	21	24	21	*	-	-
20-20-40-2	14	14	25	21	21	14	14	70,8	-	-
20-20-40-3	10	10	12	12	12	11	11	7,3	-	-
20-20-40-4	8	8	12	9	9	9	9	16,9	-	-
20-20-40-5	7	7	12	9	9	7	7	26,9	-	-
20-25-50-1	13	32	33	21	21	32	21	*	-	-
20-25-50-2	11	30	22	18	21	18	18	*	-	-
20-25-50-3	13	13	18	13	13	13	13	402,7	-	-
20-25-50-4	9	9	12	11	11	10	10	23,5	-	-
20-25-50-5	8	8	12	9	9	9	9	101,7	-	-
20-5-10-1	4	4	5	5	5	5	5	-	-	-
20-5-10-2	2	2	4	4	4	4	3	-	-	-
20-5-10-3	2	2	5	5	5	5	3	-	-	-
20-5-10-4	2	2	4	2	4	2	2	-	-	-
20-5-10-5	2	2	4	2	4	2	2	-	-	-
2-10-20-1	4	4	9	5	5	5	5	-	-	-
2-10-20-2	4	4	9	4	4	4	4	-	-	-
2-10-20-3	3	3	8	3	5	3	3	-	-	-
2-10-20-4	3	3	9	4	4	4	3	-	-	-
2-10-20-5	2	2	5	4	4	4	2	-	-	-
2-15-30-1	7	7	12	8	8	8	8	35,1	-	-
2-15-30-2	5	5	14	8	8	8	6	1,7	-	-
2-15-30-3	4	4	12	10	10	10	5	-	-	-
2-15-30-4	5	5	14	10	10	10	5	1,7	-	-
2-15-30-5	4	4	5	5	5	5	4	1,7	-	-
2-20-40-1	9	10	12	10	10	10	10	*	-	-
2-20-40-2	9	9	12	10	10	10	9	417,3	-	-
2-20-40-3	7	7	17	10	10	10	7	10	-	-
2-20-40-4	5	5	12	6	10	6	6	4	-	-
2-20-40-5	5	5	12	5	10	5	5	5,8	-	-
2-25-50-1	9	14	23	17	12	17	11	*	-	-

Tabela D.5 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
2-25-50-2	10	10	20	10	10	11	11	474,4	-	-
2-25-50-3	8	8	12	10	10	9	9	52,7	-	-
2-25-50-4	6	6	12	10	10	7	7	5,1	-	-
2-25-50-5	5	5	12	12	12	6	6	63,2	-	-
2-5-10-1	2	2	4	2	4	2	2	-	-	-
2-5-10-2	2	2	3	2	3	2	2	-	-	-
2-5-10-3	1	1	4	4	4	4	2	-	-	-
2-5-10-4	1	1	4	4	4	4	1	-	-	-
2-5-10-5	1	1	4	2	2	2	1	-	-	-
4-10-20-1	7	7	12	10	10	10	8	2,1	-	-
4-10-20-2	6	6	11	7	10	7	7	-	-	-
4-10-20-3	4	4	5	4	4	4	4	-	-	-
4-10-20-4	3	3	5	3	4	3	3	-	-	-
4-10-20-5	2	2	5	3	4	3	3	-	-	-
4-15-30-1	11	12	19	13	13	13	13	*	-	-
4-15-30-2	8	8	18	8	13	8	8	5,8	-	-
4-15-30-3	7	7	12	7	12	7	7	4	-	-
4-15-30-4	5	5	12	10	10	10	5	2	-	-
4-15-30-5	5	5	12	10	10	10	5	1,7	-	-
4-20-40-1	13	17	25	15	15	20	15	*	-	-
4-20-40-2	11	11	20	15	15	12	12	49,3	-	-
4-20-40-3	9	9	15	10	10	9	9	20,3	-	-
4-20-40-4	8	8	12	8	8	8	8	12,4	-	-
4-20-40-5	5	5	12	8	8	6	6	9,7	-	-
4-25-50-1	13	24	30	30	15	30	15	*	-	-
4-25-50-2	13	13	20	14	15	14	14	103,4	-	-
4-25-50-3	10	10	20	11	12	11	11	202,3	-	-
4-25-50-4	0	50	12	10	8	10	8	*	-	-
4-25-50-5	0	56	12	10	8	10	8	*	-	-
4-5-10-1	3	3	4	4	3	4	3	-	-	-
4-5-10-2	3	3	5	4	4	4	3	-	-	-
4-5-10-3	2	2	3	2	3	2	2	-	-	-
4-5-10-4	1	1	4	1	3	1	1	-	-	-
4-5-10-5	2	2	5	3	4	3	2	-	-	-
gap médio		7,2	101,1	43,7	57,7	36,4	4,4			
otimalidade		89,3	2,7	25,3	12	34,7	81,3			

Tabela D.6: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G3 do CSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-100-10-1	7	7	12	7	7	7	7	533,2	-	338
20-100-10-2	5	5	8	5	6	5	5	10,4	-	-
20-100-15-1	8	12	17	14	12	13	12	*	-	364
20-100-15-2	6	6	12	6	8	6	6	51,6	-	-
20-100-20-1	11	14	20	17	14	15	11	*	-	421
20-100-20-2	9	9	12	9	11	9	9	186,1	-	683
20-100-25-1	12	16	20	17	20	17	15	*	-	558
20-100-25-2	10	10	14	12	11	11	10	1058,6	-	635
20-100-5-1	4	4	9	4	4	4	4	-	-	-
20-100-5-2	2	2	7	2	4	3	2	-	-	-
20-150-10-1	7	7	12	7	12	7	7	436,9	-	381
20-150-10-2	5	5	10	5	7	5	5	42,4	-	-
20-150-15-1	8	12	17	14	15	12	12	*	-	428
20-150-15-2	7	7	9	7	7	7	7	300,8	-	326
20-150-20-1	11	15	20	17	15	16	12	*	-	420
20-150-20-2	9	9	11	9	11	9	9	238,1	-	384
20-150-25-1	9	18	20	20	18	19	18	*	-	565
20-150-25-2	8	17	19	17	19	18	14	*	-	587
20-150-5-1	4	4	7	7	7	5	4	-	-	-
20-150-5-2	2	2	7	2	6	2	2	-	-	-
20-200-10-1	7	7	10	7	9	7	7	168,3	-	673
20-200-10-2	5	5	10	5	6	5	5	27,6	-	-
20-200-15-1	8	12	15	12	12	13	9	*	-	514
20-200-15-2	7	7	9	10	7	8	7	1239,3	-	616
20-200-20-1	11	13	15	15	15	13	11	*	-	452
20-200-20-2	8	16	19	18	19	17	16	*	-	621
20-200-25-1	9	18	20	18	20	19	15	*	-	401
20-200-25-2	7	19	23	19	19	19	18	*	-	664
20-200-5-1	4	4	10	5	8	4	4	-	-	-
20-200-5-2	2	2	8	3	7	3	2	-	-	-
20-250-10-1	7	7	12	8	11	8	7	1011,3	-	698
20-250-10-2	5	5	8	5	8	5	5	37,8	-	-
20-250-15-1	8	12	18	13	17	13	10	*	-	404
20-250-15-2	7	7	13	7	12	7	7	217,8	-	697
20-250-20-1	10	14	19	14	19	14	13	*	-	561
20-250-20-2	7	14	20	14	16	14	12	*	-	594
20-250-25-1	8	18	20	19	20	19	15	*	-	508
20-250-25-2	6	17	21	20	21	18	16	*	-	315

Tabela D.6 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-250-5-1	4	4	10	7	6	5	4	-	-	-
20-250-5-2	2	2	5	4	5	2	2	-	-	-
20-50-10-1	7	7	9	7	7	7	7	110,7	-	410
20-50-10-2	5	5	10	7	5	6	5	-	-	-
20-50-15-1	9	11	17	13	11	11	9	*	-	328
20-50-15-2	7	7	12	7	7	7	7	11,2	-	-
20-50-20-1	12	13	15	13	15	14	13	*	-	482
20-50-20-2	8	8	12	8	10	8	8	23,6	-	-
20-50-25-1	12	18	22	19	18	19	15	*	-	607
20-50-25-2	10	10	16	10	12	10	10	80,3	-	-
20-50-5-1	4	4	9	4	6	4	4	-	-	-
20-50-5-2	2	2	8	3	2	3	2	-	-	-
4-100-10-1	5	8	10	8	10	9	5	*	-	656
4-100-10-2	5	5	7	5	7	5	5	9	-	-
4-100-15-1	6	9	14	10	12	9	6	*	-	416
4-100-15-2	7	7	10	8	10	7	7	895,8	-	605
4-100-20-1	8	12	15	12	15	12	10	*	-	657
4-100-20-2	8	10	14	13	11	11	10	*	-	543
4-100-25-1	9	16	22	19	16	17	16	*	-	539
4-100-25-2	9	17	19	19	18	18	15	*	-	419
4-100-5-1	4	4	6	4	5	4	4	24,9	-	-
4-100-5-2	2	2	7	4	7	2	2	-	-	-
4-150-10-1	5	8	11	8	8	8	5	*	-	553
4-150-10-2	5	5	10	5	7	5	5	230,6	-	611
4-150-15-1	6	11	15	11	12	11	8	*	-	429
4-150-15-2	6	8	12	8	9	8	6	*	-	372
4-150-20-1	8	12	14	12	12	12	9	*	-	369
4-150-20-2	7	12	18	12	14	12	9	*	-	506
4-150-25-1	8	15	18	15	16	15	12	*	-	356
4-150-25-2	7	14	16	14	14	14	11	*	-	585
4-150-5-1	4	4	6	4	5	4	4	49,8	-	-
4-150-5-2	2	2	4	3	2	2	2	-	-	-
4-200-10-1	5	7	11	7	7	7	5	*	-	529
4-200-10-2	5	5	11	5	6	5	5	94,5	-	-
4-200-15-1	6	12	17	12	12	12	9	*	-	586
4-200-15-2	6	6	9	6	6	6	6	1558,3	-	582
4-200-20-1	8	12	16	12	12	12	9	*	-	351
4-200-20-2	6	15	18	15	15	15	12	*	-	611
4-200-25-1	8	16	20	16	17	16	13	*	-	654

Tabela D.6 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-200-25-2	7	18	23	18	20	18	15	*	-	537
4-200-5-1	4	4	9	4	6	4	4	57,9	-	-
4-200-5-2	2	2	4	2	2	2	2	-	-	-
4-250-10-1	5	7	9	7	6	6	5	*	-	642
4-250-10-2	5	5	10	5	7	5	5	253,9	-	568
4-250-15-1	6	10	12	10	10	10	7	*	-	352
4-250-15-2	6	10	13	10	10	10	7	*	-	407
4-250-20-1	7	14	17	14	16	14	11	*	-	531
4-250-20-2	11	11	14	11	16	11	11	*	-	464
4-250-25-1	14	17	20	17	18	17	14	600,6	-	452
4-250-25-2	13	13	15	13	16	13	13	*	-	681
4-250-5-1	2	2	8	2	5	2	2	14	-	-
4-250-5-2	2	2	6	2	3	2	2	1,3	-	-
4-50-10-1	5	5	11	5	8	5	5	233,3	-	672
4-50-10-2	4	4	6	4	5	4	4	13,5	-	-
4-50-15-1	6	10	13	10	11	10	7	606,4	-	335
4-50-15-2	6	6	9	6	6	6	6	160,2	-	622
4-50-20-1	10	13	16	13	14	13	10	*	-	676
4-50-20-2	8	8	13	8	10	8	8	397,5	-	688
4-50-25-1	10	16	20	16	17	16	13	*	-	656
4-50-25-2	10	13	18	13	15	13	10	*	-	567
4-50-5-1	2	2	7	2	4	2	2	502,2	-	563
4-50-5-2	2	2	8	2	4	2	2	633,2	-	558
gap médio		33,4	112,6	43,8	66,9	37,9	19,1			
otimalidade		51,5	0	38,6	11,9	42,6	63,4			

D.3 FSP

Tabela D.7: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 1 do FSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-250-1	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-10-250-2	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-10-500-1	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-10-500-2	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-10-750-1	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-10-750-2	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-15-250-1	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-

