

TATIANE APARECIDA MARANHÃO

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM
DIVISÃO, POR ESTUDANTES DE CURSOS DE
PEDAGOGIA**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
Campo Grande / MS
Ano 2010**

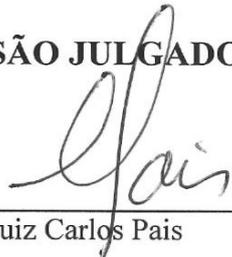
TATIANE APARECIDA MARANHÃO

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, QUE ENVOLVEM
DIVISÃO, POR ESTUDANTES DE CURSOS DE
PEDAGOGIA**

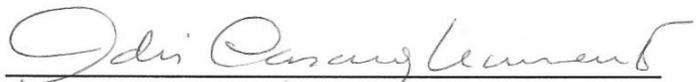
Dissertação apresentada como exigência final para a obtenção do grau de Mestre em Educação à Comissão Julgadora da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul sob a orientação do Professor Dr. Luiz Carlos Pais.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CAMPO GRANDE/MS
2010**

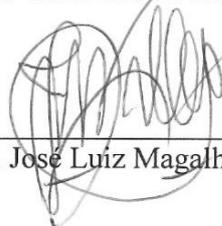
COMISSÃO JULGADORA



Prof. Dr. Luiz Carlos Pais



Prof.^a. Dr.^a Adir Casaro Nascimento



Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas

AGRADECIMENTOS

Ao meu DEUS!! Ser supremo em minha vida.

Ao professor Luiz Carlos, meu orientador, pela confiança, pelos ensinamentos, e pela paciência comigo nesse período de grande aprendizagem e crescimento intelectual.

Ao meu marido Marcio, pela paciência, pelo apoio e pelos cuidados dispensados às nossas filhas nos momentos da minha ausência. Sem ele eu não conseguiria!

À minha amiga Elina Souza, pelo grande incentivo a minha formação acadêmica.

A todos os colegas do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GPHEMA), em especial à Maysa e a Luziette, pelas horas de trocas de experiências e conforto nos momentos de angústia.

A todas as pessoas que fazem parte do GRUPO ASSOCIADO DE PROFESSORES PELA EDUCAÇÃO (GAPPE), e que contribuíram com a minha trajetória na educação.

Às estudantes participantes da pesquisa, pela disponibilidade para contribuir com o trabalho.

À minha mãe e ao meu irmão, pela família que se faz presente.

À minha filha Maria Clara, fonte inspiradora na matemática, que, do seu jeito ajudou-me a concluir esse trabalho, compreendendo o motivo da minha ausência.

À minha outra filha, pequenina Manuela, que mesmo sem compreender a minha distância esperou (às vezes sentadinha do meu lado), enquanto eu escrevia, para eu lhe dar atenção.

A UM AUSENTE

Tenho razão de sentir saudade,
tenho razão de te acusar.
Houve um pacto implícito que rompeste
e sem te despedires foste embora.
Detonaste o pacto.
Detonaste a vida geral, a comum aquiescência
de viver e explorar os rumos de obscuridade
sem prazo sem consulta sem provocação
até o limite das folhas caídas na hora de cair.

Antecipaste a hora.
Teu ponteiro enlouqueceu, enlouquecendo nossas horas.
Que poderias ter feito de mais grave
do que o ato sem continuação, o ato em si,
o ato que não ousamos nem sabemos ousar
porque depois dele não há nada?
Tenho razão para sentir saudade de ti,
de nossa convivência em falas camaradas,
simples apertar de mãos, nem isso, voz
modulando sílabas conhecidas e banais
que eram sempre certeza e segurança.

Sim, tenho saudades.
Sim, acuso-te porque fizeste
o não previsto nas leis da amizade e da natureza
nem nos deixaste sequer o direito de indagar
porque o fizeste, porque te foste

(Carlos Drummond de Andrade)

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo geral analisar os aspectos matemáticos e didáticos presentes na resolução de problemas, que envolvem os conceitos de divisão, por estudantes de cursos de pedagogia. Para coletar as informações e os dados que possibilitaram o trabalho foram realizadas, durante o ano de 2008 e 2009, observações das aulas de metodologia de Matemática e sessões de atividades com as estudantes de cursos de pedagogia, de duas diferentes instituições de ensino superior, sobre resolução de problemas, onde foram solicitadas tarefas que envolvessem problemas de matemáticas com ideias de multiplicação e divisão. Para complemento das atividades, foram feitas entrevistas e análises de documentos, como os Parâmetros Curriculares Nacionais e Livros Didáticos. Realizando estudos utilizando a abordagem qualitativa os dados coletados foram analisados sob a luz da Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Yves Chevallard, possibilitando analisar os tipos de tarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias apresentadas pelas produções dessas estudantes. Os resultados indicam que as estudantes de cursos de Pedagogia revelam por meio de suas produções, que há uma variedade de técnicas matemáticas e didáticas diversificadas e em quantidades maiores do que as propostas nos livros didáticos e que devem ser aprimoradas por todos aqueles que compõem a relação de aprendizagem. Não se pode negar que há um problema histórico de formação de professores em relação ao ensino de matemática, a cultura escolar, com raízes históricas antigas e profundas, reproduz que há um medo de se expressar em relação a ela e também conflitos conceituais sobre os assuntos e temas abordados.

Palavras-chave: Educação Matemática; Praxeologias; Resolução de problemas e Pedagogia.

ABSTRACT

This research aims at analyzing the mathematical aspects and didactic gifts in solving problems involving the concepts of division, for students of pedagogy courses. To collect information and data that allowed the work were done during the years 2008 and 2009, observations of lessons in mathematics methodology sessions and activities with the students of pedagogy courses from two different institutions of higher education on problem solving, which was requested tasks involving problems of mathematical ideas of multiplication and division. To complement the activities, conducted interviews and analysis of documents such as the National Curriculum and Textbook. Conducting studies using a qualitative approach to data collected were analyzed under the light of Anthropological Theory of Didactics, developed by Yves Chevallard, allowing analyzing the types of tasks, techniques, technologies and theories presented by these student productions. The results indicate that students in courses of pedagogy reveal through their productions, there are a variety of mathematical techniques and teaching diverse and in larger amounts than those proposed in textbooks and should be enhanced by those compose the relationship learning. One cannot deny that there is a historical problem of teacher training in relation to mathematics teaching, school culture, with old and deep historical roots, describes that there is a fear to express themselves about it and also conceptual conflicts on the issues and themes.

Keywords: Mathematics Education; Praxeology; Troubleshooting and Pedagogy.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Organização praxeológica.....	34
Figura 2 - Técnica matemática do Pedro, 8 anos.....	42
Figura 3 - Trecho de um planejamento (A).....	45
Figura 4 - Trecho de um planejamento (B).....	45
Figura 5 - Problema ilustrado.....	52
Figura 6 - Movimento de pesquisa.....	56
Figura 7 - Personagem apresentando a técnica matemática T_1	82
Figura 8 - Processo americano da divisão.....	83
Figura 9 - Personagem apresentando a técnica matemática T_1	84
Figura 10 - Personagem apresentando a técnica matemática T_1	85
Figura 11 - Capa da 108ª edição de Arithmetica Elementar Illustrada, de Antonio Bandeira Trajano (1935).....	92
Figura 12 - Trecho do Livro Arithmetica Elementar Illustrada - Contextualização do Ensino.....	95
Figura 13 - Trecho do Livro Arithmetica Elementar Illustrada - sobre Solução Sintética e Analítica.....	96
Figura 14 - Técnica matemática produzida pelas acadêmicas Fabrícia e Lia.....	107
Figura 15 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Giane e Luciana.....	107
Figura 16 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Débora e Teodora.....	108
Figura 17 - Técnica matemática elaborada pela autora com base nos dados da pesquisa.....	110
Figura 18 - Técnica matemática produzida pelas estudantes.....	111
Figura 19 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Elaine e Paula.....	113
Figura 20 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Jamile e Maria.....	113
Figura 21 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Giane e Luciana.....	117
Figura 22 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Fabrícia e Lia.....	117
Figura 23 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Carla e Cíntia.....	117
Figura 24 - Exemplo da técnica matemática razão proporcional produzido pelas estudantes Katia e Sofia.....	121
Figura 25 - Exemplo de associação do desenho com a escrita produzido pelas estudantes Jamile e Maria.....	125
Figura 26 - Atividade envolvendo a resolução de problemas (A).....	129
Figura 27 - Atividade envolvendo a resolução de problemas (B).....	131

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Organização das sessões de atividades.....	64
Quadro 2 - Nomes e explicação das técnicas didáticas encontradas no L ₁	88
Quadro 3 - Opinião das estudantes sobre a linguagem utilizada pelo autor na elaboração de uma resolução problema	100
Quadro 4 - Respostas das técnicas matemáticas utilizadas pelas duplas - sessão de atividade II	105
Quadro 5 - Respostas das técnicas matemáticas utilizadas pelas duplas - sessão de atividade IV	128

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	12
CAPÍTULO I - MINHA TRAJETÓRIA DE VIDA	14
1.1 Uma contextualização inicial.....	14
1.2 O objeto de pesquisa	21
CAPÍTULO II - REFERENCIAL TEÓRICO DA PESQUISA	26
2.1 Algumas pesquisas.....	26
2.1.1 Práticas investigativas em matemática	26
2.1.2 Desafios pré-profissionais.....	28
2.1.2.1 Resolução de problema envolvendo a multiplicação e a divisão	29
2.2 Alguns estudos sobre resolução de problemas	31
2.2.1 A nossa concepção sobre resolução de problemas.....	33
2.2.1.1 Uma abordagem antropológica do estudo da matemática alguns pressupostos.....	34
2.2.2 A teoria antropológica do didático e o conceito de instituição	35
2.2.3 A antropologia da teoria do didático	36
2.2.4 A atividade matemática e os pontos de convergência com o objeto da pesquisa.....	38
2.2.5 A atividade matemática na infância	44
2.2.6 Os elementos que constituem uma organização praxeológica	47
2.2.6.1 Praxeologia	47
2.2.6.2 Objetos ostensivos e não-ostensivos.....	52
CAPÍTULO III - ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	54
3.1 A abordagem qualitativa	54
3.2 A pesquisa de documentos - PCN e livro didático	57
3.2.1 A pesquisa no parâmetro curricular nacional	58
3.2.2 Livro didático novo tempo.....	58
3.2.3 Livro didático Arithmetica Elementar Illustrada.....	59
3.3 Exploração do campo.....	60

4.4 A análise da organização praxeológica da técnica denominada regra de três	112
4.4.1 Organização praxeológica - Agrupamento	116
4.4.1.1 Sessão de Atividade III - O problema do canguru	120
4.5 Análise das produções matemáticas	121
4.5.1 Relação proporcional	121
4.5.2 Desenho e escrita	124
4.5.2.1 Sessão de Atividade IV - Resposta à carta de uma amiga	127
4.5.3 Aprendizagem centrada no professor	129
4.5.3.1 Professor e aluno como participantes no processo de ensino aprendizagem	130
CONSIDERAÇÕES FINAIS	133
REFERÊNCIAS	140

APRESENTAÇÃO

Esta dissertação é o resultado de uma pesquisa que está relacionada aos aspectos matemáticos e didáticos presentes na resolução de problemas. Os dados e informações a respeito desse objeto foram obtidos nos parâmetros curriculares nacionais, em livros didáticos e também nos resultados de sessões de atividades com estudantes de cursos de pedagogia.

Para analisar aspectos matemáticos e didáticos relativos à resolução de problemas que envolvem os conceitos de divisão, por estudantes de cursos de pedagogia, realizamos estudos através da abordagem qualitativa, utilizando como técnicas a observação participante, a entrevista semiestruturada e a análise de documentos.

A intenção primordial com a apresentação desta dissertação é socializar com os professores interessados as informações aqui obtidas de modo que elas contribuam, efetivamente, com uma prática pedagógica eficaz em sala de aula. Por isso, os capítulos foram organizados visando atender a essa expectativa.

No primeiro capítulo apresento a minha trajetória acadêmica, por entender que não se pode negar a relação da história pessoal com qualquer pesquisa acadêmica desenvolvida. Como sujeitos históricos, elaboramos ou reelaboramos uma prática pedagógica em função de um contexto histórico pessoal e profissional, que nos faz sujeitos de uma história na qual estamos inseridos, antes como estudante e hoje como profissional da área da educação.

A nossa pretensão com o segundo capítulo é mostrar os referenciais teóricos que subsidiam tal pesquisa, destacando os estudos sobre o que o autor denomina de Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard, e compartilhada por outros pesquisadores que seguem o mesmo programa. É uma abordagem epistemológica, de cunho didático e matemático, que conceitua a atividade matemática a partir das práticas desenvolvidas no contexto das instituições sociais. Como o objetivo da pesquisa é analisar aspectos matemáticos e didáticos relativos à resolução de problemas que envolvem os conceitos de divisão, por estudantes de cursos de pedagogia, estamos interessados nas organizações matemáticas e didáticas que envolvem a resolução de problemas.

No terceiro capítulo apresentamos a metodologia adotada por nós: a opção pela abordagem qualitativa, bem como a apresentação do campo onde estivemos presentes, a apresentação dos sujeitos de pesquisa, nos quais nós também nos incluímos e, por fim, os instrumentos utilizados para a coleta de dados.

Para melhor entendimento organizamos esse capítulo em diferentes partes. Na primeira parte, apresentamos uma justificativa sobre a opção pela abordagem qualitativa, mostrando os elos entre o objeto de pesquisa e os procedimentos metodológicos. Em seguida, apresentamos o procedimento na análise de documentos, explicitando sobre os parâmetros curriculares nacionais e os livros didáticos. Na terceira, descrevemos sobre o campo de pesquisa, e por fim, sobre os instrumentos que utilizamos para coletar os dados, como as entrevistas semiestruturadas e as sessões de atividades

No quarto capítulo demos início à apresentação dos dados levantados nos Parâmetros Curriculares Nacionais e também nos Livros Didáticos, e apresentamos uma análise a respeito dos resultados obtidos relacionados ao nosso objeto de pesquisa. O quinto capítulo aborda os resultados obtidos nas sessões de atividades realizadas com as acadêmicas de pedagogia de duas instituições e para finalizar a apresentação da nossa pesquisa, apresentamos as considerações finais.

CAPÍTULO I

MINHA TRAJETÓRIA NA EDUCAÇÃO

1.1 Uma contextualização inicial

Há quem diga que o ano de 1974 foi o mais severo do autoritarismo pós-64. As reservas de petróleo estavam se esgotando e os países produtores impuseram aumentos de taxas exorbitantes ao produto, ao passo que os países de terceiro mundo diminuiram suas taxas de crescimento. O Brasil passou, então, a operar com inflação alta e medidas políticas significativas alteraram o quadro nacional da época, onde os massacres, o autoritarismo e a tortura eram práticas muito comuns nesse período.

Nesse contexto histórico, eu nasci, na capital de São Paulo, filha de um funcionário da Petrobrás, que saía de casa às quatro horas da manhã, e de uma dona de casa, que cumpria suas tarefas diárias com muito zelo.

Em função da situação econômica brasileira daquela época, muitos funcionários da Petrobrás foram demitidos, dentre eles meu pai que, com sua família, mudou-se para Campo Grande/MS, no ano de 1980, em busca de dias melhores.

Somente em Campo Grande é que a minha vida escolar se consolidou formalmente. Nessa época, como não havia a prática de se frequentar salas de Educação Infantil, fui para a escola cursar a primeira série do Ensino Fundamental, com seis anos de idade.

Embora minha família não tivesse condições financeiras para gastos extras, a escola era muito importante para eles, por isso inicialmente frequentei uma escola particular de renome na cidade, com uma mensalidade alta para os padrões financeiros da minha família.

Mesmo se tratando da década de 80, fui alfabetizada na escola com puxões de orelha e castigos humilhantes. A professora, muito jovem e também autoritária, tinha essa prática sempre que julgava necessário.

As séries seguintes foram em escolas públicas e as práticas das professoras não eram diferentes daquela primeira. Além dos castigos, gritos e puxões

de orelha, fazíamos cópias, decorávamos pontos e respondíamos extensos questionários.

Minhas primeiras lembranças das aulas de Matemática não são festivas e nem alegres. Lembro-me do único dia em que a minha mãe foi à escola para ter notícias sobre o meu desempenho escolar e me encontrou na hora do intervalo, no corredor, de castigo em pé, repetindo a tabuada do 6 e do 7 para decorar.

Ainda hoje me lembro da sensação de desespero ao ter de resolver uma conta de divisão (que eu não sabia fazer): de costas para o grupo de colegas da sala, em frente ao quadro, na esperança de que um Ser supremo pudesse me ajudar.

E embora fosse clara a minha falta de destreza com os números, os meus professores (como diz Fanny Abramovich) fingiam que me ensinavam e eu fingia que aprendia com eles. Mas foi com o meu pai que aprendi o que eu considerava muito difícil na matemática: a divisão com números naturais, a multiplicação, e o cálculo com porcentagens. Ele tinha grande destreza com os cálculos e sua didática era fabulosa: utilizava palitos da caixa de fósforos e desenhos para me ensinar.

As aulas de matemática na escola eram sempre muito aterrorizantes, pois terminavam com um castigo aos estudantes que não tinham decorado a tabuada, por exemplo. Com essa “metodologia”, acredito que a escola não cumpria com a sua função, que era a de ensinar os conteúdos aos estudantes.

Hoje, ver a minha filha Maria Clara dominando os cálculos, diversificando as estratégias matemáticas, com bons resultados nas avaliações e demonstrando paixão pela Matemática, é reescrever essa história com um final diferente, um final mais feliz.

A prática pedagógica que envolvia os puxões de orelhas era comum entre os educadores e refletia a situação política do país, que não possuía políticas sociais porque passava por uma forte recessão econômica.

Apenas com a aprovação da Lei 5.692/71, que substituía a Lei 4.064/6, é que determinações mais explícitas foram consolidadas. Uma delas foi a extensão da obrigatoriedade do ensino de quatro anos para oito anos, surgindo, assim, o ensino de primeiro grau e também uma grande necessidade de construir prédios para atender a demanda, além do aumento dos cursos de aprimoramento profissional aos professores.

Algumas das determinações implantadas na Lei de Diretrizes e Bases da Educação refletiram-se alguns anos mais tarde em sala de aula, quando a postura dos professores já se tornava um pouco diferente.

Ainda assim, a escola, como instituição, apresentava uma rotina fruto de um governo militar. Nas aulas de Organização Social e Política do Brasil, por exemplo, havia a obrigatoriedade de cantar o Hino Nacional e também fazer inúmeras cópias dele quando errávamos alguma palavra.

A opção pelo magistério, na década de 90, foi sugerida pela minha mãe devido à possibilidade de eu conseguir um emprego e, assim, garantir uma renda financeira além da que já existia na família.

Como reflexo da Lei 5.692/71, o Estado criou uma habilitação específica para o magistério e, segundo algumas opiniões, desfez, de modo categórico, o que já havia se consolidado em relação à escola normal, como afirma Curi (apud TANURI, 2000, p. 80):

A lei 5692/71 que estabeleceu diretrizes e bases para o primeiro e segundo grau, transformou-o numa das habilitações deste nível de ensino, abolindo de vez a profissionalização antes ministrada em escola de nível ginásial. Assim a tradicional escola normal perdia o 'status' de nível de escola e mesmo, de curso, diluindo-se em uma das muitas habilitações profissionais de ensino de segundo grau, a chamada habilitação específica para o magistério.

A partir desses pensamentos e discussões que mantinham esse cunho de preocupação, o Estado estabeleceu, ao longo de algumas décadas, três planos setoriais de educação. O primeiro plano compreendeu o ano de 1972 a 1975 e teve como objetivo a habilitação, atualização e aperfeiçoamento dos recursos humanos no magistério. O segundo plano foi desenvolvido no período de 1975 a 1980 e estabeleceu como prioridade a universalização da educação primária. O terceiro e último plano, que compreendeu o período de 1980 a 1985, estabeleceu a Educação Básica, e também manteve a política de valorizar os recursos humanos para o magistério.

Com a abertura política da década de 80, técnicos do MEC e muitos educadores tiveram a oportunidade de discutir propostas para revitalizar o ensino normal, surgindo assim os centros de formação e aperfeiçoamento para o Magistério (CEFAM) por meio do parecer do Conselho Federal de Educação 349/72.

Em 1989, implantou-se o CEFAM na cidade de Campo Grande/MS onde tive oportunidade de cursá-lo. Algumas das propostas, como o auxílio financeiro, não

se consolidaram nesta região (MS), mas de fato outros ideais me atraíram prontamente.

O curso era realizado em período integral, os professores eram altamente qualificados e tínhamos matérias consideradas importantes que não eram comuns nos cursos de magistério, como: física, química e matemática. O parecer CFE/349/72 trazia a seguinte referência em relação ao ensino de matemática:

Deve-se enfatizar sua estrutura básica, conduzindo o professorando a realizar todo o encadeamento de ações que possa, futuramente, levar o educando, com apoio em situações concretas, a compreender as estruturas da realidade e suas relações, deixando em segundo plano a aquisição de mecanismos puramente utilitários para a solução de problemas práticos (Parecer CFE 349/72, p. 143; Parecer CFE 853/71, p. 31 *apud* CURI, 2005, p. 54).

Cursar o magistério, na verdade, não fazia parte dos meus planos profissionais e nem acadêmicos, mas me daria condições de trabalhar e garantir mais rapidamente uma renda para ajudar em casa e também nas minhas despesas pessoais, como já citei.

E foi isso que aconteceu! Após um período como balconista numa farmácia, aos 14 anos eu já estava numa escola, atuando como professora. A legislação permitia que uma pessoa com menos de 18 (dezoito) anos pudesse assumir esse tipo de compromisso.

Meu pai permitiu que eu trocasse um emprego em que ganhava um salário mínimo por outro em que ganharia meio salário, mas me daria oportunidade de ter uma profissão, a profissão de professora. Foi uma experiência importante para mim, mesmo com as adversidades encontradas, porque o que se tinha, na realidade, era uma criança cuidando de outras crianças.

Eu levava aquilo tudo muito a sério! Elaborava os planejamentos, confeccionava as lembrancinhas, ensaiava as crianças para as festas, encaminhava as reuniões de pais e administrava os problemas quando surgiam, como as mordidas dadas pelas crianças ou uma dificuldade de aprendizagem.

Em relação às atividades de matemática, fazia para os alunos aquelas indicadas pelos livros didáticos ou aquelas que os meus professores fizeram comigo na minha infância: como siga o modelo, arme e efetue, ligue as quantidades aos números ou leve o cachorro até o seu osso. Também pedia a eles que colassem tampinhas e desenhassem os números na areia do parque. As contas de verdade eu fazia com o salário que recebia. Subtraía as dívidas e administrava a sobra (quando

tinha). Alguns conteúdos, as crianças e eu aprendemos juntas, outros nem sei se aprendemos, mas tentei ensiná-los.

Numa outra escola de renome nacional, Oliva Enciso, pertencente à Campanha Nacional de Escolas da Comunidade (CNEC), trabalhei como auxiliar de professora. A CNEC é uma associação civil sem fins lucrativos, fundada por Felipe Tiago Gomes, no ano de 1951.

Essa escola me ofereceu muitas oportunidades importantes, dentre elas o convívio com grandes educadores com quem aprendi o ofício de ser professora.

Era uma escola “livre”, que desenvolvia um trabalho educativo de excelência, independente de exigências sociais, era aliada aos professores e pais, verdadeiramente comunitária.

Ser professora da CNEC era um grande privilégio, pois éramos bem remuneradas e podíamos desenvolver um trabalho pedagógico sem pressões sociais. Não existia a cobrança do vestibular, não existia a competição de notas entre os estudantes, a avaliação era realizada sem provas, as reuniões de pais contavam com presença unânime e os cursos e estudos realizados pelo grupo de professores eram prioridades.

Nessa instituição estudei bastante. Viajei para outros estados, conheci outras políticas de educação e assim ampliei as informações de mundo que eu tinha construído até ali. Enfim, foi uma instituição que resistiu bravamente, durante muito tempo, às interferências sociais, como a implantação do livro didático, por exemplo. Hoje é uma instituição que utiliza a apostila como recurso didático para ensinar seus estudantes. Sabemos que é um recurso que não é bem avaliado pela sociedade. Pergunto-me o que e o quanto disso mudou.

Paralelamente ao trabalho desenvolvido na instituição escolar, a vida acadêmica também acontecia. Cursei pedagogia na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), com habilitação nas matérias pedagógicas do segundo grau, pré-escola e as séries iniciais do primeiro grau. O curso de pedagogia me proporcionou a oportunidade de relacionar a fundamentação teórica com uma prática pedagógica que eu tentava desenvolver.

O curso era noturno, e apesar das adversidades de horário, me recordo de algumas aulas de Matemática que tive com o professor José Luiz Magalhães de Freitas que me ensinou, dentre vários conteúdos, a magia do TANGRAM. Estava num momento da minha vida acadêmica e profissional começando a entender que a

matemática era bem diferente daquilo que eu havia aprendido na infância e me recordo do meu encantamento por aquela aula, dos cálculos possíveis de serem feitos e da construção das figuras. Depois de tantos anos tive uma experiência inovadora para mim com a disciplina de Matemática, graças ao encaminhamento didático desse grande professor.

Isso tudo ocorreu num período em que se estabelecia a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, em 1996, na gestão do então ministro da educação Paulo Renato Souza, no governo de Fernando Henrique Cardoso. Há vários aspectos da lei que merecem destaque, porém naquele momento em que eu concluía o ensino superior o que mais repercutiu foi o seguinte: § 4º. Até o fim da década da educação somente serão admitidos professores habilitados em nível superior ou formados por treinamento em serviço.

Então, concluir o ensino superior era uma obrigatoriedade exigida pela lei, num país onde muitos professores eram considerados leigos ou amadores.

Com as exigências sociais que adentraram na CNEC, como eleições de conselhos internos, por exemplo, procurei outro caminho profissional e ainda muito jovem, com 18 anos, senti a necessidade de ter um espaço pedagógico onde pudesse praticar tudo aquilo que eu havia aprendido. Tinha um ideal de educação bonito, talvez ingênuo, mas cheio de coragem e também com vontade de contribuir com a transformação social.

A partir das experiências que havia adquirido, dos conhecimentos construídos e das influências sofridas durante a vida, o espaço pedagógico se consolidou: GAPPE foi o nome dado à escola criada em parceria com 6 (seis) educadoras (também ex-funcionárias da CNEC), que hoje ocupa uma posição de destaque entre as escolas que desenvolvem um trabalho de qualidade na cidade de Campo Grande, MS.

Nessa escola atuei durante 12 (doze) anos, em diferentes funções pedagógicas: ministrando aulas e coordenando pedagogicamente a equipe de educadores. Nesse período estreitei definitivamente o meu relacionamento com a disciplina de matemática.

As pessoas que faziam parte desse contexto escolar, como os pais e os professores, demonstravam, de alguma forma, uma preocupação maior com a matemática, o que me fez dedicar-me mais ao estudo dessa disciplina, realizando leituras e fazendo cursos sobre a didática da matemática.

Os professores, em especial, apresentavam questões a respeito dos conhecimentos didáticos da disciplina de Matemática e também sobre o conteúdo em si.

Em relação aos conhecimentos didáticos demonstravam uma preocupação e também questionamentos sobre o melhor “jeito” de ensinar os estudantes. Confeccionavam jogos, elaboravam atividades e realizavam suas avaliações imbuídas de afetividade e também das suas experiências. Havia uma preocupação eminente com o material didático utilizado com os estudantes.

Durante essa trajetória acadêmica e profissional, constatei o que já é evidente em nossa sociedade: que a disciplina de matemática causa medo e é utilizada como elemento de poder.

Mas no ano de 1998, fiz um curso na Escola da Vila, denominado “Problemas são o que não falta!”, onde tive a brilhante companhia da professora *Ma. Anelisa Kisielewski Esteves*, que me faria tomar definitivamente uma iniciativa que modificaria a minha relação com a matemática.

Acontece que durante o curso, a ministrante nos perguntou por qual motivo, numa multiplicação, existe um espaço vago na segunda parcela da adição. E eu que já havia tido contato a vida inteira com a matemática, como estudante das séries iniciais, e também no ensino superior, como pessoa e também como professora, não soube responder aquela pergunta que parecia tão simples.

O que naquele curso, durante aqueles questionamentos, chamou minha atenção não foi o rosto cheio de dúvidas de todos aqueles professores, tentando dar a melhor resposta à ministrante do curso, mas sim o fato de termos todos passado pelo ensino fundamental, depois pela graduação, no caso, a pedagogia, ensinarmos aquelas operações às crianças, mas não sabermos responder sobre o porquê ou sobre o funcionamento daquelas operações.

Naquele dia atribuí aquilo que chamei de falta de reflexão sobre o que ensinamos, ao curso de pedagogia. E dessa forma eu também reproduzia o preconceito inculcado a esse curso.

Porém, alguns anos mais tarde, coube a mim fazer a seleção de um professor de matemática para as séries finais do ensino fundamental e, por isso, deveria ser um licenciado em matemática. Como aquelas questões levantadas pela ministrante daquele curso ainda me intrigavam muito, achei que seria importante um professor de matemática dominar aquelas questões e então as coloquei para serem respondidas por aqueles que participariam da seleção. O resultado foi, para mim,

inesperado, porque dos 50 (cinquenta) professores participantes, apenas um respondeu corretamente o que perguntamos na seleção.

Nesse dia, a ideia de que os responsáveis pela falta de domínio que os professores das séries iniciais apresentam em relação à matemática era o curso de pedagogia, se desfez. Os professores participantes da seleção, licenciados em matemática, também não sabiam responder àquelas questões, o que me fez compreender que essa lacuna no ensino de matemática estava associada à questões didáticas e também conceituais.

Mas, enfim, foi a partir dessa situação que compreendi o funcionamento da matemática e adentrei, já não mais com medo, nas especificidades desta disciplina e conseqüentemente nos conteúdos que a constituem.

Para finalizar, reitero que minha escolha pela linha de pesquisa “Ensino de Ciências e Matemática” se deu através de uma longa construção que revela a minha relação com a matemática. Essa construção, como já foi citada anteriormente, constituiu-se ao longo de uma trajetória profissional que começou no ano de 1989, há 21 anos, e dessa forma não se torna surpreendente e nem espantoso o meu interesse por essa área do conhecimento.

1.2 O objeto de pesquisa

Relatarei, a seguir, sobre a trajetória da construção do objeto de pesquisa que me conduziu à escrita desta dissertação de mestrado em educação. Ressalto novamente que a prioridade pelo estudo sempre esteve presente na minha formação como estudante e também como profissional, e foi com a intenção inicial de implementar o meu trabalho como coordenadora pedagógica, e também contribuir com a formação dos professores da escola na qual eu atuei profissionalmente, que cursei a disciplina “Tecnologias no Ensino de Ciências e Matemática”, no mestrado em educação, como aluna especial do professor Doutor Luiz Carlos Pais.

A partir dos aspectos abordados nesse ambiente acadêmico, constatei que havia um campo ainda a ser pesquisado sobre a resolução de problemas e que a minha contribuição, como pesquisadora iniciante, poderia ir além do que eu havia idealizado. Ainda com aquela pretensão que todo estudante em fase inicial demonstra de querer “mudar o mundo” apresentei, então, no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, um anteprojeto

descrevendo a minha vontade de pesquisar sobre a resolução de problemas propostas nos livros didáticos adotados no estado de Mato Grosso do Sul.

Após a minha participação na seleção do mestrado em educação, particularmente na Linha de Pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática, fui aprovada e comecei então a participar das aulas nas disciplinas do Programa de Mestrado em Educação pela UFMS. Essas aulas me proporcionaram uma dimensão teórica que me levou a refletir sobre o objeto de pesquisa que eu tinha delimitado até aquele momento e também do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática, o “GPHEMA”, que é coordenado pelo orientador da minha pesquisa.

No GPHEMA tive a oportunidade de discutir amplamente sobre a minha ideia inicial, a dos meus colegas, e estudar profundamente sobre o referencial teórico que sustenta as pesquisas desenvolvidas nesse grupo, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), e verifiquei que o desejo de pesquisar sobre a resolução de problemas propostas nos livros didáticos adotados no estado de Mato Grosso do Sul era um tanto quanto “ingênuo”, por limitar geograficamente o âmbito da pesquisa, dentre outras questões.

Dessa forma, juntamente com o professor orientador, reconstruí o objeto da pesquisa, levando em consideração a amplitude que ela poderia atingir, visto que tinha como meta desenvolver uma investigação que, de fato, pudesse contribuir com a formação e crescimento profissional dos professores das séries iniciais.

Assim, passei a considerar como objeto de pesquisa o estudo das práticas e argumentos relativos ao estudo dos números, nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Paralelamente a essas atividades, passei a ministrar aulas no curso de Pedagogia de uma instituição privada, trabalhando com as disciplinas: Metodologia da Matemática na Infância e Didática.

Inicialmente, em contato com as estudantes, ouvi declarações a respeito da disciplina de Matemática que me fizeram pensar sobre a possibilidade de verificar os argumentos e as práticas pedagógicas produzidas por elas, que estavam em processo de formação inicial. Além das aulas que eu ministrei na instituição privada, frequentei também algumas aulas do professor Luiz Carlos Pais, no curso de pedagogia da UFMS, e reafirmei o meu desejo e vontade de desvelar as questões relacionadas às estudantes desse curso.

Após algumas inserções em sala de aula, verifiquei que algumas dessas estudantes demonstravam dificuldades em relação ao ensino de matemática, apresentavam consciência de suas falhas, até sinalizavam certo desprezo por essa disciplina, mas ainda assim apresentavam uma prática pedagógica real quando eram propostas tarefas relacionadas aos problemas.

Naquele período, meu interesse era saber sobre a trajetória das práticas pedagógicas que as estudantes apresentaram: como essas práticas se constituíram ao longo da história, o que significavam do ponto de vista da Teoria Antropológica do Didático e também da história das políticas públicas do nosso país.

Portanto, naquele momento, foi muito importante ouvir o que essas futuras professoras tinham para dizer a respeito do assunto tratado. O que pensavam a respeito da resolução de problemas, se, na opinião delas, eles eram fáceis, difíceis; se deveriam ser acompanhados de ilustrações; se a linguagem era adequada e assim por diante. Com o auxílio delas, refleti novamente sobre o objeto de pesquisa que estava considerando até aquele momento e compartilhei parte dessas reflexões com o orientador do trabalho. Conjecturamos várias vezes, sobre essas questões e, assim, um aprimoramento do objeto de pesquisa se constituía.

Isso me levou a refletir sobre o ensino de matemática que essas estudantes (com uma média de idade de 20 anos) tiveram nas séries iniciais do Ensino Fundamental, considerando que nesse período, há mais ou menos 14 (catorze) anos, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já haviam sido editados e era disponível aos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Com a experiência adquirida ao trabalhar com as crianças das séries iniciais, com as leituras sobre as avaliações oficiais do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) que indicam a dificuldade que os estudantes apresentam em relação às tarefas que envolvem as operações de divisão e de multiplicação, e também com a história da minha infância, surgiu o interesse de associar a resolução de problemas a essa operação: *divisão*.

Assim, diante dessa trajetória, propus um estudo sobre as produções matemáticas das estudantes do curso de pedagogia. Delimito o objeto de pesquisa à **análise dos aspectos matemáticos e didáticos presentes nas resoluções de problema, que envolvam os conceitos de divisão, por estudantes de cursos de pedagogia.**

Esse objeto de pesquisa reflete a minha história na educação como estudante e também como educadora, visto que assim como elas já fui estudante e muitos dos anseios que elas apresentam foram vividos por mim, um dia.

