

ALESSANDRA CHRISTIANI CARDOSO DOS SANTOS

**RECURSOS DIDÁTICOS E REPRESENTAÇÕES DA
GEOMETRIA ESPACIAL DA 4ª SÉRIE DO ENSINO
FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA EM
CAMPO GRANDE - MS**

**UNIVERSIDADE DE MATO GROSSO DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS
CAMPO GRANDE - MS**

2003

ALESSANDRA CHRISTIANI CARDOSO DOS SANTOS

**RECURSOS DIDÁTICOS E REPRESENTAÇÕES DA
GEOMETRIA ESPACIAL DA 4ª SÉRIE DO ENSINO
FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA EM
CAMPO GRANDE - MS**

Dissertação apresentada como exigência final para
obtenção do grau de Mestre em Educação à
Comissão Julgadora da Universidade Federal de
Mato Grosso do Sul, sob a orientação do Professor
Doutor Luiz Carlos Pais.

**UNIVERSIDADE DE MATO GROSSO DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS
CAMPO GRANDE - MS**

2003

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais

Prof^a. Dr^a. Ângela Zanon

Prof^o. Dr Cristiano Muniz

Prof. Dr. José Luiz Magalhães

DEDICATÓRIA

Ao meu esposo Marcelo, pelo amor, carinho e estímulo que me ofereceu, dedico-lhe essa conquista como gratidão.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida, amigo de todas as horas que nos possibilita a aprender e a acreditar que podemos fazer do mundo, um lugar melhor para se viver.

Aos meus pais que me deram a vida, me ensinaram a viver decentemente e a entender que as dificuldades são momentos que nos tornam cada vez mais fortalecidos enquanto pessoas humanas.

Agradeço a ajuda prestimosa de meu orientador, Prof. Dr. Luiz Carlos Pais, pelo apoio incansável durante todo o meu percurso no curso de Mestrado e idéias na realização da dissertação.

À Prof^ª. Dr^ª. Ângela Zanon pela apreciação e colaboração para a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Cristiano Muniz pela avaliação e valiosas contribuições.

Ao Prof. Dr. José Luiz Magalhães pelo incentivo ao longo do curso, pelas críticas e recomendações a este trabalho.

Aos colegas do meu grupo de estudo: Lusival, Ludimilla, Gilse, Maria Sacate, Edinei, Heloísa e João.

Às irmãs do Centro de Ensino Nossa Senhora Auxiliadora pelo apoio.

À professora da quarta série onde realizamos a seqüência didática, que sempre nos acolheu com amabilidade.

RESUMO

Esta dissertação visa descrever o fenômeno da interação entre os sujeitos e os recursos didáticos: objetos, desenho e representações dinâmicas, e suas utilizações para representações da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental. Sua principal finalidade é contribuir com uma reflexão pedagógica da utilização didática desses recursos e suas possíveis articulações. Optamos por uma abordagem fenomenológica, a partir da qual descrevemos a interação dos sujeitos com recursos didáticos e refletimos como se utilizam deles para representarem figuras espaciais. Essa atividade reflexiva só foi possível a partir da realização de uma seqüência didática de seis sessões e dos discursos dos alunos. A partir das convergências fenomenológicas, consideramos que há alguns graus de interação entre sujeito e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, especialmente porque os sujeitos percebem de formas diferentes. Essa constatação está associada à multiplicidade, termo entendido tal como na fenomenologia. Observamos que os recursos didáticos utilizados oferecem níveis variados de percepção e ação dos sujeitos sobre o objeto do conhecimento, promovendo ambientes potencializadores de aprendizagem, onde a dialética entre o conhecimento empírico e o abstrato pode transformar as representações dos sujeitos em elaborações de conceitos em níveis cada vez mais avançados.

Palavras chaves: Interação; Recursos Didáticos; Representações Geométricas; Representações Dinâmicas.

ABSTRACT

This dissertation seeks to describe the phenomenon of the interaction between the subjects and the didactic resources: objects, drawing and dynamic representations, and its uses for representations of the space geometry in level of the initial series of the Fundamental Teaching. Its main purpose is to contribute for a pedagogic reflection of the didactic use of those resources and its possible articulations. We opted for an phenomenological abordage, starting from which we described the interaction of the subject with didactic resources and we contemplated as they are used of them for they represent space illustrations. That reflexive activity was only possible starting from the accomplishment of a didactic sequence of six sessions and of the students' speeches. Starting from the convergences fenomenológicas, we considered that there are some interaction degrees between subject and the didactic resources for the representations of the space geometry, especially because the subjects notice in different ways. That verification is associated to the understanding of the term multiplicity, just as in the fenomenologia. We observed that the used didactic resources offer varied levels of perception and action of the subjects on the object of the knowledge, promoting ambient learning potencializadores, where the dialéctica between the empiric knowledge and the abstract can transform the representations of the subjects in elaborations of concepts in levels more and more advanced.

Key words: Interaction; Didactic resources; Geometric representations; Dynamic representations.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO I	
- O ENSINO DA MATEMÁTICA E OS DESAFIOS DA REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA	18
1.1 Considerações a Respeito do Ensino da Matemática e da Geometria	18
1.2 Desafios das representações geométricas.....	27
CAPÍTULO II	
- ASPECTOS PSICOPEDAGÓGICOS DA PERCEPÇÃO E A REPRESENTAÇÃO DO ESPAÇO PELA CRIANÇA	32
2.1 Teoria da “Epistemologia Genética”, de Jean Piaget.....	33
2.2 A “Interação” segundo Piaget	34
2.3 A percepção para Piaget e para a Fenomenologia	36
2.4 No processo da aprendizagem, onde e como ocorre interação do sujeito com o objeto do conhecimento?.....	38
2.5 A representação do espaço pela criança segundo Piaget	40
2.6 A abordagem Sócio-Histórica do desenvolvimento cognitivo – Vygotsky.....	45
2.7 O olhar fenomenológico sobre a construção da realidade e do conhecimento geométrico.....	48
2.8 Conceitos e Esquemas na Teoria Operatória da Representação	51
2.9 Os Campos Conceituais e os Esquemas para Vergnaud	54
CAPÍTULO III	
- SITUAÇÕES DIDÁTICAS E OS RECURSOS DIDÁTICOS NOS ENSINO DA GEOMETRIA	59
3.1 Noção de Situações Didáticas	59
3.2 Os desafios em utilizar os recursos didáticos no ensino da Geometria	63
3.3 Representação plana das figuras espaciais.....	66
3.4 Recursos didáticos para as representações geométricas: desenho, objeto e representações dinâmicas	71
3.4.1 Representações dinâmicas: imagem e cognição	75

CAPITULO IV

- CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS DA PESQUISA.....	81
4.1 Nosso entendimento de método	81
4.2 A fenomenologia enquanto método	82
4.3 Pertinência da Fenomenologia ao objeto da pesquisa.....	83
4.4 Problema e objetivos da pesquisa	84
4.5 Sujeitos colaboradores da pesquisa.....	86
4.6 Caracterização do local da pesquisa.....	87
4.7 Procedimentos da Pesquisa.....	88

CAPITULO V

- DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PARTE EXPERIMENTAL DA PESQUISA.....	89
5.1 Situações didáticas	89
5.2 Conteúdo	90
5.3 Seqüência didática.....	90
5.3.1 Sessão 1.....	91
5.3.2 Sessão 2.....	108
5.3.3 Sessão 3.....	126
5.3.4 Sessão 4.....	144
5.3.5 Sessão 5.....	149
5.3.6 Sessão 6.....	158

CAPITULO VI

- ANÁLISE FENOMENOLÓGICA.....	164
6.1 Obtenção de dados: descrição fenomenológica	164
6.2 Análise ideográfica.....	165
6.3 Discursos dos sujeitos e análise ideográfica	167
6.4 Matriz nomotética	175
6.4.1 CT1: Manipulação	179
6.4.2 CT2: Desenho das figuras espaciais em perspectiva	181
6.4.3 CT3: Representações dinâmicas	183
6.4.4 CT4: Visualização.....	184
6.4.5 CT5: Interação dos sujeitos com os recursos didáticos	188
6.4.6 CT6: Aprendizagem e o computador.....	190

6.4.7 CT7: O lúdico e a aprendizagem	192
6.4.8 CT 8- Didática	194
6.5 Categorias abertas	197
6.5.1 Convergência das confluências temáticas para as categorias abertas.....	198
CONSIDERAÇÕES FINAIS	199
REFERÊNCIAS.....	210
ANEXOS	218

LISTAS DE FIGURAS

5.1 Fotos das alunas desenhando as figuras de polígonos regulares e irregulares no quadro-negro.....	94
5.2 Foto de alunos montando objetos associados aos poliedros regulares	96
5.3 Foto de alunos montando o objeto associado ao poliedro regular dodecaedro	97
5.4 Foto do objeto associado a poliedro irregular de seis faces montado pelos alunos.....	98
5.5 Foto do objeto com dois vértices de icosaedro montado pelo grupo 1	101
5.6 Foto de alguns alunos do grupo 4 com o objeto de 25 faces	102
5.7 Foto dos objetos montados	109
5.8 Foto do aluno desenhando o objeto associado ao dodecaedro.....	110
5.9 Representação do dodecaedro feita por Caio.....	112
5.10 Representações do dodecaedro feitos por Pati.....	113
5.11 Representação do cubo feita por Cris	114
5.12 Representações do cubo feita por Celi.....	114
5.13 Representação do cubo feito por Carol.....	115
5.14 Representações do tetraedro feitas por Ane.....	116
5.15 Representação do icosaedro feita por John.....	116
5.16 Representação do cubo feita por Ivy.....	117
5.17 Representação feita por Maitê: octaedro “deitado”	117
5.18 Representação feita por Maitê: octaedro “em pé”	118
5.19 Desenho feito sem o auxílio da régua	118
5.20 Desenho feito com o auxílio da régua	118
5.21 Foto 1. Jogo: Advinha qual é o objeto!.....	120
5.22 Foto 2. Jogo: Advinha qual é o objeto!.....	120

5.23 Desenho lido por Elen.....	121
5.24 Processo de planificação da imagem digital associada ao octaedro	129
5.25 Imagem digital associada ao dodecaedro planificado.....	129
5.26 Imagem digital associada ao cubo sem arestas	129
5.27 Imagem digital associada ao cubo com arestas	129
5.28 Imagem digital associada às arestas do dodecaedro	130
5.29 Alunos conhecendo o programa Poly	129
5.30 Alunos escolhendo objetos associados aos poliedros regulares	131
5.31 Passagem do objeto para a representação dinâmica	131
5.32 Exploração das representações dinâmicas	132
5.33 Passagem do desenho para a representação dinâmica	132
5.34 Foto dos objetos associados aos poliedros regulares	145
5.35 Foto dos alunos realizando a passagem do desenho para as representações dinâmicas	151

LISTA DE ANEXOS

ANEXO I- Atividades da sessão 3	219
ANEXO II – Atividades da sessão 4	220
ANEXO III – Atividades da sessão 5	221
ANEXO IV- Atividades da sessão 6	222

INTRODUÇÃO

Na realização deste trabalho, senti o crescimento de minha própria consciência quanto à complexidade que envolve o fenômeno educacional. Em particular, voltei minha atenção para um aspecto mais pontual do problema da representação geométrica e do uso de novos recursos tecnológicos da informática na educação, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Situada entre a Educação Matemática e a epistemologia, busquei descrever como os sujeitos interagem e utilizam os recursos didáticos para representarem figuras espaciais.

Sou educadora há treze anos. Nos últimos sete anos atuei na área da informática educativa e sempre questioneei a importância da informática na educação, a utilização dos programas educacionais, a função do professor frente às Novas Tecnologias da Informática.

Orientando professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, percebia que as aulas eram melhores quando integrávamos os conteúdos dos programas dos computadores com recursos didáticos como jogos, material concreto (material dourado, blocos lógicos), histórias da literatura infantil, dramatizações, músicas. Entendendo a utilização do computador na escola como um recurso didático, surgiu a curiosidade de pesquisar sistematicamente a interação dos alunos com os desenhos, objetos e computador.

No curso de Mestrado em Educação, refleti sobre a imensidão de possibilidades das Novas Tecnologias da Informática e elegi as imagens que representam os conteúdos escolares com seus fantásticos movimentos na tela do computador como fator específico para análise. A partir de pesquisas bibliográficas passei a chamar essas imagens em movimento na tela do computador de representações dinâmicas.

A idéia de representações dinâmicas certamente pode envolver qualquer objeto ou recurso didático que represente um conceito e que seja dotado de movimento, por exemplo, os modelos construídos em cartolina ou madeira, palitos

de picolé fixados com percevejo. Entretanto, neste trabalho, meu interesse particular é analisar as imagens digitalizadas geradas pelos equipamentos da informática e que se movimentam na tela do computador. Entendo que essas imagens associadas aos saberes escolares podem servir para auxiliar o trabalho do professor na sua útil e difícil tarefa de colaborar com o aluno na formação de conceitos.

Sendo as representações geométricas um aspecto de interesse de nosso grupo de estudo, junto com meu orientador passei a usar as representações da geometria espacial em nível da quarta série do Ensino Fundamental, para o desenvolvimento dessa pesquisa.

A partir de nosso envolvimento com o objeto da pesquisa, o principal interesse desta dissertação é descrever as formas pelas quais as crianças percebem e representam figuras espaciais através de suas interações com os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas.

Com a redução fenomenológica, desenvolvemos uma análise sobre as possíveis articulações desses recursos didáticos para a aprendizagem em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental. A questão que norteou essa investigação foi: como a articulação dos recursos didáticos: desenho, objeto e representações dinâmicas podem auxiliar na visualização e representação da geometria espacial?

Conscientes de que essa questão envolve aspectos cognitivos e didáticos, passamos a buscar uma fundamentação teórica que nos desse um suporte epistemológico e psicopedagógico para a descrição e análise das situações didáticas criadas para essa pesquisa.

No contexto problemático de teorias e práticas de ensino, entendemos que os alunos não desenvolvem as suas competências matemáticas do mesmo modo nem nos mesmos momentos, e que há uma forte interligação entre intuição e conceitos, não sendo possível a dissociação desses elementos no fenômeno da aprendizagem.

Esperamos que este trabalho contribua para uma reflexão e análise crítica dos educadores sobre a importância do ensino da Geometria, da utilização dos recursos didáticos e da informática na Educação.

Nessa perspectiva, o trabalho apresenta-se assim organizado:

Os três primeiros capítulos referem-se à pesquisa teórica. No **Capítulo I** apresentamos algumas considerações sobre o **Ensino da Geometria e os Desafios da Representação Geométrica**, com ênfase sobre algumas considerações epistemológicas e recomendações didáticas. Destacamos algumas questões polêmicas entre os professores das séries iniciais do Ensino Fundamental e os matemáticos, como por exemplo, o abandono da Geometria preconizado por Pavanello (1993), algumas dificuldades dos professores em ensinar Geometria, sobretudo a representação geométrica e algumas sugestões dos Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (1997).

O **Capítulo II** é constituído pela abordagem dos **Aspectos Psicopedagógicos da Percepção e a Representação do Espaço pela Criança**. Na busca pelo entendimento de como a criança percebe e representa o espaço, traçamos um paralelo entre algumas concepções que julgamos complementares e não contraditórias: a teoria da Psicogênese do Conhecimento, de Piaget, a Perspectiva Sócio-Histórica, de Vygotsky, algumas idéias da Fenomenologia, com base em Merleau-Ponty, no que trata da percepção e construção do conhecimento geométrico e a Teoria Operatória da Representação, de Vergnaud.

A partir dessa compreensão passamos para o **Capítulo III** investigando as possíveis contribuições das **Situações Didáticas e dos Recursos Didáticos no Ensino da Geometria**. Encontramos na teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Brousseau (1986), o suporte adequado para reflexão e criação das sessões práticas dessa pesquisa. Analisamos sistematicamente os recursos didáticos: desenho, objeto e representações dinâmicas e as sugestões de Bonafe (1988), no que diz respeito à utilização de recursos didáticos para a passagem da representação plana de figuras espaciais.

No **Capítulo IV**, traçamos algumas **Considerações Metodológicas da Pesquisa** destacando a **Fenomenologia** como método. A partir de nosso entendimento, ressaltamos alguns dos elementos mais importantes da fenomenologia, como a questão da consciência e da intencionalidade e passamos à pertinência do método ao nosso objeto de estudo. Descrevemos os sujeitos que colaboraram com a pesquisa, o local no qual realizamos a experiência empírica e os procedimentos básicos utilizados para a descrição e análise do fenômeno.

O **Capítulo V** é composto pela **Descrição e Análise da parte Experimental da Pesquisa**. A partir da teoria das situações didáticas, criamos e organizamos seis sessões didáticas que foram descritas e analisadas. Aproveitando a abertura do método fenomenológico, conscientemente destacamos alguns elementos que apareceram ao longo de cada sessão. Esses elementos foram analisados teoricamente e os caracterizamos como “Elementos de Síntese” das sessões, posteriormente analisados junto com as Confluências Temáticas dos discursos dos sujeitos.

Tendo realizado todos os procedimentos do Método com rigor, passamos para o **Capítulo VI**, onde sistematizamos a **Análise Fenomenológica e as Considerações Finais da pesquisa**. Durante a análise nomotética os Elementos de Síntese das sessões e as Unidades de Significado dos discursos dos sujeitos convergiram para Confluências Temáticas da pesquisa. O objetivo dessa reflexão e convergência foi desvendar o fenômeno da interação entre os sujeitos e os recursos didáticos nas representações da geometria espacial.

Esperamos que tais inferências possam contribuir nos momentos de reflexão de professores e pesquisadores, sobre a utilização de recursos didáticos e das representações dinâmicas no ensino e aprendizagem da geometria espacial nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Confiamos na possibilidade dessas deduções encaminharem discussões e estudos nessa área, pois o conhecimento é construído e está em constante devir, assim como a idéia que circunda a articulação de recursos didáticos e as representações dinâmicas como instrumentos mediadores na construção do conhecimento escolar.

CAPÍTULO I

O ENSINO DA MATEMÁTICA E OS DESAFIOS DA REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA

1.1. Considerações a Respeito do Ensino da Matemática e da Geometria

A Educação Matemática contribui de modo significativo e insubstituível para ajudar os alunos se tornarem indivíduos competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a vida se relaciona com a Matemática.

Inserida no currículo desta disciplina, a Geometria tem sido alvo para reflexões e discussões entre pedagogos e matemáticos, principalmente após a década de oitenta, quando as idéias da Matemática Moderna começaram a cair por terra.

Observa-se um movimento mundial no sentido de revalorização da Geometria nos programas de Matemática, principalmente na alteração das práticas de ensino fundamentadas em concepções tradicionais, em que se valoriza apenas os axiomas e as deduções, ou o ensino fortuito de simples manipulação de objetos e desenhos para a identificação de figuras planas ou espaciais.

Reconhecendo a importância da Educação Matemática e da Geometria, pretendemos investigar o fenômeno da interação entre o sujeito e recursos didáticos utilizados para representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

A partir desse objetivo, refletiremos sobre alguns aspectos do ensino da Matemática e da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Segundo D'Ambrósio¹, a Matemática vem sendo ministrada à base do ensino de fatos e conceitos como verdades absolutas e incontestáveis, como um corpo de conhecimentos congelados ao longo de séculos e desta forma essa disciplina não pode responder à enorme curiosidade dos jovens e nem à própria dinâmica da elaboração do conhecimento.

¹ <http://www.diretoriadeitapevi.com.br/texto1.html> (pesquisado em 24/06/02)

O autor ressalta que essa disciplina tem sido utilizada para dificultar a auto-estima do jovem, encaminhando-o para uma subordinação a crenças e autoritarismo, não permitindo que a educação atinja seus objetivos como, por exemplo, possibilitar a cada indivíduo atingir seu potencial criativo, estimular e facilitar a ação comum com vistas a viver em sociedade, exercitando a cidadania plena.

Seria importante destacarmos que essas constatações acerca dos problemas do ensino da Matemática não estão somente em nível de Brasil, mas também ocorrem em outros países. Para analisarmos esse quadro, trabalharemos sobre dois documentos: um de abrangência nacional e outro internacional.

Em nível nacional, utilizaremos os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1997); e em nível internacional, o Terceiro Estudo Internacional de Matemática e Ciências (TIMSS)², trabalho que vem sendo desenvolvido em Portugal desde 1991, considerado internacionalmente como um estudo de grande envergadura no quadro das avaliações dos resultados dos sistemas educativos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticos (1997) apresentam resultados obtidos nos testes de rendimento em Matemática, aplicados pelo Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB). Em 1993, os resultados das avaliações indicaram que “... na primeira série do ensino fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para 3,1%, na quinta série, e subia para 5,9% na sétima série” (PCN: Matemática, 1997: 23).

O mesmo sistema de testes foi aplicado em 1995 em todo o Brasil, abrangendo alunos em nível de quarta e oitava séries do Ensino Fundamental. O percentual de acertos por série/grau evidenciou um baixo desempenho global na Matemática, sendo que as maiores dificuldades foram encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas (PCN: Matemática, 1997: 23-24).

Além dos péssimos índices nas avaliações de desempenho dos alunos, esses testes mostram que essa disciplina funciona como filtro para selecionar alunos que concluem, ou não, o Ensino Fundamental. O PCN: Matemática (1997: 24)

² <http://www.iie.min-edu.pt/iie/proj/timss/index.htm> (pesquisado em 28/11/01)

aponta a Matemática como a disciplina que contribui significativamente para a elevação das taxas de retenção escolar no Brasil.

Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (PCN: Matemática, 1997: 24)

Em nível global, temos como referência às pesquisas do Terceiro Estudo Internacional de Matemática e Ciências (TIMSS). Quarenta e um países participaram desse estudo, que envolveu quatro grandes blocos: no primeiro e segundo blocos temos os países do Extremo Oriente (Singapura, Coreia, Japão e Hong-Kong) e alguns países do Leste Europeu (República Checa, Eslováquia, Eslovênia e Bulgária); o terceiro bloco foi constituído por outros países europeus e ainda pelos Estados Unidos, Canadá, Austrália e Nova Zelândia; no último bloco estavam os países da América Latina, a África e o Oriente Médio.

Os melhores resultados nos testes de Matemática foram os obtidos pelos alunos dos países do Extremo Oriente, países asiáticos e do leste europeu (com fortíssimas tradições de investimento sócio-educacional), observou-se uma progressiva queda na qualidade da aprendizagem dos países onde não há políticas educacionais honestas e concretas, uma vez que os resultados obtidos em cada país também se mostram fortemente relacionados ao meio sócio-cultural, político e econômico.

O fato curioso é que na avaliação do ensino da Matemática, Portugal está entre os países periféricos como o Brasil, África e Médio Oriente. Segundo a análise do TIMSS, feita em 1996 por especialistas das Universidades Portuguesas, como João Pedro da Ponte, José Manuel Matos e Paulo Abrantes³, os alunos com baixo desempenho apresentam erros relativamente aceitáveis no cálculo, fracos na resolução de problemas e muito fracos no raciocínio e argumentação, mostrando serem estas as piores deficiências do sistema educativo.

³ <http://www.iie.min-edu.pt/iie/proj/timss/index.htm> (pesquisado em 28/11/01)

Esses pesquisadores de Universidades Portuguesas ressaltam algumas causas para esses resultados: a longevidade anormal de programas baseados na Matemática Moderna; o processo inadequado de introdução dos novos programas; deficiência na formação de professores; falta de atenção às práticas educativas como resolução de problemas; raciocínio e argumentação matemática; além do pouco investimento na educação e em equipamentos tecnológicos adequados.

Em síntese, tanto a pesquisa do SAEB, apresentada pelo PCN: Matemática (1997), quanto às pesquisas do Terceiro Estudo Internacional de Matemática e Ciências (TIMSS), consideram haver uma certa “deficiência” no ensino da Matemática. Entendemos que esse problema envolve não só o Brasil, mas outros países, e isso está associado ao caráter ideológico e científico de dominação imposto aos países periféricos.

O ensino da Geometria não escapa à deficiência do ensino da Matemática. Segundo Pavanello (1993), há um certo “abandono” ou “omissão” do trabalho pedagógico acerca do ensino da Geometria e destaca alguns fatores que levaram ao abandono da Geometria: a Lei 5692/71 e o Movimento da Matemática Moderna.

Segundo Pavanello (1993), a “Lei 5692/71”, Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus, permitiu que cada professor montasse seu programa “de acordo com as necessidades da clientela”, abrindo espaço para que os professores inseguros deixassem de trabalhar os conceitos geométricos, ou deixassem esses conteúdos para o final do ano letivo, usando a desculpa da “falta de tempo” para não apresentá-los aos alunos, talvez porque não conseguissem fazer a integração do saber intuitivo com o conhecimento abstrato conceitual.

Para a autora, com Movimento da Matemática Moderna a geometria perde espaço para a álgebra e os livros didáticos ficam descontextualizados, com uma linguagem teórica inacessível aos alunos.

O PCN: Matemática (1997:21) também destaca alguns problemas educacionais causados na década de 60 e 70, com o Movimento da Matemática Moderna. A Matemática escolar aproximou-se demasiadamente da Matemática pura, centrando o ensino nas estruturas e fazendo uso de uma linguagem unificadora,

esquecendo-se de que o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais.

Pode-se presenciar ainda hoje resquícios desse Movimento no ensino da Matemática, principalmente quando há preocupações excessivas com abstrações internas à própria Matemática, mais voltada à teoria do que à prática, por exemplo, a insistência no trabalho com conjuntos nas séries iniciais, o predomínio da aritmética nas séries iniciais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da Matemática às suas aplicações práticas.

Segundo Detoni (2000), outro fator que prejudica o ensino da Geometria é o tratamento didático à natureza epistemológica que se dá a essa ciência. Isso significa que ao mesmo tempo em que a Geometria representou historicamente a expressão do verdadeiro pensar axiomático/ dedutivo, ela é a parte da Matemática mais afeita à intuição e geralmente o professor das séries iniciais do Ensino Fundamental, que não é matemático, mas ensina Matemática, sente uma certa dificuldade para ajudar os alunos a passar do conhecimento intuitivo para o abstrato.

Por exemplo, esse professor usa conhecimentos empíricos, objetos e desenhos que tenham formato de figuras geométricas como se fossem os próprios conceitos. Segundo Pais (1996), a intuição é um tipo de conhecimento que se caracteriza, principalmente por sua disponibilidade imediata. Alguma afirmação feita com base na intuição não requer uma racionalidade dedutiva. Por exemplo, quando pedimos a um aluno da quarta série do Ensino Fundamental imaginar um círculo, supomos que, de imediato, o aluno disponibilize em sua mente, imagens mentais conseqüentes quase que exclusivamente do trabalho com desenhos e objetos.

Abrantes (1999), também aborda esse aspecto do ensino da Geometria e destaca que, mesmo sendo considerada uma manifestação genuína do pensamento abstrato, geralmente os professores pretendem ensinar os conceitos geométricos de forma espontânea, a partir de objetos concretos.

Nesse contexto de ensino e aprendizagem da Geometria, Detoni (2000) destaca alguns sintomas do abandono da Geometria: os fracos resultados acerca do conhecimento geométrico apresentado pelas gerações escolares; a diminuição da carga horária dedicada e a conseqüente diminuição de conteúdos próprios à grade curricular em Geometria; a diminuição da recorrência a visualizações bi e

tridimensionais feitas pelas demais disciplinas e o grande número de professores de Matemática que se recusam a ministrar conteúdos geométricos.

Outros aspectos importantes do abandono da Geometria são abordados por Fonseca et al. (2001). Durante a pesquisa realizada com professores na implantação do Projeto Pró-Matemática na Formação do Professor em Minas Gerais, as autoras confrontaram três situações: o que se ensina em geometria, as concepções e procedimentos dos professores e concepções acerca da importância de se ensinar Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Acerca “do que” se ensina em geometria, Fonseca et al. (2001: 17) destaca: “falta aos professores clareza sobre o que ensinar Geometria e/ou acerca de que habilidades desenvolver nesse nível de ensino”. As autoras destacam que normalmente percebe-se um certo desconforto quando os professores precisam falar sobre o ensino da Geometria, o que não acontece quando falam do ensino dos números, por exemplo.

Muitas vezes os professores ignoram as propostas curriculares oficiais e sua prática pedagógica, em geral, não se identifica com os conteúdos e orientações metodológicas de tais propostas, ou porque não as conhecem ou ainda porque não tiveram oportunidade para analisá-las. Os conteúdos de Geometria são escolhidos geralmente a partir de uma única referência bibliográfica, sem que os professores tenham conhecido ou refletido sobre a proposta do autor, suas concepções sobre a matemática e seu ensino.

Em uma das atividades da referida pesquisa, observaram que os professores organizavam previamente os conteúdos de matemática a serem ministrados. Constatou-se que eles descreveram minuciosamente a parte dos números e das operações, relegando à Geometria uma listagem de tópicos. “Isso dá a impressão de que a Geometria é pouco trabalhada em sala de aula e que os professores não se sentem à vontade ao abordá-la.” (Fonseca et al., 2001:21)

Comparando a listagem dos conteúdos com as propostas de algumas coleções de livros didáticos, as pesquisadoras identificaram que os professores normalmente seguem um único tipo de livro⁴ que aborda os conteúdos da Geometria

⁴ Para identificar os critérios de classificação dos livros didáticos utilizados na pesquisa, ver: Fonseca et al. 2001.

de forma linear e estática. No livro mais utilizado pelos professores, pode-se verificar que:

Os entes geométricos são apresentados às crianças via desenhos e definições e sucedem-se numa ordem hierárquica de conceitos mais simples aos mais complexos. Os conceitos geométricos estudados exigem da criança um nível de abstração incompatível com o desenvolvimento do pensamento geométrico das mesmas e não apresentam uma preocupação explícita com as etapas desse desenvolvimento. (Fonseca et al., 2001:46)

Na análise da classificação dos conteúdos organizados pelos professores e a partir da discussão gerada entre eles, as pesquisadoras identificaram que o conteúdo de Geometria aparece sempre no final do ano, dando a entender que é um estudo deixado para o fim do período letivo.

Fonseca et al. (2001), também constataram as influências do Movimento da Matemática Moderna como um dos fatores que geravam problemas no ensino da Geometria. Na primeira série do Ensino Fundamental não há ênfase nas noções topológicas, o ensino da Geometria continua centrado na “nomeação” e classificação das figuras planas. O problema da representação geométrica já começa por aí. Como realizar a passagem do conhecimento empírico para a abstração da Geometria?

As figuras planas elementares (quadrado, retângulo, triângulo e círculo) são facilmente reconhecidas e nomeadas pelas crianças... No entanto, as figuras planas são idealizações, já que elas não possuem espessura; portanto, o que as crianças podem perceber são representações dessas formas. Com base apenas na percepção é difícil para uma criança conceber um ponto (que não tem dimensão) ou uma reta (que só tem comprimento), pois esses entes não fazem parte do seu espaço sensível. Assim também é prematuro introduzirem-se os conceitos de segmento, semi-reta e ângulo, por intermédio de suas definições, nas séries iniciais. (Fonseca et al., 2001:46)

Acrescentamos também que a dificuldade de passar do conhecimento empírico para o abstrato na Geometria, está relacionada com essa certa facilidade que as crianças possuem de reconhecerem figuras planas. Acreditamos que o reconhecimento de figuras geométricas acima citado por Fonseca et al. (2001), nem sempre é evidente, pois depende da forma como o conceito está representado, ou seja, depende da forma como o desenho está sendo apresentado para a criança.

Em nossa prática educativa, é fácil observar crianças que não reconhecem um quadrado quando o desenho não apresenta os lados paralelos às bordas da página. Acreditamos que Fonseca et al. (2001) referem-se à facilidade das crianças em reconhecerem figuras geométricas representadas por desenhos quando esses desenhos seguem um mesmo padrão, por exemplo, a mesma posição que sempre aparecem nos livros didáticos ou são desenhados no quadro-negro pelos professores.

Outro aspecto importante para o ensino da Geometria é que o estudo das figuras planas precede ao estudo dos sólidos, numa organização mais próxima à exposição euclidiana do que as propostas pedagógicas que valorizam a experiência e a manipulação como ponto de partida, o que sugeriria antepor o estudo dos sólidos ao estudo das figuras planas. A inclusão de “ponto, reta, plano, ângulo” em uma fase muito inicial da escolaridade é freqüente, sendo apresentados de maneira formal, sem a exploração devida dos conceitos (Fonseca et al., 2001:22).

Na discussão das pesquisadoras com os professores sobre a listagem dos conteúdos e suas experiências em ensinar Geometria, Fonseca et al. (2001) ressaltam que é possível evidenciar outras dimensões da prática pedagógica em relação à Geometria, como por exemplo, a falta de um trabalho sistemático com os sólidos geométricos por não lhes ocorrerem alternativas metodológicas, tais como explorar materiais manipulativos, planificações, construções.

Porém, não se pode criticar muito as práticas pedagógicas do professor, no sentido de que não há ainda um consenso entre matemáticos e demais professores a respeito da forma adequada com que o ensino da Geometria deveria ser introduzido para as crianças.

Segundo alguns pesquisadores, esse contexto do ensino da Geometria e da Matemática poderia ser revertido com a melhoria da qualidade dos cursos de formação de professores e de suas concepções sobre a Matemática. Mas essa não é uma solução simples de ser aplicada.

De acordo com a pesquisa realizada por Passos (1995)⁵, no CEFAM – Centro de Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério, foi constatado que a grande maioria dos alunos não gostava de Matemática e expressava uma

⁵ Passos (1995). Pesquisa citada por Passos (2000).

aversão tão grande que chegava a afirmar que jamais ensinaria essa disciplina, esquecendo-se de que a Matemática é um dos componentes da alfabetização.

Durante essa pesquisa, os alunos do Magistério destacavam os traumas que tiveram ao longo de sua formação primária, a demasiada abstração advinda do rigor que permeava as demonstrações de teoremas e a forma abstrata com que a Geometria foi trabalhada.

Para Passos (2000), o problema na formação do professor que ensinará Matemática se prolonga nas suas experiências e concepções acerca dessa disciplina. A autora enfatiza que é necessário que os professores em formação tenham clareza de suas concepções sobre a Matemática e que reconheçam, durante o processo de sua formação, que eles poderão utilizar diferentes métodos e recursos didáticos de ensino que provavelmente mudarão a forma abstrata com que a Matemática e a Geometria têm sido ensinadas.

As experiências e concepções “negativas” em relação à educação matemática devem ser alteradas. Para D’Ambrósio, a aceitação e incorporação das novas tecnologias no processo educacional pode melhorar alguns aspectos dessa realidade:

Com a disponibilidade das calculadoras e dos computadores, o ensino de Ciências e de Matemática deve mudar radicalmente de orientação. Uma vez aceita a calculadora sem restrições, estaria desfeito o nó górdio da educação de hoje. Isto porque a calculadora sintetiza as grandes transformações de nossa era e a entrada de uma nova tecnologia em todos os setores da sociedade. A incorporação de toda a tecnologia disponível no mundo de hoje é essencial para tornar a Matemática uma ciência de hoje. (D’Ambrósio)⁶.

O ensino da Matemática deve priorizar a articulação entre seu campo de investigação pura e seu campo de aplicação, porque eles influenciam-se mutuamente. “É importante destacar que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação” (PCN: Matemática, 1997:31).

⁶ D’AMBRÓSIO. Informática, Ciências e Matemática. Disponível em: <http://www.diretoriadeitapevi.com.br/texto1.html> (pesquisado em 24/06/02)

Outro problema evidenciado por pesquisadores da Educação Matemática como, por exemplo, Fonseca et al. (2001) é que muitos professores do Ensino Fundamental ainda demonstram dúvidas ou hesitações sobre a importância do ensino da Matemática e, mais ainda, sobre o ensino da Geometria.

As dúvidas mais frequentes relacionam-se à concepção de ensino, conteúdos, metodologia adequada e mais atualmente, qual a eficácia das Novas Tecnologias da Informática para o ensino desses conteúdos.

Nesse sentido, acreditamos que esse trabalho, que tem como objetivo descrever a interação entre o sujeito e os recursos didáticos (desenho, objeto e representações dinâmicas criadas no computador) poderá contribuir de algum modo para os professores que atuam no ensino da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental e, sobretudo, àqueles que pretendem usar o computador como um suporte didático para o ensino e a aprendizagem dos conceitos da Geometria espacial.

Cientes de que a informática e os recursos didáticos devem estar agregados às concepções, valores, orientações didáticas e metodológicas, passaremos a investigar alguns aspectos das representações geométricas nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

1.2. Desafios das representações geométricas

Uma vez que o objeto de nossa pesquisa é descrever como os sujeitos percebem e representam figuras espaciais através de suas interações com os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, consideramos fundamental a reflexão sobre o que é a representação matemática e quais são os desafios dos professores em ensinar a representar conceitos matemáticos.

A partir de nosso referencial, entendemos a representação matemática como um fenômeno cognitivo que pode ser representada através de modelos, imagens mentais e os conceitos gerados acerca de algum conhecimento matemático. Várias são as formas de representação matemática, tais como: símbolos, palavras,

desenhos, gráficos, esquemas gráficos, objetos, ou seja, usamos registros para representar conceitos abstratos.

Essas representações ou registros não representam um conceito absoluto, pois estão agregados a determinada realidade, contexto histórico ou situação. Eles têm significado para determinada pessoa. Por exemplo, determinado conceito aritmético pode ser representado pela palavra “adição”. Contextualizada essa palavra representa uma elaboração abstrata que também pode ser expressa pelo símbolo “+”, mas sem contexto, sem a compreensão do conceito, o símbolo “+” pode representar outra idéia, como por exemplo, uma cruz.

A palavra “cubo” representa um ente geométrico, uma figura com definições e características que podem ser representadas além da palavra por desenhos, objetos, imagens digitais. Mas fora do contexto da geometria, pode significar outra coisa, por exemplo, para um menino que gosta de sua bicicleta e sempre a conserta, a palavra “cubo” significa a parte central em forma de cilindro que atravessa o eixo da bicicleta.

Portanto, a representação tem significante, por exemplo, o símbolo “+”; e significado, ou seja, o conceito que o envolve. A compreensão de significado e significante exige alguns níveis de abstração e articulação entre o pensamento e os modelos utilizados nas representações, sejam eles palavras, desenhos, símbolos, objetos, gráficos.

Compreender a representação de figuras geométricas planas ou espaciais através de desenhos, objetos, ou imagens digitalizadas no computador envolve um trabalho cognitivo de certa complexidade para crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Essa característica é muito própria desse nível escolar e paralelo a essa complexidade, existe a concepção pedagógica de que as crianças se interessam e aprendem Geometria naturalmente, apenas pelo contato físico com o mundo e com os modelos associados às figuras geométricas.

Contrariamente a esse entendimento, acreditamos que as noções básicas, propriedades e relações simples devem ser muitas bem trabalhadas desde a Educação Infantil para que, apropriando-se das noções topológicas elementares, os alunos

possam seguir seus estudos compreendendo de forma significativa os fundamentos e deduções da Geometria.

Quando a criança ingressa na primeira série do Ensino Fundamental, tendo passado pela pré-escola ou não, ela certamente já traz consigo uma bagagem de noções informais sobre todas as coisas, como por exemplo, a noção espacial do próprio corpo, dos objetos, os movimentos habituais dos corpos, inclusive sobre a Geometria, e essas noções não devem ser desperdiçadas no ambiente escolar.

Para aproveitar o conhecimento construído naturalmente pela criança, o PCN: Matemática (1997) sugere que antes de elaborar situações de aprendizagem, o professor deveria investigar qual é o domínio do aluno sobre o assunto que vai explorar, em que situações suas concepções são estáveis, quais as dificuldades e possibilidades de cada um para enfrentar este ou aquele desafio.

Segundo Passos (2000), existe um certo consenso de que o ensino da Geometria poderia iniciar-se logo que a criança entra na escola, entretanto, há divergências com relação aos conteúdos e aos métodos de ensino.

Dentre as razões para essas divergências estaria a multiplicidade de aspectos relativos ao seu conteúdo e sua inerente complexidade. Multiplicidade entendida aqui como fatores diversos relacionados aos conteúdos e métodos de ensino da Geometria. Não é simples definir um único caminho, linear, hierárquico, desde os seus princípios elementares até as abstrações e axiomas, a percorrer no ensino em sala de aula.

Nada garante que o ensino das figuras planas deve preceder o ensino dos sólidos, nem dos sólidos às figuras planas, pois quando a criança chega na escola ela já estabelece relações entre o bidimensional e o tridimensional, por exemplo, quando desenha seu mundo ou “lê” uma revista em quadrinhos.

Dada a multiplicidade das formas de aprender, não se deve fixar a uma forma linear e sistemática da ação didática, pois o fenômeno da aprendizagem é individual e depende de fatores internos e externos tão variados que torna impossível à didática estabelecer padrões objetivos de ensino.

Sem preconizar ações didáticas, o ensino da Geometria poderia seguir algumas orientações, tais como:

As idéias geométricas das crianças podem ser desenvolvidas a partir de atividades de ordenação, classificação de modelos de figuras planas e de sólidos. Do mesmo modo, quando elas constroem modelos usando varetas, manipulam formas geométricas no computador, fazem dobraduras, ou quando usam espelhos para investigar eixos de simetria, podem constatar importantes propriedades geométricas (Passos, 2000: 49).

Segundo a orientação do PCN: Matemática (1997:126), uma vez que o “ponto”, a “reta”, o “quadrado” não pertencem ao mundo sensível, mas ao campo da abstração, poderia a Geometria partir do mundo sensível e ser estruturada no mundo geométrico.

Mas, como passar do conhecimento sensível para as representações?

O espaço percebido pela criança – espaço perceptivo, em que o conhecimento dos objetos resulta de um contato direto com eles - lhe possibilitará a construção de um espaço representativo - em que ela é, por exemplo, capaz de evocar os objetos em sua ausência. (PCN: Matemática, 1997: 126)

O PCN: Matemática (1997), também argumenta que é multiplicando as experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, distanciar-se do espaço sensorial ou físico.

Entendemos que essa multiplicidade de experiências preconizada pelo PCN: Matemática (1997), pode estar relacionada também a diversidade de materiais didáticos, tais como: desenhos, trabalho com dobraduras, recorte, manipulação de objetos e até mesmo com a utilização de alguns softwares disponíveis no mercado.

De acordo com o nosso interesse em pesquisar a interação entre os sujeitos e recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas e como os sujeitos utilizam esses recursos para representar figuras espaciais, a partir dos estudos apontados pelo PCN: Matemática (1997), podemos dizer que a integração desses recursos é possível e podem ajudar os professores a ensinarem e os alunos raciocinarem geometricamente.

Através da articulação de recursos didáticos, é possível colocar-se em relação, dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível, e de outro, o

mundo geométrico possibilita o trabalho sobre as representações geométricas até que o sujeito crie condições para desprender-se da manipulação física dos objetos, pois esses continuam mentalmente presentes nas representações mentais.

Ressaltamos que concebemos a utilização dos computadores no ambiente escolar como potencializadores da aprendizagem.

Esse tema tem sido muito discutido entre educadores e pesquisadores brasileiros, desde a década de 70, com a introdução da informática nas escolas brasileiras, sendo os percussores responsáveis pelas primeiras investigações a respeito do uso de computadores na educação a UNICAMP, com o Núcleo Interdisciplinar de Informática Aplicada à Educação sob a coordenação de Valente, a UFRJ e a UFRGS.

Para Valente (1993), existem muitas modalidades de uso do computador na educação, mas todas apontam para a utilização desta tecnologia como uma nova mídia educacional, uma ferramenta de complementação, de aperfeiçoamento.

Acreditamos que essa reflexão sobre o ensino da Matemática e da Geometria contribuirá como uma diretriz para as nossas investigações, nas quais almejamos uma perspectiva que possa contribuir para uma significação quanto a utilização de recursos didáticos e das novas tecnologias da Informática como potencializadores para as representações da Geometria espacial.

Entendemos que nossa preocupação em descrever a interação entre sujeito e os recursos didáticos (objetos, desenhos e representações dinâmicos) e como os sujeitos utilizam esses recursos para representarem figuras espaciais em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, somente poderá ser elucidada a partir da análise de alguns aspectos psicopedagógicos acerca da construção e da representação do espaço geométrico pela criança.

CAPÍTULO II

ASPECTOS PSICOPEDAGÓGICOS DA PERCEPÇÃO E A REPRESENTAÇÃO DO ESPAÇO PELA CRIANÇA

Tendo como centro de interesse a interação entre sujeito e os recursos didáticos, tais como: objetos, desenhos e representações dinâmicas em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, o objetivo deste capítulo é identificar como a interação articula-se com a percepção e a representação espacial na construção do conhecimento geométrico da criança em ambiente escolar.

Com esse objetivo vislumbramos o fenômeno da construção do conhecimento, da percepção e das representações geométricas a partir da Teoria da Epistemologia Genética (Piaget), da Perspectiva Sócio-Histórica (Vygotsky), da Fenomenologia da Percepção (Merleau-Ponty) e da Teoria Operatória da Representação (Vergnaud).

Percorremos essas teorias com consciência de que seus conceitos têm raízes comuns, não são totalmente contraditórias e seus pontos semelhantes podem valorizar nossa reflexão teórica. Aliás, a visão fenomenológica valoriza a diversidade de dimensões que podem interferir na definição do fenômeno. Assim sendo, a dimensão psicogenética e social também são de interesse para a análise fenomenológica.

Segundo Vasconcellos e Valsiner (1995), as teorias que deram base à perspectiva construtivista de Piaget e sócio-histórica de Vygotsky, formam uma base teórica de grande importância para a Psicologia Educacional, pois essa possibilidade de diálogo enfatiza o papel dialético de agente ativo junto ao seu ambiente físico e social.

As funções psicológicas, tecidas no processo de relação com o outro ou com o mundo, são desenvolvidas a partir dos mesmos processos de relação e, portanto, são, ao mesmo tempo, construídas e organizadas no e pelo processo de interação. (Vasconcellos e Valsiner, 1995:18)

A fim de organizar nossa reflexão, nas próximas páginas desenvolveremos uma reflexão à Teoria da “Epistemologia Genética”, de Piaget, no que se refere à inteligência como um processo dialético de interação entre o sujeito epistemológico e o meio, e algumas de suas considerações sobre a percepção e a ação como fatores importantes para a aprendizagem.