Tabela D.7 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-15-250-2	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-15-500-1	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-15-500-2	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-15-750-1	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-15-750-2	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-20-250-1	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-20-250-2	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-20-500-1	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-20-500-2	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-20-750-1	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-20-750-2	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-25-250-1	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-25-250-2	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-25-500-1	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-25-500-2	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-25-750-1	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-25-750-2	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-5-250-1	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-5-250-2	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-250	-	-	-
20-5-500-1	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-5-500-2	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-500	-	-	-
20-5-750-1	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
20-5-750-2	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-750	-	-	-
4-10-250-1	-231	-231	-231	-231	-231	-231	-231	-	-	-
4-10-250-2	-240	-240	-240	-240	-240	-240	-240	-	-	-
4-10-500-1	-462	-462	-462	-462	-462	-462	-462	-	-	-
4-10-500-2	-480	-480	-480	-480	-480	-480	-480	-	-	-
4-10-750-1	-694	-694	-693	-694	-694	-694	-694	-	-	-
4-10-750-2	-722	-722	-722	-722	-722	-722	-722	-	-	-
4-15-250-1	-226	-226	-226	-226	-226	-226	-226	-	-	-
4-15-250-2	-237	-237	-236	-237	-237	-237	-237	-	-	-
4-15-500-1	-453	-453	-452	-453	-453	-453	-453	-	-	-
4-15-500-2	-475	-475	-475	-475	-475	-475	-475	-	-	-
4-15-750-1	-677	-677	-677	-677	-677	-677	-677	-	-	-
4-15-750-2	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-	-	-
4-20-250-1	-223	-223	-223	-223	-223	-223	-223	-	-	-
4-20-250-2	-235	-235	-235	-235	-235	-235	-235	-	-	-
4-20-500-1	-448	-448	-447	-448	-448	-448	-448	-	-	-
4-20-500-2	-471	-471	-470	-471	-471	-471	-471	-	-	-

Tabela D.7 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-20-750-1	-673	-673	-672	-673	-673	-673	-673	3,69	-	-
4-20-750-2	-705	-705	-705	-705	-705	-705	-705	-	-	-
4-25-250-1	-220	-220	-218	-220	-220	-220	-220	-	-	-
4-25-250-2	-232	-232	-231	-232	-232	-232	-232	-	-	-
4-25-500-1	-443	-443	-442	-443	-443	-443	-443	-	-	-
4-25-500-2	-467	-467	-466	-467	-467	-467	-467	-	-	-
4-25-750-1	-662	-662	-661	-662	-662	-662	-662	-	-	-
4-25-750-2	-701	-701	-700	-701	-701	-701	-701	1,45	-	-
4-5-250-1	-241	-241	-241	-241	-241	-241	-241	-	-	-
4-5-250-2	-247	-247	-247	-247	-247	-247	-247	-	-	-
4-5-500-1	-481	-481	-481	-481	-481	-481	-481	-	-	-
4-5-500-2	-493	-493	-493	-493	-493	-493	-493	-	-	-
4-5-750-1	-723	-723	-723	-723	-723	-723	-723	-	-	-
4-5-750-2	-734	-734	-734	-734	-734	-734	-734	-	-	-
gap médio		0	0,1	0	0	0	0			
otimalidade		100	80	100	100	100	100			

Tabela D.8: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 2 do FSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-20-1	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-	-	-
20-10-20-2	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-	-	-
20-10-20-3	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-	-	-
20-10-20-4	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-	-	-
20-10-20-5	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-	-	-
20-15-30-1	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-	-	-
20-15-30-2	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-	-	-
20-15-30-3	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-	-	-
20-15-30-4	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-	-	-
20-15-30-5	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-30	-	-	-
20-20-40-1	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-	-	-
20-20-40-2	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-	-	-
20-20-40-3	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-	-	-
20-20-40-4	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-	-	-
20-20-40-5	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-40	-	-	-
20-25-50-1	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-	-	-
20-25-50-2	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-	-	-
20-25-50-3	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-	-	-

Tabela D.8 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-25-50-4	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-	-	-
20-25-50-5	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-50	-	-	-
20-5-10-1	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
20-5-10-2	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
20-5-10-3	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
20-5-10-4	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
20-5-10-5	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
2-10-20-1	-14	-14	-13	-14	-14	-14	-14	-	-	-
2-10-20-2	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-	-	-
2-10-20-3	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-	-	-
2-10-20-4	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-	-	-
2-10-20-5	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-	-	-
2-15-30-1	-18	-18	-18	-18	-18	-18	-18	-	-	-
2-15-30-2	-22	-22	-22	-22	-22	-22	-22	-	-	-
2-15-30-3	-23	-23	-22	-23	-23	-23	-23	-	-	-
2-15-30-4	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-	-	-
2-15-30-5	-25	-25	-24	-25	-25	-25	-25	-	-	-
2-20-40-1	-24	-24	-22	-24	-24	-24	-24	-	-	-
2-20-40-2	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-	-	-
2-20-40-3	-31	-31	-31	-31	-31	-31	-31	-	-	-
2-20-40-4	-32	-32	-31	-32	-32	-32	-32	-	-	-
2-20-40-5	-34	-34	-34	-34	-34	-34	-34	-	-	-
2-25-50-1	-32	-32	-31	-32	-32	-32	-32	-	-	-
2-25-50-2	-36	-36	-35	-36	-36	-36	-36	-	-	-
2-25-50-3	-40	-40	-39	-40	-40	-40	-40	-	-	-
2-25-50-4	-42	-42	-41	-42	-42	-42	-42	-	-	-
2-25-50-5	-43	-43	-43	-43	-43	-43	-43	-	-	-
2-5-10-1	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-6	-	-	-
2-5-10-2	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
2-5-10-3	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
2-5-10-4	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-	-	-
2-5-10-5	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-	-	-
4-10-20-1	-18	-18	-18	-18	-18	-18	-18	-	-	-
4-10-20-2	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-	-	-
4-10-20-3	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-	-	-
4-10-20-4	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-	-	-
4-10-20-5	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-	-	-
4-15-30-1	-27	-27	-27	-27	-27	-27	-27	-	-	-
4-15-30-2	-28	-28	-28	-28	-28	-28	-28	-	-	-

Tabela D.8 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-15-30-3	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-	-	-
4-15-30-4	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-	-	-
4-15-30-5	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-	-	-
4-20-40-1	-36	-36	-35	-36	-36	-36	-36	-	-	-
4-20-40-2	-37	-37	-37	-37	-37	-37	-37	-	-	-
4-20-40-3	-38	-38	-38	-38	-38	-38	-38	-	-	-
4-20-40-4	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-	-	-
4-20-40-5	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-	-	-
4-25-50-1	-44	-44	-43	-44	-44	-44	-44	1,2	-	-
4-25-50-2	-47	-47	-46	-47	-47	-47	-47	-	-	-
4-25-50-3	-48	-48	-48	-48	-48	-48	-48	-	-	-
4-25-50-4	-48	-48	-47	-48	-48	-48	-48	-	-	-
4-25-50-5	-48	-48	-47	-48	-48	-48	-48	-	-	-
4-5-10-1	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-	-	-
4-5-10-2	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
4-5-10-3	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
4-5-10-4	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
4-5-10-5	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
gap médio		0	0,9	0	0	0	0			
otimalidade		100	80	100	100	100	100			

Tabela D.9: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 3 do FSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-100-10-1	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-	-	-
20-100-10-2	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
20-100-15-1	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	4,7	-	1,3
20-100-15-2	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-	-	-
20-100-20-1	-19	-19	-18	-19	-19	-19	-19	5,5	-	1,5
20-100-20-2	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	3,4	-	2,1
20-100-25-1	-24	-24	-23	-24	-24	-24	-24	7,1	-	2,7
20-100-25-2	-24	-24	-24	-24	-24	-24	-24	4,5	-	2,5
20-100-5-1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-	-	-
20-100-5-2	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	6,7	-	1,5
20-150-10-1	-9	-9	-8	-9	-9	-9	-9	4,6	-	3,9
20-150-10-2	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	9,6	-	2,1
20-150-15-1	-14	-14	-13	-14	-13	-14	-14	8	-	3
20-150-15-2	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	4,2	-	1,2

Tabela D.9 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-150-20-1	-19	-19	-18	-19	-19	-19	-19	11,2	-	2,1
20-150-20-2	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	5,7	-	1,5
20-150-25-1	-24	-24	-23	-24	-24	-24	-24	15	-	3
20-150-25-2	-24	-24	-24	-24	-24	-24	-24	7,1	-	-
20-150-5-1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-	-	-
20-150-5-2	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-	-	-
20-200-10-1	-9	-9	-7	-7	-7	-7	-8	605,7	-	3
20-200-10-2	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-	-	-
20-200-15-1	-14	-14	-12	-14	-12	-14	-14	13,3	-	4,1
20-200-15-2	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	8,4	-	2,6
20-200-20-1	-19	-19	-18	-19	-18	-19	-19	102,4	-	4,4
20-200-20-2	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	10,4	-	2,9
20-200-25-1	-24	-24	-23	-24	-24	-24	-24	26,5	-	4,6
20-200-25-2	-24	-24	-24	-24	-24	-24	-24	12,2	-	3,8
20-200-5-1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-	-	-
20-200-5-2	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-	-	-
20-250-10-1	-9	-9	-7	-9	-7	-9	-7	8,3	-	4,3
20-250-10-2	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	4,2	-	1,0
20-250-15-1	-14	-14	-13	-14	-13	-14	-14	22	-	5,1
20-250-15-2	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	11,8	-	3,8
20-250-20-1	-19	-19	-18	-19	-19	-19	-19	106,3	-	6,2
20-250-20-2	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	17,4	-	5,9
20-250-25-1	-24	-23	-23	-24	-24	-24	-24	*	-	6,9
20-250-25-2	-24	-24	-23	-24	-24	-24	-24	19,2	-	4,8
20-250-5-1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-	-	-
20-250-5-2	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-	-	-
20-50-10-1	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
20-50-10-2	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
20-50-15-1	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-	-	-
20-50-15-2	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-	-	-
20-50-20-1	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-	-	-
20-50-20-2	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20	-	-	-
20-50-25-1	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-	-	-
20-50-25-2	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-25	-	-	-
20-50-5-1	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-	-	-
20-50-5-2	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-	-	-
4-100-10-1	-7	-7	-5	-6	-5	-6	-7	-	-	-
4-100-10-2	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
4-100-15-1	-11	-11	-8	-11	-8	-11	-11	-	-	-

Tabela D.9 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-100-15-2	-12	-12	-11	-12	-11	-12	-12	-	-	-
4-100-20-1	-15	-15	-14	-14	-14	-14	-15	1,3	-	1,8
4-100-20-2	-16	-16	-15	-16	-15	-15	-16	6,4	-	2
4-100-25-1	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	5,1	-	1,2
4-100-25-2	-21	-21	-20	-21	-21	-21	-21	1,5	-	-
4-100-5-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
4-100-5-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-	-	-
4-150-10-1	-6	-6	-5	-6	-5	-5	-6	-	-	-
4-150-10-2	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
4-150-15-1	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
4-150-15-2	-12	-12	-11	-12	-11	-12	-12	-	-	-
4-150-20-1	-15	-15	-13	-15	-15	-15	-15	6,5	-	-
4-150-20-2	-16	-16	-14	-16	-16	-16	-16	1	-	-
4-150-25-1	-18	-18	-17	-18	-18	-18	-18	121,6	-	-
4-150-25-2	-21	-21	-19	-21	-21	-21	-21	10,2	-	1
4-150-5-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
4-150-5-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-	-	-
4-200-10-1	-6	-6	-5	-6	-5	-6	-6	-	-	-
4-200-10-2	-7	-7	-6	-7	-6	-7	-7	-	-	-
4-200-15-1	-10	-10	-8	-10	-8	-10	-10	1,1	-	2,3
4-200-15-2	-11	-11	-11	-11	-11	-11	-11	1,2	-	2
4-200-20-1	-14	-14	-9	-14	-9	-14	-14	5	-	1,5
4-200-20-2	-16	-16	-14	-14	-14	-14	-16	1,3	-	1,1
4-200-25-1	-18	-18	-15	-16	-15	-15	-18	51,9	-	1,7
4-200-25-2	-20	-20	-19	-19	-19	-19	-20	13,9	-	1,1
4-200-5-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-2	-	-	-
4-200-5-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-	-	-
4-250-10-1	-6	-6	-4	-5	-4	-4	-6	-	-	-
4-250-10-2	-7	-7	-6	-6	-6	-6	-7	-	-	-
4-250-15-1	-10	-10	-7	-7	-7	-7	-10	1,6	-	1,7
4-250-15-2	-11	-11	-10	-10	-10	-10	-11	1,2	-	1,9
4-250-20-1	-14	-14	-10	-12	-10	-11	-14	46,7	-	2,3
4-250-20-2	-16	-16	-15	-15	-15	-15	-16	15,8	-	1,4
4-250-25-1	-18	-18	-15	-16	-15	-16	-18	33,7	-	1,6
4-250-25-2	-20	-20	-19	-19	-19	-19	-20	9,7	-	2,4
4-250-5-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
4-250-5-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-	-	-
4-50-10-1	-7	-7	-6	-7	-6	-6	-7	-	-	-
4-50-10-2	-8	-8	-7	-7	-7	-7	-8	-	-	-