Para operacionalizar esse objeto de pesquisa, elenco três objetivos específicos: o primeiro foi identificar nos PCN o estatuto didático e o estatuto matemático atribuído à resolução de problemas que envolvem a divisão; o segundo, investigar práticas e argumentos propostos por autores de livros didáticos de matemática quanto ao estudo da resolução de problemas que envolvem divisão em nível de séries iniciais e, por último, realizar sessões de atividades em sala de aula com estudantes de cursos de Pedagogia no que diz respeito à resolução de problemas.

Depois de delimitados os objetivos específicos, realizei leituras de pesquisas que se aproximam do objeto desta pesquisa e constatei que há vários autores que estudam sobre as dificuldades dos professores das séries iniciais do ensino fundamental com o ensino de matemática. Porém, com o meu olhar voltado estritamente para as práticas pedagógicas apresentadas por estudantes que se encontram no processo inicial de formação, percebi que seria preciso investigar, nos documentos oficiais, o estatuto atribuído mais especificamente à resolução de problemas.

Para isso, poderíamos acessar planos de aula, planos de ensino, diretrizes curriculares, mas foram os PCN, e também os livros didáticos, que consideramos como fonte de pesquisa por entender que eles estão fortemente presentes em, praticamente, todas as instituições escolares e influenciam sobremaneira na condução dos aspectos didáticos e também matemáticos desenvolvidos pelos professores, já que são quase que as únicas fontes de pesquisa que os membros de comunidades escolares, como coordenadores pedagógicos e professores, utilizam como aporte para ampliar as condições e proporcionar uma educação de qualidade, ainda que não garantam bons resultados.

Definidos os documentos oficiais a serem utilizados como fonte, entendi que a resolução de problemas constitui um campo de conhecimento fundamental, porque tem sido utilizada em sala de aula como um modo de organizar o ensino, enfim, como um recurso metodológico amplamente difundido entre os educadores, podendo ser considerada como um grande tema que tem sido discutido por professores e também pesquisadores, mais fortemente há três décadas, quando a

associação norte-americana de professores de matemática dedicou, em 1980, a sua publicação anual a esse tema.

Essa investigação nos PCN e nos livros didáticos sobre a resolução de problemas em divisão fornece elementos que contribuem com a fundamentação teórica sobre as práticas pedagógicas atuais das estudantes, que refletem de algum modo como o ensino de matemática, nas séries iniciais do Ensino Fundamental, é sugerido pelas instituições.

CAPÍTULO II

REFERENCIAL TEÓRICO DA PESQUISA

2.1 Algumas pesquisas

A pesquisa desenvolvida por nós reúne temas importantes para o ensino da matemática: a prática discente de estudantes de cursos de pedagogia e a resolução de problemas que envolvem mais precisamente a divisão. Diante disso, buscamos argumentos organizados em teses e dissertações que tratassem especificamente desses objetos. Nesses próximos parágrafos apresentamos o resultado do que obtivemos.

Inicialmente, ressaltamos algumas considerações que reforçam a nossa insistência em pesquisar essa área do ensino da matemática. Destacamos a afirmação de Nacarato (2005), que, ao descrever sobre as pesquisas desenvolvidas nessa área afirma “[...] estes (os professores que atuam na educação infantil e/ou nas séries iniciais do ensino fundamental) vêm merecendo pouca atenção dos pesquisadores da área, o que se nota pelo pequeno número de pesquisas voltadas a esses profissionais”. Outro comentário mais recente que destacamos foi realizado pelo professor Wagner Valente, no dia 24 de fevereiro de 2010, em sua conferência no programa de Mestrado em Educação Matemática da UFMS, destacando a importância de desenvolver pesquisas no campo das séries iniciais relacionadas com o ensino da matemática, visto que esta é uma área que apresenta poucos trabalhos acadêmicos.

Nós concordamos com Valente (2010) e Nacarato (2005) e comprovamos essas afirmações ao realizar a busca de informações sobre as pesquisas que pudessem contribuir com o nosso trabalho. Explicitamos abaixo o que encontramos.

2.1.1 Práticas investigativas em matemática

O desafio foi encontrar trabalhos alinhados com o nosso objeto de pesquisa, então, apresentamos, inicialmente, o trabalho de Natércia de Souza Lima Bukowitz, uma pesquisadora da Universidade Federal do Rio de Janeiro que denominou sua tese da seguinte forma: Práticas investigativas em matemática: uma

proposta de trabalho no curso de pedagogia. Bukowitz teve seu trabalho orientado pelo professor Doutor Francisco Cordeiro Filho e expôs como objetivo apresentar propostas de práticas investigativas em matemática no curso de pedagogia de duas instituições privadas de Petrópolis (RJ). Para isso, desenvolveu oficinas onde as estudantes puderam apresentar suas concepções sobre o ensino da matemática que envolvessem as séries iniciais do Ensino Fundamental.

Como aporte teórico utilizou a concepção de Antonio Gramsci, cientista político italiano relacionado à “Filosofia da Práxis”, e também o conceito sobre a função dos professores intelectuais, de Henry Giroux. Segundo a autora, a opção por Gramsci se deu pelo fato de encontrar nos pensamentos desse autor uma ideia “alinhada” ao que ela chama de práticas investigativas, quando se refere à concepção relacionada à formação de professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena, difundidas na Lei de Diretrizes Curriculares Nacionais.

Tal Lei foi instituída na Resolução do Conselho Nacional de Educação Número 1, de 18 de fevereiro de dois mil e dois, em seu Artigo 3º, inciso III e 13, § 1º, que “caracteriza-se como um processo em que os próprios professores problematizam temas de sua prática, a partir das observações e reflexões sobre suas ações” no cotidiano escolar, buscando eles mesmos encontrar soluções para os problemas do ensino”. Segundo a autora, Giroux complementa o seu aporte teórico para reformular os papéis dos intelectuais que ela utiliza como embasamento.

Para pesquisar as práticas investigativas de estudantes de cursos de pedagogia, Bukowitz (2005) afirma que sua pesquisa assumiu as características de uma pesquisa-ação, visto que os encontros ocorreram em sucessivos semestres.

A autora destaca as oficinas desenvolvidas com as estudantes como um ponto de grande importância em seu trabalho, onde emergiram, segundo ela, “temáticas complexas e polêmicas” sobre o ensino da matemática, como: sistema de numeração decimal, divisão, frações, perímetro e área.

A autora conclui o trabalho sugerindo ações que contribuam com a formação dos professores e, dessa forma, humanize o ensino de matemática, sinalizando que os objetivos propostos contribuíssem sobremaneira para que a sua pesquisa obtivesse sucesso. Diante disso, destacou que as oficinas proporcionaram uma articulação entre teoria-prática-teoria; mudança sobre concepção do ensino de matemática por parte das estudantes; o conhecimento matemático visto como

construção desenvolvida pelo sujeito e, por fim, a práxis e a norma vista como elementos que podem contribuir com a transformação do ensino de matemática.

Estabelecemos uma relação do trabalho da autora com a nossa pesquisa no que se refere à valorização das práticas investigativas das alunas do curso de pedagogia. Assim como ela, buscamos identificar nas produções das acadêmicas os elementos que revelam as raízes sobre o ensino de matemática nas séries iniciais para, dessa maneira, contribuir com o ensino através de ações efetivas em sala de aula.

2.1.2 Desafios pré-profissionais

A seguir apresentamos os aspectos principais de um trabalho que destaca a relação entre as concepções de estudantes de cursos de pedagogia com suas práticas pedagógicas. A autora denomina de pré-profissional a etapa em que as estudantes estão no Ensino Superior.

Tania Terezinha Bruns Zimer é o nome da pesquisadora do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo que, ao realizar uma pesquisa, teve como orientadora a professora doutora Maria Lúcia Vital dos Santos Abib e também teve como objetivo conhecer de que maneira o futuro professor estabelece conexões entre suas concepções e a prática pedagógica pré-profissional de modo a permitir a compreensão sobre o modo como ele aprende a ensinar matemática (ZIMER, 2008). Para que tal objetivo se efetivasse, a autora teve como intenção verificar como ocorreu a mudança conceitual das estudantes. Como aporte teórico utilizou a Noção de Perfil Conceitual. O campo de pesquisa escolhido pela pesquisadora foi a sala de aula do curso de Pedagogia, do 3º ano, da Universidade Federal do Paraná.

Por meio das aulas de Estágio Supervisionado, e também de Metodologia do Ensino de Matemática, a pesquisadora utilizou como instrumentos de pesquisa o questionário, o vídeo e documentos de um modo geral, como anotações pessoais e diário do professor. Para realizar as sessões de atividades, dividiu as estudantes em três grupos, utilizando como critérios: a) alunos com experiência em docência e outros não; b) atividades de docência em exercício ou desenvolvida anteriormente; c) alunos sem experiência em sala de aula. Tais critérios foram por ela mesma categorizados, partindo de um estudo anterior.

Com o primeiro e o segundo grupo a pesquisadora constatou alguns aspectos em comum, que foram observados na trajetória da pesquisa, como: reelaboraram aspectos sobre a sua concepção de matemática; ampliaram as concepções sobre o ensino e a aprendizagem; estabeleceram relação entre o ensino e a aprendizagem e a prática; reconheceram a viabilidade de adotar materiais didáticos como um modo de tornar o ensino de matemática mais dinâmico. Em se tratando do segundo grupo, a pesquisadora ressaltou uma especificidade onde eles, através do estágio, refletiram sobre como o futuro professor pode articular suas concepções com a prática pedagógica. Por fim, em relação ao último grupo, a pesquisadora não constatou uma tomada de consciência sobre as concepções iniciais.

Portanto, a partir dessas considerações, a autora e também pesquisadora pôde concluir que a relação estabelecida pelos estudantes entre as concepções e prática pedagógica sofrem influências subjetivas e objetivas designadas pela professora de estágio supervisionado e metodologia. Enfim, de modo resumido, a autora considera o conflito um elemento de suma importância para que o acadêmico, em sua fase denominada por ela de pré-profissional, possa construir a sua prática pedagógica imbuída de questionamentos, reflexões, perturbações e re-elaborações de prática e conceitos, nesse caso, conceitos matemáticos.

Para nós, essa pesquisa apresenta vários elos com o nosso trabalho porque trata de objetos de pesquisa que enfocam a prática pedagógica de estudantes de cursos de Pedagogia. Porém, o que focamos como destaque é a ideia de que o conflito é um elemento que contribui com a construção da prática pedagógica.

2.1.2.1 Resolução de problemas envolvendo a multiplicação e a divisão

As professoras Adair Mendes Nacarato, Cármen Lúcia Brancaglioni Passos e Dione Lucchesi de Carvalho realizaram uma pesquisa com os graduandos em pedagogia nas instituições de ensino superior, na Faculdade Padre Anchieta, em Jundiaí/SP, na Universidade São Francisco, campus de Bragança Paulista/SP e campus de Itatiba/SP e Universidade Federal de São Carlos, cujo objetivo era compreender como as relações de ensino, e também os valores sobre a matemática, acontecem nas aulas de metodologia, nas quais elas eram professoras. Para isso, apresentaram a 157 graduandos acadêmicos das instituições acima um caso de

ensino, envolvendo uma resolução de problema com ideias de multiplicação e divisão.

Nacarato, Passos e Carvalho (2004) se fundamentaram em duas categorias propostas por Ernest (1991): “dualismo”, que, segundo o autor, é uma visão bifurcada e dicotômica: é o bem e o mal, o certo e o errado; e “multiplicidade”, onde “inexistem critérios de escolha diante da multiplicidade”, ou seja, admite-se uma multiplicidade de caminhos e a questão de validação passa mais por critérios de preferência pessoal ou de base pragmática.

Verificaram que a maioria dos graduandos apresentou uma visão dualista do caso quando não reconheceram a importância de discutir o erro em sala de aula, validar as estratégias ou até mesmo socializar as informações. Apresentaram ainda as informações de que a ideia denominada por multicriplista ou pluralista está sendo disseminada entre um grupo menor de estudantes. Nessa visão, as produções das crianças são valorizadas e respeitadas, tudo o que elaboram são consideradas como fonte de informação e pesquisa. Retiramos do artigo trechos das falas dos graduandos que exemplificam tal afirmação:

As crianças possuem conhecimentos espontâneos e cabe ao professor respeitar as estratégias de cada um, pois não importa a forma, mas sim o resultado que a criança obteve [...] Acredito que a professora tenha aceitado os três métodos corretos, pois cada um tem a sua forma de resolver. O que importa é o resultado [...] (NACARATO; PASSOS; CARVALHO, 2004, p. 28).

As autoras concluem evidenciando sobre a importância de conhecer as “filosofias pessoais” dos estudantes. Só então poderemos, como educadores, propor situações de aprendizagem que de fato contribuam com transformação primária sobre o ensino da matemática.

Valorizar a produção das acadêmicas também é uma proposta do nosso trabalho, visto que é através delas que podemos promover um elo entre a etapa de formação inicial e a de atuação docente, propriamente dita. Entendemos que quando há uma explicitação sobre a prática pedagógica de estudantes do curso de pedagogia, é possível desvelar o painel do ensino matemático das séries iniciais do Ensino Fundamental. Compactuamos, ainda, com a ideia de que promover situações onde elas possam expor seus pensamentos a respeito da matemática (nesse caso, a respeito de resolução de problemas) favorece um estreitamento entre as partes, o que minimiza a ideia negativa sobre o tema.

Nacarato, Passos e Carvalho (2004) como explicitamos inicialmente, chamam a atenção de todos sobre a importância de fazer pesquisa envolvendo estudantes que estão em fase de formação inicial, por acreditar que é possível superar obstáculos e assim favorecer o ensino de matemática.

2.2 Alguns estudos sobre resolução de problemas

De acordo com documentos a respeito da trajetória do ensino de matemática, constatamos que nas décadas de 1960 e 1970 surgiu o movimento da Matemática Moderna que trouxe mudanças significativas no ensino dessa disciplina em vários países. Como consequência desse movimento, em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM, dos EUA, apresentou um documento denominado de “Agenda para a Ação”, que focava a resolução de problemas como grande destaque no Ensino da Matemática.

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989), nessa agenda, não há uma clareza detalhada de como deve ser o ensino de resolução de problemas, para que serve ou qual a relação dele com um ensino de matemática contextualizado. O que amplia ainda mais a confusão. Num artigo publicado sobre o tema, Stanic e Kilpatrick (1989, p. 1) afirmam que:

Os problemas ocupam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, mas a resolução de problemas não. Só recentemente aparecem educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece especial atenção. Nesta focagem sobre a resolução de problemas tem havido confusão. O termo resolução de problemas transformou-se num slogan englobando diferentes visões da educação, da escolaridade, da Matemática e das razões porque devemos ensinar matemática em geral e resolução de problemas em particular.

Como verificamos no trecho acima, e também constatamos em nossa trajetória profissional, os educadores levam para a sala de aula uma diversidade de resolução de problemas, mas ainda não há evidências sobre os procedimentos de trabalho com os estudantes.

Um grande estudioso que influenciou essa trajetória sobre a resolução de problemas foi George Polya (1995), que descreve sobre quatro etapas nas quais explicita sobre o como resolver problemas, são elas: a) compreensão sobre o problema; b) estabelecimento de um plano; c) execução do plano e d) retrospecto.

Na primeira etapa o autor destaca a importância de compreender o problema e para isso sugere questionamentos que viabilizam aos estudantes interpretarem os dados e, dessa forma, elaborarem uma estratégia, um plano, o que já atende aos preceitos da segunda etapa. Nessa etapa o autor instiga de modo que os estudantes estabeleçam relações entre o problema proposto e outros que já tiveram contato para que, assim, possam executar a ação planejada e contemplar a terceira etapa, que sugere atenção aos passos utilizados para execução do plano. Enfim, propõe uma avaliação não do problema, mas sim do caminho escolhido para solucionar e desenvolver o problema proposto e dessa forma desvelar outras possibilidades de execução.

Tais etapas evidenciam que para o autor os procedimentos utilizados pelos estudantes são de suma importância e devem ser considerados para que uma resolução de problemas possa ser desenvolvida.

Encontramos artigos de educadores matemáticos com questionamentos e também críticas ao trabalho de George Polya pelo fato de esse autor entender a resolução de problemas como algo meramente pragmático, com efeitos práticos. Para ele, o aluno irá aprender se praticar determinada ação:

O estudante deve adquirir experiência no trabalho independente tanto quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajuda demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que, ao estudante, caiba uma parcela razoável do trabalho (POLYA *apud* FELICE, 2009, p. 18)

Apresenta, com clareza, as funções do papel do professor e também do aluno, cabendo a ambos a responsabilidade pelo processo de ensino. No entanto, reconhecemos a sua contribuição para os estudos atuais e entendemos que muitos educadores fizeram uso inadequado do que o estudioso apresenta sobre a Resolução de Problemas, transformando as etapas sugeridas por ele num “método” rigoroso a ser seguido, é o que informalmente denominamos de “camisa de força”.

2.2.1 A nossa concepção sobre resolução de problemas

Após a leitura e também estudos sobre diferentes autores que abordam a resolução de problemas, verificamos que alguns deles apresentam algumas ideias que contribuem para a construção do nosso ideário para definir o tema.

Segundo Onuchic (apud FELICE, 2009, p. 22) “somente a partir dos anos 90 a resolução de problemas passou a ser vista como uma metodologia de ensino” e atualmente, com as novas pesquisas que complementam os estudos anteriores, a resolução de problemas é considerada uma metodologia imprescindível em sala de aula. Segundo Smole e Diniz (2001, p. 88) “deve ser compreendida como uma competência mínima para que o indivíduo possa inserir-se no mundo do conhecimento e do trabalho”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais também apontam a resolução de problemas como um recurso metodológico, embora “a prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado” (BRASIL, 1997, p. 30-31).

Em sala de aula ele ainda é utilizado como um instrumento para avaliar as técnicas matemáticas ensinadas pelo professor, como as quatro operações, por exemplo.

Dessa forma, conforme apontam os estudos sobre o tema, entendemos a Resolução de Problemas como um recurso metodológico que pode ser utilizado pelo professor e pelos estudantes para suscitar situações de aprendizagem, envolvendo conteúdos diversos que poderão ser abordados na série. Caberá ao professor promover situações de ordens didáticas que favorecem a interpretação do problema proposto, a autoria diversificada do problema, a socialização das estratégias variadas entre os alunos, bem como mecanismos diversificados para a busca e implementação de técnicas matemáticas que comporão a resposta do problema.

Em nossa opinião, essa perspectiva traz a ruptura da ideia de que apenas o professor detém a informação e também o saber, cabendo ao aluno responder às expectativas do professor sobre a tarefa solicitada. Essa ideia traz a possibilidade de romper com o paradigma sobre o papel tradicional do professor e também do aluno. Todos, nesse caso, tornam-se responsáveis pelo processo de avaliação e também do ensino.

2.2.1.1 Uma abordagem antropológica do estudo da matemática - alguns pressupostos

Para respaldar a nossa pesquisa, optamos pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida pelo educador matemático francês Yves Chevallard, na década de 1990, e que está inserida no Programa Epistemológico de Investigação em Didática da Matemática, que iniciou com as pesquisas do estudioso e também francês Guy Brosseau, em 1970. Dentre os inúmeros pesquisadores existentes no âmbito da matemática há aqueles que não reconhecem o estudo realizado por Yves Chevallard como uma teoria, em seu sentido literal.

Chevallard afirma que toda atividade humana sempre se faz em dois momentos indissociáveis: o saber fazer e o fazer, denominado por praxeologia. Cada momento, segundo ele, é constituído por natureza didática e também matemática, que ao se executarem encontram-se de modo tão intrínseco, comprometendo a sua dissociação.

Mas ainda assim, por uma questão didática e também para que todos possam compreender, elaboramos um quadro que ilustra tal teoria. Embora todo esquema possa reduzir em excesso a complexidade de uma teoria, sentimos necessidade de organizá-lo para uma visão orgânica do referencial teórico.

Em seguida explicaremos todos os itens nele apresentados:

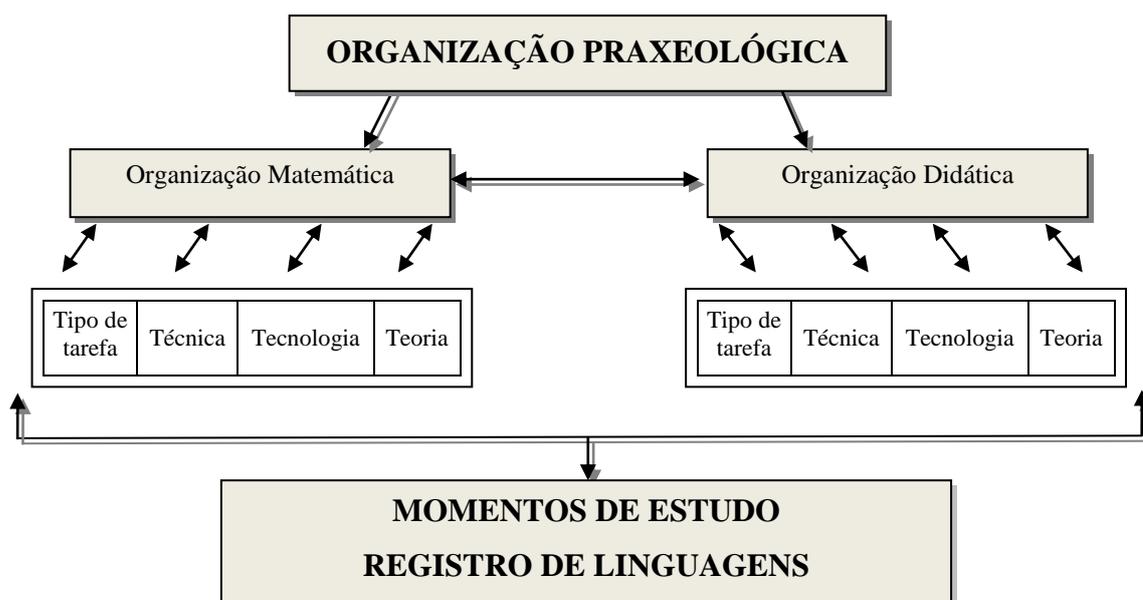


Figura 1 - Organização praxeológica.

Fonte: Elaborado pela própria autora

Dos diversos postulados da TAD destacamos três que são considerados, por nós, importantes de serem descritos para que o entendimento e a compreensão à respeito da teoria adotada fique evidente. São eles:

1. o primeiro está relacionado à ideia de que a atividade matemática pertence ao grupo de atividades humanas e por isso pode ser executada por todas as pessoas. Essa ideia evidencia a afirmação de que todos podem fazer matemática. Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 45) tratam do conceito de fazer matemática, afirmando que:

O fato de que se ensine matemática na escola responde a uma necessidade ao mesmo tempo individual e social: cada um de nós deve saber um pouco de Matemática para poder resolver, ou quando muito reconhecer, os problemas com os quais se depara na convivência com os demais. Todos juntos haveremos de manter o combustível matemático que faz a sociedade funcionar e devemos ser capazes de recorrer aos matemáticos quando for necessário.

2. o segundo postulado é o de que toda atividade humana que é realizada com frequência passa a ser modelada e assim torna-se um modelo único que é composto pela tarefa, técnica, tecnologia e teoria numa instituição;
3. o último postulado consiste em não definir o que vem a ser a atividade matemática, mas a exemplificação de situações que a envolvem.

2.2.2 A teoria antropológica do didático e o conceito de instituição

Com o propósito de levar o leitor do nosso trabalho a compreender o referencial teórico utilizado por nós, tivemos a pretensão de apresentar o conceito de instituição segundo Chevallard, visto que é uma palavra excessivamente utilizada por ele e conseqüentemente por nós durante a apresentação da pesquisa.

Realizamos a busca por essa informação em vários trabalhos de pesquisa que também utilizaram a TAD como referencial teórico e, no entanto, encontramos um elemento que nos deu pista para compreender a que, exatamente, Chevallard se refere quando utiliza a palavra “instituição”. Numa nota de rodapé do texto publicado pelo autor em abril de 2009 ele afirma que a palavra instituição refere-se “a um sentido não burocrático, próximo aos postos no trabalho que fez com a antropóloga inglesa Mary Douglas, em 1987” (CHEVALLARD, 2009, p. 2).

Dessa forma, recorreremos à obra dessa antropóloga inglesa denominada “How institutions Think” (“Como as instituições pensam”), verificamos então que a autora relata de forma ampla e densa os conceitos que irão constituir a ideia do que vem a ser instituição, mas após suas explicações utiliza a expressão “no sentido de agrupamento social legitimado: pode ser uma família, um jogo ou uma cerimônia [...] uma convenção é institucionalizada quando se indaga: Por que você age assim?” (DOUGLAS, 1998).

Num outro texto publicado mais recentemente em seu site Chevallard afirma que a expressão instituição deve ser tomada imediatamente, em um sentido muito amplo. A escola, a família, a classe, este curso é o mesmo no sentido das instituições, isto é, realidades impostas (CHEVALLARD, 2010).

Chevallard (2010, p. 12) afirma:

Disseminar o conhecimento, experiência em instituições da sociedade é naturalmente para a divulgação as partes interessadas dessas instituições - o pessoal da escola, familiares, colegas, etc [...] as pessoas vivem e crescem em instituições (que em um sentido de explorar e permitir que eles existam), mas o mesmo movimento que permitem as instituições as quais eles são atores vivos [...]

Assim, nas linhas abaixo, trataremos instituição considerando os conceitos utilizados pelo autor, baseados na concepção de Douglas (1998). No próximo item trataremos mais especificamente de um outro viés que deve caracterizar a teoria: trata-se do conceito de antropologia.

2.2.3 A antropologia da teoria do didático

Como cabe aos pesquisadores, que devem ser sedentos por informações na busca de novos desafios para enriquecer o seu trabalho e, desse modo, contribuir significativamente com a sociedade na tentativa de compreender a subjetividade da teoria que adotamos, realizamos uma busca para identificar os aspectos que compõem a antropologia, que Chevallard, Bosch e Gascón (2001) denominam teoria do didático.

Relembrar de qual lugar na história e na profissão falamos e nos posicionamos foi um importante começo para apresentar a antropologia de Chevallard. É do ponto de vista do professor, em especial do pedagogo, que tentamos compreender esse aspecto da teoria o que nos respalda para tratar do assunto do

modo que nos compete, do modo que nos cabe para, assim, estabelecer um olhar antropológico para analisar as práticas pedagógicas de um grupo de estudantes.

A etimologia da palavra antropologia designa a compreensão de que se trata do estudo do homem. Diz-se de uma ciência que surgiu no século XVIII, que estuda a diversidade dos povos, como a cultura, comportamento, crenças e mitos onde os pesquisadores, no caso os antropólogos, têm como fonte de pesquisa os objetos, as imagens, depoimentos, dentre outros.

Uma visão antropológica considera como prioridade o contexto da vida dos sujeitos e as suas experiências; os conhecimentos adquiridos, as características específicas daquele grupo pesquisado, em nosso caso o grupo de estudantes da pedagogia; a compreensão das práticas sociais e, por fim, a constatação de elementos subjetivos (MARI, 1997).

Considerando esses aspectos, a nossa intenção é estabelecer algumas relações e apontamentos entre a TAD e os aspectos que ela mesma trata. Diante disso, buscamos nas raízes da teoria os antropólogos citados por Chevallard e encontramos Marcel Mauss (1827-1950) e Mary Douglas (1921- 2007) que fazem referência à técnica do corpo e ao conceito de instituição.

Para compor o conceito de técnicas, Chevallard tomou como exemplo as análises antigas de Marcel Mauss sobre a técnica do corpo no que se refere à adaptação deste ao uso de uma determinada técnica. Para Mauss, o corpo é uma construção simbólica e natural e toda sociedade se utiliza de formas para marcar o corpo de seus membros (BERGER, 2008). A segunda, Mary Douglas, já foi citada por nós no texto anterior.

Em nosso entendimento, os vínculos do pensamento “antropológico” de Chevallard com os antropólogos citados se dá quando trata de alguns aspectos, quais sejam: primeiro, a afirmação de que toda atividade humana se faz em dois momentos: o saber fazer e o fazer. Por se tratar de uma atividade humana (características biológicas e sócio culturais) que se constitui num movimento, num cenário repleto de diferenças e variações culturais, consideramos essa teoria com elementos que caracterizam aspectos variáveis da antropologia. Segundo, o contexto social em que ocorrem as produções humanas, as práticas sociais. Nesse caso referimo-nos ao ambiente social em que as sessões de atividades ocorreram, considerando que esses locais se constituem, se constroem com a história variada de um cenário social e, por fim, o agrupamento propriamente dito, no sentido das

instituições, consideradas por nós como o ensino superior, os documentos formais, e o grupo social de estudantes.

Tais aspectos são permeados pelas finalidades do ensino da matemática, também lembrado por Chevallard quando afirma sobre a necessidade de compreender por que há matemática na sociedade e por que ela deve ser ensinada na escola. Ainda segundo o autor é através dela que entramos em contato com algumas das razões que organizam e fundamentam a nossa vida em sociedade.

Diante disso, e também com essa intenção, é que temos a pretensão de tratar as informações coletadas aqui também por esse viés, o da antropologia, porque segundo Mari (1997, p. 5):

Não devemos encerrar em si mesmas as relações sociais, mas sim que estas nos sirvam como meio pelo qual possamos nos situar no contexto social e histórico, para que não sejamos ‘neutros’ no que diz respeito à realidade social. Ou seja, é preciso pensar em um sistema educacional que possibilite ao sujeito se situar no tempo e no espaço como um ser que está inserido no mundo e na realidade, possibilitando a reflexão para com a vida, e para a luta por uma sociedade mais justa.

Por compartilhar do mesmo entendimento (com o autor citado acima) é que consideraremos em nosso trabalho as relações sociais no grupo das estudantes de cursos de Pedagogia.

2.2.4 Atividade matemática e os pontos de convergência com o objeto da pesquisa

Dedicamos as próximas linhas para falar sobre a atividade matemática, já que ela está presente em grande parte das análises que fazemos.

Ao perguntar para estudantes de pedagogia o que é uma atividade matemática a resposta dada refere-se àquelas folhas que são dadas às crianças com exercícios, envolvendo continhas, problemas, expressões numéricas, etc.

Nesse momento, entendemos que, para Yves Chevallard, a atividade matemática também é isso, mas para que possamos compreender de fato ao que ele se refere e também estabelecer uma relação coerente desse conceito com o objeto de pesquisa tratado nessa dissertação, recorreremos aos estudos desse autor.

Chevallard e Bosch (1999) exemplificam com muita clareza do que se trata o “fazer matemática” quando cita como exemplo a distribuição de balas entre crianças. Explica que há a necessidade “de se construir um modelo numérico de uma

situação problema”. As estudantes de Pedagogia que representam o sujeito de nossa pesquisa fazem matemática sempre, em seu dia-a-dia. São mulheres que possuem ampla experiência com a vida prática e exercem situações rotineiras no convívio com as operações ou com outros tipos de situações problema, em seus locais de trabalho, como o comércio, e no convívio com as crianças nas escolas. Futuramente, atuando de modo profissional, ou nesse momento atuando como estagiárias, estabelecem um relacionamento com as crianças das séries iniciais que também já fazem matemática.

Durante as leituras a respeito da atividade matemática, constatamos que para Chevallard não há um conceito pontual do que seja atividade matemática, mas é possível compreendê-la através de “gestos” que alguém apresenta quando está fazendo matemática. Essa ideia nos traz o pressuposto de que para Chevallard todos fazemos matemática: as crianças das séries iniciais e também seus futuros professores.

Primeiramente, é importante destacar que as atividades matemáticas são constituídas de organizações matemáticas e didáticas.

Dessa forma, em seu texto original, descreve três tipos de atividades matemáticas constituídas de organizações matemáticas e didáticas: a “utilização da matemática conhecida”, a “ação de aprender e também ensinar matemática” e por último, a “criação de uma matemática nova”.

Vamos agora esclarecer cada tipo de atividade, estabelecendo, como já citamos, uma relação com o nosso objeto de pesquisa, são elas:

a) Utilização da matemática conhecida

Entendemos que o primeiro tipo de atividade matemática consiste em resolver problemas a partir de ferramentas matemáticas que já conhecemos e sabemos utilizar, ou seja, quando alguém utiliza uma técnica com pleno domínio, afirmamos que está fazendo uma atividade matemática. A partir dessa afirmação é que partimos para a concepção de que as estudantes de cursos de pedagogia que estão em processo de formação fazem matemática, a matemática da vida, aquela utilizada para resolver problemas, fazer compras, encontrar resultados ou interpretar dados. Considerando também a experiência que já tiveram nas séries iniciais com os algoritmos da divisão e multiplicação, mesmo sabendo que a matemática da vida é diferente da matemática escolar.

A afirmativa acima reforça o nosso compromisso com o objeto da pesquisa que visa às práticas pedagógicas discentes dos cursos de pedagogia e também nos possibilita partir desse princípio onde reconhecemos, apoiados na teoria por nós adotada, que todas as pessoas fazem matemática.

Nesse caso, reavaliamos o papel do professor nesse processo, pois se existe um “fazer matemático” independente da escola, nos perguntamos para que existe o professor nesse ambiente escolar; qual será o seu papel como professor?

Entendemos que a TAD trata o professor com funções dentro e também fora do ambiente escolar. Fora da escola cabe ao professor compreender as organizações matemáticas para ensinar as propostas do projeto político pedagógico, respeitando os saberes a serem ensinados, mas tendo autonomia para fazer a sua própria escolha, elaborando as organizações didáticas que despertem no estudante o interesse pelo estudo. Na escola tem o papel de conduzir as atividades matemáticas existentes na instituição escolar e também disponibilizar os meios para que o estudo se efetive.

b) A ação de aprender e também de ensinar matemática

O segundo tipo de atividade é entendido por nós como uma ação onde o sujeito consulta alguém que sabe matemática, ou consulta um artigo, um livro à procura de uma ferramenta eficaz que servirá para solucionar um problema. Dos diversos momentos que vivenciamos em nossa pesquisa, constatamos a procura por ferramentas mais eficientes e eficazes por várias vezes. Essa busca por informação se deu em diferentes instâncias, como entre estudantes dos cursos de pedagogia, entre estudantes e professores e entre esses e outras instituições, como as de ensino superior.

Entre estudantes prevaleceu o trabalho em equipe, que cada vez mais se fortalece no meio escolar porque tornou-se uma exigência do mundo do trabalho, como afirmam os PCN, e também porque favorece a aprendizagem. É importante que as instituições escolares favoreçam oportunidades para que os estudantes tomem decisões, dividam as tarefas, compartilhem os resultados e as frustrações, além de ser uma competência prevista e sugerida nos PCN:

Novas competências demandam novos conhecimentos: o mundo do trabalho requer pessoas preparadas para utilizar diferentes tecnologias e

linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita), instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações, resolvendo e propondo problemas em equipe (BRASIL, 1997, p. 31).

As parcerias entre os estudantes podem ser formadas de diferentes modos e em diferentes instâncias num ambiente escolar, o que se deve levar em conta são os objetivos do professor, embora Chevallard, Bosch e Gáscon (2001, p. 196) afirmem que devem ser unidos pelos seus aspectos comuns:

A organização do ensino deve basear-se mais naquilo que os estudantes têm em comum do que naquilo que é particular a cada um deles. De um ponto de vista antropológico, o estudo, e com ele a aprendizagem, são atividades que unem os indivíduos.

