



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁDAMO DUARTE DE OLIVEIRA

Linguagem Digital, Celulares e Geometria Analítica: Encontros com Alunos do
Ensino Médio

Campo – Grande - MS

2019

ÁDAMO DUARTE DE OLIVEIRA

**Linguagem Digital, Celulares e Geometria Analítica: Encontros com Alunos do
Ensino Médio**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Suely Scherer

Campo – Grande - MS

2019

ÁDAMO DUARTE DE OLIVEIRA

Linguagem Digital, Celulares e Geometria Analítica: Encontros com Alunos do Ensino Médio

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA:

Suely Scherer (Orientadora)

Aparecida Santana Chiari

Marilena Bittar

Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Marcio Santana da Silva

Resultado: Aprovado.

Campo Grande, 25 de Abril de 2019.

“Nenhum homem pode banhar-se duas vezes no mesmo rio... pois na segunda vez o rio já não é o mesmo, nem tampouco o homem!”

(Heráclito de Efeso)

AGRADECIMENTOS



A Deus, pela imensa força proporcionada.



A Suelly, querida orientadora, pela parceria firmada nesses 4 anos. Obrigado por toda dedicação.



A minha Família pelo amor e apoio.



Aos membros da banca pelas leituras, análises e sugestões.



A Cláudia Carreira da Rosa, Diretora do Campus de Ponta Porã e amiga, pelo imenso apoio.



Aos Amigos do GETECMAT, em especial Frederico e Sérgio, pela ajuda em diversos momentos.



A família Kozima, em especial, Márcia Kozima, pela amizade.



Aos professores e gestores da escola Saldanha pela parceria firmada.



Aos alunos participantes da pesquisa. Agradeço imensamente cada um de vocês.



A todos os contribuintes brasileiros, pelos 6 meses em que estive afastado para a realização deste trabalho; Espero, que como professor, possa retribuir a vocês o investimento.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo analisar o processo de estruturação de conhecimentos de geometria analítica, por alunos do Ensino Médio ao resolverem tarefas matemáticas com Linguagem Digital, por meio do aplicativo Geogebra disponível para *smartphones*. O construto teórico da pesquisa pauta-se nos estudos de Vygotsky sobre os processos mentais superiores mediados e organizados por signos; de Valsiner sobre os processos interdependentes de Internalização e Externalização apresentados por este autor no modelo em lâmina e, de Valente sobre o ciclo de ações, reconfigurado a partir dos estudos de Valsiner. Estes estudos nos auxiliaram nas análises dos processos de estruturação de conhecimentos vivenciados pelos alunos. A pesquisa é de abordagem qualitativa. Para atingir o objetivo de pesquisa foram realizados encontros em uma escola da rede estadual de ensino de Mato Grosso do Sul, nos quais foram abordados conteúdos de geometria analítica com um grupo de seis alunos do Ensino Médio, sendo analisado na tese o processo de estruturação de conhecimentos de dois deles. Os dados produzidos são constituídos de diálogos gravados entre pesquisador/alunos e alunos/alunos; por vídeos de gravação de tela dos celulares dos alunos no momento em que resolviam as tarefas de matemática no aplicativo Geogebra; e por diálogos estabelecidos no aplicativo de mensagens *WhatsApp*, entre professor e alunos. A análise de dados evidenciou que o processo de estruturação de conhecimentos de geometria analítica, relacionados ao conceito de distância entre dois pontos, vivenciados pelos alunos, perpassaram as três camadas do sistema de Internalização/Externalização, no entanto com mais ocorrências nas camadas II e III. Durante o processo de estruturação de conhecimentos, surgiram estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução das tarefas, e os conhecimentos mobilizados nestas estratégias passam a se constituir como catalisadores cultivados ativamente pelos alunos no processo de estruturação vivenciado por eles. A análise evidenciou ainda, em alguns momentos, o papel organizador e estruturante dos símbolos, presentes na Linguagem Digital, frente aos processos mentais superiores empregados pelos alunos na resolução das tarefas.

Palavras-chave: Estruturação de Conhecimentos. Mobile Learning. Geogebra. Matemática.

ABSTRACT

This research aimed to analyze the process of knowledge structuring from analytical geometry by high school students when solving mathematical tasks with Digital Language, using Geogebraapp available for smartphones. The theoretical deal of the research is based on Vygotsky's studies about the higher mental processes mediated and organized by signs; on Valsiner and the interdependent processes of Internalization and Externalization presented by this author in the blade model, and on Valente's about the cycle of actions, reconfigured after and based on the studies of Valsiner. These studies helped us in the analysis of the processes of knowledge structuring experienced by the students. The research is done in qualitative approach. So as to have the research aim attained, meetings were held in a MatoGrosso do Sul state public education school, in which contents of analytical geometry were approached with a group of six high school students, from which we analyzed the knowledge structuring process from two of them. The data produced is composed from dialogues recorded among researcher / students and students / students; by screen-recording videos from students' mobile phones at the time they were solving mathematical tasks in the Geogebra app; and from dialogues set in WhatsApp messaging app among teacher and students. The data analysis disclosed that the process of knowledge structuring of analytical geometry, related to the concept of distance between two points, seen by students, crossed the three layers of the Internalization / Externalization system, however with more occurrences in layers II and III. During the process of knowledge structuring, strategies were employed by students to solve tasks, and the knowledge drafted in these strategies turn to be constituted as catalysts actively cultivated by students in the process structuring experienced by them. The analysis also evidenced, in some moments, the organizing and structuring role of the symbols, found in the Digital Language, when faced the superior mental processes applied by students in the tasks resolutions.

Key-words: Knowledge Structuring. Mobile Learning. Geogebra. Math.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Os Números em Libras.....	34
FIGURA 2 – Os Processos Construtivos de Internalização e Externalização...	46
FIGURA 3 – O Modelo em Lâminas do Processo de Internalização e Externalização.....	47
FIGURA 4 – O Ciclo de Ações na Interação do Aprendiz com o Computador..	54
FIGURA 5 - O Ciclo de Ações Apresentado em 1998.....	56
FIGURA 6 – Apresentação do Ciclo de Ações no Contexto da Pesquisa.....	59
FIGURA 7 – Grupo de WhatsApp Criado pelo Pesquisador.....	75
FIGURA 8 – Diálogo entre Orientador e Orientando no Processo de Discussão de Teorias da Tese.....	76
FIGURA 9 - Interface do Site Utilizado para Gerar os Qr Codes da Tese.....	78
FIGURA 10 – Apresentação do Aplicativo Geogebra.....	79
FIGURA 11 – Ferramentas Disponíveis no Aplicativo Geogebra para Celular..	80
FIGURA 12 – Grupo Restante de Ferramentas do Geogebra para Celular.....	81
FIGURA 13 – Apresentação do Aplicativo Mobizen.....	83
FIGURA 14 – Construção na Tarefa 03.....	89
FIGURA 15 – Resumo do Percurso Metodológico Desenvolvido na Tese.....	94
FIGURA 16 – Descrição 01 do Aluno Rogério.....	102
FIGURA 17 – Descrição 02 do Aluno Rogério.....	103
FIGURA 18 – Descrição 03 do Aluno Rogério.....	104
FIGURA 19 – Descrição 05 do Aluno Rogério.....	106
FIGURA 20 – Descrição 06 do Aluno Rogério.....	107
FIGURA 21 – Descrição 07 do Aluno Rogério.....	108
FIGURA 22 – Descrição 08 do Aluno Rogério.....	108
FIGURA 23 – Descrição 09 do Aluno Rogério.....	109
FIGURA 24 – Descrição 01 – Momento 1 Item (I).....	118
FIGURA 25 – Estratégia de Resolução de Rogério – Momento 1 Item (I).....	119
FIGURA 26 – Estratégia de Resolução de Rogério – Momento 1 Item (II).....	121
FIGURA 27 – Estratégia de Resolução de Rogério – Momento 2 Item (1).....	122
FIGURA 28 – Estratégia de Resolução de Rogério – Tarefa 01/Momento (III).	124
FIGURA 29 – Estratégia de Resolução de Rogério na Tarefa por Ele	

Investigada.....	125
FIGURA 30 – Estratégia de Resolução de Rogério – Tarefa 1 Momento (4)....	127
FIGURA 31 – Divisão de Três por Oito.....	129
FIGURA 32 – Diálogo inicial entre Rogério e Professor no <i>Whatasapp</i>	131
FIGURA 33 – Construção do Triângulo de Rogério.....	133
FIGURA 34 – Encontrando a Medida do Lado CB do Triângulo Retângulo.....	134
FIGURA 35 – Encontrando a Distância entre A e B.....	136
FIGURA 36 – Aplicando o Teorema de Pitágoras no Triângulo ABC.....	136
FIGURA 37 – Foto Enviada pelo Aluno Rogério ao Justificar sua Estratégia....	138
FIGURA 38 – <i>Prt sc</i> do Diálogo estabelecido entre Professor e Aluno.....	139
FIGURA 39 – <i>Prt sc</i> da Justificativa do Aluno sobre Ângulo Reto.....	140
FIGURA 40 – Diálogo entre Professor e Aluno.....	140
FIGURA 41 – Diálogo entre Professor e Aluno via <i>WhatsApp</i> – Segmento ou Reta?.....	142
FIGURA 42 – Rogério Verificando Medidas Encontradas.....	144
FIGURA 43 – Outra Tarefa Solicitada pelo Professor.....	145
FIGURA 44 – Execução Relativa à Descrição Inicial de Rogério.....	147
FIGURA 45 – Segunda Descrição – Tarefa Terceiro Encontro.....	149
FIGURA 46 – Medida do Ângulo C do Triângulo ABC, encontrado por Rogério.....	150
FIGURA 47 – Encontrando a Distância entre A e B.....	152
FIGURA 48 – Encontrando uma fórmula a Distância entre dois Pontos.....	153
FIGURA 49 – Cálculos Realizados por Rogério.....	154
FIGURA 50 – Operações Realizadas por Rogério com as Coordenadas dos pontos E e F.....	155
FIGURA 51 – Representação do Professor no Momento do Diálogo.....	158
FIGURA 52 – Primeira Descrição de Lucas.....	160
FIGURA 53 – Abrindo a Janela Algébrica.....	163
FIGURA 54 – Construindo a Reta $y = -10$	167
FIGURA 55 – Aplicação de Zoom pelo Aluno Lucas.....	170
FIGURA 56 – Primeira Execução – Marcando o Ponto $A = (1,2)$	171
FIGURA 57 – Nova Descrição.....	172
FIGURA 58 – Uso da Janela Algébrica.....	173

FIGURA 59 – Tela no Momento do Diálogo.....	175
FIGURA 60 – Aplicando Zoom.....	178
FIGURA 61 – Primeira Descrição.....	179
FIGURA 62 – Ponto de Coordenadas Inteiras.....	182
FIGURA 63 – Marcando Pontos de Mesma Abscissa.....	183
FIGURA 64 – Descrição Item (II) de Lucas.....	186
FIGURA 65 – Movendo A e B.....	188
FIGURA 66 – Marcando Pontos com Mesma Ordenada.....	189
FIGURA 67 – Tarefa Proposta pelo Professor.....	191
FIGURA 68 – Tarefa (I)- Momento 4 Item (I).....	195
FIGURA 69 – Usando a Ferramenta de Medir Distâncias.....	197
FIGURA 70 – <i>Print Screen</i> (Conversa entre Lucas e Pesquisador).....	198
FIGURA 71 – Figura Enviada ao Professor.....	199
FIGURA 72 – Continuação do Diálogo Via <i>WhatsApp</i>	201
FIGURA 73 – Questões do Professor Via <i>WhatsApp</i>	202
FIGURA 74 – Aplicando Zoom.....	203
FIGURA 75 – Refutando a Estratégia Anterior.....	204
FIGURA 76 – Marcando um Ângulo.....	206
FIGURA 77 – Ferramenta de Ângulo.....	207

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Conteúdos Relacionados a Geometria Analítica no Ensino Médio do Estado de Mato Grosso do Sul.....	67
QUADRO 2 – Perfil dos Alunos Participantes da Pesquisa.....	70
QUADRO 3 – Data dos Encontros e Conteúdos Trabalhados.....	84

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	13
1 INTRODUÇÃO	14
2 LINGUAGEM DIGITAL, PSICOLOGIA CULTURAL E O CICLO DE AÇÕES.....	30
2.1 ENFIM, QUE LINGUAGEM É ESSA?.....	30
2.2 FUNDAMENTOS DA PSICOLOGIA CULTURAL E OS PROCESSOS DE INTERNALIZAÇÃO E EXTERNALIZAÇÃO.....	39
2.3 O CICLO DE AÇÕES: ARTICULAÇÕES COM O PROCESSO DE INTERNALIZAÇÃO E EXTERNALIZAÇÃO.....	53
3 O PERCURSO METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	62
3.1 DA QUESTÃO DE PESQUISA AO CONSTRUTO TEÓRICO.....	63
3.2 DOS SUJEITOS PARTICIPANTES.....	66
3.3 DOS INSTRUMENTOS USADOS NA PRODUÇÃO DOS DADOS.....	71
3.4 ENCONTROS, TAREFAS E ANÁLISES DOS DADOS.....	83
4 UM OLHAR SOBRE OS DADOS CONSTRUÍDOS	96
4.1 DISTÂNCIAS OU PARALELISMO? INICIANDO ENCONTROS E ANALISANDO DIÁLOGOS COM ROGÉRIO.....	98
4.2 AS DISTÂNCIAS DE ROGÉRIO.....	112
4.3 LUCAS E DISTÂNCIAS: PRIMEIRO ENCONTRO COM O GEOGEBRA..	158
4.4 AS DISTÂNCIAS DE LUCAS.....	177
5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES.....	210
REFERÊNCIAS.....	220

APRESENTAÇÃO

Caro (a) leitor (a), em alguns momentos desta tese você encontrará Qr Codes inseridos ao longo do texto. Para decodificar o conteúdo dos códigos que encontrar você precisará de um aplicativo leitor de Qr Codes instalado em seu celular. Caso não o tenha, dirija-se à loja de aplicações e realize o download de um leitor de sua preferência, compatível ao sistema operacional de seu aparelho celular. Aconselhamos manter essa aplicação sempre atualizada, pois alguns aplicativos leitores, por não mais receberem atualizações, podem apresentar bugs impedindo a decodificação.

Desejamos a você uma excelente leitura!

1 INTRODUÇÃO

“Saber o que fazemos com as redes sociais digitais é fundamental, porém mais importante ainda é saber o que as redes estão fazendo conosco. O que estão fazendo com nossa subjetividade e sociabilidade, com a nossa memória, com os nossos anseios e desejos, o que estão fazendo com os nossos modos de receber informação, de nos darmos conta dos fatos, de adquirir conhecimento, de perceber e representar o mundo, enfim, o que estão fazendo com os nossos processos de aprendizagem e, possivelmente, com as nossas maneiras de ensinar e aprender”. (SANTAELLA, 2013, p. 112).

Santaella (2013) ao falar sobre as redes sociais digitais e ainda sobre o uso de tecnologias pelos seres humanos, nos convida a pensar sobre o quanto estas tecnologias têm afetado e alterado nossos modos de viver. É fato que as tecnologias digitais se encontram inseridas em vários setores da sociedade e que esta inserção pode implicar em diversas mudanças nas formas de viver, estudar, trabalhar, alterando o modo de como os indivíduos realizam suas tarefas e a maneira como se organizam em sociedade (KENSKI, 2003).

Essa nova realidade pode ser notada ao ver como as pessoas podem, por exemplo: consultar o saldo bancário de sua conta utilizando o celular, sem necessariamente ir ao banco; comprar diversos produtos disponíveis em um catálogo *on-line* na internet dispensando, caso desejar, a visita a uma loja física; trocar informações de várias áreas do conhecimento com pessoas de outras regiões do país e/ou do mundo, utilizando web-conferências, *chats* ou *sites* específicos; criar, em rede, grupos de interesse comum para troca de experiências e informações.

Diante disso, é possível inferir que, à medida que as tecnologias digitais evoluem e passam a estar presentes em diversos setores da sociedade, e conseqüentemente na vida das pessoas, essas não provocam mudanças substanciais apenas em suas vidas cotidianas, mas causam também alterações generalizadas no seu modo de ser, pensar e atuar no mundo, alterando todas as nossas ações (KENSKI, 2003). Neste sentido, Almeida e Valente (2011, p. 06) afirmam que:

[...] a evolução das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) tem um papel fundamental no processo de globalização, provoca mudanças nos modos de ser e estar no mundo, reconfigura as relações comunicacionais e faz surgir uma nova ordem mundial, denominada sociedade tecnológica, sociedade em rede, sociedade da informação, sociedade cognitiva, sociedade digital ou outras denominações.

Diante dessa nova configuração, a da sociedade digital, e da Cultura Digital, faz-se necessário refletirmos sobre suas interferências nas atividades ligadas à educação. Alguns autores como Branco (2008), Brito e Purificação (2011), defendem que por estarem inseridas em diversos setores da sociedade, refletir sobre a importância da presença destas tecnologias no ambiente escolar, bem como nas alterações que podem ser causadas por elas, é indispensável.

Nesse contexto, o da sociedade digital, é que estão inseridos os alunos. Alunos definidos por Vieira (2014) como “alunos plugados”, que em geral, compartilham informações utilizando as redes sociais; acessam e compartilham rapidamente de seus aparelhos celulares informações disponíveis na internet; utilizam canais de vídeos e blogs que auxiliam em suas atividades escolares; participam de jogos virtuais em rede; dentre tantas outras atividades com tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) típicas da Cultura Digital. De modo similar, Valente (2012), ao falar sobre estes alunos, afirma que:

Crianças e adolescentes de até 18 anos são considerados privilegiados, com status de “nativos digitais” ou “geração net”, porque estão crescendo com a internet, o que lhes favorece a familiarização tanto com a linguagem digital quanto com as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC). O fato de estarem constantemente cercados por vários dispositivos e serem capazes de simultaneamente ouvir o iPod, assistir à televisão, enviar e receber textos no twitter e navegar na internet tem gerado a opinião popular de que trabalham de maneira diferente e, por conseguinte, o seu cérebro é conectado de maneira diferente.

Neste mesmo sentido, Lévy (1993) afirma ainda que os integrantes desta nova lógica imposta pelas tecnologias reorganizam, de uma forma ou de outra, suas visões de mundo e seus reflexos mentais ao realizarem determinadas tarefas com o uso destas tecnologias.

Relacionados a este assunto, outras pesquisas principalmente ligadas à Neurociência, têm investigado como as tecnologias digitais têm afetado determinadas regiões cerebrais. Segundo Valente (2012), o pesquisador dessa área

tem como objetivo descobrir que tipos de alterações químicas e estruturas cerebrais estão mudando ao utilizarmos recursos existentes, por exemplo, na internet. Assim, o nosso interesse está em mudanças que ocorrem no cérebro do indivíduo e que tipos de atividades as provocam.

Relacionadas a este tipo de pesquisas, pode-se citar as investigações¹ de Sparrow, Liu e Wegner (2011) e Kanai *et al* (2011). A primeira, conclui que o acesso às informações on-line afeta a maneira como armazenamos ou memorizamos a informação; enquanto que a segunda procura relacionar o tamanho das redes sociais *on-line* frequentadas pelo indivíduo ao tamanho de algumas de suas estruturas cerebrais.

Santaella (2013) declara que o advento das tecnologias tem alterado profundamente a cognição humana (novos hábitos mentais na forma em que os indivíduos processam a cultura emergem a partir destes usos) e que ao alterar a cognição, repercussões cruciais na educação são produzidas, devendo ser problematizadas pelos sistemas educacionais, que deveriam estar sempre em estado de prontidão diante desta nova realidade. Deste modo, não se pode deixar de pensar nas transformações causadas pelas tecnologias digitais no contexto escolar, em especial, nas questões relacionadas às novas formas de apropriação de conhecimentos por alunos que vivenciam a Cultura Digital.

É válido neste momento, explicitar o que entendemos sobre Cultura Digital, visto que muitas das escolhas e temas tratados nesta tese, bem como o contexto da pesquisa, relacionam-se a ela.

Entendemos Cultura como um processo. Segundo Valsiner (2012), a Cultura é produzida por indivíduos em um processo de constante transformação mútua, ou seja, ao produzi-la, a transformamos e nos transformamos, sempre ativamente. Esse contínuo movimento de transformação, estabelecido nas relações entre sujeito/cultura, ocorre nos processos de interações sociais tanto entre indivíduos, quanto entre indivíduos e produtos culturais, historicamente construídos. São, nessas interações entre sujeitos e tecnologias digitais (artefatos culturais) que emerge a Cultura Digital. (MENEZES, JÚNIOR E MARIN, 2015).

¹ Mais informações disponíveis em: <<https://www.grupoa.com.br/revista-patio/artigo/6463/a-internet-e-as-mudancas-nas-estruturas-cerebrais.aspx>> Acesso 17 de set. 2014.

Gil (2010) afirma que o termo Cultura Digital ainda é um conceito novo e não consolidado. Para este autor, a Cultura Digital é uma produção humana, sendo estabelecida a partir dos usos e relações firmadas entre sujeitos e tecnologias digitais, também criações humanas. Para Menezes, Júnior e Marin (2015), a Cultura Digital é uma realidade da sociedade da informação, em que as relações humanas são mediadas por tecnologias digitais, mediação esta que afeta fortemente os hábitos e comportamentos das pessoas. Crespo, ao falar em Cultura Digital, apresenta considerações semelhantes à destes autores:

[...] a cultura se constitui de ação do homem, na sociedade; criando formas, objetos, dando vida e significação a tudo o que o cerca. É essa ação humana que permitiu o surgimento do computador e, por conseguinte, o surgimento da Cultura Digital. E esta passa, em seguida, a fazer parte de vários aspectos da vida humana, na aprendizagem pedagógica, na vida afetiva, na vida profissional, na simbologia da comunicação humana. Desse modo, vimos surgir uma nova estruturação de pensamentos, práticas e conceitos. (CRESPO, 2013, p.17)

Heinsfeld e Pischetola (2017) caracterizam a Cultura Digital também a partir das relações estabelecidas entre sujeitos e tecnologias digitais. Para estas autoras, a Cultura Digital ocasiona uma ruptura na maneira como a informação é disseminada, reproduzida e concebida, sendo as tecnologias móveis elementos importantes neste processo. Segundo elas, a Cultura Digital fica caracterizada “pela comunicação e à conectividade global, ao acesso e à produção de conteúdo de forma veloz, interconectada, autônoma e mediada pelo digital, através das redes [...]” (HEINSFELD E PISCHETOLA, 2017, p. 1352). Em tempo, a Cultura Digital, para Heinsfeld e Pischetola (2017), se caracteriza pela reestruturação da sociedade, oportunizada a partir da conectividade e ubiquidade. Santaella (2013, p.16) esclarece que a ubiquidade é “a habilidade de se comunicar a qualquer hora e em qualquer lugar via aparelhos eletrônicos [...]. Evidentemente, a tecnologia sem fio, proporciona maior ubiquidade do que é possível com meios com fio [...]”.

Para Brito e Purificação (2011, p. 23), o novo cenário tecnológico exige “uma nova gestão do conhecimento na forma de conceber, armazenar e transmitir o saber, dando origem assim às novas formas de simbolização e representação do conhecimento”. Porém, para isso, faz-se necessário entender que a nova lógica

imposta à sociedade pelas tecnologias e em constante manutenção pelos integrantes da Cultura Digital, “influenciam o processo de estruturação do nosso pensamento e, em especial o modo de ser, agir e pensar das gerações que hoje frequentam salas de aula” (ALMEIDA; VALENTE, 2011, p. 06).

Assim, ao se pensar em educação (e particularmente em processos de estruturação de conhecimentos) não se pode negar que, em especial nas zonas urbanas, muitos alunos hoje, usam intensamente tecnologias digitais conectadas à internet. Estes usos, apresentados por alunos integrantes da Cultura Digital, geram impactos relacionados às novas formas de aprender e conceber o conhecimento, influenciando o modo como estes o estruturam. Em geral, a internet aliada aos dispositivos móveis, como *smartphones*, com exponencial expansão notada a partir dos anos 2000, fez com os estes indivíduos, produtores da e na Cultura Digital, passassem do *status* de ‘estar’ conectado para ‘ser’ conectado, fato que afeta substancialmente o psiquismo, a cognição e os comportamentos destes usuários. (SANTAELLA, 2013).

Dentre todas essas alterações oriundas dos usos destas tecnologias por alunos na Cultura Digital, pensar sobre que alterações nos modos de pensar e de construir conhecimento acontecem, são reflexões de extrema importância no campo da educação e, em especial, da educação matemática. Articulada a esta reflexão, indagações relacionadas à aprendizagem em matemática com o uso de tecnologias, têm feito parte dos meus anseios há um tempo enquanto professor/pesquisador.

Refletir sobre o processo de estruturação de conhecimentos por parte de alunos, que vivenciam uma nova lógica emergente do advento das tecnologias e conseqüentemente da Cultura Digital, institucionalizada a partir dos usos das tecnologias digitais pelos humanos, tem despertado, ao longo do meu processo de formação, interesse como professor de matemática e pesquisador.

Este interesse fez emergir diversas questões sobre como estes processos de estruturação de conhecimentos ocorrem na Cultura Digital, porém, dentre todas estas indagações, optamos por investigar a seguinte questão: **“Como ocorre o processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica, por alunos do Ensino Médio ao resolverem tarefas de matemática com Linguagem Digital, em smartphones?”**. Esta é a questão de pesquisa desta tese e que

problematizamos ao longo de todo este material. Defendemos a tese de que a Linguagem Digital influencia processos de estruturação de conhecimentos.

Para chegar à definição da questão de pesquisa, um longo percurso como professor de matemática e pesquisador foi trilhado. A primeira vez que questionei como sujeitos poderiam aprender matemática com o uso de tecnologias, foi em 2005, ano que marca o início de minha carreira docente e também da chegada das primeiras salas de tecnologias (laboratórios de informática) em uma escola na cidade de Terenos - MS em que eu lecionava.

Percebi que ao usar computadores para ensinar matemática, com o intuito de que os alunos construíssem conhecimentos, os modos empregados nestes usos deveriam ser diferentes dos estilos convencionais, a que eu estava acostumado a lecionar, utilizando quadro e giz e/ou papel e lápis. No entanto, naquela época, não possuía clareza em como operacionalizar estes usos, nem no que eles deveriam se diferenciar dos modos como eu realizava, por exemplo, outras aulas sem o uso de tecnologias digitais.

Por volta do ano de 2009, a chegada de laptops educacionais para cada um dos alunos da cidade de Terenos - MS, ocasionada pela implantação de um projeto do Governo Federal, denominado PROUCA (Programa um Computador por Aluno), fez com que meus anseios sobre como se dava o processo de estruturação de conhecimentos matemáticos com o uso de tecnologias digitais aumentassem.

Cada aluno possuía um laptop educacional, não se fazia mais necessário se deslocar ao laboratório de matemática para utilizar o computador. Os computadores estavam nas mãos dos alunos, móveis, conectados à internet. Além disso, considerar como os professores estruturariam conhecimentos com o uso de laptops se configurou em reflexões também vivenciadas por mim neste momento. Outras questões assim emergiram: Como se davam os processos de estruturação de conhecimentos com estas tecnologias? Em particular, como ocorriam os processos de estruturação de conhecimentos matemáticos com os laptops, tanto de alunos quanto de professores?

A fim de investigar de modo mais sistemático estas questões, resolvi cursar Mestrado em Educação Matemática na linha de Tecnologias e Educação Matemática no Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática

(PPGEDUMAT) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Ao fim de 2012, defendi a pesquisa intitulada: *Reconstruindo o conceito de paralelogramo com o software Klogo: uma experiência com professores de Matemática* (OLIVEIRA, 2012). Tal pesquisa objetivou investigar se e como conhecimentos sobre paralelogramos foram (re) construídos por professores de matemática do 6º ao 9º ano do ensino fundamental ao resolverem atividades ligadas ao conceito de paralelogramo utilizando o software Klogo².

Para estudar o processo de (re)construção de conhecimentos sobre paralelogramos por parte dos professores, me apoiei nos estudos de Piaget (1972; 1995) sobre a epistemologia genética, mais especificamente sobre o papel das abstrações no processo de construção de conhecimentos e nos estudos de Valente (2005a) sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem. A partir dos resultados obtidos com esta investigação, notou-se que, os sujeitos, ao se debruçarem sobre a tarefa a ser resolvida com o uso do software Klogo, apresentaram inicialmente alguns conhecimentos prévios que possuíam sobre o conceito de paralelogramo. À medida que as interações do sujeito com o problema proposto aconteciam, verificou-se que novos conhecimentos necessitavam ser mobilizados, como, por exemplo, ângulos alternos internos, ângulos suplementares e ângulos formados por retas paralelas e transversais, para que a tarefa solicitada fosse resolvida. Tais conhecimentos deveriam ser mobilizados em virtude do ambiente em que a tarefa foi proposta.

Neste sentido, inferiu-se que a utilização do software Klogo “impôs” aos sujeitos da pesquisa modos de pensar, compreender e resolver a tarefa, em virtude das características inerentes a este software que, de certo modo, exigiram a mobilização destes conhecimentos que poderiam não ser mobilizados, por exemplo, no papel e lápis. Há evidências ainda que os sujeitos participantes, ao resolverem atividades relacionadas ao conceito de paralelogramo, (re) construíram este conceito devido à mobilização destes conhecimentos, por exigência da tarefa proposta neste novo cenário.

² Software de programação que utiliza a Linguagem Logo, presente nos laptops educacionais distribuídos pelo PROUCA.

A partir da realização desta pesquisa, comecei a me questionar sobre o papel do software Klogo, no que diz respeito em quanto este poderia “determinar” que tipos de conhecimentos deveriam ser mobilizados pelos professores participantes para que fosse possível resolverem as tarefas propostas neste ambiente.

Ao invés de olhar para o software, apenas como novo ambiente, em que determinados conhecimentos deveriam emergir para que as tarefas ali propostas fossem realizadas, passei a entender que no uso deste software, uma linguagem, a digital, emergiria. Linguagem enquanto sistema simbólico, estruturante dos processos mentais superiores, (re) organizadora dos processos mentais envolvidos nas tarefas propostas, tendo um papel instrumental frente aos processos de pensamento dos sujeitos empregados na resolução das tarefas. Foram estas as reflexões que permitiram a construção da questão de pesquisa que problematizamos nesta tese.

A partir de buscas realizadas no Banco de Teses e Dissertações produzidas no âmbito da UFMS, outras pesquisas similares à pesquisa de Mestrado, por mim produzida, foram encontradas. Estas buscas foram realizadas, a fim de verificar quais resultados estes pesquisadores identificaram em relação às influências do software no processo de estruturação de conhecimentos e se esses resultados eram similares aos apontados em Oliveira (2012).

No âmbito do PPGEDUMAT (UFMS) e do grupo de pesquisa do qual participo, o GETECMAT, com foco em analisar o processo de (re) construção de conhecimentos, duas outras pesquisas que discutem esta temática, investigada pelo grupo desde 2011, merecem ser evidenciadas, a saber: as dissertações de Silva (2014) e Souza (2016). Essas investigações utilizaram os referenciais teóricos utilizados em Oliveira (2012), pautados na epistemologia genética de Piaget e no ciclo de ações e a espiral de aprendizagem de Valente, para análise do processo de (re) construção de conhecimentos.

Silva (2014) objetivou analisar uma ação de formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, identificando contribuições desta para o ensino de geometria com o uso do software Klogo. A partir de uma ação de formação estruturada em dez encontros, Silva (2014) apontou que a ação de formação contribuiu para a (re) construção de

conhecimentos dos professores sobre geometria plana, pela maior parte dos participantes, relacionadas em especial a propriedades de figuras planas como quadrado, losango e triângulo. De modo análogo a Oliveira (2012), Silva (2014) atribui tais (re) construções devido à proposição destas tarefas no novo cenário, a do software Klogo, articuladas à abordagem construcionista, de Papert, adotada na ação de formação desenvolvida.

Souza (2016) objetivou analisar a (re) construção de conhecimentos de funções por professores de matemática, com o uso do software Geogebra, ao participarem de uma ação de formação continuada. A partir da ação de formação realizada, na qual foram abordados os conteúdos sobre função polinomial de primeiro grau e função seno, Souza (2016) constatou que houve indícios de (re) construção de conhecimentos destas funções, a partir de abstrações empíricas e pseudoempíricas realizadas pelos participantes na resolução das atividades propostas no software Geogebra, ao relacionarem a representação gráfica com a representação algébrica das funções plotadas no software utilizado.

A partir disto, nota-se que tanto na pesquisa de Mestrado por mim realizada, quanto nas pesquisas desenvolvidas por Silva (2014) e Souza (2016), que os indícios de (re) construção de conhecimentos evidenciados foram atribuídos à proposição das tarefas matemáticas em um novo cenário, no caso, dos softwares utilizados. O que problematizamos nesta tese a partir destes estudos, e em especial a partir das reflexões feitas por mim sobre a pesquisa de mestrado que realizei, é que estes processos de (re) construção de conhecimentos foram oportunizados pelo uso do software, e mais do que isso, que a Linguagem Digital, presente nestes processos, desempenhou funções organizadoras importantes nos processos psíquicos superiores desenvolvidos pelos participantes destas pesquisas, implicando na mobilização dos conhecimentos discutidos nestas investigações. Gere (2002) reforça este nosso argumento ao afirmar que a linguagem digital define e envolve modos de pensar e fazer, muito particulares que estão incorporados à tecnologia que é utilizada para a realização de alguma tarefa pelo indivíduo.

Assim, o que intencionamos nesta tese, a partir de reflexões vivenciadas por mim a partir dos resultados da pesquisa de mestrado, e dos constantes movimentos de pesquisa discutidos no grupo GETECMAT, é analisar como o processo de

estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica ocorre, quando alunos do Ensino Médio resolvem tarefas matemáticas, com o uso de Linguagem Digital, em *smartphones*.

Ao analisar outras pesquisas que discutem o processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica (ou de outros conteúdos de geometria) a partir do uso do Geogebra em celulares e outras tecnologias móveis, observamos uma possível escassez de publicação de pesquisas brasileiras que abordam conhecimentos de geometria analítica (presentes no currículo de matemática do Ensino Médio) com linguagem digital, a partir do uso do Geogebra em tecnologias móveis. Nesse sentido, optamos por descrever o nosso caminho e tentativas de buscas por pesquisas correlatas a nossa tese.

A primeira busca foi na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações Brasileira (BDTD), utilizando inicialmente as seguintes palavras-chave: “Linguagem Digital”, “Estruturação de Conhecimentos”, “Geometria Analítica”, “Geogebra” e “Celulares”. No entanto, não obtivemos nenhum resultado a partir das palavras utilizadas. Outras três buscas foram então realizadas alterando a última palavra-chave, utilizada na primeira tentativa, a saber, “Celulares” para, respectivamente, “*Mobile Learning*”, “Aprendizagem Móvel” e “*Smartphones*”. Novamente não foram encontrados resultados a partir destas palavras.

Realizamos outra busca substituindo as palavras iniciais por: “Aprendizagem”, “Geometria Analítica” e “Geogebra”. Foram encontradas a partir do uso destas palavras 21 pesquisas, porém todas utilizam o computador para investigar processos de aprendizagem.

Por considerar que a dinâmica do processo de aprendizagem, com o Geogebra instalado em computadores, não é a mesma que utilizadas em tecnologias *touchscreen*, presentes, por exemplo, em telefones celulares (BAIRRAL, 2013), não detalhamos aqui os resultados destas investigações encontradas.

A partir de uma nova busca, outras 31 pesquisas foram encontradas com o uso das seguintes palavras-chave: “Linguagem Digital”, “Construção de Conhecimentos”, “Geometria Analítica” e “Geogebra”, mas que novamente, não contemplavam o uso do telefone celular.

Uma pesquisa de mestrado, mais especificamente de Silva (2018), foi encontrada a partir do uso das seguintes palavras inseridas na BDTD: “Celular”, “Geometria Analítica” e “Geogebra”. Trocamos ainda a palavra “Celular”, por “*Mobile Learning*” e “Aprendizagem Móvel”, mas não encontramos resultados.

Visto que ao utilizar a BDTD, apenas uma pesquisa (SILVA (2018)) relacionada à temática desta tese foi encontrada, optamos em realizar outras buscas, utilizando outra plataforma. No *Google Acadêmico*, a partir das palavras-chave: “Celulares”, “Geogebra”, “Geometria Analítica” e “Construção de Conhecimentos”, Dos resultados apresentados, 10 pesquisas apresentaram potencial para serem correlatas a esta investigação a partir da leitura do resumo destas investigações.

Ao realizar uma leitura mais cuidadosa dessas pesquisas, verifiquei que apenas duas discutiam o processo de aprendizagem sobre geometria analítica com o uso de tecnologias móveis, sendo a pesquisa de Silva (2018) novamente encontrada nesse rol. Ao estudar a Pesquisa de Silva (2018), verificamos que não se tratava de uma pesquisa que discutia processos de aprendizagem em geometria analítica, mas em geometria espacial com o uso do Geogebra com celular, sendo estes, os elementos mais próximos a esta investigação. No entanto, escolhemos discutir esta pesquisa.

Novas três buscas foram realizadas no *Google Acadêmico*, trocando a palavra “Celular” por “*Mobile Learning*”, depois por “Aprendizagem Móvel” e “Construção de Conhecimentos” por “Aprendizagem”, resultando em 10 pesquisas. Porém, nos resultados obtidos observávamos duas características: as pesquisas selecionadas foram contempladas em outras buscas, ou não utilizavam celular e/ou outras tecnologias móveis na discussão do processo de construção de conhecimentos de geometria analítica. Passemos agora a discutir pontos importantes destas pesquisas correlatas.

Gomes (2017) objetivou analisar como alunos do Ensino Fundamental aprendem conceitos relacionados à geometria, mais especificamente, sobre polígonos, a partir do uso do Geogebra para *smartphones*, em atividades que envolveram o ladrilhamento de polígonos no plano. Para tanto, este autor aplicou,

em seis sessões, cinco atividades sobre ladrilhamento de polígonos a seus alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental.

A análise da aprendizagem dos conceitos trabalhados foi considerada a partir dos níveis de Van Hiele. Gomes (2017), pautados nas ideias deste autor, afirma que os alunos inicialmente encontravam-se no nível básico, ou zero, e, a partir dos conhecimentos que os alunos mobilizaram durante as sessões iniciais, afirma que os discentes eram capazes de reconhecer alguns conceitos básicos sobre os polígonos apresentados, mas não sabiam dizer suas propriedades ou compará-los entre si, características típicas desse nível. Dentre as constatações apresentadas por Gomes (2017, p. 48), sobre o nível dos alunos, nas sessões iniciais, destacam-se: não diferenciavam quadrados de retângulos; desconheciam propriedades de quadriláteros; não conheciam diferentes tipos de ângulos, desconheciam polígonos como octógonos e dodecágonos e desconheciam construções geométricas simples, como as de um quadrado e do retângulo.

Ainda como resultados apresentados, Gomes (2017) afirmou que no decorrer das sessões percebeu-se que os alunos avançaram do nível básico, ou zero, inicialmente observado, para o nível dois, em que, foram capazes de fazer inclusões de classes, acompanhar uma prova informal, porém ainda sem serem capazes de realizar outra.

Verificamos que as conclusões sobre o processo de aprendizagem dos alunos sobre polígonos, em atividades de ladrilhamento, foram bastante gerais, não explicitando com detalhes que tipos de conhecimentos ou propriedades, por exemplo, foram mobilizados e/ou apreendidos ao longo das sessões por parte do grupo de alunos investigados. Gomes (2017, p. 65) destacou ainda que os alunos ao final das sessões evoluíram no processo de aprendizagem, sendo capazes de: reconhecer as propriedades de quadriláteros; nomear corretamente os polígonos; entender e utilizar o cálculo das medidas de ângulos internos de polígonos; usar termos próprios da Geometria, tais como: reflexão, simetria, bissetriz, mediana, entre outros, encontrados no *software* utilizado; ladrilhar, sem a utilização de tentativa e erro, mas via cálculo das medidas de ângulos internos e pela análise possibilidades de encaixe dos polígonos utilizados nas tarefas.

Com relação ao uso do Geogebra, Gomes (2018, p.66) afirmou que o uso do aplicativo no *smartphone*, “pode levar os alunos à construção de importantes conceitos, principalmente pela movimentação dos polígonos que facilitam a visualização e a exploração das propriedades dos objetos de estudo”. No entanto, não apresenta com detalhes que tipos de contribuições o aplicativo proporcionou ou como influenciou no processo de construção de conhecimentos sobre polígonos em atividades de ladrilhamento.

Outra pesquisa localizada, a de Silva (2018), foi orientada pela seguinte questão: O uso do aplicativo Geogebra, em *Smartphones*, em um curso de Geometria Espacial pode ser um facilitador para o aluno e para o professor no processo de ensino-aprendizagem? Em uma análise inicial do trabalho de Silva (2018), verificamos problemas relacionados à delimitação do objeto de pesquisa, misturando-se os termos ensino e aprendizagem.

Para responder a questão de pesquisa, Silva (2018) desenvolveu atividades sobre geometria espacial de posição, que discutem, em geral, conceitos relacionados a ponto, reta e plano. Foi aplicada uma sequência didática (de 14 aulas) a 35 alunos de uma escola pública na cidade de Brasília, sendo que semanalmente quatro aulas eram realizadas. Um grupo de WhatsApp também foi criado pelo autor para o envio das tarefas a serem realizadas. Não fica claro na pesquisa a análise do uso do *WhatsApp* no processo de ensino e de aprendizagem a ser investigado por Silva (2018).

Com relação aos resultados apresentados por este autor, observam-se resultados muito gerais que não ficam evidenciados durante o processo de análise dos dados produzidos nas sessões realizadas. Ainda em relação às análises realizadas, estas se constituem de relatos dos passos realizados para a resolução das tarefas propostas. Ainda, apesar de Silva (2018) relatar que os planejamentos das aulas não recaíam em práticas tradicionais com o uso do software, as observamos no texto de análise dos dados: um passo a passo dos comandos a serem utilizados para resolução das tarefas. Dentre os resultados da pesquisa realizada, Silva (2018) afirmou que: O Geogebra se configurou como uma ferramenta facilitadora do processo de ensino e aprendizagem levando os alunos a pensarem matematicamente; O uso do aplicativo mediou o processo de forma mais

enriquecedora, motivando o aluno a exercer um papel mais ativo no processo de construção de conhecimentos; Visualização de propriedades e definições abordadas com mais facilidade; O processo de ensino e aprendizagem foi realizado de forma mais dinâmica. Este autor, ao longo do texto, desde a sua questão de pesquisa, parece considerar que os processos de ensino e de aprendizagem se constituem em apenas um processo, o de ensino-aprendizagem. Uma concepção diferente da que adotamos nesta tese.

A partir de todo contexto discutido acima e da questão de pesquisa apresentada anteriormente, a pesquisa será orientada pelo objetivo de:

- Analisar processos de estruturação de conhecimentos de geometria analítica, por alunos do Ensino Médio, ao resolverem tarefas de matemática com Linguagem Digital, em *smartphones*.

A partir desse objetivo geral, temos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar dificuldades encontradas por alunos do Ensino Médio ao resolverem tarefas de geometria analítica, relacionadas ao conceito de distância entre dois pontos, com Linguagem Digital;
- Analisar estratégias utilizadas por Alunos do Ensino Médio ao resolverem tarefas de geometria analítica, relacionadas ao conceito de distância entre dois pontos, com Linguagem Digital;
- Identificar e analisar como e quais conhecimentos são mobilizados (catalisadores) por alunos do Ensino Médio ao resolverem tarefas de geometria analítica, relacionadas ao conceito de distância entre dois pontos, com Linguagem Digital;
- Identificar e analisar possíveis influências da Linguagem Digital no processo de estruturação de conhecimentos de geometria analítica, vivenciados por alunos do Ensino Médio ao resolverem tarefas sobre distância entre dois pontos com Linguagem Digital.

Acreditamos que, ao identificar e analisar dificuldades, estratégias conhecimentos mobilizados (catalisadores) e possíveis influências da Linguagem Digital na resolução de tarefas de geometria analítica por alunos do Ensino Médio pode-se compreender de forma mais sistemática, o processo de estruturação de conhecimentos vivenciados pelos alunos participantes da pesquisa.

Ao analisar e identificar, por exemplo, dificuldades enfrentadas por alunos no momento da resolução de tarefas de geometria analítica, com Linguagem Digital, pode-se, talvez, observar possíveis desestabilizações (do ponto de vista psicológico), enfrentadas pelo sujeito na resolução da tarefa dada. Tais desestabilizações podem fazer com que o sujeito mobilize estratégias ou conhecimentos (catalisadores), internalizados em outras situações (e/ou internalizados durante os encontros da pesquisa) a fim de criar, provisoriamente, o que é chamado por Valsiner (2012), de estabilidade psicológica, conceito abordado no próximo capítulo.

Consideramos que neste movimento de estruturação de conhecimentos, a Linguagem Digital, como um dos sistemas simbólicos, mediadores entre indivíduo e mundo, pode influenciar e/ou “condicionar” o sujeito na escolha/uso de conhecimentos e estratégias mobilizados por ele. Neste sentido, acreditamos que os objetivos específicos elencados contribuem para que o objetivo geral da tese seja atingido, ajudando no delineamento do processo de estruturação de conhecimentos vivenciados pelos alunos participantes desta pesquisa e, conseqüentemente, problematizar a questão de pesquisa elegida.

Com relação à organização do material, a tese possuiu cinco capítulos. No Capítulo 1, apresentamos o contexto em que a pesquisa está inserida, algumas pesquisas relacionadas à temática tratada nesta investigação, bem como a questão e os objetivos da tese.

No Capítulo 2, apresentamos o construto teórico realizado na pesquisa que permitiu analisar de que forma o processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica, mais especificamente sobre distância entre dois pontos, ocorreu por dois alunos do ensino médio com o uso de Linguagem Digital. Destacam-se neste capítulo os estudos de Vygotsky (2008) sobre os processos mentais superiores mediados por signos, bem como o papel destes na organização e

estruturação dos processos mentais; os estudos de Valsiner (2012) sobre os mecanismos interdependentes de Internalização/Externalização, bem como seu modelo em lâminas, que nos auxiliaram na análise do processo de estruturação de conhecimentos de geometria analítica por alunos do ensino médio. E, por fim, os estudos de Valente (2005a), sobre o ciclo de ações, que articulados aos estudos de Valsiner (2012), culminaram na apresentação de uma nova configuração deste ciclo a partir do contexto apresentado e que também auxiliaram nas análises do processo de estruturação de conhecimentos.

No Capítulo 3, discorre-se sobre o percurso metodológico desenvolvido na tese, em que se apresenta: o processo de constituição do construto teórico realizado; os sujeitos participantes da pesquisa; as tarefas matemáticas relacionadas a conceitos da geometria analítica, resolvidas pelos alunos participantes no aplicativo Geogebra disponível para *smartphones*; os tipos de dados produzidos e as categorias de análises escolhidas a partir de referenciais adotados e dos objetivos elencados.