Em seguida trataremos a “Perspectiva Sócio-Histórica”, de Vygotsky, principalmente no que se refere à dimensão social da aprendizagem, como o meio fornece símbolos e instrumentos que medeiam a relação do indivíduo com o mundo, tratando em especial a interação do sujeito com o objeto enquanto instrumento cultural.

A Fenomenologia da Percepção permeará essas reflexões e dedicaremos especial atenção ao entendimento de onde e como ocorre interação do sujeito com o objeto do conhecimento, de acordo com Bicudo (2000).

Como nosso objeto de pesquisa circunda a questão da representação, também traçaremos alguns itens sobre a Teoria Operatória da Representação e os Campos Conceituais de Vergnaud.

2.1 Teoria da “Epistemologia Genética”, de Jean Piaget

Os teóricos construtivistas preocuparam-se em compreender a “mente” e sua capacidade (realização) na percepção, na aprendizagem, no pensamento e no uso da linguagem. Dentre essas teorias destacamos a Teoria da “Epistemologia Genética”, de Jean Piaget (1896-1980), também conhecida como Construtivismo. Essa teoria refere-se à inteligência como um processo dialético de interação entre o sujeito epistemológico e o meio, além de considerar a percepção e a ação, fatores importantes para a aprendizagem,

O construtivismo explica os processos de desenvolvimento e aprendizagem como resultados da atividade do homem na interação com o ambiente. Piaget explica esta interação valendo-se dos conceitos de assimilação, acomodação e adaptação. (Goulart, 1996: 14)

A inteligência é antes de tudo adaptação. Esta característica se refere ao equilíbrio entre o organismo e o meio ambiente, resultado de uma intensa e contínua interação entre assimilação e acomodação.

Assimilação “é a incorporação de um novo objeto ou idéia ao que já é conhecido, ou seja, ao esquema que a criança já possui...” A acomodação “... implica na transformação que o organismo sofre para lidar com o ambiente. Assim, diante de um objeto novo, de uma idéia ou problema, a criança modifica seus esquemas adquiridos anteriormente, tentando adaptar-se à nova situação”. (Goulart, 1996: 15)

Quando o problema é solucionado, os conceitos adquiridos se estabilizam por um momento. Essa ordem ao caos promovido pelo desequilíbrio faz parte da acomodação de um novo conceito, aos outros conceitos e às experiências múltiplas já adquiridas. A assimilação e a acomodação são, pois, os motores da aprendizagem.

2.2 A “Interação” segundo Piaget

Sendo um dos objetivos dessa pesquisa, descrever alguns “graus de interação” entre o sujeito e os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas, faz-se imprescindível esclarecermos o significado de interação a partir de Piaget, e o que ela tem a ver com a construção do conhecimento.

Segundo Flavell (1986), Piaget define que o sentido do funcionamento intelectual, ou seja, o conhecimento, pode ser considerado uma dotação biológica com atributos considerados invariantes durante todo o desenvolvimento: a “assimilação e a acomodação”. Nestas invariantes está o elo crucial entre a biologia e a inteligência, uma vez que elas são idênticas em ambos os casos.

A inteligência não principia, pois, pelo conhecimento do eu nem pelo das coisas como tais, mas pelo da sua interação, e é orientado-se simultaneamente para os dois pólos dessa interação que a inteligência organiza o mundo, organizando-se a si própria. (Piaget, 1975: 330)

No início da vida, a assimilação é utilizada para alimentar os esquemas hereditários ou adquiridos, como a sucção, visão, prensão. Defrontando-se com

desafios e problemas para se manter inicialmente vivo, à medida que se processa a coordenação dos seus instrumentos intelectuais, o sujeito descobre-se ao situar-se como objeto ativo entre outros, num universo que lhe é exterior.

Em suas direções iniciais, a assimilação e a acomodação opõem-se, evidentemente, uma à outra, dado que a assimilação é conservadora e tende a submeter o meio à organização tal como ele é, ao passo que a acomodação é uma fonte de mudanças e sujeita o organismo às sucessivas imposições do meio. (Piaget, 1975: 328)

Mesmo opostos, os dois pólos são relativamente indiferenciados um do outro, estão incluídos na interação que une o organismo ao meio. “Pode-se falar, portanto, de indiferenciação caótica. É nesse nível em que o mundo exterior e o eu permanecem indissociados”.

Na interação sujeito e meio situa-se nosso objeto de estudo. Podemos dizer que em situações didáticas de interação entre sujeito e recursos didáticos utilizados para as representações geométricas, o sujeito cognitivo envolve-se de tal maneira com o exterior que torna possível a assimilação e a acomodação de novos conhecimentos.

Nessa construção há uma dialética entre meio e organismo, e quando o organismo encontra um obstáculo, uma problemática por causa das exigências do meio, busca novas formas de acomodação, diferentes das necessárias às circunstâncias usuais. Ele explora a situação problemática de forma a encontrar uma solução, colocando em interação a acomodação e a assimilação.

Logo, e nessa mesma medida, a assimilação e a acomodação entram em relações de dependência mútua: por uma parte, a assimilação recíproca dos esquemas e as múltiplas combinações que daí decorrem favorecem a sua diferenciação e, por consequência, a sua acomodação, por outra parte, a acomodação às novidades prolonga, mais cedo ou mais tarde, as assimilações, visto que (sendo do interesse pelo novo uma função, ao mesmo tempo, das semelhanças e diferenças em relação ao conhecido) se trata de conservar as aquisições novas e conciliá-las com as antigas. (Piaget, 1975: 329)

Para Piaget (1975), o problema inicial do conhecimento não é o sujeito, no sentido epistemológico do termo, nem objetos concebidos como tais, nem os instrumentos invariantes de troca, mas a articulação entre eles. “Essa interação acaba

por culminância, como vimos, no plano da intelecção refletida, na mútua dependência da dedução assimiladora e das técnicas experimentais”. (Piaget, 1975:330)

Na medida em que os objetos se desligam da ação, o corpo do sujeito torna-se um termo entre os outros e encontra-se, assim, comprometido num sistema de conjunto que assinala os primórdios da verdadeira objetivação. (Piaget, 1975: 89)

Na dinâmica da aprendizagem, entendemos que Piaget usa a expressão “corpo-próprio” tal como Merleau-Ponty (1999:273): “O corpo-próprio está no mundo assim como o coração no organismo; ele mantém o espetáculo visível continuamente em vida, anima-o e alimenta-o interiormente, forma com ele um sistema.”

Nesse sentido, entendemos que a interação indica o envolvimento do sujeito com o meio em uma dialética onde ambos precisam de instrumentos como a percepção e a ação. Sem a percepção e a ação não haveria interação e conseqüentemente, não haveria a construção do conhecimento.

Faz-se importante ressaltarmos que a percepção do corpo-próprio vai além da sensação, do que os sentidos podem captar. A percepção “é o fundo sobre o qual todos os atos se destacam e ela é pressuposta a eles. O mundo não é um objeto do qual possuo comigo a lei de constituição; ele é o meio natural e o campo de todos os meus pensamentos e de todas as minhas percepções explícitas.” (Merleau-Ponty, 1999:6)

A partir dessas referências entendemos que o conhecimento nunca é “um estado, quer seja subjetivo, representativo ou objetivo. É uma atividade”. (Furth, 1969: 20, apud Bicudo, 2000: 18)

2.3 A percepção para Piaget e para a Fenomenologia

Uma vez que a interação indica o envolvimento do sujeito com o meio através de instrumentos como a percepção e a ação, passaremos a refletir como esses dois elementos podem envolver a “interação entre sujeito e os recursos didáticos para

as representações da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental”.

De acordo com Piaget (1993), a percepção desempenha um papel essencial na aprendizagem, mas ela depende em parte da ação e certos mecanismos perceptivos que se poderiam acreditar inatos ou muito primitivos só se constituem a certo nível da construção dos objetos.

Em relação à percepção e à construção do conhecimento, Merleau-Ponty (1999) também destaca a importância da consciência do corpo-próprio inserido no mundo. Para ele o sujeito está no mundo como um todo, agindo e reagindo, “tal como o coração no organismo” (Merleau-Ponty, 1999: 273)

O objeto e meu corpo formariam um sistema, mas tratar-se-ia de correlações objetivas e não, como diziam a pouco, de um conjunto de correspondências vividas. A unidade do objeto seria pensada, e não experimentada como o correlativo da unidade de nosso corpo. (Merleau-Ponty, 1999: 274)

Merleau-Ponty (1999) refere-se à percepção como um dos fatores importantes para a aprendizagem, mas ressalta que as aquisições empíricas, subjetivas, adquiridas pela experiência corporal só podem ser superadas com a ação do sujeito cognitivo: “é pensando meu corpo como objeto móvel que posso decifrar a aparência perceptiva e construir o cubo verdadeiro” (Merleau-Ponty, 1999: 274)

Portanto, o conhecimento não está unicamente no sujeito, nem em um objeto independente e externo, mas é construído pelo sujeito em uma relação sujeito-objeto indissociável: “o conhecimento, em todos os níveis, é uma relação dinâmica. É intrinsecamente relacionado e dependente de estruturas do organismo”. (Furth, 1969: 19, apud Bicudo, 2000: 18)

Na interação dialética do sujeito com o objeto do conhecimento, o homem e o meio são indissociáveis. Nessa concepção de construção do conhecimento geométrico é que pretendemos investigar alguns aspectos da interação entre sujeito e recursos didáticos para as representações geométricas em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Para isso, refletiremos sobre a seguinte questão: na interação homem e meio, “o que torna possível essa relação e onde ela ocorre?” (Bicudo, 2000: 29)

2.4 No processo da aprendizagem, onde e como ocorre interação do sujeito com o objeto do conhecimento?

O interesse em desvendar a conhecimento geométrico nasce particularmente pelo objetivo de realizarmos uma pesquisa Fenomenológica, sob algumas perspectivas e graus de interação entre aluno e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental. Para abordar esse tema, partimos da seguinte premissa:

A inteligência não principia, pois, pelo conhecimento do eu nem pelo das coisas como tais, mas pelo da sua interação; e é orientando-se simultaneamente para os dois pólos dessa interação que a inteligência organiza o mundo, organizando-se a si própria. (Piaget, 1975: 330)

Nosso objetivo é avançar sobre a questão da aprendizagem e da dialética interativa entre a assimilação e acomodação, proposta por Piaget. Para isso, pretendemos analisar “como” e “onde” acontece a interação a partir de uma abordagem da construção do conhecimento sob um olhar fenomenológico, tal como descreve Bicudo (2000), tendo como referência básica a “Fenomenologia da Percepção” de Merleau-Ponty (1999).

Pois bem, se a construção do conhecimento se dá na dinâmica entre sujeito e objeto, como fica o meio onde essa dinâmica acontece? Será que ele é estático? Inalterável? O meio de interação é o próprio local onde sujeito e objeto estão inseridos?

Onde e como acontece a interação? Segundo Bicudo (2000:30), esse “onde” é o mundo, e da mesma forma que sujeito e objeto são afetados pelo tempo, pelo espaço, pelo devir da própria existência, o mundo também é afetado. Esse “onde” deve ser entendido como “o mundo”, não somente o mundo sensível, mas o mundo dos pensamentos, da abstração.

O mundo não é um objeto do qual possuo comigo a lei de constituição, ele é o meio natural e o campo de todos os meus pensamentos e de todas as minhas percepções explícitas. A verdade não “habita” apenas o “homem interior”, ou, antes, não existe homem interior, o homem está no mundo, é no mundo que ele se conhece. (Merleau-Ponty, 1999: 6)

Para a fenomenologia o conhecimento se desenvolve na articulação entre corpo-próprio e objeto. O sujeito não é um agente separado do mundo, do contexto, dos significados, das criações, do campo de conceitos, sentimentos, do social. A interação está no envolvimento do corpo-no-mundo. O onde é “o meio natural e o campo de todos os meus pensamentos e de todas as minhas percepções explícitas”. (Merleau-Ponty, 1999: 6)

Nessa linha de pensamento, a interação está relacionada à capacidade de percepção que funciona como suporte para todo o pensamento, como se a percepção constituísse um plano onde a ação do sujeito sobre o objeto se mistura às percepções desse sujeito em relação ao objeto que pretende apreender: “a percepção não é ciência do mundo, não é nem mesmo um ato, uma tomada de posição deliberada, ela é o fundo sobre o qual todos os atos se destacam e ela é pressuposta por eles”.

Na construção do conhecimento, sujeito e objeto mesmo constituído de naturezas opostas, formam um sistema único, um relacionando-se com o outro, um agindo sobre o outro com objetividade, mesmo que esta seja temporária. Da mesma forma, acreditamos na possibilidade de interação entre sujeito e recursos didáticos para as representações da geometria espacial.

Transportando essas noções para o contexto escolar, a interação entre sujeito e objeto do conhecimento não deve ser menosprezada. A didática deve proporcionar condições para que a interação entre sujeito e objeto seja efetiva, que a percepção seja realmente um fundo, um suporte para toda dinâmica do sujeito cognitivo, com vistas à aprendizagem dos saberes escolares.

Nesse sentido, não basta o professor organizar objetos, recursos didáticos e situações para serem apenas percebidas, é preciso que o sujeito ativo se envolva com o objeto do conhecimento, que seus movimentos não fiquem ao nível das emoções, das sensações, da subjetividade.

O objeto e meu corpo formariam um sistema, mas tratar-se-ia de um feixe de correlações objetivas e não, como dizíamos a pouco, de um conjunto de correspondências vividas. (Merleau-Ponty, 1999: 274)

Na interação com o meio, o corpo próprio tende a transcender à sensibilidade humana. É preciso que o aluno explore os recursos didáticos com uma “estrutura inteligível que lhe dá razão... A unidade do objeto seria pensada, e não experimentada como o correlativo da unidade de nosso corpo”. (Merleau-Ponty, 1999: 274)

Essas idéias podem ser úteis na pedagogia porque motivam o professor a desejar a construção do conhecimento pelos alunos, envolvendo-os em situações significativas para eles, dando-lhes um significado de estarem-no-mundo, percebendo, agindo, movendo-se e comunicando-se com seu próprio meio. O dinamismo recíproco entre sujeito e mundo pode ser entendido como uma ação interativa para a construção do conhecimento.

2.5 A representação do espaço pela criança segundo Piaget

Particularmente nosso interesse em estudar a representação do espaço pela criança tem como objetivo compreendermos como ocorre a passagem do saber intuitivo para a elaboração de imagens mentais e a representação do espaço geométrico. Para isso faremos uma análise da obra - “A representação do espaço na criança”, desenvolvida por Piaget e Inhelder (1993).

Para a superação do ensino intuitivo da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental, é preciso distinguir o espaço perceptivo do espaço representativo. Para Piaget (1993), a representação do espaço deveria começar com a exploração das noções topológicas e não através da manipulação de objetos que representam conceitos, identificação (memorização) de características e identificação de figuras, supondo-se que a construção do espaço e da Geometria ocorre exclusivamente pela percepção sensorial e intuição.

Para Piaget, o espaço perceptivo é o produto final de uma construção evolutiva longa e árdua, e a própria construção depende muito mais de ações do que da percepção sensitiva, como supunham as teorias anteriores.

Uma coisa é perceber visualmente um círculo ou um quadrado e outra coisa é, tendo percebido essas formas, reconstruir a imagem visual correta, seja reconhecendo-as entre diversos modelos, seja desenhando-as. Nessa visão o espaço não é construído pela intuição ou pela percepção sensorial como supunha Kant, mas “... na medida dos progressos do espaço representativo, uma espécie de choque de retorno da atividade representativa sobre a atividade perceptiva”. Piaget (1993:18).

Ora, se a construção do espaço começa no plano perceptivo, ela prossegue no terreno da representação. (Piaget, 1993:53)

A construção do espaço ocorre na passagem do plano perceptivo para o plano das representações. Nessa passagem, Piaget (1993) estuda como funciona a percepção tátil, como ela é traduzida em imagens gráficas ou mentais e como essas passam à abstração das formas.

No início, a passagem do plano perceptivo para o plano das representações é acompanhada de uma tradução do tátil em visual e efetua-se quando são orientadas por uma atividade perceptiva tátil-cinestésica, que envolve, além da percepção tátil e visual, o movimento. Por exemplo, a criança facilmente reconhece um desenho quando manipulou o objeto referente, mas dificilmente reconhece um objeto a partir do desenho.

Mas isso não significa que toda imagem visual seja sempre influenciada por movimentos ligados a percepções táteis ou outras não visuais, como por exemplo, a criança pode desenhar uma casa ou uma paisagem sem tocá-las porque quase sempre essas imagens têm correspondências polissensoriais, isto é, referentes a ações complexas.

Além da percepção tátil e visual, o movimento também é importante para a passagem das imagens gráficas e mentais para a abstração das formas. Sobre o valor do movimento do sujeito para a construção e a representação do espaço, Piaget (1993:31) destaca: “... o movimento intervém não somente desde os inícios da percepção, mas ainda que desempenha um papel cada vez maior, graças à atividade perceptiva”.

Desse ponto de vista, no período sensório-motriz não existe nenhum movimento inserido numa “conduta” qualquer que não se apóie em percepções, nem

alguma percepção que não seja inserida numa atividade que comporta elementos motores.

O movimento serve para a criança perceber as diversas perspectivas dos objetos. Por exemplo, ao manipular um objeto que represente uma figura de um quadrado, ela se fixará em uma das perspectivas, seja a altura, a largura, a face, da mesma forma que uma criança pequena manipula um brinquedo para conhecê-lo e escolhe um ponto para fixar-se.

Desse ponto de vista, não há percepção que não esteja inserida numa atividade sensório-motora. (Piaget, 1993: 54)

A única diferença entre a percepção tátil e a visual é que a centração do olhar engloba mais elementos simultâneos do que uma centração na mão. Porém, a criança não fica presa a um único ponto do objeto ou da figura, que seria a centração, mas ocorrem várias centrações que exigem regulações ou correções. Isso gera uma trama costurada pela intuição, e é isto que inaugura uma inteligência na atividade perceptiva, aparecendo a capacidade de análise das crianças.

Segundo Piaget (1993), com o desenvolvimento da criança até seus oito anos, mais ou menos, a exploração torna-se mais sistemática, onde o sujeito busca pontos de referências nos objetos. Portanto, a representação do espaço abstrato é o resultado de manipulações ativas do meio espacial e não de uma “leitura” imediata desse meio realizada pelo aparelho perceptivo.

A criança passa da percepção à representação quando, de suas percepções táteis orientadas por uma atividade perceptiva tátil-cinestésica, o sujeito busca retirar uma imagem visual ou uma imagem gráfica que implica ao mesmo tempo a visão e o movimento.

É importante destacar que nesse estudo, Piaget deixa claro que a imagem não procede de modo algum, da percepção, não é algo recebido pela percepção, porque são símbolos representativos construídos ao mesmo tempo em que as relações de pensamento significativo da imagem. Nessa questão, o movimento prolonga a atividade perceptiva em oposição à percepção simples, podendo favorecer a criação de imagens mentais e de representações.

Em síntese, a diferença entre espaço perceptivo e representativo está que a percepção da matéria sensível aparece como um dos elementos que serve de significante, ao passo que as ações, os movimentos e as organizações do corpo-próprio engendram as relações significativas. Em nível do espaço perceptivo, o significante e o significado não são claramente diferenciados, o primeiro não construindo senão um índice, um aspecto do conjunto.

Ao contrário da percepção, em nível do espaço representativo o significante e o significado são diferenciados. Tal diferenciação caracteriza precisamente o pensamento representativo em oposição ao perceptivo. A partir de então, a matéria sensível informada pelo movimento torna-se símbolo, isto é, índice destacado: ela é a imagem enquanto fato de consciência, em oposição à atividade motora que contribui para engendrá-la.

Na representação, a acomodação se traduz em imagens, seu funcionamento assimilador é precisamente a fonte das relações representativas simbolizadas pela imagem, inclusive dos conceitos geométricos.

De acordo com essa teoria a criança vai progressivamente evoluindo das noções topológicas para as formas euclidianas, coordenando as centrações táteis entre si e prolongando imagens gráficas e mentais; “... as formas euclidianas serão pouco a pouco reconhecidas por estereognosia e o desenho se desenvolverá no mesmo sentido.” (Piaget, 1993: 43)

Mas, qual a distinção que Piaget faz da “imagem” e do “registro gráfico do desenho”? Para ele, as imagens mentais precedem o registro gráfico (desenho). Quando a criança desenha, já ocorreu mentalmente uma série de comparações e associações de elementos e propriedades que estão presentes numa atividade figurativa. O desenho é uma atualização do que o sujeito tem na mente.

Para Piaget (1993), a “imagem mental” não procede de forma alguma, da percepção sensorial. Ela é, com efeito, geneticamente um produto da imitação: ela é uma imitação interiorizada e constitui por sua vez, o prolongamento dos movimentos de acomodação próprios da ação. Ela surge pela orientação das percepções táteis-cinestésicas, das quais o sujeito passa a retirar uma imagem visual, ou uma imagem gráfica que implica ao mesmo tempo a visão e o movimento.

Qual a relação das imagens mentais com a representação?

Criar uma imagem mental não significa que o aluno tenha elaborado estruturas para a representação, ou seja, para a abstração das formas ou conceitos. Para a representação a imagem não é ainda significativa: toda acomodação carece de ser assimilada aos esquemas do sujeito. Essa assimilação é feita numa atividade assimiladora, que tem a imagem como material simbólico.

A partir do momento que aparece a função simbólica, isto é, em que se diferenciam “significantes”, sob a forma de símbolos (imagens) ou de signos (palavras), e os “significados”, sob a forma de relações pré-conceituais, que a representação é acrescentada à atividade sensório-motriz. É nesse nível que começa o espaço representativo, objeto de nosso estudo. (Piaget, 1993: 472)

Portanto, a representação espacial nada tem haver com a ação intuitiva. A representação é a evocação dos resultados de uma ação possível ou passada por meio dos signos e dos símbolos, e não mais dessa ação, “ela é uma ação interiorizada...” (Piaget, 1993:473)

A correlação entre as formas e a coordenação das ações é evidente, uma vez que o retorno a um ponto fixo de referência, necessário à sua construção, é também necessário à sua reconhecimento e à sua representação. (Piaget, 1993:59)

Mas a questão da abstração não se esgota facilmente. Para Piaget, as condições preliminares para a formalização estão a começar pelas estruturas visuais no desenho.

Enfim, a compreensão de um objeto só se completa após a configuração de um esquema próprio à sua representação, marcado por um esquema lógico e pela tomada de consciência do sujeito, ou seja, superando a percepção que é essencialmente egocêntrica, o sujeito passa a tomar consciência de si, modificando suas estruturas cognitivas.

Tendo satisfeito as questões que nos propusemos compreender a partir da teoria Epistemológica de Piaget e Inhelder, sem perder nosso objeto de estudo, que é a interação dos sujeitos com os recursos didáticos e suas utilizações para as

representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, nos dedicaremos a analisar alguns aspectos da Perspectiva Sócio-Histórica que podem contribuir para compreensão do fenômeno pesquisado.

2.6 A abordagem Sócio-Histórica do desenvolvimento cognitivo - Vygotsky

Os trabalhos de Vygotsky centram-se principalmente na origem social da inteligência e no estudo dos processos sócio-cognitivos. Essa perspectiva teórica é ampla e complexa, mas de acordo com nosso objetivo de pesquisar como os sujeitos percebem e representam figuras espaciais através de suas interações com os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas, nos limitaremos a estudar algumas noções referentes à questão do conhecimento na dialética entre os mundos pessoal e social e como o conhecimento pode ser desenvolvido na relação do sujeito com o mundo sócio-cultural através da mediação.

Iniciamos essa reflexão com uma idéia de Vygotsky, que pode fundamentar a importância de se articular diversos recursos didáticos para a construção do conhecimento geométrico: “Cada pensamento tende a relacionar alguma coisa com outra, a estabelecer uma relação entre as coisas”. (Vygotsky, 1991:108)

Segundo Rego (1997), Vygotsky não ignora as definições biológicas da espécie humana, no entanto, atribui uma enorme importância à dimensão social que fornece instrumentos e símbolos (assim como todos os elementos presentes no ambiente humano impregnados de significado cultural) que medeiam a relação indivíduo com o mundo, e que acabam por fornecer também seus mecanismos psicológicos e formas de agir nesse mundo.

Outra idéia importante de Vygotsky, citada por Rego (1997), é que as características tipicamente humanas não estão no indivíduo desde o nascimento, mas são resultado da interação dialética do homem e seu meio sócio-cultural. “Ao mesmo tempo em que o ser humano transforma o seu meio para atender suas necessidades básicas, transforma-se a si mesmo”. (Rego:1997:41)

Segundo Rego (1997), as características do funcionamento psicológico do ser humano são construídas ao longo da vida do indivíduo, através do processo de interação do homem e seu meio físico e social, que o possibilita a apropriação da cultura. “O desenvolvimento mental humano não é dado a priori, não é imutável e universal, não é passivo, nem tampouco independente do desenvolvimento histórico e das formas sociais humanas”. (Rego, 1997:42)

Outro aspecto importante dessa teoria é o conceito de mediação. Entendermos esse conceito é de suma importância para nossa dissertação, uma vez que pretendemos pesquisar a interação dos sujeitos com os recursos didáticos e como eles utilizam-se desses instrumentos culturais para representarem figuras espaciais em ambiente escolar, portanto, social e culturalmente desenvolvido. Rego (1997) explica que para Vygotsky, a mediação está presente em toda atividade humana. O que é a mediação?

São os instrumentos técnicos e os sistemas de signos, construídos historicamente, que fazem a mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo. A linguagem é um signo mediador por excelência, pois ela carrega em si os conceitos generalizados e elaborados pela cultura humana. (Rego, 1997:42)

Essas idéias convergem para nossa reflexão teórica à cerca de compreendermos alguns aspectos da interação entre os sujeitos com os recursos didáticos. Tal como na fenomenologia, entendemos que o conceito geométrico é constituído face à consciência do corpo-próprio em relação com o mundo e essa relação é estabelecida por um elo mediador historicamente construído, dotado de valores culturais, signos, representações e significados.

A construção do conhecimento não é algo dado diretamente pela percepção sensitiva, mas como também vimos em Piaget, essa construção depende da interação do sujeito com o mundo. Na Perspectiva Sócio-Histórica de Vygotsky, reforçamos a concepção de que a relação do sujeito com o mundo, com o conhecimento não ocorre diretamente, mas de suas relações mediadas por “ferramentas auxiliares” da atividade humana.

Entendemos o conhecimento ocorre no mundo através dos múltiplos mediadores, múltiplos no sentido fenomenológico. Os mediadores entre sujeito e

mundo sociocultural podem ser pessoas, recursos, instrumentos, linguagem, símbolos, signos, registros, desenhos em perspectiva como é o caso da representação plana de figuras espaciais. Além da diversidade de mediadores, a mediação só tem sentido se houver a percepção do sujeito cognoscente, percepção tal como vemos na fenomenologia: “A percepção exterior e a percepção do corpo próprio variam conjuntamente porque elas são as duas faces de um mesmo ato”. (Merleau-Ponty, 1999:276)

Para Rego (1997), o entendimento da mediação a partir dessa perspectiva é importante porque é através da relação do homem com o mundo e com os outros homens que as especificidades humanas se desenvolvem. De acordo com essa autora, Vygotsky distingue dois elementos básicos responsáveis por essa mediação: “o instrumento, que tem a função de regular as ações sobre os objetos e o signo, que regula as ações sobre o psiquismo das pessoas”.

“Vygotsky esclarece que o uso de instrumentos e dos signos, embora diferentes, estão mutuamente ligados ao longo da evolução da espécie humana e do desenvolvimento de cada indivíduo”. (Rego, 1997:51). Ele faz uma interessante comparação entre a criação e a utilização de instrumentos como auxílio nas ações concretas e os signos, que ele chama de “instrumentos psicológicos”, que têm a função de auxiliar o homem nas suas atividades psíquicas, portanto, internas ao indivíduo.

“Com o auxílio dos signos, o homem pode controlar voluntariamente sua atividade psicológica e ampliar sua capacidade de atenção, memória e acúmulo de informações.” (Rego, 1997: 52)

Em relação a interação dos sujeitos com recursos didáticos: desenho, objeto e representações dinâmicas, para a representação da geometria espacial, podemos concluir que a Perspectiva Sócio- Histórica tem muito à contribuir, especialmente no que se refere à explicitação da importância de todos os fatores mediadores e da interação sujeito e mundo no processo de aprendizagem.

Sem nos afastar de nosso objeto de estudo, nesse momento tentaremos avançar um pouco sobre “como ocorre a construção da realidade e do conhecimento geométrico” a partir de uma perspectiva fenomenológica. Dentre outros, vamos

refletir como Merleau-Ponty (1999) aborda a questão da subjetividade do sujeito e a objetividade da ciência, e como esses dois aspectos estão imbricados na construção do conhecimento.

2.7 O olhar fenomenológico sobre a construção da realidade e do conhecimento geométrico

Consideramos as contribuições das teorias de Piaget e Vigotsky, mas pretendemos compreender como a subjetividade do sujeito e a objetividade da ciência estão imbricados na tomada da consciência para a representação e construção do conhecimento geométrico, na ótica da fenomenologia. Entendemos que a partir dessa compreensão poderemos abarcar a questão da interação entre sujeito e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Com base no referencial teórico, pretendemos perceber como o sujeito interage com os recursos didáticos para representar conceitos da geometria espacial. Para isso recorreremos à “Fenomenologia da Percepção” de Merleau-Ponty (1999) e às idéias de Bicudo (2000).

Para Bicudo (2000),

... a construção do conhecimento e construção da realidade como um mesmo movimento no qual o mundo faz sentido para a pessoa, onde ocorre o processo de significação, onde se explicam as significações e onde participamos da construção da realidade mundana.

Esse conceito de aprendizagem pode alterar significativamente as relações de ensino e de aprendizagem na escola. Basta compreendermos que intuição, experiência e Ciência nunca se separam, todos pertencem a um sistema gerador que criatividade, imagens mentais e representações.

Sendo nosso interesse pesquisar a interação de recursos didáticos com sujeitos em idade infantil, das séries iniciais do Ensino Fundamental, ressaltamos aqui, a importância dos adultos valorizarem a cultura infantil e respeitarem a lógica das crianças. No caso específico dos recursos didáticos, por exemplo, mesmo que

seja da responsabilidade do professor (adulto) selecionar, planejar e usar didaticamente esses recursos, mas nada impede que ele crie condições para aproximá-los do mundo infantil, como, por exemplo, permitir que as crianças construam ou tragam de casa seus próprios recursos didáticos.

A construção da realidade como a experiência do corpo-próprio inserido no mundo nunca deve preceder o conhecimento geométrico, nem este àquele. Ambos pertencem ao mesmo sujeito. No caso da aprendizagem da geometria espacial nas séries iniciais do Ensino Fundamental, buscamos superar o ensino baseado no dualismo, onde Ciência e Experiência não se misturam.

Na busca por um ensino da Geometria que escapasse da tendência formalista⁷, buscamos a teoria de Bicudo (2000), onde “a construção do conhecimento e construção da realidade formam uma trama, ou seja, uma rede firmemente tecida, mundo onde vivemos”.(Bicudo, 2000: 15)

Nessa concepção a aprendizagem do espaço não se dá por níveis: “Há, portanto, uma instabilidade de níveis espaciais e possibilidades de passar-se de um nível a outro”. (Bicudo, 2000: 45). Em meio ao caos dos pensamentos, das imagens mentais e das lembranças em algum momento que já se tornou passado, o conhecimento acontece.

É agora que o nível espacial oscila e se estabelece em sua nova posição. Portanto, ele é uma certa posse do mundo por meu corpo, um certo poder de meu corpo sobre o mundo. (Merleau-Ponty, 1999: 337)

Portanto, podemos considerar que as noções de espaço não esperam o acesso do sujeito à escolaridade para serem construídas, a percepção espacial ocorre desde o nascimento do sujeito e é uma contribuição perpétua da consciência da corporeidade explicitada na comunicação com o mundo. Segundo Merleau-Ponty (1999), essa relação é mais antiga que o próprio pensamento.

Essa perspectiva “nos reenvia às relações orgânicas entre sujeito e espaço, a esse poder do sujeito sobre o seu mundo que é a origem do espaço” (Merleau-Ponty, 1999: 338). Segundo esse autor, nas ações do corpo no mundo vão

⁷ Tendência formalista (ver: Pais, 2001)

se criando “pontos de ancoragem”, que normalmente surgem pela junção das intenções motoras e do campo perceptivo do sujeito, quando seu corpo efetivo vem coincidir com seu corpo virtual, no ambiente que corpo-próprio projeta em torno de si. (Merleau-Ponty, 1999: 337).

O que importa para a orientação do espetáculo não é meu corpo tal como de fato ele é, enquanto coisa no espaço objetivo, mas meu corpo enquanto sistema de ações possíveis, um corpo virtual cujo “lugar” fenomenal é definido por sua tarefa e por sua situação. Meu corpo está ali onde ele tem algo a fazer. (Merleau-Ponty, 1999: 336)

O conhecimento geométrico só é possível se as noções de espaço e tempo forem vistas como experiências vividas pelo corpo-próprio, imbricadas na “forma/ação da rede de significações geométricas”, ou seja, os conhecimentos vão criando pontos significativos, pontos de ancoragem para que o sujeito possa re-criar sobre eles, ou aprender novos conceitos a partir de situações que envolvam novas experiências e ações.

Para Merleau-Ponty (1999: 335), a “orientação espacial é constituída por um ato global do sujeito perceptivo”. Nunca poderemos compreender o espaço se não houver a percepção do mundo. Mas o conhecimento não deve ficar ao nível das percepções que são superadas pela ação do pensamento. “Para o sujeito pensante, um rosto visto “direito” e o mesmo rosto visto “às avessas” são indiscerníveis. Para o sujeito da percepção, o rosto visto “às avessas” é irreconhecível.” (Merleau-Ponty, 1999: 339)

A percepção supera as limitações dos cinco sentidos do corpo. Segundo Merleau-Ponty (1999), o olhar só tem razão de existir se o “visto” for preenchido de sentido. Nesse sentido, a didática enquanto ciência deve orientar os trabalhos escolares estruturando condições para que o aluno inicie seu processo de aprendizagem a partir da percepção e da construção da realidade do corpo-próprio para uma evolução da situação inicial, ou seja que ele possa construir para si, uma rede de significações ampla o suficiente para que apreenda o espaço como um componente da Geometria e possa representá-lo.

Consideramos que o desafio na Educação Matemática e em especial do ensino e aprendizagem da Geometria, é desenvolver situações de aprendizagem onde

o saber é contextualizado, partindo da intuição e da experiência do sujeito para a recontextualização desse saber em níveis cada vez mais conceituais e abstratos, com aplicação em resoluções de problemas e em situações que pertençam ao mundo de significações do aluno.

Por isso, buscamos desvelar o fenômeno da interação entre sujeito e os recursos didáticos, pois o contato intuitivo e reflexivo do sujeito com os modelos, sejam eles desenhos, objetos ou representações dinâmicas (imagens digitais associadas às figuras geométricas), pode constituir uma forma de passagem do saber intuitivo para as representações e conceituações geométricas.

A partir de atividades escolares como, por exemplo, resolução de problemas significativos e contextualizados, o aluno pode aprender a superar o conhecimento empírico, tornando-se cada vez mais autônomo em relação à sua consciência e à construção de seu conhecimento. Nesse prisma, passamos a refletir sobre algumas noções da “Teoria Operatória da Representação” de Vergnaud (1983).

2.8 Conceitos e Esquemas na Teoria Operatória da Representação

Tratando-se de uma pesquisa fenomenológica de natureza essencialmente cognitiva e didática, com o objetivo de analisar as possíveis interações entre os sujeitos e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial nas séries iniciais do Ensino Fundamental, encontramos um suporte reflexivo na Teoria Operatória da Representação de Vergnaud (1985), porque ela nos fornece uma estrutura à questão do conhecimento escolar sob a ótica cognitiva e didática.

Tendo retomado algumas noções de Piaget, a partir da obra “A representação do espaço pela criança” (1993), pretendemos a partir das idéias de Vergnaud, compreender melhor a importância da representação na formação dos conceitos matemáticos.

Sem suspender as posições precedentes, como as teorias de Piaget e Vygotsky, busca justificar um estudo da representação centrada sobre os conteúdos dos conhecimentos práticos e teóricos.

Vergnaud (1985) não descarta em hipótese alguma, a importância da linguagem como um dos critérios para a existência da representação, mas ressalta que existem outros critérios, por exemplo, muitas habilidades motoras implicam em representação, certas escolhas de ações em situações novas advindas da descoberta ou da utilização pelo sujeito de uma propriedade ou de uma relação pertinente, ações que supõem cálculos relacionais complexos.

Para Vergnaud (1985), a representação não diz respeito somente à utilização pelo sujeito de sistemas de significantes sociais, quer sejam da linguagem ou não: a comunicação social é apenas um critério importante da existência da representação, mas existem outros critérios.

Como um dos fundadores da Escola Francesa de Didática da Matemática, Vergnaud (1985) considera que “... o conceito de representação é essencial para analisar a formação dos conhecimentos operatórios, os processos de transmissão de conhecimento”, as concepções que envolvem um estudo dos sistemas simbólicos explícitos (convencionais e não convencionais) utilizados na comunicação e competências que envolvem os esquemas organizadores da atividade.

Relacionando a representação tal como citada por Vergnaud (1985), ao nosso objeto de pesquisa: a interações entre os sujeitos e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, podemos dizer que a compreensão das representações geométricas é muito importante. Desenvolvendo habilidades e conhecimentos acerca das representações como os desenhos em perspectiva, por exemplo, o aluno poderá ampliar seus conhecimentos na geometria plana e espacial, ampliando sua capacidade abstrata. Caso tenha dificuldades em representar esses conceitos, poderá ter dificuldades para compreender novos conceitos e representações, o que poderá comprometer seu avanço escolar.

Considerando-se que o saber escolar interage com o saber cotidiano e o saber científico, transformando tanto o saber cotidiano quanto o científico, essa teoria nos permite atribuir aos conceitos um significado de natureza educacional, servindo de parâmetro orientador para que a educação escolar não permaneça na dimensão empírica e nem se perca no isolamento da ciência pura, sendo esse aspecto o

principal causador do abandono da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

A partir do entendimento de que a “escola não é sinônimo de aprendizagem sistemática”, reconhecemos que muitos conhecimentos que acontecem em ambiente escolar nem sempre são sistematizados pelos currículos e livros didáticos, como por exemplo, as regras de interação social entre as crianças, os jogos, boa parte da expressão oral, noções lógicas, as noções de altura, distância, conhecimentos matemáticos, são aprendidos através de situações e de atividades não explicitamente regulamentadas e acabadas na escola. Muitos conhecimentos não científicos e não conceituais também são aprendidos na escola, como as competências para ler, escrever, saltar em altura, discutir, argumentar.

Além disso, outros conhecimentos também são aprendidos sistematicamente fora da escola, inclusive boa parte da linguagem e dos significados são contextualizados nas relações familiares, entre amigos, nos locais de lazer, além de tantos conhecimentos científicos aprendidos fora da escola, como por exemplo caracterizar objetos familiares, objetos técnicos, fenômenos econômicos da vida cotidiana.

Em todos os momentos da vida o conhecimento é recheado de valores, emoções, sentimentos, lembranças, significados, e a representação diz respeito à formação da experiência em seu conjunto, quer esta experiência seja social ou individual, sistematicamente organizada ou aberta, discursiva ou não discursiva.

Vergnaud (1985) ressalta que no estudo sobre as representações é indispensável, a distinção entre o plano dos significantes e o dos significados, entre sistemas de significantes (linguagem natural, gestos, desenhos, esquemas, tabelas, álgebras...) e entre os diferentes componentes do significado (invariantes, inferências, regras de ação, predições). Nas situações de aprendizagem...

A interação do sujeito com o real é essencial, pois é nesta interação que o sujeito forma e põe à prova suas representações e concepções, ao mesmo tempo em que estas são responsáveis pela maneira pela qual ele age e regula sua ação. (Vergnaud, 1985)

O mais importante talvez seja destacarmos que a “representação não é um conjunto homogêneo de elementos e de funções psicológicas”, mas corresponde a uma cadeia que compreende muitos outros termos, como por exemplo, o conceito e os esquemas. Nesse sentido, passamos a refletir um pouco, sobre o que significa “a formação do conceito” e de “esquemas” para Vergnaud.

2.9 Os Campos Conceituais e os Esquemas para Vergnaud

No texto intitulado “Teoria dos Campos Conceituais”⁸, Vergnaud define essa teoria como sendo: “uma teoria cognitivista, que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo as que dependem da ciência e da técnica”, mas como ela fornece uma estrutura à aprendizagem, ele envolve a didática, embora não seja uma teoria didática.

A partir dessa introdução, podemos perceber porque Vergnaud (1985) ressalta que a representação não é um conjunto homogêneo de elementos e de funções psicológicas, porque um conceito abrange infinidades de outros conceitos, definições, demonstrações.

Por isso, a teoria dos Campos Conceituais possibilita uma reflexão sobre a teoria psicológica do conceito. Para Pais (2002), essa teoria é um estudo significativo dos conceitos no contexto escolar (não perdendo de vista suas raízes epistemológicas), uma teoria compatível à complexidade do fenômeno da aprendizagem, uma busca pela ruptura do ensino tradicional da matemática (que tem como pontos principais a transmissão da informação e do conhecimento), enfim, trata-se de uma teoria que busca considerar as ações realizadas e compreendidas pelo aluno.

Para Vergnaud (1998), o conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino. O conceito é múltiplo e é através de situações e dos problemas a resolver que o conceito adquire sentido para a criança.

⁸ Vergnaud. “Teoria dos Campos Conceituais”. Mimeografado, sem data, sem paginação.

Nesse sentido não é possível tratarmos a teoria dos Campos Conceituais sem compreendermos o que é importante para a formação de um conceito. Para Vergnaud (1985), o conceito não pode ser formulado na ausência de um significante, ou seja, sem termos da linguagem natural do sujeito ou sem significantes emprestados de qualquer outro sistema simbólico. Não há como o sujeito desenvolver um conceito nem uma definição se não recorrer a conhecimentos anteriores.

Também não é possível considerarmos que uma habilidade motora não implique, de alguma maneira, na representação, porque esta certamente engloba alguns aspectos conceituais. Na formação dos saberes escolares, isso implica que o professor deve oferecer ao aluno não só um contexto significante, mas também elementos inseridos no plano dos significados e que não são diretamente observáveis, mas estão relacionados com a ação do sujeitos no e sobre o real.

Através da observação das ações do aluno, o professor poderá localizar os aspectos significantes para o aluno e a partir deles, criar situações que favoreçam a elaboração dos conceitos. Como exemplo usaremos a aprendizagem da aritmética. “O conceito do número baseia-se sobre numerosas classes de situações e sobre numerosas atividades, das quais contêm aspectos sensórios motores evidentes”.

A formação do conceito de número nesse exemplo deixa claro que a situação de aprendizagem envolve uma situação complexa de vários aspectos, e a representação mental desse conceito, ou seja, a abstração é desenvolvida através de diversas atividades coordenadas entre elementos distintos, como no esquema de contagem, o significante (as palavras numéricas), as atividades perceptivo-motoras (coordenação olhos-mão-emissão vocal) e de construções conceituais (objeto, coleção, cardinal).

Transpondo esse exemplo para a elaboração dos conceitos da geometria espacial, devemos considerar que a situação de aprendizagem também deve envolver uma situação didática complexa, com problemas em níveis diversos onde o professor possa dispor de vários elementos para favorecer a criação de imagens mentais e conseqüentes representações abstratas dos alunos.

Aprofundando-se um pouco mais sobre essa questão das situações complexas, entendemos que Vergnaud (1985) aborda a elaboração conceitual sobre “um tripé de três conjuntos: o conjunto das situações, o conjunto de invariantes e o conjunto de significantes”.

Sobre o conjunto das situações, Vergnaud (1998) afirma que “Os conceitos tomam seu significado em uma variedade de situações e de classes de problemas”. O sentido de “situações” deve ser aqui entendido como tratado na Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Brousseau, sobre a qual falaremos a seguir.

Segundo Vergnaud (1985), o conjunto de invariantes significa que cada classe de situações requer operações de pensamento precisas e análise detalhada. “Estas operações de pensamento baseiam-se sempre sobre o reconhecimento de invariantes, quer se trate de extrair uma propriedade, uma relação ou um conjunto de relações, quer se trate de lhe aplicar um teorema verdadeiro, não necessariamente explícito.”

Os conjuntos de significantes (simbolizações), permitem ao aluno representar os invariantes, os procedimentos de tratamento para compreender a situação que envolve o problema. Assim, o conceito remete necessariamente a muitas situações, a muitos invariantes, a muitas simbolizações possíveis. Não se deve desprezar nenhuma atividade que envolva invariantes que possam desencadear a formação dos conceitos.

No caso da nossa pesquisa, onde utilizaremos recursos didáticos para as representações da geometria espacial, os sujeitos se confrontarão com atividades e modelos geométricos variados onde deverão perceber e identificar os invariantes, como por exemplo, a face, o vértice ou a aresta de uma figura geométrica em vários modelos, esteja eles associados ao cubo, octaedro ou dodecaedro.

Como acabamos de ver, para que um conceito seja elaborado na escola é necessário que o professor crie várias situações, o que conseqüentemente desencadeará, não só a formação de um conceito, mas de vários, porque um conceito envolve precedentes e vai além do apreendido no presente.

Grossi⁹, destaca que Vergnaud considera o campo conceitual como sendo “... um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão”.

Segundo Vergnaud (1985), durante as várias situações que envolvem o desenvolvimento dos conceitos, o aluno se depara com um vasto campo de analogias, contrastes, variações... e para a análise dos mesmos é necessário utilizar muitos conceitos e muitos tipos de simbolizações, como por exemplo, as situações de multiplicação e divisão, os sólidos geométricos... envolvem uma diversidade de conceitos. Para esse pesquisador, “seria aberrante, nessas condições, estudar o desenvolvimento ou a aprendizagem de um só conceito”.

No texto “Teoria dos Campos Conceituais”, Vergnaud defende que no ambiente complexo de aprendizagem, nem sempre o conhecimento racional é operatório ou não-operatório, e para a elaboração conceitual dos alunos, o professor pode dispor de pelo menos, duas classes de situações: as situações “em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, as competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação” e as classes de situações “em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitação, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso”.