Tabela D.9 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-50-15-1	-12	-12	-11	-12	-11	-12	-12	-	-	-
4-50-15-2	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-	-	-
4-50-20-1	-15	-15	-14	-15	-14	-15	-15	1,1	-	1,5
4-50-20-2	-17	-17	-16	-17	-16	-17	-17	-	-	-
4-50-25-1	-20	-20	-19	-20	-19	-20	-20	2,6	-	-
4-50-25-2	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-	-	-
4-50-5-1	-3	-3	-2	-2	-2	-2	-3	-	-	-
4-50-5-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-	-	-
gap médio		0,1	7,9	3,4	7,1	4,3	0,5			
otimalidade		98,7	45,3	78,7	57,3	74,7	97,3			

D.4 FSSP

Tabela D.10: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 1 do FSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-250-1	-193	-190	-190	-193	-191	-191	-193	*	-	767,5
20-10-250-2	-194,8	-192	-192	-192	-192	-192	-193	*	-	622
20-10-500-1	-385,1	-378	-378	-381	-380	-380	-381	*	-	569,9
20-10-500-2	-387,3	-383	-383	-384	-383	-383	-384	*	-	777,1
20-10-750-1	-577,6	-570	-570	-574	-570	-570	-574	*	-	518,1
20-10-750-2	-579,8	-573	-573	-575	-574	-574	-575	*	-	850,2
20-15-250-1	-193,2	-188	-188	-190	-190	-190	-190	*	-	486,5
20-15-250-2	-195,2	-192	-192	-194	-193	-193	-194	*	-	621,4
20-15-500-1	-384,8	-377	-377	-379	-379	-379	-381	*	-	899,5
20-15-500-2	-386,7	-379	-379	-383	-381	-381	-383	*	-	782,5
20-15-750-1	-575,6	-566	-566	-567	-567	-567	-571	*	-	546,2
20-15-750-2	-579,3	-572	-572	-573	-573	-573	-576	*	-	832,4
20-20-250-1	-192,7	-188	-188	-189	-189	-189	-189	*	-	731,3
20-20-250-2	-194,3	-190	-190	-191	-191	-191	-193	*	-	560,5
20-20-500-1	-383,7	-375	-375	-377	-377	-377	-380	*	-	852,2
20-20-500-2	-386,8	-380	-380	-382	-382	-382	-382	*	-	752,4
20-20-750-1	-575,3	-566	-566	-566	-566	-566	-572	*	-	484,3
20-20-750-2	-577,9	-570	-570	-573	-570	-570	-573	*	-	848,4
20-25-250-1	-192,6	-188	-188	-188	-188	-188	-191	*	-	867,5
20-25-250-2	-193,9	-189	-189	-192	-190	-190	-192	*	-	543,8
20-25-500-1	-383,8	-376	-376	-377	-377	-377	-379	*	-	591,4
20-25-500-2	-386,5	-380	-380	-382	-381	-381	-382	*	-	837,7

Tabela D.10 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-25-750-1	-574,4	-553	-553	-554	-554	-554	-570	*	-	886,5
20-25-750-2	-578	-570	-570	-570	-570	-570	-574	*	-	788,1
20-5-250-1	-194	-192	-192	-194	-193	-193	-194	*	-	585,8
20-5-250-2	-195	-194	-194	-195	-194	-194	-195	*	-	73
20-5-500-1	-387,7	-383	-383	-384	-384	-384	-384	*	-	641,3
20-5-500-2	-388,8	-385	-385	-385	-385	-385	-388	*	-	576,8
20-5-750-1	-579,3	-574	-574	-575	-575	-575	-576	*	-	882,6
20-5-750-2	-581,2	-577	-577	-578	-577	-577	-578	*	-	662
4-10-250-1	-152,2	-144	-144	-149	-145	-145	-149	*	-	425,4
4-10-250-2	-154	-145	-145	-150	-147	-147	-150	*	-	811,9
4-10-500-1	-302,8	-289	-289	-299	-289	-289	-299	*	-	546,8
4-10-500-2	-305,9	-293	-293	-294	-294	-294	-301	*	-	514,1
4-10-750-1	-453,2	-433	-433	-450	-434	-434	-450	*	-	496,3
4-10-750-2	-459,3	-446	-446	-455	-446	-446	-455	*	-	896,9
4-15-250-1	-151,7	-143	-143	-148	-143	-143	-148	*	-	878,6
4-15-250-2	-151,9	-141	-141	-144	-144	-144	-148	*	-	670,1
4-15-500-1	-303,3	-292	-292	-300	-292	-292	-300	*	-	760
4-15-500-2	-304,6	-293	-293	-293	-293	-293	-301	*	-	843,5
4-15-750-1	-453,1	-430	-430	-450	-436	-436	-450	*	-	469,6
4-15-750-2	-461,4	-446	-446	-458	-447	-447	-458	*	-	784,9
4-20-250-1	-150,3	-138	-138	-147	-139	-139	-147	*	-	401,6
4-20-250-2	-152,4	-142	-142	-149	-143	-143	-149	*	-	840,3
4-20-500-1	-300,5	-285	-285	-285	-285	-285	-297	*	-	582
4-20-500-2	-303,3	-288	-288	-300	-288	-288	-300	*	-	843
4-20-750-1	-450,8	-426	-426	-446	-429	-429	-446	*	-	618
4-20-750-2	-454,3	-431	-431	-435	-435	-435	-450	*	-	760,7
4-25-250-1	-150	-137	-137	-147	-139	-139	-147	*	-	803,2
4-25-250-2	-151,4	-139	-139	-142	-142	-142	-148	*	-	670,9
4-25-500-1	-300,8	-284	-284	-297	-284	-284	-297	*	-	848,2
4-25-500-2	-305,3	-293	-293	-293	-293	-293	-301	*	-	747,1
4-25-750-1	-450,8	-430	-430	-447	-430	-430	-447	*	-	645,9
4-25-750-2	-455,7	-437	-437	-441	-441	-441	-451	*	-	582,9
4-5-250-1	-153	-146	-146	-149	-149	-149	-149	*	-	779,5
4-5-250-2	-155,4	-150	-150	-151	-151	-151	-151	*	-	746,8
4-5-500-1	-306	-298	-298	-302	-298	-298	-302	*	-	742
4-5-500-2	-310,2	-301	-301	-301	-301	-301	-307	*	-	466,9
4-5-750-1	-456,6	-442	-442	-452	-443	-443	-452	*	-	809,8
4-5-750-2	-458,1	-447	-447	-447	-447	-447	-454	*	-	821,1
gap médio		3,3	3,3	1,8	2,9	2,9	1,2	0	0	0

Tabela D.10 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
otimalidade		0	0	5	0	0	5	0	0	0

Tabela D.11: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 2 do FSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-20-1	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-	-	-
20-10-20-2	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-	-	-
20-10-20-3	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-	-	-
20-10-20-4	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-	-	-
20-10-20-5	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-	-	-
20-15-30-1	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-	1,6	1,7
20-15-30-2	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-	1,2	1,2
20-15-30-3	-22	-22	-22	-22	-22	-22	-22	-	-	-
20-15-30-4	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-21	-	-	-
20-15-30-5	-22	-22	-22	-22	-22	-22	-22	-	-	-
20-20-40-1	-29	-28	-28	-29	-28	-28	-29	600,2	1,4	4,5
20-20-40-2	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-	2,9	3
20-20-40-3	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-	-	-
20-20-40-4	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-	-	-
20-20-40-5	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-29	-	-	-
20-25-50-1	-35	-35	-34	-34	-34	-34	-35	57,8	3,7	7,2
20-25-50-2	-36	-35	-35	-35	-35	-35	-36	600,2	9,1	10,3
20-25-50-3	-36	-36	-35	-35	-35	-35	-36	4,6	7,6	11,9
20-25-50-4	-36	-36	-36	-36	-36	-36	-36	-	7,8	8,4
20-25-50-5	-36	-36	-36	-36	-36	-36	-36	-	1,1	1,1
20-5-10-1	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
20-5-10-2	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
20-5-10-3	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
20-5-10-4	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
20-5-10-5	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-	-	-
2-10-20-1	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-6	-	-	-
2-10-20-2	-7	-7	-6	-6	-6	-7	-7	-	-	-
2-10-20-3	-7	-7	-6	-6	-7	-7	-7	-	-	-
2-10-20-4	-7	-7	-6	-6	-6	-7	-7	-	-	-
2-10-20-5	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-	-	-
2-15-30-1	-8	-8	-6	-6	-6	-7	-8	-	-	-
2-15-30-2	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-	-	-
2-15-30-3	-9	-9	-8	-8	-8	-8	-9	-	-	-

Tabela D.11 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
2-15-30-4	-9	-9	-7	-9	-7	-9	-9	-	-	-
2-15-30-5	-9	-9	-6	-7	-7	-8	-9	-	-	-
2-20-40-1	-12	-12	-8	-10	-8	-10	-12	1,5	-	-
2-20-40-2	-13	-13	-8	-12	-10	-12	-13	-	-	-
2-20-40-3	-13	-13	-12	-12	-12	-12	-13	-	-	-
2-20-40-4	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-	-	-
2-20-40-5	-15	-15	-12	-14	-12	-12	-15	-	-	-
2-25-50-1	-14	-14	-12	-12	-13	-12	-14	335,3	-	2,3
2-25-50-2	-16	-16	-14	-16	-14	-14	-16	5,1	-	1,8
2-25-50-3	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-16	4,2	-	2,9
2-25-50-4	-19	-19	-18	-18	-18	-18	-19	-	-	-
2-25-50-5	-17	-17	-15	-15	-15	-15	-17	1,4	-	-
2-5-10-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
2-5-10-2	-3	-3	-2	-3	-2	-3	-3	-	-	-
2-5-10-3	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
2-5-10-4	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-	-	-
2-5-10-5	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-	-	-
4-10-20-1	-11	-11	-11	-11	-11	-11	-11	-	-	-
4-10-20-2	-12	-12	-11	-12	-11	-12	-12	-	-	-
4-10-20-3	-12	-12	-11	-12	-12	-12	-12	-	-	-
4-10-20-4	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-	-	-
4-10-20-5	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-	-	-
4-15-30-1	-15	-15	-15	-15	-13	-13	-15	2	-	-
4-15-30-2	-15	-15	-14	-14	-15	-14	-15	9,6	-	4,8
4-15-30-3	-18	-18	-17	-18	-18	-18	-18	-	-	-
4-15-30-4	-17	-	-	-						
4-15-30-5	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-	-	-
4-20-40-1	-21	-21	-19	-20	-19	-20	-21	42,5	-	1,6
4-20-40-2	-22	-22	-21	-22	-22	-22	-22	2,7	1,2	1,3
4-20-40-3	-22	-22	-22	-22	-22	-22	-22	23,3	1,1	3,2
4-20-40-4	-24	-24	-24	-24	-24	-24	-24	-	-	-
4-20-40-5	-24	-24	-22	-22	-22	-22	-24	1,6	-	-
4-25-50-1	-27	-26	-24	-26	-24	-26	-26	601,2	-	3,5
4-25-50-2	-27	-27	-26	-27	-27	-27	-27	244,9	-	1,6
4-25-50-3	-27	-27	-25	-27	-27	-27	-27	208	-	4
4-25-50-4	-29	-29	-28	-29	-28	-29	-29	5	1,3	4,8
4-25-50-5	-28	-28	-26	-28	-28	-28	-28	5,4	-	4,7
4-5-10-1	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-	-	-
4-5-10-2	-5	-5	-4	-5	-5	-5	-5	-	-	-