No Capítulo 4, apresentamos a análise do processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica, mais especificamente sobre o conceito de distância entre dois pontos, vivenciada pelos alunos participantes ao longo de três encontros em que este tema foi abordado.

No Capítulo 5, apresentamos algumas considerações sobre o processo de estruturação de conhecimentos a partir das análises realizadas na pesquisa.

2 LINGUAGEM DIGITAL, PSICOLOGIA CULTURAL E O CICLO DE AÇÕES: UM CAMINHO TEÓRICO

Como o objetivo desta investigação é analisar processos de estruturação de conhecimentos de geometria analítica, por alunos do Ensino Médio, mais especificamente sobre os conceitos de distância de dois pontos, ao resolverem tarefas matemáticas com Linguagem Digital, usando *smartphones*, apresentamos neste capítulo os referenciais teóricos que orientam e subsidiam a análise desta problemática. Optamos em dividi-lo em três partes.

Na primeira, apresentamos elementos dos estudos de Vygotsky (2008) articulados a outros teóricos, que possibilitaram definir o termo Linguagem Digital utilizado na problemática desta investigação, apoiados no conceito de sistemas simbólicos (mediadores) e seu papel estruturante dos processos psicológicos superiores.

Na segunda parte, apresentamos estudos de Valsiner (2012) sobre os processos de Internalização e Externalização que forneceram elementos importantes para analisar a estruturação de conhecimentos de geometria analítica, pelos sujeitos da pesquisa ao utilizarem a Linguagem Digital na resolução de tarefas.

Por fim, discutimos estudos de Valente (2005a) sobre o ciclo de ações articulado aos estudos de Valsiner (2012), apresentando uma proposta sobre a ação de reflexão vivenciada por sujeitos na interação com computadores, a partir do processo de Internalização/Externalização descrito por este último autor.

2.1 ENFIM, QUE LINGUAGEM É ESSA?

Neste item teceremos considerações teóricas sobre o termo Linguagem Digital, adotado nesta pesquisa, a partir de ideias dispostas nos estudos de Vygotsky (2008).

Este tópico se faz necessário por dois motivos: o primeiro, porque assumimos a linguagem digital como instrumento que influencia a estruturação de conhecimento por alunos do Ensino Médio, ao realizarem tarefas de matemática relacionadas aos

conceitos de distância de dois pontos, tendo em vista que o objetivo principal desta investigação é analisar esse processo de estruturação. Nos estudos de Vygotsky (2008) que encontramos e compactuamos com a idéia de que a linguagem é um instrumento psicológico. Em segundo lugar, pelo fato de clarificar o próprio termo, a fim de não entendê-lo apenas, conforme Santos (2010, p.06), como uma “modalidade linguística utilizada, especificadamente, no contexto digital”.

Nos estudos de Lévy (1993) encontramos referência ao termo Linguagem Digital. Segundo este autor, a apropriação de conhecimentos se dá por três formas de linguagens: a falada, a escrita e a digital (denominada como informática na obra deste autor). Embora essas três modalidades tenham aparecido em diferentes tempos, elas coexistem na sociedade atual sendo importante salientar que cada uma delas “nos encaminham para percepções diferentes, racionalidades múltiplas e comportamentos de aprendizagem diferenciados” (KENSKI, 1997, p. 61).

Neste sentido, Lévy (1993) afirma que os agenciamentos das mídias, os modos de trabalho e as linguagens existentes em certa época condicionam de forma fundamental os modos de pensar e funcionar dos integrantes de uma sociedade. Assim, podemos questionar: como a Linguagem Digital tem condicionado os modos de pensar de alunos na Cultura Digital? E na apropriação de conhecimentos de matemática, o que muda? Inserida neste contexto é que a problemática desta investigação se encontra.

Ainda sobre a conceituação do termo Linguagem Digital, concordamos com Kenski (2014) ao afirmar que a terceira forma de apropriação do conhecimento, ou seja, a Linguagem Digital está no espaço constituído pelas novas tecnologias digitais eletrônicas de comunicação e de informação, que segundo essa autora, tem alterado significativamente todas nossas ações:

A terceira linguagem articula-se com as tecnologias eletrônicas de informação e comunicação. A linguagem digital é simples, baseada em códigos binários, por meio dos quais é possível informar, comunicar, interagir e aprender. É uma linguagem de síntese, que engloba aspectos da oralidade e da escrita em novos contextos. A tecnologia digital rompe com as formas narrativas circulares e repetidas da oralidade e com o encaminhamento contínuo e sequencial da escrita e se apresenta como um fenômeno descontínuo, fragmentado e, ao mesmo tempo, dinâmico, aberto e veloz. Deixa de lado a estrutura serial e hierárquica na articulação de conhecimentos e se abre para o estabelecimento de novas relações

entre conteúdos, tempos e pessoas diferentes. (KENSKI, 2014, p. 31-32)

Diante disso, o primeiro ponto a salientar é que a Linguagem Digital se corporifica, toma forma através das tecnologias digitais (SANTAELLA, 2007). Por ser uma criação humana, oriunda dos usos das tecnologias digitais pelos sujeitos na Cultura Digital, é também tecnologia, porém que passa a ter existência a partir das tecnologias digitais.

Os avanços tecnológicos associados com a sociedade da informação resultaram na passagem de todas as mídias para a transmissão digital. Transmissão digital significa a conversão de sons, imagens, animações, textos, vídeos e formas gráficas, para formatos que são legíveis ao computador. O código analógico dessas mensagens é quebrado em tiras de zero e um que carregam a informação em forma codificada para dentro do computador. Cada vez mais, a comunicação é produzida e distribuída nessa forma digital. (SANTAELLA, 2013, p. 232).

Assim, diferentes linguagens passam a ser digitais ao assumirem formatos que são legíveis ao computador. As tecnologias capazes de transformar/transportar/converter qualquer linguagem (som, imagens, textos...) e/ou produzir dados e informações em código (tiras de 0 e 1) legível ao computador são chamadas de tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC). Neste sentido, não consideramos a linguagem digital como sinônimo de TDIC, mas como parte dela(s), como um elemento integrante desse novo espaço envolto de tecnologias (KENSKI, 2014).

Santaella reforça esse argumento ao afirmar que a sociedade de hoje (sociedade da informação, sociedade do conhecimento, etc.) é mediatizada e mediada. Os diversos sistemas simbólicos/linguagens, por exemplo, sons, gráficos, representações matemáticas, entre outros (mediadores) se corporificaram nas/pelas mídias (mediatização).

As duas palavras se distinguem. Mediatizada vem de mediação, um conceito epistemológico que se traduz por signos de todas as naturezas – verbais, visuais, sons e todas as suas misturas – que se encarnam, circulam e são difundidos pela mediatização. (SANTAELLA, 2013, p. 13)

Vale destacar que todo esse processo de midiatização e mediação apontado por Santaella (2013), desenvolve-se culturalmente. É neste sentido que Lévy (1993) afirma que tanto a Linguagem Digital, quanto os outros estágios (fala e escrita), modos de como nos apropriamos de conhecimentos, foram criados por integrantes de uma dada época, em uma dada cultura.

Neste sentido, a Linguagem Digital é fruto da criação dos integrantes de uma cultura, a digital (SANTAELLA, 2014). A criação desta Linguagem se deu na e para a Cultura Digital. Isto é, ao mesmo tempo em que foi criada em um contexto tecnológico (o da própria Cultura Digital), torna-se mediadora fundamental entre indivíduo e o mundo exterior (social) visto que, os integrantes dessa cultura necessitam apropriar-se destas construções tanto para se manterem ativos nos processos com o mundo exterior, quanto com o mundo interior (intrapessoal). Neste sentido, a Linguagem digital nesta pesquisa é entendida como elemento historicamente construído, mediadora entre sujeito e mundo, que ao apropriar-se dela, também a transformam ao atuar no mundo.

Tais considerações sobre instrumentos historicamente construídos levaram-nos a adotar nesta pesquisa, um dos postulados da teoria vygotskyana descrito em Oliveira (2009, p. 24): “o funcionamento psicológico fundamenta-se nas relações sociais entre indivíduos e o mundo exterior, as quais se desenvolvem num processo histórico”, sendo a cultura e os produtos criados por seus integrantes parte fundamentais na constituição da natureza humana, e a Linguagem Digital é um dos produtos dessa cultura.

Para Vygotsky (2008) o desenvolvimento de processos mentais está intimamente ligado à interação entre os sujeitos e os instrumentos construídos culturalmente. “O funcionamento psicológico, particularmente no que se referem às funções psicológicas superiores, tipicamente humanas, está baseado fortemente nos modos culturalmente construídos de ordenar o real” (OLIVEIRA, 2009, p, 25).

Cabe aqui uma breve discussão sobre o que são os processos psicológicos superiores e/ou processos mentais superiores em Vygotsky (2008). Para este autor, estes processos são tipicamente humanos, ou seja, são encontrados apenas em nossa espécie, sendo elemento crucial que nos diferencia das demais existentes. Faz parte destes processos, ações conscientemente controladas, atenção

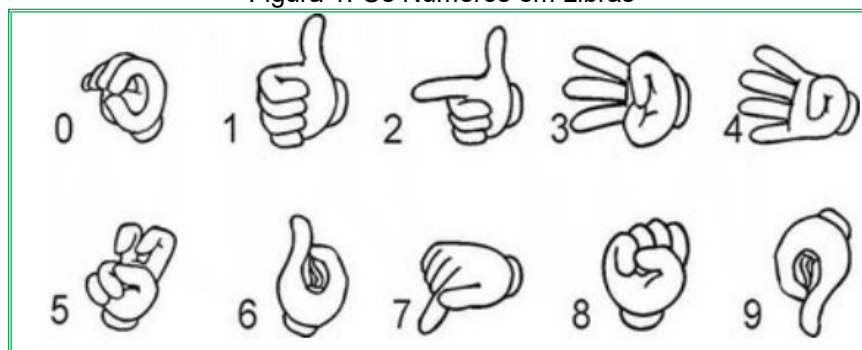
voluntária, memorização ativa, pensamento abstrato e comportamento intencional. Para Vygotsky (2008), os processos psicológicos superiores diferenciam-se substancialmente de processos mais elementares como, reflexos, reações automáticas e reações simples. São nestes processos, os superiores, que este autor detém sua atenção realizando seu construto teórico estudando a relação existente entre Pensamento e Linguagem.

Morato (1996) ao discutir a relação entre pensamento e Linguagem afirma que “não há possibilidades integrais de conteúdos cognitivos ou domínios de pensamento fora da linguagem, nem possibilidades integrais de linguagem fora de processos interativos humanos” (MORATO, 1996, p.09).

Apesar de discutir com bastante ênfase as relações entre Linguagem (enquanto discurso) e Pensamento, suas contribuições acerca da relação entre esses dois entes em sua construção teórica vai muito além de considerar Linguagem apenas como fala, **mas como todo e qualquer sistema simbólico**.

A Figura 1 representa um exemplo de Linguagem, que por meio de símbolos aliados a movimentos (gestos), servem para comunicar os números, especialmente, entre pessoas portadoras de deficiência auditiva.

Figura 1: Os Números em Libras



Fonte: <<https://www.significados.com.br/libras/>> acesso em 29/03/2017

Para Vygotsky (2008) a Linguagem é o principal mediador (necessariamente simbólico) entre os mundos sociais e biológicos. Para se compreender o fundamento sócio- histórico do funcionamento psicológico superior, Vygotsky (2008) apoia-se no conceito de mediação. Para este autor, toda atividade humana não pode ser considerada direta, isto é, faz-se necessário a presença de elementos intermediários

(mediadores) entre indivíduo e o mundo. Estes elementos podem ser, por exemplo, sistemas simbólicos, como a Linguagem. Neste sentido, Oliveira (2009, p. 25) esclarece que “a relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas uma relação mediada, sendo os sistemas simbólicos os elementos intermediários entre o sujeito e o mundo.” (OLIVEIRA, 2009, p. 25). Assim, um conceito chave na teoria vygotskyana é o conceito de mediação simbólica.

É fazendo o uso destes sistemas mediadores, que Vygotsky (2008) afirma que são eles os responsáveis por modificações das funções mentais e especificamente, o uso da Linguagem, constitui-se como atividade organizadora e transformadora da relação entre o sujeito e o mundo. Neste sentido, mediadores não apenas mediam a atividade humana, mas também a estruturam e a organizam. Por exemplo, suponhamos que um aluno, estudando geometria analítica no Geogebra para *smartphones*, tenha a seguinte tarefa a ser realizada: Dados os pontos A (3,4) e B (5,4), encontre a distância entre eles.

Várias possibilidades para a resolução desta tarefa podem ser executadas pelo aluno. Uma delas consiste na busca por alguma ferramenta do aplicativo que realize o cálculo solicitado. Ao procurar no rol de ferramentas disponíveis, o aluno pode deparar-se com algum ícone (signo), no qual sua representação (muitas vezes intuitiva), o induz a pensar que tal “botão” sirva para executar o solicitado. Assim, o ícone em questão, pela sua própria representação (a menos que o signo em questão não faça sentido algum para o aluno), pode interferir na escolha da estratégia utilizada pelo sujeito para a resolução da tarefa solicitada, ou seja, a escolha da ferramenta de “calcular distâncias”.

Pode-se ainda pensar em outra situação: suponhamos que o aluno tenha representado os pontos A e B na malha quadriculada do aplicativo. A malha, enquanto signo pode organizar os processos mentais empregados pelo aluno para encontrar a distância entre os pontos. Pode ser que o aluno perceba, a partir da representação em malha quadriculada, que para resolver a tarefa solicitada basta contar quantos lados de quadrados existem entre os pontos A e B. Em qualquer caso, os signos disponíveis, direcionam o sujeito a caminhos e mobilizações de estratégias diferentes para o cumprimento da meta.

Com o exposto até aqui, é possível estabelecer relações entre pressupostos da teoria de Vygotsky com elementos da investigação que propomos. Primeiramente, é pertinente considerar que os processos mentais envolvidos em uma atividade matemática, são atos mentais que se enquadram nos processos mentais superiores descritos por Vygotsky (2008). Nesse sentido, Oliveira (2009, p. 28) esclarece que:

O ser humano tem a possibilidade de pensar em objetos ausentes, imaginar eventos nunca vividos, planejar ações a serem realizadas em momentos posteriores. Esse tipo de atividade psicológica é considerada “superior” na medida em que se diferencia de mecanismos mais elementares tais como ações reflexas (a sucção do seio materno pelo bebê, por exemplo), reações automatizadas (o movimento da cabeça na direção de um som forte repentino, por exemplo) ou processos de associação simples entre eventos (o ato de evitar contato da mão com a chama de uma vela, por exemplo).

Essas características estão presentes em processos de pensamento voltados para a execução de alguma tarefa matemática. A depender da atividade matemática proposta, as ações mentais envolvidas neste processo vão além de ações elementares como reflexos ou associações simples.

O pensamento a ser realizado nestas tarefas exige certas antecipações, conjecturas e previsões. É necessário, às vezes, voltar a etapas realizadas, refletir sobre escolhas e estratégias feitas a fim de se atingir o objetivo de dada atividade matemática. Todas essas ações são superiores, não mais elementares. Sobre estes processos que esta investigação se detém, pois, consideramos que os sujeitos da pesquisa ao resolverem as tarefas de matemática relacionadas a conceitos de geometria analítica empregam para isso processos psicológicos superiores, sendo um dos mediadores nesse processo, a Linguagem Digital.

Diante disso, outro ponto importante a ser considerado e relacionado à problemática dessa investigação, diz respeito ao papel dos sistemas simbólicos apontados por Vygotsky (2008), mediadores entre o sujeito e o mundo, e a Linguagem Digital.

Para Vygotsky (2008), esses sistemas são considerados como ferramentas auxiliares da atividade humana. Desse modo, consideramos que o termo Linguagem Digital, empregado nesta pesquisa, é um destes sistemas simbólicos mediadores, que entre homem e mundo auxiliam-no, por exemplo, em atividades relacionadas à

estruturação de conhecimentos matemáticos, no caso mais específico dessa investigação, de conhecimentos de geometria analítica por alunos do Ensino Médio.

A Linguagem Digital nesta pesquisa, como um sistema simbólico mediador do sujeito com o mundo, muda a relação deste com o seu meio para além de uma relação direta, mas para uma atividade mediada visto que, para Vygotsky (2008) esta é uma das funções desses sistemas.

Ainda sobre instrumentos culturalmente construídos, Fino [s.d.] explicita alguns pontos importantes sobre os artefatos e ferramentas cultural e socialmente construídos, que fortalecem nossos argumentos de que a relação que estabelecemos acima entre o termo Linguagem Digital, adotado nesta pesquisa, e os sistemas simbólicos mediadores apontados por Vygotsky (2008) não é equivocada:

[...] a interação dos indivíduos com o mundo e com outros indivíduos é mediada por artefactos e por ferramentas cultural e socialmente construídas. Essas ferramentas podem ter uma estrutura simbólica, como a linguagem, ou podem ser utensílios de qualquer tipo, incluindo software.

A Linguagem Digital, conforme afirmamos em outro momento no texto, se corporifica e toma forma nas tecnologias digitais passando assim a ser um sistema mediador.

Neste momento, vale destacar a diferenciação entre os dois tipos de mediadores encontrados na construção teórica de Vygotsky: os instrumentos e os signos. Para Vygotsky (2008) um signo está no lugar de outra coisa (do objeto que determina o signo e é representado por este signo). É neste sentido que Oliveira (2009, p. 31) afirma que os signos são “elementos que representam ou expressam outros objetos, eventos e situações”. Em consonância a esta definição Valsiner (2012, p.39) afirma que um signo é “um objeto que está para a mente (ou aos olhos) de alguém no lugar de outra coisa”.

A diferença entre signos e instrumentos está no campo de atuação. Para Vygotsky (2008) os signos são voltados para o próprio indivíduo, para gerar transformações no campo psicológico, são dirigidos para o controle de ações psicológicas. “Todas as funções psíquicas superiores são processos mediados, e os

signos constituem o meio básico para dominá-las e dirigi-las” (VYGOTSKY, 2008, p. 70). Os instrumentos são elementos externos aos indivíduos, são voltados para fora do sujeito e tem por função provocar mudanças nos objetos, controlar processos da natureza. Corroborando, Oliveira (2009, p. 32) ao diferenciar esses dois mediadores, afirma que os signos “são ferramentas que auxiliam nos processos psicológicos e não nas ações concretas, como os instrumentos”.

Para Vygotsky (1984) os signos também se constituem em instrumentos, instrumentos psicológicos, no entanto o que se altera aqui é o campo de atuação deste elemento mediador, que agora é interno (intrapessoal). Ou seja:

A invenção e o uso de signos como meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.), é análoga à invenção e uso de instrumentos, só que agora no campo psicológico. O signo age como instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho. (VYGOTSKY, 1984, p. 59-60).

Neste sentido, entendemos a Linguagem Digital como instrumento psicológico, ente mediador entre sujeito e mundo que auxilia o indivíduo nos processos que envolvem, por exemplo, a estruturação de conhecimentos de geometria analítica.

Uma leitura mais cuidadosa das considerações realizadas por Vygotsky (2008) nos permite inferir que os instrumentos psicológicos além de mediadores, entre o sujeito e o mundo, utilizados para solucionarmos um dado problema que enfrentamos, estruturam, organizam e de certa forma, condicionam nossas ações mentais a fim de atingirmos o objetivo desejado em certa ação (conforme exemplo apresentado anteriormente). É neste sentido que Morato (1996, p.119) argumenta que a linguagem é “a própria essência da vida mental” sendo este mediador, também transformador dos processos psicológicos superiores.

Vygotsky (2008, p. 73) argumenta e evidencia que os instrumentos psicológicos são “o meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema que enfrentamos”. Compactuando com estas ideias, Morato (1996) salienta que a atividade simbólica possui uma função organizadora específica que produz novas formas de comportamento.

Diante do exposto, consideramos a Linguagem digital nesta pesquisa também como instrumento psicológico, uma mediadora entre sujeito e mundo, que além de auxiliá-lo na solução de tarefas, influencia na maneira de estruturar, (re) organizar, e condicionar ações mentais do sujeito, por exemplo, em processos de aprendizagem mediados pela Linguagem Digital, como abordado nessa investigação. São estas ações de estruturação vivenciadas por alunos de Ensino Médio ao resolverem atividades de matemática, relacionados a conceitos de geometria analítica, mais especificamente sobre o conceito de distância entre dois pontos, com o uso de Linguagem digital, o foco de análise nesta pesquisa.

No próximo item tecemos considerações sobre fundamentos da Psicologia Cultural e os processos de Internalização/Externalização de Valsiner (2012), articulando-os à problemática desta investigação, explicitando elementos importantes que subsidiaram a análise dos dados produzidos na pesquisa.

2.2 FUNDAMENTOS DA PSICOLOGIA CULTURAL E OS PROCESSOS DE INTERNALIZAÇÃO E EXTERNALIZAÇÃO

Neste subcapítulo explicitamos ideias do psicólogo Jaan Valsiner sobre a Psicologia Cultural que contribuíram para a análise da problemática desta investigação. Quais são os principais pressupostos da Psicologia Cultural? Como estes pressupostos se articulam com a problemática desta investigação? As respostas a estas questões é o que procuramos apresentar nesse item.

A Psicologia Cultural tem como tese central que, todo pensamento humano é culturalmente organizado e ocorre por meio de dispositivos mediadores, por exemplo, signos e sistemas simbólicos que conduzem o fluxo dos processos mentais. Valsiner (2012) afirma que tanto os modos com as pessoas pensam, quanto as ferramentas que para isto utilizam, são resultados de construção cultural. “Signos são fabricados por mentes e mentes operam por meio de signos. Conseqüentemente, signos são instrumentos cultivados para nossas relações interiores, mediante a ligação com os objetos no ambiente externo”. (VALSINER, 2012, p.39).

Segundo Valsiner (2012), os signos podem ser de três tipos: ícones, índices e símbolos. Estes tipos de signos se diferenciam a partir da relação existente entre eles e o objeto que representam. Assim, é a natureza de cada um dos tipos de signos (ícones, índices e símbolos) que dirá o que será produzido na mente de quem o interpreta (intérprete). (SANTAELLA, 2003).

Para Valsiner, “nossa capacidade para ver o mundo de modos diferentes dos objetos desse mundo – embora análogos a eles – nos permite construir signos que são imagens desses objetos” (VALSINER, 2012, p. 39). Estes signos são denominados por este autor como ícones. Um ícone é a representação primeira da qualidade de algo, é ele por si só, ou seja, não se faz necessário a presença de outros signos para que sua “tradução” ocorra por dado intérprete. Um ícone representa o objeto por similaridade a ele, provocando qualidades de sensações similares do objeto. “Um ícone tem um alto poder de sugestão” (SANTAELLA, 2003, p. 40). Uma linha esboçada a lápis em um caderno representando uma reta; as placas de um banheiro; a figura de um homem aparentemente representada em uma nuvem; um triângulo na tela de um celular representado no Geogebra para *smartphones*; o botão de “retas paralelas” no rol de ferramentas do Geogebra; são exemplos de ícones. Santaella (2003) afirma que diante de ícones é muito comum dizermos: Parece um copo... Não, parece uma caneta... Não, parece um homem. O ícone caminha sempre no nível do parecer.

Em relação aos índices, Valsiner (2012, p. 40)³ afirma que este é:

[...] um signo que obriga nossa atenção a se dirigir para um objeto.
[...] é um signo que perderia seu caráter se seu objeto fosse removido – mas não se houvesse um interpretante. O último se torna um novo signo que denota tanto o ato de indicar quanto o objeto (isto é, o objeto *tal* como indicado).

Dessa forma, um índice, como o próprio nome sugere, apresenta indícios do objeto. Este tipo de signo é oriundo da existência material de seu objeto. Por exemplo, as marcas de pneu de um carro em um piso branco - as marcas (índice) não estariam ali caso o carro (objeto) não houvesse passado pelo piso; as pegadas

³ Nesta citação pode-se ver o termo *interpretante*. Na semiótica peirceana, este termo se refere ao processo relacional que ocorre na mente do intérprete do signo e não ao intérprete em si. (SANTAELLA, 2003)

(índice) de um homem (objeto) na areia da praia; o buraco de uma bala em uma parede; a elevação da temperatura corporal – febre (índice) - devido a uma infecção (objeto); são exemplos de signos indiciários. Os índices estão existencialmente conectados ao seu objeto (SANTAELLA, 2003).

Por outro lado, um símbolo:

[...] não representa seu objeto em virtude do caráter de sua qualidade [...], nem por manter em relação ao seu objeto uma conexão de fato (índice), mas extrai seu poder de representação porque é portador de uma lei que, por convenção ou pacto coletivo, determina que aquele signo represente seu objeto. Note-se que, por isso mesmo, o símbolo não é uma coisa singular, mas um tipo geral. E aquilo que ele representa também não é um individual, mas um geral. Assim são as palavras. Isto é: signos de lei e gerais. A palavra *mulher*, por exemplo, é um geral. O objeto que ela designa não é *esta* mulher, *aquela* mulher, ou a mulher do *meu vizinho*, mas toda e qualquer mulher. O objeto representado pelo símbolo é tão genérico quanto o próprio símbolo. (SANTAELLA, 2003, p.42)

Neste sentido um símbolo é um signo que representa o objeto em um conceito mais amplo. Tal representação depende de uma convenção coletiva, isto é, um acordo social que implica com que o signo represente o objeto em questão. Esta convenção social é importante, pois, por meio dela, é que os leitores (intérpretes) reconhecem o objeto representado pelo símbolo em questão. O símbolo de uma integral; a palavra; uma circunferência representada no Geogebra para *smartphones*; são exemplos de símbolos.

A partir destas definições é possível concluir que todo índice é um ícone, mas não um símbolo. Este último, por sua vez, é um ícone e um índice. Uma pegada deixada por um homem na areia é um índice, que por sua vez é um ícone (esta pegada foi deixada por um indivíduo da espécie *homo sapiens*, não necessito de outro signo para saber que a marca na areia foi deixada por um cachorro ou pelo casco de um cavalo, fazendo dela um signo icônico). Por outro lado, a pegada não representa necessariamente um símbolo. Ao se pensar em questões educacionais, mais especificamente em questões ligadas aos processos de aprendizagem em matemática, conhecer o potencial dos signos utilizados no contexto escolar do que estes podem gerar na mente dos alunos (intérpretes) é de bastante importância. Exatamente pelo uso dos signos que os processos mentais são guiados.

Assim, partindo do pressuposto que nossas mentes funcionam, o tempo todo, a partir destes tipos de signos, o sujeito da Psicologia Cultural necessita se apropriar da cultura, bem como dos materiais simbólicos para se constituir. Porém, não se trata apenas de apropriar-se da cultura existente e de suas construções de forma passiva. O sujeito, mediante as constantes trocas de materiais semióticos com o seu ambiente cultural ao se transformar, também transforma seu meio social, sempre ativamente.

Neste sentido, o modelo de “transmissão” cultural adotado por Valsiner (2012) não é unidirecional, mas bidirecional. A pessoa não pertence a uma cultura (apropriando-se *apenas* dos objetos construídos), nem a cultura pertence à pessoa (em que as ferramentas culturais são apenas trazidas para o mundo intrapsicológico), mas a cultura pertence à **relação** da pessoa com o ambiente (ao interiorizar ferramentas culturais, transformo-me e transformo ativamente) (VALSINER, 2012).

Ainda sobre o modelo bidirecional, é importante dizer que todos os participantes envolvidos nesse processo de constantes interações, transformam ativamente as mensagens culturais. As interiorizações destas mensagens são sempre novas sínteses dos materiais semióticos recebidos, podendo neste processo algumas partes das mensagens serem descartadas ou enriquecidas pelos sujeitos. No modelo unidirecional há a ideia de que os sujeitos aceitam as mensagens culturais da mesma forma como foram comunicadas, sendo preservadas intactas (VALSINER, 2012). Diante disto, não concebemos nesta investigação que os sujeitos envolvidos nos processos de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica, interiorizem as mensagens percebidas por seus sistemas psicológicos de forma passiva. As mensagens comunicadas, no ambiente escolar, por um professor ou por um colega, por exemplo, sempre são transformadas pelos sujeitos envolvidos. Partes destas mensagens se perdem, ou são acrescentadas por outros elementos interiorizados em diversas situações vivenciadas.

No processo de constantes interações com o ambiente cultural, a pessoa depara-se com situações inéditas. Ao se deparar com esse tipo de situações, Valsiner (2012) afirma que o sujeito passa a enfrentar, do ponto de vista psicológico, uma desestabilização. Suponhamos que em um dado contexto de aprendizagem,

em uma aula de matemática sobre o conceito de distância entre dois pontos utilizando o Geogebra para *smartphones*, por exemplo, um aluno saiba calcular a distância entre pontos que possuam a mesma abscissa ou mesma ordenada, A (2,3) e B (5,3). Ao deparar-se, por exemplo, com pontos que não necessariamente possuam as características dos pontos A e B exemplificados anteriormente, o sujeito pode do ponto de vista psicológico, estar diante de uma desestabilização, visto que, talvez não possua conhecimentos internalizados necessários para resolver a nova tarefa.

Geralmente, em contextos de aprendizagem, identificamos que os sujeitos estão enfrentando situações de desestabilização, quando expressam com afirmações de que não sabem dado conceito (“Não sei isso”. “Poxa! Como resolvo isso agora?” “Vixi, não sei isso!”). Ou, podemos analisar se os conhecimentos mobilizados por ele na nova situação demonstram ser insuficientes para a resolução da tarefa em jogo. São estes momentos os mais pertinentes em termos educacionais, pois é a partir deles que novos conhecimentos são agregados ao sistema intrapsicológico do sujeito. O professor neste caso assume um importante papel diante destes momentos, identificando conhecimentos que os alunos mobilizam e, a partir deles, cria meios para que novas estratégias sejam construídas a fim de que o aluno atinja a tarefa dada e, ao realizar isto, provisoriamente alcance, o que Valsiner (2012) chama de estabilização.

São nas constantes interações realizadas com o ambiente cultural, que uma importante ferramenta é construída pelo sujeito: *a cultura pessoal*. É a cultura pessoal, a ferramenta capaz de criar “estabilidade subjetiva contra um cenário de fundo atravessado pelas inevitáveis incertezas da experiência” (VALSINER, 2012, p. 252). Culturas pessoais (conhecimentos, crenças, conceitos...) são dispositivos mediadores criados pelo sujeito para enfrentar o caos sempre eminente (VALSINER, 2012). Vale ressaltar que esse dispositivo oferece ao sujeito, do ponto de vista psicológico, estabilidade sempre em caráter temporário.

A compreensão que Valsiner (1995) expõe em relação ao processo de aprendizagem e desenvolvimento humano é que estes são processos abertos, em que novidades ou situações inéditas são sempre possíveis de acontecer sendo estas positivamente esperadas, pois, são nas novidades enfrentadas pelo sujeito

que novas sínteses são produzidas no/pelo seu sistema psicológico em constante relação com o meio (cultura coletiva).

Apesar das constantes interações com o ambiente cultural serem fluídas, dinâmicas e complexas, Valsiner assegura que a individualidade do sujeito na Psicologia Cultura é preservada, ou seja, cada indivíduo processa e transforma a cultura de modo único e particular:

[...] a análise das questões subjetivas fica garantida, mesmo em situações de intersubjetividade, isto é, as características pessoais de cada indivíduo ficam respeitadas, mesmo na polifonia do emaranhado de influências sociais cotidianas. O mundo subjetivo é entendido como central na reconstrução da cultura coletiva. (VASCONCELLOS E VALSINER, 1995, p. 21)

Vale salientar que os termos cultura pessoal e cultura coletiva, presentes no construto teórico de Valsiner, não podem ser pensadas de modo separado. Este autor faz essa distinção apenas para garantir a singularidade do sujeito. Na realidade, sujeito e mundo cultural constituem fenômenos interdependentes, sendo pessoa e ambientes sociais inseparáveis. (VASCONCELLOS E VALSINER, 1995).

O mecanismo que torna possível a apropriação da cultura coletiva, pelo sujeito, que a transforma e neste movimento constrói também a sua história, é possível graças ao processo de *Internalização e Externalização*. São estes processos os responsáveis por “filtrar” as mais variadas e complexas mensagens sociais. Nas palavras de Valsiner (2012, p. 283), este sistema constituiu-se em um “para-choques contra a complexidade excessivas de mensagens [...]”. E é via este sistema aliado aos sentidos humanos que:

Seres humanos estão envolvidos em constante reconstrução de seus mundos intrapsicológicos pela constante troca de materiais perceptivos e semióticos com o ambiente. A base perceptual – uma capacidade fisiológica do corpo humano – é necessária para toda construção das funções psicológicas superiores (semióticas)

Tanto a Internalização quanto a Externalização são processos construtivos. O sujeito ao analisar os materiais semióticos existentes externamente (na cultura coletiva) produzindo uma nova síntese sob uma nova forma dentro do domínio

intrapicológico (cultura pessoal) realiza o que é definido por Valsiner (2012) como **Internalização**.

Paralelo e complementar a este processo definiu-se o processo de **Externalização**. O sujeito realiza uma Externalização quando ao analisar seus materiais intrapicológicos existentes os transpõe de seu interior para o exterior, modificando o ambiente externo com uma nova forma de síntese desses materiais. (VALSINER, 2012). Os materiais externalizados são imediatamente notados pelo sistema perceptual da pessoa alimentando prospectivamente o processo de Internalização.

A título de exemplificação, retomemos o exemplo apresentado anteriormente sobre o aluno que está a estudar o conceito sobre distância entre dois pontos. Inicialmente, o aluno poderia não saber como calcular a distância entre os pontos A e B dados (com mesma abscissa ou mesma ordenada). A partir das interações realizadas com o meio o aluno diga: “basta subtrair as abscissas dos pontos dados para encontrar a distância”. Ao fazer esta afirmação estamos diante de uma **Externalização** que evidencia os mecanismos e/ou conhecimentos interiorizados (**Internalização**) (“subtrair as abscissas”). Externalizações e Internalizações não necessariamente podem ser percebidas apenas pela fala. O uso de comandos de um aplicativo, por exemplo, como o Geogebra para *smartphones*, durante a resolução da tarefa sobre distância entre dois pontos, podem dar indícios destes movimentos prospectivos. Estes processos são considerados por Valsiner (2012) como construtivos, pois tanto as mensagens Internalizadas, quanto Externalizadas são diferentes da mensagem inicial:

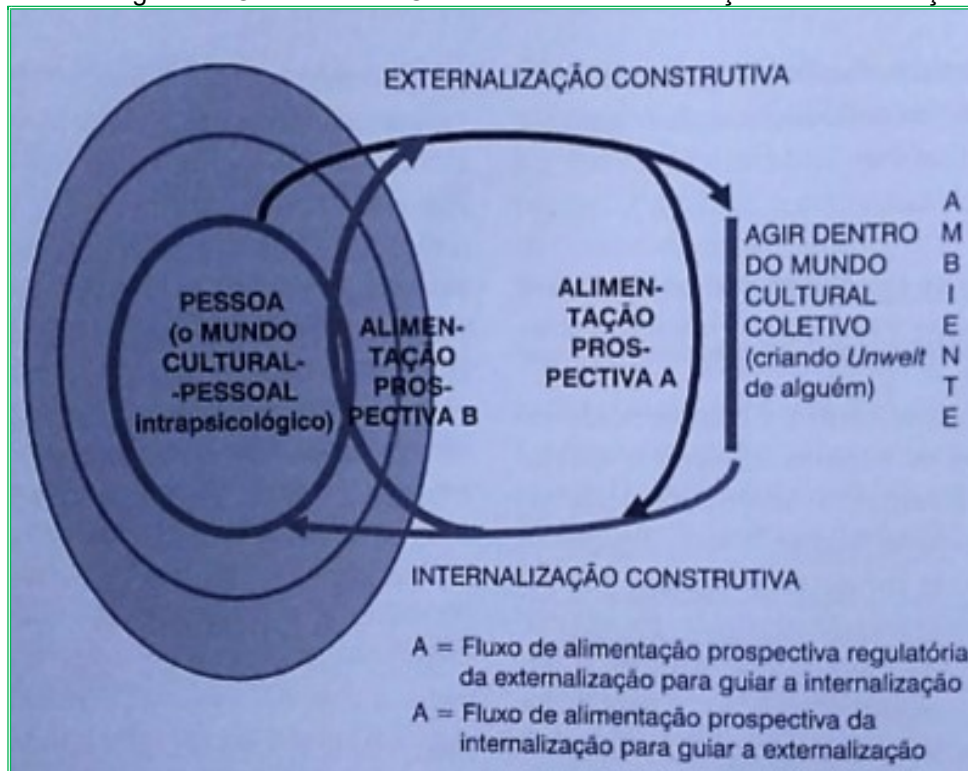
Como a Internalização, a Externalização é um processo construtivo – as sínteses produzidas no âmbito das ações da pessoa dentro do ambiente são novas em relação ao estado prévio do ambiente, e são diferentes dos materiais intrapicológicos. (VALSINER, 2012, p. 283)

Neste sentido, pode-se afirmar que não se pode ter acesso integral aos conteúdos internalizados e/ou externalizados por um sujeito. Um pesquisador ao investigar processos de Internalização/Externalização, sempre terá acesso a partes

e indícios do que fora internalizado a partir das mensagens exteriorizadas na situação analisada.

A seguir, apresentamos a Figura 2 com o intuito de compreender as características construtiva e interdependente dos processos de Internalização e Externalização em Valsiner (2012).

Figura 2⁴: Os Processos Construtivos de Internalização e Externalização



. Fonte: Valsiner (2012, p. 284)

Na Figura 2, o constante relacionamento do mundo psicológico da pessoa e o mundo cultural é representado por Valsiner pelo corte transversal em 3 camadas. As setas não nomeadas indicam que são os processos de Externalização e Internalização (sempre em ação) os responsáveis por, respectivamente, transpor os materiais semióticos existentes no domínio intrapsicológico para ambiente externo ou vice e versa.

Os resultados da Externalização são então percebidos no mundo coletivo (interpessoal) e alimenta prospectivamente o processo de Internalização (Seta A),

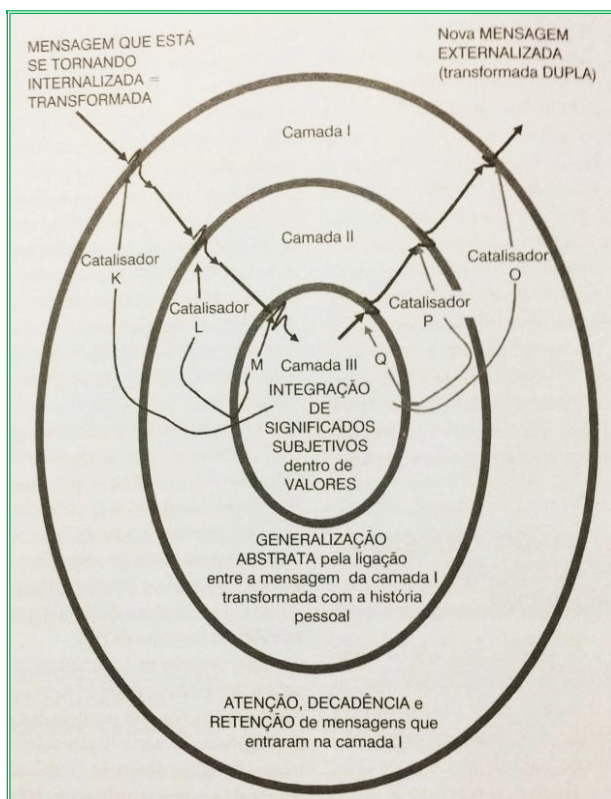
⁴ Na parte inferior da Figura 2 percebe-se um erro de edição. O correto seria apresentar as letras A e B, nesta sequência, e não A e A para indicar os fluxos dos processos de Internalização e Externalização.

isto contribui para a natureza construtiva da Internalização. Ao mesmo tempo, a Internalização acarreta o processo de Externalização (Seta B). Valsiner (2012, p. 283) afirma que: “As estruturas de campo dentro e fora da pessoa estão sempre mudando, e isso ocorre com esse ativo relacionamento com o ambiente”.

Ao realizarmos representações de ideias teóricas por meio de figuras, sempre se corre o risco de cometer algum tipo de incoerência com a teoria apresentada, ou de suprimir detalhes importantes discutidos na abordagem teórica. Neste sentido, é importante lembrar que apesar da Figura 2 parecer representar pessoa e ambiente social como entes “separados” é inconcebível em termos teóricos, para a Psicologia Cultural. Além disso, apesar das *constantes mudanças* de campo dentro e fora não serem representadas na Figura 2, deve-se considerá-las teoricamente.

Valsiner apresenta o processo de Internalização e Externalização recorrendo a um modelo⁵ de representação em lâminas conforme a Figura 3:

Figura 3: O Modelo em Lâminas do Processo de Internalização/Externalização



Fonte: Valsiner (2012, p. 288)

⁵ Valsiner estrutura esse modelo de modo a guardar sequencialmente, um paralelo ao modelo piagetiano de assimilação e acomodação.

Segundo esse modelo, as mensagens provenientes do meio cultural para serem internalizadas precisam atravessar duas camadas (I e II) antes de alcançar o âmbito interno (camada III). O processo de Externalização ocorre de modo análogo, porém, na direção inversa.

No processo de Internalização, para atingir cada uma das camadas (I, II e III), as mensagens precisam atravessar respectivamente três fronteiras, digamos **a**, **b** e **c**. O “núcleo interno” da pessoa regula cada travessia de fronteiras, por um dispositivo social regular (semiótico) específico”. (VALSINER, 2012, p.287)

Na Figura 3, vemos 3 reguladores específicos, **K**, **L** e **M**. Valsiner (2012) também chama esses reguladores de catalisadores ou reguladores de limite (*boundary regulators*). O regulador **K** (catalisador que age na primeira fronteira) reconhece quais mensagens a pessoa está apta a internalizar, neste sentido, **K** é responsável pelo bloqueio de algumas mensagens ou por “abrir” a primeira fronteira para que a mensagem recebida seja trazida à camada I. Estando na camada I esta mensagem torna-se passível de ser internalizada. Mensagens que estão na camada I são percebidas pelo sistema psicológico do indivíduo, mas não estão ainda integradas a ele (VALSINER, 2012). Para que isto ocorra, a mensagem disponível na camada I precisa atravessar a fronteira **b** por meio do catalisador **L**. Este catalisador é quem transforma a mensagem em uma nova forma levando-a até a camada II, tornando-se generalizada.

Mesmo estando na camada II, Valsiner (2012, p. 287) afirma que: “Essa generalização, em si, e por si mesma, não é ainda parte do mundo psicológico estruturado (camada III), mas cria base para sua potencial integração [...]”. Para integrar-se a camada III, a mensagem precisa atravessar a fronteira **c**, pela ação do catalisador **M**, que ao ser reconstruída por este, passa então a ser parte do sistema intrapsicológico pessoal (camada III), ou seja, ao passar por essa ordem a nova mensagem é transformada na estrutura dos fenômenos intrapsicológicos.

As camadas I e II são uma descrição do domínio referente ao contato entre a pessoa e o mundo social externo. Nesses processos, a direcionalidade é rigorosamente assumida: a Internalização implica a passagem coconstrutiva (a mensagem que chega sofre a ação dos reguladores sociais) pela fronteira **a** → camada I → fronteira **b** → camada II → fronteira **c**, nesta ordem. A Externalização implica a ordem oposta. (VALSINER, 2012, p. 287)

Vale salientar, que no processo descrito acima, o responsável por regular o fluxo das mensagens, por meio de catalisadores, é o núcleo interno pessoal. Tal núcleo é construído nas relações sociais que o indivíduo estabelece ao longo do seu curso de vida. Catalisadores são construções sociais internalizados pelos sujeitos, que postos em situações inéditas, serão utilizados para a regulação das mensagens sociais, possibilitando assim que a pessoa as bloqueie ou as internalize/externalize, e que manterá o sistema em equilíbrio. Herrera (2014, p. 41) fortalece este argumento ao afirmar que são os catalisadores que “modificam os processos semióticos presentes na mensagem, adaptando os conteúdos para aspectos afetiva e cognitivamente importantes no contexto da história de experiências e vivências do sujeito”.

Este autor aponta ainda importantes funções dos catalisadores, além de facilitar ou bloquear a entrada de mensagens sociais pelas camadas do processo de Internalização/Externalização, catalisadores não necessariamente agem sobre as mensagens disponíveis no ambiente social (ambiente externo), mas ativam internalizações pré-existentes no sujeito, construídas durante suas experiências, não tendo o controle absoluto no processo de Internalização/Externalização.

Os catalisadores facilitam, impedem ou mantêm os conteúdos dos sentidos/significados envolvidos nos processos semióticos que ocorrem entre as fronteiras do coletivo e do subjetivo. Entretanto, os catalisadores não necessariamente agem diretamente sobre as mensagens externas, mas podem apenas facilitar a ativação e ação de sentidos/significados já internalizados e emocionalmente ancorados durante a trajetória ontogenética do sujeito. Eles também atuam em nível interno, fortalecendo os sentidos/significados que são gerados no nível intrapsicológico e que sustentam as crenças e as orientações para valores no indivíduo. Entretanto, não têm poder absoluto nestes processos, pois se assim fosse, não haveria espaço para a emergência de novidades, mudanças, ou desenvolvimento (HERRERA, 2014, p. 193)

Neste sentido, Ressurreição e Sampaio (2017, p. 502), ao falarem sobre catalisadores, afirmam de modo similar a Herrera (2014), que estes podem também ser considerados como conhecimentos apropriados pelo sujeito ao longo de suas experiências:

[...] conhecimentos adquiridos podem ser também considerados como catalisadores, pois favoreceram as condições necessárias,

atuando como recursos simbólicos para seu amadurecimento e aquisição de competências.

Diante disso, nesta investigação, assumimos estas concepções sobre catalisadores. Considerá-los como conhecimentos construídos pelos sujeitos da pesquisa, nas constantes interações entre seus mundos intrapsicológicos e o mundo cultural, nos auxiliou na análise dos dados produzidos nesta investigação. Em especial, ao analisarmos Internalizações/Externalizações realizadas pelos sujeitos de pesquisa ao resolverem tarefas com Linguagem Digital, em *smartphones*.

A depender da maneira como algumas mensagens são internalizadas ou externalizadas, é possível dizer em quais camadas estas mensagens se encontram no modelo em lâminas apresentado por Valsiner (2012). Esta “categorização” nos auxiliou no processo de análise de estruturação de conhecimentos dos sujeitos da pesquisa com Linguagem Digital. Para este autor, uma mensagem encontra-se na camada I do sistema intrapsicológico quando esta fica mantida apenas na esfera da atenção do sujeito. Materiais na camada I não são generalizados, e não estão integrados na estrutura intrapsicológica de sentidos pessoais. O esforço para suprimir esta mensagem fica retido na esfera da atenção, mantendo-se na camada externa, mais periférica do sistema Internalização/Externalização. (VALSINER, 2012).