Nessas duas classes de situações interessa o conceito de “esquema”, tal qual foi abordado por Piaget. “Chamemos de “esquema” a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória”.

Como exemplo das duas classes de situações, observa-se que no caso onde o aluno já tem elementos prévios e imediatos para a resolução da situação, ele vai demonstrar “comportamentos amplamente automáticos, organizados por um só esquema”. No segundo modelo de situação, “observa-se a sucessiva utilização de vários esquemas, que podem entrar em competição e que, para atingir a solução

⁹ Grossi. “Os campos conceituais e a trama que preside as aprendizagens”. Projeto VIRA BRASÍLIA EDUCAÇÃO. Mimeografado, sem data, sem paginação.

desejada, devem, ser acomodados, descombinados e recombinados. Este processo é necessariamente acompanhado por descobertas”.

Nessa abordagem teórica, entendemos que o papel do professor é muito difícil, mas ele deve criar oportunidades de aprendizagem, oferecendo situações e problemas para desenvolver novas competências e o conhecimento dos alunos. A partir dessas considerações, no próximo capítulo esclareceremos melhor o entendimento de “situações” através da Noção das Situações Didáticas desenvolvida por Brousseau.

A partir das noções da teoria das Situações Didáticas, descrevemos e analisamos seis sessões criadas por nós, onde os alunos tiveram que interagir com modelos e representações geométricas. Essas atividades estão descritas no Capítulo V deste trabalho e a partir delas, conseguimos perceber alguns aspectos da interação entre os sujeitos e os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas para a representação da geometria espacial.

CAPÍTULO III

SITUAÇÕES DIDÁTICAS E OS RECURSOS DIDÁTICOS NOS ENSINO DA GEOMETRIA

3.1. Noção de Situações Didáticas

A concepção de que a aprendizagem em nível escolar pode ocorrer através de “situações” promovidas pelo professor, nas quais o aluno aprende resolvendo problemas, está amplamente discutida na “Teoria das Situações Didáticas”, desenvolvida por Brousseau.

Essa teoria nos interessa particularmente porque pretendemos descrever a interação entre o sujeito e os recursos didáticos para as representações geométricas, em situações didáticas criadas com alguns desafios para os alunos resolverem.

Em relação às Situações Didáticas, Freitas (1999) ressalta que essa teoria representa uma referência para o processo de aprendizagem matemática em sala de aula e os procedimentos organizados nessas situações visam proporcionar ao aluno a elaboração de conhecimentos significativos, vinculados à realidade e à promoção existencial da pessoa humana.

Freitas (1999) cita uma definição de situação didática dada por Brousseau em 1986:

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição... o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes. (Brousseau, 1986, apud Freitas, 1999:67).

Portanto, uma situação didática pode envolver várias situações, elementos e locais diferentes, de acordo com os objetivos do professor e dos alunos em relação à construção do saber escolar. Segundo Freitas (1999:66), “o

envolvimento do aluno dependerá da estruturação das diferentes atividades de aprendizagem através de uma situação didática”.

Com base nesse referencial, criamos para essa pesquisa uma Situação Didática composta por seis sessões, ou seja, seis momentos especialmente planejados e preparados.

Segundo a teoria, a situação didática se realiza no ambiente escolar em momentos especiais da prática pedagógica envolvendo três elementos principais: professor, aluno e saber. No complexo didático, com vistas à construção do conhecimento, professor e aluno são comprometidos em uma espécie de jogo, regras explícitas ou implícitas que demarcam bem os papéis e obrigações de cada um. Esse jogo que organiza essas relações na teoria das Situações Didáticas chama-se Contrato Didático.

Segundo Freitas (1999), contrato didático é “toda situação didática é regida por um determinado tipo de contrato didático, ou seja, um conjunto de obrigações implícitas e explícitas relativas a um saber entreposto entre o professor e os alunos”.

Portanto, Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor... Esse contrato é o conjunto de regras que determinam, uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro.

Uma das atitudes que se espera do professor é que ele planeje as situações didáticas. Durante o planejamento o professor deve ter clareza de que os saberes são comunicados, validados e concebidos de diferentes maneiras pelos alunos. Por isso faz-se importante a utilização de variadas situações de ensino e aprendizagem com problemas e recursos didáticos diferentes, já que os alunos percebem e aprendem de maneiras diferentes.

Um recurso em uma devida situação didática pode não significar quase nada para o aluno em relação ao seu objeto de estudo, enquanto outro recurso em situação didática semelhante pode gerar curiosidade e a interação do sujeito com seu

objeto de estudo. Nesse sentido é que acreditamos que a variação dos elementos didáticos pode fazer com que mais alunos se aproximem do aspecto teórico do saber científico.

Segundo Brousseau (1986), apud Freitas (1999), a situação didática configura o momento em que o professor “mantém” o contrato ensinar e aprender, propondo problemas ao aluno, lançando novas questões, institucionalizando o saber construído. Ensinar matemática é planejar a intervenção, realizá-la e refletir sobre ela, de maneira que o aluno aprenda, construindo seu próprio conhecimento, não sozinho, mas na interação com os colegas.

Na situação didática, o professor deve efetuar não a simples comunicação de um conhecimento, mas a devolução de um bom problema. Segundo Freitas (1999), a devolução aqui deve ter o significado de transferência de responsabilidade, uma atividade na qual o professor, além de comunicar o enunciado, procura agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo como se o problema fosse seu, e não somente porque o professor quer.

O aluno passa a aceitar o desafio intelectual e se consegue sucesso nesse seu empreendimento, é porque ocorreu a aprendizagem. Porém, para que a aprendizagem se efetive, aluno e professor são submetidos a diversas circunstâncias nas situações didáticas que podem acontecer em um mesmo instante ou em momentos distintos, isto é, ambos estão sujeitos à construção do conhecimento, através da dialética entre “situação didática” e “situação a-didática”.

Freitas (1999) destaca que uma situação a-didática se caracteriza essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto por parte do professor. Brousseau define situação a-didática:

Quando o aluno se torna capaz de pôr em funcionamento e utilizar por si mesmo o saber que está construindo, em situação não prevista em qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação a-didática.” (Brousseau, 1986, apud Freitas, 1999:69)

Na teoria de Brousseau, a situação a-didática, configura os momentos em que os alunos buscam resolver os problemas, sem a intervenção direta do professor. A respeito das situações a-didáticas, Pais (2001) deixa claro que existem muitas situações que contribuem para a formação de conceitos e não estão sob o controle pedagógico do professor. Mesmo em situações aparentemente “controláveis pelo professor”, o fenômeno da aprendizagem é uma experiência pessoal, singular. Mesmo estando com colegas e junto com o professor, quem garante que muitos momentos de aprendizagem são criados, observados ou controlados pelo professor?

Pais (2001) aborda as situações a-didáticas como condições múltiplas de aprendizagem, múltiplas no entendimento da fenomenologia, onde há a inclusão do imaginário cognitivo do aluno e sua mediação com o ambiente escolar e o intenso fluxo do espaço maior da vida.

Nesse contexto aproximamos as noções e teorias da elaboração conceitual e da resolução de problemas em situações didáticas, ao nosso objeto de estudo e em especial às situações criadas para a parte empírica dessa investigação. A todo o momento, tentamos envolver os sujeitos em desafios e situações a-didáticas, pois entendemos que, para ocorrer a aprendizagem, o aluno deve ser desafiado pelo professor para que adapte seus conhecimentos anteriores às condições de solução de um novo problema.

Nesse caso, a aprendizagem se expressa pelo componente da criatividade, pois, para resolver um problema, é preciso que o aluno ultrapasse o seu próprio nível de conhecimentos, revelando a operacionalidade dos conteúdos até então.

Nesse momento percebemos um dos grandes desafios para a educação, em especial para o ensino da geometria: fazer do ensino um momento de aprendizagem para o aluno, no qual ele consiga combinar elementos novos às estruturas anteriores e superar seu nível de entendimento conseguindo aprender novos conceitos.

A variedade das situações didáticas pode resultar na passagem do saber empírico para o abstrato e a combinação de recursos didáticos distintos, como as representações dinâmicas, o desenho e o objeto, podem ser muito úteis às ações pedagógicas.

Essa reflexão torna-se útil à nossa pesquisa porque pretendemos entender como ocorre a interação do sujeito com os recursos didáticos para a representação de figuras geométricas espaciais em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

3.2. Os desafios em utilizar os recursos didáticos no ensino da Geometria

Considerando os aspectos psicopedagógicos do conhecimento geométrico e algumas noções da Didática da Matemática, o enfoque principal nesse momento é analisar, a partir do contexto de sala de aula, como os recursos didáticos têm sido utilizados no ensino da Geometria e qual a relação da Geometria com o mundo físico vivenciado pelos alunos.

Pretendemos identificar também uma possível correlação dos recursos didáticos aos aspectos intuitivo, experimental e teórico do conhecimento Geométrico, elementos que formam a estrutura básica da teoria epistemológica de Geometria desenvolvida por Gonseth (1945, apud Pais, 1996).

Esse tópico é de extremo interesse para nossa pesquisa, porque desejamos descrever e conhecer alguns aspectos da interação entre o sujeito e os recursos didáticos, tais como: desenho, objeto e representações dinâmicas (imagens digitais), e como os sujeitos representam figuras da geometria espacial a partir do contato com esses recursos.

Inicialmente, verificamos a relação dos recursos didáticos com a ação didática no ensino da Geometria. Nesse ramo do ensino da Matemática, todo material didático que permite ao aluno identificar propriedades, estabelecer relações e fazer classificações podem e são utilizados nas atividades escolares, como por exemplo: os livros didáticos, os objetos manipulativos, planificações, desenhos, imagens digitalizadas pelo computador.

Os recursos didáticos envolvem uma diversidade de elementos que podem ser utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso de elaboração do saber.

Segundo Abrantes (1999), a aprendizagem de Geometria passa pela manipulação de materiais que poderão ampliar a percepção visual, tátil e espacial dos alunos, contribuindo na elaboração de imagens mentais, ou seja, da visualização de características geométricas que conduzirão à representação e à modificação do espaço, até então, concebido empiricamente.

A partir de todas essas recomendações e pela força do hábito dos professores, a utilização dos recursos didáticos no ensino da Geometria é comum, mas nem sempre eficiente. Infelizmente, como já demonstramos no Capítulo I dessa pesquisa, a deficiência na formação dos professores normalmente prejudica o ensino da Geometria.

Em seu trabalho, Detoni (2000) escreve que ele, quando professor de Educação Artística, era solicitado pelos professores de Matemática para ensinar Geometria.

Oliveira (1998) também percebe essa deficiência. Segundo a pesquisadora, o National Council of Teachers Mathematics (NCTM) de 1998, destaca a importância dos alunos poderem “descrever, modelar, desenhar e classificar figuras”, porém, o professor sem uma orientação adequada para tal, “se vê em um campo onde não trafega com segurança”.

Sem generalizar, mas a maioria dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental que não foram formados em Matemática (e isso também não assegura qualificação para tal), demonstra inabilidade para utilizar didaticamente os recursos para o ensino de Geometria, desde os mais comuns como os materiais concretos, sucatas, desenhos, até o computador.

É freqüente ouvir das professoras das séries iniciais que, por diversos motivos, mas principalmente por não saberem o que fazer (nem como e nem por quê), elas acabam não trabalhando nada de Geometria em suas aulas de Matemática. (Fonseca et al., 2001:14)

De acordo com as pesquisas de Pais (2000), para suavizar um pouco a deficiência do ensino da Geometria, esses professores utilizam os materiais didáticos na esperança de que as dificuldades de ensino possam ser amenizadas pelo suporte da materialidade. Essa ação mostra ainda, a influência do movimento da escola nova

defendendo os chamados métodos ativos os quais envolviam, quase sempre, o uso de materiais no princípio do aprender fazendo, que por vezes foi entendido como uma exclusiva manipulação de objetos, esquecendo a estreita relação que deve haver entre a experiência e a reflexão.

Essa reflexão nos chama a atenção para alguns aspectos da interação entre o sujeito e os recursos didáticos porque o ensino de Geometria deve envolver os conhecimentos vivenciados no cotidiano dos alunos com vistas a intensificar suas habilidades e cognição rumo à representação dos conceitos geométricos.

Na relação sujeito e meio, no caso, sujeito e recursos didáticos (objeto, desenho e representações dinâmicas), destacamos um dos pontos em comum nas teorias de Piaget (1993), Merleau-Ponty (1999) e Vergnaud (1985): o conhecimento construído como um todo. Na estrutura cognitiva, abstração não pressupõe a intuição nem esta àquela. O conhecimento empírico está baseado na ação cognitiva da mesma forma que as construções dedutivas dependem das intuitivas.

Até mesmo os axiomas da Geometria Euclidiana podem ser aceitos com bases nesta forma de conhecimento intuitivo. Ampliando um pouco a questão da intuição, entendemos que o atual ensino não deve reduzir os valores educativos da Geometria nem as concepções puramente abstratas, nem as formais do método axiomático, nem resumir o ensino à manipulação de objetos materiais e desenhos.

Essa prática nos faria recair no mesmo erro dos empiristas, que consideravam a intuição “a única fonte legítima do conhecimento e sobre a qual a razão não tem nenhuma propriedade”. De acordo com os estudos de Pais (2000), a principal finalidade da intuição é contribuir para uma fundamentação mais consistente da utilização dos recursos didáticos.

Sem ser dualista, o ensino da Geometria deve priorizar a intuição, a abstração dos conceitos e muito mais. A título de exemplo da complexidade que envolve, ao mesmo tempo, intuição e abstração, não há como impedir que se “veja” o ponto sob a forma de uma pequena superfície redonda, ou a linha representada por uma tira fina. Por mais abstração que um matemático tenha, sempre que necessário, ele recorre a uma construção experimental através da realização de um desenho.

Para Piaget (1993), o elo essencial entre as noções projetivas e as elaborações euclidianas está na percepção da perspectiva paralela expressada pela criança através do desenho.

Mas, antes de chegar a essa estruturação do conjunto do espaço euclidiano constituído pelo sistema de coordenadas, convém estudar outras coordenações menos complexas e que fazem a transição entre as noções projetivas e as noções métricas: o paralelismo e as proporções (e semelhanças), as duas essenciais à construção do espaço na criança e que se manifestam, entre outros, no desenvolvimento do desenho. (Piaget, 1993:319)

Esse “paralelismo”, aqui destacado na teoria de Piaget (1993), foi amplamente pesquisado por Bonafe (1988), que se preocupou em analisar e teorizar as dificuldades dos alunos representarem no plano, as figuras geométricas espaciais.

Estudar o trabalho de Bonafe (1988) é importante para nossa pesquisa porque, geralmente, na representação plana das figuras espaciais os alunos apresentam algumas dificuldades, como por exemplo, a falta de domínio das técnicas de desenhar em perspectiva, a incompreensão dos elementos dos desenhos ou dos objetos. E esse aspecto da representação das figuras espaciais está estreitamente relacionado ao nosso interesse em descrever alguns níveis de interação entre o sujeito e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

3.3. Representação plana das figuras espaciais

A partir de algumas dificuldades dos professores em ensinar Geometria espacial, alguns pesquisadores se preocuparam em entender e ultrapassar o problema da representação plana dos conceitos da geometria espacial. Dentre eles, destacamos o trabalho de Bonafe (1988).

Particularmente, esse estudo é muito útil para nossa pesquisa, uma vez pretendemos analisar as possíveis interações entre aluno e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Bonafe (1988) observa que entre todas as dificuldades existentes no ensino da geometria espacial, a primeira delas está relacionada à representação do espaço, porque exige um grau maior de abstração.

Como resultado desse estudo, ele destaca três elementos principais que intervêm no ensino da geometria espacial a partir de procedimentos que envolvem uma representação em perspectiva paralela: as passagens, a relação entre retas do espaço e as retas do plano e a visão que o aluno tem da representação gráfica, ou seja, como o aluno vê um representante do conceito de um sólido geométrico como, por exemplo, um cubo, e como ele relaciona o objeto visto com o desenho que o representa, e associa essas imagens às imagens mentais já elaboradas.

Quando esse autor menciona a noção de “passagens”, está se referindo a três possibilidades muito úteis para o trabalho didático com os recursos materiais: a passagem do objeto material ao desenho, a passagem do desenho ao objeto material e a passagem de um desenho a um outro desenho na ausência total do objeto material.

Segundo Bonafe (1988), este terceiro caso é o mais abstrato, sem o suporte da materialidade o aluno deverá necessariamente recorrer ao uso da abstração, mesmo tendo ainda como suporte o recurso experimental do desenho. Por exemplo, se colocarmos diante uma criança vários desenhos em diversas perspectivas de cubos e solicitarmos que reconheça o ilustração do cubo, ela não terá outra opção, senão buscar nas suas imagens mentais e representações já formalizadas: tudo o que sabe sobre o cubo para identificar as figuras que correspondem ao objeto.

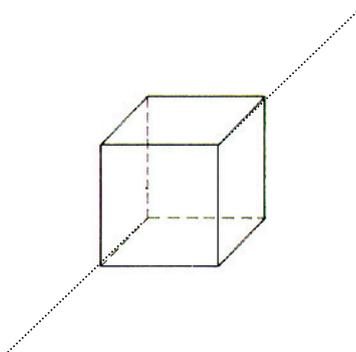
Do ponto de vista didático, a observação desse autor sinaliza para a importância de trabalharmos com situações de aprendizagem que levem as crianças a representarem graficamente objetos materiais, ou seja, que elas vivenciem a experiência efetiva da representação por desenho.

Supomos que a segunda passagem, a do desenho ao objeto, seja de natureza um pouco mais abstrata do que a primeira, porque a interação do sujeito em um primeiro momento, requer o exercício de uma leitura puramente visual, sem envolver a manipulação. O objeto deve ser criado na imagem mental da criança sem que ela possa manipular o objeto com as mãos, por isso essa passagem exige imagens

mentais mais dinâmicas. Nesse momento, quanto mais ricas forem essas imagens, mais fácil será a aprendizagem.

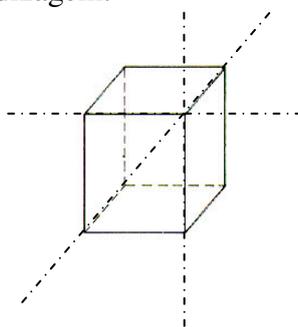
Bonafe (1988) destaca que, para uma aprendizagem mais significativa, é necessário que o aluno articule as propriedades do objeto espacial com as propriedades planas do desenho. Por exemplo, é preciso que o aluno reconheça sobre o objeto material de um cubo, que os ângulos de suas faces são retos, ou seja, têm 90° e consiga articular essa propriedade com a representação plana desses ângulos que poderão não mais ser retos (na representação gráfica).

Vejamos o exemplo:



Os “ângulos” da face superior do cubo, não representam “ângulos retos”, pois se o aluno “ler” essa representação isoladamente de suas imagens mentais, não perceberá que se trata da ilustração de ângulos retos.

Na **primeira passagem**, o elemento analisado por Bonafe (1988) é a questão da visão e da relação da representação gráfica da geometria espacial com as retas. O autor destaca a importância do professor compreender as relações que existem entre as retas suportes de arestas do cubo e as suas representações por retas no plano do desenho, para que ele possa facilitar a escolha de situações de aprendizagem.



Exemplo de retas de suporte

Nessa concepção, o autor destaca que é necessário que o professor trabalhe com boas representações em perspectivas, permitindo ao aluno a formação de noção de profundidade. Trata-se de utilizar desenhos que permitam ao leitor uma

idéia de profundidade semelhante à profundidade que existe no espaço material em que vivemos.

No caso da representação por uma perspectiva, essa sensação de profundidade é construída através de retas inclinadas e do uso de traços pontilhados no desenho. São esses elementos que contribuem para o leitor ter uma idéia de profundidade no desenho. Isso é necessário porque o objeto sendo tridimensional tem uma profundidade material e, por outro lado, o desenho nunca deixa de ser bidimensional.

Além dos aspectos relatos por Bonafe (1988), lembramos ainda que o conceito de perspectiva tem uma forte conotação social, isto é, desde cedo no convívio no convívio social as crianças já começam a ter contato com a representação em perspectiva fora do contexto escolar. Segundo Vygotsky (1984, apud Rego, 1997:71), “o aprendizado pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que as cercam”.

Além da questão bidimensional dos desenhos, os autores referidos no início do texto argumentam que o problema da representação plana dos conceitos da geometria espacial é normalmente desprezado em grande parte dos livros de Geometria. Observam ainda que muitos desenhos apresentados nos livros são estereotipados e que no melhor dos casos as regras do desenho são tratadas apenas como convenções, as quais são insuficientemente explicadas aos alunos.

Por exemplo, é muito raro encontrar uma explicação nos livros didáticos, quanto aos traços pontilhados que são destinados a representar elementos não aparentes da figura (desenho). A forma como essa questão é tratada normalmente nos livros didáticos deixa transparecer que não existe explicação teórica para o desenho, o que é falso, pois várias propriedades dos desenhos podem ser justificadas para as crianças.

Para Pais (2000), é “evidente as dificuldades dos alunos tanto na leitura como na realização das representações principalmente no que se refere ao uso da técnica da perspectiva para colocar em destaque a terceira dimensão do objeto representado”, porém, essas limitações podem ser ultrapassadas com a utilização

adequada de recursos didáticos que possam contribuir na superação de obstáculos existentes na aprendizagem da Geometria.

Hoje, incluindo o fantástico recurso do movimento através das imagens digitais, parecem flutuar magicamente nas telas dos computadores. Tanto num caso como no outro, sua função é transmitir algum dado, mensagem ou informação. (Pais, 2000)

Além de Pais (2000), outros autores referem-se às novas tecnologias da Informática como aliadas na superação das limitações da percepção visual dos desenhos que representam sólidos geométricos. Num levantamento dos temas que foram mais abordados nos trabalhos sobre o ensino da Geometria (no IV ENEM), Fonseca et al. (2000) destaca que os que se preocupam com a visualização e representação do espaço, dão um especial destaque à informática. Abrantes et al. (1999) também se referem ao uso de software no ensino da Geometria.

O uso de modelos físicos e de modelos desenhados permite aos alunos realizar trabalho experimental, manipulando os modelos, formulando conjecturas e justificações. O uso de software adequado permite a visualização quase imediata das imagens geradas quando os alunos fazem conjecturas sobre propriedades e relações (por exemplo, entre tipos de quadriláteros com base no estudo das diagonais) e procuram testá-las e justificá-las. A manipulação que é proporcionada pela utilização dessas ferramentas computacionais favorece a formação de imagens mentais, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de visualização e raciocínio espacial. (Abrantes, et al. 1999: 63)

A partir dessa contribuição de Abrantes (1999), nosso estudo sobre os recursos didáticos no ensino de Geometria não deve deixar de incluir uma análise atenciosa sobre os recursos didáticos. Relacionados à nossa análise, trataremos três desses recursos: o desenho, o objeto e em especial, as representações dinâmicas, já que nos dispusemos a investigar a interação do sujeito em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental com esses recursos.

3.4. Recursos didáticos para as representações geométricas: desenho, objeto e representações dinâmicas

O estudo sobre a utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria é um dos pontos principais em relação ao nosso objeto de pesquisa, porque pretendemos descrever justamente a interação entre sujeito e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial.

Segundo Abrantes et al.(1999), os recursos didáticos podem ser úteis ao ensino e à aprendizagem da Geometria em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental porque a utilização deles permite a criação e aplicação de atividades relacionadas à observação, à experimentação e à construção, já que a Geometria é considerada essencialmente um meio para a criança conhecer o espaço em que se move, pelo que se torna importante promover a aprendizagem baseada na experimentação e na manipulação.

De acordo com esta perspectiva, destacam-se, como aspectos a desenvolver, as capacidades de visualização espacial e de verbalização, a intuição e a utilização destas na resolução de problemas. “A Geometria constitui, na verdade, um meio privilegiado de desenvolvimento da intuição e da visualização espacial. Sendo uma boa fonte de problemas de matemática, contribui para melhorar a capacidade de resolução de problemas”. (Abrantes, et al. 1999:59)

Para o referido autor, a construção do espaço começa, então, no plano perceptivo e prossegue no terreno da representação. Os alunos chegam à escola com uma longa experiência informal que deve ter continuidade através da manipulação e ordenação de objetos, da dobragem de papéis, do uso de espelhos, de jogos envolvendo a construção de padrões, de experiências com itinerários, da realização de construções geométricas. Este conhecimento geométrico deve constituir um ponto de partida para o desenvolvimento de novas competências e de atitudes positivas relativas à Matemática.

A composição e decomposição de figuras, acompanhadas da sua descrição, da representação e do raciocínio sobre o que acontece, permite aos alunos desenvolver o pensamento visual. O mesmo se passa com a construção de objetos tridimensionais a partir de objetos bidimensionais, acompanhadas da interpretação das experiências realizadas.

Para Abrantes (1999), o uso de modelos físicos e de modelos desenhados permite aos alunos realizar trabalho experimental, manipulando os modelos, formulando conjecturas e justificações. O uso de software adequado também enriquece as atividades, permite a visualização quase imediata das imagens geradas quando os alunos fazem conjecturas sobre propriedades, relações e procuram testá-las.

Como Passos (2000), interpretamos o termo objeto como sendo uma parte material claramente identificável no mundo vivenciado pelo aluno, e que pode ser associado principalmente aos modelos físicos ou materiais didáticos utilizados na exploração de conceitos geométricos.

O objeto é muito explorado em situações didáticas criadas pelo professor no estudo da Geometria devido a sua natureza particular e concreta, que permitem uma relativa facilidade de manipulação no transcorrer de atividades visando a aprendizagem. Devido a esta relativa facilidade de manipulação é que o objeto pode ser considerado uma forma de representação primária do conceito. Primária no sentido em que ele é a forma mais acessível e imediata à sensibilidade humana.

Assim como o desenho, o objeto é simplesmente um recurso material auxiliar à construção do conhecimento de natureza experimental e por si mesmo não caracteriza as noções geométricas. Mas com certeza, o conhecimento teórico da Geometria origina-se com os recursos materiais às bases intuitivas¹⁰.

É importante destacar que a utilização desses recursos de ensino deve ser cuidadosamente planejada e estar fundamentada teoricamente pelo professor para que a aprendizagem seja realmente significativa para o aluno.

A manipulação dos objetos materiais não deve se limitar à simples atividade lúdica. A manipulação física do objeto deve estar associada à atividade intelectual com a qual o aluno estabeleça uma relação dialética efetiva entre teoria e prática.

O interessante é que, manipulando os objetos sob a orientação pedagógica do professor, o aluno pode por si mesmo descobrir e abstrair

propriedades determinantes para a elaboração conceitual. Por exemplo: manipulando um cubo o aluno pode constatar o número de faces, vértices, arestas, o número de arestas que se encontram num vértice etc. O objeto facilita a coordenação das idéias durante os primeiros contatos com os conceitos geométricos e facilita a leitura do desenho em perspectivas.

Após os primeiros contatos com o objeto o aluno deve ser capaz de representá-lo através de desenhos e realizar a leitura geométrica da representação envolvida. Neste momento, a materialidade deve ser suplantada no sentido de permitir a gênese do processo de abstração.

A passagem do "concreto" para o "abstrato" é um desafio didático para os professores. Como dar continuidade didática entre o uso do material e as questões que levariam à abstração?

O problema passa pela questão da construção lenta e gradual dos diferentes níveis de raciocínio e do distanciamento da abstração, tendo o objeto material e sua representação estática como limitações que podem ser superadas através dos ambientes computacionais e das imagens digitalizadas.

A representação geométrica por desenhos é um dos recursos didáticos mais fortemente consolidados no ensino e na aprendizagem da Geometria. Na representação de figuras planas ou espaciais o desenho tem sido, na realidade, uma passagem quase que totalmente obrigatória no processo de conceituação geométrica, embora não tenha em si o estatuto epistemológico verdadeiramente matemático.

Os desenhos estáticos dos livros didáticos, cadernos, quadro negro, servem simplesmente para ilustrar definições que são repassadas ao aluno. Estes desenhos, assim como os objetos materiais, são de natureza essencialmente concreta, passíveis à percepção sensível.

Em seus estudos, Pais (1996) revela que geralmente os desenhos estáticos dificultam a leitura de propriedades geométricas, principalmente nas representações dos sólidos geométricos que requerem perspectivas. Durante o reconhecimento do

¹⁰ Bases intuitivas: é uma forma de conhecimento subjetivo, imediato à sensibilidade humana. Está sempre disponível no espírito das pessoas. O conhecimento intuitivo não é aceito como científico, mas o conhecimento científico passa pelo intuitivo. Pais (1996).

desenho e aplicação dos conceitos, o aluno pode fixar sua atenção num determinado aspecto gráfico particular o que lhe impede de visualizar a figura como um todo.

Mesmo com alguns aspectos negativos, o desenho estático não deve ser abolido do ensino, mesmo porque ele ainda representa um dos principais suportes para o raciocínio. O importante é termos clareza que as representações materiais devem pouco a pouco ser superadas no transcorrer da aprendizagem. Caso o conhecimento geométrico permaneça restrito ao seu aspecto visual, ocorre o que podemos chamar de obstáculo epistemológico.

A partir desta breve reflexão sobre o desenho estático, da mesma forma que Coelho e Saraiva (2000), consideramos que a representação dos conceitos geométricos na tela do computador podem tornar o estudo da geometria mais interativo, facilitando a superação dos obstáculos epistemológicos.

Utilizado como um recurso didático, o ambiente computacional torna possível a superação das "configurações geométricas"¹¹, auxilia na elaboração das idéias mudando a função do desenho de representante de objetos materiais para representação de noções abstratas.

Chamamos a imagem digitalizada pelos recursos da informática dotada de movimentos, de **representações dinâmicas**, que serão tratadas no próximo tópico. No momento, ressaltamos que as imagens digitalizadas associadas às figuras geométricas, bem como todos os outros recursos didáticos, não devem ficar restritos à atividade lúdica, pois eles podem ser utilizados para ampliar as imagens mentais e representar o próprio pensamento. "As imagens mentais têm natureza bem diferente das representações do objeto e do desenho. Elas representam a estrutura mental do sujeito que aprende".

Segundo Pais (1996), as imagens mentais enquanto recurso didático para a promoção da aprendizagem possui duas características: a subjetividade e a abstração. São subjetivas porque representam o interior mental do sujeito, sua forma

¹¹ As "configurações geométricas" possuem as seguintes características: ilustram um conceito ou uma propriedade, possuem fatores condicionantes de equilíbrio e tratam-se de um desenho encontrado com relativa frequência no contexto do ensino-aprendizagem escolar. Há uma espécie de tradição, influenciada pelo senso comum, para a preservação destas representações. Quem imagina, a primeiro momento, um triângulo que não seja um triângulo equilátero, com os três lados e ângulos iguais? Este é um exemplo das "configurações geométricas".

de percepção, compreensão e apreensão dos conceitos. Mesmo sendo pessoal esta subjetividade tem caráter científico por ser temporário. Essas imagens são abstratas, de natureza científica, aproximam-se do conceito científico enquanto objeto do conhecimento.

O professor pode identificar a elaboração de imagens mentais quando o aluno é capaz de enunciar de forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos.

Segundo Pais (2000), as imagens mentais são conseqüências quase que exclusivas dos trabalhos didáticos com desenhos e objetos, mais um ponto positivo para incluirmos às situações didáticas a manipulação das imagens digitais na tela do computador. Utilizando os recursos gráficos, de animação e de efeitos dos programas computacionais, o aluno pode ver perspectivas e criar representações muito mais elaboradas de forma mais rápida e precisa do que seria possível usando lápis, papel e compasso. Essa característica das imagens digitais faz com que elas se aproximem das imagens mentais do sujeito.

No transcorrer da aprendizagem, aos poucos, o conjunto de tais imagens é enriquecido tanto no aspecto quantitativo como no qualitativo, o que permitirá o desenvolvimento de um raciocínio mais dinâmico para a resolução de problemas envolvendo novas aprendizagens.

3.4.1. Representações dinâmicas: imagem e cognição

Desde suas origens os geômetras utilizam desenhos e símbolos para representarem o pensamento e resolver problemas, porém, esses grafismos são fixos, bidimensionais, uma linguagem linear e estática. Com as representações dinâmicas, ou seja, com as imagens tridimensionais em movimento na tela do computador, os pensadores, sejam um geômetra ou uma criança em idade das séries iniciais do Ensino Fundamental, poderão utilizar uma nova linguagem, mais interativa, que melhor representa as imagens que a mente cria.

Quanto à relação das representações dinâmicas enquanto recurso didático, com nosso objeto de estudo (interação entre sujeito e os recursos didáticos

para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental) Abrantes (1999) destaca que, além da possibilidade de ampliar a visualização e reconhecimento dos desenhos, o uso de software pode também contribuir para a ampliação das representações com que os alunos trabalham quando, por exemplo, deslizam, rodam, ampliam ou reduzem uma dada construção geométrica.

O termo representação dinâmica está associado às imagens digitalizadas pelos equipamentos da informática. Elas representam conceitos ou noções conceituais, dotadas de movimentos controlados pelo usuário, provocando alguns níveis de interatividade entre o usuário, o computador e o objeto do conhecimento. Por estarem associadas a algum conceito, as representações dinâmicas podem ser movimentadas, vistas em diversas perspectivas, porém o conceito que elas representam não deve sofrer qualquer alteração em suas características essenciais.

No caso do ensino da Geometria, há diversos programas de Geometria Dinâmica, ou seja, “programa de computação que traça figuras geométricas, permite sua deformação mantendo algumas características da figura de partida e mede segmentos e ângulos” (Sant, 1995, apud Bravino e Rodrigues, 2002). Como exemplo de programas de geometria dinâmica podemos citar o Cabri-Géomètre, The Geometer’s Sketchpad, o Cinderella, o Poly.

Entendemos que as representações dinâmicas não são programas, mas imagens que podem ser elaboradas e criadas em qualquer programa de computação gráfica, do mais comum ao mais sofisticado. Para Quéau (1993), a possibilidade pode redimensionar o curso da vida no campo da imagem, e de forma mais abrangente, no campo do tratamento da informação e da comunicação constitui-se em uma nova tecnologia da inteligência. “A imagem de síntese ultrapassa a esfera das metáforas para entrar no mundo dos modelos, isto é, passa a representar algo abstrato ou teórico pela sua capacidade de simulação.”

Essas novas possibilidades criadas pelas representações dinâmicas podem colaborar no sentido de estimular a capacidade de passar do saber empírico para o abstrato.

Ora, a tela do computador é um meio de comunicação capaz de suportar ao mesmo tempo a imagem animada, a interação e, como veremos, a abstração. (Lévy, 1998:17)

Com o objetivo de desvendar alguns aspectos da interação entre o aluno e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, pretendemos incluir as representações dinâmicas no grupo dos recursos didáticos utilizados na escola. Para isso precisamos responder a seguinte pergunta: “Como as imagens das representações dinâmicas podem colaborar para a aprendizagem da geometria espacial”?

Considerando as ciências cognitivas contemporâneas, partimos do mesmo referencial de Lévy (1998:19), onde “a construção e a simulação de modelos mentais constituem o principal processo cognitivo subjacente ao raciocínio, ao aprendizado, à compreensão e à comunicação”.

Raciocinar sobre uma situação equivaleria, primeiramente, a recordar ou construir certo número de modelos mentais referentes a ela; em segundo lugar, a “fazer funcionar” ou a simular esses modelos, a fim de observar o que se tornam em outras circunstâncias, verificando sua adequação aos dados da experiência; em terceiro lugar, a selecionar o “melhor” modelo. Compreender uma proposição, uma idéia, uma teoria significaria ainda fazer com que modelos mentais lhes correspondessem. (Lévy, 1998:20)

Nesse sentido, as representações dinâmicas podem ser utilizadas como suporte artificial para a imaginação dos sujeitos, um recurso didático que pode colaborar no sentido de ampliar e prolongar a percepção, sustentar e amplificar a atividade espontânea de elaboração e simulação de modelos mentais, aos quais incessantemente nos entregamos quando pensamos e comunicamos.

Tomando por base alguns autores, tais como: Lévy (1998), Quéau (1993), Pais (2002), Abrantes (1999), pressupomos que as imagens digitalizadas virtualmente representam uma possibilidade totalmente nova para o ensino e o aprendizado da geometria espacial nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Para Quéau (1993), as imagens digitalizadas pelos recursos computacionais podem tornar possível todos os tipos de mediação entre linguagens formais e representações sensíveis, ou seja, as imagens agora não são apenas

imagens como as imagens fotográficas ou videográficas, mas são, antes de tudo, uma linguagem.

Uma conseqüência do caráter lingüístico das imagens é a possibilidade de criar um vai-e-vem entre modelo e imagem, entre modelo inteligível e representação sensível. (Quéau, 1993)

A imagem digitalizada permite não apenas informar, mas a interação do sujeito com a informação. Mesmo sendo abstratas oferecem um aspecto material, visível ao usuário. Segundo Quéau (1993:92), uma imagem de síntese não é, então, simplesmente a imagem de algo, uma espécie de cópia estática e enrijecida de uma entidade preliminar. Para compreender a essência da imagem de síntese, é necessário procurar entender o modelo que o engendra e sua forma de produção. Formas e cores podem ser metamorfoseadas, criadas apenas com comandos no teclado ou mouse.

Para Quéau (1993:92), essa possibilidade da digitalização pode redimensionar o curso da vida no campo da imagem, e de forma mais abrangente, no campo do tratamento da informação e da comunicação. A imagem de síntese ultrapassa a esfera das metáforas para entrar no mundo dos modelos, isto é, passa a representar algo abstrato ou teórico pela sua capacidade de simulação.

O modelo ao contrário de uma simples imagem dá um caráter mais concreto, mais experimental a uma teoria, sem perda da substância abstrata que compõe a sua ossatura... Pode-se experimentar um modelo, seja testando a sua coerência interna, seja confrontando-o ao contexto real. Esta experimentação, esta exploração do modelo é necessária para a sua apreensão completa. Eis exatamente o que caracteriza uma simulação. A imagem de síntese é, então, o meio visual ideal para acompanhar e guiar esta exploração. (Quéau, 1993: 93)

As técnicas infográficas aliam-se às novas tecnologias e programas capazes de produzirem imagens perfeitamente “realistas”. A verdadeira revolução dessas imagens reside na possibilidade de interação do espectador e na sua possibilidade de geração em tempo real, dando assim, a sensação sentimento de uma “imersão” na imagem, como por exemplo, os simuladores de vôo.

Transpondo essa idéia para a educação escolar, podemos dizer que essas imagens digitalizadas produzidas pela tecnologia da informática podem ampliar a

possibilidade do aluno interagir diretamente com o objeto do saber escolar, por exemplo, pode ser possível através dessas imagens em um programa de simulação, o aluno adentrar em um modelo de corpo humano, no sistema circulatório, sendo possível ver e interagir com todos os sistemas; criar e manipular reagentes químicos, átomos, invadir uma molécula, uma célula, figuras geométricas.

No caso dos conteúdos específicos da geometria espacial, através da interação com as representações dinâmicas o aluno poderá manipular o modelo espacial, visualizar suas dimensões, planificar, mover, montar e desmontar. Quanto mais o aluno interagir com o modelo, mais estará tendo a possibilidade de diversificar sua capacidade de visualizar e rotacionar o modelo mentalmente, ampliando sua capacidade de abstração.

A imagem de síntese modifica a nossa relação com o real, estruturando-o de outra forma, como instrumento de escrita. Como lugar virtual, a imagem de síntese estabelece ligações inéditas entre preceitos e conceitos, entre fenômenos perceptíveis e modelos inteligíveis. (Quéau, 1993: 94)

Transpondo essas idéias para as situações didáticas, ressaltamos que como qualquer outro recurso didático, o computador e as representações dinâmicas produzidas por esse instrumento, não podem garantir por si só bons resultados na qualidade de ensino e aprendizagem. De acordo com Pais (2002:16), essas tecnologias favorecem a expansão das condições de elaboração do conhecimento, mas isto depende da maneira como ocorre a relação usuário e as informações contidas no software utilizado. Tudo indica que quanto mais interativa for essa relação, maior será o significado do conhecimento para o sujeito.

Nesse sentido é que as formas de interatividade entre o sujeito e o computador são de interesse pedagógico. Nesse complexo dinâmico que é a utilização do potencial do computador para a aprendizagem do saber escolar, destacamos que o professor é o responsável pelas situações didáticas, em planejar as situações, dominar os recursos da informática e coordenar as atividades criando boas devoluções e situações a-didáticas.

As situações a-didáticas são geradas pelos alunos, em plena situação didática ou em ambientes diversos. Muitas vezes se defrontam com situações de

aprendizagem na sala de aula ou em outros ambientes que não são gerados pelo professor.

Não basta deixarmos que os alunos tenham contato ou manipulem livremente as representações dinâmicas, é preciso propiciar a utilização de situações didáticas que estimulem a resolução de problemas, a criatividade e a imaginação, de forma que os alunos possam compreender porque manipulam as representações dinâmicas.

Dessa forma supomos que a interação dos alunos com as imagens digitalizadas por equipamentos da informática, associadas aos conceitos geométricos em movimento na tela de computador podem colaborar na passagem do conhecimento intuitivo para as representações geométricas.

CAPÍTULO IV

CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS DA PESQUISA

Neste capítulo pretendemos fazer algumas considerações sobre a Fenomenologia, metodologia aplicada para a realização dessa pesquisa, que visa principalmente desvelar o fenômeno da interação entre sujeito e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Inicialmente apresentamos nosso entendimento sobre o significado de método. Em seguida destacamos a pertinência do método à educação e ao objeto da pesquisa. Também apresentaremos o problema que pretendemos responder, os objetivos desse trabalho, a descrição dos sujeitos que participaram das atividades, o local onde realizamos as situações didáticas.

4.1. Nosso entendimento de método

Antes de enfocarmos o objeto de estudo, buscaremos traçar um entendimento sobre “método” enquanto referencial filosófico e metodológico necessário à produção científica. Posteriormente justificaremos a opção pelo método fenomenológico como referencial dessa pesquisa. Entre os vários conceitos destacamos:

Método significa a escolha de um caminho que pode conduzir a busca do conhecimento, incluindo necessariamente uma visão de mundo, da vida no sentido amplo e os valores historicamente construídos pela humanidade. Como consequência dessa visão de mundo, a opção por um determinado método deve explicitar certos procedimentos ordenados, pelos quais se espera chegar à apreensão da verdade. (Pais, 2001: 105)

Desse modo, compreendemos que “método” deve ser conceituado em um sentido amplo, de forma a realçar a intrínseca relação entre procedimentos e valores, concepções de mundo e de vida, buscando vincular ao território filosófico do método, uma visão globalizada do pesquisador no que se refere ao objeto de estudo.

Deduzimos que os instrumentos de análise científica não são estáticos e absolutos, mas o método define um caminho a seguir.

4.2. A fenomenologia enquanto método

Como principal precursor da fenomenologia, Edmund Husserl (1859-1938), contrapõe-se à ciência desenvolvida com objetivos mecânicos, baseados em causa e efeito, com objetivo de desenvolver os meios de produção e o capital. Na fenomenologia de Husserl há um apelo ao retorno do homem como o ser principal do processo da vida e da existência, como Merleau-Ponty (1999) descreve:

Eu não sou resultado de, ou o cruzamento de múltiplas causalidades que determinam meu corpo ou meu “psiquismo”, eu não posso pensar-me como uma parte do mundo, como o simples objeto da biologia, da psicologia e da sociologia, nem fechar sobre mim o universo da ciência... eu sou a fonte absoluta... (Merleau-Ponty, 1999: 3)

A fenomenologia é um método científico que não se limita à descrição do fenômeno, mas busca a sua essência... A essência do quê? Dos fenômenos.

A palavra “fenômeno” é antiga na história da filosofia ocidental. “Fenomenologia” agrupa a palavra “fenômeno” e “logos”, significando etimologicamente o estudo ou a ciência do fenômeno. Ela serve para “designar ora os objetos e as propriedades que aparecem, ora as vivências que constituem o ato da aparição (sobretudo os conteúdos, no sentido de sensações), e finalmente toda e qualquer vivência”. (Husserl. In Loparic, 1980:180).

Para Merleau-Ponty (1999:11), na fenomenologia há um mal entendido quanto à noção das “essências”. Aqui, a essência não é meta, ela é um meio. “A necessidade de passar pelas essências não significa que a filosofia as tome por objeto, mas, ao contrário, que nossa existência está presa ao mundo de maneira demasiado estreita para conhecer-se enquanto tal...”

É o fenômeno que se mostra a quem se predispõe a descrevê-lo ou investigá-lo. Por outro lado, essa característica do fenômeno “se mostrar por si só” não irá significar que todas as pessoas vão apreender sua essência da mesma

maneira. Essa característica ocorre devido à consciência de cada pessoa, a é “consciência de”.

A consciência não é uma substância (alma), mas uma atividade constituída por atos (percepção, imaginação, especulação, volição, paixão etc.), com os quais visa algo. Na apreensão do objeto pelo sujeito que o apreende, esses atos intencionais são chamados por Husserl de “noesis” e aquilo que é visado, isto é, a essência do fenômeno do objeto em questão são chamados de “noemas”. (Husserl. In Loparic, 1980:VIII)

Nesse sentido, consciência e intencionalidade estão em uma relação dialética onde surge o sentido. “Como correlato dessa concepção, entendemos que a coisa não está além de sua manifestação e, portanto, é relativa à percepção e depende da consciência”. (Bicudo, 2000:73)

Com base nos pressupostos da fenomenologia, podemos dizer que a objetividade na abordagem fenomenológica é a própria forma de conceber a percepção do fenômeno através da consciência e da intencionalidade do pesquisador.

Segundo Bicudo (2000), a pedra angular da fenomenologia é a intencionalidade e a atitude dela decorrente, não é mais a natural, é a fenomenológica. Esta atitude tem como núcleo a própria concepção de consciência, entendida como um todo absoluto, não dependente de outro ente e não tendo nada fora de si, porque é movimento de estender-se, de abarcar o que está na circunvisão; é o ato de estar atento ao percebido.