Tabela D.11 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-5-10-3	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-	-	-
4-5-10-4	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-	-	-
4-5-10-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-	-	-
gap médio		0,1	5,8	2,7	4,4	2,4	0			
otimalidade		96	53,3	73,3	66,7	73,3	100,0			

Tabela D.12: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 3 do FSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-250-1	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-6	3	1,7	-
20-10-250-2	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-	-	-
20-10-500-1	-10	-10	-8	-8	-8	-8	-10	6,4	5,3	-
20-10-500-2	-10	-10	-8	-8	-8	-8	-10	8,9	4,1	-
20-10-750-1	-13	-13	-11	-11	-11	-11	-13	68,2	10,1	-
20-10-750-2	-14	-14	-13	-13	-13	-13	-14	28,6	11,1	-
20-15-250-1	-16	-16	-14	-15	-15	-15	-16	58	24,1	-
20-15-250-2	-17	-17	-14	-14	-14	-14	-17	456,1	17,9	-
20-15-500-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
20-15-500-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
20-15-750-1	-6	-6	-4	-5	-5	-5	-6	3,7	1,8	-
20-15-750-2	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-	-	-
20-20-250-1	-9	-9	-8	-8	-8	-8	-9	19,2	6,7	-
20-20-250-2	-10	-10	-9	-9	-9	-9	-10	15,2	5,5	-
20-20-500-1	-13	-13	-11	-11	-11	-11	-13	42	13,1	-
20-20-500-2	-14	-14	-12	-12	-12	-12	-14	46,6	11,1	-
20-20-750-1	-16	-16	-14	-14	-14	-14	-16	75,8	24,5	-
20-20-750-2	-16	-16	-14	-15	-15	-15	-16	273,2	17,2	-
20-25-250-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
20-25-250-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
20-25-500-1	-6	-6	-4	-5	-5	-5	-6	5,3	2,1	-
20-25-500-2	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	1,1	-	-
20-25-750-1	-9	-9	-8	-8	-8	-8	-9	18,1	7	-
20-25-750-2	-10	-10	-7	-8	-8	-8	-10	7,9	4,3	-
20-5-250-1	-13	-13	-11	-11	-11	-11	-13	40,2	16,2	-
20-5-250-2	-13	-13	-12	-12	-12	-12	-13	193,9	10,2	-
20-5-500-1	-16	-15	-15	-15	-15	-15	-15	*	24,7	-
20-5-500-2	-16	-16	-14	-14	-14	-14	-16	168,9	20,4	-
20-5-750-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-

Tabela D.12 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-5-750-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
4-10-250-1	-5	-5	-4	-4	-4	-4	-5	3,6	2,2	-
4-10-250-2	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-6	3,5	1,8	-
4-10-500-1	-9	-9	-8	-8	-8	-8	-9	15,8	7,3	-
4-10-500-2	-10	-10	-8	-9	-9	-9	-10	10	4,8	-
4-10-750-1	-13	-13	-12	-12	-12	-12	-13	46,7	16,7	-
4-10-750-2	-13	-13	-11	-11	-11	-11	-13	83,9	14,7	-
4-15-250-1	-16	-15	-14	-14	-14	-14	-15	*	32,3	-
4-15-250-2	-16	-16	-14	-14	-14	-14	-16	136,4	31,9	-
4-15-500-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
4-15-500-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
4-15-750-1	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-6	1,9	-	-
4-15-750-2	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	1,2	-	-
4-20-250-1	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	4,8	2,5	-
4-20-250-2	-10	-10	-8	-10	-10	-10	-10	3,5	1,8	-
4-20-500-1	-14	-14	-13	-13	-13	-13	-14	11,5	5,6	-
4-20-500-2	-14	-14	-12	-13	-13	-13	-14	8,7	4,3	-
4-20-750-1	-16	-16	-14	-15	-15	-15	-16	194,4	12,9	-
4-20-750-2	-17	-17	-15	-15	-15	-15	-17	19,4	7,6	-
4-25-250-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
4-25-250-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	-	-
4-25-500-1	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-3	-	-	-
4-25-500-2	-4	-4	-3	-4	-4	-4	-4	-	-	-
4-25-750-1	-6	-6	-5	-5	-5	-5	-6	-	-	-
4-25-750-2	-6	-6	-5	-5	-5	-5	-6	-	-	-
4-5-250-1	-8	-8	-6	-6	-6	-6	-8	61,8	-	-
4-5-250-2	-10	-10	-9	-8	-8	-8	-10	1,1	-	-
4-5-500-1	-10	-10	-9	-9	-9	-9	-10	590,9	-	-
4-5-500-2	-12	-12	-10	-10	-10	-10	-12	3,2	-	-
4-5-750-1	-1	-1	0	0	0	0	-1	-	-	-
4-5-750-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-	-	-
gap médio		0,3	12,6	10,4	10,4	10,4	0,3			
otimalidade		93,5	27,4	33,9	33,9	33,9	93,5			

D.5 DSP

Tabela D.13: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G1 do DSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-250-1	-47	-47	-47	-47	-47	-47	-47	-	-	-
20-10-250-2	-42	-42	-40	-41	-42	-42	-42	52,2	-	26,2
20-10-500-1	-97	-97	-95	-97	-97	-97	-97	84,7	-	16,5
20-10-500-2	-82	-82	-80	-81	-81	-81	-82	16,1	-	8,4
20-10-750-1	-143	-143	-142	-142	-142	-142	-143	2,7	-	-
20-10-750-2	-120	-120	-119	-119	-119	-119	-120	1,1	-	-
20-15-250-1	-37	-37	-36	-36	-36	-36	-37	3,4	-	-
20-15-250-2	-34	-34	-30	-33	-33	-33	-34	5,9	-	1,2
20-15-500-1	-76	-76	-75	-75	-75	-75	-76	7,5	-	4,8
20-15-500-2	-66	-66	-66	-66	-66	-66	-66	71,8	-	22,4
20-15-750-1	-114	-114	-111	-113	-114	-113	-114	31,2	-	1,8
20-15-750-2	-103	-103	-99	-101	-103	-103	-103	1,8	-	1,6
20-20-250-1	-30	-30	-28	-29	-29	-29	-29	8,7	-	2,4
20-20-250-2	-29	-29	-25	-27	-27	-27	-29	4	-	3,3
20-20-500-1	-68	-68	-65	-66	-66	-66	-68	52,4	-	1,5
20-20-500-2	-57	-57	-55	-56	-56	-56	-57	247,8	-	36,9
20-20-750-1	-100	-100	-98	-98	-98	-98	-100	2,1	-	1,5
20-20-750-2	-87	-87	-86	-86	-86	-86	-87	127,8	-	27
20-25-250-1	-28	-28	-26	-27	-27	-28	-28	49,5	-	17,7
20-25-250-2	-24	-24	-22	-22	-23	-23	-24	29,2	-	13,8
20-25-500-1	-58	-58	-56	-57	-57	-58	-58	17,5	-	1,5
20-25-500-2	-53	-53	-50	-51	-51	-52	-53	116,9	-	-
20-25-750-1	-86	-86	-83	-84	-84	-84	-84	52,4	-	2,1
20-25-750-2	-77	-77	-74	-75	-75	-75	-77	138,2	-	1,3
20-5-250-1	-67	-67	-67	-67	-67	-67	-67	122,1	-	4,1
20-5-250-2	-63	-63	-62	-62	-62	-62	-63	58,8	-	5,1
20-5-500-1	-135	-135	-135	-135	-135	-135	-135	108,6	-	6,2
20-5-500-2	-128	-128	-128	-128	-128	-128	-128	*	-	27,2
20-5-750-1	-204	-204	-204	-204	-204	-204	-204	10,2	-	22,3
20-5-750-2	-191	-191	-191	-191	-191	-191	-191	80,2	-	5,3
4-10-250-1	-52	-52	-50	-51	-51	-51	-52	56,4	-	30,1
4-10-250-2	-47	-47	-47	-47	-47	-47	-47	8,6	-	16,1
4-10-500-1	-114	-114	-112	-113	-113	-113	-113	96,2	-	15,2
4-10-500-2	-95	-95	-94	-94	-94	-94	-95	218,3	-	16,2
4-10-750-1	-165	-165	-163	-164	-164	-165	-165	91,1	-	4,2
4-10-750-2	-146	-146	-144	-145	-145	-145	-146	121,7	-	26,3
4-15-250-1	-42,5	-41	-39	-41	-41	-41	-42	*	-	580,2

Tabela D.13 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-15-250-2	-38,9	-35	-35	-37	-37	-37	-37	*	-	249,1
4-15-500-1	-87	-86	-85	-86	-86	-86	-86	*	-	858,3
4-15-500-2	-80,5	-76	-76	-78	-78	-78	-79	*	-	414,2
4-15-750-1	-137,1	-134	-134	-135	-135	-135	-136	*	-	607,4
4-15-750-2	-120,7	-116	-116	-118	-118	-118	-120	*	-	347,5
4-20-250-1	-37,5	-33	-33	-34	-35	-35	-35	*	-	927,2
4-20-250-2	-33,8	-30	-30	-31	-31	-31	-32	*	-	710,2
4-20-500-1	-76,6	-74	-74	-74	-74	-74	-76	*	-	499,4
4-20-500-2	-65,7	-63	-63	-63	-63	-63	-65	*	-	627,4
4-20-750-1	-119,3	-118	-114	-115	-115	-115	-119	*	-	644,8
4-20-750-2	-105,7	-101	-101	-103	-103	-103	-105	*	-	478,5
4-25-250-1	-34,3	-29	-29	-31	-31	-31	-34	*	-	704,3
4-25-250-2	-28,6	-25	-25	-26	-26	-26	-27	*	-	303,2
4-25-500-1	-69,8	-65	-65	-66	-66	-68	-69	*	-	812,4
4-25-500-2	-58,4	-54	-54	-55	-55	-55	-58	*	-	732,3
4-25-750-1	-103,3	-98	-98	-100	-100	-100	-102	*	-	871,9
4-25-750-2	-90,6	-85	-85	-87	-88	-88	-90	*	-	483,7
4-5-250-1	-81	-81	-80	-81	-81	-81	-81	250,1	-	42,1
4-5-250-2	-70	-70	-69	-70	-70	-70	-70	122,1	-	20,1
4-5-500-1	-147	-147	-146	-147	-147	-147	-147	882,9	-	156,1
4-5-500-2	-135	-135	-134	-135	-135	-135	-135	761,3	-	412,1
4-5-750-1	-233	-233	-232	-233	-233	-233	-233	950,3	-	320,1
4-5-750-2	-200	-200	-200	-200	-200	-200	-200	102,6	-	40,1
gap médio		1,9	3,9	2,4	2,3	2,2	0,7			
otimalidade		70	15	25	30	30	63,3			

Tabela D.14: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G2 do DSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-20-1	-3	-3	-2	-3	-3	-3	-3	0,1	-	-
20-10-20-2	-2	-2	-1	-2	-2	-2	-2	0,1	-	-
20-10-20-3	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0,1	-	-
20-10-20-4	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0,1	-	-
20-10-20-5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,2	-	-
20-15-30-1	-4	-4	-3	-3	-3	-3	-4	0,1	-	-
20-15-30-2	-3	-3	-2	-3	-3	-3	-3	0,4	-	-
20-15-30-3	-2	-2	-1	-2	-2	-2	-2	0,4	-	-
20-15-30-4	-2	-2	-1	-2	-2	-2	-2	0,2	-	-