Na camada II as mensagens possuem elementos de generalização, sem ainda estarem integradas ao sistema pessoais de sentidos. “Permanece uma generalização abstrata, sem que se adicione a ela um tom afetivo pessoal” (VALSINER, 2012, p. 289). “Na segunda camada, a mensagem sofre algumas transformações, mas os significados generalizados ainda não fazem parte do mundo intrapsicológico do sujeito [...]”. (HERRERA, 2014, p.40). Caso esta mensagem apresente sentidos pessoais, passam a pertencer então à camada III:

Caso a mensagem chegue à terceira camada, profundas conexões afetivas envolvem a mensagem, criando significações fundamentais para a pessoa. Na terceira camada então, vão se constituindo de forma sistêmica os valores pessoais [...]. (HERREIRA, 2014, p 41)

Valsiner (2012), para esclarecer fenômenos de camadas I, II ou III, utiliza o seguinte exemplo: suponha que uma pessoa, assaltada por uma gangue de jovens,

resolva contar a experiência sofrida a um vizinho. O ouvinte da história, ao ouvi-la retém a mensagem na (camada I). O ouvinte, por essa experiência, pode construir diversas generalizações sobre grupo de jovens (sem que ainda esta generalização esteja povoada de sentidos pessoais). Uma possível Externalização desta generalização construída pelo ouvinte pode ser: “todo aglomerado de jovens são gangues e representam perigo” (camada II), mesmo que certo grupo de pessoas não apresente perigo algum. A partir do momento que o ouvinte sofre um assalto, a generalização construída anteriormente (camada II) passa a ter um tom afetivo e povoado de sentidos pessoais pelo sujeito, passando a fazer parte do nível mais profundo de seu sistema intrapsicológico (camada III).

Recorrendo ainda ao exemplo dado anteriormente, pode-se dizer que um aluno ao deparar-se com a tarefa que consiste em encontrar a distância entre os pontos A e B, inicialmente apenas retenha sua atenção na mensagem em questão, ao ouvi-la ou talvez ao refletir sobre o que seja distância entre pontos e como encontrá-la. Porém, o aluno, por não estabelecer nenhuma generalização, ainda que para o caso específico, nos faz considerar que este sujeito vivencia, neste momento, fenômenos de camada I no modelo apresentado por Valsiner (2012). Ao externalizar a estratégia, de que para encontrar a distância entre os pontos dados, por exemplo, basta subtrair as abscissas, o aluno constrói uma generalização para este caso, evidenciando que nesta etapa, vivencia fenômenos de camada II.

Caso essa mesma estratégia passe a ser utilizada em outros contextos de estruturação de conhecimentos, é bem provável que ela esteja integrada a camada mais profunda de seu sistema psicológico, no caso, a camada III. Para pertencer a esta terceira camada, a mensagem precisa estar povoada de sentido pessoal pelo indivíduo (construir a estratégia em uma situação específica e utilizá-la em outros contextos de aprendizagem evidencia esse povoamento). Ou seja, não se trata de uma “generalização abstrata, sem que se adicione a ela um tom afetivo pessoal” (VALSINER, 2012, p. 289).

Saber identificar a que camadas as mensagens internalizadas/externalizadas pelos sujeitos desta investigação se encontravam, contribuiu de forma importante para compreender o processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica com Linguagem Digital dos alunos investigados. Em contextos de

aprendizagem de matemática é importante ter em mente que os alunos trazem alguns conhecimentos (catalisadores) internalizados a partir de outras situações vivenciadas, e é a partir da problematização dos conteúdos escolares feita pelo professor, que estes catalisadores podem emergir, se (re) construir e oportunizar que o conteúdo seja interiorizado a níveis cada vez mais intrapsíquicos.

Assim, o esperado pelo professor é que estas relações cheguem à camada III do sistema de Internalização e Externalização, em que o conteúdo assume um caráter mais significativo (afetivo) para o aluno. Neste sentido, o professor teria então o papel de identificar os conhecimentos outrora internalizados pelos alunos e a partir da proposição de tarefas, fazer com que estes catalisadores sejam ativados e ou (re) construídos.

Estas questões do contexto educacional podem ser relacionadas ao conceito de níveis de experiência apresentado por Valsiner (2012). Para este autor o desenvolvimento humano se dá em três níveis: microgênese, mesogênese e ontogênese. “A experiência vivida imediata do ser humano, é primariamente, *microgenética*, ocorrendo à medida que a pessoa enfrenta o próximo e inédito momento dentro da sequência infinita do tempo, que é irreversível” (VALSINER, 2012, p. 251). Assim, todas as ações realizadas por um aluno ao resolver uma tarefa de matemática, por exemplo, bem como suas interações com outros alunos e professor, pertencem ao nível de experiência denominado microgenética. É neste nível que se debruçam as análises dos dados produzidos nesta pesquisa.

O nível mesogenético, se caracteriza por contextos experienciados dentro de atividades culturalmente estruturados. É na mesogênese que se encontram: “[...] cenários ou contextos de atividade situada relativamente repetitivos: rezar, ou ir à escola, ir ao bar [...]”(VALSINER, 2012, p.252). As interações realizadas por um dado sujeito, por exemplo, ao longo de sua vida escolar se caracteriza neste nível de experiência. Por último, “o mais duradouro aspecto da vida cultural humana é a *ontogênese* da pessoa, seu desenvolvimento ao longo de todo o curso de vida” (VALSINER, 2012, p. 252). Vale destacar que é na ontogênese que os processos de construção de instrumentos semióticos são mais duradouros e, “limitado pelas formas simbólicas historicamente construídas e disseminadas nas relações socioculturais, presentes numa dada sociedade e definidora dos limites nos quais tal

construção ontogenética tende a se desenvolver” (VASCONCELLOS, VALSISER, 1995, p. 85).

Pautando-se nesses níveis, é possível afirmar que o que se faz em educação é oferecer uma ampla gama de experiências imediatas aos educandos a partir de livros, filmes, artigos, listas de tarefas entre outros, na esperança de que, no aumento da interação do sujeito com elas, ocorra “uma transposição qualitativa de tais experiências para a trajetória de vida ontogenética” (VALSINER, 2012, p.254). Um professor ao problematizar um dado conteúdo em sala de aula, procura fazer com o que o aluno interiorize conceitos aceitos e bem estabelecidos pela ontogenia da espécie. O conceito de distância entre dois pontos, por exemplo, problematizado a partir do uso do Geogebra para *smartphones* pode ser pensado nestes termos.

No próximo item apresentamos as ideias de Valente (2005a) sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem, abordagem teórica que permite analisar o processo de construção de conhecimentos com o uso de computadores, no caso desta investigação, com o uso de *smartphones*, computadores manuais, articuladas ao processo de Internalização e Externalização em Valsiner (2012).

2.3 O CICLO DE AÇÕES: ARTICULAÇÕES COM O PROCESSO DE EXTERNALIZAÇÃO/INTERNALIZAÇÃO

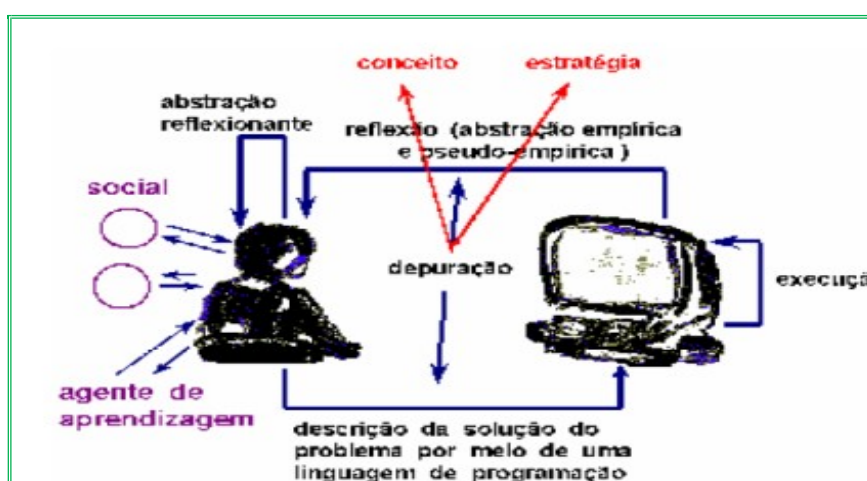
O ciclo de ações e a espiral de aprendizagem, abordagem teórica discutida por José Armando Valente e sistematizada em Valente (2005a), possibilita analisar como ocorre o processo de estruturação de conhecimentos de sujeitos ao realizarem alguma atividade com computadores. Como durante o processo de produção dos dados dessa pesquisa, utilizamos *smartphones* para a resolução de tarefas de geometria analítica por alunos do Ensino Médio, cabem os seguintes questionamentos: um celular pode ser considerado um computador? O que é um computador?

Segundo Woiler (1970) para que um dispositivo seja definido como um computador, este deve possuir as seguintes funções básicas: entrada de dados, o controle dessa entrada, armazenamento desses dados, processamento e saída de informações. Este autor enfatiza ainda que os componentes básicos para a

realização dessas funções são: memória (responsável por armazenar os dados de entrada, instruções) e uma unidade de processamento (local onde os dados, instruções são de fato processados).

Partindo da definição dada por Woiler (1970) consideramos que os celulares podem ser definidos como computadores, pois possuem as funções básicas definidas por ele. Logo, as ideias discutidas no ciclo de ações para analisar processos de estruturação de conhecimentos com o uso de celulares são válidas. A Figura 4 apresenta o ciclo de ações discutido em Valente (2005a):

Figura 4: Ciclo de Ações na Interação do Aprendiz com o Computador



Fonte: Valente (2005, p.66)

Segundo Valente (2005a), o ciclo é composto pelas seguintes ações: *descrição*, *execução*, *reflexão* e *depuração*. Na ação de *descrição*, o sujeito, envolvido em um contexto de aprendizagem utilizando o computador para solucionar alguma tarefa, descreve em termos de comandos do software uma possível solução para a tarefa proposta. Consideramos neste caso, que ao utilizar os comandos do software, o sujeito realiza uma *Externalização*. No caso desta investigação, um aluno ao utilizar o aplicativo do Geogebra no celular, ao marcar um ponto, mover uma reta, usar uma ferramenta do software (construir um triângulo, calcular área de um polígono...) está *descrevendo* uma possível solução para a tarefa solicitada via comandos (materiais semióticos) do aplicativo utilizado, externalizando nessa descrição possíveis conhecimentos outrora internalizados pelas constantes trocas existentes entre cultura pessoal e coletiva.

Na ação de *execução*, é o computador, no caso da pesquisa, o celular que devolve na tela uma resposta (materiais semióticos) ao sujeito a partir dos comandos externalizados por ele, em sua tentativa de solucionar a tarefa proposta usando o aplicativo do Geogebra. Na pesquisa, consideramos que é nessa fase que os processos interdependentes de Internalização/Externalização estão em constante movimento alimentando-se simultaneamente.

Segundo Valente (2005a), a resposta fornecida pelo computador poderá ser foco, pelo sujeito, de ações de *reflexão*. Caso a resposta fornecida pelo computador não atinja os objetivos do sujeito em relação à tarefa proposta, após possíveis reflexões realizadas, esse realiza uma *depuração de* sua descrição inicial a fim de atingir o objetivo desejado por ele na tarefa. Neste caso, podemos considerar que uma nova Externalização (e ao mesmo tempo Internalização, pois segundo Valsiner (2012) estes processos são mutuamente interdependentes) em termos de comandos será feita, pautadas nas ações de reflexão vivenciadas pelo sujeito no contexto da tarefa.

Assim, ao inserir novos conceitos e estratégias em sua descrição inicial, refinando-a, o sujeito realiza segundo Valente (2005a) a ação de *depuração*. Ressalta-se que a resposta fornecida pelo computador constitui-se em informações que alimentam a ação de reflexão, que processadas pelo sujeito passam a ser conhecimentos que podem ser utilizados para depurar a descrição inicial. Consideramos que durante todas as ações do ciclo, os processos interdependentes de Internalização/Externalização estão em constante movimento alimentando-se simultaneamente.

Ao estudarmos essa abordagem, vale destacar que as ideias do ciclo de ações passaram e passam por reformulações ao longo dos anos até chegar à sistematização apresentada na Figura 4. Em uma das versões apresentadas na década de 1998, por exemplo, nota-se que Valente discute o termo “social” a partir dos estudos freirianos e o termo agente de aprendizagem, inicialmente apresentado como mediador, a partir dos estudos de Vygotsky conforme evidencia a Figura 5:

Figura 5: O Ciclo de Ações Apresentado em 1998



Fonte: Valente (2005, p. 58)

A partir da Figura 5, nota-se também a influência dos estudos piagetinos na constituição dos papéis das abstrações na ação de reflexão do ciclo. Valente (2005a) ao atribuir a cada um desses elementos a contribuição teórica desses autores afirma que: “a tentativa de identificar os teóricos que suportam as ações do ciclo comete uma série de injustiças aos teóricos indicados e em alguns casos acaba confundindo, em vez de esclarecer” (VALENTE, 2005, p.58).

A partir dessas reflexões, Valente (2005) passa a interpretar o termo social (Figura 5), em versões mais recentes do ciclo, como aspecto cultural, ampliando o entendimento de que o sujeito não está inserido apenas em uma comunidade como havia sido feito em outras versões do ciclo, mas que ele participa de uma cultura como um todo, processando-a, transformando-a e se transformando. Entendemos que essa designação é importante visto que os aprendizes de hoje participam de uma nova lógica: a da Cultura Digital. Assim, considerar neste processo a interdependência entre cultura pessoal e coletiva à luz de Valsiner (2012) é importante, sendo que é a partir destes estudos que entendemos nesta investigação o aspecto social representado na abordagem teórica do ciclo de ações de Valente (2005a).

Relacionado ao conceito de Mediação, Valente (2005a) mostra indícios de diálogo com alguns pressupostos da teoria de Vygotsky na construção de sua abordagem teórica. Este autor afirma que, pautando-se inicialmente nas ideias de Vygotsky (mais especificamente no conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZPD)), apresenta em versões anteriores do ciclo, o termo “mediador”. Somente em

versões mais recentes, passa utilizar o termo “agente de aprendizagem”. Segundo este autor mesmo após a troca de terminologia, em versões posteriores a 1998, pouco se explicitava sobre como o agente de aprendizagem deveria agir para contribuir no processo de alimentação do ciclo pelo aprendiz, sendo essa discussão realizada apenas em versões mais recentes do ciclo.

Neste sentido, o termo mediador/agente de aprendizagem considerado no ciclo de ações é desempenhado pelo professor ao conduzir dada situação de aprendizagem com computadores. Nesta investigação, não desprezamos o papel do professor/pesquisador enquanto agente de aprendizagem definido por Valente, mas nossa problemática preocupa-se em olhar para outros mediadores no processo de estruturação de conhecimentos, no caso, a Linguagem Digital, também definida a partir de pressupostos presentes nos estudos de Vygotsky (2008).

Essa discussão nos mostra que uma abordagem teórica pode possuir diversos autores/teóricos e/ou teorias que a subsidiam, e é passível ao longo do tempo, de alterações, ampliações e a novos olhares devido a problemáticas que vão surgindo à medida que sujeitos/cultura se transformam.

A partir dessas considerações que propomos nessa investigação, *um outro olhar* sobre a ação de reflexão discutidas no ciclo de ações proposto por Valente (2005a). Esse olhar tem seus fundamentos em uma perspectiva co-construtivista⁶. Para Vasconcellos e Valsiner (1995, p. 19):

A perspectiva co-construtivista redimensiona os vínculos presentes entre as perspectivas *construtivista* e *sociogenética*, preservando o papel central do sujeito ativo e subjetivo, que constrói seu próprio mundo psicológico, em constante relação e confronto com o mundo psicológico dos outros e o meio externo em geral. Junto a isso é preservada a noção da primazia histórica do mundo social (simbólico e afetivo) e o desenvolvimento humano é caracterizado pela construção conjunta (por isso co-construção) do sistema psicológico do sujeito em transformação.

Neste sentido, ao considerar Linguagem Digital como instrumento historicamente construído, mediadora, organizadora nos processos de apropriação de conhecimentos por sujeitos no uso de computadores, na relação conjunta com os

⁶ Formação teórica híbrida oriunda da junção das tradições definidas como construtivismo e sociogênese. Sociogênese é um termo utilizado para indicar que os processos de constituição do sujeito são oriundos a partir das constantes relações deste com os outros sociais.

outros e o meio, assumimos que a dinâmica do processo de estruturação de conhecimentos, vivenciados pelos sujeitos participantes da pesquisa (ativos e singulares), é co-construtivista. Assim, neste processo de estruturação de conhecimentos, as ações de reflexão, apresentadas no ciclo de ações, passam a ter outro olhar.

Para explicitar com mais detalhes esse proposta, cabe anteriormente discutir que segundo Valente (2005a), as ações do ciclo que mais contribuem para o processo de construção de conhecimentos pelo aprendiz são as ações de depuração e reflexão. Esta última é dividida em três tipos de abstrações, a saber: empírica, pseudo-empírica e reflexionante. Tais abstrações são definidas por este autor segundo os estudos de Piaget (1977). No tocante a essas ações, nesta investigação, ao analisarmos as ações de reflexão vivenciadas por alunos do Ensino Médio, ao resolverem tarefas de geometria analítica com o uso do aplicativo Geogebra, não alisamos o processo de estruturação de conhecimentos nos valendo das abstrações discutidas em Piaget (1997), mas, utilizando os processos de Internalização e Externalização, bem como sua representação em lâminas, discutido em Valsiner (2012).

Com relação à ação de depuração, entendemos nesta pesquisa que ela é realizada pelo sujeito via materiais semióticos fornecidos na tela dos celulares, após a descrição dos comandos utilizados por estes, na tentativa de solucionar a tarefa proposta. Essas respostas, execução dos comandos pelo software, constituem-se em informações/mensagens que precisam ser processadas pelo sujeito (por Internalização/Externalização) para então se constituírem como conhecimentos. O ciclo de ações nessa proposta será alimentado pelo constante movimento dos processos de Internalização/Externalização realizados pelos sujeitos da pesquisa durante os encontros da pesquisa.

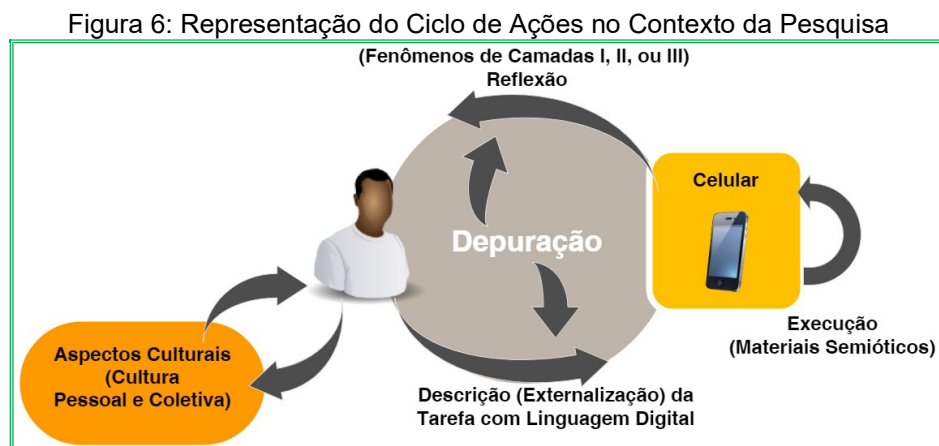
A adoção dessa proposta sobre as ações de reflexão discutidas em Valente (2005a) a partir dos estudos de Valsiner (2012) se faz necessária, visto que a problemática dessa investigação traz uma discussão sobre o papel de sistemas simbólicos, no caso da Linguagem Digital, que não foram o foco dos estudos de Valente.

A idéia do ciclo permitiu identificar características que os softwares oferecem e como elas podem ou não auxiliar no desenvolvimento de atividades que contribuam para a construção de conhecimento. Por outro lado, a explicação de como o ciclo auxilia essa construção ainda apresenta lacunas. No caso da reflexão, são explicitados os diferentes níveis de abstração que podem acontecer, porém muito pouco é mencionado sobre como cada uma dessas abstrações influenciam na construção de conhecimento. Certamente, o ciclo constitui um grande avanço, mas ainda é parcial a maneira como ele ajuda a entender o processo de construção que acontece na interação aprendiz-computador. (VALENTE, 2005, p. 50)

Ao considerar outros elementos, como a Linguagem Digital, em nossa problemática, abre-se possibilidades de diálogo e contribuições referentes às lacunas apontadas por Valente (2005a) no que diz respeito ao papel das abstrações no processo de construção de conhecimentos na interação aprendiz – celular.

Neste sentido, a escolha dos estudos de Valsiner (2012) para análise das ações de reflexão, se deu por dois motivos: o primeiro, conforme explicitado acima, devido aos próprios elementos relacionados à problemática de pesquisa (Linguagem digital, Cultura Digital, sistemas simbólicos...). O segundo, por ser um referencial que apresenta potencialidades de diálogo consideráveis com abordagens teóricas de cunho construtivista (como é o caso do ciclo de ações), pois discute a hibridização entre construtivismo e sociogênese, partindo de pressupostos epistemológicos vygotskyanos explicitados no subitem 2.1 deste capítulo.

A título de ilustração, apresentamos na Figura 6 o ciclo de ações reconfigurado a partir dos estudos de Valsiner (2012), e considerando a interação sujeito-celular articulado aos processos de Internalização e Externalização.



Fonte: Dados da Pesquisa

Apesar de na Figura 6 não estarem representados todos os detalhes do movimento de Internalização e Externalização do sujeito na resolução de tarefas matemáticas com Linguagem Digital, admitimos que estes processos acontecem a todo tempo durante a resolução da tarefa.

Para discutir mais este ciclo, voltemos ao exemplo dado anteriormente, em que o aluno deseja encontrar a distância entre dois pontos A e B, de mesma abscissa, no aplicativo Geogebra para *smartphones*. Inicialmente, é válido admitir que o sujeito ao realizar a tarefa, possui conhecimentos internalizados em outros momentos vivenciados por ele, e interiorizados a partir das constantes interações entre Cultura Pessoal e Coletiva (conforme mostram as setas de duplo sentido em “Aspectos Culturais” na Figura 6).

Vale ressaltar ainda, que é nesta relação dialógica que o sujeito constrói sua cultura pessoal, ferramenta semiótica fundamental para momentos de novidade que porventura possam ser enfrentados por ele.

Para resolver a tarefa do caso citado, o sujeito pode realizar, por exemplo, a seguinte *descrição* para a solução da tarefa: o uso da ferramenta “marcar pontos”, disponível no rol de ferramentas do Geogebra para *smartphones*. Esta descrição representa a Externalização de alguns conhecimentos que o sujeito possui e que são materializados via comandos utilizados. Ela é constituída por materiais semióticos, signos, mais especificamente do tipo ícones (botão de marcação de pontos).

A *execução*, realizada pelo Geogebra, é materializada na tela do celular a partir dos comandos utilizados na ação de descrição realizada pelo aluno e é constituída por materiais semióticos do tipo símbolos (representação dos pontos A e B na tela do celular). Neste momento, ao contemplar a execução, o sujeito encontra a solução desejada para a tarefa ou não. Se não encontrar, após a execução, ele pode vivenciar ações de *reflexão* e conseqüentemente fenômenos de camadas I, II ou III. E então, pode *depurar* a descrição inicial, acrescentando a ela, por exemplo, novos conhecimentos a partir de outros materiais semióticos que o ajudem na finalização da atividade. A ferramenta de medir distâncias, como um novo comando agregado a descrição inicial, por exemplo, poderia ser um caso.

Neste processo, vale lembrar que os materiais semióticos, ou seja, a Linguagem digital, percebida pelo sujeito, pode influenciar as decisões tomadas em cada uma das ações do ciclo de ações e conseqüentemente no processo de estruturação de conhecimentos em jogo. Por fim, o ciclo de ações de Valente (2005a), (re)configurado a partir dos estudos de Valsiner (2012), e apresentado na Figura 6, configura-se nesta tese, um modelo teórico construído para a realização de análises de processos de estruturação de conhecimentos com Linguagem Digital.

No capítulo a seguir, apresentamos o percurso metodológico da pesquisa bem como o processo de constituição do construto teórico realizado; os sujeitos participantes da pesquisa; as tarefas matemáticas relacionadas a conceitos da geometria analítica, resolvidas pelos alunos participantes no aplicativo Geogebra disponível para *smartphones*; os tipos de dados produzidos e as categorias de análises escolhidas a partir de referenciais adotados e dos objetivos elencados de pesquisa elencados.

3 O PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

“[...] metodologia não equivale a um método, ou a um conjunto de métodos (dos quais o pesquisador seleciona alguns). Mais ainda, metodologia não é uma arena para uma ‘luta’ entre diferentes tipos de método, tais como ‘quantitativo’ e ‘qualitativo’. Pelo contrário, metodologia é um processo pelo qual o conhecimento científico é produzido.” (VALSINER, 2012, p.298-299).

É assim que concebemos metodologia. Um processo delineado pelo pesquisador ao longo de toda investigação, e não apenas como um conjunto de métodos escolhidos por ele a fim de problematizar uma dada questão. É sobre este processo trilhado, que escrevemos este texto.

Falar em metodologia é tentar colocar alguma ordem no caos das certezas provisórias (e que bom que assim sejam), constituídas por dúvidas, angústias, teorias, medos, descobertas... Que fazem parte do processo pelo qual o conhecimento científico é produzido. Apesar de este texto apresentar mais ou menos uma ordem do processo vivenciado por mim durante toda a investigação, ressalto que nem sempre as coisas aconteceram de forma linear como descrevo. Por exemplo, foram várias as vezes que nos movimentos de construção teórica, deparei-me com movimentos de análise dos dados produzidos, que por sua vez me fizeram voltar ao referencial teórico... às escolhas metodológicas...

No entanto, como se faz necessário falar deste processo, sistematizando-o de uma forma didática (seja por um texto, por exemplo) para que o leitor tenha uma ideia do caminho percorrido pelo pesquisador na realização da pesquisa, apresentamos aqui a descrição do processo metodológico vivenciado para a construção desta tese.

Pesce e Abreu (2013), ao discutirem sobre as características presentes em pesquisas de abordagem qualitativa, elencam cinco aspectos, a saber: a fonte direta dos dados está no ambiente natural, constituindo o pesquisador o principal instrumento; o processo é mais valioso do que o produto ou resultados; tendência em analisar dados (não numéricos) de forma indutiva; o significado construído pelos sujeitos ao longo da pesquisa é de importância vital; a investigação qualitativa é descritiva. Por apresentar essas características descritas por Pesce e Abreu (2013) podemos afirmar que esta investigação é de abordagem qualitativa.

3.1 DA QUESTÃO DE PESQUISA AO CONSTRUTO TEÓRICO

A primeira produção neste processo de construção de conhecimento foi a sistematização da questão de pesquisa a ser problematizada e analisada na tese. A questão que melhor descreve a produção da pesquisa é: *Como ocorre o processo de estruturação de conhecimentos de geometria analítica, por alunos do ensino médio, ao resolverem tarefas de matemática com Linguagem Digital, em smartphones?*

A questão se constituiu a partir dos meus anseios, desejos e vivências constituídas ao longo de minha história pessoal (tais vivências são relatadas com mais detalhes no texto introdutório desta tese). É a partir destas vivências que me proponho a investigar este tipo de objeto em questão. O que quero suscitar com esta discussão, assumindo-me também neste processo, é que o eu/pesquisador, enquanto indivíduo, não se desvincula de suas preferências pessoais para produzir conhecimento científico, isto é, não se assume a neutralidade no processo de produção de conhecimento científico, tampouco na(s) questão (ões) a(s) que (quais) nos propomos a problematizar. Questões de pesquisa são propostas por pessoas, pessoas possuem experiências que fazem parte de seu processo de constituição enquanto sujeito no mundo.

Os cientistas não são autômatos racionais, mas seres humanos subjetivos, pessoalmente envolvidos, com preferências subjetivas e posições, a partir das quais consideram os assuntos de sua pesquisa. De muitas maneiras, a ciência é uma forma de arte, em que os aspectos estéticos das ideias explanatórias e o profundo desejo de conhecer algo até então desconhecido dominam sobre o papel social de ser uma fonte culta do conhecimento já acumulado. (VALSINER, 2012, p. 301).

Após a definição da questão de pesquisa acima citada, povoada de vivências do eu/pesquisador, começa-se a busca por teorias que permitiram a realização da produção do construto teórico apresentado no Capítulo 2 desta tese. Da questão de pesquisa emergiram duas palavras-chave que precisavam ser conhecidas com mais detalhes nesta tese: *Linguagem digital e Estruturação*. Foi na busca de teorias para o entendimento destes termos presentes na problemática dessa investigação, que os referenciais teóricos emergiram.

Assim buscou-se compreensões sobre linguagem e Linguagem Digital. Foi nos estudos de Vygotsky (2008) sobre pensamento e linguagem, por discutir o papel dos signos nos processos de pensamento superior, que encontramos discussões do papel influenciador da linguagem, enquanto sistema simbólico, que nos apoiamos. Estes estudos, juntamente aos de Lévy (1993), Kenski (1997) e Santaella (2013), eleitos para realizarmos a discussão acerca do termo Linguagem Digital, permitiram a construção do que na tese entendemos sobre esta linguagem. Ao definir Linguagem Digital, enquanto sistema simbólico mediador, que se materializa no espaço envolto de tecnologias digitais, ficou evidente a necessidade de um referencial, pautado nestes princípios, para que a análise do processo de estruturação de conhecimentos, mediado por signos, pudesse ser realizada.

Após ter clarificado este termo, ainda faltavam estudos que permitissem compreender como ocorreria o processo de estruturação de conhecimentos com Linguagem Digital. Como a ideia inicial da pesquisa era discutir conhecimentos matemáticos, mais especificamente sobre conceitos da geometria analítica (distância entre dois pontos) com o uso de computadores, os estudos de Valente (2005a) sobre o ciclo de ações, por discutir esta temática, possibilitariam investigar como ocorre este processo. Elegemos assim, estes estudos como um dos referenciais para discutirmos o processo de estruturação de conhecimentos, com Linguagem Digital.

Porém, nos deparamos com um problema de cunho epistemológico. A abordagem proposta por Valente (2005a), do processo de construção de conhecimento com o uso de computadores, claramente notada nas ações de reflexão do ciclo, possuía referenciais piagetianos de aprendizagem, apesar de considerar elementos de mediação de agente de aprendizagem e sociais dos estudos de Vygotsky. No entanto, não levava em consideração o papel de elementos mediadores (signos), apresentados em Vygotsky (2008) nos estudos sobre pensamento e linguagem, e utilizados nesta pesquisa para conceituar o termo Linguagem Digital.

Assim, chegamos a cogitar estudar o processo de estruturação proposto na questão de pesquisa apenas nos baseando nos estudos de Vygotsky (2008), abandonando a ideia do ciclo. No entanto, ao perceber a importância do ciclo de

ações vivenciado pelos alunos no processo de estruturação, e o quanto estes ciclos dariam indícios de como este processo de estruturação ocorria, abandonamos a hipótese de descartá-lo. E chegamos aos estudos de Valsiner, sobre a psicologia cultural.

Em meu primeiro ano do doutorado (por volta de meados do mês de junho de 2015), juntamente com o grupo de pesquisa o qual faço parte, GETECMAT (Grupo de Estudos de Tecnologia e Educação Matemática), começamos a estudar sobre o conceito de co-construção de conhecimentos proposto por Valsiner e Vasconcellos (1995), para ampliar estudos sobre processos de aprendizagem com uso de tecnologias digitais realizados no grupo.

Estes estudos propõem, a partir da hibridização entre construtivismo e sociogênese, discussões que aproximam estas vertentes teóricas consideradas, até então por mim, antagônicas. Foi a partir deste momento que encontrei subsídios para pensar em possíveis articulações teóricas entre os pressupostos propostos em Valente (2005a) na abordagem do ciclo de ações, com os estudos de Vygotsky (2008).

No ano de 2016, a partir da proposição desta questão de pesquisa, e outras duas pesquisas de doutorado em desenvolvimento, vinculadas ao grupo GETECMAT, foram aprofundados estudos sobre co-construção. Identificamos que as discussões realizadas por este autor apresentavam elementos importantes que poderiam nos auxiliar em nossas problemáticas. O grupo também continuou com outros estudos teóricos para discutir aprendizagem a partir de estudos sobre a Teoria da Atividade, Teoria da Complexidade e Cultura Digital.

Para esta pesquisa, aprofundamos estudos da Psicologia Cultural de Jaan Valsiner (2012), mais especificamente sobre os processos de Internalização e Externalização, apresentados em um modelo de lâminas e que guarda similaridades ao modelo piagetiano de assimilação e acomodação em Piaget, considerando neste processo, os signos como elementos mediadores essenciais para o funcionamento dos processos mentais superiores. Além de uma solução para o problema epistemológico descrito acima, encontramos nos processos de Internalização e Externalização descritos por este autor, contribuições importantes para efetuar a análise do processo de estruturação sobre conhecimentos acerca de distância entre

dois pontos, por alunos do Ensino Médio ao resolverem tarefas de matemática com Linguagem Digital.

Foi a partir dos estudos de Valsiner (2012), aliado aos elementos da problemática desta investigação, que chegamos, no contexto da pesquisa, a proposição de uma (re) configuração do ciclo de ações; considerando nas ações de reflexão do ciclo proposto por Valente (2005a), uma análise via processo de Internalização e Externalização em Valsiner (2012). Vale ressaltar que essa (re)configuração surgiu da necessidade de considerar elementos como signos, no processo de estruturação de conhecimentos, não contemplados na proposta de Valente (2005).

3.2 DOS SUJEITOS PARTICIPANTES

No final de 2015, primeiro ano de realização do curso de doutorado, eu realizei um concurso para o quadro do magistério superior da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), assumindo este concurso no início do segundo ano do curso de doutorado, mais especificamente em fevereiro do ano de 2016. Esta aprovação juntamente com a mudança de cidade, direcionou muitos dos encaminhamentos metodológicos adotados nesta investigação, a começar pela escolha dos sujeitos de pesquisa que agora, por questão de logística, deveriam pertencer à cidade em que eu acabara de mudar, no caso, Ponta – Porã (MS).

No exercício das minhas atividades docentes na nova cidade, fiz alguns amigos e contatos com as escolas do município ao desenvolver projetos de ensino e extensão na universidade. Dentre estas, estabeleci uma parceria com um professor que atuava no período noturno, no curso de Licenciatura em Matemática da UFMS, e no período matutino na Escola Estadual Fernando Saldanha, pertencente à rede Estadual de Educação do Estado de Mato Grosso do Sul, com aulas em turmas do Ensino Médio, escola na qual realizamos a produção dos dados produzidos.

No ano de 2017, antes do recesso escolar do mês de julho, conversei com este professor, sobre a possibilidade da realização dos encontros, que permitiram a produção dos dados da pesquisa, com seus alunos do Ensino Médio. Como os encontros começaram no mês de Agosto de 2017, no terceiro bimestre do

calendário escolar da referida escola, decidimos, obedecendo ao Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul, que os conteúdos a serem trabalhados nos encontros que organizei para a produção dos dados, estariam relacionados aos conceitos de geometria analítica, mais especificamente sobre distância entre dois pontos, equação da reta e equação da circunferência.

Vale lembrar, que no início da pesquisa não tínhamos um conteúdo delimitado. No projeto inicial de tese havia a sinalização do trabalho com conteúdos de geometria, mas sem especificações de qual conteúdo seria abordado. Esta delimitação só foi possível a partir da escolha dos sujeitos e da necessidade de se abordar um conteúdo relacionado ao que o professor da escola estava trabalhando no bimestre em curso.

Tomando como base o Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul, apresentamos o Quadro 1, no qual se observa os conteúdos de geometria analítica a serem abordados no terceiro ano do Ensino Médio e também possíveis conteúdos, distribuídos ao longo dos outros anos do Ensino Médio, que poderiam também estar relacionados a alguns dos temas abordados nos sete encontros realizados.

QUADRO 1 – CONTÉUDOS RELACIONADOS À GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO DO ESTADO DE MATO GROSSO DO SUL

Conteúdo	Ano	Bimestre
Funções:	Primeiro Ano do Ensino	Primeiro Bimestre
➤ Plano Cartesiano	Médio	
Funções Afim ou de Primeiro Grau:		
➤ Gráficos		
➤ Coeficientes da Função		
Geometria Analítica:	Terceiro Ano do Ensino	Terceiro Bimestre
➤ O Ponto	Médio	
➤ A reta		

➤ **A circunferência**

Fonte: Referencial Curricular do Estado de Mato Grosso do Sul (2012, p. 163 e 168)

Após a escolha dos conteúdos, convidamos todos os alunos das turmas de Ensino Médio do período matutino da referida escola, para participação dos encontros, que aconteceriam no período vespertino. Aceitaram participar de forma voluntária, 12 alunos, sendo 6 pertencentes ao segundo ano e 6 pertencentes ao terceiro ano. Finalizamos os encontros com 6 alunos, sendo 5 alunos do segundo ano e um do terceiro ano. Dos 6 sujeitos que realizaram todos os encontros, realizamos a análise do processo de estruturação de conhecimentos de 2 deles, Rogério e Lucas (nomes fictícios). Estes sujeitos foram escolhidos a partir de uma análise dos dados produzidos, por evidenciarem processos suficientes para discussão do problema proposto para a tese.

Nossa visão de sujeito adotada nesta investigação vai ao encontro de alguns dos pressupostos da Psicologia Cultural de Valsiner (2012). Consideramos os sujeitos escolhidos, como participantes ativos de todo o processo que se estabeleceu para a produção dos dados desta investigação. Foram vistos como seres capazes de se construir na relação com o meio social e também de (re) construí-lo. São singulares, ao considerar que cada indivíduo, constrói “[...] de modo único e particular sua compreensão individual e coletiva dos significados sociais” (VALSINER E VASCONCELLOS, 1995, p. 91), sendo sua subjetividade constituída na relação interdependente entre o eu com os outros sociais, em uma constante transformação das mensagens compartilhadas.

Outro ponto importante que assumimos nesta pesquisa, relacionado ainda a visão de sujeito, diz respeito ao tempo de aprendizagem de cada indivíduo ou neste caso ao grupo de indivíduos. Este tempo, a nosso ver, pautado nas ideias da Psicologia Cultural de Valsiner (2012) é próprio de cada pessoa. Considerar essa característica foi importante durante a realização dos encontros que produziram os dados, pois meu objetivo como pesquisador não era apenas coletar os dados necessários para a pesquisa, e tampouco “dar uma aula” em que os conceitos matemáticos eram simplesmente expostos, tentamos contribuir para que ocorressem interações importantes entre todos os envolvidos do processo, fazendo com o que o

grupo de alunos e também o pesquisador, construísem sentidos pertinentes aos conteúdos trabalhados.

Assim, ao longo dos encontros, os conteúdos foram trabalhados de modo a respeitar esse tempo próprio de cada indivíduo. Porém se o tempo de aprendizagem é único a cada sujeito, o “tempo” em que o currículo escolar está organizado parece estar em descompasso com esta questão. Assim, foi desafiador para mim, trabalhar nesta perspectiva e cumprir o “tempo” determinado pela escola para discutir os temas estudados, em sete encontros de uma hora e trinta minutos cada um.

Com relação às questões éticas empregadas na pesquisa, o pesquisador, no primeiro encontro declarou aos alunos que eles estavam participando de uma pesquisa de doutorado, vinculada a um programa de Pós-Graduação da UFMS, tendo a pesquisa o objetivo de investigar como processos de estruturação de conhecimentos ocorrem a partir do uso da Linguagem Digital. Alertou também, que os dados produzidos seriam analisados pelo pesquisador, mas que o anonimato de cada sujeito seria mantido em qualquer tipo de divulgação. Outros procedimentos éticos foram respeitados conforme as normas do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, sendo o projeto de tese aprovado pelos órgãos competentes da Universidade, conforme resolução publicada pelo colegiado de curso e divulgadas em sites oficiais do Programa.

O Quadro 2 apresenta o perfil dos 6 sujeitos que participaram até o fechamento dos encontros, utilizamos nomes fictícios para preservar a identidade dos mesmos:

QUADRO 2: PERFIL DOS ALUNOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Aluno	Idade	Ano Escolar
Lucas	17 anos	Segundo Ano do Ensino Médio
Marta	18 anos	Terceiro Ano do Ensino Médio
Rogério	16 anos	Segundo Ano do Ensino Médio
Leonardo	18 anos	Segundo Ano do Ensino Médio
Nara	16 anos	Segundo Ano do Ensino Médio
Mirian	18 anos	Segundo Ano do Ensino Médio

Fonte: Dados da Pesquisa

Os dados do Quadro 2 foram obtidos via questionário realizado no *Google Docs*, disponibilizado pelo pesquisador e respondido pelos participantes da pesquisa após a finalização do último encontro realizado. Além de questões que possibilitaram a construção do Quadro 2, o questionário disponibilizado possuía algumas questões sobre o perfil dos alunos em relação ao uso de tecnologias digitais feito por eles tanto no dia – a – dia , quanto na escola. Dos seis alunos, todos declararam ter acesso à internet em casa sendo que, quatro alunos declararam fazer o uso de rede *wi-fi* em casa, e dois alunos tanto rede móvel e *wi-fi*. Foi comum nas respostas de todos os alunos que a escola não possuía rede *wi-fi* liberada para os alunos, apenas para professores.

Com relação ao uso de internet na escola, do grupo de alunos participantes, dois declararam que possuíam acesso a internet apenas quando frequentavam a sala de tecnologias educacionais da escola (laboratório de informática). Com relação aos usos feitos pelos alunos quando utilizavam o laboratório de informática, identificamos⁷:



Atividades de Pesquisa;



Resolução de Exercícios;

⁷ As imagens utilizadas como marcadores (celular e computador), foram retiradas do aplicativo *WhatsApp*.

Dos seis Alunos, cinco relataram que estas pesquisas na sala de informática aconteciam sob a orientação de algum professor. Em algumas respostas identificamos que essas pesquisas estavam relacionadas a saber sobre países, culturas e obras de artes de pintores famosos.

Ainda sobre os usos de computadores, dos seis alunos, três informaram possuir computador em casa. Quanto aos usos relacionados, todos declararam que em casa, esta tecnologia era usada para a realização de trabalhos escolares. Um desses alunos que possuía computador declarou que além de usar para a realização de trabalhos escolares, utilizava-o para jogos e redes sociais.

Todos os alunos possuíam *smartphone* e declaram utilizá-lo para os seguintes usos:



Redes Sociais;



Envio de Mensagens, Pesquisas, Músicas, Fotos e Chamadas;



Jogos;



Conversar com amigos e parentes; Saber das atualidades;

Dos 6 alunos participantes, quatro declaram ter utilizado o celular em outros momentos na escola, além dos sete encontros que participaram durante esta pesquisa. Dos quatro alunos que declaram ter utilizado o *smartphone* em outros momentos, identificamos os seguintes usos na escola:



Filmagem e Edição de Vídeos e Fotos em uma nova disciplina denominada Mídias (uso apontado por dois alunos);



Realização de Pesquisas nas disciplinas de Espanhol e Física (uso apontado por dois alunos);

3.3 DOS INSTRUMENTOS USADOS NA PRODUÇÃO DOS DADOS

Para a produção dos dados da pesquisa, definimos que as tarefas matemáticas, relacionadas aos conceitos de geometria analítica, seriam realizadas pelos alunos em seus celulares. O motivo da escolha do celular está ligado a

algumas percepções que constatei ao longo de minha carreira docente relacionados aos surgimentos de diversos instrumentos tecnológicos presentes na Cultura Digital.

O fato de algumas escolas proibirem o uso de algumas tecnologias pelos alunos, sempre me inquietou. Lembro-me que quando cursava o sexto ano do Ensino Fundamental (na época denominada como quinta série), “bichinhos” virtuais eram muito utilizados por nós estudantes. Por diversas vezes os professores recolhiam nossos “*pets*” de bolso com a justificativa de que não iríamos aprender os conteúdos em questão, ou porque nossa atenção não estava no quadro de giz. Hoje, como professor, indagaria como esses “bichinhos” virtuais poderiam ser utilizados, em aulas de ciências/biologia ou de história, por exemplo. Visto que, os usos que fazíamos desta tecnologia, ao “cuidar” dos “bichinhos”, apresentavam relações com muitos dos temas estudados nestas disciplinas (espécies de dinossauros, alimentação, medicação, obesidade, etc.).

Assim como os “*pets*” virtuais, os celulares também foram proibidos em sala de aula de algumas escolas. Alguns Estados brasileiros optaram pela proibição total, enquanto outros autorizaram os usos do *smartphone* apenas em atividades com fins pedagógicos. É o caso do Estado de Mato Grosso do Sul, que pela Resolução 3.280 de 17 de maio de 2017, decretada pela Secretaria Estadual de Educação, proíbe parcialmente o uso do aparelho. Assim, optei pela utilização do celular durante os encontros realizados, justamente para problematizar estas questões.

Considerando que o celular é uma tecnologia digital utilizada por alunos na Cultura Digital, em especial, por jovens de faixa etária entre 15 a 18 anos de idade, faixa etária de idade dos alunos participantes desta pesquisa, é que também fundamentamos uma das escolhas para o uso dos *smartphones* nos encontros de produção de dados.

Alguns dados de órgãos oficiais brasileiros, como da Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) mostram que o Brasil até julho de 2018, registrou o número de 234,75 milhões de linhas móveis em operação com uma densidade de 112,21 celulares por 100 habitantes⁸. Segundo dados divulgados pela Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua, feita pelo Instituto Brasileiro de

⁸ Dados disponíveis em: <<http://anatel.gov.br/dados/2015-02-04-18-43-59>> Acesso em: 14 de set. de 2018.

Estatística (IBGE)⁹ em 2016, 116 milhões pessoas possuem acesso à internet, sendo o aparelho celular o mais utilizado para realizar o acesso (a frente de microcomputadores e *tablets*), utilizado por 94,6% dos internautas. Ao passo que 77,1%, na população com 10 anos ou mais de idade, possuem algum telefone móvel para uso pessoal. No Centro-Oeste, região em que a pesquisa foi realizada, o percentual da população com 10 anos ou mais de idade com telefone celular para uso pessoal atinge o valor de 80%.

Pretto (2011, p. 98) aponta também a popularização desta tecnologia a nível mundial, afirmando que:

Em 1991, existiam no mundo 34 linhas de telefone fixo para cada móvel e, em 2004, as assinaturas de telefones móveis superavam os fixos ('1.748 milhões de celulares/1.198 milhões de telefones fixos') [...]. Alguns números permitem-nos acompanhar melhor esse crescimento. Nas Filipinas, por exemplo, que possui cerca de 30 milhões de usuários de celulares, estima-se que sejam enviados, em média, 200 milhões de mensagens por dia.