Como modo de pesquisar o que existe, a fenomenologia enquanto método refere-se à descrição do fenômeno e aos invariantes detectados nas diferentes descrições e a reflexão sobre eles. Dessa forma se compreende e se conduz à essência do fenômeno investigado. (Bicudo, 2000:73)

4.3. Pertinência da Fenomenologia ao objeto da pesquisa

Estando o objeto desse estudo inserido na área da Educação Matemática, de cunho didático, pretendemos descrever sob o enfoque da Fenomenologia, alguns aspectos da interação entre aluno e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Entendemos que a fenomenologia é pertinente ao nosso objeto porque ela

... se mostra apropriada à educação, pois ela não traz consigo a imposição de uma verdade teórica ou ideológica preestabelecida, mas trabalha no real vivido, buscando a compreensão disso que somos e que fazemos - cada um de nós e todos em conjunto. (Bicudo, et al. 1999:13)

Segundo Bicudo, et al. (1999), a fenomenologia como método de investigação fundamenta procedimentos rigorosos de pesquisa, mostrando de que maneira tomar educação como fenômeno e chegar aos seus invariantes ou características essenciais, para que as interpretações possam ser construídas, esclarecendo o investigado e abrindo possibilidades de intervenção no campo da política educacional e da prática pedagógica.

“Como procedimento didático-pedagógico, a fenomenologia contribui na medida em que o seu fazer é caracterizado pela busca do sentido e pela atribuição de significados, tornando-se um excelente modo de trabalho na realidade escolar”. (Bicudo, et al. 1999:12)

Para Bicudo, et al. (1999), trabalhar fenomenologicamente no âmbito da educação escolar envolve uma postura de buscar o sentido e o significado do que se faz e do que se escolhe. Para isso, o pesquisador deve conhecer a si mesmo e então buscar o conhecimento do outro, e essa busca pelo conhecimento envolve a contínua análise, a crítica e a reflexão. Em um determinado momento, cumprida essas exigências é que se poderá propor uma práxis consciente e engajada que possa resultar em uma ação interventiva e eficaz.

Contemplando as dimensões teórica e experimental e tendo consciência de que “o modelo teórico não é suficiente para suprimir todos os desafios da complexidade do objeto educacional”, passaremos a sistematizar a parte experimental dessa pesquisa.

4.4. Problema e objetivos da pesquisa

Com o objetivo de pontuar algumas confluências acerca da interação entre aluno e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, definimos o seguinte problema: **Os recursos didáticos, tais como: desenho, objeto e representações dinâmicas**

podem contribuir para a representação de figuras geométricas espaciais em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental?

No contexto problemático de teorias e práticas de ensino, não pretendemos nos distanciar da concepção de que os alunos não desenvolvem as suas competências matemáticas do mesmo modo nem nos mesmos momentos, e que há uma forte interligação entre a intuição e os conceitos teóricos, não sendo possível a dissociação desses elementos no fenômeno da aprendizagem geométrica nesse nível escolar.

Esperamos que este trabalho contribua para uma reflexão e análise crítica dos educadores e dos que pretendem ser professores, sobre a utilização de recursos didáticos tais como: objetos, desenhos e representações dinâmicas, como auxiliares no processo de ensino e aprendizagem das representações geométricas.

A partir do contexto de sala de aula nosso **objetivo principal** é: descrever e analisar discursos dos alunos da quarta série do Ensino Fundamental, a respeito de suas percepções e interações com os recursos didáticos: objetos, desenho e representações dinâmicas durante a representação de figuras espaciais.

Refletindo sobre nosso objeto de estudo e planejando as sessões da situação didática em questão, organizamos vários objetivos que podem ser identificados em cada sessão didática. Isso ocorreu porque preferimos associar os objetivos de cada sessão às possibilidades de interação dos alunos com determinados recursos didáticos e atividades propostas. Os principais objetivos das sessões são os seguintes:

- descrever aspectos relativos à interação dos alunos com os objetos, desenhos e representações dinâmicas associados a figuras geométricas espaciais;
- analisar os níveis de interação dos alunos utilizando todos esses recursos ao mesmo tempo;
- observar aspectos relativos à possibilidade de visualização da figura espacial através das representações dinâmicas, objetos e desenhos associados aos poliedros regulares,

- analisar como alunos realizam a passagem das figuras tridimensionais para o plano através de desenhos em perspectivas.

Sem a pretensão de abarcar toda a multiplicidade do “sujeito cognoscente”, do universo das representações, ou seja, da manifestação dos pensamentos dos alunos, pretendemos analisar as possíveis interações deles com os recursos didáticos.

4.5. Sujeitos colaboradores da pesquisa

Essa pesquisa foi desenvolvida com a colaboração de sujeitos na faixa etária média de dez anos, que estudam na quarta série do Ensino Fundamental, turma C, no Centro de Ensino Nossa Senhora Auxiliadora/MS e da professora da disciplina Matemática.

Desde nosso primeiro contato, os alunos se mostraram cordiais e dispostos a participar das atividades da pesquisa. Por serem ainda crianças, durante a realização das sessões didáticas, percebemos que gostam muito de se comunicar com os colegas e trabalhar em grupo, sempre dando um aspecto lúdico e prazeroso às atividades propostas. Durante as entrevistas gravadas em fita K7, todos se mostravam interessados em responder e contribuir.

A professora de matemática, cujo pseudônimo é Clara, também participou e colaborou conosco durante toda a fase experimental da pesquisa, desde o planejamento até a realização das sessões didáticas. Ela concluiu o Curso Profissionalizante Magistério em 1990 no Centro de Ensino Nossa Senhora Auxiliadora- MS, mesmo local onde trabalha há oito anos. A professora graduou-se no curso de Psicologia em 1999 e trabalha junto com a pesquisadora há sete anos.

É uma professora calma, que mostra segurança e domínio de conteúdo. Entre ela e os alunos há um sentimento de amizade e respeito. Os alunos reconhecem na sua fala de baixo tom e tranqüilidade, a autoridade que lhe é conferida. Essa professora participa dos grupos de estudos semanalmente e dos cursos pedagógicos e de informática promovidos a cada semestre pela Escola. De acordo com o seu planejamento e o programa da escola, os conceitos básicos das figuras planas e

espaciais já foram desenvolvidos no decorrer do ano letivo, pois realizamos as sessões em meados do mês de agosto e no início de setembro.

Realçamos que os nomes dos sujeitos colaboradores desta pesquisa serão mantidos no anonimato, por isso serão identificados por cognomes.

4.6. Caracterização do local da pesquisa

A situação didática organizada em seis sessões, será desenvolvidas no Centro de Ensino Nossa Senhora Auxiliadora/MS (CENSA-MS), sito a cidade de Campo Grande, estado de Mato Grosso do Sul. Trata-se de uma instituição particular fundada em 1934 pela Congregação Salesiana das Filhas de Maria Auxiliadora. O CENSA-MS caracteriza-se como estabelecimento católico e atende educandos de ambos os sexos da Educação Infantil ao Ensino Médio.

Em 1992, o CENSA-MS deu início a um centro tecnológico com o objetivo de favorecer o processo educativo, equipando onze laboratórios com diversos recursos tecnológicos como computadores, softwares, servidor de Internet, televisores, vídeos; e outros laboratórios com equipamentos para experiências em química, física, biologia e recursos didáticos voltados para o ensino de matemática.

Atualmente estes recursos são utilizados por professores e alunos de forma planejada e acompanhada por uma equipe técnico-pedagógica, de maneira a garantir o desenvolvimento dos conteúdos curriculares e a qualidade do ensino-aprendizagem.

Para atualização dos professores, a escola promove grupos de estudos semanais e cursos semestrais para ampliarem seus conhecimentos tanto na área pedagógica como na informática. Quanto aos alunos, todas as turmas utilizam os laboratórios de informática, no mínimo uma aula por semana, ficando a critério do professor ministrar mais aulas conforme seu planejamento semanal. A utilização dos computadores e internet pelos alunos para trabalhos extraclasse é livre desde que agendem um horário para que possam contar com a ajuda de um técnico.

É nesse ambiente que trabalhamos como coordenadora pedagógica dos laboratórios de informática há oito anos e no qual realizamos a situação didática

planejada para essa pesquisa. De acordo com a descrição do espaço físico do centro de tecnologia do CENSA-MS, podemos prever que o local nos oferece ambiente e materiais adequados para a realização das atividades propostas.

4.7. Procedimentos da Pesquisa

Envolvidos em toda a complexidade das situações práticas em sala de aula, para a realização das situações didáticas, refletimos previamente sobre diversos elementos como a criatividade, o controle emocional, o domínio do saber científico, os recursos didáticos, as técnicas, desde o planejamento até a organização das idéias e execução.

Nesse sentido, optamos em organizar nossa experiência interligando teoria e prática, descrevendo e analisando as representações das figuras espaciais em duas etapas: na primeira etapa, descreveremos as sessões didáticas e, concomitantemente, realizaremos as análises das representações dos alunos através de seus desenhos, objetos montados, relatos e expressões que consideramos significativas para responder nossa pergunta.

Na segunda etapa realizaremos a análise fenomenológica propriamente dita. Os “discursos” dos alunos serão gravados em fita K7 e transcritos integralmente. Em seguida, realizaremos as reduções até chegarmos às categorias abertas e concluirmos, desse modo, o que nos propusemos no início de nossos estudos.

CAPÍTULO V

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PARTE EXPERIMENTAL DA PESQUISA

5.1. Situações didáticas

Sem pretensão de abordar o conceito de “situação didática” em toda sua significação, o desenvolvimento experimental dessa pesquisa tem como sustentação teórica algumas noções dessa teoria desenvolvida por Brousseau.

Vergnaud no texto “Teoria dos Campos Conceituais”, destaca que a teoria da “situação didática” tem duas idéias principais: “a de variedade e a da história”. Para esse autor, a idéia de variedade consiste em uma multiplicidade de situações num campo conceitual dado, ou seja, a variedade de situações sistematicamente organizadas com critérios didáticos, pode resultar em um conjunto de conhecimentos a cerca de algum conceito.

A idéia de história significa que “os conhecimentos dos alunos são elaborados por situações que eles enfrentam e dominam progressivamente, sobretudo para as primeiras situações suscetíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensina-lhes”.

Nesse contexto planejamos e aplicamos junto aos alunos da 4ª série, turma C, do Centro de Ensino Nossa Senhora Auxiliadora-MS, seis sessões didáticas distribuídas em quatro dias alternados com períodos e duração diferentes. Buscando proporcionar situações de desafios com real significado para os alunos, planejamos atentamente a intervenção didática. Para isso conversamos diversas vezes com a professora da classe e com base em nosso referencial teórico, decidimos desafiar os alunos a relembrar alguns conceitos da geometria plana, para então passarmos à geometria espacial com destaque às figuras dos poliedros regulares.

Todas as sessões foram descritas e analisadas de forma sistemática com o objetivo de integrar teoria e prática. No decorrer da descrição das sessões destacamos elementos que consideramos significativos e buscamos as combinações possíveis de

forma a desvelar o fenômeno da interação dos alunos com os recursos didáticos, tais como: objeto material, desenho e representações dinâmicas. Nosso objetivo principal foi responder a seguinte questão: **“Como esses recursos didáticos podem auxiliar na visualização e representação dos elementos da geometria espacial?”**

5.2. Conteúdo

Usando como referência os Parâmetros Curriculares: Matemática (1997) e o livro didático de Sarquis (1998), “Matemática com o Sarquis”, Editora Formato, optamos em trabalhar com os poliedros regulares: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Ressaltamos que o objetivo desta dissertação não é ensinar conteúdo escolar ou criar situação didática para servir de manual para os professores. Nosso objetivo é descrever a representação geométrica e a interação dos sujeitos com os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas.

Para buscarmos a gênese das representações nas situações didáticas, optamos por trabalhar com os poliedros regulares: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro, por nos possibilitarem uma diversidade de figuras espaciais.

5.3. Seqüência didática

Uma situação didática pode envolver diversas circunstâncias que podem acontecer em um mesmo instante ou em momentos distintos. Com base nesse referencial, organizamos uma seqüência didática de seis sessões. Planejamos e aplicamos as sessões em dias e em lugares diferentes da Escola.

De acordo com a teoria, a seqüência didática não pode ser comparada ou denominada aula, porque não são comuns à rotina de sala de aula e o pesquisador inclui à esses momentos, elementos e atividades distintas, tudo com o objetivo de desvelar o fenômeno investigado.

O importante é destacarmos que durante o planejamento dessa seqüência didática, realizamos uma análise a priori de alguns elementos, como o nível de

conteúdo dos alunos, interesses comuns, planejamento da professora de matemática, organização de materiais e ambientes da escola, sempre buscando fidelidade às concepções teóricas em questão.

Anotamos os fatos mais interessantes, identificamos os sujeitos e suas atividades, controlamos rigorosamente as atividades para garantirmos a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica.

5.3.1. Sessão 1

Objetivo com os alunos: construir figuras espaciais: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro a partir de representações de figuras planas (polígonos regulares) confeccionadas em papel cartão.

Objetivos em relação à pesquisa: analisar como os alunos compõem os poliedros regulares a partir de figuras planas e descrever aspectos relativos a interação do aluno com os objetos materiais.

Atividades desenvolvidas:

- 1- Retomar o conhecimento dos alunos acerca dos polígonos regulares e irregulares.
- 2- Explorar figuras associadas aos polígonos.
- 3- Organizar os grupos.
- 4- Montar os poliedros regulares a partir dos polígonos regulares.
- 5- Explorar os elementos dos poliedros: face, aresta e vértice a partir dos objetos montados.
- 6- Definir e classificar os poliedros regulares.
- 7- Atividade escrita.

Material

O material utilizado por cada grupo de alunos foi um kit contendo: 1 durex e figuras confeccionadas de papel cartão associadas a polígonos regulares, tais como: 35 triângulos equiláteros, 10 quadrados, 15 pentágonos, 2 octógonos e 2

hexágonos. Cada lado dos modelos medindo 7 cm. Também utilizamos cartazes e folhas de papel almaço.

Desenvolvimento da sessão:

No dia 25 de setembro de 2002, acompanhamos a professora até a sala de aula da quarta série, turma C, para a realização da primeira sessão dessa pesquisa. Dos vinte e cinco alunos que compõem essa turma, todos estavam presentes. Após os devidos cumprimentos a professora explicou para os alunos que nós trabalharíamos com eles durante algumas aulas para o desenvolvimento de uma pesquisa.

Devido nosso contato quase diário com os alunos, naturalmente as relações entre nós enquanto pesquisadora-professora e os alunos ficaram transparentes. Assumimos a tarefa de ensinar, de propor algo para os alunos e os alunos apresentaram-se dispostos a esperar nossas diretrizes e orientações na busca de enriquecer seus conhecimentos. Essas relações entre professor, aluno e o conhecimento, ainda que implícitas apresentam-se na teoria do contrato didático.

Segundo Freitas (1999:67): “... toda situação didática é regida por um determinado tipo de contrato didático, ou seja, um conjunto de obrigações implícitas e explícitas relativas a um saber entreposto entre o professor e os alunos”.

Essas obrigações ou tarefas aparecem claramente nas ações dos alunos e do professor em relação ao saber escolar. Brousseau (1986, apud Silva 1999: 43) define contrato didático como “o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor...”

Em relação ao papel do professor e do aluno, Franchi (1995, apud Silva, 1999) destaca que no contrato didático, “... o professor é o responsável por garantir ao aluno o acesso ao saber escolar e por definir a forma de sua participação no processo de aprendizagem... o aluno deve responder a essas diretrizes e determinações, resolvendo as tarefas propostas, ajustando-se aos moldes de comunicação social convencionados para as diferentes atividades escolares”.

Nessa perspectiva explicamos aos alunos que durante alguns dias e momentos trabalharíamos a disciplina Matemática. Iniciamos as atividades

distribuindo aleatoriamente uma ficha numerada para cada aluno. Nosso objetivo era identificar os alunos e suas atividades desenvolvidas durante a pesquisa.

1- Retomando conhecimentos anteriores:

A partir dos estudos sobre a teoria das situações didáticas, Brousseau (1983, apud Niquini, 1997: 216) aborda a questão da aprendizagem como sendo o resultado da resolução de problemas, com a conotação de desafio, de multiplicidade de dados, de situações, de elementos e questões que nos fazem utilizar instrumentos que já sabemos e os que não sabemos, para construir novos conhecimentos.

Com esse entendimento, nosso objetivo foi criar situações didáticas onde o pensamento matemático, a visualização das figuras espaciais e suas representações fossem desenvolvidas a partir de problemas em nível dos alunos.

Dentro da teoria da situação didática, essa prática fundamenta-se na noção de “devolução”. Segundo Freitas (1999), a “devolução” significa a transferência de responsabilidade, uma atividade na qual o professor, além de criar e comunicar o enunciado do problema procura agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo como se o problema fosse seu, e não somente porque o professor quer. Se o aluno aceita o desafio intelectual e consegue sucesso em seu empreendimento, então se inicia o processo de aprendizagem.

Com esse propósito a primeira questão para os alunos foi a seguinte:
“-*Quem poderia nos dizer o que é um polígono?*”

Após algumas respostas, selecionamos uma definição de polígono¹² tal qual está sendo ensinado para as crianças nesse nível escolar, e a fixamos em um cartaz no quadro negro da sala:

“Polígono é uma figura plana formada por vários ângulos. Em grego, poli quer dizer “vários”, e gono quer dizer” ângulo”. Um polígono tem lados e ângulos, sendo que o número de lados é igual ao número de ângulos.”
(Machado, Nilson. 1990: 19)

¹² Definição de polígono: “Polígono é uma figura resultante do fechamento de uma linha poligonal. POLI: muitos, GONO: ângulo. Portanto, polígono significa uma figura plana que tem muitos ângulos, formada por uma linha poligonal fechada. Um polígono pode ser: regular ou irregular. Polígono regular: quando tem todos os lados e todos os ângulos iguais. Polígono irregular: quando os lados e os ângulos são desiguais.” (Helling e Yajima. 1999: 37)

Após a discussão do que é um polígono, sugerimos outra pergunta:

“- Quem se lembra e poderia explicar a diferença do polígono regular e polígono irregular?”

Alguns alunos imediatamente levantaram a mão para relatar seus conhecimentos. Em seguida convidamos os voluntários para desenharem os polígonos irregulares e regulares no quadro negro. Para realizarem os desenhos, dividimos o quadro negro em duas partes. Ao término de cada desenho, o aluno deveria falar sobre a forma que desenhou e indicar os lados e os ângulos para os colegas.



Figura 5.1- Fotos das alunas desenhando as figuras de polígonos regulares (dir) e irregulares (esq) no quadro-negro.

O fato de o quadro negro ser quadriculado facilitou a representação dos polígonos regulares através de desenhos. Durante essa atividade tivemos a confirmação de que esse conteúdo já havia sido trabalhado anteriormente.

Esgotando-se a exploração dos polígonos regulares e irregulares, apresentamos dois objetos associados a figuras geométricas espaciais: uma caixa em forma de cubo e uma caixa de creme dental associado à forma do paralelepípedo e lançamos o seguinte problema:

“- Já sabemos que vocês estudaram sobre os polígonos. Levante a mão quem sabe o nome dos objetos que na Geometria, ocupam um determinado espaço!”

Imediatamente responderam: *“- Poliedros!”*

Em seguida, lançamos outra questão com o objetivo de explorar as formas das caixas: “- Alguém sabe o nome das figuras geométricas espaciais que essas caixas representam?”

Rapidamente alguns alunos responderam corretamente a pergunta, apontando com o dedo para os elementos de um dos objetos. Perguntamos se sabiam os nomes dos elementos dos poliedros e simultaneamente, os alunos foram capazes de identificar a face, a aresta e o vértice.

Lançamos então o desafio norteador dessa sessão. Perguntamos para os alunos:

“- Quantos poliedros formados com faces iguais (mesma forma e do mesmo tamanho) e ângulos (bicos) também iguais poderiam existir?”

Alguns ficaram hesitando em responder, outros já verbalizaram que era possível construir muitos poliedros dessa forma. Então convidamos os alunos a testarem as possibilidades e construírem, a partir de modelos de figuras planas recortadas em papel cartão, poliedros com essas características.

Para realizarem essa atividade os alunos deveriam se organizar em grupos de cinco, seguindo a seqüência de cinco em cinco, de acordo com os números das fichas distribuídas no início da aula.

Após a formação dos grupos e a organização dos alunos, cada grupo recebeu seu kit de material. Os modelos de octógonos e hexágonos foram incluídos no kit, com o objetivo de criar graus de dificuldades na montagem dos poliedros regulares.

2- Apresentando um problema para a realização dessa atividade:

Após receberem os kits, os alunos pegaram e exploraram manualmente as figuras em papel cartão associadas aos polígonos regulares. Como o “papel do professor deve ser o de encontrar problemas adequados, que possam provocar a mobilização de conhecimentos pelo aluno, impulsionando-o para a elaboração de novos saberes matemáticos...” (Freitas 1999:72-73); após a exploração do material, fixamos um cartaz com as regras para a montagem dos poliedros no quadro-negro, à vista dos alunos e explicamos:

“- Usando o material do kit os grupos devem montar alguns objetos que representam poliedros respeitando as regras do cartaz”.

Regras para montar poliedros:

- 1ª- O objeto deve ter todas as faces iguais.
2ª- Os ângulos devem ser todos iguais, ou seja, o número de faces e arestas que se encontram em cada ângulo deve ser sempre o mesmo.

Os grupos sentiram-se desafiados a montar os objetos respeitando as regras. Durante essa atividade percebemos que os alunos trabalharam com interesse em cumprir o desafio, sempre sorrindo e interagindo com os demais integrantes do grupo, medindo os tamanhos das peças, avaliando as possibilidades de montagem.



Figura 5.2- Foto de alunos montando objetos associados aos poliedros regulares

É importante destacarmos que o principal objetivo dessa atividade não era que os alunos montassem corretamente os poliedros regulares, mas que fossem incentivados a testar hipóteses e a resolver um determinado problema utilizando estratégias matemáticas pessoais, os conhecimentos elaborados anteriormente e o saber empírico.

Observando os alunos realizarem essa atividade entendemos melhor o que significa “**prática pedagógica**”. Para Freitas (1999), essa prática extrapola o nível da “transmissão de um conhecimento”. O professor deve trabalhar com a

apresentação e com a devolução de bons problemas. “Se o aluno consegue uma boa resolução do problema, pode-se concluir que ele possui um determinado conhecimento...”



Figura 5.3- Foto de alunos montando o objeto associado ao poliedro regular dodecaedro

Durante a montagem dos objetos observamos que o desafio de montar os poliedros envolvia os alunos em uma **situação a-didática**, ou seja, a partir da sistematização pedagógica do professor, eles buscavam a superação de seus limites por si só ou contavam com a ajuda dos colegas de seu grupo, sem a interferência do professor.

As situações a-didáticas, “surge para o aluno, a necessidade da superação intelectual de algumas condicionantes e de informações que não lhe foram fornecidas. Esses procedimentos de raciocínio são cruciais no desenrolar de uma aprendizagem mais autêntica”. Freitas (1999:73).

Segundo Brousseau, “situação a-didática não significa negação da didática, mas uma aparente ausência da ação do professor, numa determinada etapa do contrato didático, durante a qual o aluno trabalha, individualmente ou em grupo, para construir o novo conhecimento”. (Margolinas, 1992. In Niquini, 1999: 72)

Envolvidas implicitamente ou explicitamente nas situações didáticas, entendemos que as situações a-didáticas podem se constituir em ótimas oportunidades para o aluno desenvolver certa autonomia intelectual. “Trata-se da tentativa de estabelecer uma diferença entre as variáveis que estão sob o controle

pedagógico do professor, de outras que, mesmo sem um controle direto, podem condicionar o fenômeno cognitivo”. (Pais, 2001:68)

No início das tentativas as crianças trabalharam individualmente, mas em função do número de peças, das dificuldades em segurar e colar as partes do objeto entre outras, logo perceberam que seria imprescindível a colaboração de todos do grupo para conseguirem realizar a tarefa proposta. A necessidade de colaboração do grupo aparece explícita no relato de Fabi¹³:

“Na hora do grupo foi legal, só que no começo todos tentaram fazer sozinhos, só que ninguém conseguiu, até que eu e Gabi começamos a ajudar uma a outra e todos começaram a ajudar todos”. (Fabi)

A respeito das possibilidades de construção, um dos alunos nos perguntou:

“- Cada objeto tem que ser diferente do outro? Ou podemos montar vários objetos iguais?”

Os alunos dos outros grupos perceberam a pergunta e ficaram a tentos à nossa resposta. Respondemos que cada grupo deveria montar um modelo de cada objeto, sempre respeitando as regras do jogo.

O primeiro objeto que os grupos montaram foi a figura do cubo. Após 30 minutos conseguiram montar também o tetraedro, o octaedro. Alguns grupos montaram um objeto em forma de poliedro irregular de seis faces criado a partir da união de dois tetraedros pela base triangular

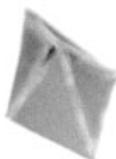


Figura 5.4- Foto do objeto associado a poliedro irregular de seis faces montado pelos alunos

Depois de quarenta minutos, algumas crianças nos perguntaram:

¹³ Os sujeitos participantes da pesquisa serão identificados por cognome.

“-Dá para montar outros objetos?”

Não desejando fornecer a resposta, pedimos para analisarem as peças e tentassem mais um pouco, pois “... o aluno deve estar sempre sendo estimulado a tentar superar, por seu próprio esforço, certas passagens que conduzem o raciocínio na direção de sua aprendizagem”. (Freitas, 1999:73)

Durante as tentativas frustradas de montar outros poliedros regulares, alguns alunos vinham nos mostrar alguns objetos criados pelos grupos e nos perguntavam:

“-Esse está certo?”

Sem responder, pegávamos o objeto nas mãos. Movendo-o, olhávamos atentamente os detalhes e percebíamos que o movimento do objeto em nossas mãos e nosso olhar era seguido pelo olhar do aluno. Após um tempo de observação devolvíamos a pergunta:

“- Esse objeto corresponde às regras?”

Sem responder a criança pedia o objeto ou às vezes nos tomava das mãos e retornava para seu grupo. Nesses casos, analisamos que a ação do professor pode ser muito mais positiva devolvendo a pergunta do que respondendo para o aluno. A **devolução da pergunta** nesse caso tem o sentido de exigir do aluno, que ele se esforce para adaptar seus conhecimentos anteriores aos novos desafios e dessa forma aprender.

Em momentos como esses fica clara a teoria da mediação de Vigotsky, onde ocorre a interação social e a construção do conhecimento em sala de aula. O **professor** ocupa o status de mediador entre o aluno e o saber institucionalizado. Segundo Muniz (2001), essa mediação passa essencialmente pela oferta, resolução, controle e validação de resolução de situações problemas.

Pensando assim, deve o professor na sua prática docente planejar as situações problematizadoras que possibilitem ao educando a construção do conhecimento matemático. Propor situações problemas deve significar a oferta de situações de desafio geradora de desestabilização afetiva e cognitiva, fazendo com que a criança se lance à aventura de superação da

dificuldade proposta pelo educador, e assim, realizando atividades matemáticas. (Muniz, 2001:44)

Percebemos que o aluno respeita a opinião do **professor**, ele precisa de um direcionamento para organizar a construção de seu conhecimento. Para o aluno, a orientação do professor representa uma das formas de institucionalização do conhecimento.

Pais (2001:74) aborda essa questão e ressalta: “Sob o controle do professor, é o momento onde se tenta proceder a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico.” O professor deve colaborar no sentido de dar ao saber um estatuto de referência onde o aluno possa ancorar suas idéias e compreender o significado do conteúdo.

No contexto de dúvidas e tentativas de construção dos poliedros, uma criança do grupo quatro, sem nos comunicar, pegou o livro didático de Matemática. Alguns alunos do grupo dois, observando que o grupo quatro recorrera ao livro de Matemática, também fizeram o mesmo.

Deixamos que olhassem os desenhos e tentassem novas possibilidades de montagem de objetos, pois entendemos que essa atitude revela que a criança por si mesma busca recursos para resolver os problemas e consegue fazer a passagem do desenho para a construção do objeto material buscando no livro, uma imagem que não tinham mentalmente.

Supomos que essa atitude revela a confiança que os alunos têm nas informações dos livros didáticos, pois buscam o livro como um recurso confiável, onde os saberes escolares estão sistematizados.

Esse pode ser um exemplo de situação a-didática, pois os alunos recorreram às fontes de pesquisa sem a indução do professor. Perguntamos para esse grupo, porque pegaram o livro e uma criança respondeu:

“- Depois que tínhamos feito alguns objetos foi difícil pensar porque nós já tínhamos feito muitos. Foi aí que eu tive a idéia de pegar o livro de matemática, porque lá havia muitos polígonos e poliedros”. (Luca)

Após usarem o livro de matemática os alunos do grupo quatro conseguiram montar o dodecaedro e imediatamente vieram nos mostrar.

Confrontando o objeto com as regras para a montagem, chegamos a conclusão que aquele objeto correspondia ao dodecaedro. Em seguida, com a colaboração dos alunos do grupo quatro, os demais grupos também conseguiram montar o dodecaedro.

A colaboração entre as pessoas de um mesmo grupo e dos grupos entre si revela um aspecto importante da socialização do conhecimento e como o saber construído coletivamente é mais expressivo do que o saber construído individualmente. Verificamos que essa atitude de colaboração dos alunos mostra um aspecto do conceito de **“inteligência coletiva”**.

“No começo cada um queria fazer seu poliedro sozinho para que fosse o melhor, mas eles logo pararam de brigar quando perceberam que fazendo sozinho daria errado...” (Bira)

“Eu achei que foi legal porque tivemos que ajudar uns aos outros e no meu grupo todo mundo ajudou todo mundo...” (Maitê)

Pais (2002:34) explica que “inteligência coletiva” é “a possibilidade de que a união de competências individuais de uma equipe pode produzir resultados mais expressivos do que a soma dos resultados particulares de cada membro dessa equipe.”

Porém, nenhum grupo conseguiu construir o objeto associado ao icosaedro. Na tentativa de conseguir esse tipo de objeto, os alunos do grupo 1 montaram um objeto com dois vértices de icosaedro, a partir de objetos de seis faces unidos pelas faces.



Figura 5.5- Foto do objeto com dois vértices de icosaedro montado pelo grupo 1

Os alunos do grupo 4 montaram um objeto com 25 faces, mais parecido com um vaso ou caixa de presentes.



Figura 5.6 Foto de alguns alunos do grupo 4 com o objeto de 25 faces

Ao término dessa atividade, solicitamos aos alunos que organizassem as carteiras e a sala de aula para analisarmos os resultados dos trabalhos dos grupos.

4- Situação de validação: algumas definições.

Tendo em vista a necessidade de aproximar a construção dos alunos à sistematização do saber escolar, criamos uma **situação de validação**. Para Freitas (1999:80), “... essas situações são aquelas em que o aluno já utiliza mecanismos de prova e onde o saber é usado com esta finalidade. Essas situações estão relacionadas ao plano da racionalidade e diretamente voltadas para o problema da verdade”.

Como forma de validação do saber, passamos à demonstração e classificação dos objetos montados pelos alunos. Inicialmente pegamos um objeto associado ao dodecaedro e pedimos que verificassem os elementos geométricos da figura e os nomeassem: face, aresta, vértice.

Em seguida colocamos sobre a mesa da professora, à frente dos alunos, um modelo de cada objeto e fixamos no quadro-negro dois cartazes com a definição de poliedro e de poliedro regular.

POLIEDRO

“Objeto com muitas faces. A terminação *edro* provém da palavra *hedra*, que em grego quer dizer “face”. Um poliedro têm “bicos”, que são ângulos poliédricos e faces planas, que são polígonos”. (Machado, 1990: 21)

POLIEDRO REGULAR

“Um poliedro que tenha como faces apenas polígonos regulares, todos idênticos, e que também apresente os bicos (ângulos poliédricos) idênticos entre si é um poliedro regular”. (Machado, 1990: 22)

Após a leitura das definições, classificamos os poliedros regulares de acordo com o número de faces e nomeamos as figuras: hexaedro, tetraedro, octaedro e dodecaedro, mas faltava o objeto associado ao icosaedro.

Dissemos aos alunos que faltava uma figura de vinte faces. Mostramos os objetos que os grupos 1 e 4 montaram. Demonstramos as características dos objetos e explicamos o motivo pelo qual eles não correspondiam a um objeto associado ao icosaedro.

Após a convalidação cada aluno recebeu uma folha de papel almaço para responder a seguinte pergunta: “*O que você achou da montagem dos poliedros? Comente sua resposta.*”

A seguir destacamos as repostas mais significativas com o objetivo de desvelarmos alguns aspectos do fenômeno da interação dos alunos com os objetos associados aos poliedros regulares durante essa sessão.

5- Elementos de síntese

Analisando o procedimento didático de cada sessão e discursos dos sujeitos, destacamos os momentos mais significativos para nós enquanto pesquisadores. Esses elementos foram distinguidos e organizados de acordo com nossa percepção e pré-reflexão com vistas a respondermos à pergunta: Os recursos didáticos, tais como: desenho, objeto e representações dinâmicas podem contribuir para a representação de figuras geométricas espaciais?

Esperamos que esses elementos possam contribuir no sentido de desvelarmos alguns níveis de interação entre o sujeito e os recursos didáticos para as

representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Os elementos de síntese serão identificados com as letras ES seguidas de numerais em ordem crescente, por exemplo: ES1, ES2. Ao passarmos de uma sessão para outra, a numeração continuará seguindo a ordem crescente.

Durante a primeira sessão, os fatores mais evidentes na interação dos sujeitos com o ambiente educativo e com os recursos didáticos associados aos poliedros regulares foram os seguintes: devolução de problemas, o lúdico, o trabalho em grupo, a institucionalização do saber e a manipulação do objeto.

ES 1: Devolução de problemas

Segundo Brousseau (in Parra et al. 1996:49), a devolução de problemas significa uma determinada atividade organizada em uma situação didática planejada pelo professor, na qual ele consiga, ao mesmo tempo, propor um problema criado por ele mesmo e fazer com que os alunos abracem tal desafio como se fosse criado por eles mesmos e tentem resolvê-lo.

Nas atividades onde ocorrem as devoluções de problemas, quanto mais interativa for a relação sujeito-ambiente educativo, mais condições o aluno terá de construir conhecimentos e controlar a situação que o professor quer que ele aprenda.

Além de aceitar o desafio, o aluno deve ser responsável e buscar confrontar os conhecimentos gerados nas resoluções com o saber socialmente constituído.

ES 2: O lúdico

“Brincando a criança encontra ocasiões para refletir sobre seus processos cognitivos”. (Muniz, 2001)

Em geral os sujeitos destacaram o caráter lúdico da atividade de montar os poliedros e as possibilidades de aprender matemática se divertindo:

Eu achei bem legal porque eu não tinha muita facilidade com essa matéria e acabei gostando dessa aula...” (Carol)

“Eu não gostava de Matemática. Agora eu adoro!” (Cris)

Segundo os Parâmetros Curriculares de Matemática (1997), além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos.

Entendemos que a criança está mergulhada na realidade da brincadeira e o espaço educativo não deve ignorar o fato de que através do lúdico, da criatividade, do jogo, pode-se envolver os alunos nos saberes escolares. Para ilustrarmos essa idéia, destacamos a expressão de Fabi:

“Eu achei criativo porque ao mesmo tempo em que a gente brincava, estava aprendendo sobre os poliedros”. (Fabi)

Em relação às atividades lúdicas para a aprendizagem da Matemática, consideramos importante destacar que o professor, como figura responsável em orientar a institucionalização dos conhecimentos, nunca pode perder de vista o objetivo de ensinar de forma prazerosa e validar os saberes construídos durante as aulas.

Muniz (2001) destaca que a lógica da criança no brincar não é sempre a lógica formal da matemática e o professor deve garantir o “respeito” aos conceitos e teoremas matemáticos institucionalizados no contexto do ensino escolar.

ES 3: O aluno valoriza o trabalho coletivo

No grupo o aluno revela sua potencialidade criativa e espontânea para resolver problemas e validar seus processos lógicos.

“O aprendizado pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que as cercam.” (Vygotsky, 1984 apud Rego, 1997:71)

Nos discursos dos alunos verificamos que aprender através da criatividade, do lúdico está intrinsecamente relacionado ao grupo, aos colegas que se unem com o objetivo de resolver determinado problema. Participando do grupo o aluno tem a oportunidade de testar hipóteses e validar a sua construção do saber. Para exemplificarmos essa afirmação destacamos algumas expressões de alunos:

“Eu adorei porque trabalhamos em grupo...” (Elen)

“No começo nós estávamos só com algumas idéias, mas depois começou a surgir mais. Nosso grupo inteiro ajudou na montagem dos poliedros.” (Rita)

“Eu acho que todo o grupo trabalhou bem. Todos ajudaram uns aos outros e isso é bom”. (Rê)

As competências e habilidades individuais são enriquecidas e valorizadas na união do grupo que tem um propósito a cumprir. É importante destacarmos que as relações entre os alunos do grupo nem sempre são harmônicas e objetivas. As emoções e sentimentos vêm à tona quando trabalham em grupo:

“... acho que poderia ser melhor se não tivesse dado briga, mas acho que podemos tirar bom proveito e também gostamos. Foi legal e aprendemos.” (Isa)

“... Às vezes no grupo dava discussão, mas depois tudo se resolveu...”
(Ivy)

“Foi legal. Nós conseguimos manter harmonia no grupo sem nenhuma briga...” (Cris)

A característica infantil de adaptação social deve ser respeitada e entendida. Segundo Muniz (2001), o programa de etnomatemática destaca que a criança deve ser respeitada como um indivíduo complexo de ações racionais e sensuais, emocionais, passionais e físicas.

ES 4: O livro como fonte de consulta

Confrontando seus conhecimentos com o saber escolar, o aluno pode desencadear uma ação mais transformadora, geradora de novos saberes e uma dessas possibilidades é buscar o livro didático como fonte de consulta ou suporte para o conhecimento.

Em um exemplo de situação a-didática, os alunos buscaram o livro didático para confrontar os conhecimentos já elaborados com novas possibilidades. Pressupomos que recorreram a essa fonte de pesquisa porque não tinham imagens mentais suficientes para montarem outros objetos em forma de poliedros regulares.

“O meu grupo pegou o livro de matemática para fazermos novas formas...” (Pati)

“O meu grupo pegou o livro e achamos uma forma...” (Mari)

Identificamos o valor atribuído pelos alunos ao livro didático. Poderiam recorrer a outras fontes, como a professora que estava na sala de aula e a pesquisadora, mas buscaram no livro didático, uma forma definida de saber. Aqui se ressalta que o valor cultural do livro didático não deve ser menosprezado, nem substituído por outras tecnologias como, por exemplo, o computador.

Trata-se de reconhecer o livro didático como um dos mediadores legítimos entre o aluno e o saber escolar, mediador no sentido atribuído por Vygotsky.

ES 5: Manipulação do objeto

A abstração enquanto internalização da ação concreta.

Destacamos que mesmo nessa faixa etária (entre 8 e 9 anos), a construção do pensamento abstrato ainda está interligada ao conhecimento empírico, por isso os objetos associados aos sólidos geométricos podem favorecer o aprendizado, pois o pensamento da criança ainda permanece acoplado à percepção sensível, à habilidade motora, ao movimento. Ilustrando esse pensamento destacamos algumas respostas de alunos:

“Foi bem melhor trabalhar com as peças que no livro, a gente acha melhor tocar”. (Cris)

“Achei interessante por poder tocar nos materiais...” (Celi)

“... Eu aprendi muito mais fazendo montagem de poliedros e ajudando o grupo com essa montagem... meu grupo ajudou com a montagem fazendo uma equipe: um cortava o durex, outros colavam nas figuras.” (Carol)

Como destacamos no segundo capítulo dessa pesquisa, para Piaget (1993:31), “...o movimento intervém não somente desde os inícios da percepção, mas ainda que desempenha um papel cada vez maior, graças à atividade perceptiva”. Desse ponto de vista, no período sensório-motor não existe nenhum movimento inserido numa “conduta” qualquer que não se apóie em percepções, nem alguma percepção que não seja inserida numa atividade que comporta elementos motores.

De natureza concreta, o objeto permite à criança uma relativa facilidade de manipulação no transcorrer das atividades escolares que visam a descoberta de propriedades, a leitura do objeto em perspectivas, enfim, a aprendizagem associada à percepção sensível e ao movimento.

Porém, as situações didáticas envolvendo objetos como recursos didáticos para o ensino e aprendizagem da geometria espacial, não deve ser reduzida à manipulação livre dos objetos, nem recair na banalização dos conceitos geométricos ou sobre o conhecimento empírico do aluno.

Em relação à utilização desses objetos como recursos didáticos, Pais (1996) adverte: “ ... a materialidade do objeto deve ser suplantada no sentido de permitir a gênese do processo de abstração, caso contrário, recai-se no erro de admitir a existência de uma “geometria concreta”, o que seria contraditória aos objetivos da educação matemática”.

5.3.2. Sessão 2

Objetivos com os alunos: seguindo os estudos de Bonafe (1988), pretendemos que os alunos realizem duas passagens alternadamente: de objetos materiais associados aos poliedros regulares para desenhos feitos pelos alunos e dos desenhos feitos pelos alunos para objetos materiais que representam poliedros regulares.

Objetivos da pesquisa: analisar aspectos relativos à visualização dos objetos associados aos poliedros regulares a partir dos desenhos dos alunos. Descrever a interação do aluno com os objetos materiais e com os desenhos associados à figuras geométricas espaciais produzidos por eles mesmos.

Material

Os objetos construídos pelos alunos na sessão anterior, em forma de poliedros regulares, tais como: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro, papel sulfite, material de uso pessoal como régua, lápis, apontador, lápis de cor, compasso. Para registrar os relatos dos alunos usamos gravador e fita K7.

Atividades:

- 1- Relembrar verbalmente a sessão anterior.
- 2- Apresentar os objetos em forma de poliedros regulares (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro).
- 3- Exploração manual e visual do objeto.
- 4- Desenho do objeto.
- 5- Brincadeira: “Adivinha qual é o objeto!”
- 6- Coleta da opinião dos alunos sobre as atividades da sessão (escritas e gravadas em fita K7).

Desenvolvimento:

No dia 26 de setembro de 2002, acompanhamos a professora até a sala de aula da quarta série, turma C, para a realização da segunda sessão dessa pesquisa. Os vinte e cinco alunos estavam presentes. Após cumprimentarmos os alunos, pedimos que relembassem e comunicassem verbalmente as atividades da aula anterior.

Com o objetivo de analisar aspectos relativos à visualização de figuras espaciais a partir dos desenhos e descrever a interação dos sujeitos com os objetos materiais e desenhos associados à figuras geométricas espaciais, apresentamos os objetos associados aos poliedros regulares que eles construíram na aula anterior, tais como: tetraedro, hexaedro, octaedro e dodecaedro. Além desses, apresentamos o icosaedro que montamos porque nenhum grupo conseguiu montar.

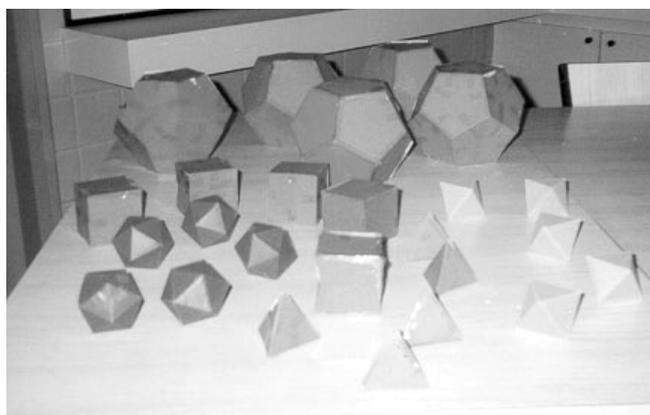


Figura 5.7- Foto dos objetos montados

Esgotando-se a revisão, distribuímos aleatoriamente um objeto associado a um dos poliedros regulares para cada aluno e solicitamos que explorassem o objeto.

1- Problema

Após a exploração manual e visual do objeto, pedimos que o fixassem na parte superior, à esquerda da carteira e não mexessem mais nele. Em seguida distribuímos as folhas de papel sulfite, solicitamos que colocassem nome e número na folha e lançamos o seguinte problema:

“- Cada aluno deverá desenhar o poliedro que recebeu da melhor maneira possível.”

Regras a serem cumpridas:

- 1) Não apagar os rascunhos.
- 2) Passar uma linha em volta do melhor desenho.



Figura 5.8- Foto do aluno desenhando o objeto associado ao dodecaedro.

Os alunos poderiam utilizar qualquer material escolar disponível. Para organizarmos a análise dos desenhos, enquanto os alunos desenhavam anotamos o nome de cada aluno e do objeto que recebeu para desenhar.

Em meio aos rumores de dificuldades, Bira¹⁴ mexeu no seu objeto alegando:

“- Não posso ver todo o objeto”.

Muitos alunos também fizeram a mesma reclamação.

Entendemos que a dificuldade de “ver” o objeto associado à figura geométrica não é apenas um obstáculo de percepção visual, mas uma dificuldade de “**visualização**” ou de “**percepção**”. Aqui, interpretamos “perceber” com o mesmo significado de “visualizar”, pois ambos sentidos transcendem a percepção visual. Para Merleau-Ponty (1990), perceber determinado objeto envolve além da percepção visual, outros fatores como: o corpo-próprio, o espaço, a perspectiva, o movimento, a razão, a palavra.

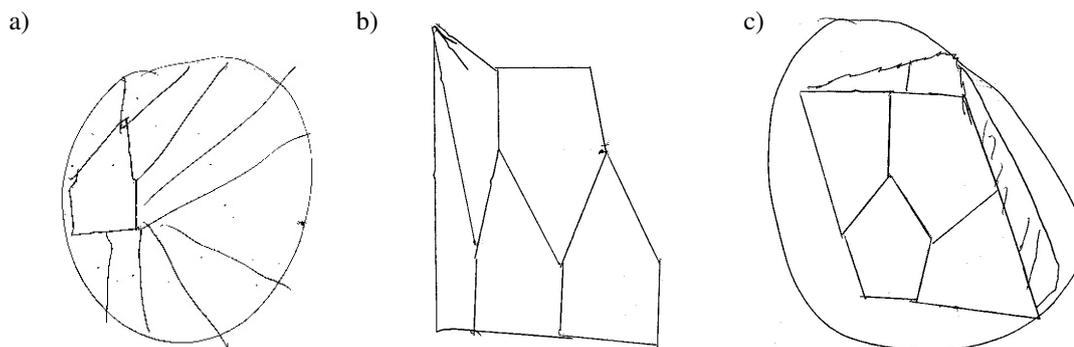
Durante a realização dos desenhos os alunos tiveram a liberdade de escolher e utilizar vários materiais como: réguas, lápis de cor, compassos. Após todos concluírem os desenhos, solicitamos que copiassem do quadro-negro e respondessem a seguinte pergunta: “*Você teve dificuldades para desenhar o poliedro? Explique sua resposta.*”

Essa pergunta teve o propósito de reunirmos opiniões dos alunos acerca da representação dos objetos espaciais através de desenhos.