Desse modo, entendemos que o trabalho em grupo é uma competência exigida pela sociedade e defendida pelos parâmetros curriculares nacionais, mas não podemos deixar de levantar alguns questionamentos a respeito dessa competência exigida no mundo do trabalho e pelas instituições.

Como educadores reflexivos que somos, acompanhamos o processo de automação pelo qual passaram as grandes empresas nas últimas décadas e presenciamos o corte de pessoal, que teve como objetivo ampliar e oferecer lugar a sistemas automáticos para colocar em funcionamento seus negócios num período menor de tempo. Desse modo, as empresas passaram a atuar com um número menor de funcionários que devem demonstrar conhecimentos bem específicos e eficientes.

Diante disso, entendemos que o trabalho desenvolvido em equipe numa empresa diminui gastos e gera lucros, pois são realizadas várias tarefas em pouco tempo, por um grupo de pessoas que trabalham em conjunto.

Reiteramos que somos defensores do trabalho em equipe, compactuamos com a ideia de que o educador deverá, em sala de aula, propiciar condições para que os estudantes solucionem as suas tarefas juntos, um contribuindo com o outro. Mas, por outro lado, questionamos e também consideramos oportuno observar quem são os sujeitos que se beneficiam com a habilidade de trabalhar em equipe.

Outra busca por ferramentas se deu em sala de aula, entre estudantes e professores, numa relação de trocas de experiências e informações.

Nesse caso, consideramos oportuno destacar que num ambiente acadêmico, onde se favorece a troca de informações, ela de fato ocorre numa via de mão dupla. Em outras palavras, queremos dizer que estudantes e professores podem aprender um com o outro se compactuarem de uma concepção educacional que

favoreça o ensino entre eles; por último, ainda se tratando da atividade matemática que proporciona o aprender e o ensinar, destacamos a relação de aprendizagem entre professores e estudantes com outras instituições.

Consideramos oportuno, nesse instante, citar exemplos sobre as situações matemáticas que ocorrem independentes da escola, onde a criança pergunta à sua mãe ou ao seu pai sobre qual o melhor modo de fazer uma tarefa; ou, ainda, consulta um colega de sala sobre uma dúvida ocorrida em sala de aula.

c) Criação de uma matemática nova

Entendemos como *nova* qualquer produção realizada por aquele sujeito que encontrou uma técnica para ser utilizada. Essa novidade, em nosso entendimento, pode ser tanto para a humanidade quanto para si mesmo.

A terceira e última descrição foi compreendida por nós como qualquer modificação da técnica, desde que seja *leve*, conforme uso da expressão do próprio autor, para resolver o problema que foi proposto. Nessa descrição, o sujeito possui o domínio da técnica e apenas fará uma adaptação para atender a solicitação ou encontrar a solução para o problema.

Foi o que fez um estudante das séries iniciais onde demos aula há alguns anos. Ao propor o seguinte problema: “Há na escola alguns meninos e 970 meninas. No total são 1620 crianças. Quantos meninos há na escola?”. O aluno trouxe o seguinte algoritmo:

$$\begin{array}{r|l}
 970 & 1620 \\
 + & 30 \\
 \hline
 1000 & 620 \\
 + & 620 \\
 \hline
 1620 & 650
 \end{array}$$

Figura 2 - Técnica matemática do Pedro, 8 anos
Fonte: Caderno de Planejamento da Autora

Como se vê, não é um algoritmo convencional da subtração. Vamos tentar compreendê-lo:

Primeiramente, ele arredonda o número 970 para 1000, e completa o número 620 com 30 unidades; Em seguida ele realiza do lado esquerdo, a conta inversa da subtração para avaliar a sua ideia. Ele soma o número 1000 (que é o 970 arredondado) com 620; por fim, do lado direito, ele devolve as 30 unidades que retirou para arredondar, soma-se aos 620 e obtém-se o resultado final da subtração, que é 650.

Pedro demonstra ter domínio do valor dos números, independente da posição que eles ocupam, e utiliza a estrutura da divisão para desenvolver outra técnica matemática. Observamos que em sua produção, Pedro nos permite identificar que transpõe esquemas, realiza cálculo mental, tem compreensão do valor posicional e repertório para diversificar as técnicas matemáticas.

Dependendo da instituição ou do encaminhamento do professor, essa criança poderia estar excluída da escola, vítima de uma sociedade que exige dos seus alunos um único jeito de pensar, o que nos faz refletir sobre o papel de cada um nesse processo de construção do conhecimento.

Chevallard (2001) esclarece sobre o papel do aluno e também sobre o papel do professor num processo de ensino. Inicialmente, explica sobre a quebra de paradigmas sobre o papel ou a função dos atores desse processo, no caso o professor e o aluno, onde o primeiro já não é mais detentor das informações e também da organização do ensino; cabe também ao estudante uma responsabilidade mais ampla sobre a sua aprendizagem. Entendemos, que segundo Chevallard, as visões de cada um sofreram uma ampliação onde suas funções são definidas com menor rigidez.

Outra situação que favoreceu o surgimento de uma matemática nova, na pesquisa, foi a reflexão de uma estudante de pedagogia, chamada por nós de Ana, que ao ouvir as explicações a respeito de frações equivalentes concluiu que: “se elas são equivalentes são iguais e por isso quando divididas entre elas sempre se obterá o resultado 1(um)”.

E para exemplificar sua afirmação, registrou assim:

$$3/4 \div 9/12 = 36/36 \text{ que é igual ao número } 1.$$

Observamos que a matemática “nova” de Pedro e de Ana mostra o quanto pode ser diferente a prática pedagógica de cada professor ou de cada estudante do curso de Pedagogia. Mas será que temos capacidade, disposição ou despreendimento para aceitar uma nova produção? Um novo papel a cada um desses atores?

O modo de pensar a matemática, o jeito de solucionar os problemas e a busca pela matemática nova constituem o nosso objeto de pesquisa e, por isso, consideramos pertinente destacar os exemplos acima para afirmar que, assim como Chevallard, entendemos que todas as pessoas fazem matemática, sejam eles estudantes ou professores.

2.2.5 A atividade matemática na infância

Entendemos que a atividade matemática existente na infância traz algumas especificidades que trataremos nesta parte da nossa dissertação. Aos olhos da TAD, a atividade matemática traz consigo organizações matemáticas e organizações didáticas, como já citamos anteriormente.

Durante a nossa carreira profissional, em contato com os professores e atuando em sala de aula, verificamos que as organizações didáticas ocupam um lugar de destaque no desenrolar de uma atividade matemática, em se tratando dessa fase específica da infância. Esse fato torna-se evidente quando o professor ou as estudantes do curso de pedagogia organizam uma atividade matemática com seus pequenos estudantes. A preocupação com o “como fazer” se traduz na seleção do material didático que vai ser utilizado e na organização dos procedimentos metodológicos planejados.

Destacamos aqui a observação feita num caderno de planejamento de uma estudante do curso de pedagogia que realizou o seu estágio no primeiro ano do ensino fundamental (crianças de 5 anos de idade). A futura professora se organizou para dar uma aula selecionando os números e as operações, destacando a ordem crescente e decrescente dos números naturais. Preocupou-se em planejar “o como fazer”, utilizando materiais de contagem, como palitos de picolé e tampinhas de garrafa e descreveu passo a passo o seu encaminhamento metodológico, destacando a disposição das crianças em roda e depois em pequenos grupos. Também elencou as perguntas que faria para conduzir o seu trabalho. Selecionamos um trecho desse planejamento para ilustrar o que acabamos de informar:

2ª e 3ª aula: Matemática – das 14h às 15 e 30 min.
Objetivos Específicos: Compreender as ordens dos números; Comparar a diferença de quantidade entre eles.
Conteúdos e Referência: Ordem decrescente - Livro coleção TIC-TAC de Vilza Carla, Editora do Brasil
Metodologia: Com o material de contagem (tampinhas de garrafas pet) pedir para cada aluno montar quantidades em ordem decrescente, a professora irá colocar o número no quadro e na mesa o aluno irá montando as pilhas com as quantidades de tampinhas. (Ex. nº 9 = 9 tampinha; nº 7 = 7 tampinhas até chegar ao número 1). Explicar dando exemplos do que é ordem decrescente. (deslocar os alunos dos lugares e pedir para o maior aluno ficar na porta, depois o segundo maior atrás do primeiro e assim até chegar o menor). No livro didático pág.: 192 e 193 a professora irá fazer a leitura e pedir para que os alunos contem com o auxílio das tampinhas e coloque os números que está sendo pedido na ordem crescente.
Tarefa no caderno para próxima aula: Ligue os números a sua quantidade pedida.
Técnicas e recursos: Livro didático, quadro, giz, tampinhas de garrafa pet e caderno.
Avaliação (técnicas e instrumentos): Avaliar o desempenho e estratégias de cada aluno.

Figura 3 - Trecho de um planejamento (A)
Fonte: Caderno de Planejamento de uma Estudante

Outro exemplo de planejamento:

1º grupo ficará com as tampas de garrafa pet e as fichas com números e sinais de subtração e adição;
2º grupo ficará com os picolés e as fichas com números e sinais de subtração e adição;
3º grupo ficará com os palitos de picolé e as fichas com números e sinais de subtração e adição.
Cada grupo irá montar uma operação de subtração e outra de adição, depois apresentar para os colegas.
Ex:

Ex: $2 + 1 = 3$ picolés

$3 - 1 = 2$ picolés

$4 + 2 = 6$ palitos de picolés

$5 - 1 = 4$ palitos de picolés

$6 + 2 = 8$ tampas de garrafa pet

$7 - 3 = 4$ tampas de garrafa pet

Figura 4 - Trecho de um planejamento (B)
Fonte: Caderno de Planejamento

Nesse segundo exemplo, observamos a forte presença dos elementos ostensivos que, neste caso, ilustram a fala da professora e encantam as crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental. Diante dessas ações, afirmamos que as atividades matemáticas infantis se revelam mais numa perspectiva didática do que numa perspectiva matemática.

Mas o que isso significa realmente?

Entendemos que toda ação produzida pelo professor está intimamente relacionada com as suas concepções e convicções a respeito da vida, da educação e também da criança e, por isso, numa sala de aula, elas são tão importantes. Assim, propomos nessa parte do nosso trabalho uma reflexão sobre esses aspectos.

No entanto, o que já observamos, sob a luz da TAD, é que a atividade matemática ocorrida nessa fase da escolaridade promove o predomínio das técnicas didáticas que a nosso ver são inerentes à infância, ocorridas ou não num ambiente escolar. Queremos dizer que para uma única organização matemática, que se constitui de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, existem inúmeras técnicas didáticas.

Constituem as técnicas didáticas citadas acima os procedimentos, como colar bolinhas de papel, pintar os números com tintas, colar os barbantes em cima dos quadrados, recortar as figuras geométricas localizadas e assim por diante.

A antropologia cognitiva nos trouxe comprovações de que as crianças menores têm menos tempo de concentração e por isso necessitam ter contato com diferentes recursos didáticos para que possam se concentrar nas atividades e ampliarem as suas informações sobre o que diz respeito, nesse caso, à matemática. Além disso, a grande maioria das crianças ingressa nas séries iniciais do ensino fundamental com 5 (cinco) ou 6 (seis) anos, trazendo de modo informal acervos matemáticos construídos durante a primeira infância, cabendo à escola contribuir com a institucionalização, sistematização, implementação e também ampliação desses conhecimentos. Muitas delas, nesse período, ainda não leem e nem escrevem de modo convencional, o que não impede que elas pensem a Matemática e também façam ensaios ou tentativas sobre as suas suposições a respeito das situações problemas da vida cotidiana. Assim como afirma Esteves *et al.* (2009, p. 53): “o fato de não lerem e nem escreverem, não conhecerem ainda os numerais e os algoritmos, não impede que as crianças pensem matematicamente e resolvam problemas”.

Desse modo, entendemos a importância de considerar e também valorizar as suposições sobre a Matemática em diferentes âmbitos sociais.

2.2.6 Os elementos que constituem uma organização praxeológica

2.2.6.1 Praxeologia

Nas próximas linhas consideramos importante nos reportar ao uso da palavra praxeologia, tão utilizada por nós durante a apresentação do trabalho, e por isso fazemos uma breve apresentação da origem dessa terminologia.

O estudo das ações e da conduta humana é uma resposta dada ao significado das palavras praxeologia e praxiologia. Essa informação nos faz refletir sobre qual grafia utilizar em nossa dissertação, para que não se cometam equívocos, já que do grego significa *práxis*, do francês escreve-se *praxéologie*, do inglês *praxeology* e também *praxiology*.

Desse modo, em nossas pesquisas e na busca por informações, descobrimos que a palavra praxeologia foi utilizada pela primeira vez por Louis Bordeau, em *Theorie des Sciences. Plan de science integrale*, publicada em Paris em 1822. Mas foi o pensador francês Alfred Spinas (1844-1922) que realizou estudos sobre fatos sociais e utilizou a palavra praxiologia, com o objetivo de defini-la como uma ciência que estuda as regras dos seres que se movimentam (SWIATKIEWICZ, 1997).

O filósofo Tadeusz Kotarbinski (1886-1981) foi quem estabeleceu a relação desse conceito proposto por Spinas com a atividade humana. No ano de 1913 apresentou seus primeiros escritos a respeito desse pensamento ou ideia que definia a praxeologia como ação/prática. Desse modo temos a variação da praxeologia em francês e em polonês.

Swiatkiewicz (1997) explica em seu texto, denominado “Por que não uma abordagem praxeológica?” que a variação da palavra praxeologia (“e” ou “i”) está relacionada à origem do estudioso Kotarbinski, que nasceu na Polônia. O idioma polonês é muito diferente do Inglês e do português, o que causa diferenças de traduções na grafia e até na compreensão do real sentido da palavra. Nós faremos uso da praxeologia grafada com a letra “e”, por entender que esta forma foi adotada pela linha francesa, com as concepções e origem do referencial teórico adotado por nós.

Originalmente a ideia de praxeologia como composição de ações humanas foi utilizada inicialmente por Michel Verret, em 1975, e em seguida, por volta de 1985, foi desenvolvida por Chevallard (ANDRADE, 2006).

A teoria antropológica do didático apresenta uma organização concebida por Chevallard como praxeologia, que significa a junção das raízes grega práxis e logos. A praxeologia admite a análise de um método das práticas institucionais, permitindo a descrição e o uso das suas condições e de sua realização diante da atividade humana (CHEVALLARD; BOSCH, 1999).

Segundo os autores, toda atividade humana é dividida em dois blocos: o primeiro bloco é composto pela parte prática, a práxis. A práxis se constitui pelas tarefas e técnicas. Já o segundo bloco é composto por justificativas que permitem explicitar essa prática (práxis), são constituídas por elementos tecnológicos e teóricos. Um bloco está associado ao outro, não é possível dissociá-lo; não há prática sem sua justificativa e vice-versa.

Para ilustrar essa definição selecionamos vários exemplos de ações humanas ocorridas no cotidiano, como: fazer um bolo, um pão, ou dançar uma valsa. Selecionamos uma ação comum entre nós e que é executada rotineiramente pelas donas de casa: o ato de fazer café.

Todos os dias uma dona de casa executa a tarefa de fazer o café (aquele pretinho que gostamos de tomar pela manhã). Para isso, ela tem uma praxeologia própria, particular e regular, o que torna único o seu modelo de fazê-lo, embora muitas pessoas façam café diariamente. O que torna o modelo dela único e particular são as especificidades imbuídas nas técnicas que usa para executá-la.

Essas técnicas são constituídas pela vivência e também pela experiência que ela construiu ao longo de sua vida e, nesse caso, caracterizam-se pela mesma quantidade de pó e de água que utiliza, nunca se modifica; o açúcar nunca é colocado diretamente no líquido, cada um deve servir-se da quantidade que julgar necessário e sempre vem acompanhado de um copo d'água para beber e sanar sua sede. Enfim, esse conjunto de ações que a dona de casa realiza para fazer o café é denominado por praxeologia.

Em nosso caso, a atividade humana, a qual nos referimos, trata das práticas pedagógicas discentes de cursos de Pedagogia, produzidas em sessões de atividade, ocorridas em sala de aula, para construir uma praxeologia matemática.

Em nossas sessões de atividades, as estudantes de pedagogia depararam-se com resolução de problemas que as fizeram pensar sobre qual a melhor organização matemática ou praxeologia matemática deveriam utilizar. E as respostas encontradas estão relacionadas às organizações didáticas ou praxeologia didática. Ou

seja, na tarefa de resolver um problema de matemática as estudantes encontraram um outro problema “ como fazer isto?”.

Tanto as organizações matemáticas quanto as organizações didáticas podem se constituir por dois blocos: o do saber fazer (prático teórico), que está associado a ações humanas que envolvem atividades matemáticas práticas, que, ao serem desenvolvidas, necessitam executar uma tarefa de um determinado tipo que se faz através de uma técnica. E o outro bloco, o saber (tecnológico/teórico) está associado à ideia de racionalidade. Esse bloco justifica e explicita a prática desenvolvida. É denominado de tecnologia e tem como função justificar a técnica que foi utilizada. A tecnologia, por sua vez, também se explica através de uma teoria. Como já foi afirmado, esse bloco (saber) está associado ao outro bloco (saber fazer).

Embora as organizações matemáticas e didáticas se constituam dos mesmos elementos, se revelam com diferentes intenções.

As organizações matemáticas são consideradas ações que ocorrem de modo racional, são desenvolvidas em torno da própria Matemática, como afirma Bosch (2000, p. 3):

[...] o objetivo de um processo de ensino [e] aprendizagem pode formular-se nas perspectivas dos componentes das organizações matemáticas que se desejam reconstruir: que tipos de problemas devem ser capazes de resolver, com quais tipos de técnicas, com base em quais elementos descritivos e justificativos, com qual referencial teórico, etc.

Chevallard (2001) afirma que desenvolver uma organização matemática é desenvolver um tipo de tarefa que consiste em “ensinar uma organização praxeológica de natureza matemática”.

Já as organizações didáticas estão relacionadas à ideia do “como fazer”, é o modo de organizar o estudo que será desenvolvido. Para Gascón (2003), uma organização matemática sempre vem acompanhada de uma resposta relacionada a uma questão ou ao conjunto delas.

As instituições, preocupadas com essa organização didática, utilizam textos, ilustrações, jogos, enfim, registros de linguagem que poderão contribuir com as práticas educativas através dos elementos ostensivos e não ostensivos.

Durante a realização das atividades matemáticas ocorrem variadas situações didáticas que, teoricamente, Chevallard denomina de momentos de estudo. Estes momentos não apresentam, necessariamente, uma ordem cronológica. Durante as atividades os momentos de estudo poderão surgir de modo arbitrário e não na

sequência que apresentamos a seguir. Contribuem para que possamos compreender o “funcionamento” didático de um determinado campo de atuação.

O primeiro momento é denominado de primeiro encontro, que segundo Chevallard também pode ser um reencontro. Ele se refere ao contato primário que o estudante tem com o tipo de tarefa proposto por uma instituição escolar, por meio do convite à leitura de um problema, por exemplo. O reencontro é considerado, porque numa outra situação pode ter ocorrido esse primeiro contato.

O segundo momento é chamado de trabalho da técnica, onde os estudantes a exploram para que possam dominá-la com eficácia e segurança. Os exercícios exagerados, em sala de aula, e às vezes promovidos pelo professor, ilustram e exemplificam essa situação. É um momento importante para que a criança, nesse caso, se aproprie da técnica matemática, porém, em nossa opinião, deve estar associado a outras atividades anteriores e também posteriores.

Em seguida Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 267) destacam o momento em que se justificará a técnica que está sendo utilizada que, na verdade, é a constituição do entorno tecnológico-teórico. Essa justificativa pode ocorrer de maneiras variadas, utilizando a oralidade, por exemplo.

O momento da institucionalização é o da precisão da técnica, momento este capaz de legitimá-la, destacando quais elementos fazem parte do entorno tecnológico-teórico e a quais tipos de problemas se pode aplicar a técnica.

O quinto momento é o exploratório, onde se explora um tipo de problema com o objetivo de construir uma técnica. O sexto e último é o momento da avaliação, onde se coloca à prova aquela técnica que se institucionalizou, reconhecendo suas razões de ser, sua utilidade e também aplicabilidade. A avaliação pode ser realizada por todos aqueles personagens que compõem o ambiente escolar, não é uma função especialmente do professor e também pode ocorrer durante todo o processo de ensino.

A fundamentação das proposições acima é atribuída, por Chevallard (2001, p. 2), a Guy de Brousseau:

O princípio fundador das didáticas, ao menos no sentido brousseiano da palavra, é que não somente o transmitido depende da ferramenta com que se pretende conseguir sua transmissão, como as organizações ‘transmissoras’, quer dizer, as didáticas, configuram-se de modo estreitamente vinculado a estrutura daquilo que se tem de transmitir.

Na constituição de uma praxeologia encontramos as noções de tarefas e dos tipos de tarefas. Geralmente, uma tarefa e um tipo de tarefa, quando relacionados ou associados, se expressam por um verbo, como por exemplo: pintar os números, desenhar um quadrado, somar dois números naturais ou dividir as balas.

Para exemplificar, selecionamos a tarefa do tipo: resolver a divisão: $7834 \div 88$, a partir das tarefas abaixo:

- Pelo método curto da divisão
- Pelo método longo da divisão
- Pelo método americano da divisão

Em nosso entendimento, essas três tarefas surgiram do tipo de tarefa, que nesse caso, é resolver uma divisão.

Segundo Chevallard (1998), quando conseguimos identificar vários tipos de tarefas que fazem apelo a um único verbo, estamos diante de um gênero de tarefa. Por exemplo, somar dois números naturais com dois algarismos é um tipo de tarefa, da mesma maneira que somar duas frações com o mesmo denominador é também um outro tipo de tarefa, mas apenas somar é um gênero de tarefa que engloba os dois tipos acima mencionados, entre vários outros que também requer a ação da soma.

Levando em consideração o nosso objeto de estudo, em vista dessa noção proposta por Chevallard, entendemos que o gênero de tarefa “resolver problemas” é aquele que está diretamente relacionado com a nossa intenção de pesquisa: a relação com o trabalho que será desenvolvido no nível das séries iniciais do ensino fundamental, com as acadêmicas de cursos de pedagogia, isso porque a noção de tarefa exige que o objeto seja pontual e preciso.

No exemplo que citamos acima, sobre o algoritmo de divisão, apresentamos uma resolução variada, no caso, três técnicas matemáticas diferentes para solucionar uma operação de divisão. Consideramos cada método uma técnica que resolverá a tarefa proposta. Dessa forma, para um tipo de tarefa, temos três técnicas matemáticas diferentes.

Ainda em consonância com a teoria por nós adotada, Chevallard afirma que, ao justificar racionalmente a técnica matemática que foi utilizada, tem-se um discurso tecnológico. Esse discurso tem a função de explicar e esclarecer os passos da técnica matemática para que ela se torne compreensível. O discurso tecnológico tem a sua origem numa teoria que está institucionalizada num teorema ou numa definição historicamente acumulada pela humanidade.

Assim justificada a nossa opção, entendemos que, ao ter contato com as práticas pedagógicas produzidas pelas estudantes de cursos de pedagogia, temos a possibilidade de identificar, analisar, enfim, ter contato com os elementos das organizações praxeológicas que constituem esse fazer matemático.

2.2.6.2 Objetos ostensivos e não ostensivos

Segundo os estudiosos Bosch e Chevallard (1999), a aplicação de uma técnica se traduz por uma manipulação de ostensivos regulada por não-ostensivos.

Os objetos ostensivos significam mostrar, apresentar com insistência e podem ser apreendidos pelo sujeito por ser uma realidade perceptível. Já os objetos não-ostensivos se caracterizam pelas ideias, intuições ou conceitos adquiridos na manipulação dos ostensivos. Em outras palavras, os objetos ostensivos são percebidos por todos os sentidos humanos, mais insistentemente pela visão.

Para exemplificar, selecionamos um problema retirado do livro didático *Matemática Para Todos*, segunda série, que traz o seguinte problema:

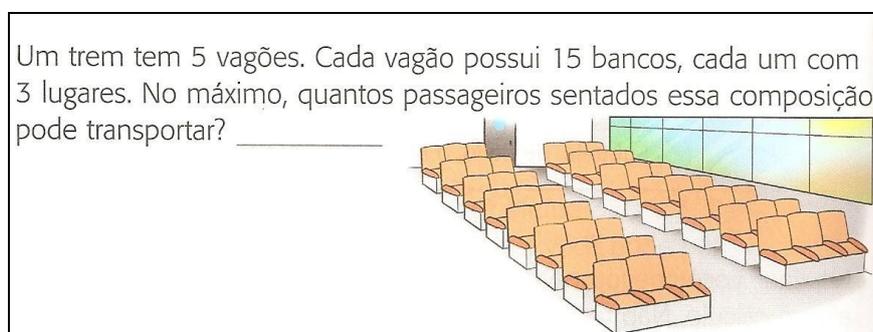


Figura 5 - Problema ilustrado

Fonte: Imenes, Lellis e Milani (2005, p. 223).

A partir do referencial teórico que adotamos, entendemos que os elementos ostensivos encontrados no enunciado do problema acima estão presentes através daquilo que podemos enxergar na figura ou na relação dela com o sujeito, ou seja, o texto escrito, o desenho dos bancos do trem e os gestos que os estudantes farão ao ter um encontro inicial com esse problema, como a contagem da quantidade dos bancos associada ao movimento dos dedos, e também a articulação da fala, são objetos ostensivos. Nesse caso, notamos que a figura selecionada traz os dados e as informações para solucionar o problema, embora o estudante necessite reproduzir a quantidade de bancos, respectivamente os assentos para compor os 5 (cinco) vagões.

Os objetos não ostensivos também estão presentes nessa exemplificação, mas não podem ser visualizados, manipulados, tocados ou sentidos, pois está na ideia do sujeito que tem ou terá contato com essa figura. Entendemos que essa ideia é individual, particular e depende da vivência de cada sujeito.

Nesse caso, cada ser humano imagina os bancos de trem, por exemplo, a partir de sua própria experiência. A pessoa que já viajou num trem terá uma ideia diferente daquela que viu esse meio de transporte apenas nos meios de comunicação, como a televisão, por exemplo.

Em relação à TAD afirmamos que a elaboração ou o desenvolvimento de uma técnica matemática ou didática poderá ocorrer pela manipulação de objetos ostensivos regulados por objetos não-ostensivos.

Uma organização praxeológica é composta por objetos ostensivos e não-ostensivos, constituídos pelas tarefas, técnicas, tecnologia e por fim a teoria. Para nós, a resolução de problemas utilizada como um recurso didático com as estudantes do curso de pedagogia se dá por meio de uma diversidade de registros ostensivos manipulados por não-ostensivos.

Nos livros didáticos, por exemplo, podemos encontrar objetos ostensivos para complementar uma informação contida num problema, como uma tabela, um gráfico ou até a imagem de uma mãe canguru dando seus pulinhos. Em nosso entendimento, esses objetos ostensivos serão regulados pelos objetos não-ostensivos que, segundo Bosch, virão acompanhados de “gestos” do sujeito. Ainda, segundo a mesma autora, “a co-ativação de objetos ostensivos e não-ostensivos é um postulado geral que afeta todos os níveis da atividade”

A mesma situação pode ser encontrada nas praxeologias das estudantes quando utilizam uma técnica matemática para desenvolver um tipo de tarefa. Os objetos detectados são percebidos pelos nossos órgãos dos sentidos. Quando notamos a presença do registro de números, por exemplo, visualizamos em seguida a contagem oral realizada pelas estudantes, passo a passo, para verificar se a sequência está correta e completa.

Para nós, os registros de linguagem observados pela TAD são primordiais elementos que deverão ser observados e analisados, porque revelam parte da história do sujeito participante da nossa pesquisa. Em nosso entendimento esses objetos revelam a história de vida de cada estudante, que traz consigo a sua formação escolar, mais precisamente sobre o ensino da Matemática.

CAPÍTULO III

ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos a justificativa pela abordagem metodológica denominada de qualitativa e em seguida todos os elementos que a compõem, como a origem da busca por dados e informações, as características do campo de pesquisa, os sujeitos participantes desse processo e, por fim, a caracterização das sessões de atividades.

3.1 A abordagem qualitativa

Para nós, os procedimentos de uma pesquisa esclarecem e evidenciam a trajetória percorrida durante a realização de um trabalho científico. Nesse caso, é uma pesquisa essencialmente construída e composta por seres humanos, pois se trata, segundo a TAD (referencial teórico por nós adotado), da atividade humana, em especial das práticas discentes envolvendo a Matemática. Por isso, optamos por uma abordagem de cunho qualitativo que trata, segundo Minayo (1994, p. 15), do “conjunto de expressões humanas constantes nas estruturas, nos processos, nos sujeitos, nos significados e nas representações”.

A partir desse entendimento, ressaltamos que o conjunto de expressões humanas por nós considerado diz respeito às ações produzidas pelas estudantes de cursos de pedagogia, que são sujeitos presentes na pesquisa, e também por professores de metodologia de matemática e de estágio supervisionado.

Dessa maneira, tivemos um caminho, uma trajetória metodológica definida e didaticamente bem organizada. Porém, como para nós o contexto das situações deve ser considerado para que uma análise seja realizada, coletamos dados também de maneira diversificada, mas considerando o ambiente escolar como critério para selecionar informações, como por meio dos relatórios de Estágio Supervisionado. No trabalho de Zimer (2008), encontramos uma afirmação que complementa o que acabamos de mencionar:

Os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto. Entendem que as ações podem ser melhor

compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência. Os locais têm de ser entendidos no contexto da história das instituições a que pertencem [...] Para o investigador qualitativo divorciar o ato, a palavra ou o gesto do seu contexto é perder de vista o significado (BOGDAN; BIKEN, 1994, p. 48).

Para tanto, estivemos presentes no processo de constituição da pesquisa como pesquisadores e também como sujeitos, o que nos proporcionou situações particulares sobre o entendimento do objeto pesquisado.

Assim se deu o nosso percurso, com ações e ambientes previamente selecionados, mas complementados com elementos que poderiam constituir dados e informações para que fossem analisados.

Nos parágrafos abaixo, temos a pretensão de retratar o que Godoy (1995, p. 58) afirma sobre as características de uma pesquisa qualitativa:

[...] características principais de uma pesquisa qualitativa, o qual embasam também este trabalho: “considera o ambiente como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento chave; possui caráter descritivo; o processo é o foco principal de abordagem e não o resultado ou o produto; a análise dos dados foi realizada de forma intuitiva e indutivamente pelo pesquisador; não requereu o uso de técnicas e métodos estatísticos; e, por fim, teve como preocupação maior a interpretação de fenômenos e a atribuição de resultados.

A abordagem qualitativa nos possibilitou construir os procedimentos metodológicos da pesquisa ao longo de um caminho onde pudemos, como pesquisadores, valorizar o processo pelo qual os elementos da busca pela cientificidade foram constituídos. A nossa intenção com a figura logo abaixo é justamente ilustrar a dialética, o movimento pelo qual tais procedimentos foram constituídos, considerando que o espaço onde ela ocorreu, a sala de aula do curso, é influenciado por uma diversidade de outras instituições.

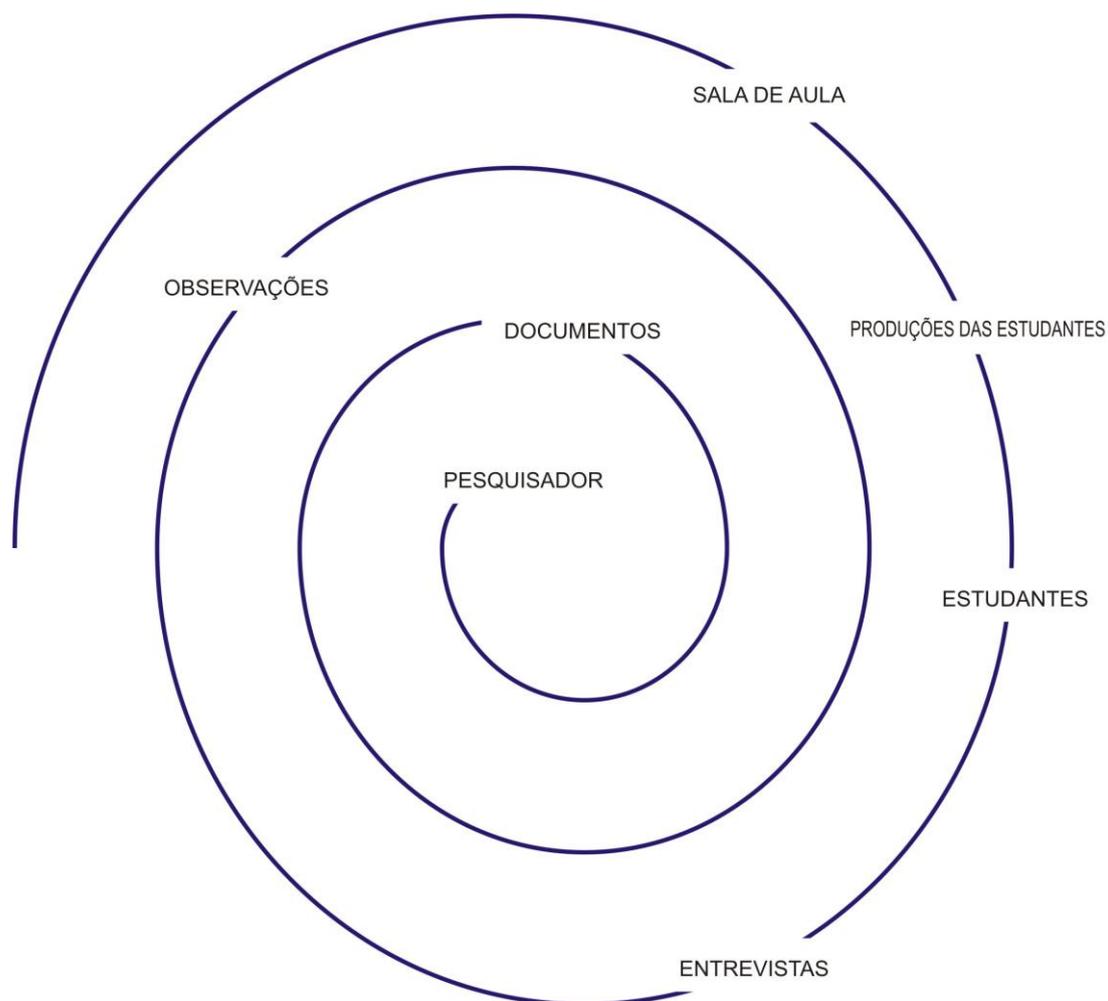


Figura 6 - Movimento de pesquisa
 Fonte: Elaborada pela própria autora

Desse modo, com o objetivo de responder ao problema da nossa pesquisa, buscamos analisar as produções matemáticas de estudantes de cursos de pedagogia no que se refere à resolução de problemas. Assim, para coletar os dados, operacionalizamos alguns objetivos que constam em identificar nos PCN o estatuto didático e o estatuto matemático atribuído à resolução de problemas que envolvem a divisão e também a multiplicação; o segundo é investigar práticas e argumentos propostos por autores de livros didáticos de matemática quanto ao estudo da resolução de problemas que envolvem divisão em nível das séries iniciais; por último, realizar sessões de atividades em sala de aula com estudantes de cursos de Pedagogia no que diz respeito à resolução de problemas.

Nos parágrafos a seguir retratamos o caminho percorrido para compor a nossa busca pelo objeto de pesquisa nos pautando nas afirmações de Godoy (1995) e Minayo (1994) acima explicitadas.