Além de ser uma tecnologia bastante utilizada por indivíduos na Cultura Digital, a adoção deste para a realização das tarefas de geometria nesta pesquisa, deu-se pelo fato de acreditarmos nas potencialidades do uso do celular de se configurar como instrumento que pode, a depender da forma que seus usos são propostos em educação, configurar-se como instrumento importante no processo de aprendizagem. Pesquisas como de Costa (2013), Saboia, Vargas e Viva (2013), reafirmam a forte presença desta tecnologia na Cultura Digital, identificando-o como importante instrumento no processo de ensino e de aprendizagem.

Estes autores declaram o quanto o celular passou a ser um item importante no cotidiano das pessoas, sendo quase impossível conceber a realização das atividades diárias sem o seu uso:

A facilidade, agilidade e independência de espaço físico tornaram este "acessório" necessário para a vida pessoal e profissional. Hoje não conseguimos imaginar e organizar nosso cotidiano sem a interferência dele. Os aplicativos associados como rádio,

⁹ Dados disponíveis em:

<ftp://ftp.ibge.gov.br/Trabalho_e_Rendimento/Pesquisa_Nacional_por_Amostra_de_Domicilios_continua/Anual/Acesso_Internet_Televisao_e_Posse_Telefone_Movel_2016/Analise_dos_Resultados.pdf>
Acesso em 14 de set, de 2018.

despertador, agenda e agora internet facilitaram a vida e dispensaram a aquisição de outros equipamentos, embora algumas poucas pessoas ainda sintam a necessidade de agenda em papel ou um rádio relógio ao lado da cama. (SABOIA, VARGAS E VIVA, 2013, p.06).

Concordamos com esses autores, ao afirmarem que o uso do celular passou a ser indispensável em nossas vidas. No caso desta pesquisa, além de ter sido utilizado, na escola, para a realização das atividades matemáticas pelos participantes, utilizando o aplicativo Geogebra para discussão de tarefas sobre geometria analítica; ajudou-me em outros momentos do processo de produção dos dados e a também a construir a própria tese, a partir dos usos que realizei do celular durante todo o processo dessa investigação.

Ainda em relação aos outros espaços criados a partir dos usos do celular, criamos em 17/08/2017 (após o primeiro encontro realizado), um grupo de *WhatsApp* denominado “Geogebra & Saldanha”, com a intenção de no intervalo entre os encontros que ocorreram na escola, discutir, propor e investigar questões sobre conteúdos de geometria analítica. O nome do grupo foi escolhido a partir da junção entre os nomes do aplicativo Geogebra, utilizado para resolver as tarefas, e com um dos nomes da Escola, no caso, Saldanha.

No entanto, não conseguimos transformar esse espaço em um grupo de discussão de conceitos de matemática, o grupo acabou configurando-se como um espaço para recados, lembretes e informações acerca dos encontros realizados na escola. Alguns alunos optaram em realizar as discussões sobre os conteúdos trabalhados nos encontros na escola, conversando apenas com o pesquisador, no espaço privado deste aplicativo. Como os alunos participaram de forma voluntária, no contraturno aos horários de aula, decidimos que eles poderiam utilizar o *WhatsApp* da forma na qual se sentissem a vontade, optamos por não “forçar” a participação no grupo para gerar dados. Alguns alunos decidiram utilizar o *Whatsaap* para discutir os assuntos que tratamos nos encontros, outros não, acompanhando apenas os informes dados no grupo criado. A Figura 7 apresenta o grupo de *WhatsApp* criado:

Figura 7: Grupo de *WhatsApp* Criado pelo Pesquisador



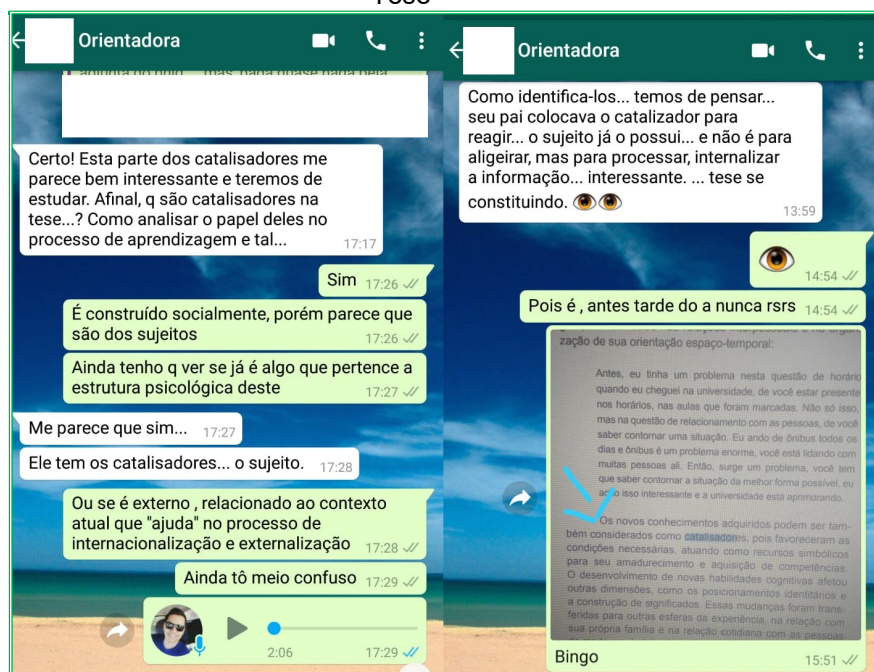
Fonte: Dados da Pesquisa

O celular, aliado ao mensageiro instantâneo (*WhatsApp*) e a outras aplicações, também foi importante, conforme apontamos em outro momento, para o processo de estruturação da própria tese. Como relatado anteriormente, ao me mudar para a cidade de Ponta-Porã (MS) fiquei impedido de participar presencialmente de todas as reuniões do grupo de pesquisa, de ter frequentes orientações presenciais com minha orientadora a fim de discutir questões relacionadas à investigação, entre outras ações que com a distância se tornam mais difíceis de serem realizadas, porém que puderam ser realizadas via tecnologias móveis, no caso, pelo celular.

Foram várias às vezes que utilizei o *smartphone* para trocar informações com meus amigos de grupo de pesquisa, sobre as relações que estava construindo sobre meu objeto de estudo. As trocas de mensagens com minha orientadora também eram contínuas. Foram muitas as discussões sobre a tese, feitas via celular, em sua grande parte por *WhatsApp*. Assim, vale destacar que o papel do celular, para mim tanto para a produção dos dados, quanto para a produção da tese foi muito importante. Relatei diversas vezes nas reuniões de grupo, que minha tese “respira” o celular. No sentido que, o uso do aparelho foi contínuo em todas as etapas de produção deste material. A Figura 8 a seguir, representa alguns dos momentos estabelecidos no celular, via *WhatsApp*, entre orientadora e orientando

(pesquisador) discutindo questões teóricas relacionadas à tese, que no momento da discussão, ainda estavam confusas ao pesquisador:

Figura 8: Diálogo entre Orientador e Orientando no Processo de Discussão de Teorias da Tese



Fonte: Dados da Pesquisa.

O uso do celular também foi pensado para os leitores da tese. Ao iniciar o movimento de análises dos dados produzidos nos encontros, ao considerar que a maior parte do material de análise se constituiu em vídeos produzidos a partir da gravação de telas dos celulares dos alunos, no momento em que estes resolviam tarefas propostas sobre geometria analítica, percebemos que não seria adequado descrever, em alguns momentos, no texto de análises esses vídeos. O leitor teria uma melhor experiência de leitura destes momentos, ao assistir o próprio vídeo, do que ler um relato sobre o material audiovisual em questão.

Para que essa experiência fosse possível, resolvi utilizar/criar *Qr-Codes*, dispostos em alguns momentos nos textos da tese. Segundo Copeti e Gishleni (2013), um *Qr Code*, é um código de barra bidimensional, que pode ser lido por tecnologias móveis, entre eles *smartphones*. Basta que o aparelho possua uma câmera fotográfica (e o aplicativo que realiza a leitura para *Qr Codes*) para que o código seja lido. Esses autores apontam ainda que *Qr Code* é uma abreviação para *Quick Response Code* (código de resposta rápida).

Silva, Braga e Scherer (2012) afirmam que esta tecnologia, criada no ano de 1994 pela empresa japonesa Denso Wave, trata-se de uma espécie de símbolo utilizada para armazenar uma quantidade de informação. Inicialmente foi desenvolvida para a identificação de peças automobilísticas. A partir de sua criação, outras aplicações surgiram ao longo do tempo, dentre elas, pelas empresas no uso de campanhas em marketing e jogos.

Procuramos utilizar *Qr Codes* em episódios específicos que consideramos de extrema importância que aparecessem, utilizando como critério de escolha, que o leitor, para compreender melhor o processo de estruturação de conhecimentos do aluno em análise, seria conveniente, que ele mesmo entrasse em contato com o material produzido pelo aluno e, concomitantemente ao texto de análise do material.

A ideia de utilizar Qr-Codes surgiu em uma das reuniões de grupo de pesquisa, na qual apresentei um pequeno texto que discutia como pensava em realizar as análises dos dados produzidos a partir das teorias discutidas no capítulo teórico da tese. Uma das integrantes do grupo, ao ler o texto enviado, explicitou nessa reunião: *“Sua tese chama algo a mais para que o leitor leia suas análises... eu fiquei com vontade de assistir o vídeo que você descreveu”*. Para a criação dos Qr-codes, utilizei o seguinte site: **<<https://criar.io/br/ferramentas/gerador-de-qrcode>>**. O processo de criação dos códigos seguiram os seguintes passos¹⁰:



Edição do material áudio visual a ser analisado. No caso, foram realizados cortes do vídeo principal obtendo o material desejado para a análise;



Upload do material editado no passo (1) para o canal no Youtube do pesquisador;

¹⁰ As quatro imagens utilizadas para descrever os passos do processo de criação dos Qr-codes, foram retiradas, respectivamente, dos seguintes sites: <http://www.ultracoloringpages.com/pt/p/tesouras-desenho-para-colorir/115aaa18f8b1db24ec5bceaaa6136912>; <https://pt.scribd.com/upload-document>; <https://www.youtube.com>; https://en.wikipedia.org/wiki/QR_code. Acesso em 16 de set. de 2018.

You Tube O endereço do vídeo enviado ao Youtube (passo 2) é inserido no site utilizado para criação dos *Qr codes*;



Obtenção do *Qr Code*;

A Figura 9 representa a interface do site utilizado no processo de criação dos Qr-codes da tese. Após obter o *link* desejado, deve-se inserir o endereço na janela indicada no site, clicar em *Gerar QR-Code* e realizar o download do código criado.

Figura 9: Interface do Site Utilizado para Gerar os *Qr Codes* da Tese.



Fonte: Dados da Pesquisa.

As atividades descritas acima foram realizadas pelos alunos no aplicativo denominado Calculadora Gráfica Geogebra, denominado nesta pesquisa apenas como Geogebra. Este aplicativo está disponível para celulares com sistemas operacionais *Android* ou *IOS*. A escolha do aplicativo Geogebra se deu a partir da delimitação dos conteúdos a serem trabalhados nos sete encontros descritos acima.

Apresentaremos a seguir, uma breve descrição do aplicativo Geogebra, suas ferramentas e principais funcionalidades. O aplicativo é gratuito e foi criado em 06/12/2015 pelo *International Geogebra Institute*. O Geogebra foi instalado nos celulares dos alunos no primeiro encontro realizado.

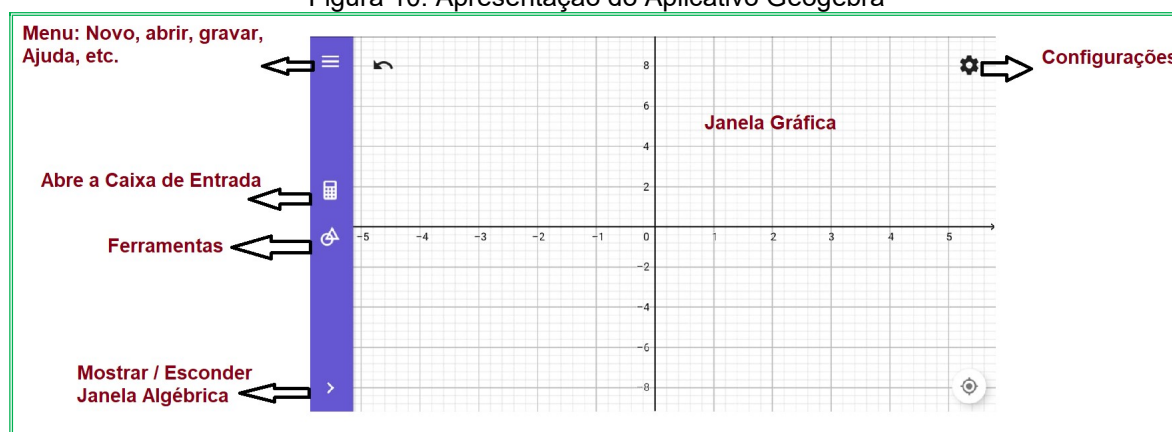
Por se tratar de um aplicativo para celular, frequentes atualizações são disponibilizadas. Em cada nova atualização, pode-se acrescentar/retirar algumas ferramentas, alterar a disposição dos ícones do aplicativo dentre outras possíveis mudanças.

Assim, o que apresentamos neste material é uma breve descrição de uma versão disponível para celulares com sistema operacional *Android*, de número 5.0.485.0¹¹ com atualização mais recente realizada em 17/08/2018.

Vale ressaltar, que, de um sistema operacional para outro, vários aplicativos e inclusive o Geogebra, apresentam variações nas versões disponibilizadas. Assim, podem, por exemplo, apresentar determinadas ferramentas em um sistema e não apresentá-la no outro. No entanto, tratando-se do Geogebra para celular, notamos poucas alterações, em ambos os sistemas as principais funcionalidades e ferramentas são preservadas e não prejudicaram o desenvolvimento das tarefas realizadas.

Devido a estas questões, não é possível assegurar ao leitor, que ao se deparar com esse material, encontre ativa, a versão que aqui descrevemos. Na Figura 10, realizamos a apresentação do aplicativo, apresentando seus ícones e funcionalidades.

Figura 10: Apresentação do Aplicativo Geogebra



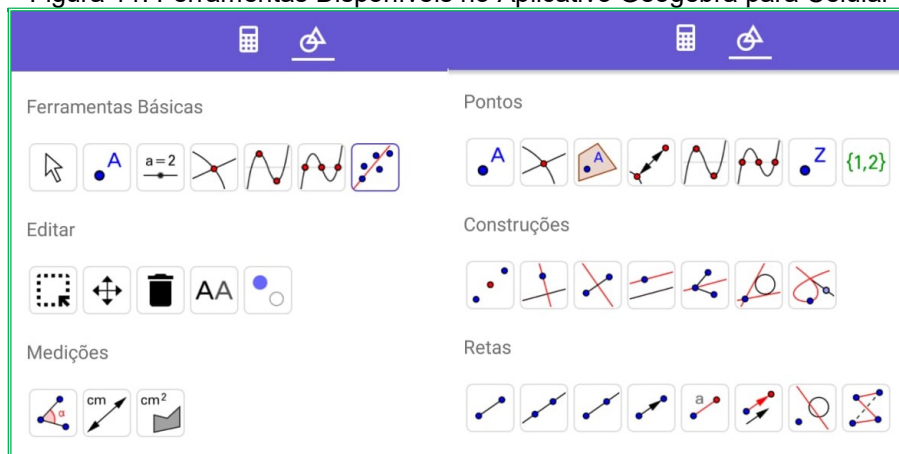
Fonte: Dados da Pesquisa

Optamos por apresentar com mais detalhes as ferramentas disponíveis no aplicativo Geogebra (versão 5.0.485.0 para *Android*), visto que no texto de análises

¹¹ Em novembro de 2018, contatou-se que para celulares com sistema operacional IOS a versão disponível para *download* estava sob número 6.0.485.0;

realizamos diversas menções a elas, quando utilizadas pelos alunos nos comandos descritos para a resolução das tarefas solicitadas. Na Figura 11 apresentamos as ferramentas básicas, de edição, medição, pontos, construções e retas.

Figura 11: Ferramentas Disponíveis no Aplicativo Geogebra para Celular



Fonte: Dados da Pesquisa

Na Figura 11 identificamos os seguintes grupos de ferramentas: 1) Ferramentas Básicas, 2) Editar, 3) Medições, 4) Pontos, 5) Construções e 6) Retas. Para cada um dos desses grupos temos respectivamente, da esquerda para direita, as seguintes ferramentas:

Grupo 1) mover, ponto, controle deslizante, interseção entre dois objetos, otimização, raízes e reta de regressão linear;

Grupo 2) selecionar objetos, mover janela de visualização, apagar, exibir/esconder rótulo, exibir/esconder objeto e copiar estilo visual.

Grupo 3) ângulo; distância, comprimento ou perímetro; área, ângulo com amplitude fixa e inclinação.

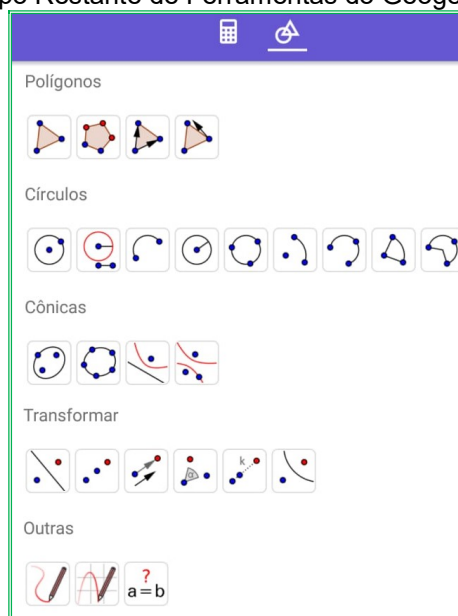
Grupo 4) A primeira, segunda, quinta e sexta ferramentas foram apresentadas em outros grupos. Assim, restam conhecer neste grupo as ferramentas: ponto em objeto, vincular/desvincular ponto, número complexo e lista.

Grupo 5) Ponto médio ou centro, reta perpendicular, mediatriz, reta paralela, bissetriz, reta tangente, lugar geométrico;

Grupo 6) segmento, reta, semirreta, vetor, segmento com comprimento fixo, vetor a partir de um ponto, reta polar ou diametral, caminho poligonal;

Na Figura 12 apresentamos os grupos de restantes de ferramentas disponíveis, a saber: 7) Polígonos, 8) Círculos, 9) Cônicas, 10) Transformar e 11) Outras.

Figura 12: Grupo Restante de Ferramentas do Geogebra para Celular



Fonte: Dados da Pesquisa

Para cada um dos desses grupos temos respectivamente, da esquerda para direita, as seguintes ferramentas:

Grupo 7): polígono, polígono regular, polígono semideformável, polígono rígido.

Grupo 8): círculo, dado o centro e um de seus pontos; compasso, semicírculo definido por dois pontos, círculo, dado centro e raio; círculo definido por três pontos, arco circular, arco circuncircular, setor circular, setor circuncircular.

Grupo 9) Elipse, cônica com cinco pontos, parábola, hipérbole.

Grupo 10) : reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, translação por um vetor, rotação em torno de um ponto, homotetia, inversão.

Grupo 11) caneta, função a mão livre, relação.

Os *Qr codes* a seguir podem ser utilizados para a realização do download do aplicativo Geogebra para celular, descrito anteriormente:



QR Code 1 – Versão para IOS



Qr Code 2 – Versão para Android

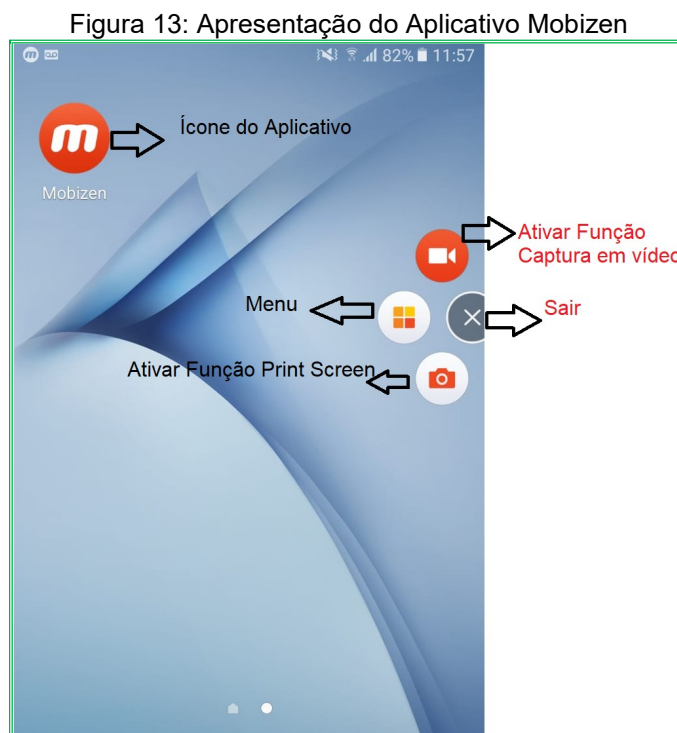
Além do aplicativo Geogebra, utilizado pelos alunos durante a resolução das tarefas de geometria analítica, utilizamos outros dois aplicativos para celulares como instrumento importante para a produção dos dados: *Mobizen* e *Easy Recorder*. Este último trata-se de um aplicativo de gravação de voz utilizado no celular do pesquisador para a gravação dos diálogos estabelecidos, entre professor/alunos durante os encontros.

O *Mobizen* foi utilizado para a realização da gravação de tela dos celulares dos alunos no momento de resolução das atividades, foi instalado no primeiro encontro na escola. O aplicativo grava um vídeo em formato mp4 de tudo o que é feito pelo usuário ao utilizar o celular. Além desta funcionalidade, grava também todo o áudio percebido pelo microfone do celular, a uma distância de até 5 metros do aparelho. Neste sentido, o *Mobizen* foi um importante instrumento para a produção dos dados analisados.

Todas as ações realizadas pelos alunos, durante as descrições produzidas para a resolução das atividades foram capturadas, além de falas estabelecidas entre professor/aluno, alunos/alunos e dos alunos consigo mesmos, favorecendo o processo de produção, armazenamento, compartilhamento e análises dos dados. A partir dos registros capturados pelo aplicativo foi possível identificar alguns indícios do processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica com Linguagem Digital.

Antes de iniciar qualquer atividade, foi acordado entre pesquisador e alunos, que o aplicativo *Mobizen* deveria estar ativo nos celulares, a fim de capturar as ações dos participantes ao resolverem as atividades sugeridas. Ao dar um toque no ícone do aplicativo, um círculo flutuante emerge na tela do dispositivo, a partir daí duas opções de uso podem ser ativadas: gravação da tela em formato de vídeos e

Print Screen (Prt Sc) da tela do celular, das atividades realizadas pelo usuário. A Figura 13 apresenta o aplicativo Mobizen e suas funcionalidades.



Fonte: Dados da Pesquisa

Após o término de cada encontro, os vídeos gerados pelo aplicativo *Mobizen* eram compartilhados para o dispositivo móvel do pesquisador via SHAREit. Este é um aplicativo de compartilhamento que pode ser utilizado *off-line*, mais rápido do que a tecnologia de *Bluetooth* (cerca de 200 vezes) disponível em alguns celulares, tablets e computadores, para quase todos os tipos de arquivos. Para que o envio ocorra, basta (considerando que os aparelhos estejam a uma curta distância), selecionar o usuário o qual deseja enviar o material a ser compartilhado, selecionar o arquivo desejado e enviar.

3.4 ENCONTROS, TAREFAS E ANÁLISE DOS DADOS

Em relação aos encontros para a produção dos dados a serem analisados, estes foram realizados no período vespertino, contraturno ao horário de aulas dos alunos participantes. Como a escola não dispunha de salas de aulas disponíveis

para a realização dos encontros, os encontros aconteceram no laboratório de informática da escola, com duração de cerca de uma hora e meia (13:30 h às 15:00 h).

Foram realizados, conforme afirmado em outros momentos do texto, sete encontros, dos quais abordamos os conteúdos sobre distâncias entre dois pontos, equação da reta e equação da circunferência, previstos na proposta curricular do terceiro ano do Ensino Médio da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul. Para as análises apresentadas nesta pesquisa, escolhemos o conteúdo de distância entre dois pontos, trabalhado nos três primeiros encontros. O Quadro 3 mostra as datas de realização de cada um dos encontros, bem como os conteúdos abordados em cada um deles.

Quadro 3: DATA DOS ENCONTROS E CONTEÚDOS TRABALHADOS

Dias dos Encontros	Conteúdos Trabalhados
17/08/2017	Distância entre dois Pontos
22/08/2017	Distância entre dois Pontos
29/08/2017	Distância entre dois Pontos
14/09/2017	Distância entre dois Pontos e Equação da Reta
21/09/2017	Equação da Reta
28/09/2017	Equação da Reta
05/10/2017	Equação da Circunferência

Fonte: Dados da Pesquisa

Em cada um desses encontros, discutimos tarefas matemáticas que envolviam os temas escolhidos baseados no currículo do terceiro ano do Ensino Médio. Foram planejadas 4 tarefas. Realizamos com antecedência o planejamento da tarefa que seria realizada no primeiro encontro, sendo que para os encontros posteriores, o planejamento da nova atividade levava em consideração o processo desenvolvido por todo o grupo no encontro anterior.

O tempo de aprendizagem dos alunos foi levado em consideração durante todos os encontros, tanto que algumas tarefas levaram mais de um encontro para

serem finalizadas. A ideia inicial era que fosse planejada uma tarefa para cada semana, no entanto, ao considerar a singularidade do grupo no processo de estruturação de conhecimentos, o planejamento de uma tarefa para cada encontro não seria viável. Neste sentido, concordamos com Valsiner (2012) ao afirmar que o pesquisador tem “controle” apenas parcial do “experimento” que propõe ao grupo. Neste caso, a maneira como os sujeitos participantes da pesquisa interagiram com a tarefa, influenciou significativamente o tempo de realização de cada uma delas.

Consideramos que a estratégia didática adotada na primeira tarefa, articulada à Linguagem Digital em questão, fez com que outros conhecimentos, como por exemplo, sobre paralelismo entre retas, emergissem; além dos conhecimentos sobre distâncias entre dois pontos (objetivo inicial da tarefa). Mesmo surgindo esses outros conhecimentos, decidimos analisar o processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica dos alunos nesta atividade, evidenciando que o planejamento de tarefas, com Linguagem Digital, é um processo complexo e que os conhecimentos que o professor deseja que surjam estão intimamente relacionados às suas estratégias e a Linguagem Digital utilizada. Assim, a tarefa do segundo encontro, foi reformulada para que o conceito sobre distâncias entre dois pontos fosse priorizado na discussão. A seguir, apresentamos as tarefas planejadas e desenvolvidas ao longo dos sete encontros realizados na escola.

Tarefa 01 – Distância Entre Dois Pontos

Momento 1

Realizar questionamentos iniciais sobre o que alunos se lembram sobre plano cartesiano a partir da representação disposta na tela dos celulares. Exemplos de questões: (O que é um plano cartesiano? Você se lembra em que momento utilizou o plano cartesiano?).

Após analisar o que os alunos externalizam de conhecimentos prévios sobre plano cartesiano solicitar que, no aplicativo:

- I) Construa uma reta paralela ao eixo x e marque dois pontos quaisquer sobre essa reta. Responda: Qual a distância entre os pontos que você marcou? Como você encontrou essa distância?
- II) Mova um dos pontos marcados inicialmente. Qual a distância entre esses pontos agora? Como você encontrou essa distância?
- III) Que características possuem os pontos marcados sobre a reta construída? O que você percebe sobre as coordenadas desses pontos? Se necessário, marque outros pontos e mova-os para responder as questões acima.
- IV) Marque outros pontos sobre essa reta e encontre a distância entre eles; é possível identificar uma expressão que encontra a distância entre o par de pontos marcados? Qual?

Momento 2

Com o aplicativo Geogebra:

- I) Construa uma reta paralela ao eixo y e marque dois pontos quaisquer sobre essa reta. Qual a distância entre os pontos que você marcou? Como você encontrou essa distância?
- II) Mova um dos pontos marcados inicialmente. Qual a distância entre esses pontos agora? Como você encontrou essa distância?
- III) Marque outros pares de pontos sobre essa reta e encontre a distância entre eles. É possível identificar uma expressão que para determinar a distância entre o par de pontos marcados?
- IV) Que características possuem os pontos marcados sobre a reta construída? O que você percebe sobre as coordenadas desses pontos? Se necessário, marque outros pontos e mova-os para responder as questões anteriores.

Momento 3

Com o Aplicativo Geogebra:

- I) Calcule a distância entre dois pontos, sendo necessário que o primeiro ponto esteja sobre a reta construída no momento 1, e o segundo ponto esteja sobre a reta construída no momento 2. Como você encontrou essa distância?

- II) Existe uma expressão matemática para calcular a distância entre os pontos marcados? Qual? Como chegou a essa conclusão?
- III) Podemos encontrar uma expressão geral para calcular a distância entre quaisquer dois pontos? Qual? Como você encontrou essa expressão?

Tarefa 02 – Distância Entre dois Pontos

Momento 1

Com o aplicativo Geogebra:

- I) Marque dois pontos no plano cartesiano cujas coordenadas sejam números inteiros, de modo que eles possuam a mesma abscissa. Qual a distância entre os pontos que você marcou? Como você encontrou essa distância?
- II) Mova os pontos que você marcou de forma que eles continuem com mesmas abscissas e coordenadas inteiras. Qual a distância entre esses pontos? Como você encontrou essa distancia?

Momento 2

Com o aplicativo Geogebra:

- I) Marque agora dois pontos no plano cartesiano de modo que as coordenadas desses pontos tenham a mesma ordenada e sejam números inteiros. Qual a distância entre esses dois pontos? Como você encontrou essa distância?
- II) Mova os pontos que você marcou de forma que eles continuem com mesmas ordenadas e coordenadas inteiras. Qual a distância entre esses pontos? Como você encontrou essa distância?

Momento 3

- I) Marque dois pontos no plano cartesiano, com coordenadas inteiras, de modo que a distância entre eles seja 5 unidades de medida. Quais pontos você marcou? Como encontrou esses pontos?

Momento 4

- I) Marque no plano cartesiano A (1,2) e B(4,4) Qual a distância entre eles? Como você encontrou essa distância?
- II) Mova esses dois pontos, de modo que abscissas e ordenadas continuem diferentes e as coordenadas sejam inteiras. Que pontos você obteve? Qual a distância entre eles? Como você encontrou essa distância?

Tarefa 03 – Equação da Reta

Momento 1

Objetivo: Estabelecer que o coeficiente “a” é positivo quando o ângulo formado pela reta e o eixo x (no sentido anti-horário) é menor que 90 graus e, negativo, quando o ângulo está entre 90 e 180 graus.

- I) Marque dois pontos quaisquer A e B e construa uma reta que passa por esses dois pontos. Marcar, usando a ferramenta “marcar ângulo” o ângulo formado entre o eixo e a reta (neste sentido- anti-horário).
- II) Na reta construída, movimente um dos pontos (A ou B). O que ocorre com os valores de “a” na função à medida que você movimenta esse ponto? Considerando o ângulo formado entre a reta e o eixo x (sempre do eixo para a reta no sentido anti-horário), você percebe alguma relação entre a medida desse ângulo e o valor do coeficiente “a”? Tem alguma relação com o sinal de “a”? Qual?

Hipótese: Espera-se que o aluno perceba que o coeficiente “a” muda, assumindo valores positivos e negativos. Para que o aluno verifique a relação do sinal de “a” com o valor do ângulo formado entre a reta e o eixo x, espera-se que ao movimentar um dos pontos, ele perceba que o sinal do coeficiente a está relacionado com a medida do ângulo dado entre a reta e o eixo x, a saber, positivo quando este ângulo é menor que 90 graus e negativo quando está entre 90 e 180 graus.

Momento 2

Objetivo: Estabelecer que o valor de “a” na equação do tipo $y = ax + b$ é a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo x.

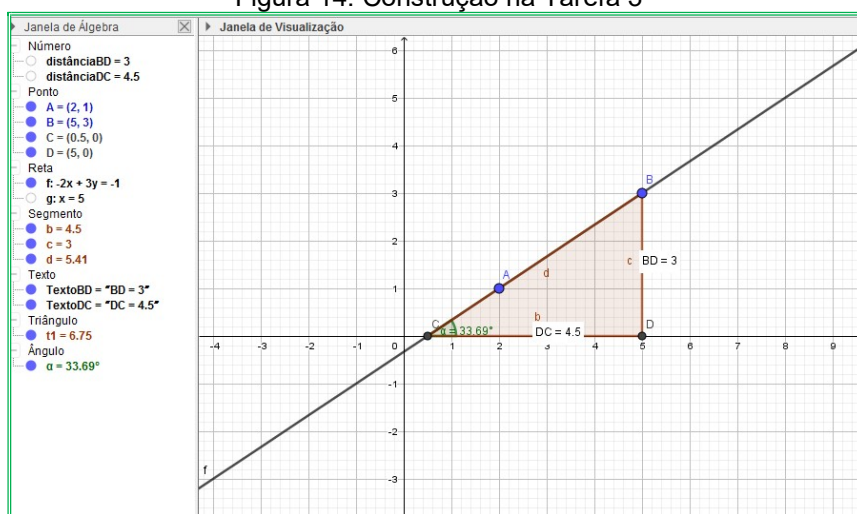
- I) Que relação você consegue estabelecer entre o valor de “a” na equação dada na janela de visualização e o ângulo que a reta faz com o eixo x? É possível encontrar o valor de “a” a partir da medida desse ângulo? Como?

Observação:

Caso os alunos não consigam estabelecer a relação do valor de “a” com o ângulo formado entre a reta e o eixo, ou seja, que $a = \text{tg } \alpha$, realizar a seguinte construção:

- I) Marcar o ponto C de interseção do eixo com a reta construída;
- II) Construir uma reta perpendicular ao eixo x passando por um dos pontos (B) inicialmente marcados;
- III) Marcar o ponto D de interseção da reta perpendicular construída com o eixo x;
- IV) Definir o triângulo CBD;
- V) Esconder a reta perpendicular construída;
- VI) Determinar as medidas dos lados do triângulo;

Figura 14: Construção na Tarefa 3



Fonte: Dados da pesquisa

Após a construção, realizar os seguintes questionamentos: É possível estabelecer alguma relação entre as medidas dos lados do triângulo construído e o coeficiente a da reta inicialmente construída? Qual? De que forma? (Espera-se que eles relacionem a tg do ângulo α , com a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente; pela calculadora observar que é o mesmo valor, ou seja, podem calcular a tg α , conhecendo o ângulo, ou dividindo o CO pelo CA.)

Tarefa 4 – Equação da Circunferência

Objetivo: Estudar a posição relativa entre ponto e circunferência estabelecendo que: se a distância entre um ponto e o centro é menor que r o ponto está no interior da circunferência; caso a distância seja maior que r , no exterior e igual a r pertence à circunferência.

- I) Uma antena de distribuição de internet será instalada em um condomínio, em um ponto representado no plano cartesiano pelo ponto $A = (5,3)$ e distribuirá o sinal de internet com um raio de 300m de alcance (considerar cada lado do quadrado da malha quadriculada no Geogebra como 100m). Os pontos $C = (4,1)$ e $D = (8,5)$ representam imóveis deste condomínio. Represente utilizando o Geogebra o ponto onde a Antena será instalada e os pontos C e D que representam os imóveis. Represente utilizando o Geogebra a região do condomínio que terá cobertura de internet. O que você utilizou para resolver esse problema? Os imóveis C e D terão acesso ao sinal distribuído? Por quê?

Momento 2

Objetivo: Estabelecer que a equação reduzida de um circunferência tem a forma $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$ sendo (x_c, y_c) o centro da circunferência e r o valor do raio.

- I) Ao representar a região do plano que terá cobertura de internet, o que aparece na janela de Álgebra? O que acontece com a equação nesta janela

se movimentarmos a circunferência? Qual a relação existente entre o ponto A e a equação dada na janela de Álgebra? O que você observou?

Hipótese: Espera-se que ao movimentar a circunferência, os alunos percebam que, o que se altera na equação reduzida, são as coordenadas x_c e y_c do centro A e que o valor após a igualdade permanece inalterado, pois o raio não mudou.

II) Ao construir a Circunferência de centro em A, o ponto B automaticamente aparece na janela gráfica. Movimente esse ponto. O que ocorre com a equação na janela de Álgebra? O que muda? É possível encontrar esse valor a partir dos pontos A e B? Qual a relação existe entre esse valor e os pontos A e B?

Espera-se que os alunos percebam que ao movimentar o ponto B o que se altera na equação é a parte que fica após a igualdade e ainda, que este valor é igual ao quadrado da distância entre os pontos A e B.

Com relação às análises dos dados produzidos nos encontros, estes são constituídos por vídeos (a partir das capturas das telas dos celulares), diálogos entre pesquisador/ alunos e entre alunos/alunos gravados tanto pelo celular do pesquisador quanto pelo aplicativo Mobizen. Os encontros também foram gravados com uma câmera de vídeo. Anotações pertinentes ao processo de estruturação de conhecimentos dos alunos, também foram realizadas em um diário de bordo do pesquisador, e conversas via *whatsaap* também constituem dados produzidos durante os encontros. No entanto, dos seis alunos, apenas dois realizaram diálogo, *via WhatsApp*, com o pesquisador. Fotos de algumas ações realizadas pelos alunos durante os encontros, como anotações no caderno, foram tiradas pelo pesquisador, constituindo-se também em dados.

Os dados produzidos foram analisados a partir das seguintes categorias de análise: dificuldades encontradas pelos alunos durante a realização das tarefas com Linguagem digital; estratégias mobilizadas pelos alunos na resolução de tarefas com Linguagem digital; conhecimentos mobilizados (catalisadores) durante a resolução das tarefas com Linguagem Digital e possíveis influências da Linguagem Digital no processo de estruturação de conhecimentos vivenciado pelo aluno. Estas categorias emergiram a partir dos objetivos da investigação (apresentados no Capítulo 1 desta

tese) e também a partir do referencial teórico adotado e apresentado no Capítulo 2 da tese.

A identificação de catalisadores, por exemplo, identificados ao longo do processo de estruturação de conhecimentos, foi pensada a partir das ideias teóricas de Valsiner (2012), apresentados no modelo em lâminas dos processos de Internalização/ Externalização.

Optamos nesta tese por discutir o processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos, a partir dos dados produzidos do por dois alunos, Rogério e Lucas. O processo de análises teve início a partir das escolhas das categorias supracitadas. Após escolhê-las, selecionamos um dos vídeos, com duração aproximada de dois minutos e meio, enviado por *WhatsApp* pelo aluno Rogério ao pesquisador.

Iniciamos um movimento de análise desse vídeo, a partir dos referenciais adotados nesta pesquisa e das categorias elegidas. Nesse primeiro movimento, produzimos um texto de 8 páginas que foi apresentado ao grupo de pesquisa. A apresentação ocorreu juntamente ao texto do construto teórico disposto no Capítulo 2 da tese.

A apresentação no grupo de pesquisa teve como objetivo “analisar” se o caminho escolhido pelo pesquisador possuía coerência entre referenciais teóricos e as análises até então produzidas. Escrevemos o texto inicial concomitantemente a execução do vídeo escolhido, ou seja, à medida que o pesquisador identificava no vídeo: ações do ciclo; dificuldades; estratégias; conhecimentos mobilizados e possíveis influências da Linguagem Digital no processo de estruturação de conhecimentos, ele escrevia na ordem de ocorrência, suas considerações sobre o que analisava. O grupo de pesquisa, após analisar os textos produzidos, concordou que o material enviado apresentava um caminho interessante a ser seguido em outras análises de dados. Decidimos assim, que o texto de análises, apresentado no Capítulo 04, seria construído considerando o movimento usado no texto de 08 páginas apresentado inicialmente ao grupo.

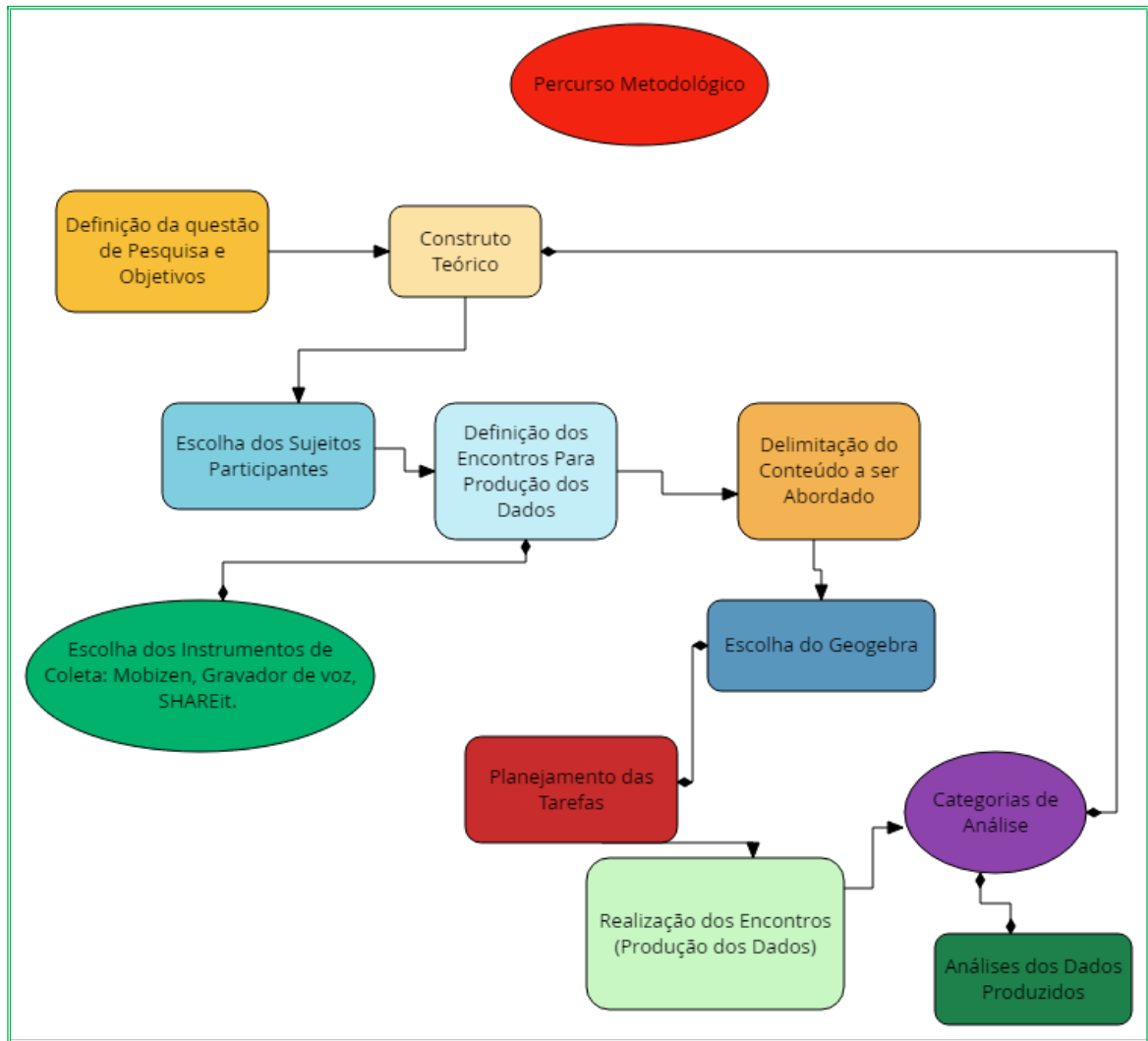
Um ponto importante a mencionar é que a maneira com que a análise de dados foi produzida está de acordo com elementos do Método da Dupla Estimulação (MeDuEst) ou Análise Microgenética, um referencial metodológico apresentado por

Valsiner (2012). No entanto, no momento em que realizamos a análise desconhecíamos este método, portanto ele não guiou as análises realizadas. A referência a esse método foi mencionada no exame de qualificação e então optamos por estudar e discutir alguns de seus elementos neste texto.

O MeDuEst apresenta algumas características como: objetiva investigar o uso de signos por um autor (no caso desta pesquisa, da Linguagem Digital como material semiótico ou sistema simbólico). Além disso, neste método, o sujeito possui papel central nas análises além de ser considerado autor e agente ativo, no processo de atingir dada meta apresentada pelo pesquisador. O experimento é guiado pelo pesquisador, mas este não possui controle absoluto sobre ele (o pesquisador pode propor dada tarefa e o sujeito se recusar a fazê-la transformando-a em outra, ou empenhando-se em resolver outra tarefa a partir do contexto vivenciado, conforme aconteceu com o aluno Rogério nesta pesquisa, ao investigar a distância entre dois pontos no caso mais geral).

Neste método o pesquisador debruça-se sobre o nível primário da organização da experiência, o nível microgenético, no qual o sujeito, pelo uso de signos, tenta alcançar uma meta (é exatamente sobre este nível que as análises dos dados foram realizadas). Todas estas características podem ser percebidas na estrutura das análises realizadas nesta tese. A Figura 15 representa um fluxograma no qual é possível identificar, em síntese, os caminhos metodológicos escolhidos/desenvolvidos para a realização desta investigação, desde a definição da questão de pesquisa a análise dos dados:

Figura 15: Resumo do Percorso Metodológico Desenvolvido na Tese



Fonte: Dados da Pesquisa

É possível verificar na Figura 15 que existem algumas setas com sentido duplo e outras não. Usamos as setas duplas para indicar a relação dual existente entre ações desenvolvidas na pesquisa e, setas com apenas um sentido, para indicar que uma ação implicou na tomada de decisão de outra ação realizada. No entanto, ao analisar o fluxograma, percebe-se que todas as ações metodológicas realizadas na pesquisa estão interconectadas.

No capítulo a seguir apresentamos a análise de dados produzidos na pesquisa. Foram realizadas as análises de dois participantes, Rogério e Lucas. Analisamos os dados referentes aos encontros em que foi trabalhado o conteúdo de

distância entre dois pontos, bem como diálogos estabelecidos entre alunos e professor no aplicativo *WhatsApp*.

4 UM OLHAR SOBRE OS DADOS CONSTRUÍDOS

Apresentamos neste capítulo, alguns movimentos de como ocorreu o processo de estruturação de conhecimentos de geometria analítica com Linguagem Digital, mais especificamente sobre os conceitos de distância entre dois pontos, de dois dos alunos participantes da pesquisa, Rogério e Lucas (nomes fictícios), ao usarem o Geogebra, disponível em *smartphones*.

Para compreendermos como ocorreu o processo de estruturação de conhecimentos de cada aluno, dos sete encontros realizados analisamos os dados produzidos nos encontros em que (e algumas produções enviadas pelos alunos via *WhatsApp*) foi abordado o conceito de distância entre dois pontos, Tarefa 1, apresentada no Capítulo anterior. O que orientou a análise de dados é a construção teórica desta tese, os estudos de Valente (2005a) sobre o ciclo de ações, articulados aos estudos de Valsiner (2012) sobre os processos de Internalização/Externalização, e os estudos de Vygotsky (2008).