A seguir apresentamos as respostas e os desenhos dos alunos que consideramos mais significativos. Essa análise tem como objetivo, desvendar alguns aspectos da interação dos alunos com os objetos e desenhos associados aos poliedros regulares produzidos por eles mesmos.

Os desenhos de Caio representam o dodecaedro em estágio ainda embrionário. No desenho “b” (rascunho) e no desenho “c” (selecionado pelo aluno como o melhor desenho), há algumas tentativas de pentágonos, mas em geral, os desenhos não têm formas muito definidas.

¹⁴ Os sujeitos participantes da pesquisa serão identificados por cognomes.



5.9- Representação do dodecaedro feita por Caio.

Para Caio, o melhor desenho é o “c”. Percebemos que mesmo que esse desenho apresente um certo viés que lhe atribuí um certo grau de profundidade, o sujeito ainda não usa nenhum sistema de representação ou projeção para representar o objeto espacial através de desenhos.

Observando esses desenhos lançamo-nos ao entendimento de Bicudo (2000) em relação à construção do conhecimento geométrico: “... a construção do conhecimento geométrico entendido no contexto da compreensão de que a construção do conhecimento e construção da realidade participam de um mesmo movimento”.

Isso significa que a objetividade da Geometria em sua tendência tradicional não prevê o desenvolvimento de habilidades para as representações geométricas. De modo geral, simplesmente esperam que o aluno aceite e imite os métodos de representação convencionais da Geometria. Passos (2000) destaca que essa tendência tem sido freqüentemente verificada em muitos trabalhos publicados e cita a seguinte passagem:

... A perspectiva é a representação do espaço não no sentido de um objeto mental, mas sim da reprodução em um pedaço de papel, um método adquirido por imitação, que é sistematicamente exercitado, ensinado ao estudante que veja o que realmente vê - linhas, planos, luminoso, sombra - e que finalmente se racionaliza em uma teoria completamente desenvolvida...” (Freudental, 1983 apud Passos, 2000:159)”.

Nesse caso, cabe ao professor a tarefa de analisar os desenhos e preparar atividades que possam ampliar a percepção dos alunos no sentido de colaborar para a

aquisição de métodos de representações em perspectivas e leituras de desenhos geométricos. Entendemos que dominar esse tipo de representação não é simples, mas é muito importante para a evolução intelectual do aluno na Geometria.

Pati também demonstra dificuldades em visualizar e desenhar objetos tridimensionais: “*Você teve dificuldades para desenhar o poliedro?*”

Pati respondeu: “*Sim, porque o poliedro era difícil de desenhar*”.

Através de seus desenhos, podemos dizer que Pati não domina as técnicas de perspectiva, ou seja, o processo de representação plana de objetos tridimensionais. Ela percebeu o objeto associado ao dodecaedro como se ele fosse uma esfera, porque todos os desenhos têm como base uma circunferência.

Supomos que ao ver o objeto associado ao dodecaedro, Pati o associe à esfera devido o formato da bola com a qual geralmente as crianças têm muita familiaridade em seu cotidiano. Lembramos também que os gomos da bola oficial de futebol possuem formatos pentagonais, o mesmo formato que compõe as faces da figura do dodecaedro.

O desenho “c” é o que melhor representa o dodecaedro para a aluna.

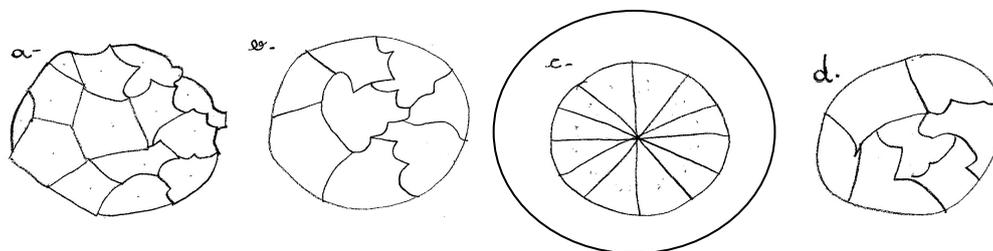


Figura 5.10- Representações do dodecaedro feitos por Pati

A respeito dessas dificuldades, Gutiérrez (1989) apud Passos (2000:182), ressalta que considera importante que ao se ensinar geometria espacial se considere as dificuldades de se compreender o conceito subjacente a uma representação plana, tendo em vista a necessidade de se recorrer a dois fatores: a interpretação da figura plana para convertê-la em um objeto tridimensional e a interpretação dos conceitos geométricos presentes na figura.

Apenas um aluno, Cris, ao fazer a representação do objeto associados à figura espacial desenhou apenas uma das faces, um polígono. Quanto à pergunta:

“Você teve dificuldades para desenhar o poliedro?”; Cris respondeu de maneira ilustrativa:

“Não. Porque pensei assim, olhando o  do livro ou o que a gente confeccionou, tirando as faces de baixo e dos lados fica uma forma geométrica: um quadrado”.

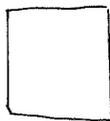


Figura 5.11- Representação do cubo feita por Cris.

Analisando a resposta e os desenhos de Cris, consideramos que ela demonstra habilidades em flexionar a imagem mental criada do conceito do cubo, retirar-lhe a maioria das faces e representar apenas uma de suas faces através de uma figura geométrica plana: o quadrado.

Outras representações do cubo através de desenhos também são interessantes para mostrar a variação de percepção e níveis de desenvolvimento dos alunos. Celi, por exemplo, escreve na folha do seu desenho: “... desenhar o que você vê é difícil, principalmente desenhar as faces e tudo”.

Celi tenta representar o objeto associado ao cubo como o percebe visualmente, aproximando todos seus desenhos, inclusive os rascunhos, da perspectiva cavaleira, sempre procurando preservar o paralelismo entre alguns traços (arestas).

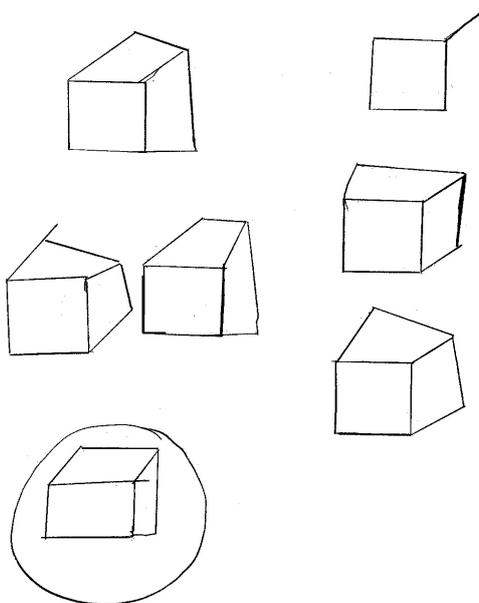


Figura 5.12- Representações do cubo feita por Celi.

Todos os desenhos apresentam três faces e a face frontal sempre é representada por um quadrado não deformado, o que nos indica que Celi consegue estabelecer alguns critérios para a representação em perspectiva.

Carol relata que o objeto associado ao cubo foi “... *uma figura muito fácil de desenhar, só de sentir já estava sabendo como eu ia fazer a figura*”.

Destacamos dois aspectos de interação desse relato: a importância atribuída à manipulação do objeto associado à figura geométrica e o “sentir”, associado ao conhecimento intuitivo, à percepção sensível. De acordo com Pais (1996), “a generalidade e a abstração dos conceitos geométricos são constituídos pouco a pouco, num processo que envolve necessariamente a influência do mundo físico e uma reflexão intelectual sobre este mundo.”

O “sentir” no discurso do sujeito vem confirmar a ideia da abstração enquanto a internalização da ação concreta, além de valorizar a utilização dos objetos enquanto recursos pedagógicos.

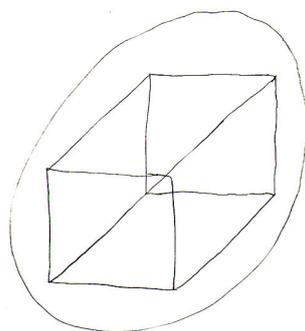


Figura 5.13- Representação do cubo feito por Carol.

A figura 5.13 mostra que na representação das arestas, ao invés de traçar duas arestas, tem-se a diagonal do prisma, inclusive não passando pelo vértice. É nítido que não se trata de dois segmentos, mas apenas de um. Isso pode indicar que foram traçados inicialmente os dois quadrados, do primeiro e do segundo plano e depois realizado as conexões entre os vértices.

Essa maneira de desenhar o cubo é muito comum entre as crianças desta faixa etária e por esse desenho, pode-se dizer que Carol utiliza-se dessa forma para representar o cubo com certa agilidade, mesmo sem compreender os significados de cada elemento da representação e sem saber desenhar em perspectiva.

Além de Carol, outros alunos também desenharam figuras de poliedros regulares demonstrando algumas habilidades em visualizar e representar o objeto tridimensional em perspectiva. Ane, por exemplo, representou o tetraedro com desenhos bem aproximados da representação em perspectiva cavaleira.

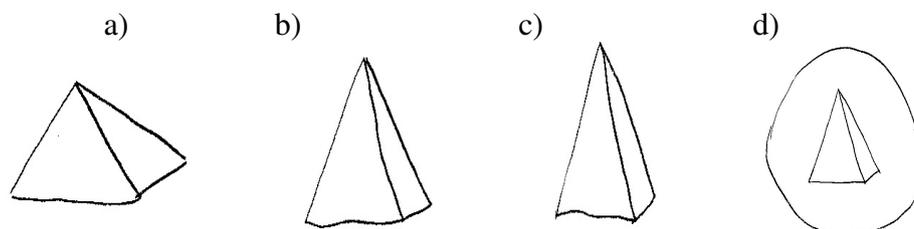


Figura 5.14- Representações do tetraedro feitas por Ane.

Entre os vinte e cinco alunos que representaram os objetos tridimensionais associados aos poliedros regulares, apenas dois utilizaram linhas pontilhadas. Um deles é o desenho associado ao “icosaedro” feito por John.

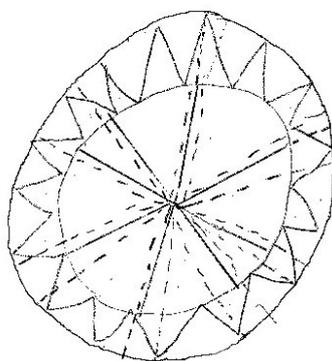


Figura 5.15- Representação do icosaedro feita por John.

À pergunta: “*Você teve dificuldades para desenhar o poliedro?*” John respondeu:

“*Sim, porque eu não consegui ver por trás do poliedro, eu não conseguia desenhar a parte de trás do poliedro.*”

Apesar de seu desenho ser totalmente embrionário, não demonstrando nenhuma habilidade de representar em perspectiva, entendemos que as linhas pontilhadas são tentativas de representar a parte de trás do objeto. Pelo desenho e relato, supomos que John não conseguiu visualizar o objeto geométrico.

... uma imagem mental é uma representação mental de um conceito ou propriedade matemática, contendo informações baseadas em elementos pictóricos, gráficos ou diagramáticos. “Visualização” ou pensamento visual é a espécie de raciocínio baseado no uso de imagens mentais. (Gutiérrez, 1999, apud Passos, 2000:87)

Ivy (figura 5.16) também representou o poliedro com linhas pontilhadas. Além das linhas pontilhadas, ela usou linhas contínuas para dar noção de profundidade e perspectiva ao desenho. Mesmo sendo ambíguo, muitas crianças usam o mesmo sistema para representar o cubo.

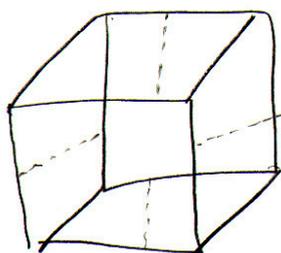


Figura 5.16- Representação do cubo feita por Ivy.

Normalmente as crianças usam essa estratégia para representar o cubo. Eles desenharam dois quadrados e completaram o desenho traçando as linhas que representam as arestas e desta maneira produzem as faces laterais, superior e inferior.

A maioria das representações do octaedro foram semelhantes. Para nós, o mais significativo foi o da Maitê. Ela realizou várias tentativas e selecionou dois desenhos para representar o objeto associado ao octaedro. Os desenhos são acompanhados de uma explicação da aluna: “*se eu olhasse (o objeto) deitado eu via só uma face*”. (Maitê)

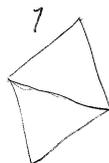


Figura 5.17- Representação feita por Maitê: octaedro “deitado”.

“se eu colocasse em pé eu via todas as faces”. (Maitê)

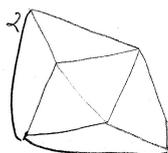


Figura 5.18- Representação feita por Maitê: octaedro “em pé”.

Para a aluna, a “figura 5.18” representa todas as faces do octaedro, mesmo que o desenho ilustre apenas seis faces do octaedro. Esses desenhos reforçam a necessidade de se intensificar a intervenção do professor quanto à leitura e as representações geométricas, sejam elas através de objetos ou desenhos associados aos sólidos geométricos, pois esse é um tipo de conhecimento social, uma construção que se dá na interação do sujeito com o seu meio cultural que devemos reforçar na escola.

Em relação a necessidade da utilização de instrumentos de construção geométrica, Mila destaca que teve dificuldades em desenhar o poliedro porque: “... no início eu esqueci de usar a régua, mas depois eu consegui fazer com a régua”.

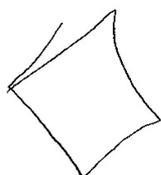


Figura 5.19- desenho sem o auxílio da régua

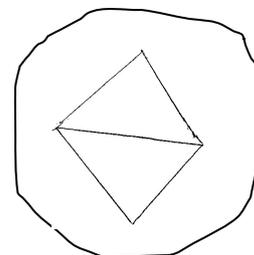


Figura 5.20- desenho com o auxílio da régua

A resposta e os desenhos de Mila (figuras 5.19 e 5.20) vêm reforçar a seguinte idéia:

É o momento de recuperação de espaço dos instrumentos de construção geométrica nas escolas: a régua, o compasso, os esquadros e o transferidor devem fazer parte do cotidiano pedagógico de nossas crianças desde o mais cedo possível... Garantir a presença destes objetos culturais

na sala de aula, com ampla e irrestrita utilização pelos alunos, é uma forma inegável de dar acesso ao conhecimento matemático cultural. Muniz (2001b:71)

Após a realização dos desenhos, todos participaram de uma brincadeira utilizando o seus próprios desenhos. Nosso objetivo era observar como os alunos realizam a passagem dos desenhos feitos por eles mesmos, para os objetos materiais que representam poliedros regulares.

2- Aprender brincando: o lúdico

Para brincarmos, os alunos não poderiam mostrar seus desenhos a ninguém. Em seguida organizamos dois grupos: o grupo dos alunos que receberam os números pares e os que receberam os ímpares.

Na varanda da escola, solicitamos que os alunos de números pares sentassem de frente para os de números ímpares, formando duas colunas. Colocamos no meio das colunas, os objetos associados aos poliedros regulares e explicamos a brincadeira: *“Adivinha qual é o objeto!”*

Uma comissão julgadora foi formada por 3 pessoas: a professora da classe, uma estagiária do curso Normal da Escola e uma aluna que não tinha par.

Regras da brincadeira e pontuação:

Os alunos do grupo “par” não deveriam mostrar os desenhos para os alunos do grupo “ímpar” e vice-versa.

Exemplo: os alunos correspondentes aos numerais 1 e 2 levantam e vão no meio das colunas. O aluno “1” apresenta seu desenho para o aluno “2”. O aluno “2” deve olhar o desenho e pegar dentre os objetos colocados no meio das duas colunas, aquele que representa o poliedro regular desenhado pelo aluno “1”.



Figura 5.21- Foto 1. Jogo: Advinha qual é o objeto!

Se o aluno “2” conseguir ler o desenho e acertar qual é o objeto correspondente, as duas equipes ganham 1 ponto, pois o desenho do aluno “1” foi bem desenhado e o aluno “2” conseguiu ler o desenho e localizar o objeto correspondente. E assim sucessivamente.

Caso o aluno “2” não consiga ler o desenho do aluno do grupo “1”, a comissão julgadora deverá analisar o desenho. Se a comissão julgar que o desenho não está bom, que não dá para achar o objeto correspondente, então o grupo “1” não ganha ponto e o aluno do grupo “2” tem a chance de ler um desenho sorteado pela comissão julgadora.



Figura 5.22- Foto 2. Jogo: Advinha qual é o objeto!

Os alunos dos grupos alternaram-se na brincadeira. Cada aluno teve o direito de participar uma vez apresentando seu desenho e uma vez tentando adivinhar qual é o objeto correspondente ao desenho de um dos alunos do outro grupo.

Após o jogo, gravamos em fita K7, as respostas dos alunos para a seguinte pergunta: “*Você teve dificuldades para encontrar o objeto que seu colega desenhou?*” A maioria das crianças respondeu que não, exceto Luca e Carol.

Luca disse que não conseguiu encontrar o objeto associado ao desenho feito por John, exposto pela figura 5.15. Ele descreve o desenho da seguinte maneira: “*uma bola e um monte de triângulo. É meio estranho*”.

Essa fala reporta a uma questão conceitual importante para nossa pesquisa, pois a representação do icosaedro feita por John, figura 5.15, associa a representação da “bola” (círculo) com um conjunto de triângulos. A questão seria, como associar uma figura representada por uma curva com um conjunto de outras que não possuem curvas, mas apenas segmentos de retas. Essa questão pode nos trazer grandes contribuições tanto para a questão das representações mentais de formas geométricas quanto do processo de conceitualização geométrica.

Elen também não encontrou o objeto associado ao desenho da figura 5.24. Ela o descreve: “*... foi feito uma bola com um monte de risco dentro, mas era um desenho de doze faces, só que não deu pra ver muito bem qual era.*”

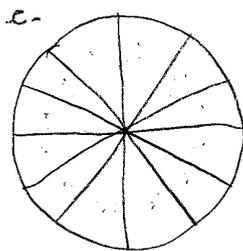


Figura 5.23- Desenho lido por Elen

A análise dos desenhos e relatos dos alunos deixam claro a importância da exploração dos recursos didáticos como desenhos e objetos para a aprendizagem da Geometria. É preciso que o professor esteja atento aos desenhos dos alunos para propor atividades capazes de provocar imagens mentais, como por exemplo: a análise de desenhos de um mesmo objeto em várias perspectivas, a observação de objetos e desenhos estereotipados para tentar adivinhar a qual objeto tal

representação corresponde, utilização de técnicas apropriadas para a reprodução plana de figuras espaciais.

3- Elementos de síntese

Tendo em vista o objetivo de analisar aspectos relativos à visualização de figuras espaciais e interação dos sujeitos com os recursos didáticos: desenhos e objetos, destacamos os seguintes elementos de síntese:

ES 6) Visualização

“A percepção dos objetos e dos desenhos associadas às figuras espaciais transcendem à percepção sensível.”

As verbalizações e os desenhos de Bira, Caio e Pati deixam claro que os alunos têm dificuldades para perceber os objetos tridimensionais. Mesmo manipulando o objeto associado ao sólido geométrico, observado suas características, o aluno não consegue visualizar a figura espacial. Visualizar o objeto significa superar a percepção sensível.

Por isso, o que entendemos por visualização associa-se ao sentido de percepção apresentado por Merleau-Ponty (1999). Ele refere-se à percepção como um dos fatores importantes para a aprendizagem, mas ressalta que as aquisições empíricas, subjetivas adquiridas pela experiência corporal só podem ser superadas com a ação do sujeito cognitivo: “é pensando meu corpo como objeto móvel que posso decifrar a aparência perceptiva e construir o cubo verdadeiro” (Merleau-Ponty, 1999: 274)

Visualizar um cubo consiste em perceber um cubo além das sensações. Merleau-Ponty (1999) mostra porque podemos visualizar por exemplo, um cubo, mas não podemos enxergar as seis faces de um cubo, mesmo que este seja feito de vidro:

À medida que giro em torno dele, vejo a face frontal, que era um quadrado, deformar-se, depois desaparecer, enquanto os outros lados aparecem e tornam-se cada um, por sua vez, quadrado. Para mim o desenrolar dessa experiência é apenas a ocasião de pensar o cubo total

com suas seis faces iguais e simultâneas, a estrutura inteligível que lhe dá razão... (Merleau-Ponty, 1999:274)

ES 7) Recursos pedagógicos

Objetos e desenhos utilizados didaticamente podem auxiliar o desenvolvimento das imagens mentais e o processo de construção do conhecimento em relação aos conceitos geométricos espaciais.

Tomando o discurso de Cris podemos compreender como os alunos transitam entre o conhecimento experimental através do “objeto” e “desenho” e suas imagens mentais: “... pensei assim, olhando o  do livro ou o que a gente confeccionou, tirando as faces de baixo e dos lados fica uma forma geométrica: um quadrado”. 

Segundo Pais (1996:65), as representações através de objetos e desenhos têm uma influência predominante nos procedimentos de raciocínio do aluno no transcurso da construção de seu conhecimento geométrico. “O trabalho com esses elementos experimentais constitui, principalmente para o aluno de primeiro grau, um recurso necessário à transposição de um nível pré-categorial para o mundo das idéias abstratas”.

ES 8) Representação plana de figuras espaciais

Segundo Bonafe (1988), entre todas as dificuldades existentes no ensino da geometria espacial, a primeira delas está relacionada à representação do espaço, porque exige um grau maior de abstração.

Dentre as formas de representação de figuras espaciais, consideramos que o desenho em perspectiva requer um grau de habilidade e conhecimento de técnicas que devem ser ensinadas na escola, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental.

Como os desenhos geométricos fazem parte de nosso objeto de estudo, que é descrever as possíveis interações entre sujeito e recursos didáticos: desenho, objeto e representações dinâmicas, durante essa sessão observamos e destacamos que na interação sujeito-desenho geométrico, há alguns graus de dificuldade em representar em perspectiva.

Além dos desenhos embrionários de Caio, Pati e John, percebemos que muitos alunos expressaram dificuldades e não conseguiram desenhar em perspectiva, os objetos associados às figuras espaciais.

Para Bonafe (1988), essas dificuldades recaem na falta de conhecimentos do sujeito em, por exemplo, perceber que o objeto não pode ser representado tal e qual no plano. Para conseguir essa percepção, ele deve recorrer às imagens mentais que, por vezes, ainda não tenha formulado com precisão e qualidade.

Nesse caso, o sujeito coloca em ação suas concepções acerca do espaço de representação, em especial, seus conceitos e teoremas (os invariantes operacionais), suas inferências, seus significantes e significados, suas hipóteses, tal como vimos na Teoria Operatória da Representação de Vergnaud.

Passos (2000) aborda essa questão e cita alguns estudos acerca dos trabalhos de Soller (1991) e Freudenthal (1983). Para esses autores, “... a imagem mental de, por exemplo, um cubo parece diferir consideravelmente da imagem visual prescrita pela teoria da perspectiva. Ver, interpretar e produzir desenhos em perspectiva não se constitui em uma habilidade simples, mas sim algo que tem que ser aprendido.”

Bonafe (1988) também destaca que a representação plana do objeto espacial pode constituir um obstáculo para a aprendizagem da geometria e deve ser ensinada na escola.

ES 9) Ação didática

Através da ação didática o professor pode promover ambientes de aprendizagem.

De acordo com a teoria das Situações Didáticas no Contrato Didático, uma das tarefas do professor é intervir para que o aluno aprenda, porque ensinar é planejar a intervenção, realizá-la e refletir sobre ela. Niquini (1999) cita que Brousseau (1986), considera “ensinar” como sendo a tarefa do professor em fazer com que o aluno, ao tentar resolver um problema novo, ponha em atividade o seu saber, tente novas soluções que ainda não conhece e possa, então, realizar um movimento em direção ao novo.

Reportando à questão da interação entre sujeito e recursos didáticos para a representação de figuras espaciais, podemos dizer que representação seja ela através de desenhos, objetos, símbolos, depende muito da qualidade das imagens mentais que o sujeito é capaz de elaborar, porque nem sempre a pessoa vê o que se espera que ela veja.

Por isso o professor deve intervir didaticamente, propondo situações variadas para que os alunos tenham oportunidades para reconhecer, fazer produzir e interpretar representações geométricas.

ES 10) Utilização de instrumentos de construção geométrica

A utilização de instrumentos como régua, compasso e esquadro para desenhos geométricos deve ser resgatada nas salas de aula.

Cabe ao professor organizar situações didáticas em que os alunos tenham a oportunidade de explorar e aprender a forma apropriada e conveniente de utilização de instrumentos para os desenhos geométricos. Segundo Muniz (2001), é uma alegria para os alunos manipularem o compasso, a régua, o esquadro para o planejamento de seus projetos.

Além desses recursos tradicionais os professores também podem contar com os instrumentos oferecidos atualmente pelos programas de computador, onde a interatividade provocada pelas imagens digitalizadas dá aos alunos a oportunidade de criar representações geométricas no ambiente virtual, impossíveis de serem construídas com os instrumentos convencionais.

A questão da utilização dos instrumentos dos computadores como recursos didáticos para o ensino e aprendizagem da geometria espacial será abordado no decorrer da pesquisa. Para Gutiérrez (1996),

... a popularização de computadores e de outras ferramentas tem fornecido aos professores e aos pesquisadores, de modo geral, novos contextos para o ensino da Geometria Espacial. Esses contextos tornam possível o acesso a uma outra forma de representação, uma vez que computadores com softwares especiais permitem aos estudantes “ver” e “transformar” um

sólido, representado de várias maneiras. (Gutiérrez, 1996 apud Passos, 2000:117)

ES 11) Devolução de problemas

Durante a realização dessa sessão, várias atividades foram promovidas com o objetivo de propor situações problemas contextualizadas e de forma interessante, fazendo que os sujeitos tomassem para si os desafios. Por isso criamos atividades envolvendo a criatividade, como o desenhar os objetos e a brincadeira na varanda, onde os alunos tiveram que usar conhecimentos anteriores construir novas elaborações para resolver problemas e controlar uma situação, sempre interagindo com outros sujeitos e com recursos didáticos tais como: desenhos e objetos associados às figuras espaciais.

Nosso objetivo era criar situações nas quais os sujeitos pudessem se confrontar afetivamente, emocionalmente, cognitivamente com o meio social, com seu objeto de estudo: sólidos regulares e com os recursos didáticos.

Para Muniz (2001b:44), “propor situações problemas deve significar a oferta de situações de desafio geradora de desestabilização afetiva e cognitiva, fazendo com que a criança se lance à aventura de superação da dificuldade proposta pelo educador, e assim, realizando atividades matemáticas.”

5.3.3. Sessão 3

Objetivo com os alunos: Segundo os estudos de Bonafe (1988) realizar duas passagens: de objetos associados aos poliedros regulares para representações dinâmicas e de desenhos (tais como encontrados em livros didáticos) para as representações dinâmicas.

Objetivos da pesquisa: Descrever os níveis de interação dos alunos com as representações dinâmicas, com os objetos e com os desenhos (tais como encontrados em livros didáticos), associados às figuras geométricas espaciais.

Observar aspectos relativos à possibilidade de visualização dos poliedros regulares através das representações dinâmicas.

Analisar como os alunos relacionam a definição dos poliedros regulares com as imagens tridimensionais.

Material

Vinte e cinco computadores com o programa Poly instalado e acessado. Objetos em forma de poliedros regulares que os alunos montaram na primeira sessão e outros montados pela pesquisadora, sobre a mesa principal do laboratório. Fichas com desenhos associados aos poliedros regulares (tais como encontramos nos livros didáticos), lápis e apontador, gravador e fita K7.

Atividades:

- 1) Apresentar o Programa Poly e seus instrumentos para os alunos.
- 2) Os alunos: manusear livremente as representações dinâmicas das cinco figuras geométricas espaciais: tetraedro, hexaedro (cubo), octaedro, dodecaedro e icosaedro.
- 3) Relacionar os nomes às imagens digitais associadas às figuras de poliedros regulares. Relacionar objetos às imagens digitais associadas aos poliedros regulares.
- 4) Relacionar desenhos às imagens digitais associadas aos poliedros regulares.
- 5) Gravar em fita K7 as opiniões dos alunos acerca das representações dinâmicas.

Desenvolvimento:

No dia 02 de outubro de 2002, levamos os alunos da quarta série, turma C, para o laboratório de informática da escola, onde trabalhamos com o programa Poly, de representações de poliedros. Uma aluna faltou à aula.

Poly é um programa produzido pela Pedagoguery Software Inc., disponível como shareware para avaliação no site: <http://www.peda.com>. Instalamos o modo shareware do programa nos computadores do CENSA-MS, no dia 30 de setembro de 2002. Nosso objetivo era analisar as possíveis interações dos alunos com as imagens digitais em movimento possíveis através dos recursos do programa. Optamos por esse programa porque ele permite a exploração e a construção dos poliedros no computador de várias maneiras, através de comandos simples.

Consideramos as representações digitalizadas de figuras espaciais desse ambiente como representações dinâmicas porque através do manuseio do mouse o usuário emite comandos que possibilitam à imagem do poliedro, se movimentar em diversas direções, abrir e fechar sem que seja necessário parar o movimento de rotação. A velocidade da rotação também é controlada pelo usuário, fica a seu critério parar a imagem, colocá-la estática em determinada posição, planificá-la, evidenciar vértices, colocar cores diferentes nas faces. O menu do programa é de fácil compreensão e os usuários têm acesso ao nome correto de todas as figuras espaciais.

1- Representações dinâmicas associadas às imagens associadas aos poliedros regulares, apresentados pelo programa Poly.

Buscando desvendar as possíveis interações dos sujeitos com recursos didáticos e a representação da geometria espacial com o uso das novas tecnologias da informática na educação, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, desenvolvemos atividades com vistas a observar aspectos relativos à possibilidade de visualização dos poliedros regulares através das representações dinâmicas.

Nesse sentido, ao chegarmos no laboratório de informática com os sujeitos, solicitamos que todos sentassem de frente para os computadores que já estavam ligados e com o programa Poly acessado. Apresentamos o programa para os alunos e explicamos os comandos necessários. Dentre outras, o programa permite as seguintes ações:

- Escolher as representações dinâmicas associadas às figuras geométricas espaciais pelo nome;
- rotacionar as figuras com os movimentos do mouse;
- compor e decompor as figuras por planificação;
- colorir toda a figura associada ao poliedro regular de uma única cor ou com as faces em cores variadas;
- escolher a representação dinâmica do sólido tridimensional sombreado sem arestas;

- escolher a representação dinâmica do sólido tridimensional sombreado com arestas;
- exibir as arestas da imagem associada à figura geométrica.

Imagens do programa Poly:

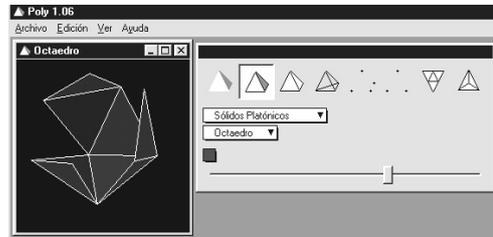


Figura 5.24- Processo de planificação da imagem digital associada ao octaedro

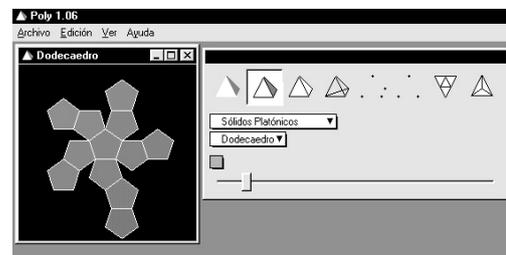


Figura 5.25- Imagem digital associada ao dodecaedro planificado

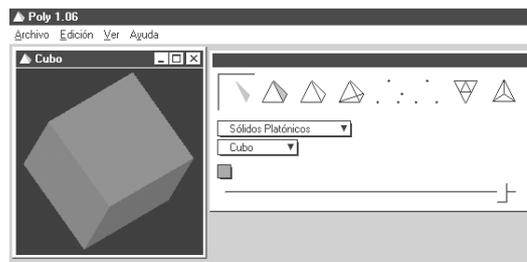


Figura 5.26- Imagem digital associada ao cubo sem arestas

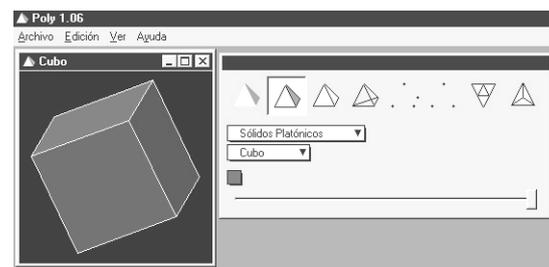


Figura 5.27- Imagem digital associada ao cubo com arestas

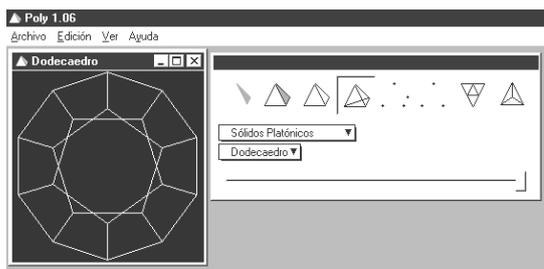


Figura 5.28- Imagem digital associada às arestas do dodecaedro

2- Conhecendo o programa

Após a demonstração do programa Poly, os alunos manusearam livremente as representações dinâmicas com liberdade para solicitar explicações para eventuais dúvidas em relação aos comandos.



Figura 5.29- Alunos conhecendo o programa Poly

3- Situações problemas

3.1- Passar do objeto material para a representação dinâmica

Sendo um dos objetivos desta pesquisa, desvelar o fenômeno da interação entre o sujeito e as representações das figuras espaciais através de recursos didáticos como objeto e representação dinâmica, pedimos para os alunos escolherem um dos objetos associados aos poliedros regulares que estavam sobre a mesa do laboratório.



Figura 5.30- Alunos escolhendo objetos associados aos poliedros regulares

Logo que retornaram à mesa do computador pedimos para manusearem e observarem o objeto e em seguida lançamos a seguinte situação problema:

“Encontrar na tela do computador, a imagem associada ao objeto em forma de poliedro regular”.



Figura 5.31- Passagem do objeto para a representação dinâmica

Rapidamente todos os alunos encontraram a imagem associada ao objeto que pegaram. Solicitamos que encontrassem no menu de opções do programa, o nome da imagem relacionada ao poliedro na tela do computador, que observassem os elementos dos objetos, tais como: faces, arestas e vértices a explorassem a representação dinâmica compondo e decompondo a imagem por planificação.



Figura 5.32- Exploração das representações dinâmicas

3.2- Passar do desenho (tal como encontramos nos livros didáticos) para a representação dinâmica.

Nesse momento, procurávamos perceber como o sujeito interage com os recursos didáticos: desenho e representação dinâmica, e como utilizam desses recursos para representar figuras espaciais. Nesse sentido, o próximo desafio que os alunos deveriam realizar era o seguinte:

“Encontrar na tela do computador, a imagem associada ao desenho em forma de poliedro regular”.

Para a realização dessa atividade, com a ajuda da professora distribuimos uma ficha com um desenho associado a poliedro regular para cada aluno. Desenhos das fichas no Anexo I.

Eles deveriam achar na tela do computador a mesma figura do papel.



Figura 5.33- Passagem do desenho para a representação dinâmica

Todos os alunos realizaram essas atividades rapidamente e com sucesso. Solicitamos então, que explorassem a imagem associada ao poliedro regular na tela do computador: localizar no menu o nome da figura geométrica espacial, sombrear o objeto, expor arestas, colorir as faces de uma única cor ou em cores variadas, rotacionar as figuras em várias direções movimentando o mouse, compor e decompor as figuras por planificação.

Enquanto exploravam as imagens no computador, percorremos as mesas dos alunos e perguntamos:

“- O que foi mais fácil: achar a imagem que representa os poliedros regulares no computador quando você pegou o objeto, ou quando você pegou a ficha com o desenho da figura?”

As respostas foram gravadas em fita K7.

Para alguns alunos é mais fácil localizar a imagem na tela do computador a partir do objeto associado ao poliedro regular, por exemplo:

“- A hora que eu peguei o objeto e localizei no computador...” (Bira)

“- Quando eu peguei o objeto ali no computador foi mais fácil sim”.(Caio)

“- O objeto. Porque como ele é concreto você vê todas as partes...Com o desenho foi mais difícil, porque com o objeto dá pra olhar melhor”.(Deni)

Alunos como Deni preferem decodificar ou ler objetos a desenhos associados aos poliedros regulares. Supomos que essa facilidade em perceber a representação geométrica através do objeto ocorre devido à manipulação.

Outros acham que desenho e objeto têm o mesmo grau de dificuldades, mas fazem algumas ressalvas em relação ao desenho:

*“- Os dois... porque quando eu peguei o **desenho estava bem desenhado** e o objeto estava montado como era certo”.(Maitê)*

“- Os dois são muito fáceis porque é um desenho muito fácil de desenhar e de ver no computador também”. (Ane)

Esses relatos vêm reforçar algumas categorias já destacadas nas sessões anteriores, como a visualização. A dificuldade de visualização é quando o aluno não consegue perceber, em nível de imagens mentais, além do que seus sentidos podem captar.

Em relação à percepção de Maitê: “... *o desenho estava bem desenhado*”. Às vezes os desenhos estereotipados podem dificultar a leitura dos elementos da figura espacial. Essas dificuldades são caracterizadas por Coelho e Saraiva (2000) como “obstáculos visuais”.

Segundo os autores citados, outros inconvenientes dos desenhos realizados com lápis e papel e dos desenhos nos livros são: a morosidade na exploração de exemplos significativos, a menor precisão nas medições e cálculos e, principalmente, na maioria dos casos, a não passagem do desenho à figura (mental), porque os desenhos são estáticos e apenas podem ser tornados flexíveis por ‘imaginação mental’. Esses autores tratam o significado de “passagem” tal como tratado por Bonafe (1988).

Para alguns sujeitos, o nível de dificuldade de realizar a passagem do objeto para a representação dinâmica e do desenho para a representação dinâmica é o mesmo. Destacamos algumas expressões dos sujeitos:

“- *Nenhum dos dois eu achei difícil, porque a gente olhava no computador e era tudo muito fácil de achar...*” (Pati)

“- *...Quando eu fui pegar o objeto, eu peguei o objeto que eu já sabia... o de vinte faces... icosaedro e no papelzinho também foi fácil porque era o dodecaedro, que tem 12 faces*”. (John)

Com o objetivo de desvendarmos alguns aspectos da interação dos alunos com as representações dinâmicas, perguntamos para os alunos: “- *O que você achou das imagens que se movimentam na tela do computador?*”

Com o objetivo de estudarmos a interação dos sujeitos com as representações dinâmicas na representação de figuras espaciais em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, selecionadas as seguintes respostas:

“- A imagem é muito melhor do que fazer na sala, porque dá pra você ver quantas faces e arestas tem a figura que você achou...” (Bira)

“- Eu achei interessante, porque é um outro jeito de ver os poliedros regulares.” (Mari)

“- Interessante, porque dava pra eu ver como é o lado dela, por dentro, por fora... Por dentro é o mais legal porque podia conhecer como que era por dentro dela e como ela se abria e se fechava no computador.” (John)

A partir desses relatos, percebemos que as representações dinâmicas podem significar um recurso de grande auxílio pedagógico na atividade de ampliar as formas de representação tanto do mundo real como das idéias abstratas, porque os instrumentos computacionais permitem um certo grau de interatividade entre o sujeito e as imagens digitais, como movimentar as representações com facilidade e em perspectivas diferentes das vistas em desenhos estáticos.

Nesse processo de visualização dos conceitos geométricos, Passos (2000:92) aborda a importância do computador:

A produção de imagens, possibilitando ver em perspectivas os objetos do espaço, é extremamente propícia para o desenvolvimento das intuições, dando acesso a novas figuras e, provavelmente, o uso dos computadores trará novos elementos ao traçado utilizado anteriormente apenas com régua e compasso. (Passos, 2000: 92)

A partir das considerações levantadas acerca da utilização de recursos didáticos para a representação de conceitos da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, compreendemos que os ambientes computacionais podem ser incorporados às situações didáticas como um elemento auxiliar aos outros elementos na representação e construção do conhecimento geométrico.

Participamos da idéia de que os ambientes computacionais possibilitam ao aluno representar suas idéias sem o medo de errar, com liberdade para criar, testar hipóteses, fazer analogias, experimentos. O ambiente interativo criado pelo programa pode ser grande multiplicador de imagens mentais, o que corresponde à ampliação das representações e à construção dos conceitos.

Outra expressão importante, é a de Teo.

“- Eu acho o programa muito legal, dá pra ver os poliedros de dentro e de fora e não é tão difícil fazer como a gente fez na sala. Porque o computador é automático”. (Teo)

Vale destacarmos que o “automático” aqui tem significado e valor no processo de construção do conhecimento quando o sujeito é capaz de estabelecer correspondências entre as imagens mentais e suas construções prévias. Para “ver”, o sujeito deve possuir certas estruturas conceituais que o permita assimilar as representações propostas na tela do computador para que o sujeito epistêmico possa dar-lhe sentido e significado.

4- Elementos de síntese

Buscando descrever algumas de nossas percepções, de como os sujeitos percebem e representam figuras espaciais através de suas interações com os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas, destacamos os seguintes elementos de síntese:

ES 12) Recursos didáticos: desenho, objeto e representações dinâmicas

A partir de nosso referencial teórico entendemos que a generalidade e a abstração dos conceitos geométricos são construídas pouco a pouco, num processo dialético entre o mundo físico e o mundo das idéias, e os recursos didáticos no meio educativo podem auxiliar na representação e na construção dos conceitos.

Durante essa sessão, utilizamos os seguintes recursos didáticos: desenho, objeto e representações dinâmicas. Sem ingenuidade, não encerramos as possibilidades de recursos didáticos para o ensino da geometria espacial nesses três elementos, mas destacamos alguns pontos positivos de cada um.

Segundo Pais (1996), objeto e desenho constituem-se em recursos materiais auxiliares à construção de um conhecimento de natureza experimental, embora, por si mesmos, aqueles não caracterizam as noções geométricas.

Passos (2000) aborda esses recursos como sendo necessários tanto para as bases intuitivas, quanto para a atividade experimental e ambos devem ser consideradas pelo professor para a superação de um dos maiores desafios do ensino

da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, que é a passagem da representação plana das figuras espaciais.

Para Bonafe (1988), essa passagem pode ser possível através da leitura dos desenhos e da exploração dos objetos materiais. Além desses dois elementos, acrescentamos as representações dinâmicas como mais uma possibilidade de incrementar o trabalho escolar de ensinar e aprender porque acreditamos que elas podem auxiliar na passagem do conhecimento concreto para o abstrato.

ES 13) O lúdico

Durante as atividades com os recursos didáticos, percebemos que a interação entre sujeito, objetos, desenhos e representações dinâmicas é permeada por emoções de prazer, expressas por risos e pedidos de *“deixa mais um pouquinho!”* Associamos esse certo grau de prazer na realização da atividade escolar à ludicidade.

Nos Parâmetros Curriculares de Matemática (1997), o lúdico envolve o “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências, normas e controle. O aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer.

Como exemplo da relação lúdica dessa atividade, selecionamos esses relatos a respeito da ludicidade em trabalhar com as representações dinâmicas:

“- Eu acho que foi muito legal e divertido...” (Rita)

“- Eu achei interessante e foi bom trabalhar com ela... Eu gostei de ver por dentro dela se você abriu-la no computador, eu achei interessante” (Caio)

“- Eu achei legal, porque dava pra ver ele por dentro, ele se mexia da forma que a gente queria, no computador...” (Pati)

Entendemos que a utilização do aspecto lúdico do computador não deve eliminar a natureza do conteúdo matemático, mas desafiar e envolver o sujeito na interação dele com o saber escolar.

Para Muniz (2001b:61), “os estudos sobre as relações entre jogos e aprendizagem matemática têm apontado para o grande potencial educativo das

atividades lúdicas, onde as crianças podem agir de maneira mais autônoma e confrontar diferentes representações acerca do conhecimento matemático”.

ES 14) Percepção visual no computador

Possíveis através dos equipamentos da informática, as representações dinâmicas são ricos estímulos visuais que permitem a alguns sujeitos a possibilidade de enxergar melhor os detalhes e os elementos das figuras espaciais.

“- ... No computador é mais fácil de ver e mexer”.(Rita)

“- Eu achei interessante, porque a gente pode ver a peça plana, como se tivesse numa mesa, toda aberta, acho legal porque dá pra ver todas as formas, todos os tipo polígonos, faces que montaram a peça... “ (Celi)

“- Eu to achando muito legal, porque você pode colocar de todos os jeitos, de todos os ângulos, daí dá pra ver todas as arestas”.(Mila)

A imagem digitalizada permite não apenas informar, mas a interação do sujeito com a informação. Mesmo sendo abstratas oferecem um aspecto material, visível ao usuário. Segundo Quéau (1993:92), uma imagem digitalizada não é, então, simplesmente a imagem de algo, uma espécie de cópia estática e enrijecida de uma entidade preliminar.

“Uma conseqüência do caráter lingüístico das imagens é a possibilidade de criar um vai-e-vem entre modelo e imagem, entre modelo inteligível e representação sensível”.(Quéau, 1993:94)

ES 15) Visualização

Associando o termo visualização à percepção de Merleau-Ponty (1999), podemos destacar que durante as atividades, alguns sujeitos consideram que as representações dinâmicas possibilitam melhor visualização, ou seja, a articulação entre a percepção e construção abstrata.