3.2 A pesquisa de documentos - PCN e livro didático

A intenção, ao utilizar os PCN e o Livro Didático como fontes de informação é analisar as partes referentes ao estudo de resolução de problemas e, a partir dessas informações, estabelecer uma relação com as fontes de pesquisas retiradas das produções matemáticas das estudantes de cursos de pedagogia, para, assim, desvelar dados e informações a respeito do ensino de Matemática proposto nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Desta maneira, pretendemos com essa pesquisa descrever e analisar o estatuto atribuído à resolução de problemas nas séries iniciais do Ensino Fundamental, procurando conhecer os principais desafios de natureza didática e matemática relativos a esse tema.

Por meio de discussões e pesquisas percebe-se que, atualmente, os PCN¹ são uma das únicas fontes que os membros da comunidade escolar (coordenadores pedagógicos e professores) utilizam como aporte para ampliar as condições de proporcionar uma educação de qualidade sem, entretanto garantir grandes resultados. Anteriormente, já havíamos presenciado um contato com todos os volumes dos Parâmetros Curriculares Nacionais, como professora das séries iniciais, mais precisamente os espaços dedicados aos objetivos dos ciclos, como são propostos em tal documento. Da mesma forma se deu com o volume de número três, que trata do ensino da matemática. Descrevemos os procedimentos de pesquisa de uma fonte, que, em nossa opinião, influencia, sobremaneira, o ensino de matemática em sala de aula, em especial na resolução de problemas, visto que o objeto de nossa pesquisa está relacionado às produções discentes sobre esse recurso didático e metodológico.

Em seguida, apresentamos a análise de 2 (dois) livros didáticos, escolhidos por nós (os critérios para a escolha serão explicitados mais adiante).

Diante disso, há uma questão importante a ser respondida: tendo em vista ser a resolução de problemas um recurso metodológico importante para a compreensão de aspectos relacionados ao ensino da Matemática, como está sendo sugerido, nessas fontes oficiais, o ensino de resolução de problemas para as crianças do Ensino Fundamental, bem como os desafios relativos à formação inicial dos docentes que deverão ensinar tal conteúdo?

¹ São uma coleção de dez volumes, elaborados pela equipe do Ministério de Educação, no ano de 1996 e que tem como objetivo a proposta de um referencial curricular que norteia o trabalho educacional no Brasil, salvo as suas particularidades e especificidades.

A apresentação desse questionamento revela o nível de importância a respeito do tema abordado. Nesse contexto, entendemos que a resolução de problemas é uma proposta que contribui, em grande escala, para que os estudantes desenvolvam competências inerentes a esse tipo de atividade intelectual, necessária tanto para a continuidade dos estudos escolares, como para o exercício pleno da cidadania.

3.2.1 A pesquisa no parâmetro curricular nacional

Para descrever e analisar o estatuto atribuído à resolução de problemas nas séries iniciais do Ensino Fundamental, procurando conhecer os diferentes tipos de tarefas que se encontram atualmente nos PCN, optamos por retirar dos PCN - volume número 3, todas as frases, ideias ou orações relacionadas ao ensino de resolução de problemas que consideramos significativas para a nossa pesquisa. Encontramos um total de 51 (cinquenta e uma) expressões relacionadas ao ensino de resolução de problemas para as séries iniciais do ensino fundamental, que foram cuidadosamente analisadas e também interpretadas por nós, surgindo à necessidade de agrupá-las, conforme a nossa interpretação da teoria adotada.

Nosso objetivo, nesta etapa da pesquisa, foi destacar alguns elementos tecnológicos, propostos por essa importante fonte das políticas públicas (PCN) para a educação matemática. Em seguida, todos os elementos foram classificados em 6 (seis) categorias que, segundo nosso entendimento, podem estar associados aos elementos técnicos de praxeologia que pretendemos identificar em livros didáticos, uma outra fonte de pesquisa que trataremos a seguir.

3.2.2 Livro didático “Novo Tempo”

A fim de realizar o estudo sobre a resolução de problemas, envolvendo a divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental, optamos por um livro didático, cuja justificativa pela escolha será apresentada logo abaixo.

O livro didático Novo Tempo, de Imenes, Jakubo e Lellis, foi um dos escolhidos por nós para a análise teórica e, dessa forma, estabelecer uma relação com as produções discentes. Trata-se da 1ª edição do ano de 1999, que segundo escritos

da própria editora Scipione, é “um padrão respaldado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados em 1997, e também pela avaliação do livro didático promovida pelo MEC como parte do Programa Nacional do Livro didático”.

Selecionamos esse livro para análise porque ele nos forneceu dois critérios importantes para nossa pesquisa: o primeiro é que ele deu origem à coleção denominada “Para Todos”, editada no ano de 2004, cujos autores (preservou-se dois deles), Imenes e Lellis, apresentam a figura da pedagoga, a professora Estela Milani. Para nós é um critério de grande relevância porque revela a necessidade de articular as ideias e as informações com uma profissional de suma importância nessa área, a pedagoga. Isso nos faz refletir sobre a ausência da sua participação na década de 1990 e o que isso representou nas organizações matemáticas e didáticas presentes nos livros didáticos adotados nessa década.

O segundo aspecto que nos atraiu foi o ano em que o livro foi editado, nos referimos ao ano de 1999. Essa década coincide com o período em que as estudantes, que participaram da nossa pesquisa, estavam em idade escolar e cursando as séries iniciais do ensino fundamental. Não podemos afirmar se elas utilizaram esse livro em especial, mas em nossa opinião ele representa o contexto, a história da época, e por isso reflete grande parte da necessidade pedagógica, social e política daquele momento.

Inicialmente, para fazer o levantamento dos dados, e também a busca de informação relacionada com o nosso objeto de pesquisa, tratamos de selecionar todos os problemas encontrados no livro, relacionados à operação de divisão, e constatamos que os 24 (vinte e quatro) problemas eram do tipo que o estudante das séries iniciais deveria resolver um problema que envolva apenas a operação de divisão estudada nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3.2.3 Livro didático *Arithmetica Elementar Illustrada*

Durante as leituras realizadas, deparamo-nos com a obra intitulada “*Arithmetica Elementar Illustrada*”, escrita pelo autor Antonio Bandeira Trajano, e o nosso olhar curioso atentou-se para os diversos elogios credenciados a essa obra, que foi premiada pelo Júri da Exposição Pedagógica do Rio de Janeiro, em 1883, adotada em vários estados brasileiros e editada mais de cem vezes.

Diante desses sinais de que essa obra foi muito utilizada pelos professores deste país, a partir do ano de 1879, no final da década, sentimo-nos imensamente intrigados a respeito de algumas questões, como por exemplo: Qual o conteúdo abordado no livro do professor Trajano; quais foram as escolas que adotaram a obra; qual a ideologia apresentada através dessa produção tão elogiada e, também, dentre muitos outros questionamentos, qual a praxeologia utilizada pelo autor ao propor os problemas de aritmética.

Seria de grande contribuição científica responder a todos os questionamentos levantados, mas os fragmentos a que tivemos acesso não respondem de imediato às questões sobre a obra citada.

Antonio Bandeira Trajano nasceu em Portugal, no ano de 1843, e veio para o Brasil em 1859, onde presidiu o Supremo Concílio da Igreja Presbiteriana. A partir de leituras de fragmentos sobre o autor, constatamos que a obra “Arithmetica Elementar Illustrada” foi lançada pela primeira vez por volta do ano de 1879, final do império. Nesse período ele lecionava na escola americana de São Paulo, que passou mais tarde a se chamar “Instituto Presbiteriano Mackenzie ” (MATOS, 2009).

Antonio Trajano produziu vários livros: Álgebra Elementar, Chave de Álgebra, Álgebra Superior, Arithmetica Primária, Arithmetica Progressiva, Chave de Arithmetica Progressiva, e Arithmetica Elementar Illustrada. O título indica que esta última obra é ilustrada e possui um ensino teórico e prático. Foi um livro escolhido por nós para esta pesquisa por ser um dos instrumentos que pode revelar algumas das características do ensino de matemática mais atuais, desenvolvidas através das práticas pedagógicas de muitos profissionais da área de ensino.

3.3 Exploração do campo

A partir do questionamento realizado por Minayo (1994) sobre “quais indivíduos sociais têm a vinculação mais significativa para o problema a ser investigado”, chegamos ao grupo de estudantes de duas instituições de ensino superior, uma pública e outra privada, na qual atuamos como professores de metodologia de matemática, em especial no curso de pedagogia.

Nesse caso, o espaço de sala de aula onde atuamos como professor foi reconhecido por nós como o campo de pesquisa, que, segundo Minayo (1994), é concebido como o recorte que como pesquisadores, fazemos em termos de espaço.

Esse campo de pesquisa foi representado por um total de 206 (duzentos e seis) estudantes do curso de Pedagogia, sendo que 48 desse total eram, naquele período (2008 a 2010), de uma instituição pública e o restante de uma instituição privada.

Consideramos o contato com o campo de pesquisa, acima delimitado, de fundamental importância para a busca de informações a respeito do que fomos constituindo e construindo ao longo do trabalho. A aproximação com as estudantes nos permitiu conhecer o que era vontade e desejo explorar, no caso, a temática de resolução de problemas.

Ressaltamos que inicialmente o nosso objetivo primordial foi estabelecer um contato com as estudantes de modo informal, distante dos padrões de aula e sem instrumentos de pesquisa para a busca de informações para que, dessa forma, fôssemos realizando os questionamentos adequados e pertinentes e, assim, construindo os objetivos da pesquisa. Com o intuito de estreitar o relacionamento com as estudantes da instituição pública, e também exercer a aproximação entre o pesquisador e o sujeito da pesquisa, realizamos uma aproximação gradual, com encontros em eventos (Anpedinha, 2008), conversas sobre a temática fora de sala de aula e um presente oferecido por nós como símbolo dos encontros matemáticos, o tangram.

3.4 Os sujeitos da pesquisa

As estudantes de cursos de Pedagogia são os sujeitos principais da nossa pesquisa. Mas quem são elas de verdade? O que pensam sobre a Matemática? E por que optaram por esse curso?

A história da vida das estudantes que compõem o nosso trabalho é pouco diferente da história que contamos no capítulo 1 deste trabalho. Elas se fundem em várias partes e se repetem em outros momentos. O que nos torna, também, além de pesquisadores, sujeitos integrantes do trabalho desenvolvido. São mulheres, em sua grande maioria, oriundas de escolas públicas, poucas estudaram em escolas particulares, trabalham em diversas funções, como atendentes em lojas, auxiliares de professores e contribuem financeiramente com seus familiares, assim como nós fizemos um dia. Estudam e trabalham ao mesmo tempo, o que dificulta a dedicação exclusiva aos estudos.

Durante a realização das sessões de atividades, e também durante os encontros informais que nós tivemos a respeito do ensino da Matemática, revivemos a nossa história pessoal, ao ouvir suas histórias, e assim o ouvinte tornou-se, no mesmo instante, o autor da história do outro, como cita Quiceno (1998 *apud* LARROSA, 2003, p. 616):

O sentido do que somos ou, melhor ainda, o sentido de quem somos, depende das histórias que contamos e que nos contamos e, em particular, daquelas construções narrativas nas quais cada um de nós é, ao mesmo tempo, o autor, o narrador e a personagem principal, isto é, das auto-narrações ou histórias pessoais. Por outro lado, essas histórias estão construídas em relação às histórias que escutamos e que lemos e que, de alguma maneira, concernem-nos. Por último, essas histórias pessoais que nos constituem estão produzidas e mediadas no interior de determinadas práticas sociais mais ou menos institucionalizadas.

Nesse sentido talvez não existam maiores novidades sobre as histórias relatadas durante o desenvolvimento do trabalho e também sobre o perfil social dos sujeitos da pesquisa, porque entendemos ser esta uma história conhecida e também vivenciada por nós em muitos momentos. Dessa forma, sabemos que a opção pelo curso de Pedagogia se deu pelas possibilidades de ascensão social através da aquisição de um emprego digno, com uma renda financeira razoável, para contribuir com as despesas familiares, minimizando as dificuldades culturais e econômicas existentes no núcleo familiar onde elas cresceram.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, no contato com as estudantes, e também no contato com as fontes pesquisadas como as escritas e também a fala das estudantes encontramos elementos que transmitem a relação que elas têm com o ensino de Matemática.

Esses relatos, em sua grande maioria, estiveram associados às suas histórias ocorridas na infância, em escolas do ensino primário, com professores não muito amáveis que exigiam a memorização da tabuada, por exemplo, de modo autoritário.

Diante disso verificamos que as crenças e concepções que elas possuem estão intrinsecamente ligadas com qualquer outro objeto de estudo que seja pesquisado ou analisado, queremos dizer que não é possível realizar uma pesquisa sem levar em consideração esses aspectos, essas histórias demonstradas e relatadas por elas.

Contudo, consideramos importante adotar uma definição do que vem a ser crenças e concepções para que, assim, possamos delimitar corretamente o nosso

trabalho. Na busca por conceitos, encontramos pesquisas que tratam especificamente desse tema e utilizam autores como Bishop, FitzSimons, Clarkson e Seah (1999), Rico (2002) e também Pajares (1992). Assim consideramos as definições de Pajares (1992) e Rico *et al.* (2002) e Ponte (1994), que foram citadas por Curi (2005).

Sobre crenças, Pajares (1992 *apud* CURI, 2005, p. 32) afirma que:

Crenças são verdades pessoais indiscutíveis sustentadas por cada um derivadas da experiência ou da fantasia, que têm uma forte componente afetiva e avaliativa. As crenças se manifestam por meio de declarações verbais ou de ações justificadoras.

E sobre concepções Rico (*apud* CURI, 2005, p. 32) afirma que “são marcos organizadores implícitos de conceitos, com natureza essencialmente cognitiva e que condicionam a forma como afrontamos as tarefas”.

Queremos, com essas definições, esclarecer que durante a apresentação deste trabalho destacamos os elementos de pesquisa que expressam as crenças e também as concepções que as estudantes manifestam a respeito do objeto de estudo tratado por nós, no caso, a resolução de problemas que envolvem a operação de divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

3.5 Instrumentos utilizados para coleta dos dados

A pesquisa qualitativa viabiliza a adoção de uma diversidade de instrumentos e também procedimentos metodológicos que se complementam num processo de investigação e favorece a análise e interpretação dos dados numa fase que ainda não foi denominada de análise, pois segundo Minayo (1994), durante a fase de coleta de dados a análise já poderá estar ocorrendo.

Durante a realização da pesquisa exploratória realizamos o levantamento que julgamos mais adequado para desvelar informações a respeito do objeto que desejamos explorar.

3.6 Sessões de atividades sobre a resolução de problemas

A escolha pela realização de tarefas que envolvem resolução de problemas se deu pela evidência e caracterização do nosso objeto de pesquisa, que visa analisar os aspectos matemáticos e didáticos presentes na resolução de

problemas (que envolvam os conceitos de divisão) por estudantes de cursos de pedagogia. Em nosso entendimento, a opção por esse instrumento, a sessão de atividades, justifica-se pela diversidade de dados que ele proporciona, visto que foram observados 3 (três) aspectos das tarefas solicitadas: a) estratégias utilizadas pelas estudantes para solucionar as tarefas; b) as possibilidades de diversificar as estratégias utilizadas; c) as crenças e valores das estudantes frente à linguagem utilizada pelo autor ao redigir o problema.

Dessa forma, as tarefas foram propostas em sala de aula na disciplina de metodologia da Matemática durante os anos de 2008 e 2009, num total de 8 (oito) sessões de atividades. O quadro abaixo ilustra, num parâmetro geral, a variedade das sessões de atividades. Onde em seguida, retratamos algumas delas.

Data	Semestre	Instituição
16/06/2008	1º	Pública
05/11/2008	8º	Privada
10/11/2008	2º	Pública
17/11/2008	2º	Pública
16/06/2009	1º	Privada
17/06/2009	1º	Privada
19/10/2009	4º	Privada
20/10/2009	8º	Privada

Quadro 1 - Organização das sessões de atividades.

De todas as sessões de atividades realizadas, explicitaremos a seguir, apenas 4 (quatro) delas, pois em nosso entendimento elas nos fornecem subsídios, elementos e dados de análise que retratam as respostas para o qual problema de pesquisa procuramos respostas.

3.6.1 Sessão de atividade I - Antonio Trajano

No dia 16 de junho de 2008 em uma sala do 1º ano do curso de Pedagogia da Universidade Federal de Mato Grosso do SUL, tivemos o primeiro contato com as estudantes que eram alunas do professor Luiz Carlos Pais. Encontramos um grupo de 24 (vinte e quatro) estudantes, eram elas: Ana, Thaís,

Beatriz, Daniela, Carla, Cintia, Débora, Teodora, Elaine, Paula, Fabrícia, Lia, Giane, Luciana, Helena, Keila, Izabela, Sonia, Jamile, Maria, Kátia, Sofia, Laís e Melina².

Contamos a elas sobre a nossa história com a matemática, o nosso interesse sobre a pesquisa e apresentamos o objetivo do nosso trabalho. Com a intenção de sacralizar esse momento, oferecemos um presente às estudantes. Tinha de ser algo que representasse e também ilustrasse a nossa relação com o ensino da matemática. Ao ler uma citação de Mauss (*apud* FOURNIER, 1992) que dizia que “apresentar alguma coisa a alguém é apresentar alguma coisa de si”, optamos pelo Tangran e a sua história. Elas demonstraram carinho e gentileza pelo gesto, o que nos aproximou e assim ampliou a possibilidade de conversar ainda mais sobre o assunto em debate. Em seguida, compartilhamos a história de um personagem importante da História da Educação Matemática: Antonio Bandeira Trajano. Contamos a elas a biografia desse autor e quais caminhos suas obras podem nos fornecer para levantar ainda mais elementos sobre o ensino da Matemática.

Nesse dia, a nossa intenção foi promover um contato das estudantes com uma resolução de problemas, cujo autor, no caso Antonio Trajano, oferece uma importante contribuição para a educação e também oferecer condições para que as alunas produzissem técnicas matemáticas e didáticas a fim de fornecer dados para a pesquisa. A tarefa que selecionamos para esse dia foi a seguinte:

1. Quais são os juros de R\$ 800,00 a 4 por cento ao ano durante 5 anos?

Vejam como Trajano (autor) descreve a resolução de problema:

4 por cento são $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$. Ora $\frac{1}{25}$ de 800,00 é $\frac{1}{25} \times 800,00 = 32,00$ que são os juros de 1 ano; os juros de 5 anos são $32,00 \times 5 = 160,00$.

2. É possível compreender essa descrição? Vocês encontraram alguma dificuldade? Quais?

3. A partir do modo como o autor ensinou, resolvam os problemas abaixo e depois expliquem, da melhor maneira possível, como vocês encontram as respostas. Achar os juros de R\$ 500,00 a 8 por cento ao ano, em 9 anos.

Comprei 12 sacos de feijão por Cr\$ 600,00. Por quanto os devo vender para ganhar 30 por cento?

Achar os juros de R\$ 250,00 a 4 por cento ao ano em 6 anos.

² Todos os nomes das estudantes utilizados na dissertação são fictícios.

Nesse dia, solicitamos a elas que realizassem a tarefa proposta em dupla, pois para nós o trabalho em equipe viabiliza a troca de informações e ideias. As estudantes comentaram entre si sobre a resolução do problema, fizeram questionamentos sobre o modo de apresentação da técnica matemática e se debruçaram com afinco na proposta, demonstrando vontade e desejo de contribuir com o trabalho que desenvolvemos. Conforme concluía, as folhas eram entregues em mãos, acompanhadas de questionamentos sobre a nossa opinião a respeito do que tinha sido solicitado: Era assim mesmo que era fazer? Está correto?

A preocupação com o resultado final da operação realizada ficava evidente logo na entrega das atividades, elas procuravam em nós um olhar de aprovação para aquilo que havia sido proposto. Esta foi para nós uma sessão importante, porque entendemos que as referências bibliográficas publicadas no século XIX nos fornecem vários subsídios para compreender as praxeologias mais atuais. Esse primeiro encontro foi concluído com a entrega de todas as atividades.

3.6.2 Sessão de atividade II - Um problema para pensar

Alguns meses depois, mais especificamente no dia 10 de novembro de 2008, retornamos ao mesmo grupo de estudantes que demonstraram uma grande ansiedade em relação às provas que seriam dadas por outros professores, de outras disciplinas naqueles próximos dias. O interesse pelo nosso encontro era pequeno, pois as provas, os conteúdos que seriam exigidos nas avaliações e suas respectivas datas suscitavam um grau de importância mais elevado para aquele momento. Mas ainda assim, com esse “clima”, propusemos uma nova resolução de problema, que foi adaptada da coleção de matemática denominada Pensar e Viver, das autoras Selma Tavares, Ana Maria Bueno e Antonieta Moreira Leite:

Quero guardar 102 latas de refrigerante. Em cada caixa cabe 1 dúzia de latas.
Quantas caixas são necessárias?

Demonstrem outra maneira de resolver esse problema:

Qual é a opinião de vocês a respeito da linguagem utilizada pelo autor ao redigir o texto?

Deem outra sugestão para melhorar a qualidade do texto:

Embora, como já foi citado, o interesse nesse dia era em relação à avaliação que seria dada por outros professores, em outras disciplinas, algumas duplas conversaram e também discutiram entre si sobre a resposta final do problema que foi proposto, atitude esta que demonstra envolvimento com o que solicitamos. Tal discussão se deu porque o problema exigia a resolução de uma divisão que trouxe sobras, no caso, sobra de latas de refrigerante. A conversa e a consulta entre elas se deram sobre a solução e o encaminhamento que seria dado pelas sobras da operação.

3.6.3 Sessão de atividade III - O problema do canguru

Nesta parte experimental de nossa pesquisa, denominada por nós de sessão III, tivemos como objetivo principal coletar mais dados relacionados às praxeologias das estudantes de pedagogia que participaram da pesquisa, para que pudéssemos analisar, aos olhos da TAD, a teoria por nós adotada. Ela foi realizada no dia 17 de novembro de 2008, na sala do 2º ano do curso de Pedagogia da UFMS.

Para nós, essa parte da pesquisa é muito especial, pois selecionamos um problema que nos chamou a atenção pelos aspectos que aqui trataremos. Ele foi retirado da coleção *Matemática Para Todos*, cujos autores são: Marcelo Cestari Terra Lellis, Luis Márcio Pereira Imenes, Estela D'Alva Milani dos Santos e produzido pela Editora Scipione. O problema foi o seguinte:

A cada pulo da mamãe canguru, seu filhinho dá 3 pulos para acompanhá-la:

- a) Se a mamãe canguru der 28 pulos, quantos pulos seu filhinho deverá dar para acompanhá-la?
- b) O filhinho, para acompanhar sua mãe, deu 222 pulos. Quantos pulos deu sua mãe?

Maria João Lagarto reuniu em um site denominado *malhatlantica* informações primordiais sobre a história dos problemas. Neste site, encontramos a informação de que esse mesmo problema (canguru) apareceu pela primeira vez no

capítulo VI do tratado chinês “Nove capítulos da Arte Matemática”, por volta do século I a.C, numa outra versão.

Refletimos então sobre a permanência duradoura desse problema entre nós, visto que grande parte dos nossos antepassados resolveu um problema com características semelhantes e os nossos futuros estudantes e filhos também o resolverão.

Desse modo, achamos pertinente recorrer ao conceito de vulgata para que pudéssemos compreender tamanha persistência de um problema entre nós. Segundo Chervel (1990), vulgata é o conjunto de conteúdos hierarquizados, seguindo uma ordem estabelecida pelo currículo, problemas típicos, procedimentos, livros didáticos, recursos pedagógicos que são preservados no contexto da disciplina escolar de uma determinada época. Ainda segundo Chervel (1990), as vulgatas evoluem ou se transformam. Portanto, passamos a acreditar que problemas com as mesmas características são solucionados nas escolas porque existe uma cultura escolar instituída que atende a vulgata daquele momento.

Algumas das estudantes relataram que encontraram em outras situações problemas muito parecidos com esse citado acima, mas que jamais imaginavam que ele já havia sido citado há tanto tempo na história da matemática. Finalizamos esse encontro com a entrega das atividades solicitadas.

3.6.4 Sessão de atividade IV - Resposta à carta de uma amiga

Participaram desta sessão de atividades um total de 32 (trinta e duas) estudantes de Pedagogia, no dia 20 de outubro de 2009, onde atuei, naquele período, como professora de Metodologia de Matemática.

A resolução de problemas proposta foi retirada do livro denominado Projeto Pitangá, que é uma obra coletiva produzida pela Editora Moderna e editado pela 1ª vez em 2005. Apresentamos o problema às estudantes, em duplas, inserido no contexto de uma carta, cujo objetivo era respondê-la explicitando a organização didática que deveria ser utilizada para se ensinar uma resolução de problema a uma criança que estava em idade escolar, mais especificamente nas séries iniciais do ensino fundamental. Vejamos:

Campo Grande,..... de.....de 2009.

Minha grande amiga.....

Como vão as coisas por aí? Está tudo bem?

Por aqui está tudo bem, mas ainda sinto muito a sua falta, principalmente porque não está mais aqui para ajudar a Aninha a fazer suas tarefas de casa.

E esse foi um dos motivos que decidi lhe escrever. Como professora saberá o que fazer. É que hoje a Aninha trouxe a seguinte resolução de problema para fazer e não consegui ajudá-la:

a) Um tanque vazio com capacidade de 60 litros será enchido com água. A torneira foi aberta de modo a enchê-lo em 4 horas. Quantos litros de água haverá no tanque 1 hora depois de aberta a torneira?

Escreva-me explicando como posso ensinar a Aninha a solucionar o problema acima.

Aguardo a sua resposta.

Abraços de sua amiga Eliana

Como a atividade foi proposta para as duplas, obtivemos para análise um total de 16 (dezesesseis) atividades. Durante a análise das respostas à carta da amiga, encontramos uma variedade de soluções, que foi por nós organizadas em 3 (três) grupos.

3.7 A entrevista semiestruturada e a observação participante como instrumentos de pesquisa

A entrevista como técnica surgiu no final do século XIX, com os antropólogos Lewis Henry Morgan, Franz Boas e Bronislaw Malinowski, quando realizaram estudos sobre as sociedades tradicionais (BONI; QUARESMA, 2005).

A entrevista que utilizamos é denominada pelos estudiosos da área de semiestruturada porque foi composta por um roteiro baseado nas produções das estudantes conforme os seus registros. Segundo Boni e Quaresma (2005, p. 75):

As **entrevistas semi-estruturadas** combinam perguntas abertas e fechadas, onde o informante tem a possibilidade de discorrer sobre o tema proposto. O pesquisador deve seguir um conjunto de questões previamente definidas, mas ele o faz em um contexto muito semelhante ao de uma conversa informal (grifo nosso).

Em nosso trabalho, a entrevista semiestruturada teve o objetivo de complementar as informações contidas nas tarefas que foram solicitadas as estudantes, e coletar dados e informações subjetivas a respeito do objeto de estudo por nós delimitado. Como afirma Haguette (1999, p. 86) ao definir entrevista como “processo de interação social entre duas pessoas na qual uma delas, o entrevistador, tem por objetivo a obtenção de informações por parte do outro, o entrevistado”.

Durante as entrevistas, utilizamos perguntas consideradas abertas e também fechadas, com a intenção de deixar as estudantes discorrerem sobre o tema por meio de uma conversa informal. Houve a possibilidade de aprofundar alguns temas relacionados às crenças e valores delas em relação ao ensino de matemática, visto que algumas se expressaram com mais afinco através da entrevista. Esta foi realizada somente com aquelas estudantes cuja produção apresentou dados que, em nossa opinião, necessitaram de mais elementos para constituir a análise dos dados obtidos durante as coletas.

Compreendendo e também partindo do pressuposto de que:

- os elementos e as respostas para a busca de informação a respeito das produções das estudantes acerca da resolução de problemas se deu através de um processo construtivo;
- visto que a abordagem qualitativa nos proporciona tal comprometimento; realizamos as observações participativas e as entrevistas semiestruturadas de modo dinâmico, espontâneo e quase que ao mesmo tempo, conforme a necessidade dos sujeitos participantes da pesquisa. A afirmação abaixo compactua com as nossas ações no campo de pesquisa:

A investigação qualitativa que defendemos substitui a resposta pela construção, a verificação pela elaboração e a neutralidade pela participação. O investigador entra no campo com o que lhe interessa investigar, no qual não supõe o encerramento no desenho metodológico de somente aquelas informações diretamente relacionadas com o problema explícito a priori no projeto, pois a investigação implica a emergência do novo nas ideias do investigador, processo em que a o marco teórico e a realidade se integram e se contradizem de formas diversas no curso da produção teórica (GONZÁLEZ REY, 1998, p. 42).

Desse modo, e também com o objetivo de observar o funcionamento da sala de aula, já que ela contribui para que possamos “identificar e obter provas a respeito de objetivos sobre os quais os indivíduos não têm consciência, mas que orientam seu comportamento” (LAKATOS; MARCONI, 1996, p. 79) participamos

de 2 (duas) aulas de metodologia da matemática a respeito da resolução de problemas como procedimentos para a aprendizagem.

Durante as aulas participamos ativamente das discussões dos pequenos grupos, sugerindo e propondo encaminhamentos com o intuito de registrar informações por meio de qualquer ação das estudantes, o que, para nós, constituía pistas acerca do objeto de pesquisa. Essas aulas foram registradas por meio do que chamamos de anotações pessoais e também foram utilizadas para complementar os dados obtidos até então.

CAPÍTULO IV

ANÁLISES DAS FONTES DE PESQUISA

O objetivo deste capítulo em nosso trabalho de dissertação é apresentar à comunidade a descrição e também a análise das fontes de pesquisa que foram selecionadas por nós para revelar dados sobre a resolução de problemas que envolvem a divisão, mais precisamente nas séries iniciais do Ensino Fundamental. O resultado desta análise se apresenta em três partes: na primeira demos ênfase aos dados coletados nos Parâmetros Curriculares Nacionais, que foram elaborados e difundidos pelo Ministério de Educação, no ano de 1996. São utilizados nas escolas pelos professores, coordenadores e que prescrevem elementos teórico-tecnológicos, deixando a cargo do professor o planejamento das tarefas a serem desenvolvidas; na segunda parte deste trabalho, apresentamos os dados coletados em um outro documento: o livro didático. Apresentamos a análise de dois livros denominados “Novo Tempo” e “Arithmetica Elementar Illustrada”, que trazem propostas de tarefas matemáticas; na terceira parte, estão os resultados das produções discentes realizadas nas sessões de atividades durante a coleta de dados. Por fim, apresentamos um último item que tem a pretensão de destacar os elos entre os dados das fontes pesquisadas, bem como aspectos que poderão sintetizá-los.

4.1 Análises dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN

Nos próximos parágrafos apresentamos as categorias temáticas que exprimem aspectos sobre a resolução de problemas e que foram retiradas dos PCN, mais especificamente do volume de número 3 (três), que trata do ensino de Matemática. Após a leitura do documento, selecionamos todas as frases e orações que exprimem ideias sobre a resolução de problemas e em seguida reunimos todas aquelas que apresentam um sentido, uma ideia ou um pensamento em comum. Os nomes dessas categorias foram escolhidos para expressar a sua ideia principal, portanto suas denominações estão relacionadas com o sentido proposto pelos PCN sobre a resolução de problemas. As categorias temáticas são as seguintes: diferentes

tipos de problemas, argumentação, linguagem, dimensão metodológica, cidadania e contextualização.

Para explicitar esses argumentos, encontrados nos PCN, organizamos um gráfico apresentado a seguir.

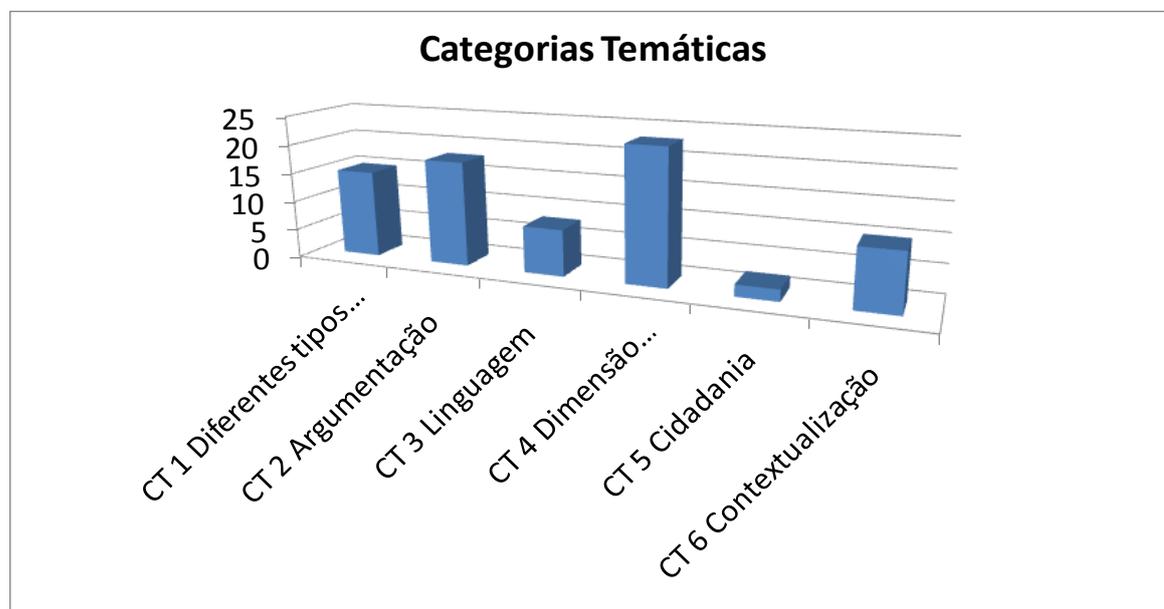


Gráfico 1 - Categorias temáticas retiradas dos PCN

Fonte: Elaborado pela autora com base na pesquisa

Embora o gráfico seja um recurso utilizado no referencial positivista, consideramos importante a sua evidência nesse momento da pesquisa, pois ele apresenta de modo muito claro a comparação entre a quantidade de frases, orações ou expressões que fazem menção às situações problema encontradas nos PCN.

Ao analisar o gráfico, constatamos que ele apresenta um número maior de frases ou expressões relacionadas à dimensão metodológica. Quando comparada com as outras categorias, encontramos um total de 23 (vinte e três) ideias. Tal dimensão envolve aspectos relacionados aos procedimentos apresentados para o professor ou às estratégias apresentadas aos alunos.

As expressões encontradas em menor quantidade nos PCN estão reunidas na categoria temática denominada por cidadania. Foram encontradas 2 (duas) expressões. Entendemos que são todas as expressões relacionadas aos valores apresentados em aspectos que envolvem a construção da pessoa como ser humano.

Em seguida, apresentamos todas as categorias temáticas encontradas, inicialmente, com uma justificativa e também definição sobre o que encontramos. Tal justificativa é complementada com um ou dois exemplos que ilustram a nossa

afirmação. Por fim, temos a intenção de estabelecer uma relação entre os dados encontrados e também o referencial teórico por nós adotado.

4.1.1 Categoria temática I - Diferentes tipos de problema

Definimos esta categoria, que denominamos diferentes tipos de problemas, com conjunto formado por todas as frases ou expressões retiradas dos PCN, nas quais aparecem, de maneira explícita, referências a problemas que envolvem as operações fundamentais da aritmética, nas mais diferentes maneiras de contextualizar ideias de ordenação, classificação, conservação, seriação, probabilidade, combinatória, estatística (análise de tabelas e gráficos), estimativa, os tipos de cálculo mental (escrito, exato ou aproximado), proporção, porcentagem semelhança entre figuras e, por fim, a matemática financeira. As frases retiradas dos PCN que representam com clareza a categoria temática da resolução de problemas são as seguintes:

- Identificando intervalos, que tornam uma estimativa aceitável ou não, os estudantes aprendem a justificar e comprovar suas opiniões e vão refinando suas habilidades em cálculo (BRASIL, 1997, p. 119);
- Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolva combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem (BRASIL, 1997, p. 57).