Lembramos ainda que os dados produzidos foram analisados a partir das seguintes categorias de análise: dificuldades encontradas pelos alunos durante a realização das tarefas com Linguagem digital; estratégias mobilizadas pelos alunos na resolução de tarefas com Linguagem digital; conhecimentos mobilizados (catalisadores) durante a resolução das tarefas com Linguagem Digital e possíveis influências da Linguagem Digital no processo de estruturação de conhecimentos vivenciado pelo aluno. A seguir iniciaremos com a análise de dados produzidos pelo Rogério, e na sequência analisaremos os dados de Lucas.

A tarefa 01 planejada para o primeiro encontro foi dividida em três momentos. Os momentos 01 e 02 foram subdivididos em outras 04 atividades, e o momento 03, em outras 03 atividades conforme segue a descrição da atividade a seguir. No entanto, no primeiro encontro foi desenvolvido apenas o item (I) do Momento 1 da atividade planejada. Trazemos novamente a proposta da atividade neste capítulo para orientar as análises.

Tarefa 01 – Distância Entre Dois Pontos

Momento 1

Proposta: Realizar alguns questionamentos iniciais sobre o que alunos se lembram sobre plano cartesiano a partir da representação disposta na tela dos celulares. Exemplos de questões: O que é um plano cartesiano? Quais elementos possui o plano cartesiano? Você se lembra em que momento utilizou o plano cartesiano?.

Após analisar o que os alunos externalizam de conhecimentos prévios sobre plano cartesiano solicitar que, no aplicativo:

- V) Construa uma reta paralela ao eixo x e marque dois pontos quaisquer sobre essa reta. Responda: Qual a distância entre os pontos que você marcou? Como você encontrou essa distância?
- VI) Mova um dos pontos marcados inicialmente. Qual a distância entre esses pontos agora? Como você encontrou essa distância?
- VII) Que características possuem os pontos marcados sobre a reta construída? O que você percebe sobre as coordenadas desses pontos? Se necessário, marque outros pontos e mova-os para responder as questões acima.
- VIII) Marque outros pontos sobre essa reta e encontre a distância entre eles; é possível identificar uma expressão que encontra a distância entre o par de pontos marcados? Qual?

Momento 2

Com o aplicativo Geogebra:

- V) Construa uma reta paralela ao eixo y e marque dois pontos quaisquer sobre essa reta. Qual a distância entre os pontos que você marcou? Como você encontrou essa distância?
- VI) Mova um dos pontos marcados inicialmente. Qual a distância entre esses pontos agora? Como você encontrou essa distância?

- VII) Marque outros pares de pontos sobre essa reta e encontre a distância entre eles. É possível identificar uma expressão que para determinar a distância entre o par de pontos marcados?
- VIII) Que características possuem os pontos marcados sobre a reta construída? O que você percebe sobre as coordenadas desses pontos? Se necessário, marque outros pontos e mova-os para responder as questões anteriores.

Momento 3

Com o Aplicativo Geogebra:

- IV) Calcule a distância entre dois pontos, sendo necessário que o primeiro ponto esteja sobre a reta construída no momento 1, e o segundo ponto esteja sobre a reta construída no momento 2. Como você encontrou essa distância?
- V) Existe uma expressão matemática para calcular a distância entre os pontos marcados? Qual? Como chegou a essa conclusão?
- VI) Podemos encontrar uma expressão geral para calcular a distância entre quaisquer dois pontos? Qual? Como você encontrou essa expressão?

4.1 DISTÂNCIAS OU PARALELISMO? INICIANDO ENCONTROS E ANALISANDO DIÁLOGOS COM ROGÉRIO

Rogério tinha 16 anos de idade no momento da realização dos encontros, e cursava o segundo ano do Ensino Médio da Escola Estadual Fernando Saldanha, localizada na cidade de Ponta Porã, estado de Mato Grosso do Sul. Para iniciar a análise de dados produzidos por Rogério, relataremos alguns momentos iniciais do primeiro encontro com esse grupo de participantes da pesquisa.

O professor/pesquisador começou o primeiro encontro realizando uma apresentação entre as pessoas presentes. O professor regente da disciplina resolveu acompanhar a turma neste encontro. Como se tratava do primeiro contato com os sujeitos da pesquisa, foi necessário que todos realizassem os downloads dos aplicativos que seriam utilizados nos celulares (Geogebra e Mobizen).

De início, vale destacar alguns acontecimentos dos momentos iniciais deste encontro no que se refere ao processo de instalação dos aplicativos nos celulares

dos alunos. Como não foi possível solicitar com antecedência o download destes aplicativos, o professor decidiu que isso seria feito na escola. No entanto, algumas dificuldades apareceram. A escola não dispunha de rede *Wi-fi* liberada para uso dos alunos. Como os encontros aconteceram na sala de informática da escola (pois no turno em que os encontros foram realizados a escola não dispunha de salas livres), o responsável pela sala, com autorização da direção, disponibilizou três *logins* e senhas para que os alunos pudessem realizar os downloads solicitados pelo professor.

Como as conexões deveriam ser feitas de três em três alunos, e a velocidade da internet não contribuía para acelerar o processo de instalação dos aplicativos que seriam utilizados, atrasou um pouco o início do encontro. Um detalhe que chamou a atenção do professor, e vale destacar nestas análises, foi a versatilidade dos alunos em encontrar soluções para este tipo de problema:

Taís¹²: “Professor, o Sr. conhece o SHAREit ?”

Professor: “Não, o que é?”.

Taís: “É um aplicativo de compartilhamento, você não precisa de internet para passar algum aplicativo ou arquivo para outra pessoa, nós todos temos, já usamos entre a gente para compartilhar as coisas quando não temos internet”.

Professor: “Então vamos utilizar para compartilhar os aplicativos que precisamos, será mais rápido. Alguém já conseguiu baixar? Porque aí passem para os colegas, todos vocês tem mesmo o SHAREit néh?”.

Taís: “Eu já baixei, com meus dados”.

Professor: “Vamos compartilhar então!”.

Diante do ocorrido vale destacar o quanto a escola caminha em descompasso com a Cultura Digital, bem como com as evoluções tecnológicas trazidas por ela. No entanto, percebe-se também que os alunos realizaram adaptações para contornar essa situação. No caso, a falta de rede *Wi-fi* não disponível na escola, e que os alunos tem acesso fora dela (ao menos no caso deste grupo, todos relataram¹³ ter acesso à conexão com internet fora da escola, seja por conexão *Wi-fi* ou por dados móveis nos celulares), possibilitou apresentarem uma alternativa para resolver um problema de infraestrutura da escola. Neste sentido, percebe-se que a Cultura

¹² Taís é um nome fictício dado a uma aluna que participou dos encontros, mas que nesta versão do material não será analisado o processo de estruturação de conhecimentos desta aluna.

¹³ No último encontro, foi disponibilizado um questionário via *Google Docs* que procurava identificar como os alunos utilizam tecnologias na escola e fora dela. Uma das questões presentes no formulário procurava identificar se os alunos possuíam acesso à internet em casa.

Digital tem adentrado nas escolas, pelas pessoas que produzem esta cultura tanto por alunos, quanto por professores.

Após todos os alunos terem concluído o processo de instalação dos aplicativos nos celulares via *SHAREit*, o professor realizou alguns acordos com os sujeitos da pesquisa, entre estes acordos decidiu-se que o aplicativo Mobizen, deveria ficar sempre ativo nos celulares a fim de gravar as ações dos alunos, enquanto as tarefas propostas eram resolvidas por eles no aplicativo Geogebra.

Após orientar os alunos de como se realizava o procedimento para a gravação das telas dos celulares com o aplicativo Mobizen, o professor propôs questionamentos iniciais presentes no Momento 01 da Tarefa 1 proposta, conforme diálogo a seguir:

Professor: “Bom, abriram o Geogebra aí? O que apareceu para vocês? [...] vamos ver, todo mundo já abriu? Vocês abriram aqui? Vocês podem manusear o aplicativo, ok?... Bom, o que apareceu para vocês? Viram isso em algum momento já...? O que é isso que apareceu para vocês na tela?”

Rogério: “Um gráfico”

Professor: “Um gráfico? Já viram isso em algum momento?”

Lucas: “Na escola”.

Professor: “Na escola! (risos dos alunos) Ok, viram na escola, mas como se chama esse “gráfico”?, estão lembrados? Vocês usam isso que falaram que é um gráfico em que momento?”

Lucas: “Usamos para seno e cosseno... trigonometria.”

Professor: “Hum... Mas não se lembram do nome disto que chamaram de um gráfico?”

Alunos: “Não, não!”

Professor: “Plano cartesiano. O que mais vocês observam aí na tela ou se lembram de quando falamos em plano cartesiano?”

Rogério: “Isso mesmo cara. Possuí dos eixos professor, o x e o y. Usei para gráficos na escola”.

Professor: Como o Rogério mesmo disse o Plano Cartesiano é formado por dois eixos. Esses eixos são perpendiculares, no caso o x e y como ele falou. Quem seria o eixo x e o eixo y?”

Taís: “O eixo y está assim e o x assim (indicado com as mãos às orientações vertical e horizontal respectivamente).”

Professor: “Ok Pessoal, o plano cartesiano então possui esses dois eixos perpendiculares, x e y, sendo o x o eixo horizontal e y o eixo vertical”.

A partir do diálogo estabelecido e descrito acima, aliado às constatações que o professor realizou durante este encontro, concluiu-se que a maioria dos alunos não lembrava com clareza do que se tratava o plano cartesiano ou para que pudesse ser usado. Dos 12 alunos presentes neste encontro, apenas Lucas, Taís e Rogério externalizam algum conhecimento a partir dos questionamentos feitos por mim sobre plano cartesiano. Para estes três alunos, o plano cartesiano, símbolo visualizado na tela dos *smartphones*, foi utilizado em algum momento na escola, ao que parece segundo a fala destes, para a representação de gráficos. Fica evidente

neste trecho, que este símbolo (plano cartesiano), utilizado pela comunidade de matemáticos, por exemplo, para o estudo de geometria analítica, está estabelecido na ontogenia humana e que, via instituições, no caso, pela escola é apresentado aos alunos que ao interagirem com o objeto a nível microgenético, podem internalizá-lo.

Continuando, vamos iniciar a análise do processo de estruturação de conhecimento do aluno Rogério. Ele externalizou inicialmente que o “objeto” observado na tela do celular seria um gráfico. Ao que parece, essa afirmação foi feita devido aos usos do plano cartesiano para a representação de gráficos em algum momento da vida escolar deste aluno, conforme se nota na fala externalizada por ele: “[...] usei para gráficos na escola”.

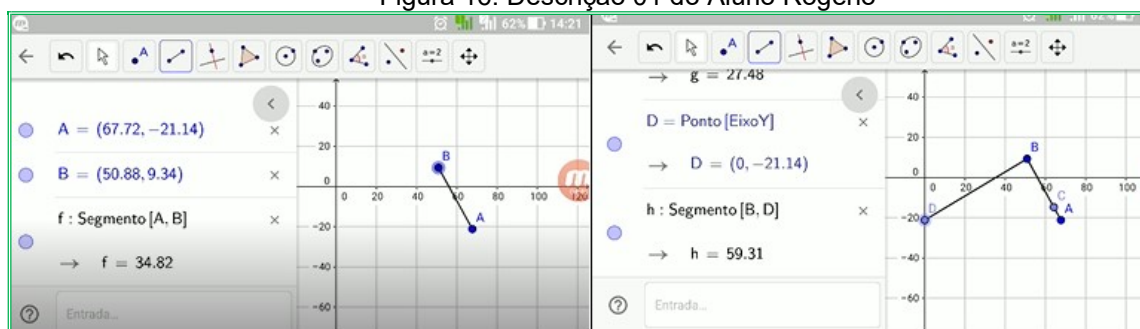
Segundo os estudos de Valsiner (2012), é possível afirmar que os conhecimentos externalizados por Rogério até esta etapa do encontro, sobre plano cartesiano, não estão apenas retidos na esfera da atenção, isto é, na camada I do sistema intrapsicológico. Pois, ao afirmar que o plano cartesiano possui dois eixos, e que foi utilizado em algum momento na escola, ao que parece para representar gráficos, pode-se inferir que Rogério apresenta algum conhecimento sobre o que seja plano cartesiano, apresentando um exemplo de seu uso, ainda que meramente generalizado, mostrando indícios que está em um segundo momento no movimento no processo de Internalização/Externalização (camada II). Porém, não temos dados suficientes para verificar se estes conceitos estão integrados ao sistema pessoal de sentidos deste sujeito (camada III).

Enquanto o pesquisador questionava os alunos sobre o que lembravam ao verem a representação do plano cartesiano na tela de seus celulares, é possível notar a partir das gravações de tela do aluno Rogério, que este realizava diversas manipulações no Geogebra: abertura da calculadora disponível no aplicativo, aplicação de zoom, retirada e colocação da malha quadriculada no plano cartesiano, etc.

Seguindo o roteiro da atividade planejada para ao primeiro encontro, o professor solicitou que os alunos construíssem uma reta paralela ao eixo x, sugeriu inicialmente que olhassem as ferramentas disponíveis no aplicativo para a execução da tarefa solicitada.

Ao analisar o vídeo de gravação de tela do aluno é possível verificar que, na tentativa de solucionar a tarefa proposta, o aluno explorou o aplicativo a fim de encontrar a ferramenta que constrói a reta paralela solicitada. Considerando o ciclo de ações proposto por Valente (2005a), a primeira descrição realizada pelo aluno consiste na construção de alguns segmentos de reta, a partir de comandos que utilizam a ferramenta de construção de segmentos, conforme se evidencia na sequência capturada na Figura 16:

Figura 16: Descrição 01 do Aluno Rogério

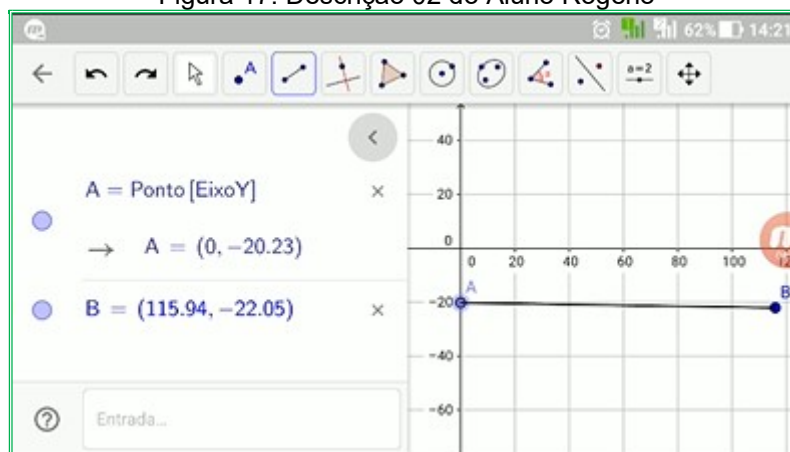


Fonte: Dados da Pesquisa

A partir da Figura 16, vê-se que, segundo o ciclo de ações de Valente (2005a), a execução realizada pelo Geogebra, apresenta materiais semióticos do tipo símbolos, ou seja, segmentos de retas, pontos e suas respectivas coordenadas dispostas na janela algébrica do aplicativo. Rogério ao observar estes materiais semióticos, provenientes da execução dada pelo celular referente aos primeiros comandos realizados, pareceu vivenciar, segundo o ciclo de ações, ações de reflexão.

Ao apagar todos os comandos utilizados que geraram os segmentos apresentados na Figura 16, Rogério pareceu externalizar com esta ação, que os segmentos construídos por ele não levaram em consideração a questão do paralelismo exigido na tarefa, fato que pode tê-lo levado a realizar uma nova descrição para a resolução da tarefa. Rogério, após vivenciar possíveis ações de reflexão, iniciou um novo ciclo de ações elaborando uma nova descrição, formada por comandos que utilizam novamente a ferramenta de construção de segmentos. O Geogebra, ao executar esta nova descrição, apresentou outro segmento que pareceu ser paralelo ao eixo x, conforme Figura 17.

Figura 17: Descrição 02 do Aluno Rogério

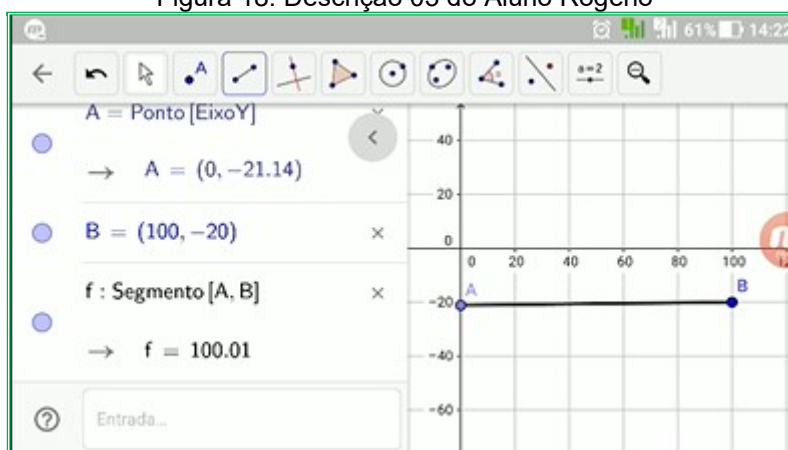


Fonte: Dados da Pesquisa

A partir da Figura 17 e do vídeo de gravação de tela do aluno, parece que Rogério quer adotar como estratégia a criação de um segmento paralelo ao eixo x, que será usado como suporte para a construção da reta solicitada. Porém, o aluno ainda apresenta dificuldade para construir esta reta. Outra hipótese que pode ser levantada, é que o aluno poderia estar confundido os entes segmento e reta. No entanto, não podemos confirmar estas hipóteses com os dados e as ações de descrição realizadas por Rogério até esta etapa da atividade. Ainda, o aluno pode não ter encontrado a ferramenta adequada para a resolução da tarefa, optando por criar segmentos de reta. Vale notar nesta etapa da atividade, que a forma que o segmento foi construído, conforme visto na Figura 17, não assegura que o mesmo seja paralelo ao eixo x, mesmo que esta talvez tenha sido a meta do aluno a partir da tarefa proposta.

Após algum tempo, considerando o ciclo de ações de Valente (2005a) o aluno realizou uma nova descrição na tentativa de solucionar a tarefa proposta, utilizando comandos a partir do uso da ferramenta de construção de segmento disponível no Geogebra. A Figura 18 mostra a execução realizada pelo Geogebra a partir desta nova descrição.

Figura 18: Descrição 03 do Aluno Rogério



Fonte: Dados da Pesquisa

No entanto, nesta etapa da atividade, pode-se notar, a partir da Figura 18, que o segmento construído ainda não é paralelo ao eixo x. Ao que parece, a malha quadriculada (símbolo) enquanto material semiótico influenciou o aluno a pensar que o segmento construído, por estar na posição por ele representado no aplicativo seria paralelo ao eixo x. Porém, ao olharmos as coordenadas dos pontos A e B, na janela algébrica do aplicativo, vê-se que o segmento AB de fato não é paralelo ao eixo x visto que o ponto A possui ordenada -21,14, e não -20 como o ponto B. Mesmo que o aluno tivesse utilizado a ordenada -20, a forma como o segmento está sendo construído não assegura que ele sempre fique paralelo ao eixo x, pois ao movimentar algum ponto de seus extremos, o segmento é alterado. Rogério, ao que parece, construía segmentos paralelos recorrendo a alguma representação mental, símbolos, internalizados em outros momentos, que dizem respeito ao conceito de paralelismo.

Assim, Rogério na tentativa de resolver a tarefa proposta externalizou algum conhecimento sobre retas paralelas, conforme evidencia a Figura 18. No entanto, analisando as ações de descrições por ele até aqui realizadas, estas externalizações apontam, que estes conhecimentos sobre retas paralelas parecem não estar totalmente integradas ao sistema pessoal do sujeito (camada III). Pois, pode-se inferir que o mesmo tenta representar um segmento paralelo ao eixo x, utilizando conhecimentos internalizados em outros momentos, provenientes das constantes interações entre cultura coletiva e pessoal. Apesar de querer representar, via descrições, um segmento que não intercepta o eixo x, Rogério não externalizou

utilizando outros materiais semióticos, o que seria necessário, ou seja, conhecimentos (catalisadores) que sobre o fato deste segmento ser paralelo ao referido eixo. Fato que nos leva a caracterizar, segundo o modelo de Externalização e Internalização de Valsiner (2012), fenômenos de camada II.

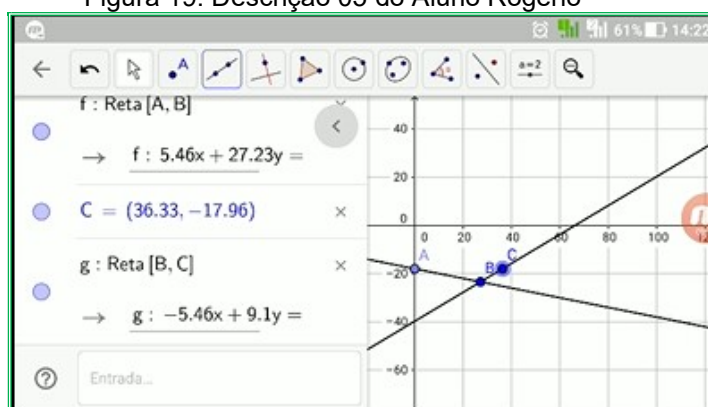
Talvez os símbolos utilizados pela escola, ao serem utilizados para representar duas retas paralelas ($//$), e vistos por ele ao longo da constituição de sua cultura pessoal, possam ter influenciado Rogério, nas estratégias utilizadas por ele para construir a reta paralela solicitada. Porém, temos apenas as descrições realizadas por ele, repetindo quase um mesmo padrão de construção para afirmar este fato. Assim, a partir das representações que Rogério externalizou, parece haver indícios de alguns conhecimentos internalizados sobre paralelismo em outras vivências pelo aluno, e que emergiram na resolução da tarefa solicitada, a partir do uso da Linguagem Digital em questão. Após o aluno construir o segmento AB, estabeleceu-se o seguinte diálogo entre professor e Rogério:

Rogério: "Assim?"

Professor: "É..., aí tem um segmento né? Se eu tenho um segmento eu posso construir uma reta?"

Após o questionamento feito pelo professor, Rogério realizou, considerando o ciclo de ações, uma nova descrição para a solução da atividade, porém naquele momento, de acordo com vídeo da gravação de tela, esta descrição é formada por comandos formados basicamente pela utilização da ferramenta de construção de retas. A partir da ação de Execução, observa-se que ainda as retas construídas pelo aluno não são paralelas ao eixo x, e não foram construídas utilizando a ferramenta de reta paralela disponível no aplicativo. A Figura 19 evidencia esse fato.

Figura 19: Descrição 05 do Aluno Rogério



Fonte: Dados da Pesquisa

Vale ressaltar, que a pergunta feita pelo professor, estabelecida no diálogo anterior, a saber: *“É..., aí tem um segmento néh? Se eu tenho um segmento eu posso construir uma reta?”*, Pode ter influenciado o aluno na mudança de estratégia adotada, fazendo com que este procurasse outra ferramenta mais adequada para depurar a descrição até então utilizada a fim de solucionar o problema proposto. Outra questão importante a notar é que Rogério poderia estar confundindo de fato os entes segmentos e reta nas descrições anteriores realizadas por ele. Pois, ao ouvir o questionamento lançado pelo professor: *“É... aí tem um segmento néh?”* Rogério elabora uma nova descrição na qual utiliza a ferramenta reta, produzindo na tela do celular um símbolo para representá-la. Entretanto, não temos externalizações suficientes feitas pelo aluno para confirmar esta hipótese.

Após algum tempo decorrido da última questão feita pelo professor/pesquisador, notou-se que os alunos estavam com dificuldades em operar o aplicativo para representar a reta paralela solicitada, e decidiu-se lançar mais algumas questões aos alunos, estabelecendo-se o seguinte diálogo:

Professor: “Vocês acharam a ferramenta que constrói retas paralelas?”

Rogério: “Não.”

Professor: “Cliquem na ferramenta e vejam a mensagem que aparece. O feedback que aparece. O que ele diz?”

Taís: “Selecione primeiro o ponto depois a reta”.

Professor: “Isso, para o aplicativo construir uma reta paralela você precisa dar para ele uma referência que é o feedback que ele está falando. Então quer dizer, que você tem que marcar um ponto primeiro e depois você diz a quem você quer que seja paralela. Primeiro marque um ponto em algum lugar aí...”.

Rogério: “hammmm.... aqui óh agora sim!!”

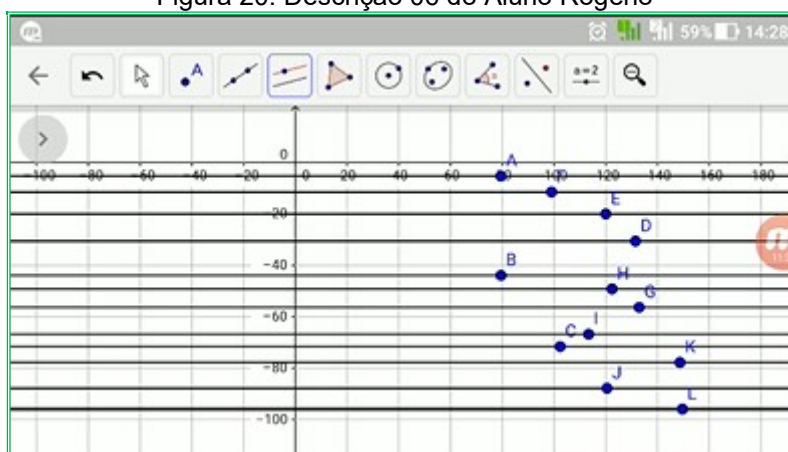
Professor: “Onde é que vai ser esse ponto?”

Rogério: “No eixo x. Não, pode ser em outro lugar.”

Professor: “Isso. Rogério, você construiu um monte de retas paralelas, pode ser uma só. Então vamos lá...”.

A partir do diálogo estabelecido, Rogério encontrou a ferramenta de construção de retas paralelas e, considerando o ciclo de ações de Valente (2005a), elaborou uma nova descrição, cujos comandos utilizados são formados pela ferramenta de construção de retas paralelas, conforme mostra a Figura 20:

Figura 20: Descrição 06 do Aluno Rogério



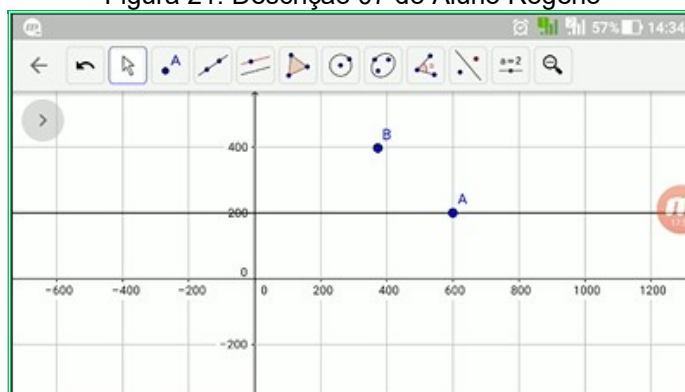
Fonte: Dados da Pesquisa

Depois de verificar que o aluno Rogério havia conseguido realizar a construção da reta paralela ao eixo x, o professor solicitou a ele que marcasse dois pontos sobre a reta construída e, que para tanto, procurasse uma ferramenta para realizar esta tarefa, conforme pode ser verificado no diálogo a seguir:

Professor: “Bom gente, olha só deixem a tela do celular o mais limpo possível para ficar mais fácil de trabalhar, então deixem só o ponto e a reta que vocês construíram ok? Agora eu quero que vocês marquem dois pontos quaisquer nesta reta aí [...]”.

Após algum tempo, Rogério apresentou, segundo o ciclo de ações de Valente (2005a) uma nova descrição para a tarefa solicitada, construindo uma reta paralela ao eixo x localizada no primeiro e segundo quadrantes do plano cartesiano, conforme mostra a execução dada pelo celular apresentada na Figura 21:

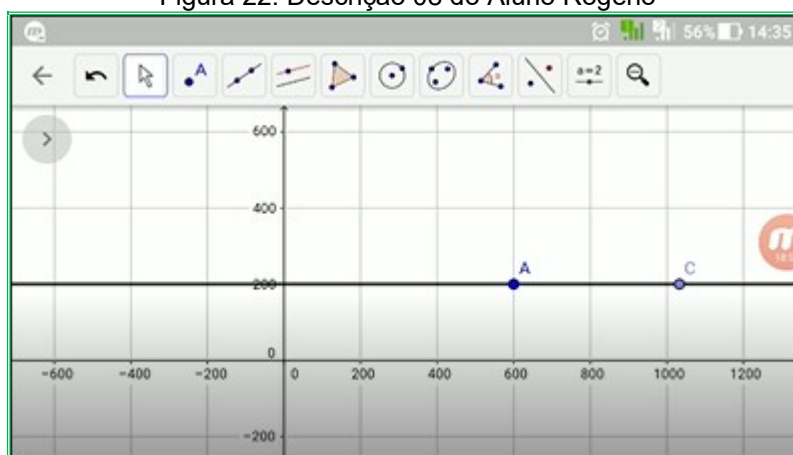
Figura 21: Descrição 07 do Aluno Rogério



Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se que Rogério optou por usar o ponto A (400, 200) na construção da reta paralela. No entanto, o segundo ponto, na Figura 21 representado pelo ponto B, foi marcado fora da reta solicitada na tarefa, fato que pode ser verificado ao analisar a execução dada pelo celular. A partir da execução oriunda dos comandos inseridos no aplicativo, Rogério ao perceber que o ponto B marcado não estava sobre a reta, vivenciou, segundo o ciclo de ações de Valente (2005a), ações de reflexão; apresentando uma nova descrição para a tarefa solicitada, marcando um novo ponto C, sobre a reta construída anteriormente. A Figura 22 mostra esse fato:

Figura 22: Descrição 08 do Aluno Rogério



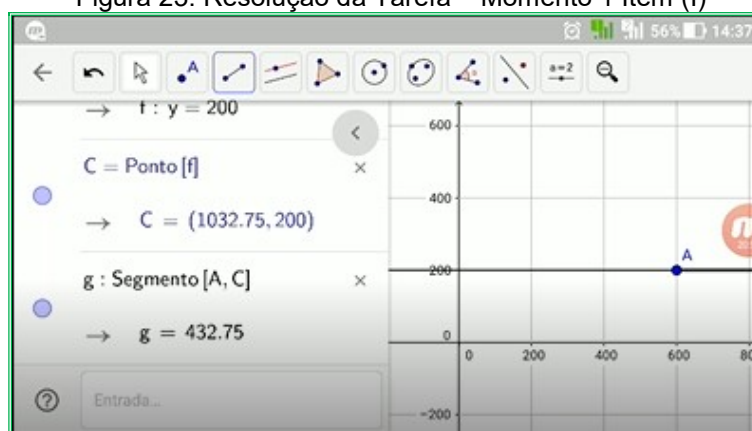
Fonte: Dados da Pesquisa.

Ao verificar que o aluno Rogério conseguiu concluir a tarefa solicitada, o professor realizou o seguinte questionamento:

Professor: “Como que eu faço para verificar quais as coordenadas dos pontos que você marcou?”
Rogério: “Aqui do lado oh (abrindo a janela de álgebra do aplicativo). Aqui na setinha”.
Professor: “Ok! Agora vou fazer um pergunta pra você, como é que eu encontro a distância entre esses dois pontos?”

Para resolver a tarefa proposta pelo professor é possível verificar no vídeo de gravação de tela do aluno, que ele utilizou a estratégia de construir um segmento cujos extremos eram os pontos A e C marcados sobre a reta, conforme visto na descrição anterior. Analisando a produção do aluno, observa-se que a partir da ferramenta do cálculo de distâncias disponível no Geogebra, ele encontrou a medida do segmento construído AC cuja medida é 432,75. O aluno no momento da resolução da tarefa externalizou a seguinte afirmação: “O meu deu quatrocentos e trinta e dois vírgula alguma coisa”. Vale lembrar que o valor encontrado por Rogério corresponde à medida do segmento AC construído por ele, mas de forma equivalente, esta medida equivale à distância entre os pontos A e C solicitada pelo professor. A Figura 23 representa a resolução da tarefa apresentada por Rogério.

Figura 23: Resolução da Tarefa – Momento 1 Item (I)



Fonte: Dados da Pesquisa

Ao ver que o aluno havia concluído a tarefa encontrando a distância dos pontos por ele marcados, o professor questionou sobre como o valor apresentado na Figura 24 foi encontrado, estabeleceu-se então o seguinte diálogo:

Professor: “Como você encontrou esse valor?”
Rogério: “Eu vim aqui, aqui e aqui... (mostrando os passos utilizados: segmento, ferramenta de distância;)”
Professor: “Ah, você utilizou a ferramenta de distâncias?”
Rogério: “Isso.”

Professor: “E você poderia calcular a distância entre esses dois pontos sem utilizar essa ferramenta?”.

Rogério: “Não sei... Ah! É só diminuir o valor de um pelo outro.”.

A partir do diálogo estabelecido vê-se que Rogério vivenciou, a nível psicológico, uma desestabilização. Este fato pode ser comprovado pela frase “*Não sei...*”, externalizada por ele a partir dos questionamentos do professor, e pela ação de reflexão vivenciada no ciclo de ações pelo aluno e vinculada à execução realizada pelo Geogebra.

Vale afirmar que para processos de estruturação de conhecimentos, estes momentos extremamente pertinentes, visto que, é a partir deles que novos conhecimentos (catalisadores), podem ser construídos pelo sujeito, a partir de conhecimentos pré- existentes e que foram ativados pelo desafio enfrentado na tarefa em questão. Ao que parece, o aluno ao contemplar os materiais semióticos na janela de álgebra do aplicativo, constituído por símbolos que representavam a medida do segmento AC e conseqüentemente a distância entre os pontos A e C, superou este momento. E, ao ser questionado pelo professor, ele externalizou uma nova estratégia construída no momento da resolução da tarefa. A frase do aluno: “*Ah! É só diminuir o valor de um pelo outro*”, evidencia este fato.

A partir do vídeo de gravação de tela do aluno, é possível verificar que o aluno abriu a janela algébrica do aplicativo e fez a afirmação externalizada acima por ele, simultaneamente a esta ação descrita (abrir a janela algébrica). Parece que Rogério, ao visualizar os materiais semióticos disponíveis na tela do celular (a saber: a medida do segmento AC e as coordenadas dos pontos A e C), verificou que ao realizar a subtração entre as abscissas dos pontos C e A, nesta ordem, o valor encontrado correspondia à medida do segmento AC, ou seja, a distância entre os pontos A e C.

Neste sentido, pode-se afirmar que estes materiais semióticos, ou seja, a linguagem digital envolvida na atividade, após o questionamento do professor, pode ter influenciado Rogério a encontrar esta nova estratégia a partir da representação algébrica dos pontos. Vale ressaltar, que a estratégia criada por Rogério nesta etapa da atividade poderá ser utilizada em outras situações de aprendizagem e, considerando os estudos de Valsiner (2012), poderá se constituir como um catalisador.

Ao que parece, a estratégia utilizada até o momento (subtrair as abscissas dos pontos dados) é um catalisador em processo de constituição, pois nesse processo de criação e utilização, catalisadores são sempre ativamente cultivados. Caso este conhecimento seja usado em outras tarefas e/ou contextos, poderá se tornar um catalisador construído pelo sujeito a partir das interações realizadas com a Linguagem Digital envolvida na tarefa. No caso, pelos símbolos materializados na tela do celular como: pontos, coordenadas e números decimais (dispostos na janela algébrica), estes últimos representando a distância entre os pontos A e C.

A fim de formalizar a estratégia encontrada pelo aluno para o cálculo de distâncias entre dois pontos que possuem a mesma ordenada, o professor resolveu realizar alguns questionamentos a ele, estabelecendo-se assim o seguinte diálogo:

Professor: “O que esses dois pontos que você marcou têm em comum?”.

Rogério: “Eles estão no mesmo... Eles estão no mesmo do y lá... sei lá como é que fala.”.

Professor: “Eles estão o mesmo o que?”.

Rogério: “Aqui no y... Eles estão à mesma distância do eixo y”.

Professor: “Mesma distância? Quais as coordenadas desses pontos?”.

Rogério: “Ah! é duzentos aqui oh.”.

Professor: “duzentos e duzentos, as coordenadas y deles são iguais, por que é duzentos?”.

Rogério: “Porque eu construí assim, tá na mesma reta”.

Professor: “Se eu marcar outro ponto sobre essa reta, o que vai mudar na coordenada?”.

Rogério: “Vai mudar só a coordenada dele no eixo x”.

A partir do diálogo estabelecido, Rogério pareceu ter percebido que os pontos marcados sobre a reta construída possuem a mesma ordenada. Apesar de não usar inicialmente termos matematicamente formais, a frase externalizada pelo aluno, a saber: *“Eles estão no mesmo... Eles estão no mesmo do y lá... sei lá como é que fala”*, evidencia este fato. O professor percebeu também neste momento, que o aluno ao externalizar a seguinte fala: *“Aqui no y... Eles estão à mesma distância do eixo y”*, possa ter trocado eixo x pelo eixo y, pois no momento em que externalizava esta frase representava com os dedos, no celular, a distância entre os pontos marcados sobre a reta construída e o eixo x. Outra hipótese é que ele estava querendo dizer que os pontos possuem a mesma ordenada y, por estarem a uma mesma distância em relação ao eixo x.

Finalizamos o primeiro encontro com o grupo de alunos cumprindo somente o primeiro item do Momento I da Tarefa 01 planejada. O professor/pesquisador ao refletir sobre este encontro, após seu término, concluiu que a escolha didática talvez

não tenha sido adequada por dois motivos. O primeiro, porque os alunos poderiam vir a confundir os conceitos entre distância de dois pontos com distância de ponto a reta. O segundo, que a linguagem digital utilizada, no caso em específico do aplicativo Geogebra, relacionada à estratégia desenvolvida no encontro, implicou em estruturas de conhecimentos que fez emergir, pelos alunos, determinados conhecimentos relacionados, por exemplo, ao paralelismo entre duas retas. Estes conhecimentos deveriam ser mobilizados por eles para que a tarefa solicitada fosse concluída.

Consideramos que o conceito de distância entre dois pontos foi trabalhado, ainda que tratado especificamente para casos com pontos que possuem a mesma ordenada. Concluímos também que os outros conhecimentos que emergiram, fruto da escolha didática, com o uso da linguagem digital em questão, poderiam não ser explorados ao se trabalhar o conceito de distância entre dois pontos. No entanto, ainda assim, consideramos pertinente apresentar as análises do processo de estruturação de conhecimentos vivenciado pelos alunos neste encontro, em especial do aluno Rogério, pois elas evidenciam também o quanto o planejamento de aulas de matemática, com Linguagem Digital, configura-se em um trabalho de contínuas reflexões. Por isso a importância do professor conhecer os aspectos da Linguagem Digital utilizada, suas potencialidades e limitações para que os processos de estruturação de conhecimentos se tornem mais articulados aos objetivos de aprendizagem da aula, dos encontros com os alunos.

Assim, na próxima seção discutiremos os movimentos de Rogério a partir do segundo encontro, quanto alteramos a proposta de estudo, discutindo distância entre dois pontos, sem usar a discussão sobre retas paralelas.

4.2 AS DISTÂNCIAS DE ROGÉRIO

Para o segundo encontro, o professor/pesquisador elaborou e propôs a tarefa 02. Esta tarefa estava dividida em quatro momentos, sendo cada um destes subdivididos em duas outras atividades, com exceção do momento três, conforme resgatamos a seguir:

Tarefa 02 – Distância Entre dois Pontos ¹⁴

Momento 1

Com o aplicativo Geogebra:

- I) Marque dois pontos no plano cartesiano cujas coordenadas sejam números inteiros, de modo que eles possuam a mesma abscissa. Qual a distância entre os pontos que você marcou? Como você encontrou essa distância?
- II) Mova os pontos que você marcou, de forma que eles continuem com mesmas abscissas e coordenadas inteiras. Qual a distância entre esses pontos? Como você encontrou essa distância?

Momento 2

Com o aplicativo Geogebra:

- I) Marque dois pontos no plano cartesiano de modo que as coordenadas desses pontos tenham a mesma ordenada e sejam números inteiros. Qual a distância entre esses dois pontos? Como você encontrou essa distância?
- II) Mova os pontos que você marcou de forma que eles continuem com mesmas ordenadas e coordenadas inteiras. Qual a distância entre esses pontos? Como você encontrou essa distância?

Momento 3

- I) Marque dois pontos no plano cartesiano, com coordenadas inteiras, de modo que a distância entre eles seja 5 unidades de medida. Quais pontos você marcou? Como encontrou esses pontos?

¹⁴ Nesta tarefa, no momento II, a ideia é que os alunos movessem os pontos marcados no momento I de modo que estes ficassem com coordenadas inteiras.

Momento 4

- I) Marque no plano cartesiano A (1,2) e B(4,4) Qual a distância entre eles? Como você encontrou essa distância?
- II) Mova esses dois pontos, de modo que abscissas e ordenadas continuem diferentes e as coordenadas sejam inteiras. Que pontos você obteve? Qual a distância entre eles? Como você encontrou essa distância?

O professor/pesquisador iniciou o encontro discutindo que seria feito a retomada sobre o tópico de distância entre dois pontos. O planejamento deste encontro, considerando os elementos da Linguagem Digital envolvidos na atividade, em específico no aplicativo do Geogebra, exigiu a mobilização de alguns conhecimentos específicos por parte dos alunos como, por exemplo, a marcação e localização de pontos no plano cartesiano. No primeiro encontro, estes conhecimentos também deveriam ser mobilizados, no entanto, a partir da estratégia desenvolvida, emergiram inicialmente a partir da Linguagem Digital, conhecimentos sobre paralelismo e posteriormente sobre distâncias entre dois pontos.

Como o pesquisador notou que, no primeiro encontro, alguns alunos externalizaram dificuldades relacionadas a estes conhecimentos, que devem ser mobilizados por exigência da tarefa a ser proposta a partir do uso do Geogebra, resolveu inicialmente retomar esta questão estabelecendo-se assim o seguinte diálogo:

Professor: “[...] bom, então vou pedir a seguinte atividade para vocês oh, eu quero que vocês marquem dois pontos aí no plano cartesiano, a gente já viu que isso aí é um plano cartesiano néh...”

Rogério: “Uhum...”

Professor: “Dado um ponto, vocês se lembram o que é abscissa e o que é ordenada?”

Rogério: “Vixi! ‘negarantion”

Professor: “Bom, já que ninguém se lembra vamos fazer assim: marque um ponto aí, um ponto A... Esse ponto A estará em algum lugar no plano cartesiano e eu quero que este ponto tenha coordenadas (1,2). Como é então que eu marco esse ponto? Ele tem uma coordenada para localizá-lo no plano, onde é que ele estaria?”

Nota-se no diálogo acima que o aluno Rogério afirmou não se lembrar o que era abscissa e ordenada de um ponto, ainda que no encontro anterior ao marcar dois pontos sobre a reta construída estabelece, sem termos matematicamente

formais, que pontos, ao estarem sobre uma reta paralela ao eixo x, possuiriam ordenadas iguais. Novamente, o aluno Rogério ao externalizar a frase: “Vixi! negarantion” parece estar, a nível psicológico, diante de uma desestabilização ocasionada a partir do diálogo estabelecido entre professor e alunos. Neste sentido, considera-se que este momento é importante, pois é a partir dele que os conhecimentos necessários (catalisadores) para a marcação e localização de pontos no plano cartesiano podem ser construídos pelo aluno.

O processo utilizado pelo Aluno para marcar o ponto A (1,2), solicitado pelo professor, pode ser visualizado a partir do *Qr Code* 03 a seguir:



QR-Code 03 ¹⁵ – Marcando o Ponto A (1,2)

Ao analisar o material disponível no *QR-Code* 03, considerando o ciclo de ações de Valente (2005a), verifica-se que o aluno realiza três descrições até conseguir marcar o ponto solicitado. Em todas as descrições a sequência de comandos utilizados são as mesmas, variado apenas em ordem. Os comandos são: uso da ferramenta de marcar pontos, aplicação de zoom, visualização da janela algébrica e uso da ferramenta voltar. A execução da primeira descrição realizada pelo aluno gera, na tela do celular, os materiais semióticos, do tipo símbolos, representados pelo ponto A (2,2).

A fim de verificar se o ponto marcado correspondia com o ponto solicitado, o aluno abre a janela algébrica do aplicativo duas vezes e ao visualizar os materiais semióticos disponíveis, vivencia segundo o ciclo de ações, ações de reflexão. Afirmamos isso, pois após checar na janela de álgebra que o ponto representado não é o ponto solicitado pelo professor, o aluno apaga o ponto A inicialmente marcado, iniciando a elaboração de uma nova descrição para a resolução da tarefa

¹⁵ Caro leitor, caso a tese esteja sendo lida pelo celular, acesse: <<https://www.youtube.com/watch?v=UnxXxTIU-24>>.

solicitada. Vale ressaltar, que nesta ação de reflexão, não temos dados suficientes para mostrar o que de fato o aluno, em termos de processos mentais superiores, realizou. Porém, consideramos que a reflexão ocorreu, pois o aluno depurou a descrição inicial e elaborou uma nova descrição a partir dos materiais semióticos analisados por ele.

No caso, o aluno parece entender a diferença entre o que foi anunciado (A (1,2)) e o ponto A (2,2) marcado. Vale destacar aqui, que o fato do Geogebra apresentar também a representação algébrica dos pontos, simultaneamente marcados na malha, possa ter contribuído para que o aluno compreendesse que, para marcar um dado ponto no plano cartesiano, a ordem das coordenadas deve ser levada em consideração. Essa representação simultânea dos símbolos que representam o ponto A, na malha quadriculada, não é possível no papel e lápis, por exemplo.

Continuando a analisar as ações do ciclo de ações realizadas pelo aluno, na segunda execução, observa-se a representação do ponto A (2,1). Para verificar se resolveu a tarefa corretamente, o aluno novamente recorreu à janela algébrica do aplicativo, vivenciando, segundo o ciclo de ações, uma nova reflexão ao verificar que o ponto visualizado possuía a ordem das coordenadas trocadas em relação ao ponto solicitado. Nesta etapa destaca-se a fala do aluno capturada em áudio durante a resolução da tarefa: “*dois, um*”. De algum modo, Rogério compreendeu que a ordem das coordenadas estavam trocadas e iniciou uma nova descrição, cuja execução gerou um ponto A no segundo quadrante, mas, não se pode saber a partir do vídeo, que coordenadas possui. O fato é que o aluno iniciou uma nova descrição ao perceber que este último ponto não correspondia ao ponto solicitado, cuja execução gerou finalmente o ponto A (1,2) pedido.