Citamos alguns relatos dos alunos que foram gravados em fita K7:

“Interessante, porque dava pra eu ver como é o lado dela, por dentro, por fora... Por dentro é o mais legal porque podia conhecer como que era por dentro dela e como ela se abria e se fechava no computador”.(John)

“Eu achei bem interessante de ver de dentro e de fora, porque, como de dentro e de fora dá pra ver uma outra visão, como fechado, fechado já dá pra ver que é um cubo. Agora, aberto já dá pra ver uma outra figura...” (Ane)

“Eu to achando muito legal, porque você pode colocar de todos os jeitos, de todos os ângulos, daí dá pra ver todas as arestas”.(Fer)

“A imagem é muito melhor do que fazer na sala, porque dá pra você ver quantas faces e arestas tem a figura que você achou...” (Bira)

A visualização no sentido de percepção significa a capacidade do corpo-próprio de “... ver alternadamente de diferentes posições”. Merleau-Ponty (1999)

O objeto e meu corpo formariam um sistema, mas tratar-se-ia de correlações objetivas e não, como diziam a pouco, de um conjunto de correspondências vividas. A unidade do objeto seria pensada, e não experimentada como o correlativo da unidade de nosso corpo. (Merleau-Ponty, 1999: 274)

Portanto, o conhecimento não está unicamente no sujeito, nem em um objeto independente e externo, mas é construído pelo sujeito em uma relação sujeito-objeto indissociável: “o conhecimento, em todos os níveis, é uma relação dinâmica. É intrinsecamente relacionado e dependente de estruturas do organismo”. (Furth, 1969 apud Bicudo, 2000: 18).

ES 16) O movimento

O movimento das representações dinâmicas é capaz de suportar ao mesmo tempo a imagem animada, a interação e a abstração.

“... As representações dotadas de movimento contribuem melhor para a formação de conceitos”. (Pais. 2002:41)

O movimento das imagens nos programas de simulação como é o Poly, proporciona aos alunos uma ampla variabilidade de situações auxiliares à formação dos conceitos envolvidos. Para Pais (2002:153), a inclusão dos programas de simulação nas situações didáticas deve envolver aspectos básicos de conhecimento, tais como a intuição, a experiência e a teoria, passam de uma configuração estática

para uma dinâmica mais autêntica, na qual o movimento contribui para a elaboração de idéias.

Os alunos valorizam o movimento das representações dinâmicas:

“- Legal, porque dá pra gente ver todo o movimento que ele faz quando ele está aberto e quando ele está se movimentando, por exemplo, quando ele está aberto e quando ele vai se fechando até formar um poliedro...” (Rê)

“- Achei legal, porque você pode ver todas as faces, pode ver ela girando, com arestas, sem arestas”.(Fer)

“- Eu achei legal essa figura porque ela fica se movimentando, dá pra mostrar a parte de fora e de dentro, é muito legal!” (Ane)

“- Eu achei legal, porque dava pra ver ele por dentro, ele se mexia da forma que a gente queria, no computador.” (Pati)

Interagindo com as representações dinâmicas o sujeito pode utilizar-se de uma linguagem mais dinâmica, que melhora a representação de imagens que a mente cria.

ES 17) A novidade

As representações dinâmicas constituem algo novo: novas formas de representação dos conceitos.

“... Eu achei legal, interessante, é uma maneira nova de aprender os poliedros regulares...” (Mari)

“Eu achei legal. Porque é coisa nova. A gente não tinha visto isso, eu não tinha visto, então eu achei legal, é coisa nova”.(Isa)

Entendemos que a utilização do computador e das representações dinâmicas para o ensino da Geometria, bem como dos demais saberes escolares ainda constituem algo novo para os alunos e também para os educadores. Por isso, consideramos que a noção pedagógica de alterações didáticas decorrentes do uso da informática constitui um avanço em nível de comunicação, variação de situações problemas e de aprendizagem, linguagem visual, criatividade.

Talvez a novidade observada pelos alunos recaia sobre as possibilidades de flexibilidade das representações geométricas causadas principalmente pelo movimento e interatividade, pois esses aspectos se aproximam das representações por imagens mentais, restritas ao cérebro humano.

ES 18) Interatividade

As representações dinâmicas são imagens digitais e por essência permitem maior interatividade entre o sujeito, o ambiente computacional e o conhecimento.

Segundo Pais (2002), o sucesso do uso do computador como uma tecnologia que pode favorecer a expansão da inteligência depende da forma como ocorre a relação entre o usuário e as informações contidas no programa por ele utilizado. “Quanto mais interativa for essa relação, maior serão as possibilidades de enriquecer as condições de elaboração do saber”. Todos os discursos demonstram certos graus de interatividade entre o sujeitos e as representações dinâmicas:

“Eu vi todos, abri todos... vi tudo, contei, é muito legal! Gostei!” (Suzi)

*“Legais e criativas porque dá pra ver ele abrindo, fechando, tudo direitinho. E fica mais fácil do que na sala, onde foi difícil pra montar, colar as pecinhas. No laboratório é mais fácil porque **o computador vai montando sozinho, desmontando sem nenhuma dificuldade**”. (Rita)*

Além da questão da interatividade, a fala de Rita ressalta que “... o computador vai montando sozinho...”. Nesse ponto gostaríamos de reforçar que o computador pode ser um instrumento mediador, um elemento auxiliar no processo de aprendizagem associado a outros recursos didáticos, mas nunca substituirá o professor, pois esse é indispensável no processo de ensino e aprendizagem. Porém, a questão do papel do professor frente às novas tecnologias não é no momento, objeto desta pesquisa.

Abaixo destacamos outras expressões que revelam a interatividade do sujeito com as representações dinâmicas.

“Eu estou achando legal, diferente e é melhor pra aprender, porque dá pra ver as arestas, dá pra mover pra todos os lados e pra mudar de cor.” (Mari)

A interatividade só é possível porque essas representações são em essência dígitos, imagens digitais arquivadas na memória do computador. Essas imagens permitem intervenções e alterações impossíveis de se realizarem em representações estáticas, como nos desenhos ou objetos associados a conceitos.

Para Quéau (1993), a imagem de síntese ou digitalizada pode tornar possível todos os tipos de mediação entre linguagens formais e representações sensíveis, ou seja, as imagens agora não são apenas imagens como as imagens fotográficas ou videográficas, mas constituem-se como uma linguagem. “Uma consequência do caráter lingüístico das imagens é a possibilidade de criar um vai-e-vem entre modelo e imagem, entre modelo inteligível e representação sensível.” (Quéau, 1993:94)

ES 19) O tempo cronológico

O automatismo do computador permite a redução do tempo para a aprendizagem.

“... Eu acho o programa muito legal, dá pra ver os poliedros de dentro e de fora e não é tão difícil fazer como a gente fez na sala porque o computador é automático...” (Teo)

“Eu achei legal e interessante, porque quando a gente clica no poliedro dá pra ver por dentro e por fora... E eu achei mais fácil achar a figura no computador, porque no computador é só agente clicar que já dá pra ver, agora, quando a gente for ter que fazer a gente tem que montar tudinho, eu achei mais fácil no computador”.(Kety)

“... Quando a gente monta é diferente de quando a gente vê no computador, porque montar é um pouco mais difícil de ver, no computador está tudo montado, dá pra ver até por dentro”.(Mari)

Entendemos que a inserção do computador na educação estimula uma reflexão em torno das noções de tempo e espaço, pois os alunos, enquanto participantes da “sociedade do conhecimento”, exigem soluções mais rápidas e eficazes, possíveis através do computador.

“O tempo passa a exercer uma função mais específica na estruturação do conhecimento exigido pela sociedade da informação”. (Pais. 2002: 129)

A opinião dos alunos sobre a rapidez com que o computador produz e modifica as imagens nos faz repensar as situações didáticas em função do uso dos novos recursos computacionais. Pais (2002) ressalta que há uma estreita correlação entre a evolução tecnológica da informação e o conceito de tempo decorrente de suas várias formas de utilização. Na medida em que expande o uso da informática, cresce também a exigência de uma racionalização maior do uso do tempo nas diversas atividades vinculadas á utilização das máquinas.

ES 20) Programas de Geometria Dinâmica

Programas computacionais que permitem a manipulação e a deformação de imagens de figuras geométricas mantendo algumas características da figura de partida contribui para a aprendizagem.

Atualmente na área da Matemática e da Educação Matemática, autores como Braviano e Rodrigues (2002), Coelho e Saraiva (2000), têm revelado as contribuições do uso da Geometria Dinâmica no ensino como uma possibilidade de tornar disponíveis representações gráficas de objetos geométricos que aproximam o objeto material da tela do computador (desenho) do objeto teórico (figura).

Para esses autores, a utilização desses programas favorece o desenvolvimento de uma leitura geométrica do desenho para o aprendiz, contornando assim uma das dificuldades do ensino da Geometria.

Considerando o Programa Poly como um programa de Geometria Dinâmica, podemos dizer que esses ambientes permitem aos alunos: ver, compor e decompor as imagens associadas aos sólidos geométricos.

Segundo Abrantes (1999), esses ambientes computacionais permitem um maior leque de ações e o trabalho com objetos mais complexos relativamente à utilização das ferramentas clássicas (papel e lápis, régua e compasso), e fundamentalmente, permitem que os alunos contactem com um grande número de situações em tempo real e se apercebam do domínio de validade das propriedades

estudadas. Trabalhar com estes ambientes ajuda os alunos a dar sentido ao processo da demonstração.

Em síntese, as representações dinâmicas podem ser utilizadas como suporte artificial para a imaginação dos alunos, uma forma de colaborar no sentido de ampliar e prolongar a percepção, sustentar e amplificar a atividade espontânea de elaboração e simulação de modelos mentais, aos quais incessantemente nos entregamos quando pensamos e comunicamos.

Essas imagens digitalizadas podem representar para o ensino da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, uma tecnologia simbólica de auxílio ao raciocínio, um instrumento de modelagem de dados e simulação, um subsídio pedagógico.

5.3.4. Sessão 4

Objetivos com os alunos: Segundo Bonafe (1988), realizar a passagem dos desenhos (tal como encontrados em livros didáticos), para objetos associados às figuras de poliedros regulares: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Realizar a passagem de objetos materiais para desenhos associados às figuras de poliedros regulares: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Identificar elementos das figuras geométricas espaciais como vértice, aresta e face em desenhos associados aos poliedros regulares.

Objetivo da pesquisa:

Descrever e analisar aspectos relativos a interação do aluno com os objetos e com os desenhos associados às figuras de poliedros regulares.

Material

O material utilizado foi o seguinte: folhas com atividades xerocopiadas (anexo II), objetos em forma de poliedros regulares, lápis de cor, lápis e apontador.

Atividades:

1- Manusear livremente todos os objetos associados aos poliedros regulares, observando seus elementos.

2- Atividades fotocopiadas. Anexo II.

- a. Relacionar os objetos aos desenhos associados aos poliedros regulares.
- b. Escolher um dos objetos associados aos poliedros regulares. Identificar o desenho relacionado ao objeto e os elementos da figura geométrica: faces, vértices e arestas.

Desenvolvimento:

Com o objetivo de investigar o fenômeno da interação entre o sujeito e recursos didáticos utilizados para representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, no dia 03 de outubro, como combinamos com a professora, fomos até a sala de aula da quarta série, turma C, para realizarmos a quarta sessão dessa pesquisa. Ao pedir licença, cumprimentamos os alunos e a professora. Faltou um aluno.

Iniciamos a aula colocando os objetos associados aos poliedros regulares sobre a mesa da professora localizada na frente dos alunos. Todos prestaram atenção em relação aos objetos. Distribuímos um objeto para cada aluno e propomos a seguinte situação:

“- Ao meu sinal de três palmas, os alunos devem trocar os objetos associados aos poliedros regulares”.

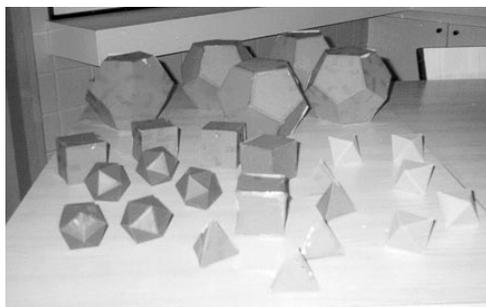


Figura 5.34- Foto dos objetos associados aos poliedros regulares

1- Situações problemas:

Após a observação de cada objeto, pedimos para pegarem lápis de cor, apontador e lápis para realizarem os exercícios da folha xerocopiada. Anexo 1: atividades da quarta sessão.

a) Descrição e análise das atividades dos sujeitos:

Analisando as respostas dos alunos verificamos que na primeira atividade, dos vinte e cinco alunos, vinte e quatro realizaram a passagem dos desenhos para os objetos associados aos poliedros regulares sem dificuldade.

Apenas a aluna Ivy ficou em dúvida em relação ao icosaedro. Ela nos perguntou diversas vezes qual era o objeto correspondente aquele desenho. Como evitamos dar respostas, embaixo do desenho associado ao icosaedro ela escreveu “não achei”. Depois provavelmente pediu ajuda a algum colega e pintou o desenho de vermelho (cor do objeto), rasurando o que havia escrito.

Frente às perguntas de Ivy, percebemos que ela não conseguiu identificar o objeto relacionado ao desenho do icosaedro porque essa figura era muito complexa para ela. Com o objetivo de aguardar a ação de Ivy para resolver esse problema, não nos preocupamos em questioná-la sobre quais seriam suas reais dificuldades.

Em relação à primeira atividade, 24 sujeitos (todos que estavam presentes na sessão), realizaram a passagem do objeto para o desenho com sucesso.

Na segunda atividade, três sujeitos escolheram o objeto associado ao dodecaedro. Dois deles nomearam o objeto associado ao dodecaedro corretamente e um preferiu não nomeá-lo. Ane errou apenas o número de arestas porque contou as linhas da frente do desenho (linhas contínuas). Provavelmente não usou o objeto para identificar os elementos da figura.

Pati e Cris usaram a aritmética para descobrir o número de vértices e arestas do dodecaedro. Ambas seguiram o mesmo tipo de cálculo: para achar o número de vértices multiplicaram 12 (faces) pelos números de lados da forma de cada face, que é o pentágono (5), e para achar o número de arestas contaram as arestas da frente do desenho (linhas contínuas) e multiplicaram por dois.

Quatro sujeitos trabalharam com o objeto associado ao cubo. Rê nomeou o desenho associado ao cubo de “quadrado”. Carol considerou que o número de vértices é 4, provavelmente contou somente as vértices da frente do desenho, ignorando as linhas pontilhadas. Observando os “erros” mais comuns supomos que os alunos ficam presos ao desenho, não usando o objeto associado ao cubo para contar o número de arestas e vértices.

Dos seis sujeitos que escolheram o objeto associado ao tetraedro, todos acertaram o número de arestas e faces do poliedro. Apenas a Iara errou o número de vértices, achando que o poliedro tem 6 vértices.

Quatro sujeitos escolheram o objeto associado ao icosaedro. Apenas Suzi nomeou corretamente a figura e Deni a nomeou como “octagopo”. Rosa foi a única a acertar o número de vértices, mas errou o número de faces e arestas. Nenhum sujeito conseguiu acertar o número de arestas do icosaedro. Deni também usou a aritmética para encontrar o número de vértices e arestas do icosaedro, multiplicando o número de faces (20) pelo número de lados do triângulo (3).

Dos três alunos que escolheram o objeto associado ao dodecaedro apenas Ane acertou o nome da figura, o número de faces e vértices, mas errou o número de arestas porque contou somente as arestas da frente do desenho, as linhas contínuas. Cris e Pati erraram o número de vértices e arestas porque também usaram a aritmética e não observaram o objeto que tinham em mãos. Ambas usaram a mesma fórmula. Para encontrar o número de vértices multiplicaram 12 faces pelo número de lados do pentágono (5) e para encontrar o número de arestas, multiplicaram as 20 arestas da frente do desenho (linhas contínuas) por dois.

2- Elementos de síntese da sessão

Destacamos alguns elementos considerados importantes para que possamos perceber como ocorre a interação dos sujeitos com os recursos didáticos e como os sujeitos utilizam os desenhos e os objetos para representarem figuras da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

ES 21) Matemática enquanto aritmética

Ideologicamente, a Matemática está associada à aritmética, à abstração, sendo impossível relacionar o conhecimento lógico ao empírico. A partir desse

entendimento, percebemos que alguns sujeitos como Pati e Cris, usaram a aritmética para resolver os problemas que envolviam conceitos geométricos, mesmo podendo utilizar objetos que tinham ao seu alcance.

A aritmética é associada como sendo a única possibilidade de se pensar matematicamente porque, segundo Carvalho (1990), ela é considerada uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das idéias e cuja estrutura de sistematização não permite o contato com o mundo físico e com o conhecimento empírico.

Para Carvalho (1990), essa forma de pensar a Matemática está associada à concepção tradicional de ensino e aprendizagem, onde o conhecimento está no poder do professor e não é permitido ao aluno utilizar recursos materiais para a construção do conhecimento.

ES 22) A preferência de resolver problemas a partir de desenhos e não de objetos

Além dos cálculos eles preferem analisar e resolver problemas através dos desenhos e não dos objetos. Tomamos o exemplo de Carol. Ela errou a quantidade de vértices do cubo porque contou somente os vértices da frente do desenho, ignorando as linhas pontilhadas, demonstrando que desconsiderou o objeto para resolver seu problema.

Segundo Carvalho (1990), a preferência pelos desenhos e não pelos objetos recai sobre dois aspectos: 1) a concepção de professores e matemáticos de que a Matemática enquanto ciência é puramente abstrata e os objetos reais não podem ajudar na construção de conceitos é transmitida culturalmente até involuntariamente para as crianças. 2) A representação dos conceitos geométricos por um desenho é um dos recursos didáticos mais fortemente consolidados no ensino e na aprendizagem da Geometria.

ES 23) Dificuldades em decodificar desenhos em perspectiva

Segundo Passos (2000), o uso do desenho em perspectiva para representar sólidos geométricos é um dos maiores desafios encontrados pelos alunos na aprendizagem dos conceitos espaciais. Geralmente eles se fixam em algumas partes do desenho e não conseguem percebê-lo como todo.

Ane por exemplo, acertou o nome da figura, o número de faces e vértices, mas errou o número de arestas porque contou somente as arestas da frente do desenho, as linhas contínuas. Esse é um dos casos de muitos outros sujeitos que participaram dessa pesquisa. Supomos que eles ainda não conseguem visualizar as linhas pontilhadas do desenho como representantes da parte posterior do desenho. Isso revela as dificuldades de visualização da figura espacial, pois não conseguem ler e compreender os desenhos.

Com relação à dificuldade causada pela representação das figuras geométricas através dos desenhos em perspectiva, destacamos algumas de idéias de Freudenthal (1983 in Passos, 2000): “Em qualquer caso, a imagem mental de, por exemplo, um cubo, parece diferir consideravelmente da imagem visual prescrita pela teoria da perspectiva. Ver, interpretar e produzir desenhos em perspectiva não se constitui em uma habilidade simples, mas sim algo que tem que ser aprendido.”

Acerca das dificuldades dos sujeitos em relação ao reconhecimento de representações planas de objetos tridimensionais, Passos (2000) assinala que o desenho em perspectiva não é evidente para todos os indivíduos como se poderia pensar e essas dificuldades podem ser detectadas pelo professor que analisa as atividades dos alunos durante as séries iniciais do Ensino Fundamental.

Uma vez identificadas, as dificuldades dos alunos poderão ser suplantadas através de preparação a aplicação de atividade que visa melhorar a percepção visual e a visualização dos alunos.

5.3.5- Sessão 5

Objetivos com os alunos: de acordo com Bonafe (1988), realizar a passagem de desenhos associados aos poliedros regulares (tal como encontrado em livros didáticos) para a imagem na tela do computador.

Destacar os elementos dos poliedros regulares, tais como faces, vértices e arestas, nas representações dinâmicas e nos desenhos associados às figuras de poliedros regulares.

Objetivo da pesquisa:

Descrever e analisar como os alunos identificam figuras geométricas e seus elementos utilizando os desenhos e as representações dinâmicas como recursos didáticos.

Material:

Computadores com o programa Poly acessado, fichas com desenhos associados aos poliedros regulares (anexo I), lápis e apontador, folhas com atividades fotocopiadas (anexo III), gravador e fita K7.

Atividades:

1. Explorar as representações dinâmicas associadas aos poliedros regulares.
2. Relacionar a representação dinâmica ao desenho associado ao poliedro regular.
3. Identificar elementos das figuras geométricas nas representações dinâmicas e nos desenhos associados aos poliedros regulares.

Desenvolvimento:

No dia 3 de outubro, continuamos as sessões didáticas dessa pesquisa. Investigando alguns aspectos da interação entre os sujeitos e os recursos didáticos: desenhos e representações dinâmicas, e como utilizam estes recursos para representarem figuras geométricas, fomos até a sala de aula, onde alunos e professora nos aguardavam para irmos ao laboratório de informática da Escola. Faltava um aluno.

No laboratório, o programa Poly já estava acessado. Os alunos foram convidados a ocuparem suas mesas para darem início à exploração das representações dinâmicas de acordo com os objetivos dessa sessão. Após alguns minutos, distribuimos aleatoriamente para cada aluno, uma ficha com um desenho associado a poliedro regular e solicitamos que encontrassem a imagem correspondente ao desenho da ficha. Ver desenhos no anexo I.

Rapidamente todos realizaram essa atividade e com sucesso.



Figura 5.35- Foto dos alunos realizando a passagem do desenho para as representações dinâmicas.

1- Atividades

Quando percebemos que todos encontraram as imagens correspondentes aos desenhos, lançamos um problema com dois objetivos: explorar um pouco mais o conhecimento dos alunos e analisar a habilidade de visualização dos elementos das figuras geométricas. Distribuímos um papel almaço onde os alunos se identificaram com nome e número. Copiaram do quadro branco e responderam às seguintes perguntas:

“Qual é o nome da imagem na tela do computador?”

“Qual o número de faces, arestas e vértices da figura?”

Ao concluírem essas atividades, nos entregaram a folha com as respostas e o desenho anexo para controlarmos a análise da pesquisa. Destacamos as atividades mais significativas, as que colaboram para a compreensão da interação dos sujeitos com as figuras geométricas e seus elementos utilizando as representações dinâmicas como recursos didáticos.

Sete alunos trabalharam com a representação dinâmica associada ao icosaedro. Todos conseguiram nomear a figura corretamente, cinco sujeitos acertaram o número de faces e vértices e todos erraram o número de arestas.

Dos três alunos que trabalharam com representação dinâmica associada ao octaedro, apenas o Luca acertou o nome do objeto e as quantidades de faces, arestas e vértices da figura.

Dos cinco sujeitos que trabalharam com a representação dinâmica associada ao tetraedro, quatro acertaram todas as questões. Dos quatro alunos que trabalharam com a representação dinâmica associada ao hexaedro, apenas Suzi e Mila tentaram resolver as atividades, mas erraram o número de arestas e vértices. De cinco sujeitos que trabalharam com a representação dinâmica associada ao dodecaedro, todos nomearam corretamente essa figura e acertaram a quantidade de faces. John e Ane acertaram o número de faces, arestas e vértices da figura.

Após as atividades com as representações dinâmicas na tela do computador, pedimos para os alunos desligarem os computadores, pegarem lápis e se organizarem para a realização de outra atividade.

Distribuímos folhas com atividades fotocopiadas com o objetivo de observar as possibilidades de visualização dos elementos das figuras geométricas nos desenhos e nas representações dinâmicas.

Modelo da folha com as atividades: Anexo III

Analisando as respostas dos alunos, com o objetivo de perceber alguns aspectos de como os sujeitos percebem e representam figuras espaciais através de suas interações com os recursos didáticos: desenhos e representações dinâmicas, consideramos importantes os seguintes aspectos: dos vinte e três alunos, Pati e Celi confundiram os nomes dos desenhos associados aos poliedros icosaedro e dodecaedro. Bira confundiu os nomes dos desenhos associados aos poliedros octaedro e tetraedro e errou todas as quantidades de arestas, vértice e faces do desenho associado ao octaedro.

Mari, John e Maitê erraram somente o número de arestas e vértices. Rê errou somente o número de vértices e Rita errou somente o número de arestas do desenho associado à figura do octaedro.

Para concluir essa sessão, pedimos aos alunos que copiassem do quadro branco e respondessem a seguinte pergunta:

“Onde é mais fácil achar o número de arestas, faces e vértices da figura espacial: no desenho ou na imagem do computador? Por quê?”

Dezenove alunos responderam a pergunta e quatro preferiram não respondê-la, entregando a folha em branco. Dos dezenove que responderam, onze preferem identificar o número de arestas, as faces e os vértices da figura espacial no desenho, sete no computador e um aluno não faz distinção de um ou outro.

Consideramos que essas respostas muito têm a contribuir com nossa pesquisa porque demonstram a importância tanto do desenho estático como das imagens em movimento. Isso revela para nós, que o movimento é importante e pode auxiliar a aprendizagem, a criação de imagens mentais, mas o desenho também é fantástico.

Consideramos que os conhecimentos, experiências, sensações, sentimentos, lembranças, questionamentos... tudo que há no cérebro humano está em permanente dinâmica, tudo está conectado à tudo, a todo o momento, e nesse aspecto as representações dinâmicas são importantes, mas para pensar sobre determinado conceito é preciso de um pause, de cristalizar o objeto sobre o qual se deseja refletir, aprender, apreender, por isso o desenho também é importante.

Portanto, assim como a representação dinâmica é importante para o aprendizado, o desenho estático também é. Como mostramos as preferências de alguns sujeitos pelo movimento, abaixo demonstramos alguns relatos dos onze sujeitos que preferiram identificar elementos da figura espacial no desenho:

“No desenho, porque fica mais visível para ver e é mais interessante.”

(Caio)

“No desenho, porque no computador eu me perdia ou passava pelo mesmo vértice, aresta e face duas vezes.” (Mari)

“No desenho, porque é mais fácil de contar, enxergar e raciocinar quantas faces, vértices e arestas tem”. (Ane)

“No desenho, pois a gente se perde no computador.” (Rita)

“No desenho, porque no desenho dá para ver a figura mais claramente do que no computador.” (Carol)

“No desenho, porque dá para ver por trás da forma e dá para contar as arestas e vértices”. (Rosa)

Além da importância de se cristalizar determinado conhecimento para ser apreendido pelo sujeito, consideramos haver um grau elevado de interação entre os sujeitos e o desenho em perspectiva, provavelmente porque esses sujeitos já compreendem o processo de representação plana dos sólidos geométricos, a utilização das linhas pontilhadas indicando as faces posteriores da figura, a perspectiva. Supomos que, para eles o desenho é uma forma de representação que facilita a identificação dos elementos da figura espacial.

Porém, mesmo preferindo desenhos a representações dinâmicas, há ressalvas quanto a qualidade do desenho: *“No desenho, porque no computador é ruim dá para contar certo, e o desenho tem que ser bem desenhado”*. (Isa)

Esse relato demonstra que os desenhos enquanto recursos didáticos para o ensino e aprendizagem da geometria são úteis, mas não podem ser estereotipados.

Carol, Rita, Mari e Caio ressaltam que preferem os desenhos porque as representações dinâmicas confundem a visualização da figura:

“... eu me perdia ou passava pelo mesmo vértice, aresta e face duas vezes.” (Mari)

“... a gente se perde no computador.” (Rita)

“... no desenho dá para ver a figura mais claramente do que no computador.” (Carol)

Nesses casos, podemos dizer que o movimento dos programas de simulação ou de Geometria Dinâmica, como é o programa Poly, pode dificultar a visualização de elementos das figuras associadas aos conceitos, constituindo-se em um obstáculo para a aprendizagem.

A partir desses relatos, ressaltamos que na interação entre sujeito e representações dinâmicas há uma intensa relação entre três fenômenos: o olhar perceptivo, as imagens em movimento na tela do computador e as imagens mentais. Nesse caso, percebemos que as imagens no computador podem ser mediadoras entre a percepção empírica e a representação em nível mental.

Embora tenhamos identificado alguns obstáculos em relação às imagens em movimento na tela do computador, ressaltamos que possivelmente esses alunos

não utilizaram todos os recursos do programa Poly para resolver seus problemas, como por exemplo, para facilitar a percepção visual da imagem e a identificação de elementos e suas quantidades, eles poderiam: compor e decompor as figuras geométricas através da planificação para contar as faces, arestas e vértices, deixar as figuras dos sólidos tridimensionais sombreados com arestas ou somente as arestas visíveis ou dar um determinado comando para colorir cada face de uma cor diferente, o que facilitaria a identificação da quantidade de cada elemento da figura geométrica representada na tela do computador.

A utilização desses recursos fica evidente nas respostas dos alunos que preferiram utilizar o computador para responder quantas faces, arestas e vértices tinha a imagem associada ao poliedro regular. Destacamos alguns exemplos:

“No computador, porque dá para deixar a figura em plano e dá para ver arestas, faces e vértices”. (Kety)

“No computador, foi mais rápido e menos confuso.” (Cris)

“No computador dá pra você colocar o ângulo que você quiser.” (Luca)

“No computador, porque no computador dá pra desmontar...”. (Maitê)

“Eu achei mais fácil no computador, dá pra ver mais claro e pode mexer para ela ficar plana”. (Ivy)

Esses alunos consideram que a utilização do computador pode melhorar a possibilidade de visualização da figura geométrica representada pela imagem digitalizada na tela do computador. Fica claro que esses alunos utilizaram os recursos do ambiente computacional e que esses recursos podem oferecer elementos interativos entre o aluno e o objeto do conhecimento, pois o computador permite ao aluno perceber visualmente a imagem da figura geométrica em diversas perspectivas, decompor e compor automaticamente a imagem digitalizada, o que lhe facilita identificar e quantificar os elementos da figura geométrica, controlar o movimento e a velocidade da imagem ou, se desejar, fazê-la ficar imóvel, em uma determinada perspectiva.

1- Elementos de síntese:

Refletindo sobre as possibilidades de representação geométrica através de recursos didáticos, no caso desta sessão, o desenho e os recursos tecnológicos da informática, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, destacamos os seguintes elementos de síntese:

ES 24) Computador como recurso didático

Na descrição dessa sessão percebemos que o computador pode ser incorporado ao sistema didático como instrumento para a solução de problemas no processo de ensino e aprendizagem da Geometria espacial.

... o software permite manipular as representações externas de forma reconhecidamente dinâmica. Num AGD (programa de construção e manipulação de figuras geométricas), é possível fazer construções e manipulá-las, conservando invariantes as propriedades e relações estabelecidas. A observação de regularidades, enquanto se processa a manipulação direta, permite a “descoberta” de propriedades e relações. (Coelho e Saraiva, 2000)

Analisando as atividades dos sujeitos, observamos que alguns não utilizam totalmente nos recursos do computador para resolver seus problemas, eles sempre recorrem aos recursos mais convencionais como o desenho ou a própria tentativa de resolver problema usando somente a aritmética.

A exemplo dessa constatação, identificamos que os sujeitos que “erraram” as atividades provavelmente não usaram os recursos do computador e do programa para compor e decompor a figura, observar a figura sombreada sem arestas, com arestas, com arestas tridimensionais visíveis, com todas as faces coloridas de uma única cor ou faces coloridas em cores variadas.

Para que o computador possa ser utilizado com mais eficiência, a principal orientação pedagógica é que as imagens virtuais sejam utilizadas não apenas como ilustrações, mas como uma possibilidade de ampliar as possibilidades de exploração e experimentação das representações conceituais que aparecem digitalmente na tela do computador.

Segundo Corte (1992, apud Coelho e Saraiva, 2000), os computadores só podem ser úteis, em termos de processo de ensino/aprendizagem, se estiverem integrados em “ambientes de aprendizagem poderosos”. Estes devem ter como referência “os três componentes principais de uma teoria de aprendizagem”, que são: a competência, a aquisição e a intervenção.

Para o referido autor, um ambiente de aprendizagem poderoso será, então, aquele que permite o desenvolvimento das capacidades num determinado domínio (competência), a aquisição de processos de aprendizagem para se adquirir determinadas competências (aquisições) e a aplicação de métodos de ensino e estratégias adequadas para promover os processos de aprendizagem e desenvolvimento (intervenção).

Na pesquisa sobre as “Tecnologias de Ensino – Aprendizagem da Geometria”, Coelho e Saraiva (2000) destacam que os programas de Geometria “constituem ambientes propiciadores da descoberta de propriedades e relações geométricas, através do desenvolvimento da capacidade dos alunos estabelecerem e explorarem conjecturas”.

Labore (1993, apud Coelho e Saraiva 2000) considera que os ambientes computacionais de Geometria funcionam como ampliadores da visualização, ou seja, por intermédio deles o aluno pode tratar a informação recebida e resolver problemas. O movimento e a modificação dos desenhos na tela do computador possibilitam uma visualização mais fácil das propriedades e relações geométricas.

ES 25) Recursos didáticos

Retomando um pouco nosso objeto de pesquisa, temos consciência de que existe uma multiplicidade de recursos didáticos, de acordo com a criatividade, conhecimento de cada professor e cultura na qual esteja inserido. Porém ressaltamos, que nosso objetivo é investigar como os sujeitos percebem e representam figuras espaciais através de suas interações com os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas.

Nesse momento, podemos dizer que a partir de nossas análises, os recursos didáticos se utilizados de diversas maneiras e em variadas situações

problemas, podem facilitar a passagem do saber intuitivo para o formal, levando o aluno a entender a representação plana das figuras espaciais. (Bonafe, 1988)

Essa percepção consolida-se com Abrantes (1999), quando afirma que a formação dos conceitos passa pela intuição e visualização (entendida como habilidade para pensar imagens mentais, no momento da ação do sujeito sobre o objeto é a capacidade de “ver” o que não está presente), daí a importância dos professores promoverem com naturalidade, a manipulação de materiais fortemente baseados nas realizações de descobertas e resolução de problemas.

Desenhos e imagens digitais em movimento na tela do computador podem ser aliados na ampliação da percepção espacial e na construção dos conceitos geométricos. A partir desse referencial podemos dizer que representações geométricas através de desenhos e das representações dinâmicas, em situações didáticas que envolvam os sujeitos em uma resolução de problemas, podem ampliar a possibilidade de aprendizagem de conceitos geométricos.

Para ilustrarmos essa afirmação, usaremos o relato de um dos alunos, quando perguntamos: *“Onde é mais fácil achar o número de arestas, faces e vértices da figura espacial: no desenho ou na imagem do computador? Por quê?”*

Suzi respondeu: *“- No desenho e no computador, porque é a mesma coisa.”*

5.3.6- Sessão 6

Objetivos com os alunos:

Realizar a passagem de desenhos para desenhos na ausência total de outras representações de poliedros regulares.

Objetivos da pesquisa:

Analisar a capacidade dos alunos em reconhecer desenhos que representam os poliedros regulares em várias perspectivas.

Descrever a interação dos alunos como os desenhos relacionados aos poliedros regulares.

Material:

Durante esta sessão utilizamos folhas com atividades fotocopiadas - Anexo IV, lápis e apontador.

Atividades:

1) Realizar atividades na folha fotocopiada: Relacionar nomes a desenhos de poliedros regulares e identificar os poliedros em desenhos em várias perspectivas.

2) Responder uma pergunta (gravada em fita K7):

“Durante os dias em que trabalhamos com os poliedros regulares, fizemos várias atividades. Usamos os objetos que vocês montaram na sala de aula, vários desenhos e o programa no computador. Desses materiais, qual você considera mais importante? Por quê?”

Desenvolvimento:

No mesmo dia, 3 de outubro, para não retornamos à sala de aula, desenvolvemos a sexta sessão em 40 minutos na sala de projetos da Escola. Trata-se de uma sala ampla, com mesas e cadeiras, que fica ao lado do laboratório de informática. Pedimos que se acomodassem nas cadeiras e organizassem o material escolar (estojo com lápis e apontador) sobre as mesas.

Investigando a capacidade dos sujeitos de reconhecer desenhos que representam os poliedros regulares em várias perspectivas, buscamos subsídios que possam revelar alguns aspectos da interação dos sujeitos como os desenhos relacionados aos poliedros regulares.

Essa atividade compõe um todo experimental no qual pretendemos perceber o fenômeno da interação entre o sujeito e recursos didáticos utilizados para representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

1- Atividades escritas

Distribuimos a folha com as atividades fotocopiadas. Os alunos leram e resolveram as atividades individualmente. Nenhum aluno nos pediu ajuda e nem

explicação dos enunciados. Em vinte minutos todos os alunos já tinham concluído os exercícios.

Modelo da folha de atividades: Anexo IV

Apenas cinco sujeitos conseguiram acertar e justificar corretamente a primeira pergunta. Na atividade de reconhecer as figuras de poliedros regulares em perspectivas diferentes, doze sujeitos acertaram tudo. O interessante é que a maioria dos sujeitos que erraram não conseguiu reconhecer a figura de um mesmo poliedro em todas as perspectivas, por exemplo, o Bira não reconheceu a figura do cubo e do icosaedro em todas as perspectivas.

Luca e Rosa reconheceram somente o cubo e o octaedro nas três perspectivas. Edu identificou a figura do octaedro e do tetraedro em todos os desenhos.

Elementos de síntese

ES 26) Dificuldade em visualizar

A passagem de desenho para desenho na ausência total do objeto associado à figura espacial (Bonafe, 1988) está associada à capacidade de representação das figuras espaciais. Segundo Vergnaud, no texto “Teoria dos Campos Conceituais”, a representação pode ser entendida como sendo a capacidade de expressar, enunciar propriedades do objeto na ausência total desse objeto.

No caso da atividade proposta durante essa sessão, alguns sujeitos conseguiram representar apenas duas ou três figuras espaciais das cinco trabalhadas, como é o caso de Luca que reconheceu apenas o hexaedro e o octaedro nas três perspectivas da atividade.

Entendemos que os doze sujeitos que conseguiram associar todas as figuras espaciais trabalhadas durante a seqüência didática dessa pesquisa, conseguiram representar essas figuras criando imagens mentais delas.

Comparando essa análise à idéia de Bonafe (1988), podemos supor que esses doze sujeitos conseguem representar no plano as figuras espaciais tais como: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. São capazes de enunciar

propriedades dessas figuras na ausência total de um objeto material, por isso as reconhecem em diversas situações.

Bonafe (1988) reconhece que a habilidade de visualizar, representar e interpretar as representações planas das figuras espaciais é a que exige mais abstração nessa fase escolar.

A visualização é uma capacidade que envolve mais do que a percepção sensível. Essa noção de visualização está associada ao entendimento que Merleau-Ponty (1999: 341), tem de percepção: “Em geral nossa percepção... não seria, se o sujeito da percepção não fosse este olhar que só tem poder sobre as coisas para uma certa orientação das coisas, e a orientação no espaço não é um caráter contingente do objeto, é o meio pelo qual eu o reconheço e tenho consciência dele como de um objeto”.

ES 28) Desenho em perspectiva

Como Bonafe (1988) já havia pressuposto, a passagem de desenho para desenho na ausência total do objeto associado à figura espacial é a que exige maior grau de abstração. Além da dificuldade em visualizar a figura espacial percebemos também que alguns sujeitos tiveram dificuldade em entender e articular os elementos da figura espacial quando ela é representada pelo desenho em perspectiva.

Entendemos perspectiva como sendo:

... a representação do espaço não no sentido de um objeto mental, mas sim da reprodução em um pedaço de papel, um método adquirido por imitação, que é sistematicamente exercitado, ensinando ao estudante que veja o que realmente vê – linhas, planos, luminosos, sombra – e que finalmente se racionaliza em uma teoria completamente desenvolvida. Mas para enfatizá-la uma vez mais, em primeiro lugar a perspectiva não é um contexto geométrico, mas sim uma classe de representação, no mesmo nível que outras, e que não se altera durante um longo período de tempo. (Freudenthal, 1983 apud Passos 2000)

Segundo Passos (2000), a representação das figuras espaciais através de desenhos em perspectiva deve ser ensinada na escola. O PCN: Matemática (1997) sugere aos educadores que esse trabalho educativo pode ser realizado através da

constante observação e construção de formas. O aluno deve ser incentivado a identificar posições relativas dos objetos, a reconhecer no seu entorno e nos objetos que nele se encontram formas distintas, tridimensionais e bidimensionais, planas e não planas, a fazer construções, modelos ou desenhos do espaço em diferentes pontos de vista e descrevê-los.

ES 29) Abstração dos conceitos geométricos espaciais.

As dificuldades de alguns sujeitos em reconhecer a mesma figura espacial em diversas representações através de desenhos em perspectiva é uma amostra da análise desenvolvida de Bonafe (1988): “ a passagem do desenho para desenho na ausência total do objeto material é a passagem que exige mais abstração do aluno”. Para realizá-la o aluno necessita já ter elaborado imagens mentais suficientes para visualizar a figura espacial em movimento, enunciar propriedades da figura geométrica na ausência total do objeto.

Para Bonafe (1988), as dificuldades no ensino da geometria espacial ocorre quando o aluno não tem imagens mentais suficientemente operacionais para decodificar um desenho em perspectiva. Essa é uma característica da dificuldade dos alunos dessa idade escolar, de realizar a passagem do conhecimento empírico para o abstrato.

Segundo o PCN: Matemática (1997), uma das maneiras de realizar essa passagem, é multiplicando as experiências escolares sobre os objetos do espaço com que a criança tem contato em seu cotidiano. Dessa forma ela “... criará uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, distancia-se do espaço sensorial ou físico. É o aspecto experimental que colocará em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico.”

Através de atividades de manipulação, experimentação, observação, a criança poderá desprender-se da manipulação de objetos e representações físicas como o desenho e as representações dinâmicas, passando a raciocinar sobre essas representações e abstrair os conceitos.

Após todas as atividades de todas essas sessões, buscamos contextualizar a última pergunta que os alunos deveriam responder para analisarmos

fenomenologicamente, com o objetivo de ampliar nossa percepção acerca do fenômeno da interação dos sujeitos com os recursos didáticos e suas utilizações para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Essa pergunta foi formulada da seguinte maneira:

“Durante todas as aulas sobre poliedros regulares, nós usamos desenhos, objetos e imagens no computador. O que você acha mais importante para aprender?”

Entrevistamos os alunos um a um. Gravamos as respostas em fita K7. Conforme foram sendo entrevistados, os alunos dirigiram-se até a sala de aula onde a professora os aguardava.

CAPÍTULO VI

ANÁLISE FENOMENOLÓGICA

O principal **objetivo dessa dissertação é a descrição fenomenológica das possíveis interações entre os sujeito e recursos didáticos utilizados para representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.**

A pesquisa seguirá o rigor do método considerando que a pedra angular da fenomenologia é a intencionalidade e a atitude dela decorrente não é mais a natural, porém a fenomenológica. Essa atitude tem como núcleo a própria concepção de consciência, entendida tal como por Bicudo (2000): “...como um todo absoluto, independente de outro ente e não tendo nada fora de si, porque é movimento de abarcar o que está na circunvisão, é o ato de estar atento ao percebido”.

A questão que orientou toda essa investigação foi: **Como a articulação dos recursos didáticos: desenho, objeto e representações dinâmicas podem auxiliar na visualização e representação da geometria espacial?**

Com interesse de contemplar tanto a dimensão teórica como a experimental da pesquisa fenomenológica na prática pedagógica e na pesquisa do campo educacional, passamos às fases da pesquisa que rege o método: obtenção de dados: descrição fenomenológica; análise ideográfica; matriz nomotética; análise teórica das confluências temáticas em duas vertentes: dos discursos dos sujeitos e da observação da seqüência didática; indicação e reflexão sobre as categorias abertas e as considerações finais.

6.1- Obtenção de dados: descrição fenomenológica

A investigação fenomenológica trabalha sempre com o qualitativo, com o que faz sentido para o sujeito que participa da pesquisa. A descrição não se limita aos conceitos ou às idéias do sujeito, mas ao que ele sente e percebe. Para que essas

manifestações fossem descritas, buscamos realizar uma pergunta contextualizada e do modo mais claro possível, para que o sujeito pudesse responder o que fez sentido para que ele, o mais significativo no momento do fenômeno, pois a “percepção do fenômeno percebido é o fundo onde este se dá”. (Bicudo,2000). Com esse objetivo, perguntamos para os sujeitos:

“Durante os dias em que trabalhamos com os poliedros regulares, fizemos várias atividades. Usamos os objetos que vocês montaram na sala de aula, desenhos e o programa no computador. De todos os materiais, qual você considera o mais importante para aprender? Por quê?”

Os relatos do sentido pelos sujeitos foram gravados em fita K7 e transcritos in verbatim. Como realizamos uma extensa análise da participação de todos os sujeitos ao longo da descrição da sequência didática, selecionamos sete discursos para a análise fenomenológica porque suas percepções representam as dos demais e são significativas ao fenômeno investigado nesta pesquisa.

6.2- Análise ideográfica

Bicudo (2000) afirma que, ao ler as descrições com atenção e sempre dirigidas pela interrogação formulada, o pesquisador deve destacar as unidades de significado, ou seja, partes que julga importantes para responder sua pergunta e formular posteriormente as categorias abertas.

“Encaramos a descrição à luz da interrogação; destacamos as unidades de significado e as repetimos na linguagem do sujeito, denominada ingênu...” Bicudo (2000:92)

As unidades vão pouco a pouco, moldando a essência do sentido procurado. Tendo destacado as unidades, procede-se o chamado discurso articulado ou discurso interpretativo, em nível de cada discurso individual. Segundo Pais (2000), isso significa verificar de todas as unidades do sujeito, as não repetitivas, as contradições ou convergências. Ao final do discurso articulado tem-se as unidades reduzidas e convergidas na direção da estrutura fenomenal.

“... elucidamos essa fala conforme a linguagem do pesquisado... considerando recursos da hermenêutica-fenomenológica por permitirem efetuar a dialética solo perceptivo/ experiência perceptiva do sujeito/explicação pela linguagem; obtemos as Unidades de Significado já postas de modo mais esclarecedor”. (Bicudo, 2000:92)

Frisamos que os elementos destacados no levantamento bibliográfico e na análise das sessões não influenciaram a identificação das unidades significativas das quais serão elencadas as categorias abertas da pesquisa. A análise ideográfica foi realizada de acordo com os rigores do método, tais como descritos em Bicudo (2000).

A partir dessa referência, entendemos que a análise ideográfica é o momento da redução fenomenológica e a escolha das unidades de significado envolve a subjetividade do pesquisador, que intencionalmente atua consciente, sem ingenuidade, sabendo que seu olhar deve fixar-se em raízes cognitivas de suas próprias afirmações.