Entendemos que essas frases fazem menção às diferentes possibilidades de estratégias que os estudantes podem elaborar, a partir do contato com diferentes resoluções de problemas. Esse contato, em nosso entendimento, favorece a possibilidade que eles têm de expressar opiniões e justificar ideias, para que, assim, desenvolvam suas habilidades em cálculo.

4.1.2 Categoria temática II - Argumentação

Essa categoria temática reúne as orações e frases que destacam aspectos relacionados às possibilidades que os estudantes têm de contrapor, discutir, justificar e relacionar em situações matemáticas. Ela apresenta, ainda, frases relacionadas aos

blocos de conteúdos que devem ser trabalhados nas séries iniciais do Ensino Fundamental, como: grandezas e medidas, espaço e forma, números e operações e tratamento da informação, bem como outros blocos que também são trabalhados nesse segmento, porém de forma implícita, como a lógica e a álgebra.

Reunimos também nessa categoria períodos que apresentam diferentes ideias e possibilidades de se articular disciplinas, temas e assuntos variados. Para ilustrar o texto acima, destacamos as seguintes frases:

- O foco do trabalho de construção de um repertório básico para o desenvolvimento do cálculo consiste em identificar as estratégias pessoais utilizadas pelos estudantes e fazer com que eles evidenciem sua compreensão por meio de análises e comparações, explicitando-as oralmente (BRASIL, 1997, p. 115);
- As coisas que as crianças observam (a mãe fazendo compras, a numeração das casas, os horários das atividades da família), os cálculos que elas próprias fazem (soma de pontos de um jogo, controle de quantidade de figurinhas que possuem) e as referências que conseguem estabelecer (estar distante de, estar próximo de) serão transformadas em objeto de reflexão e se integrarão às suas primeiras atividades matemáticas escolares (BRASIL, 1997, p. 63).

Ao analisarmos esses exemplos de frases relacionadas à classe dos tipos de problema, percebemos que existe a intenção de levar os estudantes a desenvolverem o processo de argumentação na solução dos problemas. Dessa maneira, entendemos que tal argumentação pode ser por nós interpretada como elementos de uma tecnologia relacionada a alguma técnica, que tem origem na ação do aluno.

É importante que o estudo da resolução de problemas, segundo nosso entendimento, não seja reduzido ao simples ensino de técnicas, desprovida da necessária argumentação.

4.1.3 Categoria temática III - Linguagem

As frases que nós apresentamos nesta categoria estão relacionadas a toda e qualquer menção feita sobre a linguagem que envolve a resolução de problemas, como a interpretação de textos e compreensão de enunciado de problemas.

Destacamos as frases abaixo, pois entendemos que elas ilustram com precisão a categoria temática aqui apresentada:

- Outra recomendação é que os estudantes desenvolvam uma boa base em leitura e escrita de números decimais e acompanhem a realização do cálculo escrito, com verbalizações que auxiliem a perceber o valor posicional das ordens que compõem os números com os quais estão operando (BRASIL, 1997, p. 125);
- Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos — exato e aproximado, mental e escrito. (BRASIL, 1997, p. 55).

Ao observarmos as frases apresentadas na categoria acima, destacamos a importância que o texto dos PCN apresenta sobre a linguagem, como um importante aspecto para se promover o entendimento do problema apresentado ao aluno.

Entendemos que a linguagem, a qual envolve a interpretação de texto e a compreensão dos enunciados, está relacionada aos tipos de problema ou às atividades solicitadas aos estudantes pelo professor.

4.1.4 Categoria temática IV - Dimensão metodológica

Esta categoria foi definida com a intenção de relacionar todas as frases que, de uma forma ou de outra, dizem respeito aos aspectos metodológicos que envolvem métodos e procedimentos utilizados por estudantes e professores. As frases abaixo ilustram com melhor precisão as características dessa categoria:

- Ao explorarem as situações-problema, os estudantes deste ciclo precisam do apoio de recursos como materiais de contagem (fichas, palitos, reprodução de cédulas e moedas), instrumentos de medida, calendários, embalagens, figuras tridimensionais e bidimensionais, etc (BRASIL, 1997, p. 64);
- O foco do trabalho de construção de um repertório básico para o desenvolvimento do cálculo consiste em identificar as estratégias pessoais utilizadas pelos estudantes e fazer com que eles evidenciem

sua compreensão por meio de análises e comparações, explicitando-as oralmente (BRASIL, 1997, p. 115).

Em nosso entendimento, a prática pedagógica apresentada nas frases acima é evidenciada porque ela é predominante nas ações dos professores das séries iniciais. A interferência pedagógica, como seleção de materiais e análise das estratégias pessoais dos estudantes, contribui para o sucesso pedagógico do aluno.

4.1.5 Categoria temática V - Cidadania

Definimos esta categoria temática com a intenção de reunir ideias contidas nos PCN que, de uma forma ou de outra, envolvem conceitos, problemas ou valores relacionados à cidadania, como, por exemplo, os aspectos apresentados sobre meio ambiente, desemprego, autoestima, consciência no consumo, reflexão e atitude. As frases abaixo foram destacadas porque entendemos que elas caracterizam, com precisão, a categoria temática cidadania:

- A compreensão dos fenômenos que ocorrem no ambiente — poluição, desmatamento, limites para uso dos recursos naturais, desperdício — terá ferramentas essenciais em conceitos (médias, áreas, volumes, proporcionalidade, etc.) e procedimentos matemáticos (formulação de hipóteses, realização de cálculos, coleta, organização e interpretação de dados estatísticos, prática da argumentação, etc.) (BRASIL, 1997, p. 33).
- A importância do estudo do cálculo, em suas diferentes modalidades desde as séries iniciais, justifica-se pelo fato de que é uma atividade básica na formação do indivíduo, visto que: possibilita o exercício de capacidades mentais como memória, dedução, análise, síntese, analogia e generalização (BRASIL, 1997, p. 117).

Ao analisarmos as orações em destaque dessa categoria temática, observamos que a relação entre o conteúdo abordado em sala de aula com os fenômenos que ocorrem fora dela são destacados como importantes atividades na formação do indivíduo.

Ainda que os saberes acadêmicos, escolares e utilitaristas apresentem-se de modo isolado, existe entre eles uma interdependência necessária que interfere na sala de aula, tanto na aprendizagem do aluno como na prática pedagógica

desenvolvida pelo professor. Dessa forma, o aluno terá a oportunidade de desenvolver suas habilidades relacionadas aos conteúdos da série e da sua formação como cidadão.

4.1.6 Categoria temática VI - Contextualização

Relacionamos nesta categoria temática todas as frases que envolvem a valorização do problema, definido em diferentes contextos do mundo da criança, tais como: idas a supermercado, lojas, festas de aniversário, etc. Para melhor ilustrar a ideia acima, destacamos as seguintes frases:

- Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade (BRASIL, 1997, p. 29).
- Além disso, é importante que as atividades de cálculo com números decimais estejam sempre vinculadas a situações contextualizadas, de modo que seja possível fazer uma estimativa ou enquadramento do resultado, utilizando números naturais mais próximos (BRASIL, 1997, p. 124).

Constatamos que essas frases destacam a importância de vincular as atividades de matemática a situações relacionadas ao cotidiano do aluno como criança e como cidadão.

Entendemos que, segundo os PCN, as atividades e os tipos de tarefas propostos pelos professores em sala de aula precisam estar inseridas num contexto mais amplo, visto que o aluno fará uma relação com o conteúdo abordado em sala com as práticas desenvolvidas e observadas extraescola.

Enfim, as 6 (seis) categorias temáticas acima apresentadas revelam que os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem elementos tecnológicos que servem para justificar as ações didáticas dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental. Em outras palavras, esclarecemos que este é um documento que oferece argumentos que justificam e também explicam sobre o ensino que envolve a resolução de problemas, cabendo ao professor planejar ações autônomas para que esse recurso metodológico seja utilizado em sala de aula.

Concluimos também que os PCN diversificam essas justificativas, sugerindo um trabalho pedagógico sobre resolução de problemas que envolvem as ações do cotidiano, do meio ambiente, da saúde, etc; a utilização de materiais de contagem, como tampinhas ou contas; a possibilidade de interpretar e discutir sobre os enunciados dos problemas e, por fim, e também muito importante, socializar as estratégias e produções matemáticas feitas por todos que fazem parte do ambiente de sala de aula.

4.2 Análise dos livros didáticos

Nos próximos parágrafos apresentamos a análise dos livros didáticos selecionados por nós, são eles: Novo Tempo (1999) e Arithmetica Elementar Ilustrada (1935). Nessa parte do trabalho, tivemos a pretensão de divulgar aos leitores, pesquisadores, enfim, a todos os interessados nesta pesquisa, quais são os elementos praxeológicos que estão presente nos livros didáticos, sob a luz da TAD.

Essa parte da análise nos forneceu subsídios para compreender alguns argumentos e justificativas que estão presentes nas práticas pedagógicas das estudantes de cursos de pedagogia. Afinal de contas, entendemos que elas tiveram na sua formação inicial (séries iniciais do ensino fundamental) influências matemáticas reveladas nos livros didáticos por nós pesquisados.

Observamos nos livros didáticos as atividades relacionadas ao estudo da resolução de problemas, mais precisamente as que envolvem as divisões, com o objetivo de identificar as noções de tarefas, suas técnicas e os elementos que justificam essas tarefas e técnicas.

Mas além de identificar o que é proposto nos livros didáticos, a nossa intenção primordial foi estabelecer uma relação dos elementos praxeológicos apresentados nos livros didáticos com as produções matemáticas das estudantes com as quais tivemos contato. Primeiramente questionamos se há alguma relação para ser estabelecida, e depois quais eram elas. Os resultados obtidos nos proporcionam diferentes possibilidades, dentre elas as praxeologias das estudantes do ensino superior, participantes da pesquisa.

4.2.1 O Livro Didático “Novo Tempo”-L₁

O livro didático Novo Tempo, de Imenes, Jakubo e Lellis, 1ª edição do ano de 1999, da editora Scipione, nos chamou a atenção, inicialmente pela capa que traz: a fotografia de uma criança com um sorriso largo estampado. Isso nos fez pensar sobre o significado dessa imagem para todos nós, alunos e professores, como membros e participantes da instituição escolar que adotou ou utilizou esse livro naquela época.

Uma criança sorridente pode significar, em nosso ponto de vista, uma criança feliz. E, nesse caso, feliz com a matemática. A articulação entre os autores e a editora demonstrou, com a seleção e escolha dessa imagem, uma preocupação iminente com o gosto pela matemática. Desse modo, pudemos intuir que existia a intenção de proporcionar situações matemáticas em que os estudantes se divertissem e também sentissem prazer com essa disciplina, que foi vista durante muito tempo como aterrorizante.

Outro aspecto observado foi a organização do sumário, com cores variadas para representar os blocos de conteúdos. Há uma cor diferente para cada eixo da matemática, denominado pelos autores de: números, geometria, medidas e ação (que representa uma parte do livro didático que oferece ao estudante condições para ele confeccionar jogos, brincar com os números, etc.).

Em nossa opinião, essas características observadas são resultados das sugestões e argumentos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais já propagados nesse período de 1999.

4.2.1.1 Elementos de praxeologia que compõem a análise do L₁

Em seguida, apresentamos alguns elementos praxeológicos que compõem o livro didático por nós analisado, como o tipo de tarefa elencamos as técnicas sugeridas pelos autores para solucionar as tarefas propostas e os elementos teóricos-tecnológicos que irão justificar racionalmente as técnicas matemáticas e didáticas apresentadas.

Encontramos no livro analisado a resolução de problemas como um recurso metodológico ou como uma ferramenta para proporcionar aos estudantes o trabalho com as quatro operações, em nosso caso, com a divisão.

De um modo geral, as resoluções de problemas encontradas estão relacionadas às articulações de conteúdos, à ideia de proporção, há alguns conteúdos entremeados com textos de outras áreas de conhecimento, como Língua Portuguesa e Ciências e muitos deles representam a noção de vulgata que foi estabelecida num determinado momento da história. Encontramos no L₁ 24 (vinte e quatro) resoluções de problemas do tipo resolver um problema que envolva apenas a operação de divisão estudada nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Desses, selecionamos alguns para exemplificar e também apresentar a organização matemática e a organização didática presentes. Essas apresentações serão feitas a seguir.

4.2.1.2 Organização matemática da tarefa do T₁

Para exemplificar a tarefa do T₁, selecionamos dois exemplos que, em nossa opinião, expressam com clareza, a definição já redigida no início deste trabalho:

- Em um prédio de apartamentos, houve uma reforma que custou R\$9.282,00. Essa despesa será dividida entre famílias que moram nos 42 apartamentos do prédio. Quanto pagará cada uma? (L₁, p. 39)
- Um exército com 3.900 soldados foi dividido em 12 batalhões, todos com o mesmo número de soldados. Quantos soldados tinham cada batalhão? (L₁, p. 36)

Para nós, as tarefas identificadas ofereciam condições ao leitor para que utilizasse uma pluralidade de técnicas matemáticas para encontrar a resposta desejada, porém o livro sugere apenas uma única técnica matemática que denominamos de algoritmo convencional da divisão, que de forma implícita apresenta a seguinte sequência:

- dividir as dezenas pela unidade e registrar o resultado sob a dezena;
- subtrair da dezena o número obtido;
- transformar o número obtido no segundo item em uma outra dezena,
- abaixar o número que ainda não foi dividido e continuar o processo.

Para informar ao leitor sobre a técnica matemática o autor apresentou uma variedade de personagens que por meio de bate-papo, em forma de quadrinhos, transmite as seguintes informações:



Figura 7 - Personagem apresentando a técnica Matemática T₁

Fonte: Imenes, Lellis e Jakubo (1999, p. 51).

Em nossa opinião, tratando-se do algoritmo da divisão, há uma diversidade de técnicas que poderiam e deveriam ser trabalhadas com os estudantes, para que eles se apropriem de informações e realizem a operação de modo consciente, demonstrando conhecimento racional sobre o que estão fazendo. Chevallard (1999) afirma que, quando eles aprendem os algoritmos do cálculo, dentre outros, tornam-se capazes de articular “gestos que dão um certo ritmo às ações realizadas e ajudam a organizar a disposição dos números e a lateralidade da operação (o produto do quociente pelo divisor, à esquerda, se escreve sob o dividendo, à direita)”.

O processo americano da divisão, por exemplo, é uma técnica matemática conhecida pelos professores, porém pouco utilizada. Tem esse nome porque originou-se nos Estados Unidos. Consiste em estimar o valor do quociente, por meio de estimativas, como no exemplo a seguir.

- 9282	42
4200	100
- 5082	+ 50
2100	45
- 2982	26
1890	221
- 1092	
1092	
00	

Figura 8 - Processo americano da divisão

Fonte: Elaborado pela autora

A sequência de passos dessa técnica é a seguinte:

- distribuir aleatoriamente o dividendo pelo divisor, utilizando o cálculo mental e registrar o resultado como quociente;
- multiplicar o quociente pelo divisor e colocar o resultado sob o dividendo;
- subtrair do dividendo e continuar o processo se existir sobras. Ao obter uma sequência de números no quociente, e não for mais possível dividir as sobras, faz-se o quarto passo;
- somar todos os números do quociente para obter o resultado final.

Essa é uma técnica matemática que sugerimos porque favorece o trabalho com a subtração, com a estimativa e o cálculo mental e que pode ser ensinada aos estudantes das séries iniciais, dentre outras. Além disso, quando se exercita essa técnica, são oferecidas condições aos estudantes para que compreendam o funcionamento do algoritmo da divisão, como o valor posicional, e assim complementem e ampliem as informações que possuem a respeito desse processo de divisão.

Queremos dizer que, por meio da divisão realizada pelo processo americano, a criança tem a oportunidade de dividir um determinado número aos poucos e também compreender que o dividendo corresponde aos valores que serão distribuídos, que o divisor corresponde àqueles que receberão os objetos, que o quociente corresponde à quantidade que cada um receberá e que sobrarão ou não objetos que foram distribuídos.

Os discursos racionais³ que revelam elementos tecnológicos e teóricos do L_1 também são identificados por nós pela fala de um outro personagem:

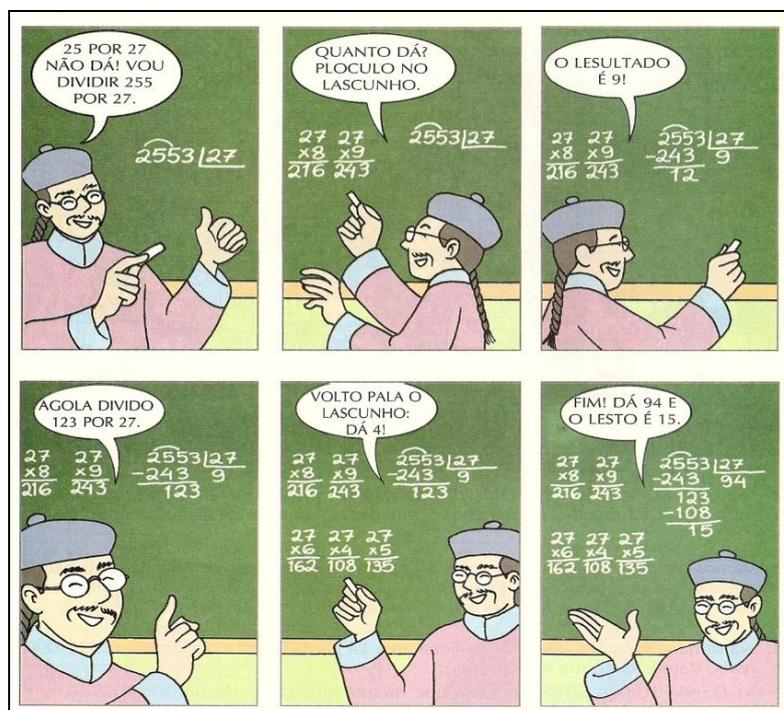


Figura 9 - Personagem apresentando a técnica matemática T_1
 Fonte: Imenes, Lellis e Jakubo (1999, p. 34).

Entendemos que na figura 9 o autor tem a intenção de apresentar um personagem que contribua para que o estudante compreenda a técnica do algoritmo da divisão. Para nós, é um discurso racional que tem o objetivo de tornar clara a sequência de passos dessa técnica matemática. Segundo Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 125):

Para que uma técnica possa ser utilizada de maneira normalizada, deve aparecer como algo ao mesmo tempo correto, compreensível e justificado. A existência de uma técnica supõe, também, a existência subjacente de um discurso interpretativo e justificativo da técnica para um âmbito de aplicabilidade e validade. Chamaremos a esse discurso sobre a técnica de uma tecnologia.

Para isso, o autor lança mão de um recurso literário muito aceito pelas crianças, que são os quadrinhos. Embora não achemos necessário o personagem utilizar uma fala caricata como a da figura de número 9, onde ele troca a letra “r” das palavras pela letra “l”.

³ A expressão “Discurso Racional” é utilizada por Chevallard para denominar as justificativas dadas à aplicabilidade da técnica matemática (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001)

Na página seguinte do livro, encontramos outra personagem com o texto, que também revela um discurso com elementos tecnológico-teóricos porque trata da ideia de repetição.

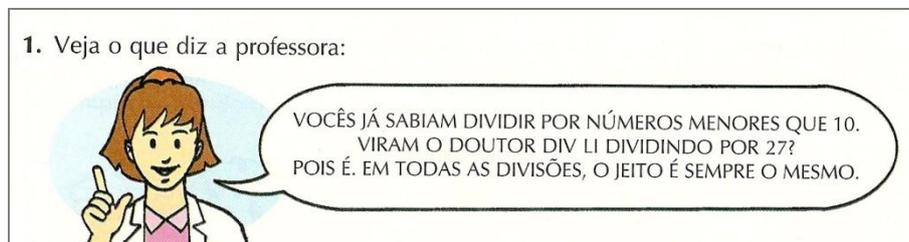


Figura 10 - Personagem apresentando a técnica matemática T_1
 Fonte: Imenes, Lellis e Jakubo (1999, p. 35).

A personagem que faz o papel da professora apresenta a ideia da tautologia porque informa ao leitor sobre a repetição de um modelo, o que para nós representa um discurso racional que diz como deve ser feito.

4.2.1.3 Organização didática da tarefa do T_1

Para ensinar a técnica do algoritmo convencional da divisão pelo processo longo, os autores desse livro pensaram como isso deveria ser feito. O colorido do livro e a pluralidade de personagens revelam que eles tinham a intenção de atrair o leitor. Para compreender melhor como isso de seu ou como está organizado, recorreremos aos momentos de estudo propostos por Chevallard (2002) que nos auxiliam a compreender o “funcionamento” didático desse livro.

Para isso, primeiramente apresentamos o trecho de um texto encontrado no manual do professor, que nos fornece pistas sobre o “contato” dos estudantes com a resolução de problemas com a divisão: “Nesse início, revisamos a divisão com divisores “pequenos” (2, 3, 4, 5) e, por isso, adotamos o registro breve. Já na página 27 aparecem divisores maiores. Usamos, então, alguns recursos facilitadores: o registro longo e os “rascunhos”. Usando esses recursos, a divisão por números de dois algarismos se torna consideravelmente mais fácil. Ela é apresentada na página 34”.

A partir dessa informação supõe-se que, de modo formal, os estudantes dessa série tiveram, possivelmente, a primeira experiência com a resolução que envolve números altos quando tiveram contato com esse livro. Porém, diante da concepção adotada por Chevallard (2002), sabemos que a matemática existe fora da

escola e, por isso, acreditamos que foi possível um momento de reencontro com esse processo de divisão. Neste sentido Chevallard (2002, p. 129) afirma:

O primeiro fator que a professora comenta é a falta de visibilidade social das atividades matemáticas: as pessoas tendem a considerar a matemática como se ela fosse feita para a escola, como se não existisse fora dela.

Essa é uma afirmação de Chevallard (2002) que esclarece a importância de promover o conhecimento da finalidade de se estudar matemática. Os professores devem estar atentos para esse papel do educador.

Notamos, ainda, que o livro traz uma pequena lista de exercícios que tem como objetivo exercitar a técnica matemática sugerida por ele e que trazem os elementos de uma vulgata⁴. Mas nos perguntamos qual é a verdadeira necessidade de se exercitar incessantemente a técnica matemática de forma repetitiva e mecânica, visto que ela não mais faz parte do currículo obrigatório. Como afirma Chevallard (2002, p. 119):

Os conteúdos do currículo obrigatório propostos por nossa sociedade são apresentados hoje em dia, como uma lista voluntariamente pouco estruturada e dividida em três grandes seções: os conteúdos conceituais, os conteúdos procedimentais e os atitudinais.

Como o currículo de matemática é proposto de modo linear e sem uma indicação de como devem ser feito os estudos, caberá às instituições de ensino criar condições e assim viabilizar esse entendimento. Portanto, é preciso, por meio dos conteúdos procedimentais, responder sobre a finalidade da técnica matemática utilizada. Abaixo segue uma das listas propostas no L₁.

2. Efetue:

$5\ 880 \div 245$	$3\ 880 \div 315$	$83\ 417 \div 415$
-------------------	-------------------	--------------------

⁴ Utilizamos a expressão “Vulgata”, com base nos estudos de Chervel (1990) que afirma ser um conjunto de conteúdos, hierarquizados seguindo uma ordem estabelecida pelo currículo, problemas típicos, procedimentos, livros didáticos, recursos pedagógicos que são preservados no contexto da disciplina escolar de uma determinada época.

Para Chevallard (2002), é importante o professor guiar o processo de estudos de seus alunos, exercendo o papel de coordenador dos trabalhos propostos. Outro momento de estudo que identificamos foi o momento tecnológico-teórico onde os autores lançam mão de uma pluralidade de personagens que apresentam os textos em quadrinhos explicando e também justificando a técnica matemática sugerida.

Em relação aos registros de linguagem já esclarecemos que eles são variados e se expressam por objetos ostensivos que são manipulados pelos objetos não-ostensivos.

Os autores apresentam, com insistência, o algoritmo convencional da divisão em forma de quadro e os personagens evocam, por meio das palavras e dos desenhos, a ideia mental que os estudantes fazem a respeito da técnica matemática.

A pluralidade de objetos ostensivos favorece a ideia mental dos estudantes, porque, segundo a TAD, não há objetos ostensivos sem objetos não-ostensivos. Portanto esse é um aspecto didático que visa favorecer a aprendizagem dos estudantes.

Como já citamos nos capítulos anteriores, o contato com as crianças numa relação pedagógica exige das instituições, em nosso caso o livro didático, uma diversidade mais ampla de técnicas didáticas. No L₁ encontramos como técnicas didáticas:

Nome das técnicas didáticas	Explicação das técnicas didáticas
Trabalho com a oralidade;	Essa técnica didática consiste em apresentar para os colegas da sala como resolver as tarefas que envolviam a divisão. Ela foi encontrada em maior quantidade no texto dirigido aos professores, assim: “Peça que as duplas de alunos mostrem para o resto da turma como efetuar divisões parecidas, usando o material. Proponha divisões como estas: $312 \div 3$, $132 \div 4$, etc”.
Jogar jogos	Essa técnica didática consiste em oportunizar aos estudantes o momento de jogar para aprender a dividir. Ela foi encontrada em maior quantidade num caderno à parte do L ₁ denominado de ação.
Resolver a tarefa em grupo	Essa técnica didática consiste em propor aos estudantes que realizem a tarefa proposta em grupo para assim favorecer a aprendizagem. Ela foi encontrada em maior quantidade no texto dirigido aos professores, assim: <i>Proponha que os alunos façam estes problemas em grupo. No problema 4, só mostre a resolução depois que o problema tiver sido muito bem discutido.</i>

Nome das técnicas didáticas	Explicação das técnicas didáticas
Consultar a ilustração para resolver a tarefa	Essa técnica didática consiste em buscar dados na ilustração do problema para que seja possível resolvê-lo. Isso ocorre porque o ostensivo apresenta um papel importante na solução da tarefa, ele traz dados e informações que complementam o texto escrito. É como se fosse uma “continuação” do texto. Durante a sua execução os estudantes se remetem aos objetos não ostensivos relacionados à ilustração para implementar as informações que obtém.
Desenhar em papéis quadriculados	Desenhar em papéis quadriculados é uma técnica didática bastante utilizada pelos autores do livro para difundir o conhecimento matemático. Ela consiste em utilizar as malhas quadriculadas para representar as sentenças matemáticas.
Utilizar materiais que representem a base dez para efetuar as operações	Os autores do livro didático que analisamos sugerem a manipulação de materiais concretos para favorecer a compreensão da operação trabalhada. O material concreto é um recurso didático que favorece a aprendizagem e possibilita aos estudantes levantar suposições porque durante a sua manipulação tem também ideia mental do que está sendo manipulado.
Total	06

Quadro 2 - Nomes e explicação das técnicas didáticas encontradas no L₁

Essa listagem de técnicas didáticas que encontramos no texto reforça o nosso entendimento de que para uma única técnica matemática existe uma diversidade de técnicas didáticas, o que favorece a aprendizagem dos estudantes.

4.2.2 O livro didático *Aritmética Elementar Ilustrada-L₂*

O outro livro didático analisado trata-se da obra denominada “Arithmetica Elementar Ilustrada” e editada no ano de 1935, pela Livraria Francisco Alves, cujo autor é Antonio Bandeira Trajano. Ressaltamos que embora o nosso trabalho não tenha um cunho voltado amplamente para a área da história da educação matemática, reconhecemos que através dela podemos desvelar, em nosso caso, muitas práticas metodológicas desenvolvidas em instituições de ensino, e por isso damos em nosso trabalho um lugar de destaque para análise e descrição.

Apresentamos a análise de um livro didático adotado a partir de 1879, quando o ensino de resolução de problemas ainda não era um saber formalmente escolar. Entendemos que as referências bibliográficas publicadas no século XIX nos fornecem vários subsídios para compreender as praxeologias mais atuais. Por isso, optamos por fazer o que Valente (2008) denomina de biografia do livro didático. Trata-se, em nosso entendimento, de analisá-lo levando em consideração as características políticas e sociais da época em que ele foi adotado, e, dessa forma, compreendermos a sua real utilidade para a sociedade daquela época. A análise realizada foi sobre um fragmento da obra, que corresponde à edição número 108^a, do ano de 1935. Consideramos os aspectos propostos por Valente (2008) ao se referir à biografia do livro didático:

[...] biografia levou em conta múltiplos aspectos: a análise do conteúdo interno da obra, o seu prefácio, as referências colocadas pelo tradutor; a investigação sobre a origem da obra, do seu autor, das finalidades originais a que era destinada a obra no século [...] a legislação educacional [...] a política de adoção de livros didáticos, dentre outros elementos.

Em nosso caso, analisamos também parte das ilustrações apresentadas nesse contexto do livro de Trajano. Para responder a tais questionamentos, fizemos opção, como já foi citado anteriormente, de utilizar a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard (1999) para fundamentar a nossa pesquisa. É uma abordagem epistemológica, de cunho didático e matemático, que conceitua a atividade matemática a partir das práticas desenvolvidas no contexto das instituições sociais.

A praxeologia admite a análise de um método das práticas institucionais, permitindo a descrição e o uso das suas condições e de sua realização (CHEVALLARD; BOSCH, 1999). Nessa análise, enfatizamos as práticas institucionais pedagógicas, relativas ao estudo da resolução de problemas.

Para explicitar tal teoria, reproduzimos aqui algumas noções de base que instrumentalizam a nossa pesquisa, são elas: tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teoria, conceitos propostos por Chevallard (1999). A leitura que fizemos da TAD levou-nos a compreender que toda prática institucional ou atividade humana, cultivadas regularmente em um determinado contexto social, consiste na realização de uma tarefa ou, de maneira mais ampla, a um determinado tipo de tarefa, por meio de uma técnica que é justificada por um discurso lógico racional, a tecnologia, que, por sua vez, também é justificada por uma teoria.

4.2.2.1 O ensino de resolução de problemas na “Arithmetica Elementar Illustrada”, de Antonio Trajano

Como a obra analisada foi publicada no ano de 1935, consideramos coerente apresentar uma contextualização histórica para que todos possamos nos situar, e assim, compreendermos parte dos acontecimentos da época e as suas justificativas.

a) Uma contextualização inicial - a década de 1930

O historicismo nos proporciona a análise de um período marcado por um contexto social. Nesse caso, a década de 1930 destaca-se por ser a continuação de um movimento iniciado anteriormente pelo militar e revolucionário Luiz Carlos Prestes.

Prestes, apoiado por soldados militares, percorreu, segundo a publicação de Abreu e Carneiro (1999), 13 estados brasileiros, o que corresponde a 25 mil quilômetros. Prestes pôde conhecer de modo profundo a mazela do Brasil, sua miséria e suas reais necessidades. Passou a compreender, segundo documentos que apresentam seus depoimentos, que não bastaria substituir o presidente do nosso país, mas sim realizar mudanças drásticas e profundas, o que para ele correspondia à revolução armada realizada pelo povo.

Há uma declaração que ilustra os seus objetivos ao lutar pela revolução armada. Retiramos um trecho do texto denominado “Luis Carlos Prestes”, escrito por Abreu e Carneiro (1999, p. 4):

Ainda em fevereiro de 1926, Prestes e Miguel Costa redigiram uma declaração de princípios da coluna, para ser distribuída à nação. Nesse manifesto, intitulado Motivos e ideais da revolução, seus integrantes se colocavam contra ‘os impostos exorbitantes, desonestidade administrativa, falta de justiça, mentira do voto, amordaçamento da imprensa, perseguições políticas, desrespeito à autonomia dos estados, falta de legislação social, reforma da Constituição sob o estado de sítio’. Nesse mesmo documento reivindicavam ainda: ‘assegurar o regime da Constituição de 24 de fevereiro de [1891]; estabelecer ensino primário gratuito e ensino profissionalizante e técnico em todo o país; assegurar a liberdade de pensamento; unificar a Justiça, colocando-a sob a égide do Supremo Tribunal Federal; unificar o regime eleitoral e estabelecer o voto secreto e obrigatório; unificar o fisco; assegurar a liberdade municipal; castigar os defraudadores do patrimônio do povo; acabar com a anomalia de um tesouro público endividado, enquanto os políticos profissionais enriquecem; rigorosa economia dos dinheiros públicos e auxílio eficiente às forças econômicas do país.

O discurso acima reflete os ideais de um militante conhecedor dos problemas de um país que ainda não conseguiu livrar-se de todos os problemas apontados por ele no período de 1929. Seria então Prestes um revolucionário tão atual para sugerir apontamentos para os dias de hoje ou seria um país que ainda não se desenvolveu na sua ínfima essência, a ponto de transformar nas raízes a história de injustiça de um país chamado Brasil?

Mas, enfim, a revolução denominada na história de “revolução de 30” não permitiu que Júlio Prestes, o candidato da situação, tomasse posse e portanto, esse “movimento autoproclamado revolucionário” conduziu Getúlio Vargas ao poder, onde se manteve durante muitos anos, característica essa de um governo altamente ditatorial que outorgou a constituição em 1932, que visava os seus próprios interesses políticos e também de seus aliados.

Mas, então, qual a relação desse contexto histórico pequeno e inicial com o ensino de matemática proposto por Trajano? Visto que a sua maior produção se deu na época do segundo reinado, quando D. Pedro II exercia ainda seu mandato? Quais as características desse “professor de D. Pedro II e da escola militar”? A nossa intenção é tratar sobre essas questões nos parágrafos abaixo. Começamos a compreender a aceitação do livro, em larga escala, nas escolas do Brasil, embora nenhuma das suas obras fossem adotadas pelas escolas consideradas de elite, como o Colégio D. Pedro II.

b) O autor, sua história e obras

Sabe-se que Antonio Bandeira Trajano nasceu em Portugal no ano de 1843, e veio para o Brasil em 1859, onde presidiu o Supremo Concílio da Igreja Presbiteriana. A partir das leituras constatamos que, por volta do século XIX e início do século XX, o professor Antonio Trajano chegou ao Brasil e foi acolhido por religiosos de origem americana que acreditavam que a educação tivesse de apresentar alguma utilidade prática para ser valorizada. Trajano apresentou, por meio de suas produções, forte influência do filósofo John Dewey (1859-1952), que é considerado um dos maiores pedagogos americanos, e entende a função da escola como socializadora a partir do momento em que ela desenvolve hábitos e oferece aos estudantes atividades que tenham alguma relação prática com a vida.

Por meio das situações-problema concretas, John Dewey valoriza as atividades práticas, propondo o trabalho em equipe e a divisão das tarefas a serem desenvolvidas. Para ele, dessa forma, os alunos desenvolverão a autonomia e o senso crítico, sendo capazes de questionar o ensino tradicional por ele criticado. O que nos chama a atenção na produção do professor Trajano é que a quantidade de edições faz dela uma literatura de massa, elogiada por grandes personagens, como trataremos logo mais abaixo.

c) O autor e a edição 108^a, de 1935

A nossa análise foi sobre um fragmento da obra que corresponde à edição número 108^a do ano de 1935, intitulada *Arithmetica Elementar Illustrada* e “aprovada e adaptada unanimemente pelo Conselho Superior de Instrução da Capital Federal para uso dos alunos das escolas públicas”.