Nas ações de reflexão vivenciadas pelo Rogério pode-se inferir que ele começou a apresentar algum conhecimento de que, ao marcar um dado ponto, a ordem de suas coordenadas deve ser levada em consideração, e parece vivenciar fenômenos de camada II do movimento realizado de Internalização e Externalização. Este conhecimento se configurou como um possível catalisador, em processo de constituição, oriundo das interações realizadas do aluno com o Geogebra. Como o aluno generaliza a partir das descrições externalizadas, que essa ordem é

importante para a execução deste tipo de tarefa, situamos que as ações de reflexão do aluno encontram-se na camada II do sistema de Internalização e Externalização apresentado por Valsiner (2012).

A fim de verificar se os alunos compreendiam que um ponto possui uma localização exata no plano cartesiano, determinada pelas suas coordenadas, o professor/pesquisador solicitou aos alunos que marcassem outro ponto no plano, agora de coordenadas $(-1, 2)$, conforme evidencia o diálogo a seguir:

Professor: “[...] Bom, vamos ver se vocês compreenderam como que marcam pontos aí no Geogebra. Vamos supor o ponto agora... $(-1, 2)$. Onde estará esse ponto?”
Rogério: “eixo x menos um e y dois”.

Ao olhar para a última fala do aluno: “eixo x menos um e y dois”, observamos que Rogério identificou a abscissa e a ordenada no ponto $(-1, 2)$ solicitado, diferente do início da atividade, em que o aluno afirmara não saber do que se tratavam estes termos (“Vixi! ‘negarantion’”), marcando nas primeiras descrições realizadas pontos que não correspondiam ao solicitado pelo professor. Estas constatações reforçam nossas hipóteses de que o aluno vivencia, nas ações de reflexão do ciclo de ações vivenciado por ele, fenômenos de camada II no processo de Internalização e Externalização por ele realizados neste momento da atividade.

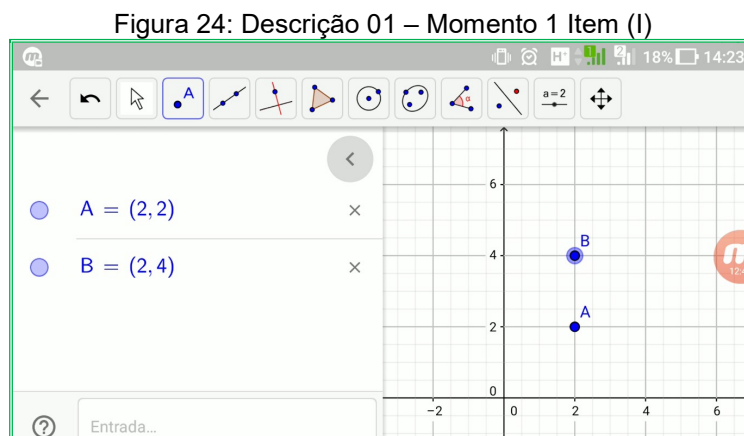
Dando continuidade ao encontro em questão, o professor solicitou que os alunos realizassem a tarefa (I) do Momento 1 da atividade planejada para o encontro, na qual os pontos a serem marcados deveriam ter coordenadas inteiras com mesma abscissa. Ao ouvir o enunciado da tarefa proposta, Rogério realizou o seguinte questionamento:

Rogério: “Seria no eixo x?”
Professor: “Pessoal, Rogério está dizendo que está no eixo x, é isso?”
Rogério: “a primeira coordenada é do eixo x”
Professor: “Isso, a primeira coordenada de ambos os pontos são iguais e pertencem ao eixo x”.¹⁶

Após deparar-se com a tarefa, o aluno iniciou outro ciclo de ações, realizando, simultaneamente a fala externalizada e disposta no diálogo anterior, uma descrição

¹⁶ A fala de que a primeira coordenada pertence ao eixo x não foi adequada, visto que esta coordenada não pertence ao eixo x e sim está relacionada ao deslocamento horizontal, observado pelo eixo x.

constituída por comandos do Geogebra no celular (ferramenta ponto). A Figura 24 representa a execução do Geogebra para a descrição inserida por Rogério via comandos do aplicativo no celular:



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir da Figura 24, aliado a análise do vídeo de gravação de tela do aluno e a fala externalizada por ele no diálogo acima, a saber: “*Seria no eixo x?*”, é possível ver que o aluno, usando a ordem correta das coordenadas, marcou dois pontos que satisfazem a tarefa solicitada. Parece que o conhecimento (catalisador), de que a ordem das coordenadas é relevante para a resolução de tarefas deste tipo, e internalizados na primeira tarefa proposta deste encontro, funcionaram aqui como catalisadores que começaram a se constituir na primeira atividade.

O aluno usou este conhecimento internalizado em outro momento do encontro, em outra situação; este catalisador permitiu ao aluno que avançasse no processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica (distância entre dois pontos) a partir das externalizações e internalizações por ele realizadas nas ações do ciclo. A partir disto, parece ser válido afirmar ainda que Rogério vivenciou neste momento fenômenos de camada III. Os conhecimentos mobilizados pelo aluno nesta etapa da atividade podem estar povoados de sentidos pessoais, construídos na relação com a tarefa. Estes conhecimentos emergiram inicialmente, conforme relatado acima, na primeira tarefa solicitada pelo professor e, posteriormente voltam a ser aplicados em outro contexto, ainda que similares.

Após verificar que Rogério havia marcado os pontos A (2,2) e B (2,4), o professor/pesquisador solicitou aos alunos que encontrassem a distância entre esses dois pontos, estabelecendo-se o seguinte diálogo:

Professor: “Agora gente, vamos lá! Eu quero que vocês encontrem a distância entre esses dois pontos. Como é que eu poderia encontrar a distância entre esses dois pontos?”

Rogério: “Usa o segmento, aí você seleciona os dois pontos e acha.”

Professor: “Você construiu um segmento e aí você...”

Rogério: “Aí eu selecionei os dois pontos e apareceu aqui, deu 2 a distância entre eles”

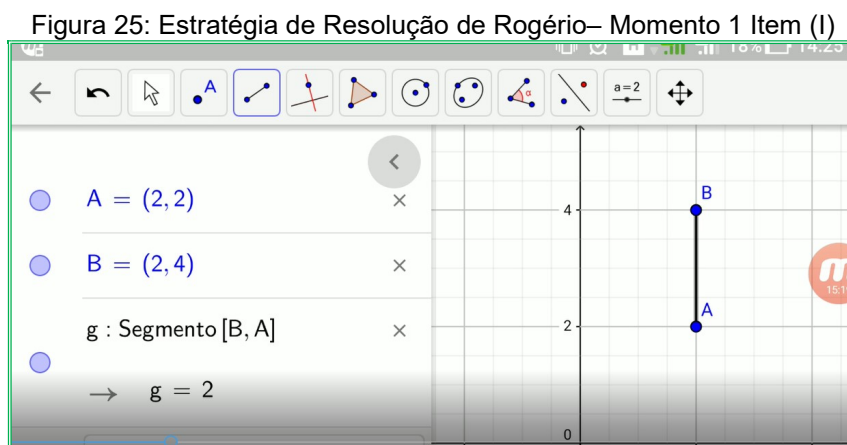
Professor: “Ok, e existe outro modo sem utilizar essa ferramenta? Como é que você poderia encontrar?”

Rogério: “Olhando aqui só oh, de dois para quatro dá dois.”

Professor: “E olhando para as coordenadas como é que eu poderia fazer?”

Rogério: “A diferença, a diferença do y para o outro y, que seria quatro menos dois que dá dois.”

A Figura 25 representa a ação de execução dada pelo celular a partir dos comandos inseridos, na descrição feita pelo aluno, e que pode ser identificada a partir das externalizações feitas por Rogério no diálogo acima estabelecido:



A partir do diálogo estabelecido e da representação da Figura 25, pode-se verificar que Rogério, para encontrar a distância entre os pontos marcados, utilizou inicialmente a mesma estratégia internalizada no encontro anterior, isto é, a construção de um segmento de reta AB: “Usa o segmento aí você seleciona os dois pontos e acha”. Vale salientar, que no primeiro encontro a tarefa solicitada consistia em encontrar a distância entre pontos de mesma abscissa. Diante disso, há indícios de que Rogério, considerando os estudos de Valsiner (2012), vivenciou fenômenos de camada II nesta etapa da atividade, pois generalizou, para a situação

apresentada nesta tarefa e também para a apresentada no primeiro encontro, um modo de calcular a distância entre dois pontos que apresentam as características solicitadas em cada uma das tarefas.

Ao ser questionado pelo professor, se existe outra forma de encontrar essa distância, o aluno afirmou que basta olhar (neste caso para o eixo y) e ver que de dois para quatro são dois. O aluno externalizou ainda outra estratégia construída a partir da representação algébrica das coordenadas, afirmando que para encontrar a distância entre os pontos basta realizar a diferença entre as ordenadas dos pontos em questão: *“A diferença, a diferença do y para o outro y , que seria quatro menos dois que dá dois”*.

É válido destacar nesta etapa da atividade, o quanto a Linguagem Digital envolvida na tarefa, materializada pelos materiais semióticos disponíveis na tela do celular (constituídos basicamente por símbolos representados por pontos e segmentos), a partir da execução realizada pelo Geogebra, direcionam o sujeito, em termos de processos psicológicos superiores, para encaminhamentos muito diferentes (VYGOTSKY, 2008). Na primeira estratégia, Rogério ao encontrar a distância entre os pontos A e B a partir dos números dispostos no eixo y , encontrou o valor dois, como *medida* de um segmento. A frase externalizada pelo aluno: *“Olhando aqui só oh, de dois para quatro dá dois”*, aliada as observações feitas pelo professor no momento da resolução da atividade, evidencia este fato.

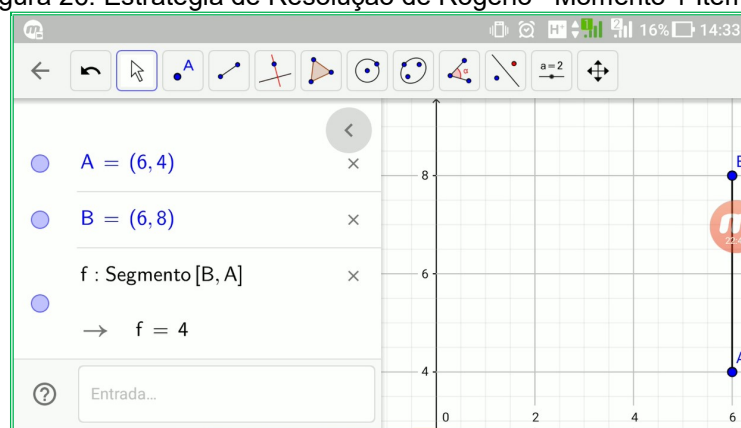
Na segunda estratégia para encontrar esse mesmo valor foi utilizado a operação de subtração entre dois números inteiros (entre as ordenadas de B e A, nessa ordem) visualizados a partir da representação dos pontos A e B na janela algébrica do aplicativo. Estes processos de pensamentos aplicados em cada uma das estratégias são distintos, e, neste sentido, o signo contemplado pelo aluno na interação com a tarefa “[...] atua como um mediador semiótico da auto-organização da pessoa” (VALSINER, 2012, p.292), evidenciando assim, mais uma vez a influência da Linguagem Digital frente aos processos mentais superiores aplicados por Rogério na resolução da tarefa.

Consideramos ainda que a segunda estratégia dificilmente emergiria no papel e lápis, pois ao solicitar que o aluno marque os pontos A e B em uma malha quadriculada no papel, raramente (a menos se isso for solicitado), o aluno

juntamente à representação geométrica dos pontos A e B marcaria suas respectivas representações algébricas, o que dificultaria o aparecimento da segunda estratégia, possível a partir deste tipo de signos. Assim, o Geogebra, ao apresentar estes dois tipos de representação, auxilia o aparecimento de estratégias que, a depender da forma com que a tarefa é proposta, não seriam contempladas, como a partir do uso de lápis e papel.

Na sequência do encontro, o professor solicitou aos alunos a realização da tarefa (II) do Momento 01, que consistia em marcar dois pontos no plano, com coordenadas inteiras, de mesmas abscissas. Ao iniciar outro ciclo de ações para a realização desta tarefa, Rogério realizou uma nova descrição, movimentou os pontos inicialmente marcados (comandos) e representou os pontos A (6,4) e B (6,8). O aluno, ainda que tenha externalizado no item anterior que era possível encontrar a distância entre pontos com estas características, realizando a diferença entre as ordenadas dos pontos em questão, utilizou, novamente, a estratégia de encontrar um segmento a partir dos pontos A e B, e, em seguida sua medida, conforme se apresenta a Figura 26:

Figura 26: Estratégia de Resolução de Rogério– Momento 1 Item (II)

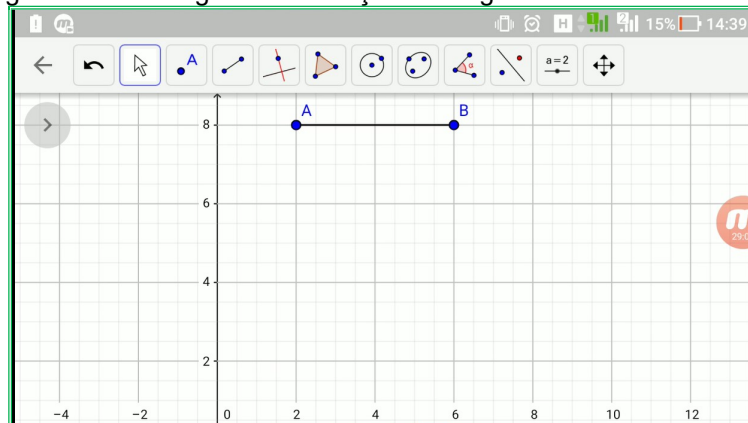


Fonte: Dados da Pesquisa

Após algum tempo, o professor solicitou aos alunos que marcassem no plano cartesiano dois pontos de modo que as coordenadas continuassem inteiras, porém com ordenadas iguais (tarefa I do Momento 2). Ao analisar a estratégia de resolução para esta tarefa, considerando o ciclo de ações desenvolvido pelo aluno, a descrição feita por Rogério para a resolução da tarefa, consistiu na movimentação do

segmento construído na etapa anterior da atividade, com o auxílio da ferramenta mover (comando utilizado), obtendo outro segmento cujos extremos são os pontos A (2,8) e B (6,8), que satisfazem as exigências da tarefa solicitada (outro tipo de ação possível no Geogebra, mas que não pode ser feita, da mesma forma, no lápis e papel), conforme apresentado na Figura 27:

Figura 27: Estratégia de Resolução de Rogério– Momento 2 Item (I)



Fonte: Dados da Pesquisa

Questionado pelo professor sobre qual a distância entre os pontos representados, é possível verificar que o aluno, apesar de insistir na estratégia de representar segmentos cujos pontos extremos satisfazem as condições impostas na tarefa, apresentou como estratégia para encontrar a distância entre os pontos, o cálculo da diferença entre as abscissas dos pontos A e B, no caso seis menos dois. O diálogo a seguir estabelecido entre professor e o aluno mostra este fato:

Professor: “Rogério, quais pontos você marcou?”.

Rogério: “Eu marquei os pontos (2,8) e (6,8).”.

Professor: “Os pontos satisfazem a exigência da tarefa?”.

Rogério: “Satisfaz.”

Professor: “E qual a distância entre esses dois pontos?”.

Rogério: “quatro.”

Professor: “Como é que você fez?”.

Rogério: “Eu subtraí as abscissas”.

Diante do exposto, ao analisar o processo de estruturação de conhecimentos sobre distâncias entre dois pontos do aluno Rogério, é possível afirmar até aqui, que o aluno internalizou estratégias para o cálculo de distâncias para pontos com mesmas ordenadas e de mesmas abscissas. O uso da ferramenta de construção de

um segmento que mostra na janela algébrica do aplicativo, após sua construção, automaticamente sua medida, aliado aos questionamentos do professor, e os símbolos em jogo, fizeram com que Rogério externalizasse outras maneiras de se encontrar a distância entre os pontos, no caso, realizando a diferença das ordenadas destes pontos, conforme descrito na tarefa do Momento 01, e diferença entre as abscissas, conforme observado na tarefa do Momento 02.

Porém, observa-se nos vídeos de gravação de tela do aluno que, estas estratégias foram construídas a partir da Linguagem digital envolvida na tarefa, na qual alguns elementos como a representação dos pontos sobre a malha quadriculada e a representação algébrica dos pontos na janela algébrica, fizeram com que estes conhecimentos emergissem durante a resolução da tarefa. Ao encontrar as distâncias valendo-se do uso da ferramenta segmento, o aluno buscou relação entre a medida deste, dada automaticamente pelo aplicativo, com outros materiais semióticos representados na tela do celular, estabelecendo assim as estratégias descritas acima.

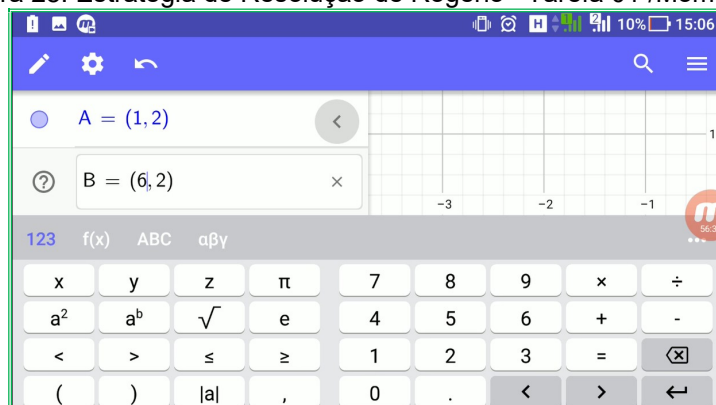
Ao considerar os estudos de Vygotsky (2008), os signos usados/produzidos por Rogério o orientam para uma meta, fazendo com que os processos mentais superiores envolvidos na resolução da tarefa o ajudem a construir as estratégias discutidas para encontrar a distância dos pontos solicitados, influenciando nestes processos.

Após verificar que os alunos conseguiram encontrar a distância entre os pontos marcados por eles, o professor estabeleceu que fosse utilizado a partir de então o símbolo $d(A, B)$ para o número que representa a distância entre dois pontos dados.

Continuando o encontro, o professor solicitou que os alunos realizassem a tarefa proposta no Momento 3 da atividade planejada, que consistia em marcar dois pontos no plano cartesiano, com coordenadas inteiras, cuja distância fosse de 5 unidades de medida. O aluno Rogério inicialmente realizou o seguinte questionamento ao professor: “Pode ser de mesma ordenada?” Após o professor informar a Rogério que bastava satisfazer a condição exigida na tarefa, o aluno iniciou um novo ciclo de ações, cuja descrição consiste na marcação dos pontos A (1,2) e B (6,2) a partir da caixa de entrada do aplicativo Geogebra, e não utilizando a

ferramenta de marcar pontos (disponível na barra de ferramentas do aplicativo), conforme observados nas tarefas anteriores. A Figura 28 evidencia este fato:

Figura 28: Estratégia de Resolução de Rogério– Tarefa 01 /Momento 3



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir da execução dada pelo Geogebra, pode-se inferir que Rogério utilizou para a resolução da tarefa solicitada a diferença entre as abscissas dos pontos para encontrar dois pontos no plano cuja distância seja cinco. No vídeo de gravação de tela, o aluno começou inserindo o ponto A (1,2) e posteriormente o ponto B (6,2), o que indica que nos processos mentais envolvidos para a resolução da atividade, Rogério mobilizou conhecimentos envolvendo a subtração de números inteiros.

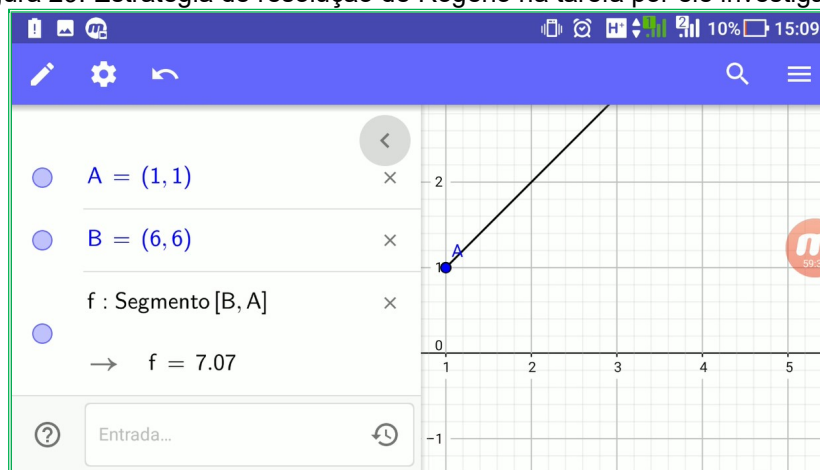
Ao considerar o processo de estruturação de conhecimentos sobre distâncias de dois pontos do aluno Rogério, parece válido afirmar que este conhecimento passa nesta etapa da atividade a ser um catalisador no processo de Internalização e Externalização vivenciado pelo aluno. Rogério utilizou este conhecimento (internalizado em outra situação do encontro) para resolver a nova tarefa solicitada pelo professor. Parece que Rogério vivenciava fenômenos de camada III nesta etapa da atividade, visto que constrói essa estratégia no Momento 01 do encontro, a partir dos elementos semióticos que observa após as execuções realizadas pelo Geogebra, mas precisamente formados por símbolos que representam os pontos A e B na janela algébrica, utilizado-a novamente nos Momentos 02 e 03.

Neste sentido, a mensagem parece estar integrada ao sistema pessoal de sentidos construídos por Rogério ao longo destes três momentos da atividade o que caracterizaria, segundo Valsiner (2012), fenômenos nesta camada. Ainda, a

estratégia foi construída sobre influência da Linguagem Digital em questão, e por algumas características presentes no Geogebra, conforme relatado em outros momentos destas análises.

Ao finalizar a tarefa solicitada, e enquanto o professor atendia outros alunos na resolução da tarefa proposta, Rogério começou, por conta própria, a tentar encontrar outros dois pontos cuja distância fosse de cinco unidades de medida, mas que não possuam mais ordenadas iguais. Ao tentar resolver essa tarefa, externalizou a seguinte frase: “*Deixa ver se eu mudar essa ordenada aqui... vou ver o que vai dar*”. A Figura 29 representa a ação de descrição da tarefa que o aluno propõe investigar ao marcar os pontos A (1,1) e B (6,6) no plano cartesiano, a partir da janela algébrica do aplicativo:

Figura 29: Estratégia de resolução de Rogério na tarefa por ele investigada



Fonte: Dados da Pesquisa

Após concluir a tentativa de resolução de sua tarefa, o aluno fez a seguinte afirmação: “*dá sete vírgula zero sete, (Palavrão em Inglês¹⁷)... [inaudível]*”. É possível observar no vídeo de gravação de tela, que o aluno utilizou na descrição da solução desta tarefa os pontos A (1,1) e B (6,6), novamente inseridos pela caixa de entrada do aplicativo, cuja diferença tanto das abscissas, quanto das ordenadas entre os pontos B e A, nesta ordem, são de 5 unidades de medida. No entanto, ao comparar com a medida do segmento AB na janela algébrica, Rogério viu que a

¹⁷ O Palavrão em Inglês indica que a tarefa ocasionou, segundo Valsiner (2012), um processo de desestabilização, oportunizando o aparecimento de novidades.

estratégia não era válida para os pontos marcados por ele, apagou então os pontos inseridos, voltando novamente para a tela representada na Figura 29.

A partir deste trecho é possível afirmar que Rogério tentou encontrar dois pontos cuja distância entre eles fosse cinco, utilizando pontos de abscissas ou ordenadas não necessariamente iguais. Rogério verificou que as estratégias utilizadas por ele nos momentos anteriores das tarefas propostas, a saber, a subtração entre as abscissas de pontos com mesma ordenada e subtração entre as ordenadas de pontos com mesma abscissa, não funcionaram para a tarefa que ele se propôs a investigar.

De acordo com os dados disponíveis, o fato de o Geogebra fornecer a medida do segmento formado pelos pontos A e B marcados, contribuiu de forma pertinente para que o aluno percebesse que a estratégia construída anteriormente não era mais válida para pontos com as características de A e B. Pode-se afirmar que Rogério neste momento vivenciava, a nível psicológico, outra desestabilização. O “palavrão” em Inglês, externalizado pelo aluno logo após contemplar a medida do segmento AC na janela algébrica do aplicativo, evidencia esse fato.

Fica evidente o quanto os momentos de novidades, enfrentados pelo sujeito em situações problemáticas, são importantes para os processos de co-construção de conhecimentos matemáticos. O catalisador construído pelo aluno nos momentos anteriores a esta tarefa, é ativado pela desestabilização cognitiva ocasionada pela tarefa que ele propõe investigar, mas não funciona para o caso, o que o deixa desestabilizado.

O fato deste conhecimento (catalisador) emergir novamente nesta tarefa, mostra indícios que as estratégias construídas pelo aluno parecem estar no nível mais interno de seu sistema intrapsíquico (camada III), conforme afirmado em outro momento destas análises. Ainda, são estes momentos (de desestabilização), os mais pertinentes para que novos catalisadores possam ser construídos pelo sujeito ao tentar superar as incertezas vivenciadas na experiência.

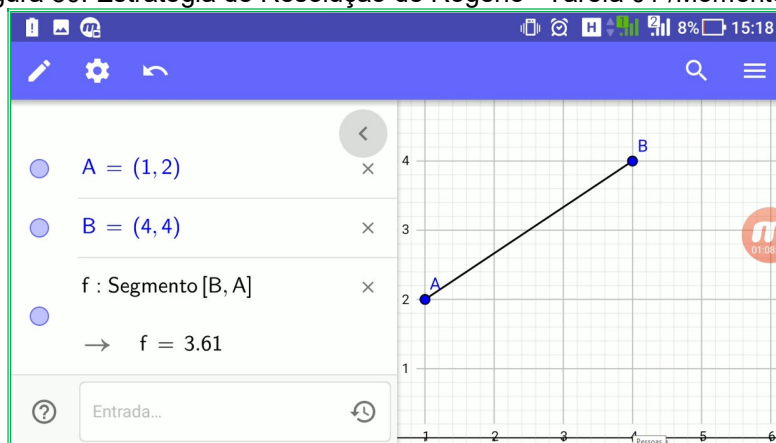
Naquele momento, sem saber, o aluno se propõe a resolver uma tarefa semelhante à proposta na tarefa I do Momento 04, planejada para o encontro, que após algum tempo foi proposta a todos pelo professor/pesquisador. A tarefa

consistia em marcar os pontos A (1,2) e B (2,4) e encontrar a distância entre eles, ou seja, $d(A, B)$.

Professor: “Bom pessoal, agora vem a discussão de um caso interessante. Não sei se dará tempo pra terminar, mas se não der vocês podem continuar a discussão pelo whats? A gente continua pelo WhatsApp qualquer coisa. Eu vou dar dois pontos pra vocês, marquem esses dois pontos A (1,2), então as coordenadas de A é um, dois...um para a coordenada x e dois para a coordenada y, se não me engano esse foi o primeiro ponto que pedi para vocês marcarem no início da aula. E o outro ponto B (2,4) ”.

Rogério, ao deparar-se com a tarefa solicitada pelo professor, elabora, segundo o ciclo de ações, uma descrição para solucionar a tarefa proposta. No vídeo de gravação de tela do aluno, é possível verificar que ele altera, usando a caixa de entrada, as coordenadas dos pontos inseridos (comandos da descrição realizada) conforme apresentado na Figura 30 (execução feita pelo Geogebra para celular). Como Rogério vinha representando segmentos de retas a partir dos pontos solicitados, o aplicativo forneceu, no mesmo instante, a medida da distância entre eles, mostrando-a de imediato na janela algébrica do aplicativo. A Figura 30 representa a ação de execução do ciclo de ações iniciado por Rogério, a partir da descrição por ele realizada:

Figura 30: Estratégia de Resolução de Rogério– Tarefa 01 /Momento (4)



Fonte: Dados da Pesquisa

Depois de verificar que os alunos marcaram os pontos solicitados estabeleceu-se o seguinte diálogo:

Professor: “Pessoal, todos conseguiram marcar os pontos A e B. Agora, qual a distância entre esses dois pontos?”.

Rogério: “Três vírgula sessenta e um”.

Professor: “Como você encontrou essa distância?”.

Rogério: “Tá aqui, a medida do segmento”.

Professor: “Existe outra forma de encontrar essa medida. As abscissas ou as ordenadas desses pontos são iguais?”.

Rogério: “Não.”

Professor: “Posso aplicar o que estávamos fazendo nos outros casos aí?”.

Rogério: “Não, não vale.”.

Professor: “Então como podemos fazer neste caso?”.

Rogério: “Aí você quebra! Ai você quebra.”.

Professor: O que a gente pode se perguntar é como o aplicativo faz pra achar essa distância aí?

É possível afirmar que a tarefa proposta pelo professor, segundo os estudos de Valsiner (2012), constituiu-se como uma novidade para Rogério, assim como a tarefa por ele investigada, dado que ambas possuem a mesma natureza: encontrar a distância entre dois pontos cujas abscissas ou ordenadas, não necessariamente são iguais. Ele externalizou no diálogo estabelecido, a partir dos questionamentos do professor, que não conseguia encontrar a distância para estes pares de pontos em questão. Talvez por ter constatado isso na tarefa que ele próprio tentou investigar. De qualquer forma, nesta etapa da atividade Rogério ainda encontra-se, em um nível psicológico, desestabilizado.

No entanto, “diante do fundo atravessado pelas inevitáveis incertezas da experiência” (VALSINER, 2012, p. 252) Rogério, tentando, do ponto de vista psicológico, se estabilizar, procurou uma estratégia baseada nas experiências vivenciadas por ele no primeiro e segundo encontro. Assim, procurou estabelecer uma relação entre as coordenadas dos pontos marcados, a fim de encontrar a distância solicitada, conforme pode ser visto no diálogo estabelecido entre ele e outro colega:

Rogério: “Pega a calculadora aí e faz: um menos quatro... um dividido por quatro e dois dividido por 4.”.

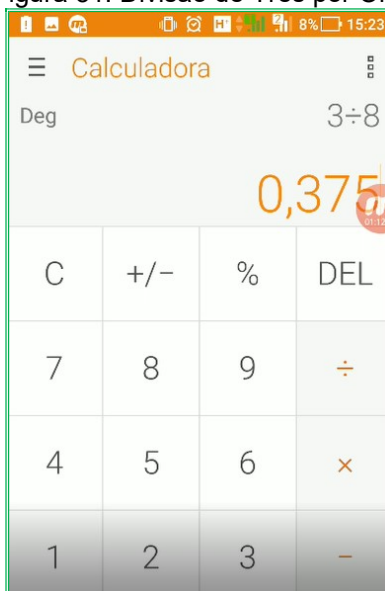
Outro Aluno: “um dividido por quatro...”.

Rogério: “Não, dois dividido por quatro dá 0,5 nada a ver...”.

É possível observar no diálogo acima que Rogério procura uma estratégia para encontrar a distância entre os pontos por ele inseridos no aplicativo. A estratégia consiste em encontrar uma operação entre as coordenadas dos pontos em questão que resulte na distância 3,61, vista por ele na janela algébrica do aplicativo. O aluno solicitou ao colega ao lado que realizasse a divisão da abscissa

do ponto A pela abscissa do ponto B, e uma divisão entre a ordenada do ponto A pela ordenada do ponto B, nesta ordem. Porém, ao verificar que a divisão de dois por quatro resulta em um valor que não condiz com o apresentado na janela algébrica do aplicativo (*“Não, dois dividido por quatro dá 0,5 nada a ver”*), Rogério buscou outra relação entre as coordenadas dos pontos a fim de encontrar a distância apresentada na janela algébrica. Durante a resolução da tarefa com esta estratégia, externalizou a seguinte frase: *“Um mais dois três, três dividido por oito”*. Rogério realizou a adição das coordenadas do ponto A, obtendo 3, e a adição das coordenadas do ponto B, obtendo oito, em seguida utilizando a calculadora do celular, realizou a divisão de 3 por 8, conforme Figura 31:

Figura 31: Divisão de Três por Oito



Fonte: Dados da Pesquisa

Ao visualizar na tela do celular a execução da calculadora a partir da descrição inserida (operações com números inteiros com a calculadora do celular), Rogério externalizou a seguinte frase: *“Nada a ver”*. Isto evidencia que o aluno percebia que os resultados das operações realizadas não resultavam no valor disposto na janela algébrica do aplicativo, isto é, 3,61.

Após realizar esta tentativa, Rogério limpou a tela do celular e elaborou uma nova descrição para a solução da tarefa, com os seguintes comandos: ferramenta de marcar pontos (diferente dos outros momentos acima em que o aluno utilizava a

janela de entrada do aplicativo para inserir os pontos) e construção de segmento AB. Após representar na tela do celular os pontos solicitados, Rogério externalizou outra afirmação: “*Uma vez quatro, quatro. Quatro vezes dois oito. Não... dá zero vírgula cinco*”. A partir da frase externalizada por ele, é possível ver que o aluno realizava a multiplicação entre as abscissas do ponto A, ou seja, $1 \times 4 = 4$ e das ordenadas do ponto B, isto é, $2 \times 4 = 8$, e realizava a divisão de 4 por 8 obtendo 0,5. No entanto, o próprio aluno verificava que os valores encontrados não correspondiam a $d(A, B) = 3,61$.

Diante do exposto, consideramos que a medida do segmento apresentada pelo Geogebra em sua janela algébrica, contribuiu para que o aluno se empenhasse na busca por uma solução para o caso investigado. O fato de Rogério buscar uma operação entre os números das coordenadas dos pontos A e B, com a medida do segmento dada pelo Geogebra, emergiu, pois são os catalisadores construídos por ele nos momentos anteriores, ativados ao enfrentar a desestabilização a nível psicológico, ocasionada pela tarefa, mas que se mostraram insuficientes para a resolução da questão.

O professor decidiu, por conta do horário, encerrar o segundo encontro propondo aos alunos que a discussão desta tarefa continuasse via *WhatsApp*.

Conforme combinado, após alguns dias, Rogério apresentou *por WhatsApp* (conforme *Print Screen (prt sc)*) do diálogo inicial estabelecido entre professor e aluno), uma solução para encontrar a distância entre os pontos A (2,1) e B(4,4).

Figura 32¹⁸: Diálogo inicial entre Rogério e professor no *WhatsApp*



Fonte: Dados da Pesquisa

Antes de qualquer movimento de análise deste material apresentado por Rogério, vale ressaltar que a tarefa iniciada no segundo encontro, considerando os estudos de Valsiner (2012), constitui-se em uma novidade para o sujeito. Rogério, no segundo encontro, não conseguiu encontrar uma solução para ela, os conhecimentos até então internalizados não foram suficientes, naquele momento, para que ele avançasse, de modo mais sistemático, no processo de estruturação de conhecimentos sobre distância de dois pontos. Ao apresentar uma tarefa que consistia em encontrar a distância entre dois pontos (não mais com mesmas ordenadas ou mesmas abscissas), do ponto de vista psicológico, houve uma desestabilização.

Nos vídeos enviados por Rogério é possível notar movimentos de Internalização/Externalização durante a realização da tarefa. Estas internalizações e externalizações são percebidas a partir dos comandos utilizados no Geogebra e também, por áudio explicativo produzido pelo aluno no momento de resolução conforme disponível no *Qr Code 04* a seguir:

¹⁸ Os retângulos brancos nas figuras que representam *prt sc* das conversas via *WhatsApp* foram edições realizadas para retirar o nome real do sujeito analisado.



Qr Code 4 ¹⁹ – Resolução da Tarefa: Distância entre os Pontos A (2,1) e B (4,4) Parte 01.

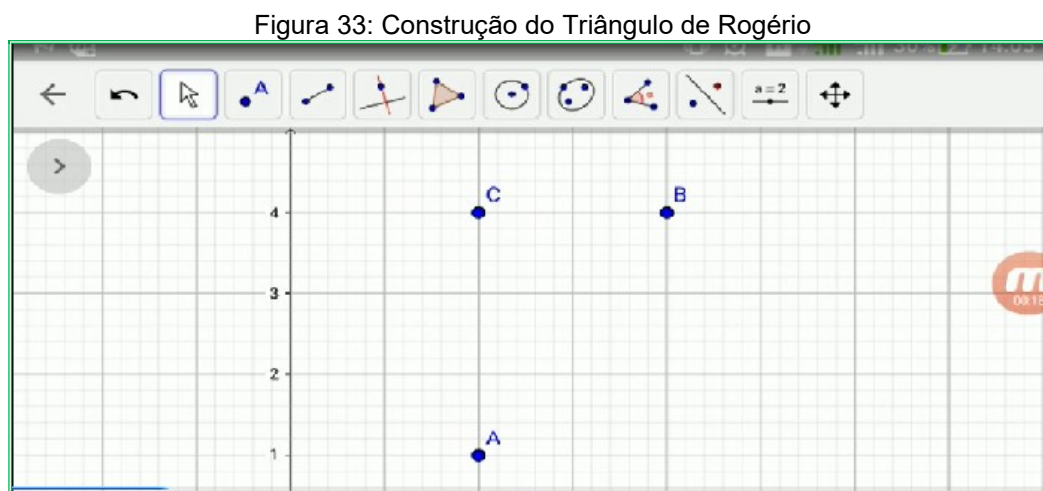
Ao analisar a primeira parte do material enviado pelo aluno, percebe-se que o Rogério começou o vídeo com os pontos A e B marcados. É possível ver que o aluno externalizou a estratégia que pretende marcar um terceiro ponto (ponto C), “construindo” um triângulo retângulo, para encontrar então, a distância entre os pontos A e B. Neste sentido, segundo o ciclo de ações de Valente (2005a), a descrição feita por Rogério, neste momento descrito do vídeo, consistiu na marcação dos pontos A, B e C (este último como estratégia para solucionar a tarefa proposta e “formar” o triângulo retângulo).

Ao contemplar a execução realizada pelo Geogebra, no celular, Rogério afirmou ter “formado” um triângulo retângulo que o ajudaria a encontrar a distância dos pontos inicialmente dados, a frase “[...] *colocar um terceiro ponto e formar um triângulo retângulo [...]*” retirada da explicação dada pelo aluno, evidencia esse fato. Porém, ao analisar o vídeo no momento desta fala, percebe-se que o triângulo em si não foi de fato construído. De alguma forma, Rogério afirmou que os pontos A, B e C formam um triângulo retângulo sem representá-lo. Ao que parece, Rogério tem o signo de um triângulo retângulo a partir da execução realizada pelo Geogebra no celular.

Um ponto importante a notar nesta etapa da resolução da atividade é que o uso da malha quadriculada pode ter influenciado Rogério a visualizar o triângulo descrito por ele, porém não temos dados suficientes para confirmar esta hipótese. No entanto, ao considerar os estudos de Valsiner (2012), pode-se afirmar que Rogério possui algum conhecimento sobre triângulos, mais especificamente, sobre triângulos retângulos, mas até este momento não podemos afirmar, que este conhecimento possua algum sentido pessoal para ele. Rogério parece estar em um segundo momento (camada II) no movimento de Internalização/ Externalização,

¹⁹ Caro leitor, caso esteja lendo a tese pelo celular acesse: <https://www.youtube.com/watch?v=fdJOXMay8Bk&t=4s> >

parece existir algum conhecimento sobre o conceito de triângulo, porém mais generalizado, visto que o sujeito identificou, a partir da ação de execução do ciclo de ações, nos três pontos construídos, a possibilidade da construção de um triângulo. A Figura 33 representa o que Rogério visualizava até aquele momento da resolução da tarefa proposta:



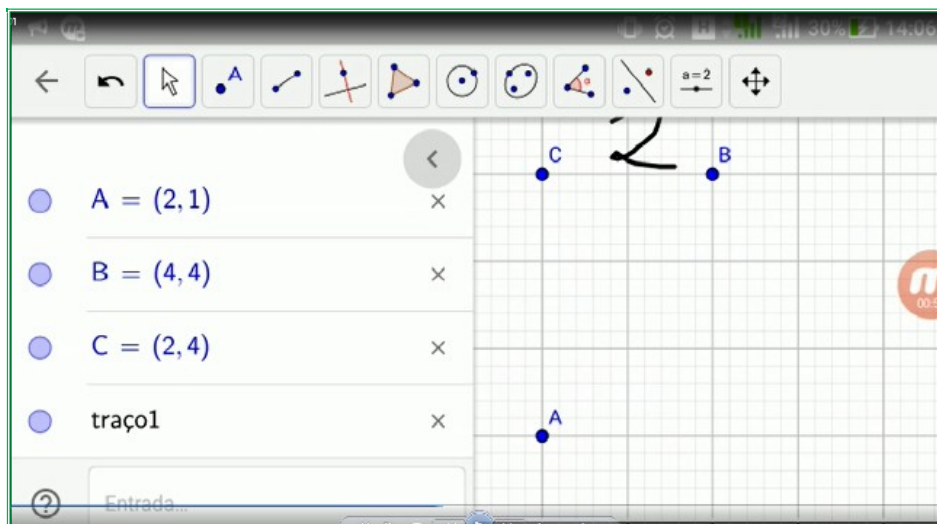
Fonte: Dados da Pesquisa

Ao analisar a frase presente no trecho 1 do vídeo: “[...] *Aí eu tiro a diferença dos pontos [...]*”, e considerando os estudos de Valsiner (2012), percebe-se que Rogério se refere a um estratégia internalizada por ele, ao resolver em outro momento dos encontros da pesquisa, a tarefa que consistia em encontrar a distância entre dois pontos com coordenadas inteiras de mesma ordenada, e que volta a emergir. Neste sentido, este conhecimento outrora internalizado pelo aluno, parece funcionar como um catalisador (neste caso, como um conhecimento internalizado) permitindo que o aluno avance no movimento de Internalização/Externalização visto que é a partir deste conhecimento, que Rogério encontrou a medida dos catetos do triângulo retângulo visualizado por ele durante a resolução da tarefa.

A continuação da fala do aluno evidencia essa afirmação: “[...], por exemplo, o *C e B estão na mesma abscissa, não!... na mesma ordenada, aí eu tiro a diferença da abscissa deles. Que seria... abscissa do B é maior que a do C então seria quatro menos dois, que vai ficar dois.*” A Figura 34 representa o momento em que Rogério encontrou a medida de um dos catetos do triângulo retângulo utilizando este conhecimento. Na fala apresentada pelo aluno, mais especificamente no trecho: [...]

daí eu coloco 2 [...]” representa, no vídeo, o momento em que Rogério parece representar a medida do segmento CB:

Figura 34: Encontrando a Medida do Lado CB do Triângulo Retângulo



Fonte: Dados da Pesquisa

Analisando ainda a frase dita por Rogério, mais especificamente o trecho: “[...] Que seria... abscissa do B é maior que a do C então seria quatro menos dois, que vai ficar dois”. Pode-se observar que além de adotar a estratégia, em que calcula a distância de dois pontos de mesma ordenada, subtraindo o valor das abscissas desses pontos, Rogério realizou a operação subtraindo o número maior (quatro) pelo menor (dois). Parece que o aluno compreendeu que a medida de segmentos não pode ser negativa, logo, ou de modo equivalente, que a distância entre dois pontos é sempre maior ou igual à zero. No entanto, não temos dados suficientes que comprovem esta hipótese.

Por outro lado, ao considerarmos os estudos de Valsiner (2012), nas ações de reflexão do ciclo de ações realizado pelo aluno, Rogério parece vivenciar fenômenos de camada III visto que apresentou algum conhecimento e domínio sobre o cálculo de distância de dois pontos, neste caso, de pontos com mesma ordenada, usado nesta atividade. Rogério construiu essa estratégia no primeiro e segundo encontro e a reutiliza para encontrar a distância entre os pontos A e B. Parece que naquele momento, Rogério externalizou elementos de caráter pessoal e com sentidos pessoais construídos em outros momentos vivenciados nos encontros

anteriores da pesquisa, o que denota que estes conhecimentos possam estar integrados à estrutura mais interna de seu sistema intrapsíquico. (VALSINER, 2012).

De forma similar, Rogério encontrou a medida do cateto AC, do triângulo ABC visualizado por ele. A frase: “[...] e o C e o A estão na mesma abscissa, aí eu tiro a diferença da ordenada deles, que eles estão na mesma ordenada... tiro a diferença só do y, que seria... quatro menos um, dá três”.

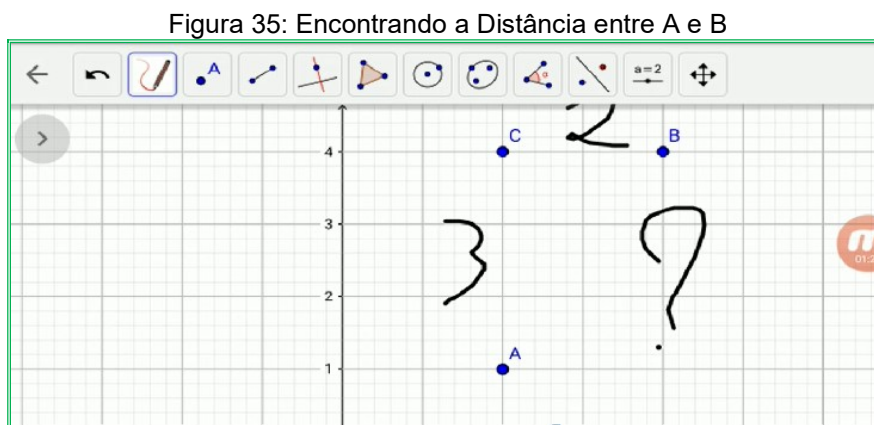
Nesta etapa, Rogério parece se confundir sobre quais seriam as abscissas e ordenadas dos pontos A e C. Afirmou inicialmente que estes pontos estão na mesma ordenada, depois que possuem a mesma abscissa, e então realizou a subtração entre as ordenadas dos pontos A e C, no caso, quatro menos um, obtendo o valor três. Ainda naquele momento da atividade, Rogério utilizou também outro conhecimento internalizado por ele em outro momento dos encontros realizados. O aluno se referiu a estratégia que consistia em encontrar a distância entre dois pontos com coordenadas inteiras com mesmas abscissas.

Neste sentido, este conhecimento outrora internalizado pelo aluno, parece funcionar, segundo Valsiner (2012), como um catalisador (neste caso, como um conhecimento internalizado) permitindo que o aluno avance no movimento de Internalização/Externalização visto que é a partir deste conhecimento, que Rogério encontrou a medida do cateto AC no triângulo ABC. Da mesma forma que no episódio acima (ao encontrar a medida do cateto BC), parece que Rogério vivencia fenômenos de camada III nas ações de reflexão vivenciadas por ele a partir do ciclo de ações iniciado.

Continuando a analisar o trecho da fala de Rogério pertencente ao vídeo 1 enviado por ele, observa-se que o aluno, ao visualizar o triângulo ABC, utilizou o teorema de Pitágoras para encontrar a distância entre os pontos A e B. A fala: “[...] *Aí eu queria saber a distância entre o B e o A. Aí eu só jogava **no teorema de Pitágoras néh?**... Que seria assim oh, x representa a reta ‘AB’ néh...[...]’*” evidencia este fato. Neste sentido, o teorema de Pitágoras constitui-se em um conhecimento internalizado por Rogério em algum outro momento em suas interações com a cultura coletiva e, constitui-se neste sentido, segundo Valsiner (2012), como um catalisador, permitindo que Rogério continuasse a avançar no processo de estruturação de conhecimentos sobre geometria analítica, em especial, sobre

distância de dois pontos durante os processos de Internalização/ Externalização aqui analisados.