Tabela D.14 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-15-30-5	-2	-2	-1	-1	-2	-2	-2	0,4	-	-
20-20-40-1	-4	-4	-2	-3	-4	-4	-4	1,6	-	-
20-20-40-2	-3	-3	-1	-2	-3	-3	-3	1,4	-	-
20-20-40-3	-2	-2	-1	-1	-2	-2	-2	0,3	-	-
20-20-40-4	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0,7	-	-
20-20-40-5	-2	-2	0	-1	-1	-1	-2	0,6	-	-
20-25-50-1	-4	-4	-2	-3	-4	-4	-4	10,3	-	-
20-25-50-2	-4	-4	-2	-2	-3	-4	-4	3,1	-	-
20-25-50-3	-3	-3	0	-2	-3	-3	-3	3,1	-	-
20-25-50-4	-2	-2	0	-1	-2	-2	-2	1,9	-	-
20-25-50-5	-3	-3	-1	-2	-3	-3	-3	1,1	-	-
20-5-10-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0,1	-	-
20-5-10-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0,1	-	-
20-5-10-3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,1	-	-
20-5-10-4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,1	-	-
20-5-10-5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,1	-	-
2-10-20-1	0	0	1	0	0	0	0	0,1	-	-
2-10-20-2	0	0	0	0	0	0	0	0,1	-	-
2-10-20-3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,1	-	-
2-10-20-4	0	0	1	0	0	0	0	0,1	-	-
2-10-20-5	0	0	1	0	0	0	0	0,1	-	-
2-15-30-1	0	0	1	0	0	0	0	0,3	-	-
2-15-30-2	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	0,2	-	-
2-15-30-3	1	1	2	1	1	1	1	0,3	-	-
2-15-30-4	0	0	2	1	0	0	0	0,1	-	-
2-15-30-5	1	1	2	1	1	1	1	0,1	-	-
2-20-40-1	0	0	3	1	0	0	0	0,6	-	-
2-20-40-2	0	0	2	0	0	0	0	0,6	-	-
2-20-40-3	1	1	1	1	1	1	1	0,7	-	-
2-20-40-4	1	1	2	1	1	1	1	0,3	-	-
2-20-40-5	1	1	1	1	1	1	1	0,3	-	-
2-25-50-1	0	0	2	2	1	0	0	2,2	-	-
2-25-50-2	0	0	4	1	0	0	0	1,1	-	-
2-25-50-3	1	1	3	1	1	1	1	4,5	-	-
2-25-50-4	0	0	3	1	1	0	0	1,6	-	-
2-25-50-5	1	1	3	1	1	1	1	1,6	-	-
2-5-10-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,1	-	-
2-5-10-2	0	0	0	0	0	0	0	0,1	-	-
2-5-10-3	0	0	0	0	0	0	0	0,1	-	-

Tabela D.14 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
2-5-10-4	0	0	0	0	0	0	0	0,1	-	-
2-5-10-5	0	0	1	0	0	0	0	0,1	-	-
4-10-20-1	-2	-2	-1	-2	-2	-2	-2	0,1	-	-
4-10-20-2	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	0,2	-	-
4-10-20-3	-1	-1	0	0	-1	-1	-1	0,1	-	-
4-10-20-4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,1	-	-
4-10-20-5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,1	-	-
4-15-30-1	-2	-2	-1	-1	-2	-2	-2	0,6	-	-
4-15-30-2	-2	-2	-1	-1	-2	-2	-2	0,3	-	-
4-15-30-3	-2	-2	-1	-2	-2	-2	-2	0,4	-	-
4-15-30-4	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	0,2	-	-
4-15-30-5	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	0,2	-	-
4-20-40-1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	3	-	-
4-20-40-2	-2	-2	1	-1	-2	-2	-2	1,6	-	-
4-20-40-3	-2	-2	-1	-1	-2	-2	-2	0,5	-	-
4-20-40-4	-2	-2	-1	-1	-2	-2	-2	1,3	-	-
4-20-40-5	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	0,6	-	-
4-25-50-1	-3	-3	0	-1	-3	-3	-3	20	-	-
4-25-50-2	-2	-2	0	-1	-2	-2	-2	13,1	-	-
4-25-50-3	-2	-2	-1	-2	-2	-2	-2	4,5	-	-
4-25-50-4	-2	-2	0	-1	-2	-2	-2	3	-	-
4-25-50-5	-2	-2	1	-1	-2	-2	-2	1,2	-	-
4-5-10-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0,1	-	-
4-5-10-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,1	-	-
4-5-10-3	0	0	0	0	0	0	0	0,1	-	-
4-5-10-4	0	0	0	0	0	0	0	0,1	-	-
4-5-10-5	0	0	1	0	0	0	0	0,1	-	-
gap médio		0	43,7	13,2	1,3	0	0			
otimalidade		100	48	72	96	100	100			

Tabela D.15: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo G3 do DSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-100-100-10-1	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
20-100-100-10-2	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
20-100-100-15-1	1	1	2	1	1	1	1	131,1	-	102,7
20-100-100-15-2	1	1	2	1	1	1	1	79,4	-	51,4
20-100-100-20-1	1	1	2	1	1	1	1	458,8	-	302,8

Tabela D.15 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-100-100-20-2	1	1	1	1	1	1	1	873,8	-	601,9
20-100-100-25-1	0	1	1	1	1	1	1	1096,3	-	510,3
20-100-100-25-2	1	1	1	1	1	1	1	488,8	-	202,3
20-100-100-5-1	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
20-100-100-5-2	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
20-150-150-10-1	1	1	4	2	2	2	1	5	-	2,7
20-150-150-10-2	1	1	2	1	1	1	1	3,6	-	1,2
20-150-150-15-1	1	1	2	1	1	1	1	6,3	-	3,8
20-150-150-15-2	1	1	2	1	1	1	1	5,6	-	3,9
20-150-150-20-1	1	1	2	1	1	1	1	15,2	-	5,8
20-150-150-20-2	1	1	2	1	1	1	1	14,7	-	6,2
20-150-150-25-1	1	1	2	1	1	1	1	526,1	-	310,6
20-150-150-25-2	1	1	1	1	1	1	1	14,7	-	5
20-150-150-5-1	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
20-150-150-5-2	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
20-200-200-10-1	1	1	4	3	2	1	1	1,2	-	2,4
20-200-200-10-2	1	1	3	2	2	1	1	1,7	-	3,5
20-200-200-15-1	1	1	3	2	2	2	1	6,3	-	7,3
20-200-200-15-2	1	1	2	1	1	1	1	4,4	-	6,4
20-200-200-20-1	1	1	3	2	1	1	1	14,4	-	9,9
20-200-200-20-2	1	1	1	2	1	1	1	10,5	-	8,2
20-200-200-25-1	1	1	2	1	1	1	1	149,9	-	10,8
20-200-200-25-2	1	1	2	1	1	1	1	327,8	-	149,8
20-200-200-5-1	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
20-200-200-5-2	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
20-250-250-10-1	1	1	5	4	3	3	1	1,4	-	2,9
20-250-250-10-2	1	1	5	4	4	4	1	3,8	-	5,2
20-250-250-15-1	1	1	3	2	1	1	1	6	-	8,6
20-250-250-15-2	1	1	1	1	1	1	1	2,3	-	4,9
20-250-250-20-1	1	1	2	1	1	1	1	18,9	-	15,8
20-250-250-20-2	1	1	2	1	1	1	1	17,7	-	17,5
20-250-250-25-1	1	1	2	1	1	1	1	451,2	-	700,6
20-250-250-25-2	1	1	2	2	2	1	1	135,5	-	15
20-250-250-5-1	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
20-250-250-5-2	1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
20-50-50-10-1	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
20-50-50-10-2	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
20-50-50-15-1	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
20-50-50-15-2	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-

Tabela D.15 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-50-50-20-1	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
20-50-50-20-2	0	0	1	0	0	0	0	-	-	-
20-50-50-25-1	0	0	1	0	0	0	0	-	-	-
20-50-50-25-2	0	0	1	0	0	0	0	-	-	-
20-50-50-5-1	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
20-50-50-5-2	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
4-100-100-10-1	3	3	6	3	3	3	3	-	-	-
4-100-100-10-2	3	3	4	3	3	3	3	-	-	-
4-100-100-15-1	4	4	7	4	4	4	4	127,8	-	47,8
4-100-100-15-2	3	3	7	3	3	3	3	80,8	-	-
4-100-100-20-1	4	4	8	5	4	4	4	568,5	-	201,3
4-100-100-20-2	3	3	6	5	4	4	3	101,7	-	45,3
4-100-100-25-1	4	4	9	6	6	5	4	1517,2	-	515,2
4-100-100-25-2	3	3	8	5	4	3	3	109,2	-	39,3
4-100-100-5-1	2	2	4	3	3	2	2	-	-	-
4-100-100-5-2	2	2	4	3	3	2	2	-	-	-
4-150-150-10-1	4	4	5	4	4	4	4	65,7	-	-
4-150-150-10-2	3	3	5	3	3	3	3	4,3	-	-
4-150-150-15-1	4	4	8	5	4	4	4	457	-	205,1
4-150-150-15-2	3	3	9	5	5	4	3	-	-	-
4-150-150-20-1	4	4	8	6	5	4	4	786,9	-	106,2
4-150-150-20-2	3	3	9	5	5	4	3	305,7	-	208,3
4-150-150-25-1	4	4	12	4	4	4	4	1532,7	-	535,8
4-150-150-25-2	4	4	11	4	4	4	4	773,6	-	73,3
4-150-150-5-1	2	2	4	2	2	2	2	-	-	-
4-150-150-5-2	2	2	3	2	2	2	2	-	-	-
4-200-200-10-1	4	4	6	4	4	4	4	-	-	-
4-200-200-10-2	3	3	7	3	3	3	3	-	-	-
4-200-200-15-1	5	5	7	5	5	5	5	739,3	-	139,6
4-200-200-15-2	4	4	7	4	4	4	4	104,4	-	44,6
4-200-200-20-1	5	5	9	5	5	5	5	1301,9	-	-
4-200-200-20-2	4	4	7	4	4	4	4	14,1	-	-
4-200-200-25-1	4	5	8	6	6	6	5	*	-	1205,5
4-200-200-25-2	4	4	9	4	4	4	4	41,6	-	42,2
4-200-200-5-1	3	3	4	3	3	3	3	-	-	-
4-200-200-5-2	2	2	3	2	2	2	2	-	-	-
4-250-250-10-1	4	4	6	4	4	4	4	-	-	-
4-250-250-10-2	3	3	4	3	3	3	3	-	-	-
4-250-250-15-1	5	5	8	5	5	5	5	932,9	-	433

Tabela D.15 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-250-250-15-2	4	4	8	6	6	5	4	104,4	-	4,6
4-250-250-20-1	5	5	10	5	5	5	5	184	-	-
4-250-250-20-2	4	4	9	6	6	4	4	530	-	-
4-250-250-25-1	4	6	11	11	11	11	6	*	-	1002,4
4-250-250-25-2	4	4	9	4	4	4	4	437,3	-	138,1
4-250-250-5-1	3	3	4	3	3	3	3	-	-	-
4-250-250-5-2	2	2	4	2	2	2	2	-	-	-
4-50-50-10-1	2	2	4	2	2	2	2	10,2	-	-
4-50-50-10-2	2	2	4	2	2	2	2	-	-	-
4-50-50-15-1	2	2	4	2	2	2	2	40,3	-	-
4-50-50-15-2	2	2	5	2	2	2	2	-	-	-
4-50-50-20-1	2	2	5	2	2	2	2	101,3	-	21,4
4-50-50-20-2	2	2	3	2	2	2	2	31,7	-	5,5
4-50-50-25-1	2	2	6	2	2	2	2	315,7	-	1,3
4-50-50-25-2	2	2	3	2	2	2	2	103,7	-	20,8
4-50-50-5-1	2	2	3	2	2	2	2	-	-	-
4-50-50-5-2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	-
gap médio		0,8	85,3	22,2	15,8	9,5	0			
otimalidade		98	27	76	81	89	100			