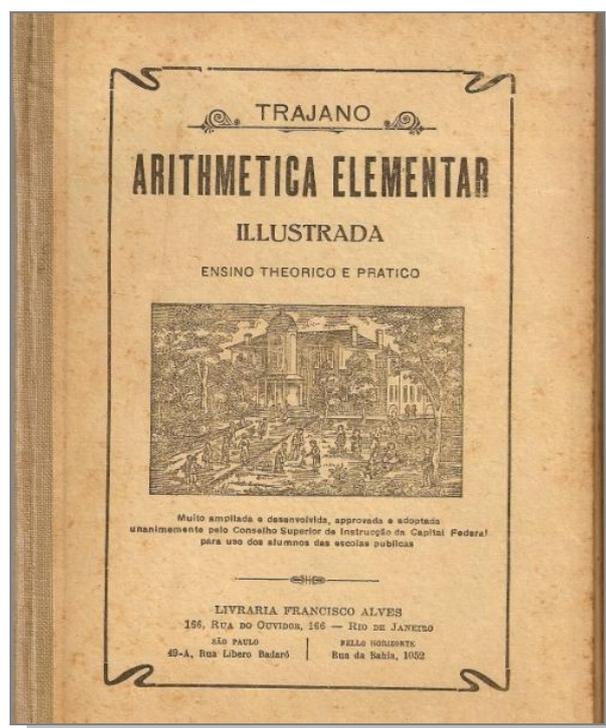


Figura 11 - Capa da 108^a edição de *Arithmetica Elementar Illustrada*, de Antonio Bandeira Trajano (1935)

O título destaca que a obra é ilustrada e que possui um ensino *theórico e prático*. A ilustração da capa apresenta muitas crianças num ambiente aberto, realizando, em grupos e também individualmente, atividades variadas, como pular

corda, colher flores, jogar bambolê, conversar, dentre outras. Embora as ilustrações não estejam associadas às atividades contidas no livro, em nossa opinião elas representam características de modernidade. O título apresenta uma ideologia pragmática, já difundida nesse período o que justifica, em grande parte, o motivo pelo qual o livro foi demasiadamente utilizado em nosso país.

Esse nosso entendimento foi claramente evidenciado com o comentário de Ferdinand Boeschenslein, diretor da Escola Ypiranga na época, sobre a Aritmética Progressiva, mas que evidencia a metodologia do professor Trajano:

[...] o systema de ensino de arithmética entre nós, systema que obriga os estudantes a decorarem extensos compêndios, que elles não podem compreender.

Apprendem (decór) regras que logo esquecem, sem jamais apprenderem a applicar as mesmas regras aos usos e misteres da vida pratica. É o mesmo que querer aprender o táctico militar ou a jogar xadrez somente pela theoria. Um dos principais fins desta sciencia e acostumar o espírito de estudantes a raciocinar, fortalecendo assim suas capacidades intellectuaes ficam totalmente perdida.

Faz-se aos alunos verdadeiros autômatos, impossibilitando-os de pensar e analysar. Em nosso collegio temos sempre seguido os methodos usados em outros paizes, onde melhor se reconhece a immensa importância desta sciencia não só para formar promptos calculadores, mas também homens pensadores.

Ao approximara-se os exames porem somos obrigados a pormenores dos alumnos o compendio aqui empregados, e isso fazemos com bastante repugnância e pezar, porque a practica nos tem demonstrado e nos mostra ainda o quanto vale.

É a morte a capacidade de raciocínio, porque sei quantos moços fazem exames com approvação e não são capparezes de resolver um problema da practica da vida (SANTOS apud JORNAL A PROVÍNCIA DE SÃO PAULO, 1879)

Embora esse comentário seja datado de 1879, consideramos atual para os dias de hoje, o que nos faz compreender que a necessidade de uma metodologia diferenciada e associada às atividades do dia a dia era também uma preocupação dos educadores da época que se satisfizeram com o compêndio produzido pelo professor Antonio Trajano.

Em seguida, apresentamos textos que justificam, por meio de alguns pareceres, a adoção da obra pelo “Conselho Superior de instrução da Capital Federal para uso dos alunos das escolas primárias”. Destacamos aqui o texto escrito pelo professor Alberto Gracier que emitiu o seu juízo sobre ele:

Li a Aritmética Elementar do Sr Antonio Trajano, e tenho prazer em poder declarar que ela é uma das melhores, se não a melhor de todas as que conheço destinadas á instrução da infância”. Tal foi o parecer do ilustre professor de saudosa memória, Dr Benjamin Constant, sobre o livro a que se refere este requerimento. Só me resta, pois, subscrever o parecer daquele

ilustre mestre e recomendar o livro para uso das escolas públicas desta capital. Em 20 de agosto de 1907.

Outra referência sobre o livro *Arithmetica Elementar* foi do professor engenheiro militar Benjamim Constant Botelho de Magalhães, no ano de 1907:

[...] auctoridade da maior competência desta matéria, começou com o seguinte modo o seu respeitável parecer: ‘Li a Aritmetica Elementar do Sr. Antonio Trajano, e tenho prazer em poder declarar que é Ella uma das melhores, se não a melhor de todas as que conheço destinadas á instrução da infância’.

O status de importância ocupado pelo professor Benjamim, adepto do positivismo e Ministro da Guerra e também Ministro da instrução pública, contribuiu abundantemente para a disseminação da obra, o que fez dela um *best seller*.

Outro aspecto que, para nós, também justifica o número exacerbado de edições, está relacionado à má qualidade dos compêndios existentes ou a sua própria inexistência. Queremos dizer que nesse período de final de século XIX não havia produções e nem compêndios que auxiliassem os professores e também os estudantes no entendimento ou na compreensão do que precisavam estudar. Portanto, era uma prática muito comum os próprios professores escreverem com muita dedicação os manuais que utilizavam com seus estudantes em sala de aula, como afirma o 1º artigo publicado pelo jornal “A Província de São Paulo”, datado de 8 de fevereiro de 1879:

Entre nos, seja-nos permitido dizer com franquesa, não há compêndios que auxiliem o mestre e o discípulo no estudo dos números em suas varias multiplicadas operações. [...] A carência de uma colleção de regras claras e concisas, exemplificadas em repetidas operações, tem levado alguns professores a organizarem compendios para uso dos seus discípulos, outro porem, contentam-se em mandar escrever problemas, que nem sempre são os mais propios para creanças (SANTOS apud JORNAL A PROVÍNCIA DE SÃO PAULO, 1879)

Para nós, esse depoimento, se assim podemos chamar, reforça e também justifica a adoção do livro em várias instituições daquela época. Procuramos no próprio livro um trecho que pudesse ilustrar o artigo encontrado no jornal de 1879, e selecionamos uma informação da página 118, que hoje os PCN declaram como atividade contextualizada, porque oferece recurso e situações de vida prática ou cotidiana. Destacamos essa situação denominada por Trajano de “Cambio sobre Estados Unidos”, na figura 12 a seguir.

— 118 —

Cambio sobre os Estados Unidos

208. O cambio sobre os Estados Unidos opera-se do mesmo modo que o cambio sobre a França.

A unidade monetaria dos Estados Unidos é o dollar, que se divide em 100 cents. A palavra dollar pronuncia-se *dóllar*, e o plural é *dóllares*.

As grandes fortunas são avaliadas em milhares ou milhões de dollars, como duzentos mil dollars, tres milhões de dollars, etc.

O dollar está avaliado em 1830 da nossa moeda com o cambio ao par. Para reduzirmos qualquer numero de dollars a moeda brasileira ou vice-versa, seguiremos o mesmo processo que fizemos com o franco.

Problema. Em quanto importam 250 dollars ao cambio de 1830?

Solução. Sendo o valor de um dollar 1830 réis, multiplica-se este valor pelo numero de dollars, que é 250, e o producto dá o seu importe, que é 457500.

Para se reduzir a nossa moeda a dollars, divide-se a nossa moeda pelo valor de um dollar.

1. Em quanto importam 330 dollars, ao cambio de 2900?
Resp. 957\$.

2. Reduzir 457500 a dollars, ao cambio de 1830 Resp. ?

1830
250

457500

915
366

457500

Nota. Para mais amplo conhecimento do cambio, vêde a nossa Arithmetica Progressiva.




Figura 12 - Trecho do Livro Arithmética Elementar Ilustrada - Contextualização do Ensino
Fonte: Trajano (1935, p. 118)

Na obra analisada, a de número 108^a, como já foi citado anteriormente, o professor Trajano apresenta os problemas aritméticos, por meio de uma série de lições graduadas, que devem ser resolvidas. Segundo ele, através da solução analítica, isto significa que, para resolver tais problemas, é preciso fazer uso do raciocínio, sem a utilização de uma técnica que evidencie, com clareza, a regra a ser utilizada (solução sintética). Todas as lições trazem inicialmente um problema solucionado pelo autor com uma análise, onde o estudante resolverá os demais problemas que, segundo ele, são da mesma natureza. Abaixo, destacamos o texto em que o autor faz essa explicação (Figura 13).



Figura 13 - Trecho do Livro Arithmetica Elementar Illustrada - sobre Solução Sintética e Analítica

Fonte: Trajano (1935, p. 122)

Selecionamos um desses problemas para exemplificar tal afirmação (Trajano, p. 124):

4ª Lição

22. Dividir 35 pêssegos por dois meninos, de sorte que um receba mais 9 de que o outro.

Análise: Subtraindo 9 de 35, restam $35 - 9 = 26$, que é a soma de dois números iguais. Dividindo 26 por 2, temos 13. Então um número é 13, e o outro $13 + 9 = 22$. Verificação: $13 + 22 = 35$

Mas se resolvido através da solução sintética, a resposta ao problema se apresentaria do seguinte modo:

$$\mathbf{A = b + C}$$

$$\mathbf{D = b - C}$$

$$\mathbf{A + D = 2b}$$

$$\mathbf{b = \frac{A - B}{2}}$$

Para que possamos compreender a influência da obra de Trajano nas instituições escolares, recorreremos à Reforma Couto Ferraz (1854) e à Reforma Leôncio de Carvalho (1879), porque entendemos que alguns aspectos das duas reformas influenciaram sobremaneira na conjuntura do livro didático da época. Sabe-se que a obra do professor Trajano foi premiada no ano de 1883, isto significa 29 anos após ser decretada a lei 1331-A da reforma Couto Ferraz e 4 anos após a Reforma Leôncio de Carvalho.

Em 1854, coube ao ministro do império Luiz Pedreira Couto Ferraz a tarefa de decretar, através do número 1331-A, de 17 de fevereiro, o regulamento que

aprovaria a reforma do Ensino Primário e Secundário do município da corte. Tal documento era composto por cinco títulos, onde cada um deles tratava de assuntos relacionados à inspeção dos estabelecimentos públicos e particulares de instrução primária e secundária; a instrução pública secundária, do ensino particular primário e secundário e por último das faltas dos diretores de estabelecimento públicos e particulares (SAVIANI, 2006, p. 18-19).

No capítulo III, artigo 56 lê-se:

Nas escolas públicas só podem ser admitidos os livros autorizados competentemente. São garantidos prêmios aos professores que compuserem compêndios ou obras pra uso das escolas, ou os que traduzirem melhor os publicados em língua estrangeira, depois de serem adotados pelo Governo, segundo as disposições do artigo 3 do inciso 4.

Já em 1879, o ministro Leôncio de Carvalho decreta a “Reforma Geral do Ensino”, que trazia como grande objetivo, dentre outros, a oficialização do método de ensino intuitivo ou lição de coisas que tinha o intuito de minimizar a ineficiência que o ensino brasileiro apresentava numa época de grandes transformações sociais e também políticas. E esse foi exatamente o ano em que foi lançada a 1ª edição do livro do Sr Trajano: “Arithmetica Elementar”. Entre as determinações da reforma Leôncio Carvalho estava a oficialização do chamado método de ensino intuitivo, considerado estratégico para modernizar as velhas práticas de ensino características das vertentes pedagógicas tradicionais, marcadas pelo exercício da cópia, da repetição e da memorização. Nesse sentido, para estar em sintonia com esse ideal metodológico, os livros didáticos deveriam conter abordagens metodológicas diferentes que pudessem superar a visão instituída pelas vulgatas tradicionais. Mais precisamente o quarto artigo do decreto previa para o currículo das escolas primárias elementares a existência de uma disciplina denominada noções de cousas, expressão usada na época para identificar o método de intuitivo. Ao definir o currículo previsto na formação de professores primários nas escolas normais, o artigo nono traz uma outra referência ao método intuitivo, prevendo a existência da disciplina “Prática de ensino intuitivo e lições de cousas”. Em outras palavras, a orientação pedagógica da época do lançamento da obra de Antonio Trajano consistia em aplicar o método intuitivo no ensino primário. O desafio era contemplar essa orientação em sintonia com a especificidade dos conteúdos previstos para o ensino da Aritmética (MARANHÃO; PAIS, 2009).

As situações apresentadas por Trajano em seu livro didático evidenciam tal influência por meio de problemas, nomeados por ele de “Análise Aritmética”, e apresentam situações da vida cotidiana, como a compra de mantimentos, a construção de muros, o cálculo com salários e o atendimento aos pobres mais necessitados. Isso evidencia a interferência de uma ideologia americana caracterizada pela Escola Nova que começou, nesse período, a influenciar com força a educação brasileira.

Para Chervel (1990), a construção de uma disciplina escolar ocorre, dentre outros aspectos, através das práticas docentes desenvolvidas em aula, das grandes finalidades que a constituem e da aculturação de massa por essa disciplina determinada. Diante dessa afirmação, entendemos que a prática pedagógica desenvolvida em sala de aula pelo professor, a partir das situações-problema que Trajano propõe em seu livro didático, influencia, de modo determinante, na formação do indivíduo, a ponto de, como afirma Chervel, penetrar, moldar ou até mesmo modificar a cultura da sociedade global.

Nessa perspectiva, a matemática para Trajano não se apresenta somente como uma listagem de conteúdos soltos e aleatórios. Há um critério de organização e de seleção que os constituem “pela escola, na escola, e para a escola” (CHERVEL, 1990, p. 181). Para Chervel, as grandes finalidades educacionais que constituem uma disciplina escolar, como a matemática apresenta-se de modo implícito, cabendo uma investigação histórica onde podemos elucidar a vulgata por ela apresentada, bem como as finalidades que a constituem.

4.2 Análise das produções discentes

Neste item apresentamos a análise das produções das estudantes dos cursos de pedagogia, coletadas durante os 5 (cinco) encontros que chamamos de sessões de atividades, que foram realizadas em duas instituições diferentes, onde atuamos como professores. A descrição da análise está composta pela apresentação dos objetivos das atividades e descrita a partir da teoria por nós adotada, a TAD. Ao selecionar as duas instituições, tivemos a única pretensão de ampliar as possibilidades de informações e produções para a nossa pesquisa. Não houve nenhuma intenção de estabelecer comparações entre os dados ou informações obtidas.

No contexto desta dissertação, vamos considerar apenas um tipo de tarefa, definido por nós a partir de uma sistematização que está sendo proposta nos PCN, e também em livros didáticos destinados às séries iniciais do Ensino Fundamental. Essa consideração é devido ao nosso entendimento a respeito da resolução de problemas como gênero de tarefa. Como já foi explicitado anteriormente, Chevallard (1999) afirma ser este um gênero por se realizar durante todos os segmentos da escolarização, desde a educação infantil até o mais elevado status de escolaridade se resolvem situações-problema.

Dessa maneira, consideramos aqui um único tipo de tarefa: o de resolver um problema que envolva apenas as operações de divisão estudadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Em seguida, apresentamos as produções das tarefas que desenvolvemos com as estudantes de cursos de pedagogia em sessões de atividades.

4.3.1 Sessão de atividade I - Em 1935 era assim

Essa sessão de atividade foi assim denominada porque levamos para as estudantes um problema retirado do livro didático de Antonio Bandeira Trajano, editado em 1935. Como já foi citada anteriormente, nesse dia a nossa intenção foi promover um contato das estudantes com um problema, de um autor, no caso Antonio Trajano, que oferece uma importante contribuição para a educação; e também oferecer condições para que as alunas produzissem técnicas matemáticas e didáticas a fim de fornecer dados para a pesquisa. A tarefa que selecionamos para esse dia foi a seguinte:

1. Quais são os juros de R\$ 800,00 a 4 por cento ao ano durante 5 anos?

Vejam como Trajano (autor) descreve a resolução de problema:

4 por cento são $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$. Ora $\frac{1}{25}$ de 800,00 é $\frac{1}{25} \times 800,00 = 32,00$ que

são os juros de 1 ano; os juros de 5 anos são $32,00 \times 5 = 160,00$.

2. É possível compreender essa descrição? Vocês encontraram alguma dificuldade? Quais?

3. A partir do modo de como o autor ensinou, resolvam os problemas abaixo e depois expliquem, da melhor maneira possível, como vocês encontram as respostas. Achar os juros de R\$ 500,00 a 8 por cento ao ano, em 9 anos.

Comprei 12 sacos de feijão por Cr\$ 600,00. Por quanto os devo vender para ganhar 30 por cento?

Achar os juros de R\$ 250,00 a 4 por cento ao ano em 6 anos.

As estudantes explicitaram opiniões variadas, que seguem no quadro 3 a seguir.

É possível compreender a descrição de Trajano?	
Sim Resolveram a tarefa proposta corretamente	<p>FAZEM OBJEÇÕES QUANTO À LINGUAGEM UTILIZADA PELO AUTOR</p> <p>– Conflito de Linguagem (categoria 1)</p> <p>As acadêmicas: Carla, Helena e Maria declaram que a descrição do autor é muito complexa e por isso não conseguem compreender o exercício. Solucionam as soluções-problema corretamente, mas utilizam uma praxeologia diferente da que Trajano propôs.</p> <p>– Praxeologia Compreensível (categoria 2)</p> <p>Débora e Laís são acadêmicas que afirmam compreender a praxeologia de Trajano, embora a considere complexa, uma delas sugere a participação de um educador para auxiliar os estudantes no entendimento dos problemas. Ainda assim, as duas resolvem os problemas, utilizando a praxeologia de Trajano e obtêm 100% de acertos.</p> <p>– Consciência para os pré-requisitos (categoria 3)</p> <p>Giane explica qual é a objeção ao destacar que para compreender a maneira proposta por Trajano é preciso entender conteúdos anteriores, tais como a multiplicação de fração e a simplificação de frações. Nesse aspecto, encontramos a consciência explícita da acadêmica Giane, participante da pesquisa, no que se refere a um dos aspectos característicos da vulgata escolar que é a existência de uma sequência definida no estudo dos conteúdos escolares, tal como ressalta Chervel (1990, p.203). Gostaríamos de ressaltar que no caso particular da matemática a exigência de seguir uma sequência rígida parece ser mais intensa do que outras disciplinas. Fato este que é destacado pela futura professora, estudante de pedagogia, ao expressar seu ponto de vista sobre a maneira com o Antonio Bandeira Trajano propõe a resolução de problemas.</p>
	<p>NÃO FAZEM OBJEÇÕES QUANTO À LINGUAGEM UTILIZADA PELO AUTOR</p> <p>Conflito de Linguagem (categoria 1)</p> <p>A estudante Jamile declarou que não encontrou dificuldades para compreender a praxeologia proposta por Trajano e por isso não faz nenhuma objeção. Ao analisar as respostas dadas aos problemas propostos constatamos que ela os solucionou corretamente, utilizando uma praxeologia diferente daquela proposta por Antonio Trajano.</p>
Não Resolveram a tarefa proposta corretamente	<p>FAZEM OBJEÇÕES QUANTO À LINGUAGEM UTILIZADA PELO AUTOR</p> <p>– Dificuldades com os pré-requisitos (categoria 4)</p> <p>As acadêmicas Ana, Bárbara, Elina, Flávia afirmam compreender a descrição da praxeologia proposta por Antonio Trajano, mas ao aplicá-la encontraram dificuldades e não conseguem resolver os problemas propostos.</p>
	<p>NÃO FAZEM OBJEÇÕES QUANTO À LINGUAGEM UTILIZADA PELO AUTOR</p> <p>– Dificuldades com os pré-requisitos (categoria 4)</p> <p>Irene revela que compreendeu o método proposto por Trajano, isto é, afirma dominar a sequência dos passos a serem seguidos para resolver o problema. Porém, ao analisarmos as respostas dos problemas propostos, constatamos que a participante da pesquisa não conseguiu obter a solução correta por cometer erros básicos relacionados à simplificação de fração.</p>

Quadro 3 - Opinião das estudantes sobre a linguagem utilizada pelo autor na elaboração de uma resolução problema, sendo que todas realizaram corretamente a tarefa proposta - atividade realizada durante a sessão de atividade I.

Reunimos todas as expressões acima das estudantes do curso de pedagogia, suas observações, relatos e a resolução dos problemas propostos. Constatamos a possibilidade de organizar esses registros em quatro categorias temáticas, onde utilizamos como critério os aspectos em comum que apresentavam. São eles: conflito de linguagem, praxeologia compreensível, consciência quanto à necessidade para os pré-requisitos e, por último, as dificuldades para os pré-requisitos. Nos próximos parágrafos descrevemos cada uma delas.

4.3.1.1 Categoria temática I - Conflito de linguagem

Estamos denominando de categoria “conflito de linguagem” ao conjunto de procedimentos e argumentos expressos pelos sujeitos participantes da pesquisa, que deixam transparecer uma inadequação da linguagem proposta por Trajano em relação à compreensão das acadêmicas da Pedagogia.

Nesta categoria, nós incluímos os casos em que as estudantes conseguem resolver corretamente os problemas propostos, mas declaram que a linguagem do autor é muito complexa e por isso não conseguem compreender a praxeologia proposta por ele para resolver problemas. Para exemplificar a definição acima, destacamos a seguinte frase, que foi expressa por uma estudante:

A descrição do problema apresenta complexidade, fica difícil compreender o exercício. Principalmente para pessoas que não possuem domínio com conteúdo matemático (Carla)⁵.

Em função do referencial que adotamos, entendemos tratar-se da variação de um componente da vulgata em função da linguagem adotada na época de Trajano e da linguagem usada pelas acadêmicas para resolver corretamente os problemas.

Certamente a vulgata na qual Antonio Trajano estava inserido não é a mesma dos dias de hoje, pois como revelam os casos incluídos nessa categoria, a linguagem se constitui num elemento diferencial.

Mesmo que a vulgata não seja a mesma, ressaltamos que pelo menos uma parte dela permanece inalterada, no que diz respeito à presença da resolução de problema, como um dos recursos valorizados naqueles tempos e nos dias de hoje.

⁵ Todos os nomes das estudantes utilizados na dissertação são fictícios.

Além da preservação dos problemas como um dos componentes da vulgata, destacamos, também, a posição que esse tipo particular de matemática normalmente ocupa na sequência dos conteúdos previstos. Ora, na linha do ensino tradicional, primeiro se realiza um estudo teórico para, em seguida, propor a resolução de certo número de problemas, nesse sentido, no livro de aritmética de Antonio Trajano os problemas são propostos nas últimas quinze páginas, como se fosse uma grande síntese dos estudos de aritmética realizados no nível do primário.

4.3.1.2 Categoria Temática II - Praxeologia compreensível

Nesta categoria, nós incluímos as respostas fornecidas pelas estudantes que, mesmo fazendo algumas objeções quanto à maneira de o autor apresentar sua técnica, conseguem compreender e aplicar as práticas pedagógicas. Como exemplo, destacamos a seguinte resposta:

É possível compreender as explicações de Trajano sim, porém tive dificuldade com a simplificação da fração, já que em porcentagem meus professores sempre faziam uso de regra de três, mas é claro que com raciocínio lógico pode-se compreender a resolução dada por Trajano (Laís).

Como vimos no caso anterior, mesmo que a linguagem da vulgata contida na *Arithmetica Elementar Illustrada* não seja a mesma dos nossos dias, casos inclusos nessa categoria comprovam que a técnica proposta pelo autor é compreensível apenas através da leitura direta do texto, uma vez que não foram fornecidas explicações verbais sobre a técnica empregada para resolver os problemas.

Nesse ponto, somos levados a reconhecer um aspecto importante do texto didático de Antonio Trajano, no que diz respeito ao zelo pela descrição das técnicas. Conforme observa Chervel (1990), o papel do livro didático em função da especificidade das ciências de referência.

Ao aplicar essa ideia no ensino da matemática, entendemos que a característica formal do saber matemático, geralmente presente nas práticas escolares, influencia sobremaneira numa valorização diferenciada do livro didático no caso dessa disciplina. Assim, no caso do texto de Antonio Trajano, diante do que percebemos na categoria (2) analisada, podemos afirmar que existe uma descrição

bem sistematizada que se revelou compreensível para as acadêmicas participantes da pesquisa.

Outro aspecto da linguagem usada por Antonio Trajano é a articulação entre o registro da língua materna e o registro em símbolos aritméticos. Essa articulação aparece com clareza quando ele descreve a resolução de problemas.

Segundo o nosso entendimento, quanto mais articulados forem os diferentes registros de linguagem, maiores serão as condições para o aluno compreender o que está proposto no texto.

Ainda quanto a esse aspecto, ressaltamos que uma das orientações atuais dos PCN é exatamente essa diversificação da linguagem para que possam ocorrer as articulações acima mencionadas.

4.3.1.3 Categoria temática III - Consciência para os pré-requisitos

A intenção de definir a categoria dos pré-requisitos no estudo da matemática decorre da existência de um grupo de acadêmicas que, ao interpretarem o texto proposto por Trajano, compreendem corretamente as praxeologias propostas e, além disso, conseguem perceber e explicitar os pré-requisitos necessários para resolver os problemas. Para exemplificar, destacamos a seguinte frase:

Sim, é possível compreender desde que a pessoa saiba fazer multiplicação de frações e entenda que $\frac{4}{100}$ é a mesma coisa que $\frac{1}{25}$ porque a fração foi simplificada (Giane).

A aluna explica qual é a objeção ao destacar que, para compreender a maneira proposta por Trajano, é preciso entender conteúdos anteriores, tais como a multiplicação de fração e a simplificação de frações. Nesse aspecto, encontramos a consciência explícita da acadêmica, participante da pesquisa, no que se refere a um dos aspectos característicos da vulgata escolar, que é a existência de uma sequência definida no estudo dos conteúdos escolares, tal como resalta, Chervel (1990). Gostaríamos de ressaltar que, no caso particular da matemática, a exigência de seguir uma sequência rígida parece ser mais intensa do que outras disciplinas.

Fato este que é destacado pela futura professora, estudante de pedagogia, ao expressar seu ponto de vista sobre a maneira com Antonio Bandeira Trajano propõe a resolução de problema.

4.3.1.4 Categoria temática IV - Dificuldades com os pré-requisitos

Definimos essa categoria para colocar em evidência a existência de um grupo de acadêmicas que, mesmo afirmando ser possível compreender a explanação feita pelo autor, revelam, pelas suas práticas, problemas de falta de pré-requisitos relacionados ao domínio dos conteúdos necessários para resolver os problemas, tais como as operações com as frações e a própria tabuada. Destacamos as frases abaixo, pois entendemos que elas exemplificam tal explicação.

É possível compreender essa descrição. A única dificuldade (se pode dizer assim) é que faltou o detalhamento passo a passo de como solucionou o problema (Elaine e Paula).

Sim é possível, mas pra mim que não tive uma base muito boa sobre porcentagem fica meio difícil resolver os seguintes problemas (Fabrícia e Lia).

As acadêmicas revelam que compreenderam a proposta de Trajano, isto é, afirmam dominar a sequência dos passos a serem seguidos para resolver o problema. Porém, ao analisarmos as respostas dos problemas propostos, constatamos que as participantes da pesquisa não conseguem obter a solução correta por cometer erros básicos relacionados à simplificação de fração.

Ao contrário do caso anterior, as estudantes de pedagogia demonstram não ter consciência da existência de uma sequência de conteúdos que necessita ser seguida para a compreensão dos conteúdos matemáticos a serem abordados.

Constatamos que o livro *Arithmetica Elementar Illustrada*, de Antonio Bandeira Trajano é uma fonte de pesquisa que oferece muitos subsídios para efetuar uma pesquisa, porque trata de dados e informações pertinentes à História da Educação Matemática e também sobre a História das Disciplinas Escolares.

Nesse momento, entendemos que as situações-problema propostas por Trajano no livro que analisamos não são praxeologias adequadas para os dias de hoje, assim como foi constatado com as estudantes do curso de Pedagogia.

Ainda assim, consideramos importante destacar alguns aspectos como: a existência da vulgata sobre resolução de problemas e a existência de uma preocupação praxeológica didática, que é demonstrada pelo autor ao optar pela utilização do método analítico o que, em nossa opinião, traduz uma preocupação com o processo de ensino e aprendizagem.

4.3.2 Sessão de atividade II - Um problema para pensar

Esta sessão de atividade, ocorrida no dia 10 de novembro de 2008, teve como objetivo coletar diferentes procedimentos e opiniões variadas a respeito da tarefa proposta e que foi adaptada da coleção de matemática denominada “Pensar e Viver”, das autoras Selma Tavares, Ana Maria Bueno e Antonieta Moreira Leite (2006). A tarefa foi a seguinte:

Quero guardar 102 latas de refrigerante. Em cada caixa cabe 1 dúzia de latas. Quantas caixas são necessárias?

Demonstrem outra maneira de resolver esse problema:

Qual é a opinião de vocês a respeito da linguagem utilizada pelo autor ao redigir o texto? Dêem outra sugestão para melhorar a qualidade do texto.

Ela foi proposta para 24 (vinte e quatro) acadêmicas do curso de pedagogia, também de uma instituição pública, que foram levadas a trabalhar em pares. Portanto, temos como resultado a análise de 12 (doze) atividades organizadas em duplas, conforme quadro 4 a seguir.

Nome das Duplas	Algoritmo da divisão t_1	Regra de Três t_2	Agrupamentos t_3
Ana e Thaís	X	X	
Beatriz e Daniela	X	X	
Carla e Cintia	X		X
Débora e Teodora	X		X
Elaine e Paula	X	X	X
Fabírcia e Lia	X		X
Giane e Luciana	X	X	X
Helena e Keila	X		X
Izabela e Sonia	X		
Jamile e Maria	X	X	
Kátia e Sofia	X		
Laís e Melina	X		
TOTAL	12	05	06

Quadro 4 - Respostas das técnicas matemáticas utilizadas pelas duplas - sessão de atividade II.

Nesse momento do estudo, quando as estudantes possivelmente tiveram o primeiro encontro, ou um reencontro, com o problema que propusemos, demonstraram uma aflição e emitiram alguns comentários a respeito dele e também sobre a proposta de trabalho, destacamos alguns:

Nossa, esse problema é muito difícil!! (Carla)

Ai gente, eu não gosto de resolver problemas (Maria).

Esse problema “tá” legal porque não tem muito detalhe para escrever (Sofia).

Gostei desse, é “facinho”!! (Ana).

Os comentários acima nos fazem refletir a respeito dos sentimentos que essas estudantes têm a respeito da matemática. Ao ouvir esses argumentos e observar as práticas matemáticas demonstradas por essas estudantes, temos a pretensão de revelar as experiências que foram vivenciadas por elas na educação infantil, no ensino fundamental e também no ensino médio, denunciando, de certo modo, como os estudantes das séries iniciais se relacionam, hoje, com a matemática.

Entendemos que ao discutir e também revelar os seus sentimentos em relação à matemática, as estudantes têm a oportunidade de refletir sobre suas práticas atuais e, assim, modificá-las, quando necessário.

Ressaltamos que um dos objetivos da nossa pesquisa é desvelar as práticas matemáticas dos estudantes de pedagogia em relação à resolução de problemas, mas entendemos que as práticas discursivas em relação à matemática também se revelaram a cada encontro, a cada sessão.

Para realizar a tarefa proposta, cada dupla apresentou técnicas matemáticas variadas. Observamos que para a resolução do problema surgiram três técnicas matemáticas diferentes, que foram denominadas por nós de: o algoritmo da divisão, a utilização da regra de três e agrupamento. A seguir apresentamos cada organização praxeológica.

4.3.2.1 Organização praxeológica - O algoritmo da divisão

O algoritmo da divisão foi a técnica matemática encontrada em maior quantidade para solucionar o problema proposto. As doze duplas utilizaram como técnica matemática o algoritmo da divisão para realizar a tarefa. Essa técnica consiste

em dividir grandezas que aparecem no problema em partes iguais, para a busca da resposta que ele provoca.

As estudantes Fabrícia e Lia apresentam a produção indicada abaixo que, por certo lado, poderia, até mesmo, estar relacionada à técnica de uso da regra de

três, que o registro indica $\begin{matrix} x & \text{---} & 120 \\ 1 & \text{---} & 12 \end{matrix}$.

102 latas
1 dúzia = 12 ; Portanto: $\begin{array}{r} 102 \overline{) 12} \\ \underline{96} \\ 060 \\ \underline{60} \\ 00 \end{array}$ 8,5

total; 9 caixas sendo que uma ficará incompleta, contendo seis unidades (meia dúzia);

Figura 14 - Técnica matemática produzida pelas acadêmicas Fabrícia e Lia

As estudantes Giane e Luciana utilizaram o algoritmo da divisão pelo processo longo para realizar a tarefa, avaliaram a técnica através da multiplicação e consideraram como resposta 8,5 (oito e meio). Tratando-se das condições solicitadas no problema, a pergunta era referente à quantidade de caixas necessárias para guardar as latas. Assim, questionamos se há possibilidade de selecionar 8 caixas e meia para guardar as latas de refrigerante.

$\begin{array}{r} 102 \overline{) 12} \\ \underline{96} \\ 060 \\ \underline{60} \\ 00 \end{array}$ 8,5

$\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$ $\begin{array}{r} 12 \\ \times 5 \\ \hline 60 \end{array}$

R = 8,5 //

Figura 15 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Giane e Luciana

De modo diferente se deu a resposta das estudantes Débora e Teodora. Embora o resultado da operação tenha sido 8,5, consideraram como resposta a quantidade de 9 (nove) caixas para guardar as latas de refrigerantes.

The image shows a handwritten mathematical calculation and a note. On the left, there is a long division: $102 \div 12$. The student has written $8,5$ as the quotient. The steps are: $102 - 96 = 6$, then $60 - 60 = 0$, and finally $60 - 60 = 0$. To the right of the calculation, there is a handwritten note: "R: Não necessárias 9 casas." (R: Not necessary 9 houses).

Figura 16 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Débora e Teodora

Apresentamos nos exemplos acima reproduzidos o algoritmo da divisão, denominado comumente de “chave” e também pelo processo de resolução denominado de “longo”. A sequência dessa técnica consiste em:

- dividir as dezenas pela unidade e registrar o resultado sob a dezena;
- subtrair da dezena o número obtido;
- transformar o número que foi obtido no segundo passo em uma outra dezena;
- compor um novo número e recomeçar o processo

Ao observar a utilização dessa técnica matemática, constatamos que apresenta elementos que nos fazem entender que ela foi desenvolvida com a utilização de um algoritmo convencional. Isso porque, mesmo tendo a possibilidade de esclarecer, explicar ou justificar, as técnicas matemáticas escolhidas o fizeram, utilizando elementos tradicionais. Assim, afirmamos que encontramos apenas fragmentos de elementos tecnológicos e teóricos, o que ilustra uma simples justificativa, embora tenham feito a operação corretamente.

Nossa observação foi feita a partir do que encontramos na figura de número 13 (treze) quando a dupla, primeiramente, faz um “ensaio” da regra de três, que, por um lado, poderia, até mesmo, estar relacionado a uma técnica de uso da regra de três que o registro indica $\frac{x}{1} = \frac{120}{12}$ em seguida, escrevem a palavra “portanto”, querendo dizer que o algoritmo de divisão realizado justifica a sua ideia inicial.