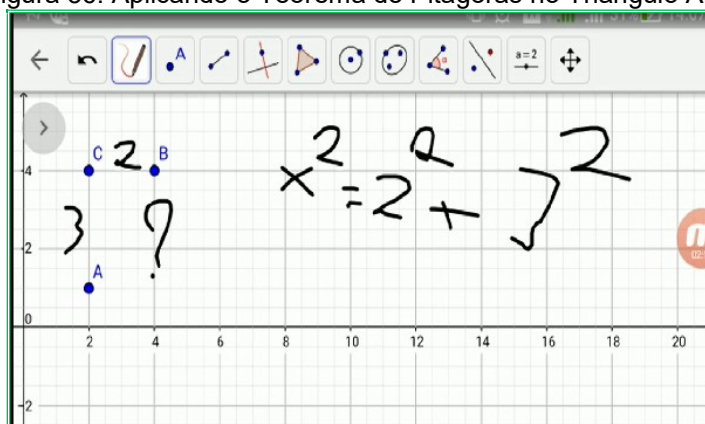
A Figura 35 apresenta uma representação para a hipotenusa do triângulo retângulo ABC visualizado por Rogério. Nela, o ponto de interrogação representa o valor da distância entre A e B, a ser encontrada.



Fonte: Dados da Pesquisa

Ao encontrar a medida dos lados do triângulo ABC, Rogério usou o teorema de Pitágoras neste triângulo, representando a distância desconhecida entre os pontos A e B pela incógnita x , conforme evidenciam o trecho do diálogo: “*Que seria assim oh, x representa a reta ‘AB’ néh..., ao quadrado, escolho um dos adjacentes, os catetos, dois ao quadrado mais... dois ao quadrado mais três ao quadrado...*”, conforme se vê na Figura 36:

Figura 36: Aplicando o Teorema de Pitágoras no Triângulo ABC



Fonte: Dados da Pesquisa

Discutindo ainda sobre o conhecimento do teorema de Pitágoras mobilizado por Rogério durante a resolução da tarefa, parece ser pertinente considerar que nesta etapa do processo de estruturação de conhecimentos sobre distância de dois pontos, Rogério parece situar-se em momentos de camada II. Ao ser questionado pelo professor/pesquisador sobre como ele pensou nessa estratégia e mais especificamente porque escolheu um terceiro ponto, para então utilizar o teorema de Pitágoras, o aluno respondeu, *via WhatsApp*, que:

Rogério: “Eu estava bugado pensando como ia resolver isso – aí eu fiquei olhando meus conteúdos do começo do ano – olhei para o triângulo – Já imaginei a reta ligando com outros pontos”.

Rogério afirmou que buscou no caderno utilizado no início do ano, conteúdos que talvez pudessem ajudá-lo a resolver a tarefa proposta. Nesta busca, deparou-se com anotações que o fizeram lembrar, de alguma forma, de triângulos e ao que parece de triângulos retângulos e algumas de suas relações, dentre elas o teorema de Pitágoras utilizado na resolução da tarefa. Rogério enviou ainda por *whatsapp*, uma foto do caderno para comprovar o que afirmara. Neste sentido, consideramos que este conhecimento, ao que parece se configura em uma base para uma possível integração na camada III de seu sistema psicológico, mas que ainda, segundo Valsiner (2012), precisa ser transformado pela ação de outro regulador social, de camada II, para que esta integração ocorra.

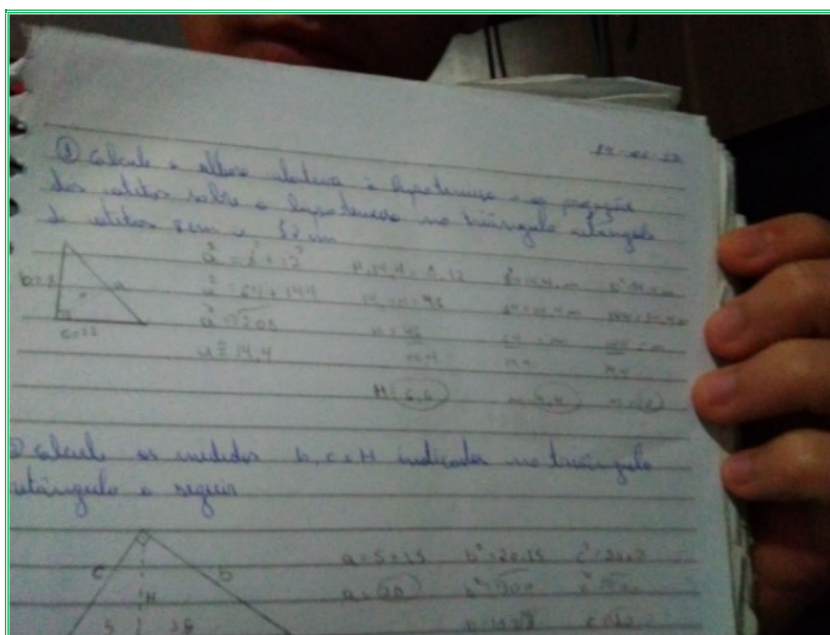
Rogério não usou o teorema de Pitágoras diretamente na tarefa, mas buscou em suas anotações algo para resolver o problema, neste sentido, este conhecimento (catalisador), essencial para resolução da tarefa, que emergiu a partir da desestabilização vivenciada pelo aluno, parece estar ainda em processo de constituição pelo sujeito.

Ao analisar a fala de Rogério, mais especificamente no trecho: *“Eu estava bugado pensando como ia resolver isso [...]”*, reforçamos nossos argumentos de que a atividade proposta constituiu-se em uma novidade para o aluno, fazendo com o que, do ponto de vista psicológico, Rogério sofresse uma desestabilização e via processos de Internalização e Externalização lançando mão de conhecimentos internalizados em outras situações, como por exemplo, o cálculo de distância entre pontos com mesma abscissa, cálculo da distância entre pontos com mesma ordenada e teorema de Pitágoras, procurasse a estabilização temporária de seu

sistema intrapsicológico (VALSINER, 2012). Vale lembrar o quão importante estes momentos de novidades, são para a educação, pois, é a partir deste tipo de contexto, envolto de novidades, que estruturas pertinentes de conhecimentos ocorrem por parte dos sujeitos.

A Figura 37 representa a foto enviada por Rogério de seu caderno utilizado no início do ano letivo no estudo de triângulos retângulos:

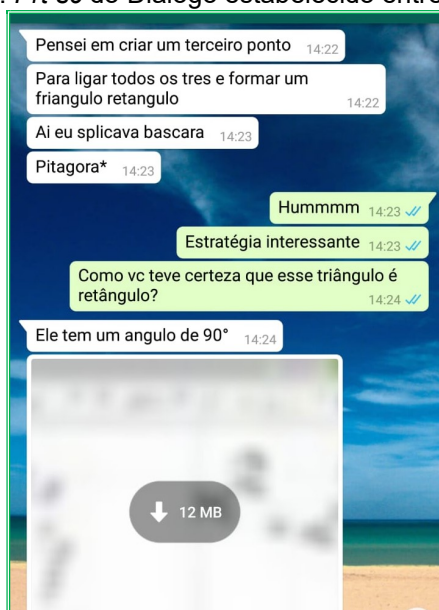
Figura 37: Foto Enviada pelo Aluno Rogério ao Justificar sua Estratégia.



Fonte: Dados da Pesquisa.

Analisando ainda a produção de Rogério desenvolvida via *WhatsApp*, vê-se que o aluno afirmou que o triângulo construído por ele é retângulo. O professor interessado em saber com mais detalhes como se deu o desenvolvimento dessa estratégia desenvolvida para resolver a tarefa em jogo, realizou alguns questionamentos sobre a esta afirmação, conforme pode ser evidenciado na Figura 38.

Figura 38: *Print* do Diálogo estabelecido entre Professor e Aluno

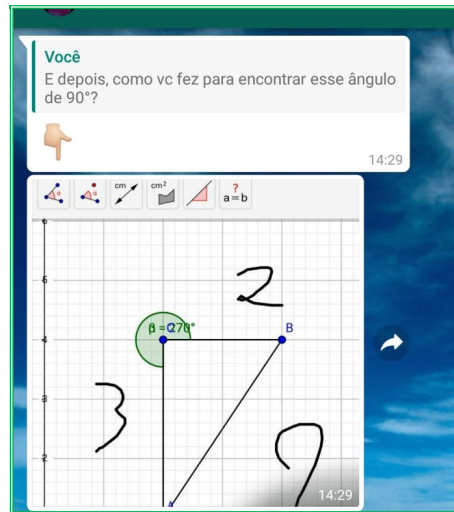


Fonte: Dados da Pesquisa

Na Figura 38 é possível ver que o aluno afirmou que o triângulo ABC é retângulo, pois este possui um ângulo de 90 graus. Observa-se no vídeo enviado pelo aluno que ele não constrói de fato o triângulo retângulo de vértices ABC, mas ao ser questionado pelo professor, via *WhatsApp*, de como ele teria a certeza de que tal triângulo é retângulo, o aluno realiza a construção do mesmo utilizando posteriormente a ferramenta de medir ângulos, disponível no aplicativo, para validar sua afirmação.

Na Figura 39 é possível ver que no diálogo estabelecido entre professor e aluno, Rogério enviou a representação de um triângulo retângulo construído por ele a partir dos pontos A, B e C, onde se vê um ângulo de 270 graus:

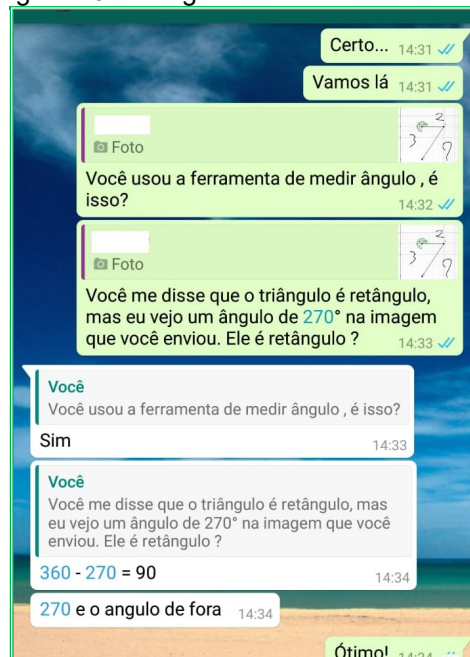
Figura 39: *Print* sc da Justificativa do Aluno sobre o Ângulo Reto



Fonte: Dados da Pesquisa

Como na representação enviada pelo aluno o ângulo representado não correspondia a um ângulo de 90 graus, o professor lançou alguns questionamentos ao aluno, conforme pode ser evidenciado na Figura 40:

Figura 40: Diálogo entre Professor e Aluno



Fonte: Dados da Pesquisa

No diálogo estabelecido entre professor e aluno, *via WhatsApp*, conforme pode ser visto na Figura 40, ao ser questionado pelo professor se o triângulo apresentado era mesmo retângulo, visto que na figura havia um ângulo de 270 graus

e não de 90, o aluno mobiliza, ao que parece, conhecimentos sobre o ângulo pleno, de medida 360 graus, validar que o ângulo C, do triângulo ABC construído por ele era de fato de 90 graus. Rogério selecionou a pergunta do professor e a responde apresentando a seguinte operação: $360 - 270 = 90$. Ao que parece, a imagem do círculo, como símbolo, gerada pelo aplicativo (ver Figura 40), criado a partir do uso da ferramenta de medir ângulos pelo aluno em sua descrição da tarefa, tenha influenciado Rogério encontrar o valor do ângulo C, mobilizando conhecimentos sobre ângulos em uma circunferência, constituindo-se assim como meio pelo qual o aluno conduziu suas operações mentais, canalizando-as em direção a solução do problema por ele enfrentado no momento. (VYGOTSKY, 2008).

Assim, nas ações de reflexão vivenciadas pelo aluno, a partir do ciclo de ações iniciado por ele, a fim de mostrar que o triângulo ABC é retângulo, pode-se dizer que os conhecimentos mobilizados por Rogério sobre ângulos em uma circunferência parecem constituir-se em catalisadores internalizados em outros momentos. Esses catalisadores são produzidos a partir de suas interações pessoais com a cultura coletiva e que foram ativados mediante os símbolos (no caso da circunferência), representados na execução realizada pelo Geogebra, a partir da ação de descrição realizada pelo aluno, ao utilizar a ferramenta de medir ângulos disponíveis no aplicativo.

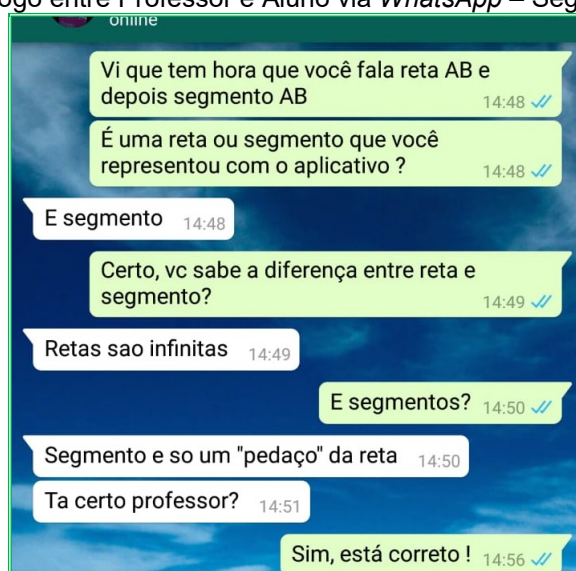
Vale observar, que a partir do uso da ferramenta disponível no Geogebra, o conhecimento mobilizado sobre ângulos em uma circunferência é típico do uso do Geogebra e da Linguagem Digital envolvida no contexto. No papel e lápis, por exemplo, o aluno teria a opção de mensurar o ângulo em questão com o auxílio de um transferidor, o que forneceria para ele diretamente o valor de 90 graus (ângulo a ser medido) não possibilitando emergir os conhecimentos relacionados a ângulos em uma circunferência. Porém, a representação da circunferência emergiu devido à ordem dos pontos escolhida pelo aluno na medição do ângulo. Caso o aluno mensurasse diretamente ângulo interno, os conhecimentos mobilizados não se diferenciaram do uso do transferidor, por exemplo, no lápis e papel.

Com relação às ações de reflexão do ciclo de ações executado pelo aluno, parece que Rogério vivenciou nesta etapa da atividade, fenômenos de camada III no processo de internalizações e externalizações realizados. Ao reconhecer o símbolo

que representa a circunferência, os conhecimentos por ele mobilizados são ativados a partir desta representação, o que evidencia indícios que os conhecimentos sobre ângulos em uma circunferência, construídos em outro momento pelo aluno e, agora aplicados em um novo contexto parecem estar no âmbito mais interno de seu sistema de Internalização e Externalização.

Continuando as análises da produção do aluno, percebe-se em alguns trechos das falas de Rogério presentes no vídeo produzido por ele, certa confusão entre os conceitos de reta e segmento. Notando isso, o pesquisador resolveu realizar alguns questionamentos ao aluno conforme pode ser visto na Figura 41:

Figura 41: Diálogo entre Professor e Aluno via *WhatsApp* – Segmento ou Reta?



Fonte: Dados da Pesquisa

Rogério externalizou alguns conhecimentos sobre retas e segmentos internalizados por ele em outras vivências. Afirmou no diálogo estabelecido entre ele e pesquisador, que segmentos são “pedaços” de uma reta, enquanto que retas são infinitas, evidenciando ao que parece que o aluno usa os termos trocados nas falas presentes no vídeo analisado, por equívoco. A partir dos dados analisados no primeiro encontro, pode-se inferir que os conhecimentos externalizados pelo aluno nesta etapa da atividade acerca de retas e segmentos, podem também terem sido internalizados a partir das experiências vivenciadas por ele neste encontro em especial. As descrições realizadas por Rogério no primeiro encontro, constituem-se

basicamente pela construção de segmentos e retas, o que pode ter influenciado o aluno a construir esses conhecimentos que externaliza na conversa, via *WhatsApp*, com o professor. No entanto, nossos dados não nos permite afirmar com certeza essa hipótese.

O *Qr Code* 05 a seguir mostra a segunda parte do material enviado pelo aluno, no qual ele encontrou a distância entre os pontos A e B da tarefa.



Qr Code 05²⁰ – Resolução da Tarefa: Distância entre os Pontos A (2,1) e B (4,4) Parte 02.

Ao analisar a segunda parte do vídeo enviado por Rogério, percebe-se que o aluno finalizou o cálculo da distância entre os pontos A e B aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ABC construído. Vale destacar nesta etapa da resolução da tarefa que o aluno realizou os registros dos cálculos dentro do próprio aplicativo do Geogebra usando a ferramenta lápis. Nos chama atenção o fato do aluno realizar registros “escritos” no próprio aplicativo Geogebra para externalizar a forma de resolução da tarefa proposta diante da gama de possibilidades digitais que poderiam ser utilizadas no celular. Não temos dados suficientes para comprovar o porquê destas escolhas de Rogério, porém a partir das observações do pesquisador pode-se inferir, que no ambiente escolar, em que ocorreu grande parte dos encontros, a falta de conectividade do celular pode ter impedido que muitas dessas possibilidades emergissem.

Nesta parte 02 do vídeo é válido destacar que o aluno utilizou a calculadora para encontrar o valor da raiz quadrada de 13, medida da hipotenusa do triângulo retângulo ABC, conforme a fala externalizada pelo aluno: “*Como eu não sei quanto é a raiz de 13, vou usar a calculadora*”. O aluno estabeleceu ainda que o valor encontrado pelo aplicativo, a saber, 3,61, é uma aproximação do valor da raiz quadrada de 13 encontrado pelo aluno usando a calculadora de se celular.

²⁰ Você também pode acessar o conteúdo do QR- Code 05 em: <
<https://www.youtube.com/watch?v=JGQ7cDnSuBU&t=21s>>

Observa-se também que o aluno utilizou a ferramenta de construir segmentos para verificar que tanto o cálculo da distância encontrada, entre os pontos A e B está correto, quanto que às medidas dos segmentos AC e BC (equivalente às distâncias entre os pontos A e C e B e C respectivamente), usadas pelo aluno como catetos do triângulo ABC estão corretas.

Neste momento, é válido destacar que apesar do valor encontrado na calculadora ser uma aproximação mais adequada para o valor da raiz quadrada de 13, com várias casas decimais, o aluno realizou uma aproximação para a raiz conferindo ao valor 3,61, dado pelo Geogebra, como o “mais correto”. O aluno parece dar ao aplicativo, a partir destes fatos, um “*status*” de verdade absoluta, ou seja, as retroações dada pelo Geogebra são sempre, e, “mais” corretas que resultados encontrados por outros meios como, no caso, da calculadora utilizada. A Figura 42, *prt sc* do trecho do vídeo em que o aluno utiliza essas ferramentas para verificação destes resultados, evidencia estes fatos:

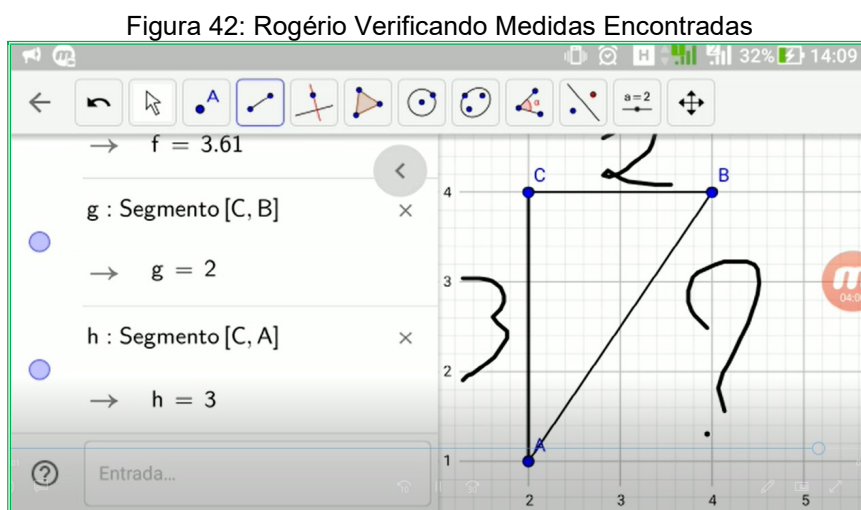


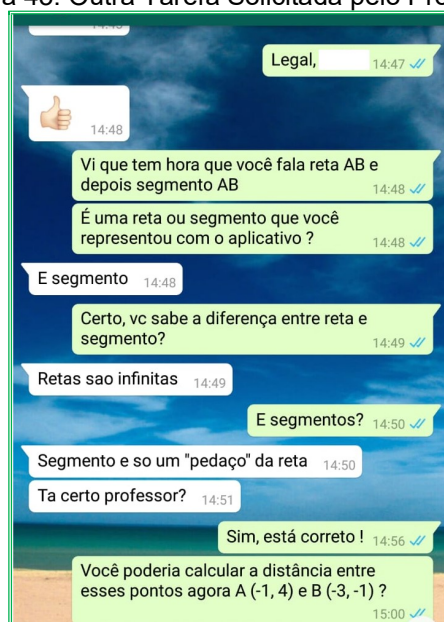
Figura 42: Rogério Verificando Medidas Encontradas
Fonte: Dados da Pesquisa

A partir destas constatações é possível afirmar que a Linguagem digital envolvida na tarefa favoreceu ao aluno realizações de verificações de suas afirmações e hipóteses, contribuindo para que ele avançasse no processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos.

Ainda pelo *WhatsApp*, o professor solicitou ao aluno que encontrasse a distância entre os seguintes pontos: A (-1, 4) e B (-3, -1). Rogério enviou após algum

tempo, por *WhatsApp*, outros dois vídeos ao professor, encontrando a distância entre pontos A e B solicitados. Ao analisar o material, verificou-se que Rogério, de forma análoga aos vídeos presentes nos *Qr Codes* 4 e 5, adotou como estratégia, marcar um terceiro ponto (ponto C), mobilizando estratégias de cálculo para distâncias entre pontos com mesmas abscissas e com mesmas ordenadas a fim de encontrar a medida dos catetos do triângulo retângulo de vértices A, B e C. Após esse procedimento, encontrou, a partir do Teorema de Pitágoras, a distância entre os pontos A e B indicados pelos professor na tarefa, conforme se evidencia na Figura 43:

Figura 43: Outra Tarefa Solicitada pelo Professor



Fonte: Dados da Pesquisa

Após este momento desenvolvido com Rogério, via *WhatsApp*, o professor voltou a encontrá-lo no **terceiro encontro** realizado no dia 29/08/2017. Como a maioria dos sujeitos da pesquisa não apresentou, via *WhatsApp*, ideias sobre a tarefa não finalizada no segundo encontro, o pesquisador resolveu retomar com os demais participantes a questão pendente e, para Rogério, propôs outra tarefa a partir da produção por ele apresentada por *WhatsApp*.

Como o professor observou nos vídeos enviados por Rogério que a estratégia utilizada por ele, ao marcar o ponto C para formar o triângulo retângulo de vértices ABC, pode ter sido influenciada pela malha quadriculada, solicitou a Rogério agora

que encontrasse a distância entre outros dois pontos de coordenadas inteiras, não necessariamente com as características exigidas nos momentos iniciais da tarefa proposta no segundo encontro, porém agora que a malha quadriculada fosse retirada para a realização da tarefa proposta. O professor solicitou que o aluno pensasse em uma estratégia para resolver a atividade, enquanto atenderia os outros alunos. Após algum tempo, Rogério solicitou a presença do professor estabelecendo com ele o seguinte diálogo:

Rogério: “Dá um bizu aqui professor.”

Professor: “Oi... Isso, como é que você fez aí néh, marcou dois pontos... Como é que você fez para marcar esses dois pontos sem a malha?”

Rogério: “ Eu coloquei a letra que eu quero A e B... ”

Professor: “Ah! sim foi inserindo...”

Rogério: “Aí eu coloquei os valores que eu queria”

Professor: “Tá e aí como você encontraria a distância dos pontos agora?”

Rogério: “Colocaria um terceiro ponto...”

Professor: “Colocando um terceiro, como que você faria?”

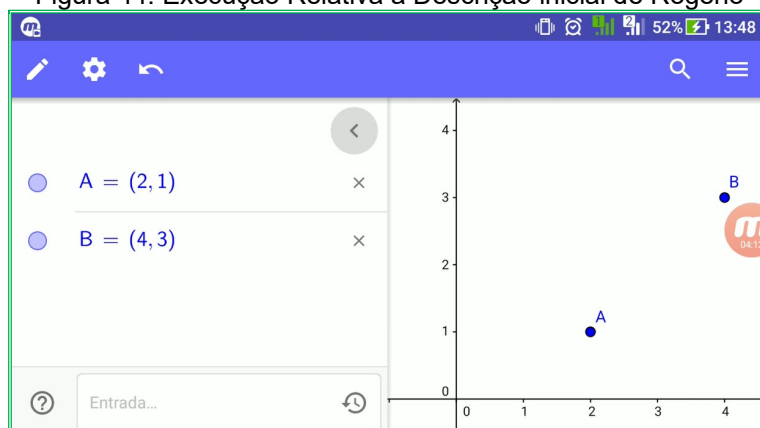
Rogério: “Eu coloco um que tenha a mesma abscissa ou ordenada de um, ou que tenha a mesma ordenada ou abscissa de outro, aí eu vou ter um triângulo de 90”

Professor: “Como assim, mesma abscissa de um...?”

Rogério: “E a ordenada de outro, tipo assim oh... colocar a abscissa dois e a ordenada três”

Ao iniciar o diálogo acima, o pesquisador notou que Rogério, considerando o ciclo de ações de Valente (2005a), havia realizado uma descrição inicial para a tarefa solicitada. Os comandos usados na descrição consistiram em inserir, via caixa de entrada do aplicativo, conforme o aluno mesmo externalizou no diálogo (“*Eu coloquei a letra que eu quero A e B...*”) e conforme vídeo de gravação de tela, os pontos A (2,1) e B (4,3), como podem ser vistos na Figura 44. Nela representa-se a execução dada pelo Geogebra, da descrição inicial de Rogério observada pelo professor no início do diálogo estabelecido entre ambos:

Figura 44: Execução Relativa à Descrição inicial de Rogério



Fonte: Dados da Pesquisa

Rogério, questionado pelo professor em como poderia encontrar a distância entre os pontos A e B por ele marcados, conforme mostra a Figura 44, externalizou a estratégia de que pretendia marcar um terceiro ponto no plano cartesiano, de modo a formar um triângulo retângulo (nas palavras do aluno: “*Um triângulo de 90°*”) a fim de solucionar a tarefa em jogo. Vale destacar, que esta estratégia utilizada pelo aluno nesta atividade, foi por ele aplicada também na tarefa resolvida entre o segundo e terceiro encontro e enviada nos vídeos, via *WhatsApp*, ao professor e também em outra tarefa solicitada pelo professor via *WhatsApp*. Por estas razões considera-se que estes conhecimentos, passam a se constituir como catalisadores no processo de Internalização e Externalização vivenciado por Rogério.

Estes catalisadores necessitavam ser mobilizados e/ ou construídos pelo aluno, a partir do desafio oferecido pela tarefa, pois os conhecimentos até então mobilizados/externalizados não permitiram que a mensagem em jogo passasse para níveis mais profundos de seu sistema intrapsicológico. Considera-se que estes catalisadores foram utilizados e aperfeiçoados a partir das influências oriundas da Linguagem Digital envolvida, visto que, por exemplo, ao usar ou não a malha quadriculada Rogério mobilizou estratégias para marcar um terceiro ponto e conseqüentemente construir um triângulo retângulo, de modos distintos conforme observado.

A partir da retirada da malha quadriculada, exigência da tarefa dada, verifica-se que o aluno usou outra estratégia para marcar o terceiro ponto a que se refere no diálogo anterior. Ainda que em outro momento dos encontros, Rogério houvesse

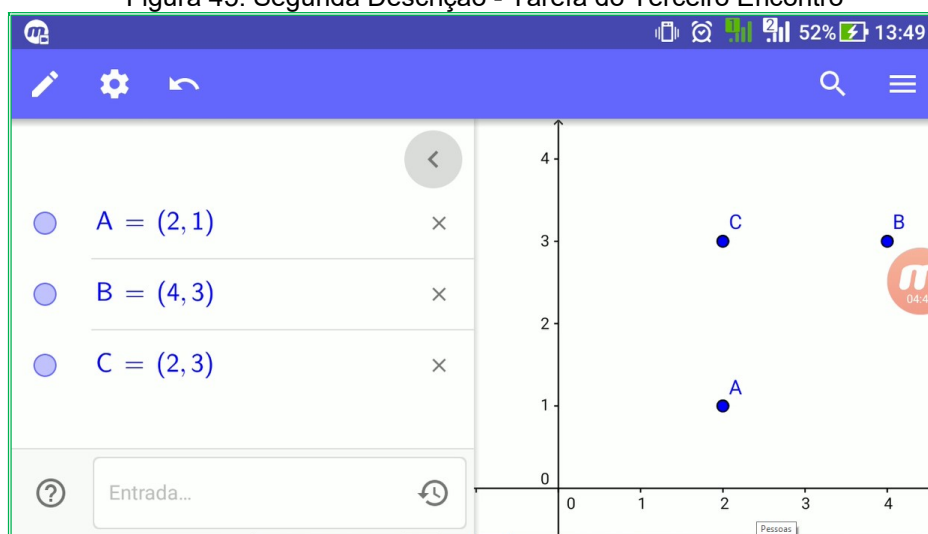
utilizado a estratégia de marcar pontos recorrendo à caixa de entrada do aplicativo (tarefa cujo objetivo consistia em encontrar dois pontos cuja distância entre eles fosse de 5 unidades de medida), consideramos que os comandos utilizados são os mesmos (inserir pontos via caixa de entrada) porém, os contextos e estratégias são diferentes.

O aluno afirmou que basta escolher a abscissa de um dos pontos e a ordenada do outro, para formar, com estas coordenadas escolhidas, o terceiro ponto, vértice de um triângulo retângulo. No caso, Rogério escolheu o par ordenado (2,3) como coordenadas para o ponto a ser inserido por ele no plano cartesiano: *“E a ordenada de outro, tipo assim oh... colocar a abscissa dois e a ordenada três”*, sendo dois abscissa do ponto A e três a ordenada do ponto B, ambos representados na Figura 45.

Neste sentido, a exigência feita na tarefa, que retira um dos materiais semióticos (malha quadriculada) disponível aos sentidos do aluno em outros momentos das atividades, ocasionou a mobilização de outra estratégia para resolver a tarefa em questão, agora a partir da representação algébrica dos pontos como material semiótico simbólico disponível, na janela algébrica do aplicativo. Neste sentido, os sistemas simbólicos disponíveis (a Linguagem Digital utilizada) (re) organizam e conduzem o fluxo das operações mentais de Rogério a fim de enfrentar o problema em questão. (VYGOTSKY, 2008).

A Figura 45 representa o momento em que Rogério, ao acrescentar a estratégia descrita por ele para marcar o ponto C e, conforme explicado pelo aluno no diálogo anterior, elaborou uma nova descrição para a solução da tarefa resultando na seguinte execução realizada pelo celular:

Figura 45: Segunda Descrição - Tarefa do Terceiro Encontro



Fonte: Dados da Pesquisa

Após o aluno marcar o ponto C, conforme visto na Figura 45, professor e aluno estabeleceram o seguinte diálogo:

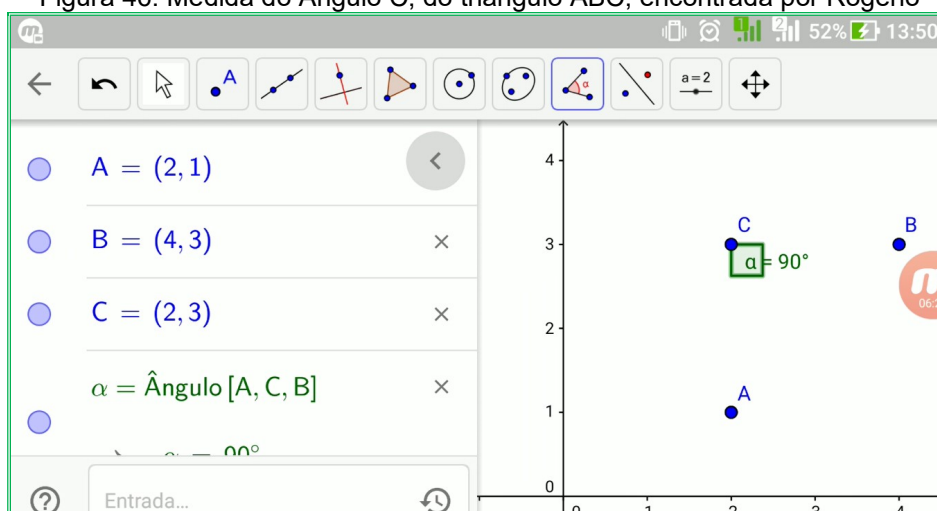
Professor: "Como posso ter certeza, que este triângulo que você fala é retângulo."

Rogério: "Pera aí, deixa eu ligar os pontos aqui..."

Professor: "Já volto aqui."

Apesar do aluno não ter ainda construído o triângulo a partir dos pontos A, B e C inseridos por ele, Rogério ao que parece, ao vivenciar ações de reflexão no ciclo de ações estabelecido, a partir da descrição inserida e pela execução dada pelo Geogebra, imaginou que os pontos são vértices de um triângulo retângulo. Após o questionamento do professor explicitado no último diálogo, Rogério, com o uso da ferramenta de medir ângulos, disponível no aplicativo, mensurou o ângulo C do suposto triângulo em questão, conforme representação na Figura 46:

Figura 46: Medida do Ângulo C, do triângulo ABC, encontrada por Rogério



Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se que nesta etapa da atividade, Rogério, usou recursos para identificar a medida do ângulo C, interno ao triângulo, diferente da tarefa resolvida em casa em que o aluno mediu o ângulo externo, tendo que mobilizar outros conhecimentos, ligados a ângulos de uma circunferência, para confirmar a afirmação feita por ele de que o ângulo possuía um valor de 90 graus. Vale observar que no Geogebra, a ordem dos pontos escolhidos para medir ângulos deve ser levada em consideração.

Terminada a medição do ângulo C, Rogério chamou o professor até sua mesa estabelecendo-se o diálogo:

Rogério: “Aí, deu 90, aí eu quero usar Pitágoras eu tenho que saber o valor dos catetos. Aí, como o A e o C tá na mesma abscissa, eu subtraio as ordenadas deles, é um... não, três menos um que é maior aí vai ficar a distância dois. E o C e o B como tá na mesma ordenada subtraí as abscissas deles, que é... quatro menos dois, que dá dois também...”.

Professor: “Então fica um triângulo retângulo de catetos...”.

Rogério: “De dois... de valor dois. Pode escrever aqui professor?”.

Professor: “Pode escrever sim, se você quiser pensar em outra estratégia em escrever fora do aplicativo, em um bloco de notas, por exemplo, pra ficar melhor pra você, tudo bem!”.

A partir do diálogo estabelecido, nota-se que Rogério utilizou a mesma estratégia para encontrar a distância entre os pontos A e B, apresentada nos vídeos por ele enviados por *WhatsApp*. O aluno parece ter internalizado, a partir das ações de reflexão vivenciadas por ele, segundo o ciclo de ações estabelecido, que para pontos com mesma abscissa devem-se subtrair as ordenadas desses pontos,

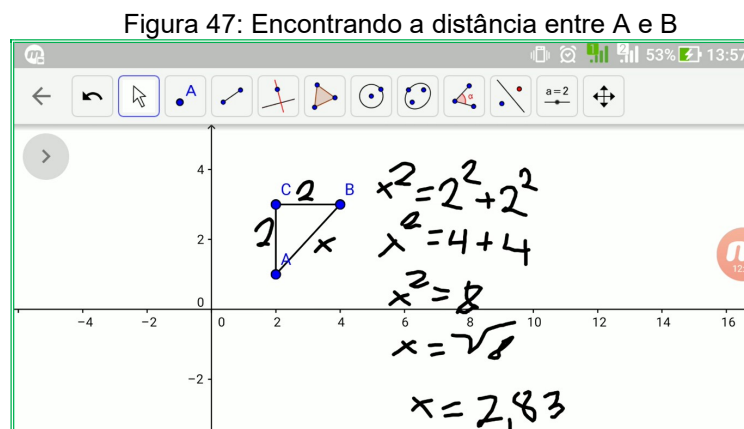
sempre do valor maior para o menor, de modo a obter um valor positivo para a distância (isso pode ser visto na frase em que o aluno começa os cálculos com a ordenada do ponto, mas muda para o valor três, ordenada do ponto B). E, para pontos com mesma ordenada, subtrair, de modo análogo, o valor de suas abscissas conforme evidencia a fala externalizada pelo aluno: *“Aí, como o A e o C tá na mesma abscissa, eu subtraio as ordenadas deles, é um... não, três menos um que é maior aí vai ficar a distância dois. E o C e o B como tá na mesma ordenada subtraí as abscissas deles, que é... quatro menos dois, que dá dois também...”*.

Observa-se que este conhecimento mobilizado pelo aluno foi construído em outro momento a partir de suas trocas semióticas com o meio e, depois de usado em outros contextos passou a se constituir para ele como um catalisador (enquanto conhecimento) cultivado ativamente, no processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos realizados pelo aluno Rogério. Parece que o aluno nesta etapa, vivenciou fenômenos de camada III, pois ao apresentar esta estratégia nos vídeos enviados via *WhatsApp* e novamente nesta tarefa solicitada pelo professor.

Rogério apresentou uma generalização para o cálculo de distâncias entre pontos com as características discutidas nessa tarefa, e parece válido considerar que esta generalização está povoada pelos afetos pessoais do aluno, ao ser construída durante os encontros realizados. O conhecimento sobre o teorema de Pitágoras é novamente mobilizado pelo aluno, e parece ter sido internalizado, na camada mais profunda de seu sistema intrapsicológico. Inicialmente este conhecimento parecia estar na camada II, internalizado a partir de alguma vivência escolar (como evidencia a foto enviada pelo aluno) e, ao que parece, a partir das tarefas realizadas por Rogério, este conhecimento adentra mais profundamente seu sistema intrapsíquico (camada III), ao ser enriquecido com outros elementos (o uso do teorema de Pitágoras para o cálculo de distância entre dois pontos) a partir de um contexto vivenciado.

Ao analisar o vídeo de gravação de tela do aluno, vê-se que ele tentou utilizar outro aplicativo (bloco de notas do celular) para registrar seus cálculos, mas optou por realizá-los no Geogebra, assim como o fez também nos vídeos enviados via

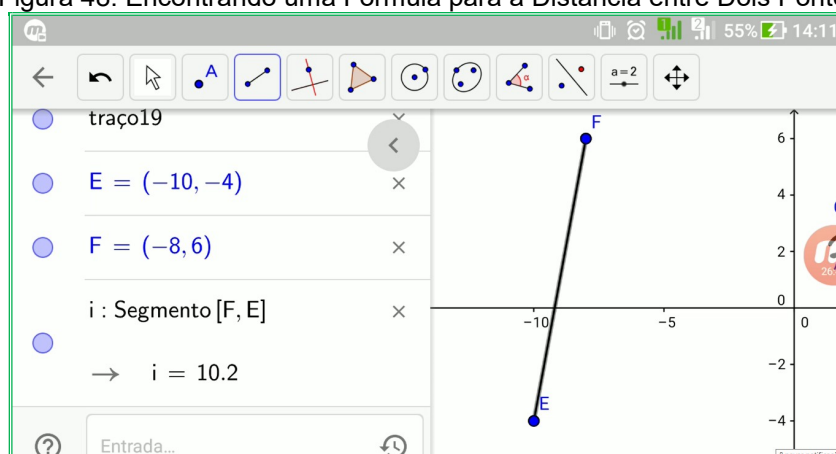
WhatsApp. Inicialmente, o aluno construiu o triângulo retângulo ABC, e registrou o valor da distância solicitada conforme Figura 47:



Depois de o aluno apresentar o valor da distância entre os pontos A e C, conforme explicita a Figura 47, o professor o questionou se ele poderia estabelecer uma forma para calcular a distância entre dois pontos quaisquer a partir da estratégia desenvolvida por ele. Como os demais alunos estavam construindo estratégias para resolver a atividade solicitada no final do terceiro encontro, o professor solicitou a Rogério que pensasse em como chegar a esta forma a partir do que ele havia pensando nas tarefas resolvidas até o momento, enquanto auxiliaria os demais alunos em seus processos de estruturas de conhecimentos sobre distâncias entre dois pontos.

Ao analisar o vídeo de gravação de tela do aluno, é possível verificar que após a tarefa ser solicitada pelo professor, Rogério na tentativa de resolver o solicitado pelo professor, iniciou, segundo o ciclo de ações, uma descrição para a tarefa, marcando outros dois pontos no plano cartesiano. Na descrição realizada, os comandos utilizados consistiram na inserção, pela caixa de entrada do Geogebra dos pontos E (-10, -4) e F (-8, 6) e pela construção do segmento FE, de comprimento 10,2 unidades, conforme Figura 48, em que se apresenta a execução dada pelo Geogebra a partir da descrição realizada pelo aluno:

Figura 48: Encontrando uma Fórmula para a Distância entre Dois Pontos



Fonte: Dados da Pesquisa

Após verificar a execução fornecida pelo celular relativa à descrição inserida, Rogério externalizou a seguinte frase: “Dez vírgula dois, táh...”. Esta frase evidencia que o aluno parece estar entrando em uma ação de reflexão no ciclo de ações iniciado a fim de estabelecer uma fórmula de cálculo para a distância entre os pontos marcados. Decorrido algum tempo, estabeleceu-se o seguinte diálogo entre professor e aluno:

Professor: “E aí Rogério!”

Rogério: “E aí professor!”

Professor: “Pensou em alguma coisa?”

Rogério: “Tô pensando aqui...”

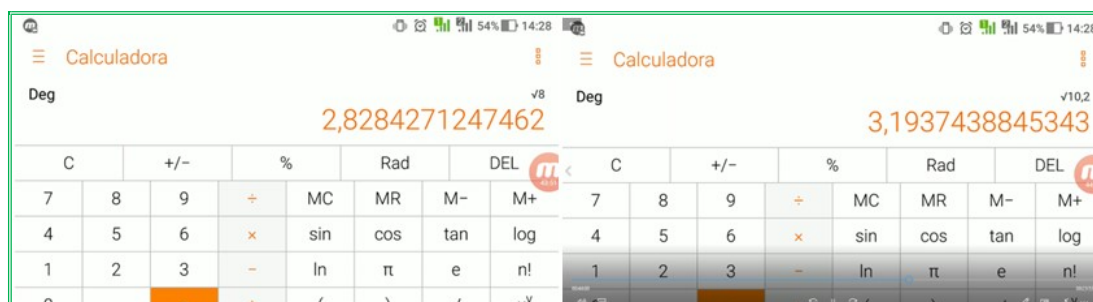
Professor: “A ideia é você tentar deduzir uma fórmula... você tem uma fórmula aqui oh, à distância você está sempre colocando por x ao quadrado, porque você está usando Pitágoras... e está elevando ao quadrado a diferença entre... (referindo-se ao caso disponível na tela do celular do aluno nesta etapa da atividade.)”

Rogério: “Os pontos...”

Professor: “Então, usando isso... é tentar achar essa fórmula... Já volto aqui.”

Após o diálogo estabelecido entre professor e aluno, Rogério começou a realizar algumas operações entre as coordenadas dos pontos E e F inseridos, na tentativa de encontrar uma fórmula geral, a partir das coordenadas, para o cálculo de distâncias entre esses dois pontos. O aluno com o auxílio da calculadora do celular realizou inicialmente alguns cálculos, conforme dispostos na Figura 50:

Figura 49: Cálculos realizados por Rogério



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir dos cálculos realizados, observa-se que os valores calculados, partem de números encontrados por Rogério durante a realização da tarefa realizada neste encontro. A extração da raiz quadrada de oito, por exemplo, é vista também ao calcular a distância entre os pontos A e B marcados pelo aluno e apresentados na Figura 50 e, a extração da raiz quadrada do valor 10,2, que corresponde ao valor da distância entre os pontos F e E, apresentado pelo aplicativo quando Rogério construiu o segmento FE.

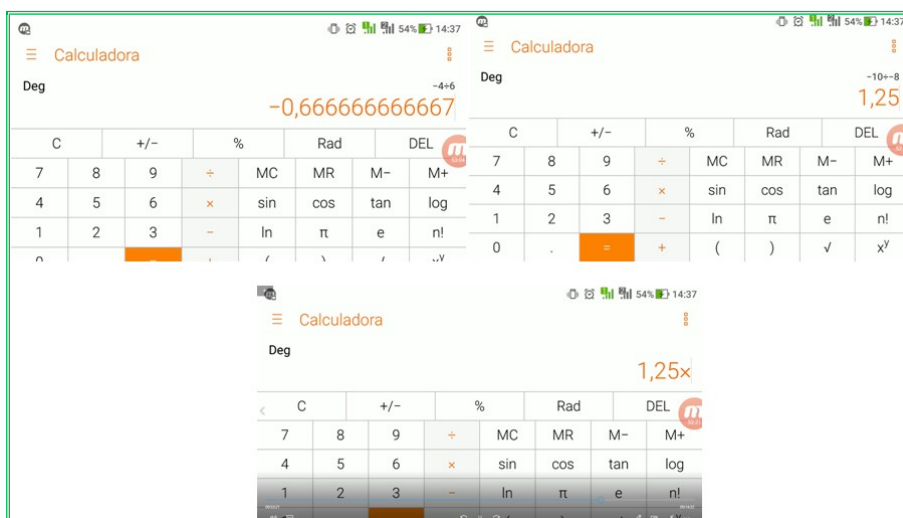
Ao que parece, o aluno realizou cálculos aleatórios na tentativa de encontrar uma fórmula para o cálculo da distância entre os pontos E e F, e não levou em consideração o conhecimento sobre teorema de Pitágoras mobilizado por ele em outros momentos, conforme apresentado nesta análise.

Outra hipótese é de que o aluno, ao extrair as raízes quadradas de 8 e 10,2, estivesse buscando na realidade, um número que ao quadrado resultasse no valor 10,2, pois este número estaria relacionado às operações entre as coordenadas dos pontos em questão. Porém, ao invés da aplicação de potências, Rogério utilizou a raiz quadrada. No entanto, não temos dados para confirmar estas hipóteses. Passado algum tempo, o aluno começou a realizar operações entre as coordenadas dos pontos E e F. Rogério realizou, respectivamente, a divisão entre a abscissa do Ponto E e a abscissa do ponto F; a divisão da ordenada do ponto E pela ordenada do ponto F, e por último, a partir do quociente encontrado na primeira divisão, tentou multiplicá-lo por algum valor a fim de encontrar a distância 10,2, disponível no aplicativo.