6.3- Discursos dos sujeitos e análise ideográfica

Discurso do sujeito A	Unidades de significado do sujeito A
<p>O que mais me ajudou pra aprender foi mexer com os polígonos, eu aprendi tudo, quase tudo dos polígonos, me ajudou bastante nos conhecimentos... ¹⁵A primeira aula, que você pôs lá no quadro o que era polígonos... ¹⁶A aula na informática. A primeira aula lá na informática, a gente conheceu aquele programa que é muito legal.</p>	<p>A.1- O que mais me ajudou pra aprender foi mexer</p> <p>A.2- eu aprendi tudo, quase tudo dos polígonos, me ajudou bastante nos conhecimentos...</p> <p>A.3- (melhor aula) A primeira aula, que você pôs lá no quadro o que era polígonos</p> <p>A.4- (aula que mais participou) A primeira aula lá na informática,</p> <p>A.5- (no laboratório de informática) a gente conheceu aquele programa que é muito legal.</p>
<p>Discurso articulado do aluno A</p>	
<p>O sujeito relata que sua aprendizagem é muito significativa quando ele tem a oportunidade de pegar e movimentar os objetos com as mãos “mexer”. Mesmo que ele ainda confunda os termos usados na linguagem geométrica chamando os poliedros de polígonos, percebemos que ele valoriza os saberes institucionalizados pelo professor, relatando que a melhor aula foi quando apresentamos algumas definições de polígonos. Para ele, a aula mais participativa no laboratório de informática, onde ele conheceu um programa muito legal.</p>	

Os símbolos do quadro das unidades de significado referem-se à interferência da pesquisadora, com o objetivo de ampliar o relato das percepções dos sujeitos.

¹⁵ “Qual foi a melhor aula?”

¹⁶ “Qual aula você participou mais?”

Discurso do sujeito B	Unidades de significado do sujeito B
<p>Sim eu aprendi como que monta. Na informática é mais fácil porque dá pra gente ver ele por dentro, por fora, e na hora do jogo que teve na varanda foi divertido, que a gente descobriu o do colega, qual era o poliedro do colega.</p>	<p>B.6- Sim eu aprendi como que monta</p> <p>B.7- Na informática é mais fácil</p> <p>B.8- (na informática)... dá pra gente ver ele por dentro, por fora,</p> <p>B.9-... na hora do jogo que teve na varanda foi divertido</p> <p>B.10- a gente descobriu qual era o poliedro do colega.</p>
<p>Discurso articulado do aluno B</p>	
<p>O sujeito relata que aprendeu como se monta, valorizando a re-produção dos modelos concretos associados aos poliedros. Para ele é mais fácil perceber as figuras geométricas no computador porque o movimento lhe permite ver as imagens por dentro e por fora, ou seja, em diversas perspectivas. O jogo na varanda é caracterizado como divertido, quando ele decodificou o desenho associado à figura do poliedro regular do colega.</p>	

Discurso do sujeito C	Unidades de significado do sujeito C
<p>Eu aprendi, só que no computador eu tive um pouco de dificuldade de olhar a figura, porque quando a gente virava pra contar as arestas, os vértices, as faces, às vezes eu me confundia um pouco. No desenho, eu achei um pouco mais fácil, mas às vezes a gente se confunde também por causa dos pontilhados de trás da figura mostrando atrás da figura, mesmo. Nos objetos que a gente montou, eu achei que foi mais fácil porque dá pra gente tocar e eu não me confundi muito.</p>	<p>C.11- Eu aprendi</p> <p>C.12-... no computador eu tive um pouco de dificuldade de olhar a figura,</p> <p>C.13- (no computador)... quando a gente virava pra contar as arestas, os vértices, as faces, às vezes eu me confundia um pouco.</p> <p>C.14- No desenho, eu achei um pouco mais fácil,</p> <p>C.15- (no desenho)... às vezes a gente se confunde também por causa dos pontilhados de trás da figura...</p> <p>C.16- Nos objetos que a gente montou, eu achei que foi mais fácil</p> <p>C.17- (nos objetos)... dá pra gente tocar e eu não me confundi muito.</p>
<p>Discurso articulado do sujeito C</p>	
<p>O aluno relata que aprendeu, mas sentiu um pouco de dificuldade para olhar a figura e identificar o número de faces, arestas, vértices no computador devido o movimento das imagens digitais. Ele relata que os pontilhados de trás do desenho dificultam a visualização da figura, mas mesmo assim, ele prefere o desenho em perspectiva às imagens em movimento no computador. Contudo, para ele o objeto é o melhor recurso para identificar elementos de figuras espaciais, ele relata que o objeto possibilita tocar e identificar os elementos sem se confundir muito, ou seja, para ele, o objeto possibilita melhor visualização.</p>	

Discurso do sujeito D	Unidades do sujeito D
<p>Eu gostei de todos os materiais, mas o que eu achei mais interessante, o que eu mais gostei foi pra fazer no computador, porque a gente tinha o nome escrito no computador, a gente pôde aprender mais. Eu também gostei de montar, só que é mais difícil montar do que fazer no computador. No desenho, dependendo foi fácil. Dependendo da forma que a gente pegou foi fácil, mas tinham alguns desenhos que foram difíceis também. O mais difícil no desenho é pra você fazer cada detalhezinho, cada coisinha por trás.¹⁷ É divertido. Foi muito interessante porque a gente pôde aprender de novo o que a gente viu no começo do ano, a gente aprendeu bastante coisa.</p>	<p>D.18- Eu gostei de todos os materiais, D.19- o que eu mais gostei foi pra fazer no computador, D.20-... o nome escrito no computador, a gente pôde aprender mais. D.21- Eu também gostei de montar, D.22-... só que é mais difícil montar do que fazer no computador. D.23- No desenho... Dependendo da forma que a gente pegou foi fácil, D.24-... tinham alguns desenhos que foram difíceis D.25- O mais difícil no desenho é pra você fazer cada detalhezinho, cada coisinha por trás. D.26- (O que achou das aulas?) Divertido.</p>
<p>Discurso articulado do sujeito D</p>	
<p>O sujeito relata que gostou de utilizar todos os recursos didáticos: objetos, desenhos e computador, mas prefere o computador porque através dele é possível identificar a imagem associada ao poliedro pelo menu do programa e isso favorece sua aprendizagem. Ele também gostou de montar os objetos, mas foi mais difícil montar o objeto associado aos poliedros regulares com os modelos de polígonos recortados em papel cartão do que manusear as imagens digitais de poliedros na tela do computador. Para ele, a dificuldade com o desenho varia de acordo com a figura espacial, mas o que ele acha mais difícil é desenhar os detalhes de trás, ou seja, a perspectiva do desenho. Todas as aulas foram divertidas e o interessante foi poder revisar alguns conteúdos do começo do ano e aprender coisas novas.</p>	

¹⁷ O que você achou das aulas?

Discurso do sujeito E	Unidades de significado do sujeito E
<p>Eu achei divertida, diferente, eu também gostei muito porque era novo... No computador, eu achei mais fácil porque você podia deixar a forma plana pra contar as faces, os vértices. No desenho, eu não conseguia desenhar bem então eu me confundi, não sabia qual era qual e o objeto concreto, por exemplo, o dodecaedro, eu não conseguia contar, porque eram muitas faces, eu tinha que ficar com o dedo... eu não conseguia.</p>	<p>E.27- Eu achei divertida</p> <p>E.38- eu também gostei muito porque era novo</p> <p>E.29- No computador, eu achei mais fácil</p> <p>E.30- (no computador) você podia deixar a forma plana pra contar as faces, os vértices.</p> <p>E.31- No desenho, eu não conseguia desenhar bem então eu me confundi,</p> <p>E.32-... o objeto concreto, por exemplo, o dodecaedro, eu não conseguia contar, porque eram muitas faces, eu tinha que ficar com o dedo... eu não conseguia</p>
<p>Discurso articulado do sujeito E</p>	
<p>Percebemos que o sujeito achou as aulas divertidas porque tudo era novidade. Para ele, a possibilidade de planificar as imagens associadas às figuras espaciais no computador facilita a percepção e identificação dos elementos das figuras geométricas. Ele relata que o desenho em perspectiva o confunde porque ele não sabe “desenhar bem” e não consegue contar as faces da figura geométrica usando o objeto e cita o exemplo do modelo do dodecaedro, que tem “muitas faces” e dificulta a contagem das faces com o dedo.</p>	

Discurso do sujeito F	Unidades de significado do sujeito F
<p>Eu aprendi bastante e eu não sabia muito bem. Eu acho que tudo é importante pra gente porque quando a gente crescer a gente vai ter que saber essas coisas, então eu acho legal a gente aprender. No computador, eu não consegui fazer muito bem, pra contar vértices, arestas e faces, porque quando eu contava, eu tinha que virar e eu me confundia. No desenho ficava mais fácil porque ele era bem desenhado. No objeto também foi fácil.</p>	<p>F.33- Eu aprendi bastante e eu não sabia muito bem.</p> <p>F.34- Eu acho que tudo é importante</p> <p>F.35- No computador, eu não consegui fazer muito bem,</p> <p>F.36- (no computador)... pra contar vértices, arestas e faces, porque quando eu contava, eu tinha que virar e eu me confundia.</p> <p>F.37- No desenho ficava mais fácil porque ele era bem desenhado</p> <p>F.38- No objeto também foi fácil</p>
<p>Discurso articulado do sujeito F</p>	
<p>Comparando com os aprendizados anteriores sobre os poliedros, o sujeito relata ter aprendido bastante durante as aulas: “tudo é importante”. Todos os recursos e atividades desenvolvidas foram importantes para sua aprendizagem. Porém, no computador, ele não conseguiu contar as faces, arestas e vértices das figuras espaciais porque quando virava a imagem, ele se confundia. Ele achou mais fácil identificar o número faces, vértices e arestas no desenho bem desenhado e no objeto associado ao poliedro do que no computador.</p>	

Discurso do sujeito G	Unidades de significado do sujeito G
<p>Ajudaram muito. O computador foi o que mais me ajudou porque eu podia ver ele de todo o jeito e se eu quisesse parar ele eu podia parar. ¹⁸Eu achei na hora de montar, porque no começo eu achei muito difícil descobrir uma figura pra montar, mas depois eu achei que não tinha mistério, era muito fácil. Nos desenhos ficava mais fácil contar os vértices, as arestas, as faces, porque você pode ver ele amplo.</p>	<p>G.39- Ajudaram muito.</p> <p>G.40- O computador foi o que mais me ajudou</p> <p>G.41- (no computador)... eu podia ver ele (imagem digital associada ao poliedro) de todo o jeito e se eu quisesse parar ele eu podia parar.</p> <p>G.42- (aula mais interessante) Eu achei na hora de montar,</p> <p>G.43- (montar o objeto) no começo eu achei muito difícil descobrir uma figura pra montar, mas depois eu achei que não tinha mistério, era muito fácil.</p> <p>G.44- Nos desenhos ficava mais fácil contar os vértices, as arestas, as faces,</p> <p>G.45- (o desenho)... você pode ver ele amplo.</p>
<p>Discurso articulado do sujeito G</p>	
<p>O sujeito relata que as atividades e a utilização dos recursos didáticos: objetos, desenhos e computador durante as aulas o “ajudaram muito”. O computador foi o que mais ajudou o sujeito, porque ele podia controlar os movimentos da imagem associada ao poliedro. Para ele, a aula mais interessante foi a de montar os objetos associados aos poliedros regulares porque no começo da aula ele achou difícil lembrar uma figura, mas depois que ele descobriu, percebeu que não tinha mistério e achou muito fácil montar o objeto. Ele também considera fácil contar as vértices, arestas e faces da figura geométrica no desenho porque ele é amplo.</p>	

¹⁸ “Qual foi a aula mais interessante?”

Discurso do sujeito H	Unidades de significado do sujeito H
<p>Eu aprendi, porque quando a gente fazia no computador a gente podia virar as formas pra perceber quantas arestas, vértices. Eu gostei, porque nos desenhos também a gente podia perceber por trás dos desenhos, na frente, dava pra contar. ¹⁹ Eu acho que foi quando a gente foi montar as formas, porque tinha que saber que forma que ia fazer, perceber como tinha que fazer.</p>	<p>H.46- Eu aprendi, H.57-... no computador a gente podia virar as formas pra perceber quantas arestas, vértices. H.48-... nos desenhos também a gente podia perceber por trás dos desenhos, na frente, dava pra contar. H.49- (aula que aprendeu mais)... quando a gente foi montar as formas, H.50- (para montar o objeto)... tinha que saber que forma que ia fazer, perceber como tinha que fazer.</p>
<p>Discurso articulado do sujeito H</p>	
<p>O sujeito relata que aprendeu sobre os poliedros regulares e relata como os recursos didáticos: objeto, desenho e computador favoreceram sua aprendizagem. No computador ele podia movimentar as imagens digitais associadas às figuras espaciais e perceber os elementos geométricos. Ele também gostou do desenho porque podia perceber toda a figura espacial e contar seus elementos. A aula que ela aprendeu mais foi a de montar os objetos, porque ele tinha que perceber qual figura geométrica iria representar e planejar sua confecção.</p>	

¹⁹ “Qual a aula que você aprendeu mais?”

6.4- Matriz nomotética

Segundo Bicudo (2000), nesse momento o pesquisador deve destacar as unidades que vê como sendo as mais significativas nas descrições coletadas, dispondo-as em forma de asserções e indicando, o mais fielmente possível, as idéias articuladas no discurso. Essas unidades são organizadas em uma síntese e agrupadas por temas ou categorias abertas. Com esse movimento, o pesquisador vai da análise ideográfica à nomotética, que unifica as estruturas mais gerais.

Pais (1999) destaca que na análise nomotética deve-se buscar apreender uma normatividade ou generalidade naquilo que foi interpretado nos discursos individuais. Este é o grande momento da pesquisa, pois se traduz como uma visualização do fenômeno numa dada perspectiva que certamente poderá ser complementada por outros olhares.

Essa redução deve ser elaborada a partir das interpretações que se articulam com a interrogação que orienta a pesquisa. A tabela abaixo deve mostrar claramente a interconexão entre as unidades de significado dos sujeitos e a convergência para as confluências temáticas (CT): manipulação, representações dinâmicas, desenho das figuras espaciais em perspectiva, interação, visualização, aprendizagem e informática, lúdico.

Matriz nomoética

Confluências temáticas	Unidades de significado dos sujeitos
CT1- Manipulação	A1, B6, C16, C17, D18, D21, D22, E32, F38, G42, G43, H49, H50
CT2- Desenho das figuras espaciais em perspectiva	C14, C15, D18, D23, D24, D25, E31, F37, G44, G45, H48
CT3- Representações dinâmicas	C13, D18, E32, F36, F38, G41, H47
CT4- Visualização	B8, C12, E31, E32, G41, G44, G45, H47, H48, H50
CT5- Interação do sujeito com os recursos didáticos	A1, A5, B6, C11, C13, C16, C17, D18, D19, D21, D22, D23, D25, E30, E31, E32, F34, F35, F36, G41, G41, G42, G43, G44, H46, H47, H49
CT6- Aprendizagem e informática	A4, A5, B7, C12, C13, D18, D19, D20, D22, E28, E29, F35, G40
CT7- O lúdico e a aprendizagem	A5, B9, B10, D21, D26, E27

No desenvolvimento da pesquisa e de nossa própria consciência, percebemos que para identificarmos as categorias abertas do fenômeno da interação entre o sujeito e recursos didáticos: desenho, objetos e representações dinâmicas, utilizados para representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, não poderíamos desperdiçar toda a nossa percepção e análise realizada durante a seqüência didática, apresentada no Capítulo V desta dissertação.

Por isso, a análise teórica das confluências temáticas será realizada em duas vertentes: das confluências temáticas identificadas das unidades de significado dos discursos dos sujeitos e dos elementos de síntese destacados e analisados no decorrer da descrição da seqüência didática.

Portanto, além das confluências temáticas que convergiram dos discursos dos sujeitos, realizaremos outra convergência reflexiva sobre os elementos de síntese da seqüência didática. Como já explicamos anteriormente, os elementos de síntese serão identificados pelas letras ES seguidas de numerais em ordem crescente, por exemplo: ES1, ES2, ES3.

Entendemos que essa convergência a partir do discurso dos alunos e dos elementos de síntese pode representar uma grande contribuição no desvelamento do fenômeno pesquisado.

Elementos de síntese da seqüência didática:

Sessão 1	Sessão 2
ES 1: Devolução de problemas ES 2: O lúdico ES 3: O aluno valoriza o trabalho coletivo ES 4: O livro como fonte de consulta ES 5: Manipulação do objeto	ES 6: Visualização ES 7: Recursos pedagógicos ES 8: Representação plana de figuras espaciais ES 9: Ação didática ES 10: Utilização de Instrumentos de construção geométrica ES 11: Devolução de problemas
Sessão 3	Sessão 4
ES 12: Recursos didáticos ES 13: O lúdico ES 14: Percepção visual no computador ES 15: Visualização ES 16: O movimento ES 17: A novidade ES 18: Interatividade Es 19: O tempo cronológico ES 20: Programas de Geometria Dinâmica	ES 21: Matemática enquanto aritmética ES 22: A preferência de resolver problemas a partir de desenhos e não de objetos ES 23: Dificuldades em decodificar desenhos em perspectiva
Sessão 5	Sessão 6
ES 24: O computador enquanto recurso didático ES 25: Recursos didáticos	ES 26: Dificuldades em visualizar ES 27: Desenho em perspectiva ES 28: Abstração dos conceitos geométricos espaciais.

Convergência dos elementos de síntese para as confluências temáticas

Confluências temáticas	Elementos de síntese
CT1- Manipulação	ES5, ES2, ES5, ES6, ES7, ES12, ES13, ES22, ES26
CT2- Desenho das figuras espaciais em perspectiva	ES7, ES8, ES10, ES22, ES23, ES26, ES28, ES29
CT3- Representações dinâmicas	ES12, ES14, ES15, ES16, ES17, ES18, ES19, ES20, ES25
CT4- Visualização	ES6, ES7, ES8, ES12, ES14, ES15, ES18, ES20, ES26, ES28, ES29
CT5- Interação do sujeito com os recursos didáticos	ES5, ES6, ES7, ES12, ES13, ES14, ES17, ES22, ES23, ES25, ES26, ES28, ES29
CT6- Aprendizagem e informática	ES12, ES13, ES14, ES15, ES16, ES17, ES18, ES19, ES20, ES24, ES25, ES29
CT7- O lúdico e a aprendizagem	ES2, ES3, ES5, ES13, ES15, ES16, ES17, ES18, ES20
CT8- Didática	ES1, ES3, ES4, ES5, ES7, ES9, ES11, ES10, ES12, ES13, ES21, ES22, ES24, ES25, ES29

Tendo organizado a convergência das unidades de significado e dos elementos de síntese para as confluências temáticas, passaremos a reflexão teórica dessas confluências com o objetivo de envolver o fenômeno pesquisado.

Entendemos que essa é uma forma de transcendermos à percepção sensível dos aspectos da interação entre o sujeito e recursos didáticos utilizados para

representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

6.4.1- CT1: Manipulação

Entendemos por manipulação a possibilidade de percepção sensível do objeto que representa alguns conceitos ou aspectos deles. No ensino da matemática é comum a utilização de recursos didáticos que são objetos representantes de conceitos, como objetos em forma de cubos, esferas, quadrados, até mesmo representantes aritméticos, como o material dourado.

Esses objetos geralmente confeccionados de madeira, papel cartão, plástico, sucatas, “... permitem uma relativa manipulação no transcorrer de atividades visando a aprendizagem” Pais (1996). Para isso, a manipulação física do objeto deve constituir uma atividade intelectual que estabeleça uma relação dialética efetiva entre teoria e prática.

Essa idéia está organizada na teoria epistemológica de Geometria, desenvolvida por Gonseth (1945, apud Pais 1996), citada no capítulo III do referencial teórico dessa pesquisa. De acordo com essa teoria, o conhecimento geométrico não se dissocia dos aspectos intuitivos do conhecimento, nem este daquele.

Essa dialética entre teoria e prática pode ser observada nos relatos de alguns sujeitos que participaram dessa pesquisa:

“Sim eu aprendi como que monta”. (B6)

Partimos da concepção de que o espaço sensório-motor não é o único que fornece o essencial para a representação geométrica. O intelecto não age sobre o sensível previamente elaborado, mas ambos agem juntos, de forma intrínseca abordando o fenômeno do conhecimento.

Essa idéia contempla pesquisas de Piaget e Inhelder, na obra: “A representação do espaço na criança”, (1993):

Na realidade, desde o início da existência constrói-se efetivamente um espaço sensório-motor ligado, ao mesmo tempo, aos progressos da percepção e da motricidade, e cujo desenvolvimento adquire uma grande extensão até o momento da aparição simultânea da linguagem e da representação figurada (isto é, da função simbólica em geral). (Piaget, 1993:18)

Segundo Piaget (1993), o espaço representativo é beneficiado pelas formas construídas pela percepção. A percepção aqui entendida como “visualização”, tal como tratada por Passos (2000). A visualização que enriquece o conjunto de imagens mentais que se reconstituem dialeticamente em novos planos até sucederem às relações elementares inicialmente topológicas e após simultaneamente euclidianas e perspectivas.

Essa concepção de que o conhecimento intuitivo, desenvolvido pela percepção do mundo sensível e principalmente pela manipulação de objetos relacionados aos conceitos geométricos são evidenciados nos seguintes relatos:

“O que mais me ajudou pra aprender foi mexer”. (A1)

“... dá pra gente tocar e eu não me confundi muito”. (C17)

A manipulação do objeto envolve os aspectos intuitivos e abstratos do fenômeno do conhecimento geométrico, contribuindo para a formação de imagens mentais cada vez mais elaboradas até a formalização dos conceitos. Alguns sujeitos destacam a importância das imagens mentais, da criação, da elaboração mental relacionada à manipulação do real:

“... no começo eu achei muito difícil descobrir uma figura pra montar, mas depois eu achei que não tinha mistério, era muito fácil”. (G43)

“... tinha que saber que forma que ia fazer, perceber como tinha que fazer”. (H50)

Para Pais (1996), a utilização desses objetos ou recursos didáticos no Ensino Fundamental de 1ª a 4ª série, deve ser cuidadosamente planejado e fundamentado teoricamente pelo professor, no sentido de que ele possa contribuir, de fato, para a aprendizagem mais significativa do aluno e para que a manipulação

desses recursos não se limite a simples atividade lúdica ou à idéia que o conhecimento geométrico será abstraída apenas do contato físico com esses objetos.

De acordo com os relatos a seguir, podemos perceber que a manipulação envolve a criatividade, um elemento a mais no aspecto da interação entre sujeito e recurso didático, que está relacionado ao conhecimento. Vejamos esses relatos:

Sobre montar o objeto: *“No começo eu achei muito difícil descobrir uma figura pra montar, mas depois eu achei que não tinha mistério, era muito fácil”*. (G43)

A aula que aprendeu mais: *“... quando a gente foi montar as formas”* (H49). *“...tinha que saber que forma ia fazer, perceber como tinha que fazer”*. (H50)

Além dos aspectos levantados, percebemos também que a manipulação pode gerar uma possibilidade a mais de criação e construção do conhecimento pelo sujeito.

6.4.2- CT2: Desenho das figuras espaciais em perspectiva

Pelo fato do “mundo da Geometria” não pertencer às coisas do mundo, ou seja, não poder ser apreendido pelos órgãos dos sentidos, os desenhos utilizados didaticamente servem para ilustrar as idéias abstratas e auxiliar na elaboração de imagens mentais das noções abstratas.

Utilizados com a mesma concepção tratada na teoria epistemológica de Geometria, desenvolvida por Gonseth (1945 apud Pais, 1996), os desenhos são os recursos didáticos mais fortemente consolidados no ensino e aprendizagem da Geometria. Sua presença é marcante nos livros didáticos, nas aulas de Geometria ou simplesmente para ilustrar os enunciados de exercícios, definições e teoremas. Isso é verificável nos relatos dos sujeitos dessa pesquisa:

“No desenho, eu achei um pouco mais fácil”. (C14)

“Nos desenhos ficava mais fácil contar os vértices, as arestas, as faces...” (G44)

Porém os educadores devem estar atentos e evitar a utilização do desenho (e do objeto manipulável), como sendo ele mesmo o próprio conceito. “Um desenho não é uma figura geométrica ele próprio, mas um gráfico ou uma incorporação material, concreta dela”. (Fischbein, 1993 apud Passos, 2000:108)

Os desenhos associados às figuras espaciais, além de ajudar o trabalho do professor, também podem atrapalhar a formação dos conceitos geométricos, pois os desenhos às vezes representam um “obstáculo didático”:

“Os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar” (Pais, 2001:44)

Como exemplo de obstáculo didático, evidenciamos em nossa pesquisa, algumas dificuldades dos sujeitos de desenhar e decodificar desenhos em perspectiva, por exemplo:

“... às vezes a gente se confunde também por causa dos pontilhados de trás da figura...” (C15)

“ mais difícil no desenho é pra você fazer cada detalhezinho, cada coisinha por trás”. (D25)

“No desenho, eu não conseguia desenhar bem então eu me confundi”.
(E31)

Passos (2000) aborda a questão das dificuldades de desenhar e decodificar desenhos de figuras espaciais em perspectiva, e ressalta que essas habilidades não são apreendidas naturalmente, por isso devem ser ensinadas em sala de aula.

Nos relatos dos alunos também percebemos algumas dificuldades em relação aos desenhos estereotipados. Eles sempre reforçam que o trabalho com os desenhos é fácil se eles forem “bem desenhados”: *“No desenho ficava mais fácil porque ele era bem desenhado”.* (F37)

Em relação ao desenho geométrico, consideramos importante explicitarmos nosso entendimento acerca do significado “figura”. Referimo-nos à figura no mesmo sentido abordado por Passos (2000), onde a figura está relacionada

à imagens mentais, uma certa estrutura conceitual formada pelo indivíduo através de sua experiência e possibilidades de representação sensorial dos respectivos entes geométricos.

Os entes geométricos como o cubo, o círculo, a linha, por exemplo, não existem na realidade, possuem qualidades conceituais, como idealidade, abstração, generalidade e perfeição, mas de acordo com o mundo real que conhecemos pela percepção sensorial, atribuímos a esses entes abstratos, uma imagem, porém, uma imagem diferente daquela do objeto e do desenho é uma imagem relativa à abstração e à subjetividade.

Em síntese, com os devidos cuidados didáticos tomados pelo professor no planejamento da situação didática, consideramos que o desenho pode melhorar a interação dos alunos com o saber escolar e ampliar a visualização dos conceitos, ou seja, melhorar as imagens mentais acerca de determinado conceito até a sua formalização. Como exemplo dessa possibilidade, destacamos a unidade G45: (no desenho) “... *você pode ver ele amplo*”.

6.4.3- CT3: Representações dinâmicas

Segundo Lévy (1998), as imagens em movimento na televisão e no cinema são linguagens bidimensionais e animadas, mas não são interativas, não permitem a passagem à abstração nem o trabalho com conceitos. As imagens digitalizadas virtualmente no computador já são capazes de suportar ao mesmo tempo a imagem animada, a interação e a abstração.

De acordo com Lévy (1998), essas imagens são muito significativas para o sujeito que interage com o objeto do conhecimento e os equipamentos da informática. Essas novas formas de representação podem contribuir muito para o aprendizado, devido suas formas, variedade de disposições, movimentos e metamorfoses.

Os usuários poderão utilizar as imagens digitalizadas como uma nova linguagem, mais interativa, que melhor representa as imagens que a mente cria. Podemos perceber essas características das representações dinâmicas associadas aos

poliedros regulares a partir dos seguintes relatos dos sujeitos que participaram dessa pesquisa:

“... eu podia ver ele de todo o jeito e se eu quisesse parar ele eu podia parar”. (G41)

Essa nova possibilidade criada pelas representações dinâmicas pode colaborar no sentido de estimular a capacidade de passar do saber empírico para o abstrato, trabalhando melhor com os conceitos.

Uma vez que as imagens digitais podem reproduzir porções inacessíveis do universo físico, elas podem muito bem servir como recurso de ensino, e didaticamente serem utilizadas para ensinar. Por exemplo, manipulando o objeto associado ao cubo, o sujeito tem alguns pontos de acessibilidade do conceito, algumas possibilidades de percepção sensível e visualização do ente geométrico. Com a representação dinâmica do cubo, o sujeito pode ver perspectivas impossíveis ou muito difíceis de serem vistas com o objeto ou desenho associado ao cubo. Essa característica é facilmente identificada no relato dos sujeitos:

“... no computador a gente podia virar as formas pra perceber quantas arestas, vértices”. (H57)

“... dá pra gente ver ele por dentro, por fora...” (B8)

Além dos objetos, desenhos, dobradura, recortes e outros recursos didáticos, com o advento das novas tecnologias da informática, podemos utilizar didaticamente as imagens digitais como fonte de possibilidades para o ensino e a aprendizagem escolar, devido sua linguagem intrinsecamente ligada às capacidades de memória e interação estabelecida entre o sujeito e o saber, através dos programas de computadores.

6.4.4- CT4: Visualização

Na presente pesquisa, “visualização” está sendo compreendida como a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação mental de um objeto ou de uma expressão), "As imagens mentais têm natureza bem diferente das

representações do objeto e do desenho. Elas representam a estrutura mental do sujeito que aprende".

Visualização aqui é compatível com o que Merleau-Ponty (1999) apresenta como sendo percepção do corpo-próprio. "Para Merleau-Ponty, o corpo individual é aquela zona de mediação na qual o limite entre o interno e o externo, entre o puro ato de consciência e o mero mecanismo corporal se confundem". (Eden)²⁰

A visualização abrange a percepção porque segundo Merleau-Ponty (1999:274), "é pensando meu corpo como objeto móvel que posso decifrar a aparência perceptiva e construir o cubo verdadeiro".

Nas articulações do corpo-próprio para a visualização, podemos identificar duas características básicas das imagens mentais: a subjetividade e a abstração. São subjetivas porque representam o interior mental do sujeito, sua forma de percepção, compreensão e apreensão dos conceitos. Mesmo sendo pessoal esta subjetividade tem caráter científico por ser temporário.

Essas imagens são abstratas, de natureza científica porque se aproximam do conceito científico enquanto objeto do conhecimento. O professor pode identificar a elaboração de imagens mentais quando o aluno é capaz de enunciar de forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos.

Ou seja, a aprendizagem envolve a intuição, a visualização e a abstração sem distinção, porque o fenômeno da aprendizagem envolve o sujeito apreendente como um todo. Podemos ilustrar nosso pensamento pela citação de Merleau-Ponty (1999:273): "O corpo-próprio está no mundo assim como o coração no organismo; ele mantém o espetáculo visível continuamente em vida, anima-o e alimenta-o interiormente, forma um sistema".

Na aprendizagem da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, uma das dificuldades dos alunos é visualizar a figura geométrica para realizar a passagem do espacial ao plano e do plano para o espacial.

²⁰ Eden, Tânia. Percepção e Linguagem em Merleau-Ponty e Wittgenstein. Disponível em: <http://www.cfh.ufsc.br/~wfil/tania.htm> (pesquisado em 05/12/2002)

Percebemos essa dificuldade quando destacamos as unidades de significado dos relatos. Abaixo, verificamos o mesmo sujeito com dificuldades de visualizar a figura geométrica. Ele tem dificuldades, tanto para desenhar como para decodificar objetos associados aos poliedros:

“No desenho, eu não conseguia desenhar bem então eu me confundi”.
(E31)

“... o objeto concreto, por exemplo, o dodecaedro, eu não conseguia contar, porque eram muitas faces, eu tinha que ficar com o dedo... eu não conseguia”. (E32)

Outros sujeitos já conseguem visualizar as figuras espaciais e realizam a passagem da representação plana para a espacial (com o objeto) com mais tranqüilidade. Vejamos as unidades de significado:

Montar o objeto: “... no começo eu achei muito difícil descobrir uma figura pra montar, mas depois eu achei que não tinha mistério, era muito fácil.” (G43)

“Nos desenhos ficava mais fácil contar os vértices, as arestas, as faces...”
(G44)

O desenho: “... você pode ver ele amplo”. (G45)

A partir desses exemplos podemos dar um significado à visualização: “... é sob a condição de ver alternadamente de diferentes posições”. Merleau-Ponty (1999:273)

Bonafe (1988) analisa essas passagens de desenho para objeto no ensino da geometria espacial e ressalta que quando o aluno não tem imagens mentais suficientemente operacionais para desenhar ou decodificar um desenho em perspectiva, isso pode se constituir em um obstáculo para a aprendizagem geométrica. Portanto, a habilidade de visualização como criação de imagens mentais deve ser trabalhada na escola.

Para Pais (1996), no processo de representação do espaço tridimensional quatro elementos intervêm consideravelmente na representação plana do espaço

tridimensional: o objeto, o desenho, a imagem mental e o conceito. Objeto e desenho, de natureza experimental, constituem-se recursos didáticos no auxílio à construção do conhecimento, na elaboração de imagens mentais cada vez mais elaboradas até o nível da formalização conceitual e a compreensão da perspectiva. Nos relatos dos alunos constatamos a importância da utilização dos desenhos e objetos para a aprendizagem da Geometria:

“No desenho ficava mais fácil porque ele era bem desenhado.” (F37)

“O que mais me ajudou pra aprender foi mexer.” (A1)

“Nos desenhos ficava mais fácil contar os vértices, as arestas, as faces...” (G44)

Porém, às vezes esses recursos podem constituir-se obstáculos para a aprendizagem, ou seja, devido à multiplicidade que envolve o fenômeno da aprendizagem, para algumas pessoas, esses recursos podem representar acessibilidade ao conhecimento e para outros não, como destacamos nos relatos dos seguinte sujeitos:

“No desenho, eu não conseguia desenhar bem então eu me confundi...” (E31)

“... o objeto concreto, por exemplo, o dodecaedro, eu não conseguia contar, porque eram muitas faces, eu tinha que ficar com o dedo... eu não conseguia.” (E32)

Por isso, sugerimos que além dos recursos convencionalmente usados nas escolas, como o desenho, o objeto e outros, possamos incluir as imagens digitais produzidas no computador como um aliado para criação de novas situações didáticas, pois as possibilidades de visualização podem ser aumentadas, devido aos recursos computacionais de imagem, som, cores e movimento do computador.

“... só que é mais difícil montar do que fazer no computador”. (D22)

Na informática: *“... dá pra gente ver ele por dentro, por fora...”* (B8)

Entendemos que as representações dinâmicas produzidas pelos sistemas computacionais podem ser utilizadas didaticamente como elemento de apoio para o

desenvolvimento da habilidade de visualização e, para isso, é fundamental que o professor elabore com clareza e reflexão teórica, os objetivos e os procedimentos que envolverão as situações didáticas e a-didáticas propostas para os alunos, de forma principalmente a explorar a interação dos alunos com o programa, como uma forma de construção do conhecimento.

6.4.5- CT5: Interação dos sujeitos com os recursos didáticos

De acordo com a abordagem de “interação”, tratada no capítulo II desse trabalho, compreendemos a interação como sendo um processo de articulação do sujeito com o meio ambiente como um todo:

O mundo não é um objeto do qual possuo comigo a lei de constituição, ele é o meio natural e o campo de todos os meus pensamentos e de todas as minhas percepções explícitas. A verdade não “habita” apenas o “homem interior”, ou, antes, não existe homem interior, o homem está no mundo, é no mundo que ele se conhece. (Merleau-Ponty, 1999: 6)

Mas tratando-se de uma pesquisa de cunho didático, envolveremos a interação no aspecto do ambiente gerado em sala de aula.

A interação do sujeito com os recursos didáticos ocorrem em momentos em que os sujeitos dispõem de determinados recursos previamente organizados pelo professor para a elaboração do conhecimento em questão. Mas como ocorre essa interação? Respondemos essa pergunta com uma citação de Piaget (1975):

A inteligência não principia, pois, pelo conhecimento do eu nem pelo das coisas como tais, mas pelo da sua interação; e é orientando-se simultaneamente para os dois pólos dessa interação que a inteligência organiza o mundo, organizando-se a si própria. (Piaget, 1975:330)

Para Piaget (1998), o problema inicial do conhecimento não é o sujeito, no sentido epistemológico do termo, nem objetos concebidos como tais, nem os instrumentos invariantes de troca, mas a mediação entre eles.

A partir da zona de contato entre o corpo próprio e as coisas eles se empenharão então sempre mais adiante nas duas direções complementares do exterior e do interior, e é desta dupla construção progressiva que depende a elaboração solidária do sujeito e dos objetos. (Piaget, 1983: 6)

Na dinâmica da aprendizagem, o corpo-próprio envolve-se com os objetos numa dialética, e para isso ambos precisam de instrumentos como a percepção e a ação. O conhecimento nunca é “um estado, quer seja subjetivo, representativo ou objetivo. É uma atividade.” (Furth, 1969 apud Bicudo, 2000: 18)

“O que mais me ajudou pra aprender foi mexer”. (sujeito A, unidade 1)

“Eu aprendi”. (sujeito C, unidade 11)

“... o objeto concreto, por exemplo, o dodecaedro, eu não conseguia contar, porque eram muitas faces, eu tinha que ficar com o dedo... eu não conseguia.” (sujeito E, unidade 32)

Aula que aprendeu mais: *“... quando a gente foi montar as formas...” (sujeito H, unidade 49)*

Portanto, o conhecimento não está unicamente no sujeito, nem em um objeto independente e externo, mas é construído pelo sujeito em uma relação sujeito-objeto indissociável: “o conhecimento, em todos os níveis, é uma relação dinâmica. É intrinsecamente relacionado e dependente de estruturas do organismo”. (Furth, 1969 apud Bicudo, 2000: 18)

Essa nova visão não aceita a noção de que o conhecimento se desenvolve na independência de sujeito e objeto, que o sujeito é um agente separado do mundo, do contexto, dos significados, das criações, do campo de conceitos, sentimento, ou seja, de tudo que envolve esse meio onde o sujeito está e se movimenta. Entendemos que a interatividade está no envolvimento do corpo-no-mundo. O onde é “o meio natural e o campo de todos os meus pensamentos e de todas as minhas percepções explícitas”. (Merleau-Ponty, 1999: 6)

Nesse sentido, a interação está relacionada à capacidade de percepção. As percepções explícitas são as percepções postas em formas de apresentação, isto é, de presentificação ao mundo. Merleau-Ponty (1999: 6) destaca a percepção como o

suporte para todo o pensamento, como que a percepção constituísse um plano onde a ação do sujeito sobre o objeto se mistura às percepções desse sujeito em relação ao objeto que pretende apreender: “a percepção não é ciência do mundo, não é nem mesmo um ato, uma tomada de posição deliberada, ela é o fundo sobre o qual todos os atos se destacam e ela é pressuposta por eles”.

Na construção do conhecimento, sujeito e objeto mesmo constituído de naturezas opostas, formam um sistema único, um relacionando-se com o outro, um agindo sobre o outro com objetividade, mesmo que esta seja temporária. Transportando essas noções para o contexto escolar, a interação entre sujeito e objeto não deve ser menosprezada. A didática deve proporcionar condições para que a interação entre sujeito e objeto seja efetiva, que a percepção seja realmente um fundo, um suporte para toda dinâmica do sujeito cognitivo, com vistas à aprendizagem dos saberes escolares.

6.4.6- CT6: Aprendizagem e o computador

Por não ser ainda um conceito estabilizado, a inserção dos computadores na educação com o propósito da aprendizagem dos saberes escolares não pode ser totalmente compreendido ou abordado devido às múltiplas formas de utilização dos recursos da informática para a promoção da aprendizagem escolar.

Nosso olhar está dirigido para algumas noções da relação computador e aprendizagem, orientado principalmente pelas idéias de Lévy (1999) e Quéau (1993).

Um dos aspectos positivos da relação computador e aprendizagem, é que por ser de natureza numérica e simbólica, o computador possibilita quase todos os tipos de mediação entre linguagens formais e representações sensíveis, o que possibilita inúmeras formas de interação entre o sujeito (usuário) e as informações para a elaboração do conhecimento.

O computador pode ser utilizado de forma a conciliar dois mundos: o inteligível e o sensível, o mundo dos modelos e das imagens. Reconciliados por intermédio da digitalização dos dados ora arquivados, ora desterritorializados ou atualizados pelos programas nas telas ou outros equipamentos de saída de dados.

Para Lévy (1999), os computadores podem ser considerados potencializadores da aprendizagem. Por sua essência digital, o computador torna-se o primeiro equipamento tecnológico que possibilita a produção e a circulação de signos (informações), qualitativamente diferente das formas anteriores de comunicação e transmissão de informações.

Nesse mesmo sentido, Quéau (1993) relata que a imagem digital nos programas virtuais é capaz até de tornar as matemáticas fisicamente perceptíveis, ou seja,

... essas “imagens” tornadas visíveis não esgotam imediatamente a substância dos modelos formais que as engendram: só dão conta deles de modo parcial e relativo. Enquanto “imagens”, elas não nos permitem entender o modelo abstrato que as engedram, ma abrem uma janela para ele. (Quéau, 1993:92)

Verificamos essa relação do abstrato com o perceptível através das imagens digitalizadas, quando os sujeitos referem-se ao trabalho com as representações dinâmicas no computador:

“Na informática é mais fácil.” (sujeito B, unidade 7)

“... o que eu mais gostei foi pra fazer no computador...” (sujeito D, unidade 19)

“O computador foi o que mais me ajudou.” (sujeito G, unidade 40)

Portanto, um dos aspectos da utilização do computador para a aprendizagem é a utilização das imagens digitais, porque elas não apenas informam, mas promovem uma possibilidade de interação entre o objeto do conhecimento e o sujeito. Mesmo sendo abstratas oferecem um aspecto material, visível ao usuário.

Em relação à interatividade do computador e o usuário, Valente (1993) afirma: “O uso do computador requer certas ações que são bastante efetivas no processo de construção do conhecimento. Quando o aprendiz está interagindo com o computador ele está manipulando conceitos e isso contribui para seu desenvolvimento mental”.

A possibilidade das imagens associadas aos conceitos no computador emerge um aspecto lúdico entre o sujeito e essas novas formas de representação, e pode ser observado nos relatos dos sujeitos que participaram dessa pesquisa:

No laboratório de informática: “... a gente conheceu aquele programa que é muito legal...” (sujeito A, unidade 5)

Sendo um processo social, a educação envolve a transformação da experiência pessoal, e conseqüentemente, da consciência. Com a utilização da informática acredita-se tornar o processo ensino-aprendizagem mais qualitativo, enriquecendo os ambientes educativos e aproximando os avanços sociais à democratização do ensino.

6.4.7- CT7: O lúdico e a aprendizagem

Nos discursos dos sujeitos destacamos o aspecto do lúdico em relação à representação dos conceitos geométricos espaciais e à aprendizagem. A importância do lúdico surge principalmente porque acreditamos que a brincadeira, a diversão, não precisa ser abolida das situações didáticas para que a criança das séries iniciais do Ensino Fundamental aprenda.

Segundo Muniz (2000b), o lúdico inserido nas situações didáticas não deve encerrar-se em si, mas através dele o professor pode criar oportunidades para que os alunos produzam seu conhecimento superando dificuldades, interagindo com normas, regras e pessoas.

Associando os princípios da etnomatemática à perspectiva de estudar, Muniz (2000b) explica que, mesmo trabalhando, a criança brinca e essa realidade muitas vezes é esquecida pelos educadores. Com base nessa afirmação, entendemos que a brincadeira envolve múltiplos fenômenos, mas com o objetivo de ensinar o professor pode criar e renovar situações lúdicas que possibilitem a aprendizagem dos saberes escolares.

Na situação do brincar, o sujeito é um ser sociocultural que utiliza estratégias pessoais, espontâneas, então aí ele pode utilizar e desenvolver

sua matemática informal, oral, oprimida, não estandardizada, escondida, ou então simplesmente, sua matemática popular. (Muniz, 2000 b:23)

O lúdico usado corretamente nas situações didáticas pode ser inútil na resolução de problemas, por isso, os alunos devem participar sempre que possível, de ambientes lúdicos, onde podem ser desafiados, questionados e levados a questionar, a organizar regras, onde possam ser envolvidos a todo o momento com vistas à superação, a conquistas e reflexões.

Destacamos alguns relatos dos sujeitos que participaram dessa pesquisa acerca da diversão durante as situações propostas. Quando perguntamos para o sujeito “D”, o que ele achou das aulas, ele respondeu: “- *Divertido*”.

O sujeito “E”: “- *Eu achei divertida*”.

Esse prazer em realizar as atividades escolares com os colegas, com os recursos didáticos e com o computador são verificados nos seguintes relatos:

Sujeito A, unidade 5: “- ... *a gente conheceu aquele programa que é muito legal.*”

“... *na hora do jogo que teve na varanda foi divertido...*” (sujeito B, unidade 9)

“... *a gente descobriu qual era o poliedro do colega.*” (sujeito B, unidade 10)

“*Eu também gostei de montar...*” (sujeito D, unidade 21)

É preciso que a escola se estruture em um tipo de ambiente em função do sujeito aprendiz, da criança, de suas necessidades e do conteúdo da aprendizagem. Durante a realização de jogos, por exemplo, é possível que a criança se envolva no papel de aprendiz e nas relações interpessoais com colegas e professor, alcance no seu espaço lúdico, a aprendizagem.

Percebemos aí a importância de levarmos em conta as necessidades e as possibilidades desse aprendiz, a concepção de aprendizagem abordada e a postura do professor neste ambiente de aprendizagem.

É preciso que este ambiente seja mais do que um espaço "facilitador", mas principalmente investigador da reflexão crítica, do prazer pela pesquisa e da aprendizagem contínua e autônoma.

6.4.8 - CT 8- Didática

Destacamos essa Confluência temática devido a convergência de alguns elementos de síntese, tais como: devolução de problemas, o aluno valoriza o trabalho coletivo, ação didática, utilização de instrumentos de construção geométrica, o livro como fonte de consulta didática, recursos pedagógicos, matemática enquanto aritmética, a preferência de resolver problemas a partir de desenhos e não de objetos, o computador como recurso didático.

Entendemos que os elementos de síntese convergem para a categoria Didática, porque são situações que muito dependem da ação didática do professor para prepara-las, organiza-las, conduzi-las em sala de aula.

A confluência temática Didática será interpretada a partir da Didática da Matemática, por ser considerada como uma das tendências de pesquisa que constituem a área de educação matemática e por entendemos que esses elementos de síntese fazem parte de duas situações vastamente refletidas na Didática da Matemática, que são as situações didáticas e a-didáticas.