D.6 DSSP

Tabela D.16: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 1 do DSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-250-1	-180,6	-5	-4	-7	-6	-7	-7	*	-	307,8
20-10-250-2	-181	-2	2	-4	-4	-4	-5	*	-	573,8
20-10-500-1	-360,6	-2	-2	-3	-3	-3	-5	*	-	442,9
20-10-500-2	-361,8	1	1	-3	-1	-3	-4	*	-	329,1
20-10-750-1	-539,9	0	0	-3	-1	-3	-3	*	-	305
20-10-750-2	-542,1	0	0	-1	-1	-1	-1	*	-	674,6
20-15-250-1	-180,3	0	0	-2	-2	-2	-2	*	-	655,5
20-15-250-2	-182,1	0	0	-2	-2	-2	-2	*	-	464,3
20-15-500-1	-359,7	11	25	2	3	2	1	*	-	347,7
20-15-500-2	-361,8	1	1	-2	-2	-2	-2	*	-	595,1
20-15-750-1	-562	2	2	-1	-1	-1	-1	*	-	680,9
20-15-750-2	-541,5	1	1	-2	0	-2	-2	*	-	666
20-20-250-1	-179,8	3	3	-1	-1	-1	-1	*	-	337,2

Tabela D.16 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-20-250-2	-180,9	2	2	-2	0	-2	-2	*	-	539,9
20-20-500-1	-358,8	0	0	-1	-1	-1	-1	*	-	565,4
20-20-500-2	-361,9	4	4	1	1	1	1	*	-	457,2
20-20-750-1	-562	19	19	3	5	3	2	*	-	373,6
20-20-750-2	-562	15	15	4	4	4	2	*	-	698,4
20-25-250-1	-179	2	2	-1	1	-1	-1	*	-	497,8
20-25-250-2	-180,5	2	2	-1	1	-1	-1	*	-	594,4
20-25-500-1	-375	5	5	1	1	1	-1	*	-	468,9
20-25-500-2	-361,7	2	2	3	2	3	2	*	-	379,6
20-25-750-1	-562	-1	-1	-4	-2	-4	-4	*	-	457,9
20-25-750-2	-562	4	4	2	2	2	2	*	-	508,6
20-5-250-1	-181	-27	20	6	6	6	-29	*	-	389
20-5-250-2	-183	-15	19	4	4	4	-17	*	-	554,5
20-5-500-1	-362,6	-2	4	3	2	3	-4	*	-	442,9
20-5-500-2	-363,2	-6	2	-1	2	-1	-8	*	-	392
20-5-750-1	-542,9	3	3	1	2	1	1	*	-	307,6
20-5-750-2	-543,4	3	3	1	1	1	0	*	-	469,6
4-10-250-1	-142,9	-13	26	3	5	3	-15	*	-	623,3
4-10-250-2	-143	-3	6	-1	2	-1	-5	*	-	564,3
4-10-500-1	-283,4	-13	-13	-10	-14	-10	-14	*	-	387,9
4-10-500-2	-286,6	-5	-5	-10	-7	-10	-10	*	-	403,7
4-10-750-1	-424,1	-3	-3	-8	-7	-8	-8	*	-	484,8
4-10-750-2	-425,7	-2	-2	-3	-3	-3	-4	*	-	385,3
4-15-250-1	-140,5	-4	-4	-7	-7	-7	-7	*	-	427,2
4-15-250-2	-141,4	-5	-5	-7	-7	-7	-7	*	-	580,1
4-15-500-1	-281,5	-9	-9	-12	-12	-12	-12	*	-	482,6
4-15-500-2	-282,9	-2	-2	-7	-6	-7	-7	*	-	654,3
4-15-750-1	-422,6	5	5	-7	-5	-7	-8	*	-	334
4-15-750-2	-428,1	4	4	-3	-3	-3	-3	*	-	659,3
4-20-250-1	-140,6	3	3	-3	-3	-3	-3	*	-	457,1
4-20-250-2	-142	5	5	-2	0	-2	-2	*	-	361,7
4-20-500-1	-283	7	7	-1	1	-1	-1	*	-	384
4-20-500-2	-283,1	6	6	-2	-2	-2	-2	*	-	352,4
4-20-750-1	-422,3	0	0	-4	-4	-4	-4	*	-	428,3
4-20-750-2	-562	7	7	3	1	3	3	*	-	346
4-25-250-1	-140,2	8	8	2	2	2	-1	*	-	397,7
4-25-250-2	-141	6	6	3	3	3	-1	*	-	688
4-25-500-1	-281,6	4	4	-3	-1	-3	-3	*	-	435
4-25-500-2	-283,4	10	10	2	2	2	2	*	-	318

Tabela D.16 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-25-750-1	-421,5	10	10	4	4	4	-1	*	-	554,9
4-25-750-2	-424,7	16	16	5	5	5	0	*	-	306,4
4-5-250-1	-143	-32	17	3	4	3	-34	*	-	554,5
4-5-250-2	-146,3	-12	9	3	5	3	-14	*	-	332,8
4-5-500-1	-285,8	-1	40	5	8	5	-2	*	-	649,9
4-5-500-2	-288,8	0	10	4	4	4	-2	*	-	531
4-5-750-1	-429,3	12	12	-1	4	-1	-1	*	-	437,9
4-5-750-2	-427	7	7	5	5	5	-1	*	-	556,5
gap médio		99,5	102,1	99,6	99,9	99,6	97,8			
otimalidade		0	0	0	0	0	0			

Tabela D.17: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 2 do DSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-10-20-1	-2	-2	0	0	-1	0	-2	37,4	-	20
20-10-20-2	-2	-2	1	0	0	0	-2	15,5	-	10
20-10-20-3	-2	-2	0	-1	-1	-1	-2	91,3	-	-
20-10-20-4	-1	-1	0	0	-1	0	-1	27	-	5
20-10-20-5	-1	-1	-1	0	-1	0	-1	4,6	-	4
20-15-30-1	-8,1	-1	0	0	0	-1	-5	*	-	200,1
20-15-30-2	-7	-1	1	-1	-1	-1	-5	*	-	207,1
20-15-30-3	-5,3	-1	1	0	0	0	-5	*	-	558,1
20-15-30-4	-4	-1	0	0	0	0	-4	*	-	177
20-15-30-5	-4,3	-1	0	-1	-1	-1	-4	*	-	376
20-20-40-1	-14	-1	0	0	0	0	-10	*	-	608,1
20-20-40-2	-10,7	-1	1	0	0	0	-8	*	-	417,1
20-20-40-3	-8	0	1	0	0	0	-8	*	-	513,1
20-20-40-4	-6	-1	2	0	0	0	-6	*	-	615,1
20-20-40-5	-6,1	-1	0	0	0	-1	-5	*	-	232,1
20-25-50-1	-26	0	1	0	0	0	-5	*	-	148,1
20-25-50-2	-21	0	1	0	0	1	-6	*	-	189,2
20-25-50-3	-14	0	1	0	0	0	-12	*	-	200,2
20-25-50-4	-11	0	2	0	0	1	-11	*	-	207,1
20-25-50-5	-11	0	1	0	0	-1	-10	*	-	304,1
20-5-10-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	*	-	-
20-5-10-2	-1	-1	-1	0	-1	0	-1	*	-	-
20-5-10-3	-1	-1	-1	0	-1	0	-1	*	-	-
20-5-10-4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	*	-	-

Tabela D.17 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-5-10-5	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	*	-	-
2-10-20-1	0	0	2	0	0	0	0	2,5	-	-
2-10-20-2	0	0	5	1	1	3	1	1,5	-	-
2-10-20-3	0	0	4	0	0	1	1	2	-	-
2-10-20-4	0	0	3	1	1	0	0	1,3	-	-
2-10-20-5	0	0	3	2	2	0	0	*	-	-
2-15-30-1	-7,9	1	4	1	1	0	-2	*	-	104,1
2-15-30-2	0	0	4	1	1	1	1	149	-	112
2-15-30-3	0	0	3	1	1	0	0	224,1	-	142
2-15-30-4	0	0	2	1	1	1	1	294,9	-	4
2-15-30-5	0	0	4	1	1	0	0	89	-	-
2-20-40-1	-4	2	7	3	3	0	-2	*	-	531,1
2-20-40-2	-4	1	6	2	2	0	-2	*	-	144,1
2-20-40-3	-4	1	4	2	2	0	-2	*	-	516,1
2-20-40-4	-3	1	7	2	2	1	-2	*	-	239,1
2-20-40-5	-2	1	5	2	2	1	-2	*	-	322,1
2-25-50-1	-16,2	3	7	3	3	1	-4	*	-	568,2
2-25-50-2	-17,9	2	6	3	3	0	-4	*	-	324,2
2-25-50-3	-15,4	2	5	3	3	1	-10	*	-	414,2
2-25-50-4	-18,5	2	6	3	3	1	-10	*	-	412,1
2-25-50-5	-17,1	2	5	2	2	0	-5	*	-	596,2
2-5-10-1	1	1	4	1	1	3	1	*	-	-
2-5-10-2	0	0	1	1	1	0	0	*	-	-
2-5-10-3	0	0	2	1	1	1	0	*	-	-
2-5-10-4	0	0	1	0	0	0	0	*	-	-
2-5-10-5	-1	-1	1	0	0	0	0	*	-	-
4-10-20-1	-1	-1	2	1	1	-1	-1	24,5	-	-
4-10-20-2	-1	-1	2	0	0	-1	-1	5,4	-	-
4-10-20-3	-1	-1	0	0	0	-1	-1	12,1	-	-
4-10-20-4	-1	-1	1	0	0	-1	-1	4,8	-	-
4-10-20-5	-1	-1	2	0	0	-1	-1	*	-	-
4-15-30-1	-4	0	4	1	1	0	-2	*	-	661,1
4-15-30-2	-4	0	3	1	1	1	-2	*	-	314,1
4-15-30-3	-3,3	-1	1	1	1	0	-2	*	-	453
4-15-30-4	-2	0	2	1	1	0	-2	*	-	214
4-15-30-5	-2,7	0	1	1	1	0	-2	*	-	160
4-20-40-1	-8	1	3	2	2	1	-2	*	-	144,1
4-20-40-2	-8	1	3	1	1	1	-2	*	-	229,1
4-20-40-3	-4	1	2	1	1	2	-4	*	-	241,1

Tabela D.17 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-20-40-4	-4	0	2	1	1	2	-4	*	-	519,1
4-20-40-5	-4	0	3	1	1	2	-2	*	-	646
4-25-50-1	-21	3	5	3	3	2	-10	*	-	624,2
4-25-50-2	-13	2	8	3	3	2	-10	*	-	584,2
4-25-50-3	-23,8	2	5	2	2	2	-10	*	-	466,2
4-25-50-4	-7	1	4	2	2	2	-7	*	-	116,1
4-25-50-5	-7	1	3	1	1	-2	-5	*	-	444,1
4-5-10-1	-1	-1	-1	0	-1	-1	-1	*	-	-
4-5-10-2	-1	-1	0	0	0	-1	-1	*	-	-
4-5-10-3	0	0	0	0	0	0	0	*	-	-
4-5-10-4	0	0	1	0	0	0	0	*	-	-
4-5-10-5	0	0	0	0	0	-1	0	*	-	-
gap médio		57,4	112,1	85,6	78,2	73,6	21,5			
otimalidade		45,3	29,3	25,3	32	30,7	54,7			

Tabela D.18: Resultados para a execução das Heurísticas no Grupo 3 do DSSP

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-100-10-1	0	1	3	1	1	1	1	*	-	267,7
20-100-10-2	0	1	3	2	2	1	0	*	-	348,1
20-100-15-1	-2,4	1	4	3	2	-1	-1	*	-	489,4
20-100-15-2	-1	1	2	3	3	1	0	*	-	547,2
20-100-20-1	-4,6	1	3	3	3	2	0	*	-	581,8
20-100-20-2	-3	1	2	3	2	1	0	*	-	293,7
20-100-25-1	-7,2	2	4	4	3	3	3	*	-	465
20-100-25-2	-8,5	2	3	3	3	3	1	*	-	498,8
20-100-5-1	1	1	2	1	2	1	1	2,4	-	221,6
20-100-5-2	1	1	2	1	1	1	1	2,8	-	7
20-150-10-1	0	1	3	2	1	1	0	*	-	239,2
20-150-10-2	0	1	2	1	0	2	0	*	-	497,6
20-150-15-1	-2,4	2	3	2	2	2	1	*	-	427,1
20-150-15-2	-1,9	1	2	2	2	1	0	*	-	363,7
20-150-20-1	-4,3	2	4	4	3	2	2	*	-	556
20-150-20-2	-3,1	1	3	2	3	3	1	*	-	577
20-150-25-1	-8	2	5	4	2	2	2	*	-	322
20-150-25-2	-12	1	2	2	2	2	2	*	-	725
20-150-5-1	1	1	2	1	1	2	1	8,7	-	322,9
20-150-5-2	1	1	1	1	1	2	1	1,7	-	14,6