Não encontramos elementos que comprovem eficazmente o entendimento da sua lógica da técnica matemática, como propõem os PCN:

Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos - exato e aproximado, mental e escrito (BRASIL, 1997, p. 55).

Para nós isso pode ocorrer porque os estudantes aprenderam, no ensino fundamental, a técnica do cálculo escrito como uma regra, com sequência de passos pré-determinados e sem a possibilidade de diversificar nas estratégias de cálculo, o que favorece o entendimento e a compreensão de conceitos matemáticos importantes a serem trabalhados nas séries iniciais.

A apresentação dessa prática pode revelar como foi o ensino de matemática para esses estudantes que, provavelmente, executaram a tarefa proposta apenas fazendo a conta da esquerda para a direita, ao contrário das outras operações.

Os PCN apresentam a proposta de buscar com os estudantes a compreensão lógica da resolução de problemas e o porquê da utilização de determinadas técnicas matemáticas. A compreensão do significado da divisão e a sua utilização numa resolução de problema permitem contribuir com a formação de pessoas que fazem uso do raciocínio, em vez de realizar atividades de modo mecânico.

Em relação à organização didática, observamos os “gestos” das estudantes para que fosse possível identificar os aspectos que revelaram as situações de como fazer o problema que foi proposto.

Dessa forma, identificamos que, no momento em que possivelmente tiveram o primeiro contato ou um reencontro com o tipo de tarefa, as duplas estabeleceram entre elas um diálogo sobre a atividade a ser desenvolvida, depois partiram para a leitura do enunciado para que assim pudessem compreendê-lo e também identificar os dados nele contidos. Em seguida planejaram uma estratégia para solucioná-lo.

Uma das duplas evidenciou a existência de um momento que nós consideramos de avaliação da técnica. Ao analisar as produções dessa dupla, identificamos, inicialmente, a existência de uma “ordem” na realização das contas, as quais, curiosamente, estão dispostas do final da página para o início, conforme comprovado com os números ordinais registrados por elas na figura 17 a seguir.

O trabalho em grupo é uma prática importante que deve ser apropriada pelos futuros e também atuais educadores. Saber ouvir e respeitar as informações dos outros contribui com a aprendizagem, como já citamos anteriormente.

Na utilização dessa técnica matemática, denominada de algoritmo da divisão, as estudantes apresentaram objetos ostensivos variados, como chaves, a representação do símbolo da divisão (\div), setas e também retângulos. Outro registro de linguagem apresentado pelas estudantes está em destaque no exemplo abaixo, que é a utilização do símbolo da divisão: (\div).

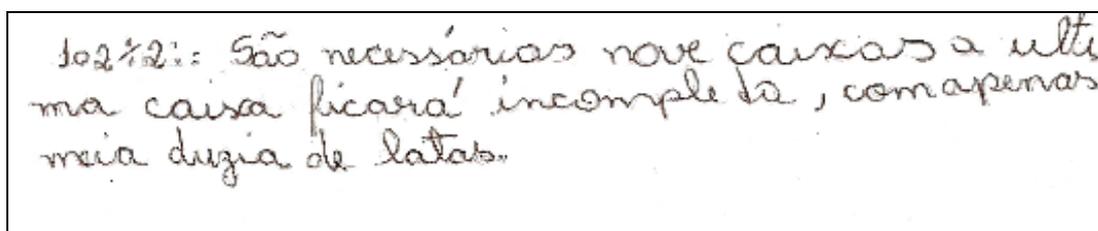


Figura 18 - Técnica matemática produzida pelas estudantes

De acordo com a teoria por nós adotada, a linguagem utilizada precisa ser cuidadosamente analisada, como também é afirmado pelos PCN:

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar estas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando o aluno a 'falar' e a 'escrever' sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados (BRASIL, 1997, p. 19).

Entendemos que a utilização adequada de objetos ostensivos favorece a compreensão das informações que uma resolução de problema apresenta em seu enunciado.

Mariana Bosch (2001) contribui com essa nossa ideia inicial quando esclarece sobre a existência de uma dialética entre o ostensivo e o não-ostensivo. Para a autora, ao entremear esses registros de linguagem, contribui-se para que a aprendizagem realmente se efetive.

Defendemos o princípio que toda atividade supõe uma co-ativação de objetos ostensivos e não-ostensivos. Reciprocamente, do ponto de vista da gênese desses objetos, podemos dizer que os ostensivos e os não-ostensivos emergem em conjunto na práxis humana (BOSCH, 2001)

Não há uma organização hierárquica nessa emersão, os dois elementos são igualmente importantes na constituição da prática humana, em nosso caso na atividade matemática.

4.4 A análise da organização praxeológica da técnica denominada regra de três

Neste parágrafo, apresentamos a análise referente à técnica matemática denominada de regra de três. Ela foi utilizada por 4 (quatro) duplas das 12 (doze) que participaram da parte experimental da nossa pesquisa, que nomeamos de sessão de atividades número 2.

A regra de três consiste em descobrir o valor de X , que, no problema proposto, corresponde ao número de caixas, a partir de outros 3 (três) valores numéricos que conhecemos, nesse caso a quantidade de latas que serão guardadas e também a informação de que em 1 (uma) caixa cabem 12 latas.

Embora o conjunto e a sequência de passos necessários para aplicar a técnica da regra de três sejam iguais, as estudantes variaram na utilização dos objetos ostensivos, algumas simplificaram as frações e outras não. A variação dos objetos ostensivos demonstra que as duplas se preocuparam com a apresentação dos registros de linguagem.

Na matemática, a leitura dos textos, das imagens, das operações, dos diagramas, das tabelas, dos quadros é de suma importância, pois desse modo o estudante das séries iniciais poderá adquirir o domínio da leitura e da escrita e interpretar o que está sendo lido. Os PCN que também foi analisado destaca essa importância:

Falar sobre Matemática, escrever textos sobre conclusões, comunicar resultados, usando ao mesmo tempo elementos da língua materna e alguns símbolos matemáticos, são atividades importantes para que a linguagem matemática não funcione como um código indecifrável para os alunos (BRASIL, 1997, p. 64).

Enfim, essa variedade com os objetos ostensivos favorece a relação do aluno com os conteúdos abordados em sala de aula pelo professor, sendo assim um aspecto que deve ser considerado pelo educador para ser trabalhado em sala de aula.

Para realizar a análise da técnica matemática utilizada pelos estudantes, selecionamos alguns exemplos que, em nossa opinião, melhor ilustram o que será tratado por nós.

Abaixo selecionamos a produção da Elaine e da Paula, futuras professoras, que utilizaram primeiramente a regra de três que teve como resultado 8,5. Em seguida, avaliaram essa técnica, através da divisão que comprovou o mesmo resultado. Porém, como a tarefa pergunta sobre a quantidade de caixas a serem utilizadas, compreendem que 8,5 não é o resultado mais adequado e por isso registram através da escrita o texto que afirma serem necessários 9 (nove) caixas para guardar as latas.

102.
$$\begin{array}{r} 1 \text{ CX} - 12 \\ x - 102 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12x - 102 \\ x - \frac{102}{12} \\ x - 8,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \overline{) 96} \\ \underline{96} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$

R: 8 caixas + $\frac{1}{2}$ de outra.

R: 9 caixas, sendo 8 completas + $\frac{1}{2}$ caixa da nove.

Figura 19 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Elaine e Paula

A seguinte produção é das acadêmicas Jamile e Maria que apresentam, com clareza, a técnica matemática denominada de regra de três. Nesse caso elas consideraram como resposta 8,5 (oito caixas e meia), desconsiderando as sobras das latas de refrigerante.

$$\begin{array}{l} 1 = 12 \\ x = 102 \\ 12x = 102 \\ x = \frac{102}{12} \\ x = 8,5 \text{ caixas} \end{array}$$

Figura 20 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Jamile e Maria

Quando os estudantes de Pedagogia que participaram da pesquisa efetivaram essa diversidade de técnicas matemáticas, e também de elementos

tecnológicos e teóricos, demonstram valorizar a expressão do pensamento dos estudantes, por considerar a variedade de técnicas matemáticas.

Esse exemplo demonstra com bastante clareza o que temos afirmado ao longo da nossa pesquisa: que as organizações didáticas e também matemáticas são fortemente associadas umas às outras e se complementam. Para construir uma organização matemática, utilizou-se técnicas que foram justificadas de uma determinada maneira, recorrendo a uma praxeologia (CHEVALLARD; BOSCH; GÁSCON, 2001).

Os autores fazem essa afirmação em vários pontos de suas obras (de diferentes modos), destacamos abaixo uma dessas afirmações:

[...] certas ‘coisas didáticas’, que servem para estudar problemas e criar nova matemática se transformam, progressivamente, em ‘coisas matemáticas’ e acabam se ‘matematizando’. Que, historicamente, é produzida uma certa ‘matematização’ do didático (CHEVALLARD, BOSCH; GÁSCON, 2001, p. 255).

Podemos, ainda, enfatizar outros aspectos da praxeologia, como os elementos tecnológico-teóricos. A partir das leituras que realizamos e também das conversas obtidas com as acadêmicas que participaram da nossa pesquisa, constatamos que a regra de três é uma ferramenta utilizada para trabalhar grandezas e proporções. Porém, ao analisar as praxeologias adotadas por elas nesse caso, verificamos que quando o professor, ou outros atores que fazem parte de uma determinada praxeologia, incentivam a utilização de técnicas variadas, os estudantes têm a oportunidade de fazer uso dela, ainda que a técnica não tenha sido institucionalizada.

Queremos dizer que a regra de três pode ser adotada nas séries iniciais pelos estudantes como uma estratégia ou procedimento para se chegar ao registro das técnicas usuais. Há uma diversificação ao propor a série para institucionalizar a regra de três. Alguns autores propõem no sexto ano e outros no sétimo ano do Ensino Fundamental.

Durante a nossa busca de dados em livros didáticos, encontramos o autor francês Louis Pierre Marie Bourdoun (1779-1854) que, no contexto do estudo da regra de três simples, no livro *Éléments D’Arithmetique* (36ª edição, 1878, Gauthier-Villars, Paris, p. 226), propõe um problema onde pergunta-se o preço de 384kg de uma certa mercadoria, supondo que 25kg custasse 650 francos (fr) Bourdoun apresenta a seguinte análise:

Visto que 25 kg custam 650 fr, é claro que 2, 3, 4,... vezes 25 kg deveriam custar 2,3,4... vezes a mais; assim, os dois números dados de kg estão entre eles na mesma razão que os seus respectivos preços. Portanto, se nós designarmos por x o preço desconhecido dos 384 kg, e que se considerar lá por um momento, os três números dados e x, como número abstrato, teremos a proporção: 25: 384:: 650: x.

Na linguagem contemporânea, esta anotação usada por Bourdoun significa: 25 está para 384 assim como 650 está para x; é uma linguagem mista entre números e palavras; na linguagem proposta por Chevallard, podemos chamar essa simbologia de registro das proposições. Desse modo, quando fazemos uso de uma propriedade anteriormente citada, temos:

$$x = \frac{384 \times 650}{25} = \frac{249600}{25} = 9984 ;$$

Então, concluímos que os 384 kg de mercadorias devem custar 9984 francos.

Outro método de resolução - Se 25 kg custam 650 francos, um só kg deve custar 25 vezes menos, ou seja, 1/25 de 650 francos, isto é, 650/25 francos. Portanto, 384 kg custarão 384 vezes mais, ou seja, 650/25 x 384; isto resulta todo o cálculo feito: 9984 francos.

Em nossa opinião, não consideramos a praxeologia adotada pelo autor como a mais adequada para os dias atuais, porém reconhecemos que a linguagem apresentada é clara, objetiva e tem a intenção de manter um diálogo direto com o leitor.

Bourdoun (1878) apresenta dois métodos para solucionar o problema proposto. No primeiro método utiliza uma técnica que evidencia com clareza a regra que será utilizada, no caso, a regra de três simples, como ela já está estabelecida é denominada de análise sintética. Já no segundo método, o problema foi resolvido através da solução analítica, isto significa que, para se resolver tal problema, foi preciso raciocinar com os dados que ele apresentou para a busca da solução. Os franceses dão a esta solução o nome de redução à unidade; ora, é certo que, em muitos casos, a redução à unidade é muito vantajosa, porque conhecido o valor de uma unidade, calcula-se facilmente o valor de qualquer quantidade do mesmo gênero. Mas, nem todos os problemas da aritmética se resolvem analiticamente pela redução à unidade. A maior parte destas questões dos cálculos é resolvida por processos engenhosos, verdadeiros artifícios da imaginação e para estas soluções complicadas, a redução à unidade não oferece recurso algum.

No exemplo que destacamos, observamos que os objetos ostensivos são utilizados para se realizar uma técnica didática. Os “tracinhos”, por exemplo, que aparecem na regra de três têm, em nosso entendimento, a função de estabelecer uma relação entre os dados propostos no problema matemático.

Ainda em se tratando da organização didática, destacamos a necessidade da dupla em avaliar e assim testar a técnica matemática com a regra de três. Essa comprovação é demonstrada quando insistem na busca do resultado, fazendo uso do algoritmo da divisão.

Chevallard identifica esse estado como um momento didático, onde os sujeitos participantes da pesquisa avaliam a técnica matemática com uma outra técnica para que possam comprovar de, fato, a sua compreensão a respeito da tarefa desenvolvida.

4.4.1 Organização Praxeológica - Agrupamento

Outra técnica matemática utilizada por 6 (seis) das 12 (doze) duplas, ou seja a metade, foi a técnica do agrupamento.

Para nós, essa é uma técnica matemática que consiste em dividir a grandeza em partes iguais, utilizando o agrupamento, associado à ideia de juntar, através da base dez. Seguem os registros de algumas duplas, selecionadas por nós, para ilustrar e exemplificar as nossas afirmações.

Primeiramente, apresentamos as produções de Giane e Luciana, que tiveram a intenção de distribuir, aos poucos, as latas (representadas aqui pelos “pontinhos”). Utilizaram, em seguida, a multiplicação para avaliar a técnica do agrupamento. Esse momento do estudo é considerado por nós como avaliação da técnica.

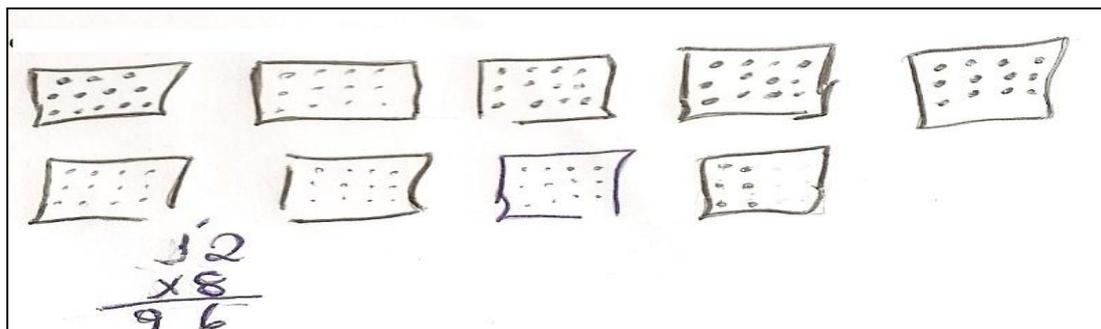


Figura 21 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Giane e Luciana

As estudantes Fabrícia e Lia também distribuíram as latas, utilizando o valor que possuíam e descobriram quantas latas ficariam de fora. Mas, ainda assim, constataram que seria necessário mais uma caixa, mesmo que ela ficasse incompleta, como mostra o registro seguinte das futuras professoras.

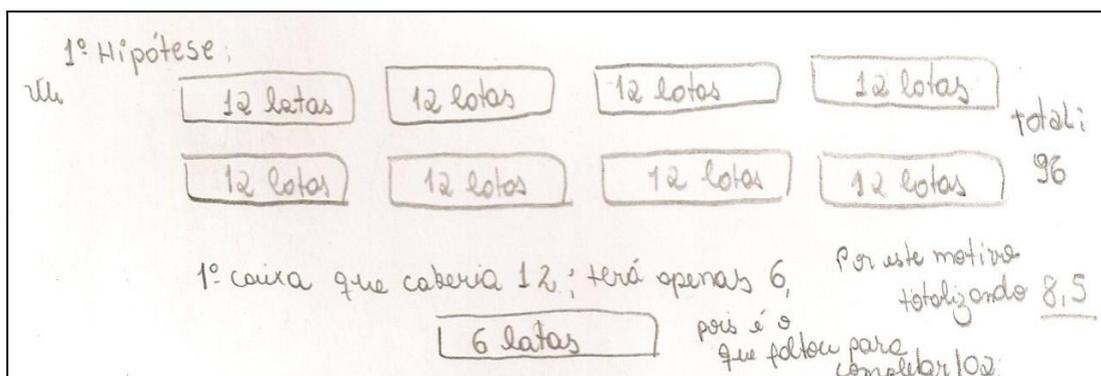


Figura 22 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Fabrícia e Lia

As acadêmicas Carla e Cintia distribuíram as 96 (noventa e seis) latas nas 12 caixas e sugeriram como recurso didático a utilização do material dourado:

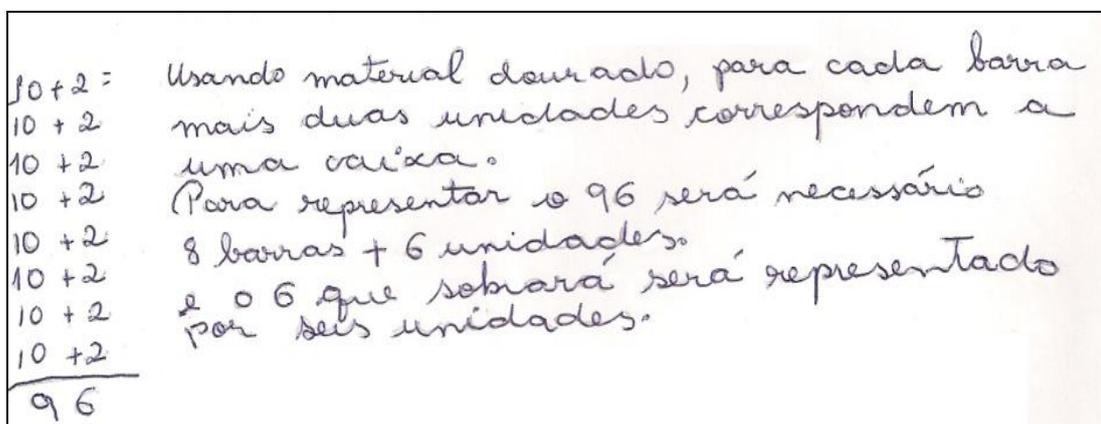


Figura 23 - Técnica matemática produzida pelas estudantes Carla e Cíntia

O material dourado que hoje conhecemos é uma adaptação de um outro recurso denominado “Material das Contas Douradas” que, após alguns anos de uso, sofreu algumas adaptações.

A sua primeira versão foi criada por Maria Montessori (1870-1952), médica e pedagoga, dentre outras formações, e que tinha como objetivo contribuir com a formação das crianças desde a primeira infância. Hoje ele é constituído de cubos, barrinhas, placas e blocos.

A técnica matemática que denominamos de agrupamento tem como característica principal a presença dos registros de linguagem ostensivos. Nesse caso, no momento do primeiro encontro, ou talvez do reencontro com a tarefa solicitada, as duplas que utilizaram essa técnica para resolver os problemas fizeram uso de quadros, retângulos e os sinais das operações para complementar cada ideia.

Num outro momento didático, o de exploração, onde algumas duplas desenharam os retângulos para representar as caixas e guardar os refrigerantes que foram representados através das ilustrações, também avaliaram a técnica, reforçando a ideia e a transformando no algoritmo da tabuada.

Em nosso entendimento, os “pontinhos” que representam os refrigerantes e estão inseridos nos quadrados, a tabuada e os retângulos, exprimem o registro da oralidade, do traçado e também dos gestos (CHEVALLARD; BOSCH, 2001). É facilmente identificada a relação de interdependência entre esses registros, como afirmam os autores:

Na realização de uma atividade matemática, os complexos de objetos ativados são distribuídos entre os diversos registros, sem que possamos ver funcionar geralmente um deles de maneira totalmente independente dos outros (BOSCH; CHEVALLARD, 2001)

Para nós, a utilização do grafismo e da escrita são registros elementares, mas fundamentais para a compreensão do funcionamento da técnica matemática. Ela está baseada na relação entre a coordenação motora e a execução física do gesto. Bosch e Chevallard denominam essa ação de *deixis gestual*.

O professor, que oferece condições aos alunos de terem contato com essa pluralidade de registros ostensivos, contribui para a aprendizagem do estudante das séries iniciais e tem a oportunidade de saber como o seu aluno pensa mentalmente, onde, a partir dos desenhos, passará para o registro do algoritmo convencional, sendo uma técnica matemática mais eficaz e também mais popular.

Quanto a isso, Bosch e Chevallard (2001) afirmam que:

Quando além da contagem simples, o jovem aluno aprende os primeiros algoritmos do cálculo, ele torna-se capaz de articular três registros diferentes: escritas dos números com sua disposição bidimensional, pequeno discurso [...] (qualquer ação) que ele recorre como passo seguinte para efetuar o cálculo [...] enfim gestos que dão um certo ritmo às ações realizadas e ajudam a organizar a disposição dos números e a lateralidade da operação.

Por isso consideramos importante a articulação desses objetos ostensivos e não-ostensivos para que, dessa forma, favoreça o processo de ensino aprendizagem na relação estabelecida em sala de aula.

Observamos, ainda, em alguns dos registros das duplas, a importância da relação entre uma organização didática e uma organização matemática, como destacamos na figura número 22.

De um lado há o registro de uma técnica matemática que serve para tornar real o trabalho didático: foi sugerido o uso do material dourado. O texto ao lado da técnica matemática esclarece e também justifica o seu registro e a sua utilização, o que nos faz entender que estamos tendo contado com elementos tecnológicos e teóricos dessa praxeologia. O texto é o seguinte: “usando o material dourado, para cada barra mais duas unidades correspondem a uma caixa. Para representar o 96 será necessário 8 barras + 6 unidades, e o que sobrar será representado por seis unidades”.

Nesse momento entendemos que o discurso racional citado acima sobre a técnica matemática, pode também ser, ao mesmo tempo, a descrição didática sobre esse momento de estudo, porque trata-se do como fazer essa aula, utilizando o material dourado. Para Chevallard (2001, p. 224):

Assim ocorre tradicionalmente na aritmética elementar, na qual mesmo um pequeno discurso tem uma dupla função, técnica e tecnológica, que permite por sua vez encontrar o resultado pedido (função da técnica) e justificar que este é o resultado esperado (função tecnológica).

Quando os estudantes têm a oportunidade de expressar os seus pensamentos, as suas ações justificam as suas escolhas e constroem na matemática o seu conhecimento a respeito da técnica trabalhada. Bosch e Chevallard (2001, p. 4) afirmam sobre o conhecimento que:

O saber matemático, como uma forma particular de conhecimento, resulta das ações humanas e institucionais. É algo que pode ser produzido,

utilizado, ensinado ou mais geralmente transportados de uma instituição para outra.

Portanto, quando as instituições escolares valorizam as ações humanas como forma de manifestação de conhecimento, valorizam o saber matemático, o que viabiliza a aprendizagem escolar.

O quadro da figura 22 demonstra a presença de outros elementos tecnológicos que explicam parte da técnica utilizada. Após o registro de alguns retângulos, contendo a escrita “12 latas”, surge um retângulo escrito “6 latas” que vem acompanhado com a seguinte explicação: “1ª. caixa caberia 12; terá apenas 6 porque é o que faltou para completar 102. Por este motivo totalizando 8,5”. Consideramos esse um discurso racional que explica a técnica matemática utilizada nesse momento.

4.4.1.1 Sessão de Atividade III - O problema do canguru

Na sessão de atividade número III propusemos às estudantes a resolução do problema do canguru: A cada pulo da mamãe canguru, seu filhinho dá 3 (três) pulos para acompanhá-la: Se a mamãe canguru der 28 pulos, quantos pulos seu filhinho deverá dar para acompanhá-la? (IMENES, LELLIS, MILANI, 2005, p. 87)

A questão que aqui apontamos como reflexão está relacionada às praxeologias discentes. Se o problema do canguru, proposto às estudantes do curso de formação inicial, apresenta um fenômeno de vulgata porque está instituído na escola como uma cultura escolar, como então se apresentam as práticas discentes perante esse problema?

Para realizar a tarefa que propusemos, cada dupla apresentou técnicas matemáticas variadas, nas quais destacamos duas, denominadas de Relação Proporcional e Associação de Desenho e Escrita. Para cada técnica matemática temos uma organização de elementos praxeológicos diferente e determinada pela técnica matemática escolhida, que apresentamos a seguir.

4.5 Análise das produções matemáticas

4.5.1 Relação proporcional

Apresentamos aqui as produções das acadêmicas que utilizaram a relação proporcional como técnica matemática. Essa técnica matemática consiste em relacionar grandezas diretamente proporcionais. Nesse caso, quanto mais pulos a mãe canguru der, mais pulos seu filhinho canguru dará para acompanhá-la. Assim, 1 está para 3, como 2 está para 6.

Para ilustrar essa definição selecionamos o exemplo abaixo realizado pelas estudantes Katia e Sofia, que relacionaram um a um os pulos da mãe com os pulos de seu filhote.

m - 1 - 3 - F	9 - 24	17 - 48	25 - 75
2 - 6	10 - 27	18 - 51	26 - 78
4 - 9	11 - 30	19 - 54	27 - 81
5 - 12	12 - 33	20 - 57	28 - 84
6 - 15	13 - 36	21 - 60	
7 - 18	14 - 39	22 - 63	R = 3 pulos
8 - 21	15 - 42	23 - 66	b) 222 3
	16 - 45	24 - 69	74

Figura 24 - Exemplo da técnica matemática razão proporcional produzido pelas Estudantes Katia e Sofia

Observamos que elas apresentaram logo no início um erro que não foi percebido sobre a sequência numérica, porém a técnica matemática utilizada pela dupla para solucionar a primeira questão consistiu em estabelecer uma relação proporcional entre o pulo dado pela mãe canguru e os pulos dados pelo seu filhinho. Para isso, as estudantes fizeram a relação termo a termo desde o primeiro pulo da mãe até o pulo de número 28 (vinte e oito). Iniciaram com a ideia de que 1 está para 3, assim como 2 está para 6, e assim sucessivamente até o número 28, que correspondia à quantidade total dos pulos da mamãe canguru. Foi necessário que as estudantes utilizassem os múltiplos do número três para desenvolver essa técnica matemática.

Para responder à segunda questão proposta, as estudantes utilizaram outra técnica matemática, que foi o algoritmo da divisão.

A nosso ver, elas poderiam ter utilizado a mesma técnica matemática de relação proporcional para buscar a resposta da segunda questão, porém, como se trata de uma técnica trabalhosa e também limitada, pode ter sido considerada por elas ineficaz.

Em relação aos elementos tecnológico-teóricos implícitos na técnica matemática utilizada, entendemos tratar-se de conteúdos da disciplina da matemática abordada nas séries iniciais do ensino fundamental, mais precisamente em relação à ideia de proporcionalidade proposta pelos PCN, como lemos a seguir:

No segundo ciclo, os alunos ampliam conceitos já trabalhados no ciclo anterior (como o de número natural, adição, medida, etc.), estabelecem relações que os aproximam de novos conceitos (como o de número racional, por exemplo), aperfeiçoam procedimentos conhecidos (contagem, medições) e constroem novos (cálculos envolvendo proporcionalidade, por exemplo) (BRASIL, 1997, p. 82).

Na organização praxeológica, observamos que a ação esteve ligada a uma praxeologia matemática que, para ser produzida, necessitou de uma praxeologia didática. Portanto, quando a dupla de estudantes repetiu a ideia da proporção 28 vezes, entendemos que esta foi uma técnica didática escolhida para se efetivar o estudo e assim compreender a técnica matemática que elas escolheram.

Quando entrevistamos as estudantes, ficou evidente a preocupação delas em compreender e interpretar corretamente os dados que o problema solicitou, por meio de várias leituras. O trabalho em dupla favoreceu a discussão em relação à melhor técnica matemática escolhida. Elas experimentaram outras técnicas matemáticas, mas optaram por essa por acharem que era mais eficaz no ensinamento aos estudantes das séries iniciais do ensino fundamental, embora tivessem a clareza de que essa técnica é limitada quando utilizada com grandezas maiores.

Dessa maneira, somos levados a supor que as estudantes demonstram se preocupar com a diversidade de técnicas didáticas e também matemáticas, como orienta os PCN:

Para tanto, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1997, p. 31).

Como entendemos que um dos desafios da educação está em contribuir com a formação docente em sua vivência inicial nos cursos de Pedagogia, essa praxeologia demonstrada pelas estudantes favorece esse percurso, porque considera a variação de técnicas matemáticas.

Mesmo que elas sejam rapidamente desconsideradas como ineficazes pela sua fragilidade, são importantes para a construção do pensamento lógico-matemático, que se constitui ao longo de um ciclo.

Observamos, ainda, que os principais objetos de linguagem utilizados na condução dessa tarefa são os de natureza ostensiva porque estamos considerando os traçados e os grafismos que foram manipulados pelo sujeito humano, no caso a nossa dupla de estudantes do curso de Pedagogia, participantes desta pesquisa.

Como afirmam Bosch e Chevallard em seus estudos, entendemos que não há objetos ostensivos sem objetos não-ostensivos. Portanto, observamos uma relação próxima entre os objetos de linguagem e o plano das técnicas, bem como no seu entorno tecnológico e também teórico.

Quando as estudantes utilizaram a técnica matemática que denominamos de razão proporcional fizeram uso de uma escrita (1 — 3), que aqui consideramos de ostensivos escritos e também orais, pois conjecturamos que ocorreu um discurso sobre o registro: “enquanto a mãe canguru dá um pulo, seu filhinho dará 3”. É como se dissessem 1 está para 3, assim como 3 está para 6. Como elas realizaram o registro escrito em linhas, imaginamos também que houve o ostensivo gestual ao verificarem se na listagem estava presente toda a sequência numérica que haviam planejado.

Em nosso entendimento, todos os objetos ostensivos citados no parágrafo anterior, como o escrito, o oral e o gestual precederam a manipulação do não-ostensivo, consideramos como a noção de organização dos termos, planejamento, e execução da técnica matemática utilizada.

Assim, como a TAD considera o registro de linguagem um postulado a ser considerado nas praxeologias usuais, o PNLD também destaca a importância da linguagem para a compreensão infantil:

O aluno é superestimado quando o texto o supõe já capaz de um raciocínio abstrato plenamente desenvolvido, e apresenta a Matemática de um ponto de vista formal, sem exploração de seus significados; ou quando o texto usa uma linguagem acima da compreensão infantil. Além disso, o uso da Matemática torna relevante uma inter-relação de seus conteúdos, articulando efetivamente os blocos dos números e operações; geometria; grandezas e medidas; e tratamento da informação (BRASIL, PNLD, 2008, p. 21)

O texto apontado para a linguagem no PNLD reitera o nosso entendimento sobre os objetos de linguagem. Para que o estudante das séries iniciais do ensino fundamental tenha uma compreensão a respeito dos conteúdos e assuntos abordados, a linguagem deve ser clara e direta. Em nossa opinião, a dupla de estudantes participantes de nossa pesquisa fez uso adequado da linguagem considerada por nós como materna, porque se aproxima do modo de executar a tarefa, o que enriquece a organização didática das estudantes.

As duplas, cujos elementos praxeológicos analisamos, realizaram a tarefa proposta no momento solicitado. Mas isso não garante que tenha sido o primeiro contato delas com o problema do canguru. Até porque, como já citamos anteriormente, mesmo em outras versões, esse problema aparece na história há muitos anos.

Conjecturamos que as estudantes tiveram um reencontro com o problema do canguru ao lerem sobre a tarefa proposta e fizeram um plano para solucioná-lo. Acreditamos ser esse um momento crucial para a compreensão e entendimento do que está sendo proposto, pois as estudantes realizaram a leitura, interpretaram o problema, levantaram hipóteses e planejaram as ações.

Assim, quando elas definiram sobre a técnica matemática que iria conduzir o trabalho, passaram a explorá-la, através da execução do que haviam planejado.

4.5.2 Desenho e escrita

Selecionamos para representar essa organização praxeológica, a associação utilizada pelas estudantes do curso de pedagogia entre o desenho e a escrita com objetivo ou intenção de expressar uma forma de linguagem.

A produção das duplas que atraiu a nossa atenção foi a realizada pelas estudantes Jamile e Maria.

Observamos que elas iniciaram a atividade com a técnica didática, ilustrando os dados do problema, que entendemos como o primeiro passo. Esses passos respondem com clareza à pergunta que se fizeram ao iniciar o trabalho: Como vamos fazer para encontrar a resposta desse problema?

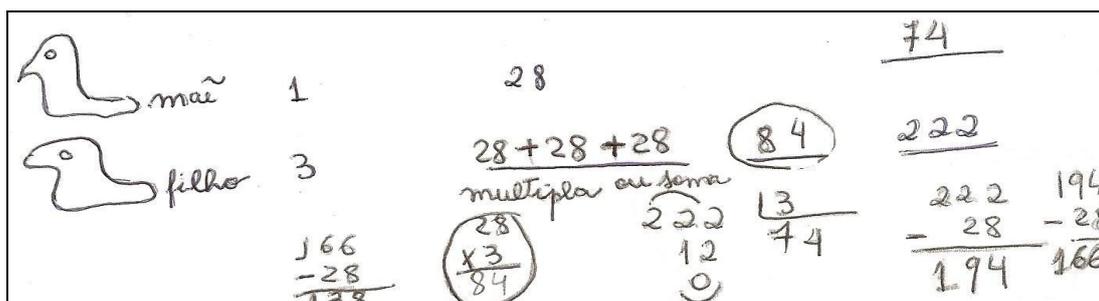


Figura 25 - Exemplo de associação do desenho com a escrita produzido pelas Estudantes Jamile e Maria

Organizamos as respostas das estudantes na seguinte sequência, vejamos:

Primeiro passo: Em nossa opinião, o primeiro passo se dá pela relação entre os pulos da mãe canguru e os pulos de seu filho, que aqui é representado pela ilustração:



Em seguida, quando optam pela técnica matemática da soma, realizam o registro evidenciando o segundo passo.

Segundo passo: Entendemos que nessa etapa da técnica didática demonstram o registro, utilizando a soma:

$$28$$

$$\underline{28+28+28}$$

O número 28 (vinte e oito) aparece três vezes porque está relacionado com a quantidade de pulos do canguru filho.

Finalizando, precisam descobrir a quantidade de pulos dados pela mãe e, para isso, apresentam o algoritmo da divisão, que consideramos como o terceiro passo da técnica didática.

Terceiro passo: Ao realizar a divisão formal como técnica matemática, a dupla optou também pelo algoritmo da divisão:

$$\overline{222} \quad \begin{array}{r} 13 \\ 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 222 \\ 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

Entendemos que nessa organização didática, a dupla utilizou várias técnicas matemáticas, como o algoritmo da adição e também da divisão para resolver a tarefa que foi solicitada, associando o desenho a elas. Queremos dizer que, dentro de uma organização didática planejada pela dupla, há um conjunto de técnicas matemáticas que compõem o planejamento das ações.

Quanto à organização matemática, fica evidente o uso da divisão e também da adição como técnicas matemáticas para solucionar o problema do canguru.