Com referências à linha francesa, a Didática da Matemática surgiu na década 60, com abordagem construtivista. Sua principal característica é a interpretação de problemas do ensino e da aprendizagem da matemática através de conceitos didáticos. Esse movimento visa indicar propostas pedagógicas, sobretudo na sala de aula, com a finalidade de contribuir para uma melhor compreensão do fenômeno da aprendizagem e do ensino da matemática, ampliando as formas de reflexão sobre as relações estabelecidas entre professor, aluno e o saber.

Sem a pretensão de abordar todo o aspecto teórico e prático que envolve a didática da matemática, trataremos algumas noções destacadas por nós durante a realização de nossa seqüência didática, tais como: devolução de problemas.

Tomando como referência a construção do conhecimento escolar, no transcorrer de uma Situação Didática, tal como propõe Brousseau, aparecem as atividades de resolução de problemas.

Segundo Freitas (1999), no processo de ensino-aprendizagem deve haver condições para que o aluno resolva situações problemas com condições para realizar aproximações, organizar seus conhecimentos acerca de determinado saber escolar, com vistas a explicitar seus procedimentos e representar raciocínios utilizados, até a formalização de determinado conceito.

Muniz (2001a) ressalta que, na situação de aprendizagem no contexto da matemática, deve haver necessariamente as situações problemas como forma de favorecer a ação psicológica do aluno. “Para que isso se realize é necessário que o problema que inicialmente é de propriedade do professor passe a ser propriedade do aluno, e para que isso ocorra, é fundamental a efetivação da devolução”.

Nessa mediação pedagógica entre professor, aluno e saber construído, faz-se necessário que o professor efetive a institucionalização do saber, aproximando ao máximo, o conhecimento contextualizado e construído pelo aluno, do saber universal.

A institucionalização do saber também é uma situação inserida no contexto das situações didáticas, tal como descrita por Brousseau. Segundo Freitas (1999:82), as situações de institucionalização do saber “visam estabelecer o caráter de objetividade e universalidade do conhecimento. O saber tem assim uma função de referência cultural que extrapola o contexto pessoal e localizado.”

A Didática da Matemática revê o entendimento do “erro” e preconiza a seguinte idéia acerca do que é o erro do aluno:

“O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se crê nas teorias empíricas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seus sucessos, mas agora se revela falso, ou simplesmente mal adaptado”.
(Brousseau, 1976 apud Iglioni, 1999)

Segundo Iglioni (1999), para não ocorrerem essas confusões, o importante é que se faça uma retomada com os alunos sobre o que conhecem de

referido assunto ou conteúdo, ou seja, o professor deve fazer uma pesquisa epistemológica do conhecimento do aluno, para então prosseguir e trabalhar com o saber escolar e científico.

Entre diversos obstáculos para a aprendizagem da Matemática, o obstáculo mais evidente relacionado à aprendizagem da Geometria espacial é o desenho em perspectiva. Segundo Bonafe (1988), a realização ou leitura desse desenho não é evidente para os alunos, pois um cubo representado em perspectiva paralela, normalmente, aparece com a face superior representada por um paralelograma não quadrado, onde os ângulos não são retos, quando medidos sobre a superfície do papel, mas, por outro lado, representam os ângulos retos da face superior do cubo. Se o aluno fixar sua leitura nas particularidades do desenho em si, ele pode ter dificuldades em compreender as propriedades geométricas do sólido representado.

Outro desafio é a linguagem matemática. Tomamos o exemplo do cubo novamente. Para uma criança que conhece uma bicicleta, o cubo tem forma cilíndrica e não a forma do cubo geométrico tratado na escola.

Em síntese, a Didática da Matemática pode contribuir com a reflexão teórica e prática da relação professor, aluno e saber escolar, ressaltando que a construção do conhecimento passa necessariamente pelas experiências empíricas, pelas vivências do aluno, mas isso não significa que ela deva ser reduzida ao saber cotidiano.

Tendo como objetivo principal a descrição da interação entre sujeito e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, as noções das situações didáticas e a-didáticas também constituem reflexões acerca desse fenômeno. Por exemplo, as situações didáticas permearam toda a realização da seqüência didática desta pesquisa.

Segundo Niquini (1999), o trabalho da didática consiste em construir situações que permitam aos alunos aprender a resolver problemas. Essas situações geradoras são de responsabilidade do professor, pois ele deve planejar, aplicar, avaliar o processo com vistas à construção do saber escolar dos alunos.

Uma situação didática gera necessariamente, situações a-didáticas. Durante a pesquisa, destacamos momentos em que os sujeitos recorreram ao livro didático como recurso de pesquisa ou usaram instrumentos de construção geométrica sem a interferência da pesquisadora que estava no papel de professor. Esses momentos são exemplos de situações a-didáticas.

Segundo Niquini (1999), nas situações a-didáticas o aluno aprende a se adaptar a um meio que é o fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrio. Esse saber, fruto de adaptação do aluno se manifesta por respostas novas que são a prova de sua aprendizagem.

6.5- Categorias abertas

Tendo feito a descrição dos discursos dos sujeitos, a redução das unidades de significado desses discursos e elaboração da matriz nomotética de onde convergiram as confluências temáticas, realizaremos agora mais uma redução reflexiva de onde convergirá as grandes categorias abertas dessa pesquisa.

Segundo Bicudo (2000:93), as categorias abertas são os elementos da redução fenomenológica que também são interpretadas em um movimento de reflexão transcendental à luz da reflexão efetuada pelo pesquisador e seus pares.

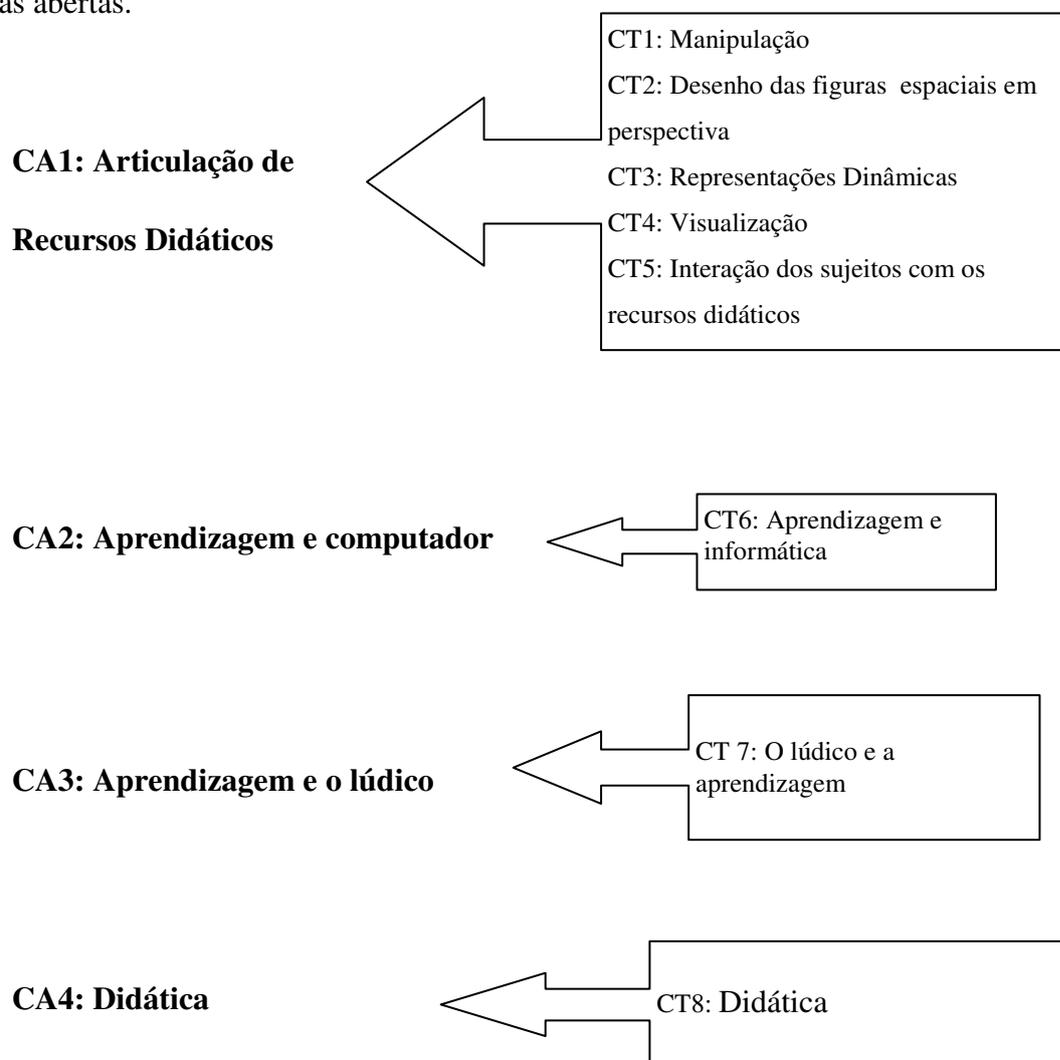
Nesse sentido, consideramos categorias abertas os aspectos mais relevantes do fenômeno da interação entre os sujeitos e recursos didáticos: desenho, objetos e representações dinâmicas para as representações da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com nosso pré-reflexivo descrição e análises dos discursos dos sujeitos e da seqüência didática de seis sessões, julgamos que as categorias abertas identificadas a seguir representam instrumentos que nos possibilitam perceber alguns aspectos da essência do fenômeno pesquisado.

A partir dessas categorias podemos vislumbrar em parte, dentro do contexto pesquisado, como a interação entre sujeito e recursos didáticos pode contribuir para a representação de figuras geométricas espaciais em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

6.5.1- Convergência das confluências temáticas para as categorias abertas

Todos os elementos de síntese e confluência temáticas convergirão para as categorias abertas.



CAPÍTULO VII

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante a complexidade que envolve o fenômeno da interação dos sujeitos com recursos didáticos e as representações espaciais em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental, cumpre destacar que no desenvolvimento desta pesquisa tomamos consciência de alguns aspectos do fenômeno investigado.

De acordo com o referencial teórico: aspectos psicopedagógicos da percepção e a representação do espaço pela criança, com base nas teorias de Piaget, Vygotsky, Merleau-Ponty e Vergnaud; dos estudos acerca dos recursos didáticos segundo Bonafe, Pais, Passos e das situações didáticas, procuramos entender como os sujeitos interagem com os recursos didáticos para representar figuras espaciais, em especial com as representações dinâmicas criadas pelos recursos da informática.

A partir dos elementos de síntese destacados na seqüência didática e dos discursos dos sujeitos, identificamos algumas possibilidades de articulação entre os seguintes recursos didáticos: desenho, objeto e representações dinâmicas, enquanto mediadores para visualização e representação da geometria espacial, a partir de quatro categorias abertas destacadas no Capítulo VI.

Essas categorias constituem o resultado principal das convergências e reflexões desenvolvidas ao longo da pesquisa fenomenológica e são denominadas: Articulações de Recursos Didáticos, Aprendizagem e Computador, Aprendizagem e Lúdico e a Didática.

No sentido de compreendermos o fenômeno o qual nos propomos a desvelar, passamos a fazer uma releitura teórica dessas categorias, pois segundo Bicudo (2000), há necessidade de se interpretar as categorias abertas à luz da questão que conduz a pesquisa e do referencial teórico que lhe dá suporte.

7.1- Articulação de Recursos Didáticos

Conscientes da multiplicidade dos recursos didáticos, essa pesquisa em particular centrou-se em três recursos: desenhos, objetos e representações dinâmicas. A reflexão sobre a utilização desses recursos convergiu para a categoria aberta articulação de recursos didáticos.

A partir das confluências temáticas: manipulação, desenho de figuras espaciais em perspectiva, representações dinâmicas e visualização, destacamos essa categoria visando valorizar a utilização desses recursos aos aspectos intuitivo, experimental e teórico do conhecimento Geométrico, elementos que formam a estrutura básica da teoria epistemológica de Geometria desenvolvida por Gonsseth (1945, apud Pais, 1996), teoria mencionada no Capítulo III.

Refletindo sobre como a articulação dos recursos didáticos podem auxiliar na visualização e representação de figuras espaciais, percebemos que a representação dos conceitos geométricos nas séries iniciais do Ensino Fundamental, ocorre a partir de um processo progressivo de abstração do mundo concreto, e a variação das formas didáticas de utilizar os recursos possibilita aos sujeitos, perceber e visualizar de maneiras diferentes as figuras espaciais, já que o fenômeno da aprendizagem é pessoal.

Nesse sentido, as crianças geralmente não percebem o que os adultos esperam, devido a própria cultura infantil. Muitas vezes os conhecimentos que os adultos consideram óbvio não são para as crianças.

No Capítulo V, sessão III dessa dissertação, observamos claramente um exemplo dessa afirmação. É o caso do desenho do John, Figura 5.15. Esse sujeito representa o icosaedro a partir de uma circunferência, o que revela que a criança percebe diferente do adulto e que ainda não absorveu completamente a técnica da perspectiva.

A partir de exemplos como esse, Passos (2000) considera que a representação plana de figuras espaciais deve ser ensinada na escola, pois a perspectiva é desenvolvida culturalmente e envolve “técnicas de desenho”. Segundo a pesquisadora, os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental geralmente têm dificuldades em coordenar os elementos diferentes que integram a representação plana do objeto tridimensional.

No desenvolvimento desta pesquisa percebemos que as crianças trazem do cotidiano um certo conhecimento dessa técnica para a escola, e isso pode ser observado através de alguns desenhos como os relativos às figuras 5.12, 5.13, 5.16. As crianças da quarta série do Ensino Fundamental já conhecem e usam algumas técnicas do desenho em perspectiva. Mesmo que ainda não sejam em nível dos adultos, são desenhos próprios da cultura infantil e trazem alguns elementos da perspectiva como as linhas pontilhadas, as retas paralelas e algumas perpendiculares que dão noção de perspectivas cavaleira, como é o caso da figura 5.14. Nessa figura Ane representa o tetaedro como uma face frontal e as outras faces obliquamente.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1997), destacam a importância da articulação de vários recursos didáticos de forma a multiplicar as experiências com as representações de objetos espaciais, pois dessa forma a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, distanciar-se do espaço sensorial.

Compreendemos que a articulação dos recursos didáticos, particularmente: objetos, desenhos e representações dinâmicas, amplia a capacidade de visualização das figuras espaciais e cria as possibilidades do sujeito de identificar propriedades, estabelecer relações, fazer classificações, elementos que podem ser utilizados como suporte no processo de ensino e aprendizagem da geometria espacial.

Nesse contexto, deduzimos que os recursos articulados podem servir de interface mediadora para facilitar a relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso de elaboração do saber.

Segundo Abrantes et al.(1999), os recursos didáticos podem ser úteis ao ensino e à aprendizagem da Geometria em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental porque a utilização deles permite a criação e aplicação de atividades relacionadas à observação, à experimentação e à construção, considerando-se que o conhecimento geométrico é essencial para que a criança compreenda o espaço em que vive, daí a importância de se promover a aprendizagem baseada nas descobertas, experimentação, manipulação.

Na relação sujeito e meio, especialmente na interação, sujeito e recursos didáticos (objeto, desenho e representações dinâmicas), destacamos um dos pontos

em comum nas teorias de Piaget (1993), Merleau-Ponty (1999) e Vergnaud (1985): o conhecimento é construído como um todo. Na estrutura cognitiva, abstração não pressupõe a intuição nem esta àquela. O conhecimento empírico está baseado na ação cognitiva da mesma forma que as construções dedutivas dependem das intuitivas.

Inserimos as representações dinâmicas na categoria articulação de recursos didáticos, porque consideramos que as imagens digitalizadas dotadas de movimento criadas pelos equipamentos da informática, devem estar associadas aos demais recursos didáticos. Como mostramos na sessão cinco, há sujeitos que preferem identificar elementos das figuras espaciais em representações associadas aos poliedros no computador e outros preferem os desenhos estáticos ou os objetos.

Com bases nessa experiência consideramos que as imagens do computador são importantes no processo de visualização e representação dos conceitos geométricos, mas os desenhos estáticos e objetos também são.

A respeito dessa categoria aberta, concluímos que a articulação dos recursos didáticos possibilita a interação do sujeito com o meio e os recursos podem ser considerados mediadores em uma dialética onde a percepção e a ação são primordiais na visualização das figuras espaciais e conseqüentemente na construção do conhecimento.

7.2 Aprendizagem e Computador

A partir da confluência temática informática e aprendizagem e dos elementos de síntese das sessões, tais como: a visualização no computador, o movimento das imagens digitais, a novidade, a possibilidade de interatividade, o automático, os programas de Geometria Dinâmica, destacamos essa categoria aberta no sentido de descrevermos o fenômeno da interação dos sujeitos com as imagens digitais produzidas pelos equipamentos da informática.

Através dessa categoria percebemos que o computador pode auxiliar o processo de ensino e aprendizagem das figuras espaciais nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Mesmo que os computadores tenham sido inseridos nas escolas brasileiras em meados da década de setenta, e várias pesquisas tenham sido

desenvolvidas por especialistas brasileiros, podemos dizer que a utilização desses recursos tecnológicos na Educação é recente e não há ainda uma estabilidade quanto ao seu significado conceitual. Destacamos essa categoria com o objetivo de promover uma reflexão acerca da inserção do computador no contexto escolar como uma forma de estimular algumas reflexões entre os educadores que usam ou que pretendem utilizar o computador para ensinar Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Para Valente (1993), o computador pode ser utilizado como uma ferramenta onde o aluno aprende algo através da resolução de problemas. No contexto educativo, concebemos a utilização dos computadores e das representações dinâmicas como potencializadores da aprendizagem, e durante esta pesquisa percebemos que para alguns sujeitos, a possibilidade de manipular imagens digitais em movimento pode favorecer algumas formas de ver e visualizar os conceitos representados na tela do computador, além da possibilidade de identificar elementos, classificar, generalizar.

Segundo Pais (2002), o sucesso do uso do computador como uma tecnologia que pode favorecer a expansão da inteligência depende da forma como ocorre a relação entre o usuário e as informações contidas no programa.

A partir de nossas experiências deduzimos que a utilização do computador como recurso didático pode auxiliar o processo de aprendizagem, mas nunca poderá substituir o professor, pois ele é o principal mediador entre o computador e alunos.

Percebemos que a utilização do computador como recurso didático, desperta o interesse dos sujeitos para o aspecto do automático. A reflexão em torno do automático está envolvida nas noções de tempo e espaço, pois os sujeitos enquanto participantes da “sociedade do conhecimento”, exigem soluções mais rápidas e eficazes, possíveis através das novas tecnologias da informática.

Em relação às representações dinâmicas enquanto recurso didático e os programas de Geometria Dinâmica, concordamos com Abrantes (1999), quando destaca que, além da possibilidade de ampliar a visualização e reconhecimento dos desenhos, o uso desses programas pode também contribuir para a ampliação das

representações com que os alunos trabalham quando, por exemplo, deslizam, rodam, ampliam determinada construção geométrica.

Particularmente, o termo representações dinâmicas está associado às imagens digitalizadas dotadas de movimento, geradas pelos equipamentos da informática. Nos discursos dos sujeitos percebemos que essas imagens constituem algo novo: novas formas de representação dos conceitos.

Concluimos que essa novidade está justamente na possibilidade do movimento e da articulação entre três elementos: a percepção visual, a visualização e a abstração, pois as representações dinâmicas são capazes de suportar ao mesmo tempo, a imagem animada, a interação e a elaboração de imagens mentais.

Tal como Pais (2001), deduzimos que as representações dotadas de movimento utilizadas em situações didáticas contribuem para a formação de conceitos.

Entendemos que a utilização do computador para o ensino da Geometria, bem como dos demais saberes escolares ainda constituem um desafio para alguns educadores e consideramos que a noção pedagógica pode sofrer algumas alterações decorrentes do uso da informática. Alterações positivas, como um avanço em nível de comunicação, de linguagem visual, de criatividade, ou seja, de algumas competências do professor que certamente influenciarão as possibilidades de aprender dos alunos.

Preconizamos que o computador e as representações dinâmicas podem ser utilizados como suportes artificiais para a imaginação dos alunos, pois esses recursos podem ampliar e prolongar a percepção, a elaboração espontânea e as imagens mentais.

Temos consciência de que, para enfrentarmos o desafio das novas tecnologias na Educação é conveniente destacarmos que o contexto social no qual a escola se insere, está pulverizado por inovações tecnológicas emergentes da sociedade da informação, e sem o domínio das quais é praticamente impossível a conquista da cidadania. Portanto, a Pedagogia não pode ficar alienada a teorias totalmente descontextualizadas dos computadores.

7.3 Aprendizagem e Lúdico

Buscando identificar alguns aspectos de como os sujeitos percebem e representam figuras espaciais através de suas interações com os recursos didáticos: desenhos, objetos e representações dinâmicas, destacamos a categoria aberta: aprendizagem e o lúdico.

Essa categoria surge em consequência do aspecto lúdico da interação dos sujeitos com os recursos didáticos, pois percebemos claramente que a criança relaciona-se com os outros e com os recursos didáticos de maneira prazerosa, sempre buscando a criatividade, a alegria, dentro da perspectiva infantil do lúdico.

Sobre esse aspecto, compartilhamos da idéia de Muniz (2000) sobre a importância de se resgatar a aprendizagem pelo lúdico. Nesse sentido consideramos que as experiências das crianças com os recursos didáticos, como por exemplo, desenhar, construir modelos espaciais e manipular imagens em movimento no computador, podem gerar situações didáticas com características lúdicas, nas quais os conceitos podem ser elaborados em níveis cada vez mais requintados até a representação conceitual.

O lúdico está associado à própria essência da criança. A brincadeira faz parte de seu contexto. Entendemos que não é só em atividades lúdicas que se aprende, mas as atividades criadas de forma lúdica podem gerar momentos de aprendizagem, principalmente quando se trata de situações de desafios, onde os alunos resolvem problemas.

A idéia de se criar um ambiente educativo adequado à realidade infantil é compartilhada com Vygotsky, ao ressaltar a importância de se respeitar o contexto histórico-cultural do indivíduo. Como mediador, o professor enquanto adulto deve respeitar a cultura infantil para então ousar a trilhar com os alunos, a construção do saber escolar.

O aspecto lúdico da interação entre o sujeito e os recursos didáticos para as representações da geometria espacial, em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental está justamente na capacidade da criança representar conceitos através desses recursos e ao mesmo tempo perceber figuras geométricas, fazer relações matemáticas, criar, resolver problemas, elaborar imagens mentais.

No contexto do lúdico a curiosidade surge com a necessidade de se criar alguma coisa e ninguém cria sem que tenha um determinado problema a resolver. Nesse sentido, as situações de sala de aula devem envolver os alunos com o objetivo de impulsioná-los a resolver problemas e o professor enquanto mediador exerce sua função de planejar, organizar recursos didáticos e criar situações que possam envolver os alunos na curiosidade.

7.4 Didática

Ressaltamos que esta dissertação não tem a pretensão de orientar o ensino da geometria espacial, nem criar um manual de ensino. A seqüência didática criada para essa pesquisa tem como objetivo principal, criar condições reais de sala de aula onde pudéssemos perceber como os sujeitos interagem com recursos didáticos: objetos, desenhos e representações dinâmicas e como representam figuras espaciais através desses recursos.

Identificamos essa categoria a partir das unidades de significado dos sujeitos e de alguns elementos de síntese, tais como: devolução de problemas, o livro como fonte de pesquisa, utilização de instrumentos de construção geométrica, ação didática, valorização do trabalho coletivo pelo aluno, pois esses elementos revelam a importância da didática do professor em sua árdua e prazerosa tarefa de ensinar.

Interpretamos essa categoria a partir de algumas noções da Teoria da Didática da Matemática, por ser considerada como uma das tendências de pesquisa que constituem a área de educação matemática. Envolvendo teoria e prática, entendemos a Didática da Matemática como uma forma de orientação ao professor, de como ele deve realizar a devolução de problemas, aproximar o saber do contexto dos alunos e junto com eles, mediar a construção de conhecimentos a partir de situações didáticas e a-didáticas.

Segundo a teoria, a situação didática se realiza no ambiente escolar em momentos especiais da prática pedagógica envolvendo três elementos principais: professor, aluno e saber.

A concepção de que a aprendizagem em nível escolar pode ocorrer através de “situações” promovidas pelo professor, nas quais o aluno aprende

resolvendo problemas está na idéia da devolução. Segundo Muniz (2001a), “a devolução é um canal de mão dupla, numa relação dialógica entre professor e aluno, na co-produção da situação didática”. A devolução de problemas consiste na prática educativa do professor em comunicar uma questão de forma que o aluno aceite o desafio de resolver o problema como se fosse seu.

Em relação às situações didáticas, Freitas (1999) ressalta que essa teoria representa uma referência para o processo de aprendizagem matemática em sala de aula e os procedimentos organizados nessas situações visam proporcionar ao aluno a elaboração de conhecimentos significativos, vinculados à realidade e à promoção existencial do sujeito.

A situação didática é de responsabilidade do professor. Durante o planejamento o professor deve ter clareza de que os saberes são comunicados, validados e concebidos pelos alunos por diferentes maneiras.

Na descrição e análise da seqüência didática dessa pesquisa, percebemos que um determinado recurso em uma devida situação didática pode não significar quase nada para o aluno em relação ao seu objeto de estudo, enquanto outro recurso em situação didática semelhante pode gerar curiosidade e interação.

Nesse sentido é que acreditamos que a variação dos elementos didáticos em situações didáticas pode fazer com que mais alunos percebam e visualizem conceitos e formulem o saber escolar relacionando-o com o saber científico e o saber do cotidiano, pois o saber escolar.

Segundo Brousseau (1986), apud Freitas (1999), a situação didática configura o momento em que o professor “mantém” o contrato de ensinar e aprender, propondo problemas aos alunos, lançando novas questões, institucionalizando o saber construído. Ensinar matemática é planejar a intervenção, realizá-la e refletir sobre ela, de maneira que o aluno aprenda, construindo seu conhecimento, não sozinho, mas na interação com os colegas.

Na situação didática, o professor deve efetuar não a simples comunicação de um conhecimento, mas a devolução de um bom problema. Quando o aluno passa a aceitar o desafio e se consegue sucesso nesse seu empreendimento, é porque ocorreu a aprendizagem. Porém, para que a aprendizagem se efetive, aluno e professor são submetidos a diversas circunstâncias nas situações didáticas que podem

acontecer em um mesmo instante ou em momentos distintos, isto é, ambos estão sujeitos à construção do conhecimento, através da dialética entre “situação didática” e “situação a-didática”.

Freitas (1999) destaca que uma situação a-didática se caracteriza essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente, não sofrendo o controle direto por parte do professor.

Como exemplo de situação a-didática, podemos relembrar no Capítulo V, o momento em que os sujeitos deveriam montar objetos associados a figuras espaciais e sem ter elaborado imagens mentais para isso, recorreram ao livro didático buscando informações sem qualquer interferência ou sugestão da pesquisadora ou professora, ambas presentes na sala de aula.

Nesse contexto aproximamos as noções de resolução de problemas e situações didáticas ao nosso objeto de estudo e percebemos que um dos grandes desafios para a educação, em especial para o ensino da geometria, é fazer do ensino um momento de aprendizagem para o aluno, no qual ele consiga combinar elementos novos às estruturas anteriores e superar seu nível de entendimento conseguindo aprender novos conceitos.

7.5 Uma Síntese Provisória

Como não visualizamos o conhecimento como algo estático e definitivo, preferimos falar apenas em uma síntese provisória, procurando realçar nossa intencionalidade de continuar nossos estudos em busca de outras dimensões que, certamente, não foram contempladas na realização dessa pesquisa.

A pesquisa descrita nessa dissertação nos mostrou que a **didática** tem um conjunto de aspectos que lhe são específicos que merecem a atenção dos educadores. A especificidade dessa didática revela a necessidade de **articularmos recursos didáticos e** situações didáticas em vista ao fenômeno da aprendizagem.

Inseridos na sociedade do conhecimento, consideramos que a inserção do **computador** na escola deve ser analisada pelos educadores, pois as representações sofreram profundas alterações com o desenvolvimento das novas tecnologias, e nós

enquanto educadores não podemos estar alheios a essa realidade, pois sem o domínio destas técnicas é praticamente impossível a conquista da cidadania.

Na articulação dos recursos didáticos, percebemos que a criança nessa fase escolar tem características próprias e suas percepções e representações estão relacionadas com o seu desenvolvimento, pois a abstração das figuras espaciais é progressiva. Intuição, percepção e abstração tal como entendidas em nosso referencial teórico fazem parte do mesmo processo de aprendizagem.

Nesse sentido a dimensão dos recursos didáticos deve contemplar a cultura **lúdica** da criança, e os educadores devem implementar recursos e situações didáticas compatíveis com os desafios inerentes à educação necessária para a sociedade contemporânea.

Temos consciência que muitas questões continuam em aberto, como a própria definição das representações dinâmicas, que muito ainda deve ser reteriorizada. Outra possibilidade seria ampliar nosso entendimento da teoria sócio-histórica e ampliar os estudos sobre a perspectiva Piagetiana.

Esperamos muitas outras contribuições, certos de que nosso trabalho é perene, passível de reformulações e contribuições de outras áreas como da Informática, da Psicopedagogia, da Matemática, da Didática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Fernando José. (1987). **Educação e Informática: os computadores na escola**. São Paulo: Cortez.

ASSMANN, Hugo. (1998). **Reencantar a Educação: rumo à sociedade aprendente**. Petrópolis. RJ: Vozes. 2ª edição.

ABRANTES, P. (1999): **Investigações em Geometria na Sala de Aula**. Disponível: <http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/matematica/acompanhamento/10b/textos.html> (pesquisado em 12/07/02)

ABRANTES, Paulo, et al. (1999). **A Matemática na Educação Básica**. Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica. Lisboa. Disponível em: www.prof2000.pt/users/j.pinto/matemática/acompanhamento/10b/textos.html (pesquisado em 12/07/02)

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani, et al. (1999). **Fenomenologia: uma visão abrangente da educação**. São Paulo: Marca d'Água.

_____. (2000). **Fenomenologia: confrontos e avanços**. São Paulo: Cortez Editora.

BONAFE, F. (1988). Quelques hypothèses et résultats sur l'enseignement de la géométrie de l'espace à partir de la représentation en perspective cavalière. Paris: **Boletim da APMEP** (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement publique), nº3.

BRASIL. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (1ª a 4ª série). Brasília: MEC/SEF, v 3.

BRAVIANO, G.; RODRIGUES, M. H. W. L. (2002). Geometria Dinâmica: Uma Nova Geometria? **Revista do Professor de Matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, nº 49, p. 22-26, 2º quadrimestre..

BROUSSEAU, Guy. (1996). Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C. e SAIZ, I. (Org.). **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas.

CARVALHO, Dione Lucchesi. (1990). **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez. Coleção Magistério. 2º grau. Série formação do professor.

COELHO e SARAIVA. (2000). **“Tecnologias de Ensino: Aprendizagem da Geometria”**. Disponível:

<http://www.paginas.teleweb.pt/~tongio/ENCONTROS/IXEIEM/IXEIEM.HTM>

(pesquisado em 21/09/00)

COUTINHO, Maria Tereza e MOREIRA, Mércia. **Psicologia da Educação: um estudo dos processos psicológicos de desenvolvimento e aprendizagem humanos, voltado para a educação**. 2 ed. Belo Horizonte: Lê.

D’AMBRÓSIO. **Informática, Ciências e Matemática**. Disponível em: <http://www.diretoriadeitapevi.com.br/texto1.html> (Pesquisado em 24/06/02)

D’AMBRÓSIO, Ubiratan e BARROS, Jorge Pedro. (1988). **Computadores, Escola e Sociedade**. São Paulo: Scipione.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. (1986). **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2ª ed. São Paulo: Summus.

DELEUZE, Gilles e FÉLIX Guattari. (2000). **Mil Platôs: capitalismo e esquizofrenia**. Tradução de Aurélio Guerra neto e Célia Pinto Costa. Coleção TRANS. v.1. Rio de Janeiro: Editora 34.

DETONI, Adlai Ralph. (2000). **Investigações acerca do espaço como modo da existência e da Geometria que ocorre no pré-reflexivo**. Tese de doutorado. Rio Claro: UNESP, 2000.

EDEN, Tânia. **Percepção e Linguagem em Merleau-Ponty e Wittgenstein**. Disponível em: <http://www.cfh.ufsc.br/~wfil/tania.htm> (pesquisado em 05/12/2002)

FLAVELL, John H. (1986). **A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget**. Tradução de Maria Helena Souza Patto. 2ª ed. São Paulo: Livraria Pioneira Editora.

FONSECA, Maria da Conceição, et al... (2001). **O ensino da geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica.

FRANCHI, Anna. (1999). Contrato Didático. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et al. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: Ed. EDUC. Série Trilhas.

FREITAS, José Luiz Magalhães. (1999). Situações Didáticas. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et al... **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: Ed. EDUC. Série Trilhas.

GOULART, Íris Barbosa. (1996). **Piaget: Experiências Básicas para Utilização do Professor**. 11ª ed. Petrópolis: Vozes.

GROSSI, Esther Pillar. **“Os campos conceituais e a trama que preside as aprendizagens”**. Projeto VIRA BRASÍLIA EDUCAÇÃO. Mimeografado, sem data, sem paginação.

HERLING, André e YAJIMA, Eiji. **Desenho: Educação Artística**. 6ª série. São Paulo: Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas.

HESSEN, Johannes. (1980). **Teoria do conhecimento**. Tradução de António Correia. 7ª ed. Coleção STVDIVM Temas Filosóficos, Jurídicos e Sociais. Coimbra. Portugal: Arménio Amado.

HUSSERL, Edmund. (1980). **Investigações Lógicas: sexta investigação: elementos de uma elucidação fenomenológica do conhecimento**. In LOPARIC, Z. e LOPARIC, A. M. A. (Seleção e tradução). Coleção Os Pensadores. São Paulo: Abril Cultural.

IGLIORI, Sônia Barbosa Camargo. (1999). A noção de obstáculo didático. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et al. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: Ed. EDUC. Série Trilhas.

INSTITUTO DE INOVAÇÃO EDUCACIONAL. **Terceiro Estudo Internacional de Matemática e Ciências (TIMSS)**. Disponível em: <http://www.iie.min-edu.pt/iie/proj/timss/index.htm> (pesquisado em 28/11/01)

KAMII, Constance. (1991). **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**. 14ª ed. São Paulo: Papyrus.

LA TAILLE, Yves. (1992). **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo: Summus.

LÉVY, Pierre. (1996). **O que é virtual?** Tradução de Paulo Neves. São Paulo: Ed. 34.

_____. (1998). **A ideografia dinâmica: rumo a uma imaginação artificial?** Tradução de Marcos Marcionilo e Saulo Krieger. São Paulo: Edições Loyola.

_____. (1999). **Cibercultura**. Tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed. 34.

MACHADO, José. (1990). **Os poliedros de Platão e os dedos da mão**. São Paulo: Ed. Cortez. Coleção Vivendo a Matemática.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et al. (1999). **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo. Ed. EDUC. Série Trilhas.

MERLEAU-PONTY, Maurice (1999). **Fenomenologia da percepção**. Tradução Carlos Alberto Ribeiro de Moura. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes.

MARQUES, C. P.; MATTOS, M. I. e TAILLE, Y.. (1986). **Computador e ensino: uma aplicação à língua portuguesa**. São Paulo: Ática.

MUNIZ, Cristiano. (2001a). **Teoria das Situações e Educação Matemática**. GEPEM do DF- FE. UnB. Mimeografado, sem paginação.

_____. (2001b). Fundamentos Básicos de Educação Matemática para início de Escolarização. **Curso de Pedagogia para professores em exercício no início da escolarização (PIE). “Educação e Linguagem Matemática. Educação e Ciências Físicas e Biológicas”**. Brasília (DF): Universidade de Brasília (UnB). Módulo I, volume 2.

MIORIN, Maria Ângela. (1998). **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: ED. Atual.

NIQUINI, Débora. (1997). **Informática na Educação: implicações didático-pedagógicas e construção do conhecimento**. Brasília: Editora Universa UCB.

NIQUINI, Débora. (1999). **A Transposição Didática e o Contrato Didático**. Brasília: Editora Petry.

OLIVEIRA, Ludimila. (1998). **Habilidades espaciais subjacentes às atividades de discriminação e composição de figuras planas utilizando o tangram e o tegrã**. Dissertação de mestrado. Campinas: UNICAMP.

OLIVEIRA, Vera Barros. (1996). **Informática e psicopedagogia**. São Paulo: Editora SENAC.

PAIS, Luiz Carlos. (1996). Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Revista Zetetiké**. Campinas: UNICAMP, v.4, n.6, p65-74, jul/dez.

_____. (1999). **A propósito da pertinência do referencial fenomenológico na pesquisa educacional**. Mimeografado, sem paginação.

_____. (2000). “Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria”. Mimeografado, sem paginação.

_____. (2001). **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Editora Autêntica.

_____. (2002). **Educação Escolar e as Tecnologias da Informática**. Belo Horizonte: Editora Autêntica.

PARENTE, André (Org.). (1993). **Imagem-Máquina: A era das tecnologias do virtual**. Tradução de Rogério Luz. Rio de Janeiro: Ed. 34.

PASSOS, Cármen Lúcia. (2000). **Representações, interpretações e prática pedagógica: a Geometria na sala de aula**. Tese de doutorado. Campinas: UNICAMP.

PAVANELLO, Regina Maria (1993). O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Conseqüências. **Revista Zetetiké**. Campinas: UNICAMP, nº 1.

PIAGET, Jean. (1975). **A construção do real na criança**. Tradução Álvaro Cabral. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar.

Piaget, Jean. (1978). **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho. Imagem e representação**. Tradução de Álvaro Cabral e Christiano Monterio Oiticica. 3ªed. Rio de Janeiro: Zahar Editores.

PIAGET, Jean e INHELDER, Barbel (1993). **A Representação do Espaço pela Criança**. Tradução de Bernardina Machado de Albuquerque. Porto Alegre: Artes Médicas.

QUÉAU, Philippe. (1993). O virtual e a quarta dimensão da imagem. In: PARENTE, André (Org.). **Imagem-Máquina: A era das tecnologias do virtual**. Tradução de Rogério Luz. Rio de Janeiro: Ed. 34.

REGO, Teresa Cristina. (1997). **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. 4ª ed. Rio de Janeiro: Vozes.

ROJAS, Lucimara. (1998). **A interdisciplinaridade na ação didática: momento de arte, magia do ser professor**. Campo Grande, MS: Ed. UFMS.

SANTOS, Lusival Pereira. (2002). **Compreendendo dificuldades de aprendizagem de conceitos geométricos**. Dissertação de Mestrado. Campo Grande: UFMS.

SARQUIS, Eduardo. (1998). **“Matemática com o Sarquis”**. Ilustração de Robson Alves Araújo. Belo Horizonte: Editora Formato

SILVA, Benedito Antonio. (1999). Contrato Didático. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et al. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo. Ed. EDUC. Série Trilhas.

VALENTE, José Armando. (1993). In MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO. **Em Aberto**. Brasília, Ano 12, n57, jan./mar.

VASCONCELLOS, V. M. R e VALSINER, J. (1995). **Perspectiva co-construtivista na psicologia e na educação**. Porto Alegre: Artes Médicas.

VERGNAUD, Gérard. (1985). Conceitos e Esquemas numa teoria Operatória da Representação. Mimeografado, não paginado. Tradução Anna Franchi e Dione Luchesi de Carvalho. **Revista Psychologie Française** – nº 30, nov.

VERGNAUD, Gerard. **Teoria dos Campos Conceituais**. CNRS e Université René Descartes. Mimeografado, não paginado, sem data.

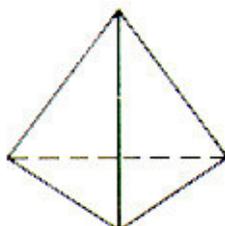
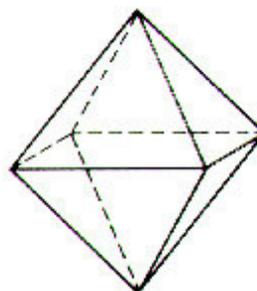
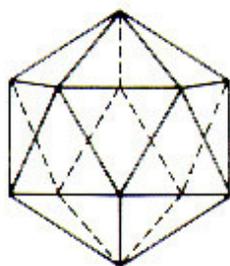
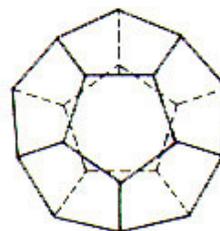
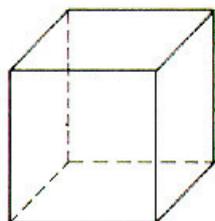
_____. (1998). Entrevista. **Revista Pátio**, ano II, nº 5, mai/jul. Mimeografado, não paginado.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. (1991). **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes.

ANEXOS

ANEXO I- ATIVIDADE DA SESSÃO TRÊS

Desenhos associados a poliedros regulares que constaram nas fichas distribuídas para os sujeitos na sessão 3.



ANEXO II: ATIVIDADES DA SESSÃO QUATRO

Sessão 4

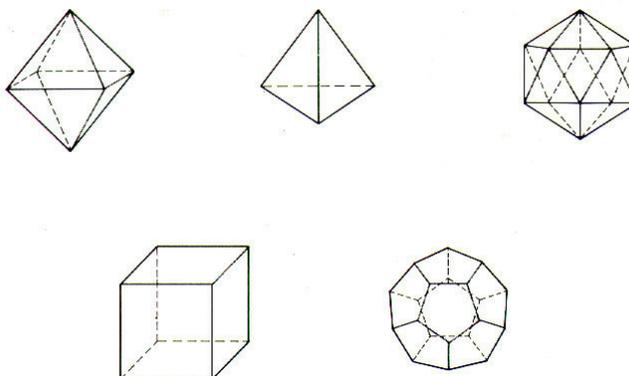
Data: _____

Nome do (a) aluno (a): _____ número _____

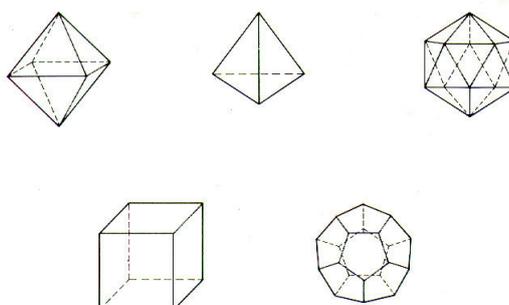
Siga as instruções:

1- Pegue os objetos relativos a cada desenho.

2- Depois você deve colorir cada desenho de acordo com a cor do objeto correspondente.



2- Escolha um dos objetos associados aos poliedros regulares. Circule o desenho relativo ao objeto que você escolheu.



Com o objeto nas mãos, responda:

- Qual a cor do objeto que você pegou? _____
- Qual o nome desse poliedro regular? _____
- Número de faces: _____
- Número de arestas: _____
- Número de vértices: _____

ANEXO III: ATIVIDADES DA SESSÃO CINCO

Sessão 5

Data: _____

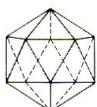
Nome do (a) aluno (a): _____ número: _____

Atividades

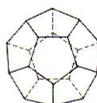
1- Estamos estudando sobre os poliedros regulares, suas representações por desenhos e objetos. Nessa atividade você deve ligar o desenho que representa cada poliedro regular a sua definição.



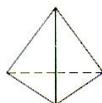
- Tetraedro regular é o poliedro composto por quatro triângulos equiláteros. \triangle



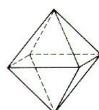
- Hexaedro regular é o poliedro formado por seis faces quadradas.



- Octaedro regular é o sólido composto por oito faces triangulares equiláteras iguais entre si.

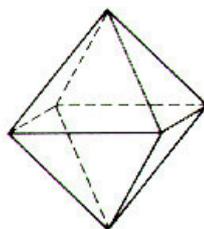


- Dodecaedro regular é o poliedro regular formado por doze faces pentagonais regulares iguais.



- Icosaedro regular é o poliedro regular formado pela união de vinte triângulos equiláteros.

2- Observe o desenho associado ao poliedro regular abaixo e responda:



a) Qual é o nome desse poliedro regular?.....

b) Número de faces:

c) Número de arestas:.....

d) Número de vértices:.....

ANEXO IV – ATIVIDADES DA SESSÃO SEIS

Sessão 6

Data: _____

aluno (a)..... número

Atividades

1) Verifique a seguinte afirmação: “Em todos os poliedros regulares, o número de arestas que estão ligadas a cada vértice é sempre o mesmo”.

Essa afirmação está correta? Como você tem certeza da sua resposta?

.....

3) Relacione o nome de cada poliedro regular aos desenhos que os representam:

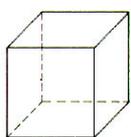
(1) TETRAEDRO

(2) HEXAEDRO

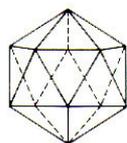
(3) OCTAEDRO

(4) DODECAEDRO

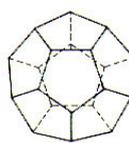
(5) ICOSAEDRO



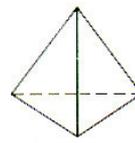
()



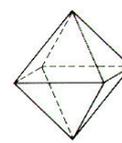
()



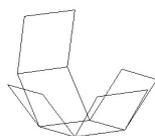
()



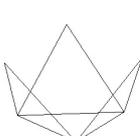
()



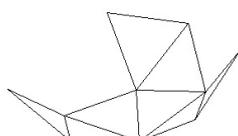
()



()



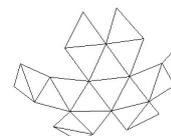
()



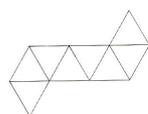
()



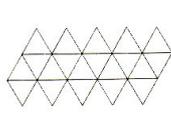
()



()



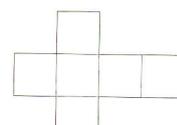
()



()



()



()



()

FICHA CATALOGRÁFICA

Santos, Alessandra Christiani Cardoso

Recursos didáticos e representações da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental – Campo Grande - MS. (s.n), 2003.

Orientador: Luiz Carlos Pais

Dissertação de Mestrado em Educação da Universidade

Federal de Mato Grosso do Sul.

1.interação; 2. recursos didáticos; 3. representações geométricas; 4. representações dinâmicas.

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.