Tabela D.18 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
20-200-10-1	0	1	4	3	3	2	0	*	-	535,3
20-200-10-2	0	1	3	3	3	2	0	*	-	231
20-200-15-1	-2,1	2	3	3	3	2	1	*	-	571,1
20-200-15-2	-1,4	1	3	2	2	2	1	*	-	229,6
20-200-20-1	-7	2	4	3	3	2	1	*	-	605,3
20-200-20-2	-4	2	4	2	2	2	1	*	-	231
20-200-25-1	-7,2	2	4	4	2	2	1	*	-	260,4
20-200-25-2	-9	2	3	3	3	3	3	*	-	320,9
20-200-5-1	1	1	2	2	2	1	1	12,2	-	1,7
20-200-5-2	1	1	1	1	1	1	1	7	-	6,8
20-250-10-1	-0,7	2	3	3	2	1	0	*	-	344
20-250-10-2	-0,3	1	3	2	2	1	0	*	-	486
20-250-15-1	-3,4	2	3	3	2	2	2	*	-	761,9
20-250-15-2	-2,1	1	3	3	2	2	1	*	-	505,7
20-250-20-1	-5	2	4	4	3	3	2	*	-	383,9
20-250-20-2	-5	2	3	3	3	3	2	*	-	436,2
20-250-25-1	-14	3	4	4	4	4	2	*	-	432,4
20-250-25-2	-14	2	3	4	3	3	2	*	-	478,6
20-250-5-1	1	1	2	2	2	1	1	13,3	-	51,1
20-250-5-2	1	1	1	1	1	1	1	25,1	-	35,5
20-50-10-1	0	1	1	2	2	1	0	*	-	463
20-50-10-2	0	0	2	2	2	1	0	4,9	-	7
20-50-15-1	-1,7	1	3	3	2	1	1	*	-	384,3
20-50-15-2	-1,3	0	2	3	2	1	1	*	-	556,4
20-50-20-1	-4,2	1	2	2	2	1	1	*	-	269,6
20-50-20-2	-2,8	0	2	1	1	1	-1	*	-	954,6
20-50-25-1	-9	1	2	2	2	1	1	*	-	634,6
20-50-25-2	-5	1	2	2	2	1	1	*	-	273
20-50-5-1	1	1	1	1	1	1	1	2,7	-	7
20-50-5-2	1	1	1	1	1	1	1	1,8	-	7,7
4-100-10-1	2	2	7	4	2	2	2	106,3	-	287,4
4-100-10-2	2	2	4	4	3	2	2	87,1	-	39,2
4-100-15-1	-0,6	3	5	4	3	3	3	*	-	287,1
4-100-15-2	-0,4	3	6	4	4	3	2	*	-	409
4-100-20-1	-1,6	4	7	7	5	2	2	*	-	394
4-100-20-2	-1,3	3	5	5	4	2	2	*	-	360
4-100-25-1	-11	4	6	5	4	2	2	*	-	1014,4
4-100-25-2	-4,8	3	6	5	2	2	2	*	-	561
4-100-5-1	2	2	3	3	2	2	2	1,5	-	183,9

Tabela D.18 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-100-5-2	2	2	3	3	2	2	2	2,3	-	30
4-150-10-1	2	2	5	5	5	3	3	96,1	-	805,1
4-150-10-2	2	2	4	4	5	3	3	159,3	-	287,3
4-150-15-1	-0,6	3	7	5	5	4	4	*	-	285
4-150-15-2	-0,9	3	6	6	4	4	4	*	-	216
4-150-20-1	-2,7	4	6	5	4	3	3	*	-	233
4-150-20-2	-2,2	3	7	5	4	3	3	*	-	536
4-150-25-1	-11	4	9	9	6	5	5	*	-	302,6
4-150-25-2	-6	4	8	7	5	3	3	*	-	521,3
4-150-5-1	2	2	4	2	2	3	3	2,3	-	322,1
4-150-5-2	2	2	3	3	2	2	2	2,5	-	7
4-200-10-1	1	3	4	4	4	3	1	*	-	7
4-200-10-2	1	3	6	5	3	3	1	*	-	320
4-200-15-1	-1	3	7	7	3	2	2	*	-	412,7
4-200-15-2	-1	3	6	5	4	3	3	*	-	311,8
4-200-20-1	-3	4	9	6	4	3	3	*	-	473,8
4-200-20-2	-2,8	4	6	8	4	3	2	*	-	287,3
4-200-25-1	-11	5	9	7	5	5	3	*	-	315,7
4-200-25-2	-6	4	7	6	4	3	3	*	-	507,2
4-200-5-1	3	3	3	3	3	3	3	20,6	-	327,2
4-200-5-2	2	2	4	2	2	2	2	3,3	-	7
4-250-10-1	1	3	5	5	4	3	2	*	-	182,8
4-250-10-2	1	3	5	4	4	3	2	*	-	148,4
4-250-15-1	-2	4	6	6	5	4	1	*	-	310,1
4-250-15-2	-1	3	5	5	5	4	4	*	-	504,4
4-250-20-1	-1,6	5	7	6	5	4	4	*	-	442,7
4-250-20-2	-1,3	4	6	7	6	4	4	*	-	212,6
4-250-25-1	-11	5	6	5	5	5	4	*	-	371,9
4-250-25-2	-12,7	4	5	5	4	5	4	*	-	410,2
4-250-5-1	2	2	4	3	3	3	2	5,5	-	2,2
4-250-5-2	2	2	4	3	3	2	2	6,8	-	-
4-50-10-1	2	2	4	3	2	2	2	59,9	-	5,2
4-50-10-2	1	1	4	3	2	1	1	46,1	-	-
4-50-15-1	0	2	5	6	2	1	0	*	-	596,9
4-50-15-2	1	1	5	3	2	1	1	574,2	-	598
4-50-20-1	-1,9	2	5	5	3	1	1	*	-	356,7
4-50-20-2	-1,3	2	7	5	2	1	0	*	-	215,6
4-50-25-1	-4	2	4	5	3	3	3	*	-	316,3
4-50-25-2	-4	2	3	4	3	3	3	*	-	391,8

Tabela D.18 -continuação

instância	lb	UB						tempo		
		b&b	ra	bcpa	vbpl	blpl	pbpl	b&b	ra	bcpa
4-50-5-1	2	2	4	3	2	2	2	*	-	-
4-50-5-2	1	1	3	2	2	2	1	*	-	-
gap médio		157,1	285,8	248,4	202,8	159	133,1			
otimalidade		34,7	10,7	13,3	21,3	28	33,3			

Testes Estatísticos

Este capítulo apresenta as tabelas e informações utilizadas na aplicação do teste *Wilcoxon Signed-Rank*. Durante as tabelas, *Amostra 1* refere-se aos resultados obtidos pelo BCPA e *Amostra 2* ao VNS-PBPL. A coluna Rank exibe a ordem crescente das diferenças absolutas calculadas e exibidas na coluna *Diferença Abs*. Por fim, a coluna Sinal exibe o sinal da diferença. A análise acerca dos resultados pode ser encontrada na Seção 5.7.

E.1 CSP

Tabela E.1: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o CSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
19	160	159	1	1	+1
23	471	470	1	1	+1
31	130	129	1	1	+1
40	186	185	1	1	+1
41	400	399	1	1	+1
42	279	278	1	1	+1
44	96	95	1	1	+1
46	186	185	1	1	+1
49	140	139	1	1	+1
50	97	96	1	1	+1

E.2 CSSP

Tabela E.2: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o CSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
2	172	171	1	13.5	+1
12	524	523	1	13.5	+1
25	172	171	1	13.5	+1
52	271	270	1	13.5	+1
64	6	5	1	13.5	+1
73	12	11	1	13.5	+1
79	11	10	1	13.5	+1
82	4	3	1	13.5	+1
89	4	3	1	13.5	+1
95	5	4	1	13.5	+1
97	10	9	1	13.5	+1
102	10	11	1	13.5	-1
103	10	9	1	13.5	+1
110	2	1	1	13.5	+1
123	10	9	1	13.5	+1
131	4	3	1	13.5	+1
132	4	3	1	13.5	+1
135	3	2	1	13.5	+1
163	19	18	1	13.5	+1
164	5	4	1	13.5	+1
165	3	2	1	13.5	+1
166	8	7	1	13.5	+1
170	14	13	1	13.5	+1
185	3	2	1	13.5	+1
189	8	7	1	13.5	+1
205	3	2	1	13.5	+1
5	526	524	2	40.5	+1
11	524	522	2	40.5	+1
46	268	266	2	40.5	+1
63	7	5	2	40.5	+1
68	10	8	2	40.5	+1
75	9	7	2	40.5	+1
83	5	3	2	40.5	+1
90	4	2	2	40.5	+1
92	8	6	2	40.5	+1
108	4	2	2	40.5	+1
111	10	8	2	40.5	+1
125	8	6	2	40.5	+1
129	10	8	2	40.5	+1

Tabela E.2: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o CSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
130	10	8	2	40.5	+1
138	14	12	2	40.5	+1
142	17	15	2	40.5	+1
143	12	10	2	40.5	+1
148	14	12	2	40.5	+1
152	20	18	2	40.5	+1
161	18	16	2	40.5	+1
171	14	12	2	40.5	+1
175	4	2	2	40.5	+1
177	7	5	2	40.5	+1
190	12	10	2	40.5	+1
195	4	2	2	40.5	+1
199	8	6	2	40.5	+1
206	7	5	2	40.5	+1
216	7	5	2	40.5	+1
4	350	347	3	75	+1
19	176	173	3	75	+1
20	176	173	3	75	+1
23	525	522	3	75	+1
24	525	522	3	75	+1
49	138	135	3	75	+1
51	273	270	3	75	+1
69	10	7	3	75	+1
98	10	7	3	75	+1
104	10	7	3	75	+1
109	4	1	3	75	+1
122	15	12	3	75	+1
153	17	14	3	75	+1
154	7	4	3	75	+1
158	12	9	3	75	+1
159	10	7	3	75	+1
162	18	15	3	75	+1
168	13	10	3	75	+1
174	7	4	3	75	+1
186	8	5	3	75	+1
191	13	10	3	75	+1
192	19	16	3	75	+1
196	8	5	3	75	+1
198	11	8	3	75	+1

Tabela E.2: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o CSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
200	12	9	3	75	+1
201	12	9	3	75	+1
202	15	12	3	75	+1
203	14	11	3	75	+1
208	12	9	3	75	+1
210	12	9	3	75	+1
211	15	12	3	75	+1
212	16	13	3	75	+1
213	18	15	3	75	+1
218	10	7	3	75	+1
219	10	7	3	75	+1
220	14	11	3	75	+1
222	17	14	3	75	+1
228	10	7	3	75	+1
230	13	10	3	75	+1
232	16	13	3	75	+1
233	13	10	3	75	+1
1	172	168	4	102	+1
10	352	348	4	102	+1
14	175	171	4	102	+1
27	352	348	4	102	+1
28	352	348	4	102	+1
62	11	7	4	102	+1
160	15	11	4	102	+1
172	19	15	4	102	+1
173	20	16	4	102	+1
178	13	9	4	102	+1
182	19	15	4	102	+1
188	10	6	4	102	+1
193	19	15	4	102	+1
9	350	345	5	113	+1
13	175	170	5	113	+1
16	348	343	5	113	+1
22	352	347	5	113	+1
93	10	5	5	113	+1
94	10	5	5	113	+1
119	10	5	5	113	+1
120	10	5	5	113	+1
150	17	12	5	113	+1