Entendemos, ainda, que a relação entre desenho e escrita desenvolvida pelas acadêmicas exprimem uma justificativa racional sobre a técnica. Queriam elas exprimir a ideia de que 1 está para 3, assim como 3 está para 6?

Como afirma a teoria, essa justificativa considerada como um pequeno discurso tem a dupla função (técnica e tecnologia) de buscar o resultado solicitado.

Para nós, a teoria correspondente aos elementos tecnológicos dessa organização matemática refere-se aos conteúdos da disciplina de Matemática, abordados também nas séries iniciais do Ensino Fundamental e estão relacionados ao eixo denominado de números e operações, mas não se exprimem com evidência na produção da dupla.

Esse eixo pertencente aos blocos de conteúdos tem como um dos objetivos contribuir com a ampliação do conceito de número que o estudante construirá na primeira etapa do ensino fundamental, como afirmam os PCN:

Nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se depara com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número (BRASIL, 1997, p. 55).

Ter clareza da teoria que respalda os conteúdos das séries iniciais é importante para o futuro professor porque embasa e dá suporte a uma prática pedagógica que desenvolverá em sala de aula. E ter suporte e embasamento teórico significa ter os objetivos claros para saber onde se quer chegar ou o que se quer propor em relação ao desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes das séries iniciais.

4.5.2.1 Sessão de Atividade IV - Resposta à carta de uma amiga

Participaram desta sessão um total de 32 (trinta e duas) estudantes de Pedagogia de uma instituição privada de ensino de Campo Grande, no dia 20 de outubro de 2009, na qual atuei naquele período como professora de Metodologia do Ensino de Matemática.

A resolução de problemas proposta foi retirada do livro denominado Projeto Pitangá, que é uma obra coletiva produzida pela Editora Moderna e editado pela 1ª vez, em 2005. Apresentamos o problema às estudantes, em duplas, inserido no contexto de uma carta, cujo objetivo era respondê-la, explicitando a organização didática que deveria ser utilizada para ensinar uma resolução problema a uma criança que estava em idade escolar, mais especificamente nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Vejamos:

Campo Grande,..... de.....de 2009.

Minha grande amiga.....

Como vão as coisas por aí? Está tudo bem?

Por aqui está tudo bem, mas ainda sinto muito a sua falta, principalmente porque não está mais aqui para ajudar a Aninha a fazer suas tarefas de casa.

E esse foi um dos motivos que decidi lhe escrever. Como professora saberá o que fazer. É que hoje a Aninha trouxe a seguinte resolução de problema para fazer e não consegui ajudá-la:

- a) Um tanque vazio com capacidade de 60 litros será enchido com água. A torneira foi aberta de modo a enchê-lo em 4 horas. Quantos litros de água haverá no tanque 1 hora depois de aberta a torneira?

Escreva-me explicando como posso ensinar a Aninha a solucionar o problema acima.

Aguardo a sua resposta.

Abraços de sua amiga Eliana

Como a atividade foi proposta em duplas, obtivemos para análise um total de 16 (dezesesseis) atividades e, durante a análise das respostas, encontramos uma variedade de soluções que foram por nós organizadas em 3 (três) grupos. Vejamos:

Nome das Duplas	Aprendizagem centrada no professor	Professor e aluno como participantes no processo de ensino aprendizagem
Ana e Rachel	X	
Barbara e Luzia		X
Carolina e Andrezza		X
Daniela e Indianara		X
Eliana e Gleiciane	X	
Fátima e Jane		X
Gabrielle e Michelle		X
Helenita e Yara	X	
Ingrid e Marianne	X	
Janaína e Mirella		X
Karina e Núbia	X	
Larissa e Graziela		X
Monica e Thaís		X
Naiara e Tereza	X	
Ondira e Maíra	X	
Poliana e Marcela		X
TOTAL	7	9

Quadro 5 - Respostas das técnicas utilizadas pelas duplas - sessão atividade IV

No primeiro momento em que as estudantes tiveram o primeiro contato com a atividade matemática proposta, preocuparam-se com o planejamento da solução da tarefa apresentada. Inicialmente procuraram resolver o problema numa preocupação evidente com o resultado final, desconsiderando a opção pela técnica matemática mais apropriada e também mais eficaz para a busca da solução da resolução problema.

Para realizar a tarefa proposta, cada dupla apresentou um texto cujo conteúdo era uma junção de aspectos didáticos e matemáticos. O que evidencia a importância das duas organizações, tanto didática quanto matemática, para que a aprendizagem se efetive. Observamos que para a solução da tarefa surgiram técnicas didáticas variadas, que organizamos e denominamos de: aprendizagem centrada no professor e professor e aluno como participantes no processo de ensino aprendizagem. Trataremos em seguida sobre cada uma dessas organizações didáticas.

4.5.3 Aprendizagem centrada no professor

Aprendizagem centrada no professor foi a denominação escolhida por nós para intitular as técnicas didáticas apresentadas pela dupla que, durante a resposta à carta da personagem Eliana, mostraram que cabe ao adulto da relação *ensinar* a Aninha (a personagem infantil da carta) como solucionar a tarefa proposta.

Em outras palavras, para essas duplas, mais especificamente 3 (três) delas, ficou evidente que cabe ao professor, e somente a ele, a aprendizagem do estudante. Eximindo, dessa forma, o estudante das séries iniciais de uma participação ativa durante o ensino e a aprendizagem, o que, para nós, é considerado um processo. Para ilustrar essas afirmações, selecionamos o texto abaixo:

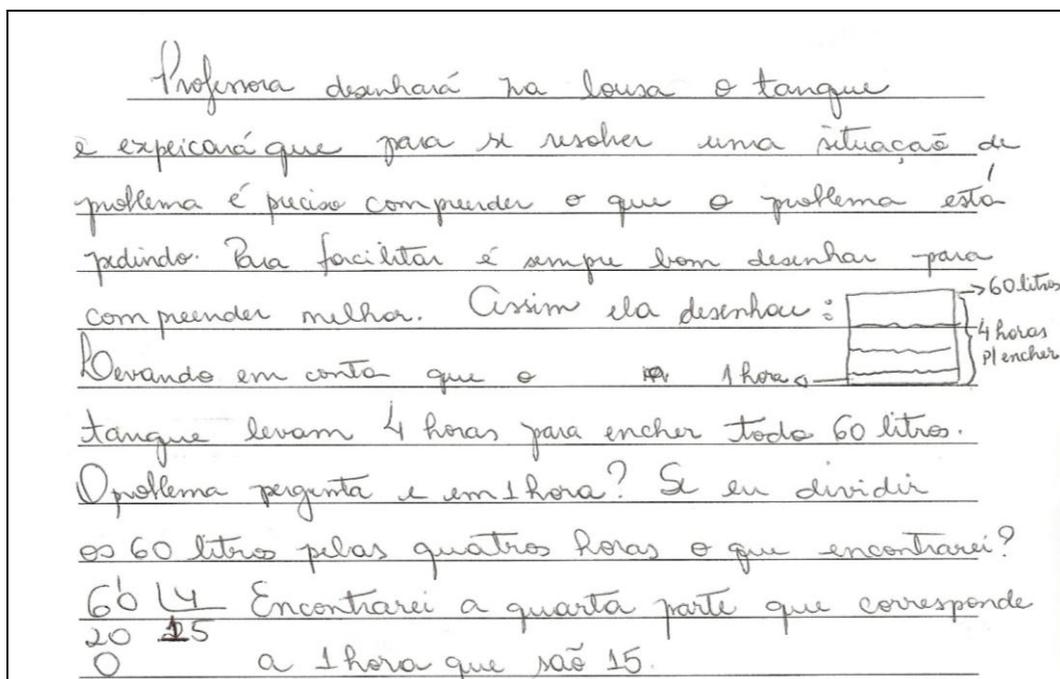


Figura 26 - Atividade envolvendo a resolução de problemas - sujeitos participantes da pesquisa (A)

A técnica didática demonstrada acima, e também utilizada por outras duplas demonstra que cabe somente ao professor duas importantes ações: a de explicar e a de desenhar. Essa afirmação está evidente quando a dupla afirma que a professora desenhava na lousa o tanque e explicava como se resolve o problema. Em nosso entendimento, o referencial teórico que dá aporte ao que julgamos necessário nessa pesquisa esclarece que essa relação de dependência entre os protagonistas com

a instituição escolar, nesse caso a escola, faz com que o professor tenha o papel de ensinar. Isso ocorre porque, nessa concepção, ainda segundo Chevallard, o ensino é considerado o objetivo último e nesse caso também único para a apropriação do estudo.

Segundo Chevallard, o didático é inseparável do matemático. Nos parece que as duplas que ressaltaram que o professor tem um papel prioritário em sala de aula reconhecem essa afirmação e apresentam no texto que evidenciam a técnica didática e alguns elementos da organização matemática que poderão ser encontrados em outras praxeologias. Para exemplificar, chamamos a atenção do leitor para a ilustração do tanque insinuado no problema e também para o algoritmo da divisão em destaque com a solução do processo breve da operação. Os autores ainda afirmam que “[...] a fronteira entre o didático e o matemático não está estabelecida de maneira definitiva. Não podem ser separados facilmente” (CHEVALLARD, BOSCH, GASCÓN, 2001, p. 254)

Para tanto, embora as duplas, como já foi citado anteriormente, tenham centrado a aprendizagem somente no professor, reconhecem a importância de articular os elementos de uma organização didática com os elementos de uma organização matemática para que a aprendizagem se efetive.

4.5.3.1 Professor e aluno como participantes no processo de ensino aprendizagem

Nesse outro caso denominamos professor e aluno como participantes no processo de ensino aprendizagem as técnicas didáticas que apresentam os dois sujeitos dessa relação como protagonistas no processo de ensino e também aprendizagem. Constatamos que 9 (nove) duplas compartilharam dessa ideia quando demonstraram em suas respostas que tanto o professor quanto o estudante tem um papel de suma importância nessa relação e não apresentam uma hierarquia que determine o grau de prioridade de cada um.

Chevallard e Bosch (2001, p. 201) esclarecem que nessa perspectiva, o ensino começa a ter um apoio de instrumento para o estudo “[...] o professor [...] já não é mais considerado somente como aquele que ensina, nem os alunos como meros sujeitos de um processo de aprendizagem.

Entendemos, assim, que os dois exercem papel importante nessa relação e por isso destacamos uma das técnicas didáticas que mostra esse entendimento e ilustra essa nossa afirmação.

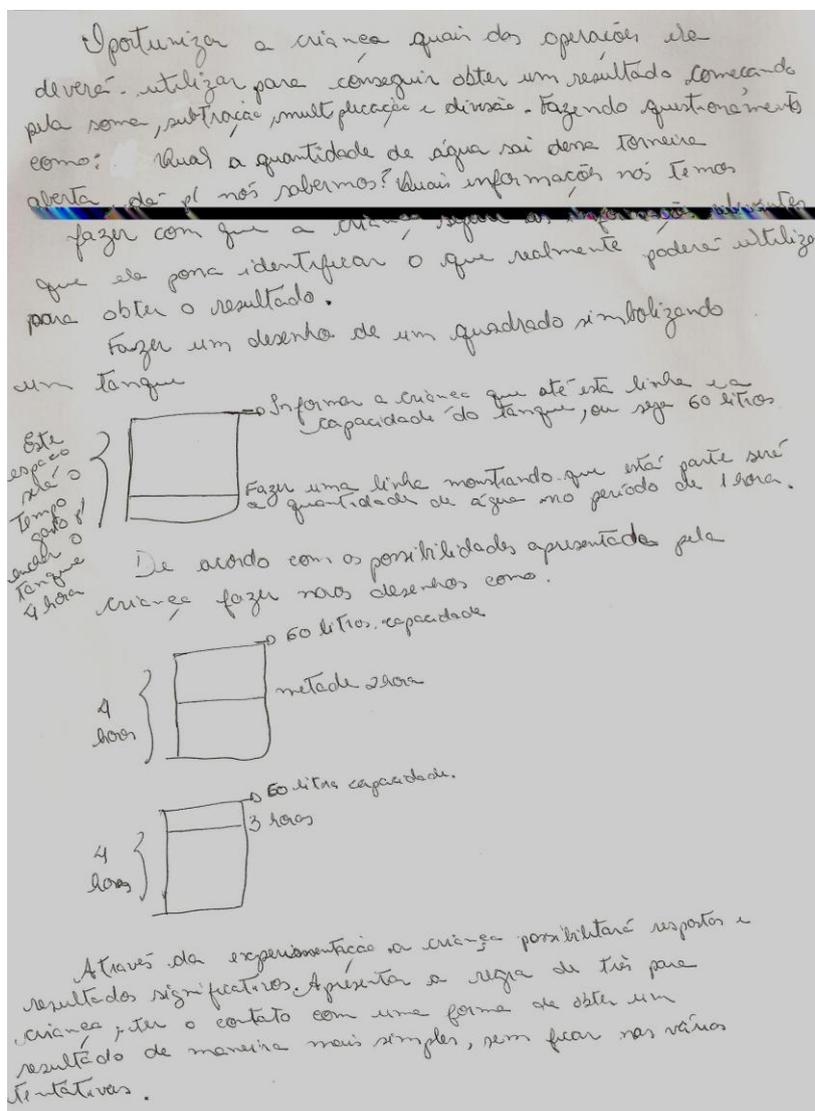


Figura 27 - Atividade envolvendo a resolução de problemas - sujeitos participantes da pesquisa (B)

Observamos que a produção acima nos permitiu identificar que há, com clareza, uma adequação entre a atuação do professor e também do estudante. A análise da técnica didática revela que cabe ao professor oportunizar situações às crianças, por meio de questionamentos, para que elas vivenciem técnicas matemáticas diversificadas. Verificamos também que cabe ao professor identificar as respostas dos estudantes, selecionar os aspectos mais relevantes e complementar as informações com ilustrações o que enriquece a técnica matemática e favorece a

aprendizagem do que está sendo proposto. A produção da dupla aponta, ainda, que as técnicas matemáticas devem ser ampliadas, sugerindo o trabalho com a regra de três.

Para Chevallard, essa situação, em que as técnicas didáticas e matemáticas são construídas com a interferência do professor e do aluno faz com que seja “produzida uma importante mudança no equilíbrio das responsabilidades atribuídas tradicionalmente tanto para o professor como para o aluno” (CHEVALLARD, 2001, p. 201). Os papéis de cada um já não são tão rígidos e o aluno torna-se também responsável pela sua aprendizagem.

Quando se considera o estudo como objetivo principal do processo didático, torna-se muito mais fácil transferir para o aluno uma parte da responsabilidade matemática atribuída, hoje em dia, exclusivamente ao professor. Essa nova divisão de responsabilidades atribui ao professor o papel de “coordenador de estudo”, possibilita que os alunos reconheçam o professor como “matemático” e diminui o risco da “didatite”.

Ao analisar as técnicas didáticas da maioria das duplas, entendemos que elas compreendem também a importância de socializar as informações num ambiente escolar, nesse caso, a sala de aula, e assim ampliar o que entendemos por aprendizagem. Ao nos referirmos à didatite, entendemos que o autor afirma que esse processo é muito mais amplo do que o simples fato de ensinar e aprender. Todos os protagonistas dessa relação sentem-se com importantes papéis para serem desenvolvidos, tornam-se responsáveis pelo processo decorrente de uma situação provocativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando se chega nesta etapa da dissertação significa que um grande caminho foi percorrido. Um caminho que talvez tenha começado como estudante do ensino primário, nas primeiras dificuldades com a operação de divisão, e que talvez ainda não seja concluído com a efetivação deste documento. Porém, vamos fazer esse recorte que a academia exige, refletindo sobre as inquietações iniciais na inserção no Programa de Mestrado em Educação, Quiceno (apud LAROSSA, 1998, p. 27) disse assim:

Uma inquietude rodeia o estudante. Quando consegue vencer a passividade de sua melancolia, o estudante parece muito agitado. Sua mesa vai enchendo-se de livros abertos. O estudante levanta-se e volta sentar-se, move compulsivamente as pernas, passa de um livro para outro, escreve e volta a ler, às vezes fala em voz alta, murmura palavras sem sentido. Sua respiração se faz mais intensa, seu ritmo cardíaco se acelera, seus perfis se agudizam e se fazem quase transparentes de tão afilados, quase se diria que a lâmpada dá agora mais luz. A que se deve essa agitação súbita, essa atividade frenética? O estudante está queimando as palavras sábias dos-que-sabem e está fazendo fogo com os livros. A Casa do Estudo está se incendiando. As palavras queimadas já sobem ao céu, entre os livros já começam a se abrir margens, brancos, espaços vazios. Ainda não amanhece, mas uma cor dourada faz mais cinza o cinza do horizonte. Entre os passadiços do labirinto se ouvem risos. Em meio do fogo, rodeado de fumaça, o estudante tem começado a estudar.

Parte desse estudante nos acompanhou durante essa trajetória que se finda aqui, de modo formal, porque se faz necessário. Mas continua ao longo da vida, ao longo da história. Será que fomos desviados durante esse percurso? Será que fomos traídos pelos desejos subjetivos, ou fomos fiéis às nossas inquietações e questionamentos iniciados nesse trabalho? No diálogo abaixo, entre os personagens Alice e o Gato Cheshire, encontramos um questionamento, assim:

Alice: ‘O senhor poderia me dizer, por favor, qual o caminho que devo tomar para sair daqui?’

‘Isso depende muito de para onde você quer ir’, respondeu o Gato.

‘Não me importo muito para onde [...], retrucou Alice.

‘Então não importa o caminho que você escolha’, disse o Gato.

Muito embora a tentação por outros caminhos tenha existido, realizamos uma pesquisa que teve como maior objetivo **analisar os aspectos matemáticos e didáticos presentes nas resoluções de problema, que envolvam os conceitos de divisão, por estudantes de cursos de pedagogia** e mantivemos a nossa fidelidade.

Para que esses aspectos matemáticos, e também didáticos, fossem revelados recorreremos a outros documentos, como os PCN e também os livros didáticos, que nos trouxeram dados e elementos para compor algumas conclusões. Desse modo, consideramos pertinente tratar dos aspectos que, de maneira mais evidente, compõem a finalização deste trabalho, são eles: conclusões sobre a teoria antropológica do didático, os PCN, os livros didáticos e, por fim, as produções matemáticas das estudantes.

Em relação à teoria que adotamos para fundamentar esse trabalho, a TAD, ressaltamos aspectos do ponto de vista de um pedagogo o que representa um conflito saudável para avançar no pensamento epistemológico da teoria. Em nosso entendimento, a TAD apresenta elementos para compreender o funcionamento das condutas institucionais e os movimentos de relações pertinentes ocorridos entre elas. Portanto, para a conclusão dessa etapa do trabalho, explicitaremos os seguintes pontos: **sobre as instituições com relação aos saberes escolares e a antropologia tratada na teoria.**

No primeiro ponto, onde destacamos o papel das instituições na construção dos saberes escolares, destacamos a existência de uma rede de instituições que se organizam de modo independente, mas que exercem influências concomitantemente. Na pesquisa constatamos aquelas responsáveis pelo saber acadêmico que, em nosso caso, tem como função produzir conhecimentos para as estudantes do curso de Pedagogia. Identificamos aquelas redes responsáveis pela organização dos conteúdos, como os livros didáticos e também os PCN, encontramos as instituições que organizam de modo didático esses conteúdos para serem ensinados aos estudantes que estão no contexto escolar, a última instituição por nós destacada.

Indagar sobre a **Antropologia** tratada nessa teoria nos fez ficar diante de um grande desafio: demonstrar qual a base social existente no pensamento das estudantes, futuras professoras. Dessa forma, consideramos pertinente e também muito apropriado estabelecer uma relação linear e direta entre a produção matemática discente e o contexto histórico do qual fazem parte essas estudantes. Considerar esse contexto é também identificar na subjetividade o papel que as instituições exercem sobre os sujeitos sociais, representados pelas estudantes, professores e também pelos documentos que permeiam as produções e argumentos presentes, que por sua vez também estão relacionados a outras várias instituições que influenciam esse processo

de assujeitamento pelo qual a conduta humana se rende. De um outro modo queremos dizer que as produções matemáticas das estudantes com quem tivemos contato estão imbuídas de elementos, características, formas e expressões que revelam traços antropológicos, possíveis de serem percebidos através da teoria antropológica do didático, se forem cuidadosamente observados.

Para nós, o autor da teoria, Chevallard deixa predominar um olhar, um posicionamento direto e objetivo característicos do sujeito matemático, lugar que ele ocupa, pesquisa e transmite informações; cabe-nos, portanto, o difícil desafio de destacar na pesquisa elementos antropológicos que ele não nega, mas que também não evidencia com clareza. Dessa forma, entendemos que há uma grande perspectiva em relação ao avanço dessa teoria recente, que intriga os pesquisadores que optam por ela para fundamentar seus trabalhos.

Não tivemos a pretensão de resolver, nesse trabalho, as questões tratadas sobre a base social e cognitiva da antropologia defendida por Chevallard porque não era essa a nossa intenção inicial. Ela surgiu ao longo dos estudos e pesquisas realizadas durante o percurso do trabalho, porém, a conclusão a que chegamos é que um outro grande desafio que ainda não foi desvelado para que possamos avançar na pesquisa, utilizando a TAD, é a tarefa de aprofundar na busca por elementos antropológicos presentes na composição das ações dos sujeitos em suas relações com as instituições que os influenciam.

Sobre os PCN constatamos que eles subsidiam os sujeitos das instituições por meio de elementos tecnológicos que justificam as ações didáticas dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental. Acontece que, segundo Chevallard (1991), esses sujeitos passam por um constante processo de assujeitamento⁶ na instituição e da instituição, o que significa nesse caso um processo de submissão às regras postas pela escola. Queremos dizer que se, os PCN trazem elementos teóricos tecnológicos como aporte educacional, caberá ao professor, que é um sujeito da instituição escolar, produzir as técnicas matemáticas, didáticas e também as tarefas para as ações em sala de aula. Ora, se esse professor, assim como os outros membros da instituição (pais e também estudantes), se assujeitam para serem aceitos e preservados em seus postos, não haverá produções inovadoras, diferentes que

⁶ Segundo Pais (2008), Chevallard afirma que o *assujeitamento* é o nome do processo pelo qual o sujeito passa se submeter às regras postas pelas instituições.

contribuam de fato com a transformação do ensino de Matemática? Será que as regras das instituições determinam grande parte do processo educacional?

Finalmente, concluímos que nos PCN o ensino de resoluções de problema tem sido proposto através de argumentos, justificativas e sugestões variadas, cabendo ao professor buscar em outras fontes de informação os tipos de tarefas, técnicas e tecnologias que as justificarão.

Os livros didáticos também sofrem e exercem influências, como instituição, sobre a prática pedagógica dos professores da educação básica, é por nós considerado um instrumento cujos elementos (texto, forma, ilustrações, linguagem e história profissional dos autores) revelam parte da história do ensino da Matemática, e das produções matemáticas contemporâneas realizadas por professores e estudantes no contexto escolar.

- Sobre o LD₁ - Novo Tempo

São articulados elementos de organização didática e também organização matemática, dando destaque à variação de técnicas didáticas para solução da tarefa solicitada e limitando a uma única técnica matemática: a divisão pelo processo longo, para a solução da mesma tarefa. Logo, para uma única técnica matemática, há uma diversidade de técnicas didáticas que incluem desenhos, contato com materiais de contagem e a utilização de jogos para entendimento e compreensão do conteúdo abordado.

Os autores optam pela utilização de um gênero textual divertido e bem aceito no mundo infantil, que é a explicação da técnica matemática através das histórias em quadrinhos. Embora dentre a apresentação de vários personagens, um deles traz uma linguagem não apropriada, destacando erros na pronúncia.

- Sobre o LD₂. Arithmetica Elementar Ilustrada

A pesquisa no livro didático do século XIX revela que o método de redução à unidade, proposto por Trajano, foi observado nas produções das estudantes, ao optarem pela utilização da regra de três como técnica matemática para

solucionar a tarefa. Isso demonstra que este trabalho possui práticas contemporâneas, com raízes na história da Matemática.

A organização didática em relação ao ensino de Matemática usada por Trajano foi evidenciada em suas variedades de obras difundidas no final do século XIX e início do século XX. Apresentam características de modernidades consorciadas ao ensino da Escola Nova, que propõe atividades relacionadas à vida prática e cotidiana da humanidade. No entanto, por que o autor de obras premiadas e modernas, que atendeu aos preceitos sociais daquela época, não teve nenhuma de suas obras adotados no Colégio D. Pedro II, que representava uma das maiores instituições deste país e, por ora, um tanto quanto elitizada?

Confessamos que essa foi uma questão que nos intrigou e também ainda nos intriga. Para tanto, recorreremos ao artigo de Valente (2000), denominado “Positivismo e matemática escolar dos livros didáticos no advento da República”, que proporciona algumas conjecturas a respeito desse questionamento.

Segundo Valente (2000), Augusto Comte, em 1851, publica uma relação de 150 obras divididas em 4 (quatro) partes, dentre elas a parte da Ciência, que sugere a Aritmética de Condorcet, a Álgebra de Clairaut e a Trigonometria de Lacroix ou Legendre. Acontece que, nesse período, o ministro da Instrução Pública no Brasil era Benjamim Constant Botelho de Magalhães, e, como adepto do positivismo de Comte, apenas fez as adaptações necessárias para o currículo do Colégio Dom Pedro II, desconsiderando o conteúdo do livro do professor Trajano. O que nos faz pensar que o autor não apresentava características de uma escola positivista, mas reiteramos que, ainda assim, em 1907 o então o ministro faz os devidos elogios à produção do autor, como já citamos anteriormente.

O estudo acima nos fez compreender que a obra de Trajano é um tanto quanto atual, porque teve a intenção, e assim o fez, de propor caminhos inovadores para o ensino da aritmética. Numa longa trajetória histórica, a obra iniciou-se no segundo reinado (1879), com uma influência política positivista, e expandiu-se com a inserção da Escola Nova, com a implantação do método intuitivo (1893).

As estudantes de cursos de Pedagogia revelam por meio de suas produções, que há uma variedade de técnicas matemáticas e didáticas diversificadas e em quantidades maiores do que as propostas nos livros didáticos e que devem ser aprimoradas por todos aqueles que compõem a relação de aprendizagem, nesse caso, o professor do ensino superior, na disciplina que trata sobre o ensino de Matemática.

Propomos uma imersão ao cerne da questão, que algumas estudantes reconhecem, sobre as dificuldades que têm com o trabalho da divisão em si. Mas é importante reconhecer e fazê-las perceber que a existência das operações matemáticas em suas vidas é bem presente. É preciso que elas acreditem em suas potencialidades e capacidades de produção, pois existe uma forte relação entre o que produzem e o que ensinarão aos futuros alunos. Os espaços da sala de aula, nos cursos de Pedagogia, devem ser utilizados para produzir práticas, difundir conhecimentos, socializar técnicas sobre a divisão, através das resoluções de problema. Constatamos, ainda que são capazes de expressar suas opiniões e justificá-las, estabelecendo relação das informações que possuem atualmente com as informações obtidas na sua infância.

As produções das estudantes fornecem dados e elementos que nos fazem refletir sobre as práticas mais atuais nas salas de aula das séries iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, acreditamos que os professores do ensino superior podem reconstruir um novo currículo para a disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática, oferecendo situações para que elas reconheçam as suas possibilidades e superem as dificuldades existentes, que não são específicas das estudantes deste curso, mas sim de grande parte dos estudantes que veem a matemática como uma disciplina ainda muito difícil de ser aprendida. Percebemos que as resoluções de problema são um importante recurso metodológico que favorecem a diversificação de técnicas matemáticas e didáticas, além de ampliar as concepções existentes até então sobre o assunto abordado.

Enfim, evidencia-se que a existência de uma rede de instituições educacionais, em conjunto, determina grande parte do processo de ensino matemático, que, por sua vez, é composto de sujeitos capazes de também determinar o “funcionamento” de organizações matemáticas e didáticas em sala de aula.

Entre as instituições educacionais existe uma hierarquia que se inicia com os documentos emitidos pelos órgãos maiores competentes, que podem ser os PCN e em seguida os livros didáticos, estes, por sua vez, determinam o que e de que forma os conteúdos serão abordados nas escolas, através do conhecimento e informação que os professores construíram ao longo de uma história de vida. Ressaltamos, porém, que na existência dessa hierarquia, o movimento de interferências não ocorre somente de forma decrescente, mas também ao contrário e, ao mesmo tempo, de modo dialético.

Com esta dissertação, fazemos o chamamento para que todos nós, educadores, repensemos a nossa posição quanto à metodologia do ensino de matemática. Não é mais possível reproduzir a existência de uma divisão entre pedagogos e matemáticos. É preciso unir os conhecimentos e informações para poder colaborar com a qualidade de ensino de uma disciplina que contribui, de forma infinita com a construção do conhecimento das estudantes, como cidadãs e produtoras da Matemática na escola e também fora dela. Na vida!!!

REFERÊNCIAS

ABREU, A.A.; CARNEIRO, A. **A coluna Miguel Costa-Prestes**. Disponível em: <http://www.celsobarbieri.co.uk/luis_carlos_prestes/2_a_coluna_miguel_costa-prestes.htm>. Disponível em: 10 mar. 2010.

ANDRADE, E. P. **Um trem rumo às estrelas**. A Oficina de formação docente para o ensino de história. 2006. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2006.

BERGER, M. **Antropologia do corpo** - notas de aula. 2008. Disponível em: <<http://www.mirelaberger.com.br/mirela/download/programacompletocorpo20082.pdf>>. Acesso em 3 mar. 2010.

BITTENCOURT, C. M. F. **Livro didático e conhecimento histórico: uma história do saber escolar**. 1993. Tese (Doutorado) - Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto. Coleção Ciências da Educação, 1994.

BONI, V; QUARESMA, S. J. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. **Revista Eletrônica dos Pós-Graduandos em Sociologia Política da UFSC**, v. 2, n. 1, ano 3, p. 68-80, janeiro-julho, 2005.

BOSCH, M.C. **Un punto de vista antropológico: La evolución de los “instrumentos de representación” en la actividad Matemática**, 2001.

BOURDOUN, Louis Pierre Marie. **Éléments D'Arithmétique**. 36.ed. Paris: Gauthier-Villars, 1878. 226p.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). **Guia Nacional de Livros Didáticos: Matemática de 6º ao 9º anos**. Brasília, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BUENO, A. M. C. P.; TAVARES, S.; LEITE, A. M. **Matemática - pensar e viver**. 2º ano Ensino. Fundamental. São Paulo: Ática, 2006.

BUKOWITZ, N. S.L. **Práticas investigativas em matemática: uma proposta de trabalho no curso de pedagogia**. 2005. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. Teoria & Educação, Porto Alegre, n.2, 1990.

CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

_____. Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions. In: DORIER, J. L. *et al.* (eds). **Actes de la 1 lième Ecole d'été de didactique des mathématiques** - corps -21-30Août 2001, Grenoble: La Pensée Sauvage.

_____. Concepts fondamentaux de la Didactique: perspectives apportées par un approche anthropologique. In: **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 12, n. 1, p. 73-112, 1992.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs**. Objet d'étude et problématique. 1999. (Recherches en Didactique des Mathématiques).

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana; GASCÓN, Josep. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CURI, Edda. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

DOUGLAS, Mary. **Como as instituições pensam**. São Paulo: EDUSP, 1998.

ESTEVES, A. K. *et al.* Matemática para infância. In: PAIS, L. C. (Org.). **Didática e educação matemática**. Campo Grande: UFMS, 2009. p. 52-59

FELICE, José. **Didática e educação matemática**. Campo Grande: UFMS, 2009.

FOURNIER, M. **Marcel Mauss ou a dádiva de si**. 1992. Disponível em: <http://www.anpocs.org.br/portal/publicacoes/rbcs_00_21/rbcs21_09.htm >. Acesso em: 26 mai., 2008.

GASCÓN, J. La necesidad de utilizar modelos em didática de las matemáticas. **Edu. Mat. Pesqui**, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 11-37, 2003.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, abr., 1995.

GONZÁLEZ REY, F. Lo cualitativo y lo cuantitativo en la investigación de la psicología social. **Psicologia & Sociedade**, São Paulo, v. 10, n. 2. 1998.

HAGUETTE, M. T. F. **Metodologias qualitativas em sociologia**. Petrópolis: Vozes, 1999.

IMENES, L. M.; LELLIS, M.; MILANI, E. **Matemática paratodos 2ª série – Ensino Fundamental**. São Paulo: Scipione, 2005.

IMENES; LELLIS; JAKUBO. **Novo Tempo** - 4ª série. São Paulo: Editora Scipione, 1999.

JORNAL A PROVÍNCIA DE SÃO PAULO, 1879

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Técnicas de pesquisa**. 3.ed. São Paulo: Atlas, 1996.

LARROSA, Jorge. **Estudar = Estudiar**. Tradução de: Tomaz Tadeu e Sandra Corazza. Edição Bilíngüe. Belo Horizonte: Autêntica, 2003, 120p.

MARANHÃO, T.; PAIS, L. C. **A arithmetica elementar ilustrada de Antonio Bandeira Trajano**: uma história da educação matemática brasileira. III SESEMAT – Seminário Sul-mato-grossense de Pesquisa em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande-MS, 5 e 6, março, 2009.

MARI, E.C. **Antropologia da educação: apontamentos entre Malinowski e Paulo Freire**. 1997. Disponível em: <<http://www.uel.br/eventos/sepech/arqtxt/resumos-anais/EricCMari.pdf>>. Acesso em: 5 mar. 2010.

MATOS, A.S. **Síntese Histórica da Igreja Presbiteriana do Brasil**. Disponível em: <<http://www.mackenzie.br/7088.html>>. Disponível em: nov. 2009

MINAYO, Maria Cecília de Souza *et al.* (Org.) **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. 2.ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1994.

NACARATO, A. M. A escola como lócus de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos da colaboração. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 175- 195.

NACARATO, A. M. *et al.* Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente a matemática e seu ensino. **Zetetiké** - Cempem-FE-Unicamp, v. 12, n. 21, jan./jun., 2004.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 2ª reimpressão. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. v. 1. 128 p.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

QUICENO, D. J. V. **(Re)constituição do ideário de futuros professores de matemática num contexto de investigação sobre a prática pedagógica**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, 2003.

SAVIANI, Dermeval. **A escola pública no Brasil**. Campinas: Autores Associados; HISTDEBR, 2006.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

STANIC, G.M.A.; KILPATRICK, J. Perspectivas históricas da resolução de problemas no currículo de matemática. Artigo publicado originalmente no livro In: CHARLES, R. I. & SILVER, E. A. (Eds), **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**, 1989. p1-22. USA: National Council of Teachers of Mathematics.

SWIATKIEWICZ, Olgierd. Por que não uma abordagem praxeológica?!. **Aná. Psicológica**. [online], v.15, n. 4, Dec. 1997. SSN 0870-8231.

TANURI, L. M. História da formação do professor. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, n. 14, p. 61-68, maio/jun./jul./ago. 2000.

TRAJANO, Antonio Bandeira. **Arithmética Elementar Ilustrada**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1935.

VALENTE, W. R. Positivismo e matemática escolar dos livros didáticos no advento da República. **Cadernos de Pesquisa**, n. 109, São Paulo, Mar., 2000.

VALENTE, W. R. **Livro didático e educação matemática: uma história inseparável**. **Zetetiké** - Cempem-FE, Unicamp, v. 16, n. 30, jul./dez., 2008.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké** - Cempem-FE-Unicamp, v. 16, n. 30, jul./dez. 2008.

ZIMER, T. T. B. **Aprendendo a ensinar matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2008.