Tabela E.2: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o CSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
15	348	342	6	120	+1
18	528	522	6	120	+1
101	17	11	6	120	+1
105	12	6	6	120	+1
140	17	11	6	120	+1
3	355	348	7	125	+1
21	352	345	7	125	+1
30	528	521	7	125	+1
70	12	5	7	125	+1
72	21	14	7	125	+1
7	174	166	8	130	+1
26	179	171	8	130	+1
29	528	520	8	130	+1
42	410	402	8	130	+1
50	143	135	8	130	+1
6	530	521	9	133.5	+1
45	275	266	9	133.5	+1
8	176	166	10	135	+1
17	530	518	12	136.5	+1
48	412	400	12	136.5	+1
41	414	401	13	138	+1
34	282	268	14	139.5	+1
38	142	128	14	139.5	+1
32	147	132	15	141.5	+1
126	30	15	15	141.5	+1
31	151	135	16	143	+1
37	145	128	17	145.5	+1
43	145	128	17	145.5	+1
53	425	408	17	145.5	+1
58	279	262	17	145.5	+1
57	280	262	18	148	+1
47	418	399	19	149	+1
33	285	265	20	150.5	+1
36	420	400	20	150.5	+1
44	145	124	21	152	+1
35	425	401	24	153.5	+1
54	430	406	24	153.5	+1
56	138	112	26	155	+1
39	275	248	27	156.5	+1

Tabela E.2: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o CSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
40	275	248	27	156.5	+1
55	138	110	28	158	+1
60	398	344	54	159	+1
59	400	344	56	160	+1

E.3 FSP

Tabela E.3: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o FSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
156	-7	-8	1	6	+1
186	-6	-7	1	6	+1
190	-14	-15	1	6	+1
213	-19	-20	1	6	+1
214	-1	-2	1	6	+1
217	-6	-7	1	6	+1
219	-10	-11	1	6	+1
221	-15	-16	1	6	+1
223	-19	-20	1	6	+1
227	-7	-8	1	6	+1
234	-2	-3	1	6	+1
166	-9	-7	2	14	-1
211	-14	-16	2	14	+1
212	-16	-18	2	14	+1
220	-12	-14	2	14	+1
222	-16	-18	2	14	+1
218	-7	-10	3	17	+1

E.4 FSSP

Tabela E.4: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o FSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
2	-192	-193	1	8	+1
29	-575	-576	1	8	+1
76	-34	-35	1	8	+1
77	-35	-36	1	8	+1
78	-35	-36	1	8	+1

Tabela E.4: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o FSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
87	-6	-7	1	8	+1
88	-6	-7	1	8	+1
89	-6	-7	1	8	+1
93	-8	-9	1	8	+1
97	-12	-13	1	8	+1
98	-12	-13	1	8	+1
100	-14	-15	1	8	+1
104	-18	-19	1	8	+1
117	-14	-15	1	8	+1
121	-20	-21	1	8	+1
9	-379	-381	2	20	+1
14	-191	-193	2	20	+1
21	-377	-379	2	20	+1
91	-6	-8	2	20	+1
95	-7	-9	2	20	+1
96	-10	-12	2	20	+1
101	-12	-14	2	20	+1
105	-15	-17	2	20	+1
125	-22	-24	2	20	+1
12	-573	-576	3	26.5	+1
15	-377	-380	3	26.5	+1
19	-188	-191	3	26.5	+1
28	-385	-388	3	26.5	+1
11	-567	-571	4	30	+1
24	-570	-574	4	30	+1
38	-144	-148	4	30	+1
17	-566	-572	6	33	+1
50	-142	-148	6	33	+1
58	-301	-307	6	33	+1
34	-294	-301	7	35.5	+1
60	-447	-454	7	35.5	+1
40	-293	-301	8	37.5	+1
52	-293	-301	8	37.5	+1
54	-441	-451	10	39	+1
45	-285	-297	12	40	+1
48	-435	-450	15	41	+1
23	-554	-570	16	42	+1

E.5 DSP

Tabela E.5: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o DSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
4	-81	-82	1	11.5	+1
5	-142	-143	1	11.5	+1
6	-119	-120	1	11.5	+1
8	-33	-34	1	11.5	+1
9	-75	-76	1	11.5	+1
11	-113	-114	1	11.5	+1
16	-56	-57	1	11.5	+1
18	-86	-87	1	11.5	+1
19	-27	-28	1	11.5	+1
21	-57	-58	1	11.5	+1
26	-62	-63	1	11.5	+1
31	-51	-52	1	11.5	+1
34	-94	-95	1	11.5	+1
35	-164	-165	1	11.5	+1
36	-145	-146	1	11.5	+1
37	-41	-42	1	11.5	+1
40	-78	-79	1	11.5	+1
41	-135	-136	1	11.5	+1
44	-31	-32	1	11.5	+1
50	-26	-27	1	11.5	+1
192	5	4	1	11.5	+1
212	6	5	1	11.5	+1
14	-27	-29	2	28.5	+1
15	-66	-68	2	28.5	+1
17	-98	-100	2	28.5	+1
20	-22	-24	2	28.5	+1
22	-51	-53	2	28.5	+1
24	-75	-77	2	28.5	+1
42	-118	-120	2	28.5	+1
45	-74	-76	2	28.5	+1
46	-63	-65	2	28.5	+1
48	-103	-105	2	28.5	+1
53	-100	-102	2	28.5	+1
54	-88	-90	2	28.5	+1
49	-31	-34	3	36	+1
51	-66	-69	3	36	+1
52	-55	-58	3	36	+1

Tabela E.5: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o DSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
47	-115	-119	4	38	+1
222	11	6	5	39	+1
133	10	0	10	40	+1
131	10	-2	12	41	+1

E.6 DSSP

Tabela E.6: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o DSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
2	-4	-5	1	29	+1
4	-3	-4	1	29	+1
9	2	1	1	29	+1
17	3	2	1	29	+1
22	3	2	1	29	+1
30	1	0	1	29	+1
34	-10	-9	1	29	-1
35	-8	-7	1	29	-1
36	-3	-4	1	29	+1
41	-7	-8	1	29	+1
63	-1	-2	1	29	+1
64	0	-1	1	29	+1
65	0	-1	1	29	+1
82	0	-1	1	29	+1
83	0	-1	1	29	+1
88	0	1	1	29	-1
89	1	0	1	29	+1
93	1	0	1	29	+1
95	1	0	1	29	+1
106	1	2	1	29	-1
107	1	0	1	29	+1
108	1	0	1	29	+1
112	0	-1	1	29	+1
113	0	-1	1	29	+1
114	0	-1	1	29	+1
115	0	-1	1	29	+1
131	0	-1	1	29	+1
132	0	-1	1	29	+1
142	4	3	1	29	+1

Tabela E.6: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o DSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
147	1	0	1	29	+1
148	2	1	1	29	+1
151	2	1	1	29	+1
159	2	1	1	29	+1
161	2	1	1	29	+1
164	2	1	1	29	+1
168	3	2	1	29	+1
171	3	2	1	29	+1
174	2	1	1	29	+1
180	2	1	1	29	+1
182	2	1	1	29	+1
183	2	1	1	29	+1
188	4	3	1	29	+1
194	3	2	1	29	+1
195	3	2	1	29	+1
197	4	3	1	29	+1
198	5	4	1	29	+1
204	2	3	1	29	-1
205	3	2	1	29	+1
219	5	4	1	29	+1
222	5	4	1	29	+1
223	5	4	1	29	+1
224	3	2	1	29	+1
225	3	2	1	29	+1
226	3	2	1	29	+1
233	4	3	1	29	+1
234	3	2	1	29	+1
235	2	1	1	29	+1
3	-3	-5	2	78.5	+1
18	4	2	2	78.5	+1
19	-1	1	2	78.5	-1
21	1	-1	2	78.5	+1
23	-4	-2	2	78.5	-1
45	-1	1	2	78.5	-1
59	-1	1	2	78.5	-1
61	0	-2	2	78.5	+1
62	0	-2	2	78.5	+1
90	2	0	2	78.5	+1
111	1	-1	2	78.5	+1

Tabela E.6: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o DSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
137	2	0	2	78.5	+1
143	3	1	2	78.5	+1
146	2	0	2	78.5	+1
149	2	0	2	78.5	+1
150	4	2	2	78.5	+1
152	4	2	2	78.5	+1
158	3	1	2	78.5	+1
160	3	1	2	78.5	+1
167	2	0	2	78.5	+1
169	3	1	2	78.5	+1
170	4	2	2	78.5	+1
172	4	2	2	78.5	+1
173	4	2	2	78.5	+1
176	2	0	2	78.5	+1
177	2	0	2	78.5	+1
178	3	1	2	78.5	+1
179	3	1	2	78.5	+1
181	1	-1	2	78.5	+1
186	4	2	2	78.5	+1
187	4	2	2	78.5	+1
189	4	2	2	78.5	+1
196	5	3	2	78.5	+1
199	6	4	2	78.5	+1
200	5	3	2	78.5	+1
201	5	3	2	78.5	+1
209	5	3	2	78.5	+1
217	4	2	2	78.5	+1
220	6	4	2	78.5	+1
227	3	1	2	78.5	+1
229	3	1	2	78.5	+1
232	5	3	2	78.5	+1
49	2	-1	3	112	+1
70	-1	-4	3	112	+1
91	1	-2	3	112	+1
116	1	-2	3	112	+1
117	1	-2	3	112	+1
118	1	-2	3	112	+1
119	1	-2	3	112	+1
120	1	-2	3	112	+1

Tabela E.6: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o DSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
122	1	-2	3	112	+1
125	1	-2	3	112	+1
139	3	0	3	112	+1
140	3	0	3	112	+1
141	3	0	3	112	+1
156	3	0	3	112	+1
157	3	0	3	112	+1
162	4	1	3	112	+1
166	3	0	3	112	+1
191	5	2	3	112	+1
192	5	2	3	112	+1
193	5	2	3	112	+1
206	4	1	3	112	+1
210	6	3	3	112	+1
213	6	3	3	112	+1
216	5	2	3	112	+1
221	7	4	3	112	+1
32	-1	-5	4	132.5	+1
33	-10	-14	4	132.5	+1
50	3	-1	4	132.5	+1
67	-1	-5	4	132.5	+1
69	0	-4	4	132.5	+1
97	2	-2	4	132.5	+1
98	2	-2	4	132.5	+1
99	2	-2	4	132.5	+1
100	2	-2	4	132.5	+1
121	2	-2	4	132.5	+1
138	3	-1	4	132.5	+1
202	9	5	4	132.5	+1
203	7	3	4	132.5	+1
207	5	1	4	132.5	+1
212	7	3	4	132.5	+1
230	5	1	4	132.5	+1
53	4	-1	5	147	+1
54	5	0	5	147	+1
66	0	-5	5	147	+1
68	0	-5	5	147	+1
75	0	-5	5	147	+1
76	0	-5	5	147	+1

Tabela E.6: Tabela base para a aplicação do teste de Wilcoxon sobre o DSSP

Id Pares	Amostra 1	Amostra 2	Diferença Abs	Rank	Sinal
96	3	-2	5	147	+1
123	1	-4	5	147	+1
124	1	-4	5	147	+1
190	7	2	5	147	+1
208	7	2	5	147	+1
218	6	1	5	147	+1
231	5	0	5	147	+1
58	4	-2	6	157	+1
60	5	-1	6	157	+1
74	0	-6	6	157	+1
77	0	-6	6	157	+1
130	1	-5	6	157	+1
211	8	2	6	157	+1
228	6	0	6	157	+1
27	3	-4	7	163.5	+1
28	-1	-8	7	163.5	+1
57	5	-2	7	163.5	+1
101	3	-4	7	163.5	+1
102	3	-4	7	163.5	+1
105	2	-5	7	163.5	+1
72	0	-8	8	167.5	+1
73	0	-8	8	167.5	+1
129	2	-7	9	169	+1
71	0	-10	10	170.5	+1
80	0	-10	10	170.5	+1
79	0	-11	11	172	+1
78	0	-12	12	173.5	+1
128	2	-10	12	173.5	+1
103	3	-10	13	176.5	+1
104	3	-10	13	176.5	+1
126	3	-10	13	176.5	+1
127	3	-10	13	176.5	+1
56	3	-14	17	179	+1
31	3	-15	18	180	+1
26	4	-17	21	181	+1
25	6	-29	35	182	+1
55	3	-34	37	183	+1