Vale destacar que no momento da última operação realizada, Rogério disse a seguinte fala: *“Nada a ver, Nada a ver mano... nada a ver, eu quero encontrar uma*

função que dê certo isso aqui...”. A Figura 50 é um *print sc* da tela do celular do aluno no momento em que ele realizou as operações acima descritas.

Figura 50: Operações Realizadas por Rogério com as Coordenadas dos Pontos E e F



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir das operações realizadas, e da fala externalizada pelo aluno, percebe-se que as operações são realizadas de modo a encontrar o valor 10,2, distância entre os pontos E e F. No entanto, as escolhas de Rogério parecem ser aleatórias a partir das coordenadas desses pontos. Um ponto importante a analisar é que a forma que o professor solicitou a tarefa pode ter influenciado o aluno a buscar essas estratégias, pois o aluno partiu de casos particulares para encontrar a solução da tarefa proposta, enquanto que o que se esperava era que ele construísse uma fórmula válida para qualquer caso. Neste sentido, outros tipos de questionamento deveriam ter sido feitos e/ou complementados pelo professor, como, por exemplo, que o conhecimento acerca do teorema de Pitágoras poderia ser utilizado, para que o aluno generalizasse uma fórmula válida.

Após essas ações, Rogério continuou com a mesma estratégia descrita acima, realizando ainda outras operações entre as coordenadas dos pontos em questão, a saber: a divisão entre a ordenada do ponto F pela ordenada do ponto E ($6 : (-4)$) ; a divisão entre a abscissa de F pela abscissa de E ($-8 : -10$); e a multiplicação entre 0,8 por 1,5. Sendo 0,8 o resultado encontrado da segunda divisão e 1,5 o resultado da primeira, porém o aluno não conseguia estabelecer uma relação a partir das coordenadas dos pontos para a fórmula solicitada.

Consideramos que Rogério novamente vivenciava, do ponto de vista psicológico, uma desestabilização. A frase: *“Nada a ver, Nada a ver mano... nada a ver, eu quero encontrar uma função que dê certo isso aqui...”*, externalizada pelo aluno a partir das reflexões por ele realizadas após a execução dada pela calculadora, evidencia este fato. O aluno tentava relacionar o valor do comprimento do segmento a alguma operação entre as coordenadas, a fim de encontrar uma fórmula para a distância entre pontos. Consideramos que esse valor dado pelo Geogebra, sempre que o aluno constrói um segmento, pode não ter favorecido a construção da fórmula geral para o cálculo de distância entre dois pontos dados.

Por outro lado, consideramos que este valor dado pelo Geogebra contribuiu ao longo de todo o processo de estruturação de conhecimentos do aluno em suas buscas por estratégias para resolver as tarefas dadas, conforme pode ser visto anteriormente, e neste caso em questão. De qualquer modo, quaisquer dois pontos marcados no Geogebra seriam casos particulares e não gerais, e, ao que parece, a partir das estratégias construídas por Rogério ao longo de três encontros demonstram ser suficientes, para qualquer caso solicitado pelo professor, o aluno seria capaz de resolvê-lo a partir destas estratégias.

Ao final do terceiro encontro, os demais alunos conseguiram desenvolver a mesma estratégia de Rogério para calcular a distância entre dois pontos utilizando o teorema de Pitágoras, porém, não foram desafiados a obter uma fórmula geral por conta do tempo disponível para a realização do encontro. O professor então resolveu utilizar o início do **quarto encontro**, realizado em 14/09/2017, para realizar o fechamento sobre o assunto de distâncias entre dois pontos. No entanto, Rogério não esteve presente neste encontro. Apenas dois encontros depois, em 21/09/2017, ele retornou.

O aluno, interessado em encontrar uma fórmula geral para o cálculo de distâncias entre dois pontos, perguntou ao professor, naquele encontro, se ele não poderia dizer que formula utilizar. O professor então resolveu estabelecer a fórmula que calcula a distância entre dois pontos quaisquer individualmente com o aluno, ainda que o encontro em questão tratasse de outro conteúdo matemático. Estabeleceu-se o seguinte diálogo entre aluno e professor:

Rogério: “Professor, e como ficou a fórmula lá, eu não vim... meu celular estragou!”

Professor: “Então, eu fechei um encontro depois com os alunos, a gente chegou na fórmula, mas podemos ver novamente. Pegue seu caderno aí. Bom, a gente quer uma fórmula que sirva para calcular a distância entre dois pontos quaisquer. Então, deixa eu desenhar o plano aqui...eixo x, eixo y...Agora vou marcar dois pontos no plano, o A e B. Como a gente quer um caso qualquer, vou chamar as coordenadas de A de x um, y um... e do ponto B de x dois, y dois. Agora, como você fez lá para encontrar a distância?”

Rogério: “Eu marquei um terceiro ponto.”

Professor: “Pra que esse terceiro ponto?”

Rogério: “Pra formar um triângulo.”

Professor: “Qualquer Triângulo?”

Rogério: “Não, um que tenha um ângulo de 90”.

Professor: “Isso, eu vou marcar então aqui um terceiro ponto para formamos um triângulo retângulo. Vou chamar de x a medida do segmento AB, que é a distância que a gente quer, ok? Qual a medida desse pedaço aqui? (Referindo-se ao lado BC do triângulo). Como você fazia lá pra encontrar essa medida que na verdade é a distância entre B e C? ”

Rogério: “Diminuí as coordenadas, está certo?”

Professor: “Que coordenadas?”

Rogério: “A ordenada do B menos a do C.”

Professor: “Que no caso aqui será y dois menos y um. E esse pedaço aqui, quanto mede? (Referindo-se a medida do segmento AC)”

Rogério: “x dois menos o x um”.

Professor: “Eu tenho as medidas dos catetos, agora aplico Pitágoras, igual você fez nos outros casos lá... então eu fico com x ao quadrado, que é a hipotenusa ao quadrado, igual a x dois menos x um ao quadrado mais y dois, menos y um ao quadrado. Mas eu não quero x ao quadrado néh, quero o valor de x, o que faço aqui?”

Rogério: “Raiz quadrada”.

Professor: “Isso, então x é igual a raiz quadrada de x dois menos x um ao quadrado mais, y dois menos y um ao quadrado. Mas, x é a distância entre A e B, que nos estamos escrevendo assim. É isso.”

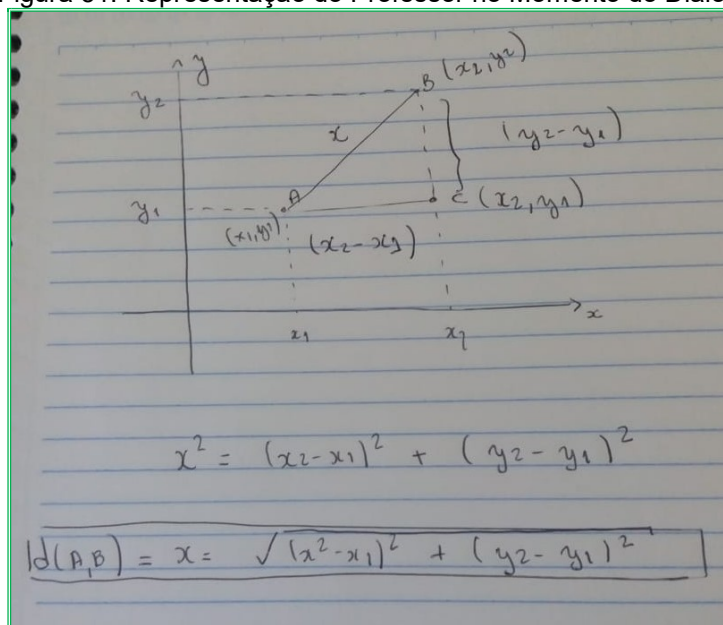
Rogério: “Ah! só, essa é a fórmula então? Só pegar as coordenadas e jogar aí?”

Professor: “Sim, se você quiser usar um daqueles casos que trabalhamos e fizer aí, testa a fórmula e compara os valores que você achou.”

Assim, como realizado no terceiro encontro com os demais alunos, e conforme realizado individualmente com o aluno Rogério no sexto encontro, o professor notou que seu papel em “fechar” o assunto sobre distâncias entre dois pontos, auxiliando os alunos no processo de construção para uma fórmula geral, a partir das estratégias e conhecimentos que os alunos foram mobilizando ao longo dos três encontros foi indispensável, visto que sozinhos apresentaram dificuldades em avançar no processo de construção da fórmula geral. Assim, muitos conhecimentos mobilizados pelo aluno Rogério, como o cálculo de distâncias entre pontos com mesma ordenada, cálculo da distância entre pontos com mesmas abscissas e o teorema de Pitágoras, utilizados pelo aluno durante os encontros, e mobilizados a partir da Linguagem Digital utilizada, auxiliaram o professor para a construção da fórmula geral com os alunos.

A Figura 51 é a foto retirada pelo professor do caderno do aluno Rogério, em que foi realizada a representação pelo pesquisador, no momento em que o diálogo acima descrito foi realizado.

Figura 51: Representação do Professor no Momento do Diálogo



Fonte: Dados da Pesquisa

Estas são as análises realizadas do processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos do aluno Rogério, desenvolvido ao longo dos encontros em que o tema foi trabalhado.

A seguir, apresentamos a análise dos processos de estruturação de conhecimentos sobre distâncias entre dois pontos, do aluno Lucas.

4.3 LUCAS E DISTÂNCIAS: PRIMEIRO ENCONTRO COM O GEOGEGRA

Lucas possuía 17 anos de idade e estava matriculado no segundo ano do Ensino Médio no momento em que participou dos encontros de produção de dados desta pesquisa.

Após a apresentação da tarefa planejada pelo pesquisador para o primeiro encontro, é válido lembrar que Lucas foi um dos alunos que externalizou, conforme diálogo estabelecido entre professor e alunos, e apresentado anteriormente, que

havia estudado em algum momento de sua trajetória escolar o plano cartesiano, indicando que este foi utilizado para o estudo de conteúdos relacionados à trigonometria. As frases externalizados pelo aluno durante o diálogo: “*Na escola!*” e “*Usamos para seno e cosseno... trigonometria*”, retiradas do diálogo disposto na página supracita, evidenciam este fato.

A partir dessas externalizações, vê-se que Lucas apresentava algum conhecimento sobre plano cartesiano, porém ele apontava de forma vaga alguns usos feitos por ele em outras vivências escolares (talvez para a representação de gráficos de funções trigonométricas) sem explicitar outras características do plano, como, por exemplo, que possui dois eixos perpendiculares ou que cada ponto no plano possui uma localização exata a partir de suas coordenadas. Assim, a partir destas constatações, consideramos que os conhecimentos externalizados pelo aluno sobre este objeto parecem estar situados na camada II de seu sistema de Internalização e Externalização.

Ao apontar que este objeto foi utilizado para os estudos de trigonometria e possivelmente para a construção de gráficos, o aluno apresentou uma generalização dos usos feitos para o objeto, o que aponta conhecimentos típicos desta camada. No entanto, nossos dados não fornecem elementos para dizer que estes conhecimentos, acerca do plano, encontram-se na camada mais profunda de seu sistema de Internalização e Externalização.

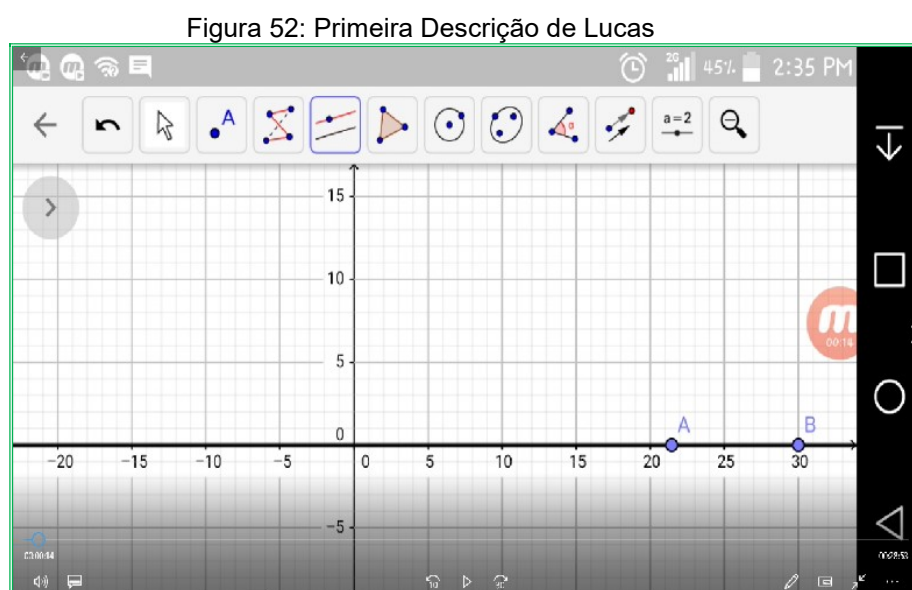
Continuando as análises do processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos de Lucas, vê-se que o aluno ao se deparar com a primeira tarefa proposta pelo professor, que consistia em marcar dois pontos sobre uma reta paralela ao eixo x, iniciou um ciclo de ações na tentativa de realizá-la.

A partir do vídeo de gravação de tela do aluno, percebe-se que Lucas realizou uma descrição inicial marcando dois pontos A e B sobre o eixo x. Tal descrição é constituída por comandos que utilizam a ferramenta de marcar pontos disponível no Geogebra para celular. Os pontos marcados pelo aluno foram representados no aplicativo a partir do toque em tela e não pela caixa de entrada do Geogebra.

A partir do vídeo de gravação de tela, nesta etapa da atividade, não se pode ver com detalhes quais as coordenadas do ponto A marcado pelo aluno. Sabe-se apenas que este possui uma abscissa racional de valor entre 20 e 25, e ordenada

igual a zero, visto que foi marcado sobre o eixo x. O ponto B possui coordenadas iguais ao par ordenado (30, 0). Vale destacar que Lucas não construiu a reta paralela ao eixo x conforme exigência da tarefa. Porém, como o objetivo da aula era realizar o cálculo da distância entre pontos, o professor no momento desta primeira descrição realizada pelo aluno, percebeu que tal exigência não cumprida por Lucas, não interferiria na discussão sobre o cálculo de distâncias, a partir da estratégia externalizada por ele nesta descrição.

Assim, o professor decidiu considerá-la válida para discutir o conceito com o aluno. Esta estratégia realizada por Lucas (além de outros fatos discutidos no item anterior neste texto de análises) também contribuiu para que ocorresse a formulação de uma nova estratégia docente, que fora adotada pelo professor no segundo encontro de produção de dados da pesquisa, conforme já relatado. A Figura 52 representa a execução do Geogebra pelo celular, a partir da descrição inicial do ciclo de ações realizada pelo aluno:



Fonte: Dados da Pesquisa

No desenrolar da primeira ação de descrição realizada por Lucas, vê-se que o aluno marcou um terceiro ponto C no plano cartesiano, e logo em seguida tentou apagá-lo. Neste momento estabeleceu-se o seguinte diálogo entre professor e alunos:

Professor: “Agora, todo mundo marcou os dois pontos?”.

Lucas: “Não, to marcando.”.

Nara: “Tá errado aí esse seu negócio.”.

Professor: “Como é que ficou? O dela ficou A, B e C. O Lucas ficou... Quais pontos você marcou Lucas?”.

Lucas: “A e B”.

Nara: “Tá errado. Tá errado”.

Lucas: “Sai daqui. (risos).”.

Lucas: “Meu Deus... Esse negócio não é de Deus!”.

Nara: “Tá errado ow! Não pode ser em cima do x”.

A partir do diálogo estabelecido percebe-se que outra aluna estava ao lado de Lucas no momento em que ele procurava resolver a tarefa solicitada pelo professor, e externalizou três vezes, conforme o diálogo estabelecido, que o colega havia cometido um “erro” ao marcar os pontos A e B sobre o eixo x, visto que a tarefa exigia dois pontos sobre uma reta paralela ao eixo das abscissas e não sobre ele. Nara, ao contemplar a execução na tela do celular de Lucas, vivenciava, segundo o ciclo de ações, ações de reflexão e verificava que Lucas não construiu a reta paralela solicitada, alertando o fato ao colega. Porém, a intervenção da aluna Nara, parece neste momento, não provocar em Lucas alguma reflexão sobre o porquê dele não cumprir a exigência dada na tarefa.

O fato do professor não tê-lo questionado sobre a localização escolhida por ele para marcar os pontos A e B, talvez possa ter contribuído também para que Lucas não refletisse sobre a localização dos pontos marcados e representados, conforme execução representada na Figura 52.

A fala externalizada pelo aluno no diálogo anterior: “*Meu Deus... Esse negócio não é de Deus*”, foi dita no momento em que Lucas procurava apagar o terceiro ponto C por ele marcado no plano. Esta frase, associada às ações por ele realizadas no aplicativo e observadas pelo pesquisador no vídeo de gravação de tela, dão indícios de que o aluno apresentava inicialmente algumas dificuldades em manejar algumas funções do aplicativo, como marcar e apagar certo ponto representado por ele no plano cartesiano.

Após o professor verificar que os alunos haviam conseguido marcar os dois pontos no plano cartesiano, estabeleceu-se o seguinte diálogo entre os envolvidos:

Professor: “Deixa eu perguntar pra vocês assim, qual as coordenadas desses pontos? Como eu poderia ver no software as coordenadas desses pontos?”

Outro Aluno: “Só clicar aqui.”.

Professor: "Só clicar onde?"

Outro Aluno: "Aqui na setinha (indicando a seta que abre a janela e álgebra do aplicativo)"

Professor: "Clicou na setinha... isso já aparece. Agora vou pedir assim pra vocês, vocês marcaram esses dois pontos, como eu encontro a distância entre esses dois pontos?"

Lucas: "Eles estão na mesma linha, não é isso?"

Professor: "É, os pontos... sobre essa reta que vocês construíram. Qual a distância entre esse pontos?"

Lucas: "Trinta?"

Nara: "Quatro."

A partir do diálogo anterior estabelecido entre alunos e professor, e pelo vídeo de gravação de tela de Lucas, percebe-se que no momento em que o professor questionou os alunos sobre como encontrar as coordenadas dos pontos por ele marcados, Lucas ao ouvir de outro aluno que basta clicar na seta que abre a janela algébrica, Lucas realizou a abertura desta janela.

Após ser questionado pelo professor sobre qual a distância entre os pontos marcados, o aluno externalizou, a partir dos materiais semióticos (no caso símbolos que representam os pontos marcados por ele no aplicativo) disponíveis na janela algébrica e contemplados por ele, que a distância entre os pontos A e B seria trinta.

Ao considerar o ciclo de ações vivenciado pelo aluno nesta etapa da atividade, Lucas realizou ações de reflexões e ao afirmar que a distância entre os pontos seria de trinta, consideramos que os fenômenos vivenciados por ele nesta etapa da atividade se encontram na camada I de seu sistema de Internalização e Externalização, pois a resposta dada pelo aluno parece ter emergido pelo fato dele contemplar a representação algébrica das coordenadas do ponto B na janela algébrica do aplicativo. O aluno não externalizou, nem no ciclo de ações de ações realizado por ele, nem em alguma fala, um generalização de como encontrar a distância entre os pontos em questão, fato que caracterizaria fenômenos na camada II.

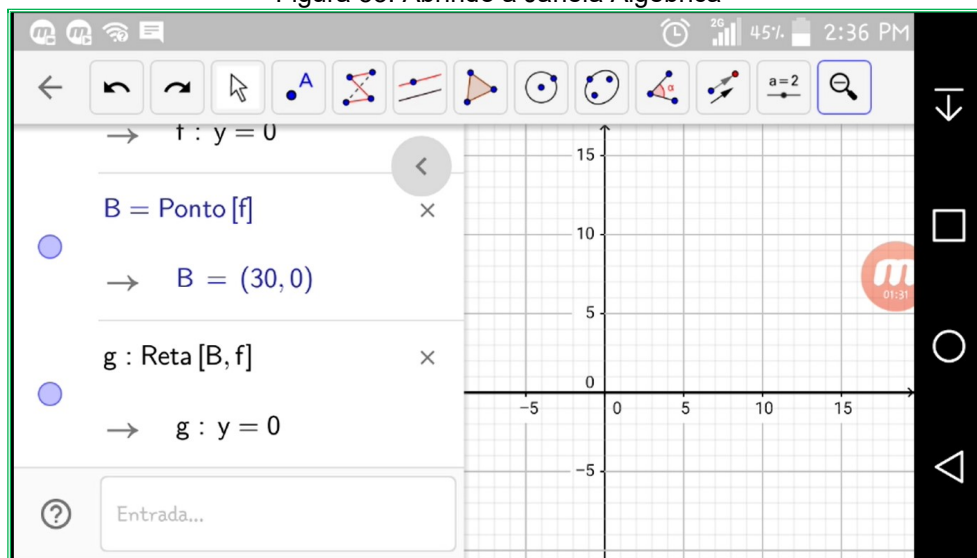
Ao que parece, a resposta dada por Lucas não foi formulada a partir de alguma reflexão que justificasse o valor trinta. Ainda assim, consideramos que ela foi formulada por influência dos materiais simbólicos contemplados pelo aluno. O fato de o Geogebra permitir contemplar concomitantemente tanto a representação geométrica dos pontos (na malha quadriculada), quanto sua representação algébrica (na janela de álgebra) permitiu o aparecimento deste tipo de formulação pelo aluno ao olhar, em especial, para a representação algébrica do ponto B. Fato que, a

depender de como a atividade de marcação de pontos é realizada no papel e lápis, por exemplo, não contribuiria para este tipo de formulação, oriunda da Linguagem Digital em questão.

Vale destacar que, ainda que Lucas tenha percebido que os pontos A e B estavam, conforme palavras do aluno, sobre uma “mesma linha” (“*Eles estão na mesma linha, não é isso?*”), o aluno não externalizou, ou não dispunha ainda nesta etapa da atividade de um catalisador que o auxiliaria a encontrar a distância entre pontos, com as características da tarefa dada (no caso pontos com mesma ordenada). Tal catalisador permitiria a Internalização das mensagens em jogo para camadas mais internas de seu sistema de Internalização e Externalização. Neste sentido, é importante que o professor se atente para que tipos de conhecimentos deseja que os alunos internalizem/externalizem durante processos de estruturação de conhecimentos com Linguagem Digital, criando assim meios para que estes catalisadores sejam internalizados e/ou construídos pelos alunos.

A Figura 53 representa o momento em que Lucas abriu a janela algébrica do aplicativo, contemplando os materiais semióticos disponíveis e externalizando uma resposta para a pergunta feita pelo professor.

Figura 53: Abrindo a Janela Algébrica



Fonte: Dados da Pesquisa

Após o aluno externalizar o valor 30 como sendo a distância entre os pontos A e B, o professor dialogou com a aluna Nara, que estava ao lado do aluno Lucas,

para compreender o porquê ela forneceu a resposta quatro como valor para a distância entre os pontos por ela marcados. Apesar de neste momento ainda o professor não ter atendido individualmente o aluno, após suas formulações, acreditamos que os diálogos estabelecidos entre professor/alunos e alunos/alunos possam ter influenciado Lucas a mudar de estratégia para a resolução da tarefa solicitada. O diálogo estabelecido entre professor, Lucas e Nara, logo após o pesquisador ter analisado a produção de Nara, merece ser destacado:

Professor: “E aí Lucas, marcou?”

Nara: “Ta errado ow, tá em cima do eixo x não pode tá”

Lucas: “Mas está na mesma linha, meu Deus do céu...”

Nara: “Paralela, repita comigo: Pa-ra-le-la.”

Lucas: “Pa-ra-le-la, você confunde a gente. Você me ‘cafundi’ ”.

Nara: “Eu não confundi ninguém. Isso é uma mentira, uma mentira bem cabeluda!”

Lucas: “Tá, A... agora eu clico na mesma linha é isso?”

Nara: “Isso, clica aí. Menino Inteligente...”.

*Lucas: “Tá... B. Vou deixar 10 e uma no 20. Vou deixar 10 e uma no 20 **pra ficar fácil**”.*

Durante este diálogo, Lucas utilizou a ferramenta voltar do aplicativo, apagando todos os materiais semióticos materializados na tela do celular oriundos da descrição do ciclo de ações anterior. Após apagar os comandos realizados anteriormente, Lucas realizou, segundo o ciclo de ações, novas descrições para resolver a tarefa solicitada, conforme pode ser visto no QR-Code 6:



QR-Code 06: Algumas Descrições de Lucas²¹

Ao analisar o vídeo disponível no QR- Code 06 observa-se que o aluno realiza três novas descrições para solucionar a tarefa proposta. Tais descrições são formadas pelos comandos constituídos pelas ferramentas de construir retas paralelas e de marcação de pontos. Diferentemente do aluno Rogério, Lucas nesta etapa da atividade, utilizou a ferramenta de retas paralelas ao invés da ferramenta de construção de segmentos para representar a reta solicitada na atividade dada

²¹ Caro leitor, você também pode acessar o conteúdo do QR-Code 06 em : < <https://youtu.be/gZvEX8AY05s>>

pelo pesquisador. Assim, é possível ver no vídeo, que Lucas mudou a estratégia realizada no ciclo de ações inicialmente desenvolvido por ele, construindo uma reta paralela ao eixo x e marcando dois pontos sobre essa reta e não mais sobre o eixo das abscissas.

Consideramos que esta mudança de estratégia se deu pelo fato das pontuações realizadas pela aluna Nara no momento em que Lucas resolvia a tarefa, e pelo aluno ter observado, no momento em que o professor analisou a produção da Colega, que as representações feitas por ela no Geogebra estavam diferentes das que ele havia até então externalizado a partir das ações do ciclo por ele vivenciado. Algumas falas externalizadas entre esses dois alunos nos ajudam a confirmar essa afirmação: *“Ta errado ow, tá em cima do eixo x não pode tá”* (Nara) e *“Tá, A... agora eu clico na mesma linha é isso?”* (Lucas).

Outro fato importante a destacar no processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos vivenciados pelo aluno Lucas, até este momento, e que pode ser observado no vídeo de gravação de tela, diz respeito às coordenadas dos pontos por ele marcados, no caso, com coordenadas constituídas por números decimais. Durante as três descrições do ciclo de ações vivenciadas por Lucas, pode-se inferir que o aluno gostaria de marcar pontos cujas coordenadas fossem inteiras, no entanto, apresentou algumas dificuldades para que isso fosse realizado.

O aluno inicialmente marcou um ponto A qualquer no plano cartesiano, a partir de um toque na tela do celular, construiu a reta paralela ao eixo x, passando por A, e marcou um ponto B sobre esta reta. No entanto, a fala externalizada pelo aluno: *“Tá... B. Vou deixar 10 e uma no 20. Vou deixar 10 e uma no 20 pra ficar fácil”*, no momento da ação de descrição realizada por Lucas, fornece indícios que, de fato, o aluno procurava marcar pontos cujas coordenadas fossem formadas por números inteiros, e ainda, que a abscissa de A fosse 10 e a abscissa de B fosse 20. O fato de Lucas abrir várias vezes a janela de álgebra, conforme pode ser visto no vídeo disponível no QR- Code 06, nos leva a crer, juntamente a esta fala externalizada por ele, que os pontos A e B de coordenadas decimais dificultava os cálculos que o aluno pensava em executar. A frase, *“[...] pra ficar mais fácil”*, pode ser um indício para este fato.

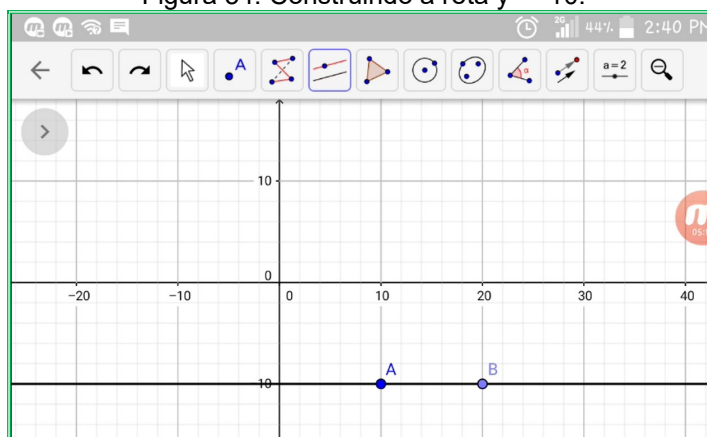
Consideramos ainda, neste momento da atividade, que Lucas ao contemplar a execução realizada pelo Geogebra, a partir das descrições que realizou, vivencia, segundo o ciclo de ações, ações de reflexão. Parece que o aluno procurava encontrar uma forma de obter a distância entre os pontos A e B marcados. Na fala externalizada por ele, ao tentar deixar o ponto A com abscissa igual a 10 e o ponto B com abscissa igual 20, parece que o aluno iniciou um movimento que o conduziria a descobrir uma maneira para encontrar a distância entre os pontos e, ao que parece, a partir da realização da operação $20 - 10$.

Pode-se inferir que a malha quadriculada, enquanto material simbólico, contemplado por Lucas nesta etapa da atividade tenha influenciado o movimento de criação dessa nova estratégia, pois, conforme externalizou que ficaria mais fácil de encontrar a realização da tarefa, caso os pontos possuíssem coordenadas formadas por inteiros. Neste sentido, a partir das externalizações realizadas por Lucas, consideramos o que o aluno vivenciou fenômenos de camada II, pois, apresentou indícios de uma possível generalização de cálculo para pontos com as características dos pontos A e B em questão, ainda que este conhecimento não tenha sido, de fato, aplicado na realização da tarefa pelo aluno.

Logo, a partir do conjunto de ações realizadas pelo aluno durante toda a atividade é plausível considerar que Lucas iniciava um processo de construção e conseqüentemente de Internalização de catalisadores (conhecimentos sobre como encontrar a distância entre pontos com mesma abscissa), que o auxiliaria na realização desta tarefa.

Passado algum tempo do encontro, considerando o ciclo de ações, Lucas apresentou uma nova descrição para solucionar a tarefa dada. Utilizando comandos a partir das ferramentas de construção de reta paralela e a ferramenta de marcar pontos, o aluno construiu uma reta paralela ao eixo x, situada no terceiro e quarto quadrante do plano de equação igual $y = -10$, marcando sobre ela os pontos A e B de abscissas igual a 10 e 20 respectivamente. A Figura 54 representa a execução dada pelo Geogebra, oriunda da ação de descrição realizada por Lucas:

Figura 54: Construindo a reta $y = -10$.



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir da Figura 54, é válido observar que Lucas, diferente do aluno Rogério, preferiu realizar representações tanto dos pontos, quanto das retas por ele construída, no terceiro e quarto quadrantes do plano cartesiano. A partir da execução desta última descrição, é possível observar que Lucas atinge o objetivo externalizado em sua fala, de que gostaria de marcar os pontos A e B com abscissas respectivamente iguais a 10 e 20, objetivo não atingido nas estratégias anteriores (ver QR- Code 06). Esses pontos, segundo ele, foram utilizados para que o cálculo da distância entre os pontos fosse facilitado, confirmando assim as hipóteses levantadas anteriormente sobre esta estratégia adotada pelo aluno. Após Lucas realizar esta construção, solicitou a presença do professor e estabeleceu com ele o seguinte diálogo:

Lucas: "Ôh, professor! A Distância é isso aqui néh? Isso aqui que é a distância néh?"

Professor: "Qual é a distância?"

Lucas: "É 10".

Professor: "Por que é 10?"

Lucas: " Porque eu marquei um no 10 e outro no 20"

Professor: "Ah, você marcou... quais são as coordenadas do ponto A?"

Lucas: "É 10."

Professor: "Só 10? Por que aparece 10 e menos 10 aqui?"

Lucas: "Ah sim! 10 negativo."

Professor: "Mas é negativo onde?"

Lucas: " É negativo embaixo."

Professor: "Hum... como chama esse eixo?"

Lucas: "y".

Professor: "Então é 10 para x e menos -10 para y".

A partir do diálogo estabelecido entre professor e aluno, vê-se que Lucas construiu nesta etapa da atividade uma estratégia para calcular a distância entre os pontos A e B marcados. O aluno afirmou que a distância entre os pontos é 10 unidades, e ao que parece encontrou esse valor ao pensar que de 10 para 20 faltam 10 unidades. A frase externalizada por Lucas ao realizar, segundo o ciclo de ações, ações de reflexão sobre a execução representada na figura 54, “*Porque eu marquei um no 10 e outro no 20*”, nos permite inferir esse fato. Vale ressaltar que este conhecimento, emergiu em outro momento da atividade, e nesta etapa funcionou como um catalisador em processo de Internalização, que possibilitou a realização deste tipo de tarefa, reforçando nossos argumentos anteriores de que Lucas, nesta etapa da atividade, vivenciava fenômenos de camada II no sistema de Internalização e Externalização.

É possível observar ainda, que Lucas parecia considerar que as coordenadas dos pontos A e B seriam formadas apenas pelos valores de suas abscissas. O aluno é bastante enfático ao dizer que marcou esses pontos “[...] **no 10 e outro no 20**”, nas falas externalizadas por ele nos dois últimos diálogos apresentados. O que poderia indicar que as coordenadas de um ponto possuíam, para o aluno, apenas um valor. Assim como os demais alunos, o professor observou que Lucas ainda não havia percebido que um dado ponto no plano cartesiano possui uma localização exata, dada por um par ordenado, uma abscissa e uma ordenada. Ao que parece, apenas ao fim do diálogo estabelecido, Lucas começou a se atentar para este fato.

As seguintes falas externalizadas por Lucas: “*Ah! sim, 10 negativo*” e “*É negativo embaixo*”, nos permitem concluir que o aluno pode ter iniciado, naquele encontro, um processo de Internalização de conhecimentos necessários para a marcação de pontos no plano cartesiano. Pode-se inferir, até este momento da atividade, que Lucas conseguia realizar a marcação de pontos no plano via a ferramenta de marcar pontos, disponível no Geogebra, mas mesmo com os constantes movimentos de abertura da janela de álgebra, ele não percebia a relação existente entre a representação geométrica do ponto no plano cartesiano, e sua representação algébrica na janela de álgebra.

Após a realização desta tarefa, vale lembrar que o professor solicitou a Lucas que marcasse no plano cartesiano o ponto A (1,2), pois conforme relatado, os alunos

participantes, em geral, apresentavam algumas dificuldades para realizar a marcação e localização de pontos do plano. Ao deparar-se com essa nova tarefa, Lucas externalizou as seguintes falas captadas no vídeo de captura de tela: “*Aí, Deus!*” e “*Mano, esse negócio aqui é fogo heim!*”.

Em relação a estas falas externalizadas por Lucas, é possível inferir duas questões importantes. A primeira questão, é que a nova tarefa solicitada pelo professor fez com que Lucas vivenciasse um momento, do ponto de vista psicológico, de desestabilização (VALSINER, 2012). Consideramos que a desestabilização, a nível psicológico, enfrentada por Lucas nesta nova tarefa, se deu pelo fato de que marcar um ponto qualquer, partindo de suas coordenadas (representação algébrica desse ponto), exige, em termos psicológicos, a mobilização de conhecimentos diferentes dos utilizados no primeiro caso pelo aluno (usando toque em tela, sobre a malha, para escolher um ponto qualquer).

Uma segunda questão importante, é que os catalisadores responsáveis para que o sujeito marcasse e localizasse pontos no plano cartesiano poderiam ainda não estarem construídos por Lucas, e/ou estavam em processo de constituição pelo sujeito. Assim, talvez, esse processo pode ter sido “ativado” pelo desafio enfrentado pelo aluno na tarefa com o uso da Linguagem Digital em questão.

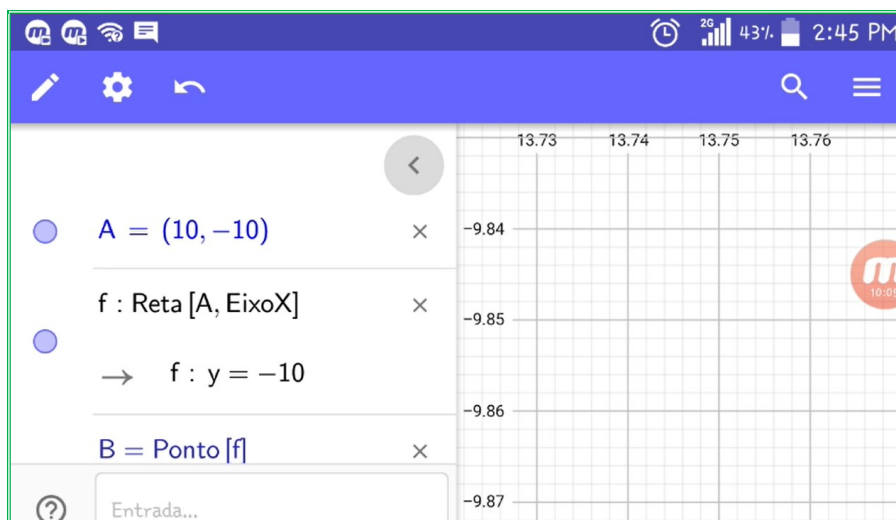
Assim, consideramos que este momento vivenciado pelo aluno é bastante importante para os processos de estruturação de conhecimentos, em particular, em processos de estruturação de conhecimentos acerca do conceito de distância entre dois pontos. Isso porque, é devido às desestabilizações a nível psicológico, que novos conhecimentos (catalisadores) podem ser ativados e/ou construídos pelo sujeito nas situações adversas da experiência vivenciada pelo indivíduo.

Vale lembrar que, o aluno Rogério em uma atividade similar, também enfrentou uma desestabilização bastante parecida com a enfrentada por Lucas. Para ambos os casos, consideramos que os sujeitos não possuíam ainda catalisadores necessários para que a mensagem em jogo fosse passível de ser internalizada.

Passado um tempo, desde que Lucas deparou-se com a tarefa solicitada pelo pesquisador, é possível verificar no vídeo de gravação de tela do aluno, que o mesmo utilizou a ferramenta de zoom, alterando a escala disposta na Figura 54. Em cada quadrado da malha quadriculada que possuía lados de 10 unidades, ele

passou para uma escala, em que os lados dos quadrados da malha possuíam lados cada vez menores. A Figura 54 representa o momento em que o aluno utilizou a aplicação do zoom na tela do celular:

Figura 55: Aplicação de Zoom pelo Aluno Lucas



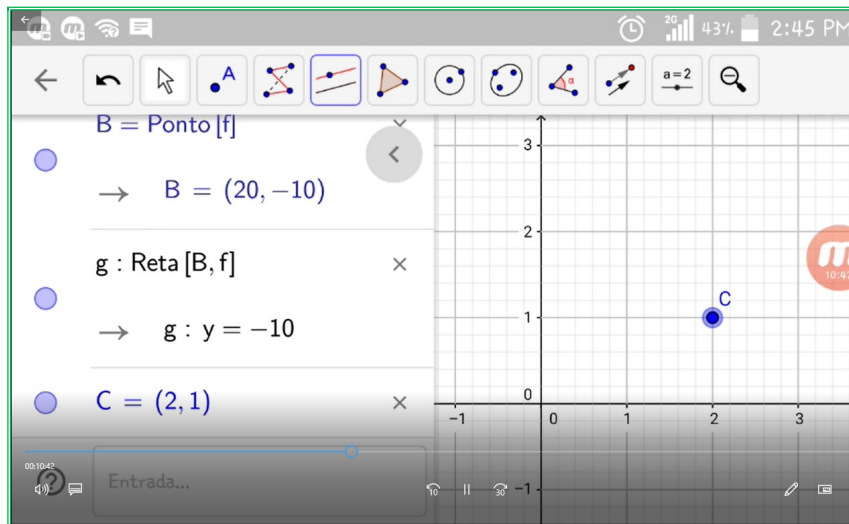
Fonte: Dados da Pesquisa

No momento em que o aluno realizou a aplicação do zoom na tela do celular, ele percebeu que a reta paralela ao eixo x, e os pontos A e B marcados sobre ela, construídos por ele nas ações de descrição do ciclo de ações realizado anteriormente, desapareceu. Naquele momento, o aluno externalizou a seguinte fala: “*Meu Deus! Cadê essa reta?*”. A partir dessa fala, e das ações realizadas pelo aluno até esta etapa, pode-se dizer que Lucas enfrentou algumas dificuldades de utilização do aplicativo, tendo dificuldades em marcar pontos a partir do toque em tela, a partir de suas coordenadas (tarefa atual), e conforme observado em outro momento do texto, de localizar os objetos matemáticos (retas e pontos) por ele construídos devido ao uso da ferramenta zoom.

Após este fato, o aluno realizou a seguinte questão ao professor: “*Vai apagar a reta ou pode deixar?*”. O pesquisador informou ao aluno que não era necessário apagar nenhuma construção para marcar o ponto solicitado. Depois que Lucas retornou a tela do celular ao estado em que foi possível localizar novamente a reta e os pontos por ele representados, iniciou, segundo o ciclo de ações de Valente, uma nova descrição para marcar o ponto A (1,2) solicitado pelo professor. A Figura 56

representa a execução dada pelo celular a partir da descrição realizada pelo aluno, formada por comandos constituídos pelo uso da ferramenta de marcar pontos, disponível no Geogebra:

Figura 56: Primeira Execução – Marcando o Ponto A (1,2)

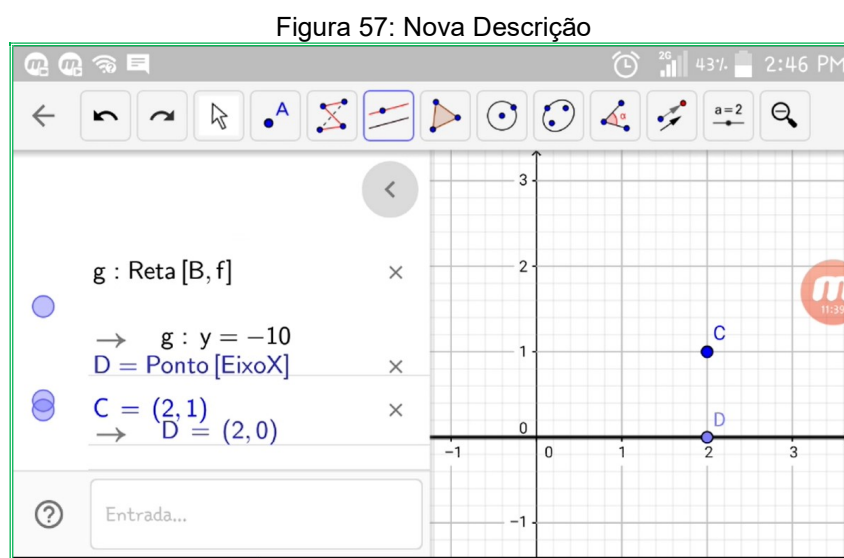


Fonte: Dados da Pesquisa

A partir da execução realizada pelo Geogebra no celular, referente à ação de descrição iniciada por Lucas, é possível verificar que o aluno marcou no plano cartesiano um ponto C, cujas coordenadas são: $x = 2$ e $y = 1$. Porém, o ponto solicitado deveria ter as coordenadas $x = 1$ e $y = 2$. Neste sentido, parece que nossas hipóteses estavam corretas (sobre conhecimentos necessários para que o sujeito fosse capaz de marcar e localizar um ponto no plano cartesiano, dado sua representação algébrica). Os conhecimentos (catalisadores) que auxiliariam Lucas neste tipo de tarefa ainda não haviam sido construídos pelo sujeito, e/ou estavam em processo de integração ao seu sistema psicológico.

É pertinente destacar o fato de que como o Geogebra apresenta simultaneamente a representação geométrica do ponto C (janela gráfica), com sua representação algébrica (coordenadas na janela de álgebra), isso possa ter contribuído para que Lucas percebesse que havia algo errado com sua solução. Isso porque o aluno, logo após marcar o ponto (2,1), externalizou a seguinte frase captada pelo áudio na captura de tela: **“Ah! meu ponto ta invertido”**.

Ao notar que a ordem das coordenadas estava invertida, o aluno iniciou uma nova descrição, formada por comandos constituídos pelo uso da ferramenta de marcar pontos. Lucas marcou um novo ponto D (2,0), ao que parece, sem levar em consideração o que percebera anteriormente, e que havia externalizado na fala acima descrita. A marcação deste ponto pode ter ocorrido por um toque em tela não planejado. A execução realizada pelo Geogebra no celular, referente a essa nova descrição, é apresentada na Figura 57.



Fonte: Dados da Pesquisa

Após verificar que o aluno marcou o ponto com coordenadas invertidas estabeleceu-se o seguinte diálogo entre professor e aluno:

Professor: "Lucas, conseguiu marcar?"

Lucas: "Tá invertido. Tentei aqui e não consegui..."

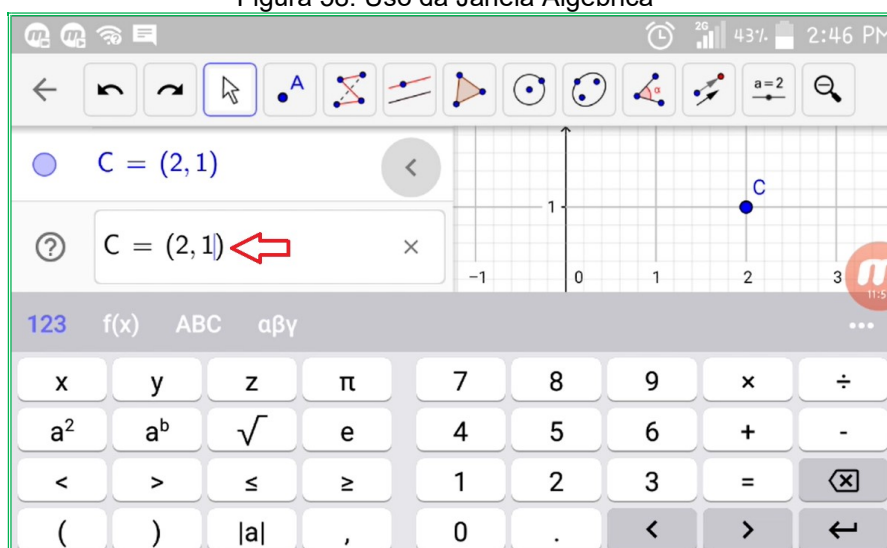
Professor: "Ok! Mas se está invertido como eu poderia fazer pra marcar o ponto que foi pedido? Pensa um pouco e conversamos."

Lucas: "Beleza."

Percebe-se a partir desse último diálogo firmado entre professor e aluno que Lucas, de fato, verificou que a ordem das coordenadas estava invertida ("*Tá invertido. Tentei e não consegui*"), e tentou realizar uma nova descrição para solucionar a tarefa proposta, porém marcou um ponto que não correspondia ao solicitado pelo professor.

Passado algum tempo, o aluno iniciou um novo ciclo de ações a fim de marcar no plano o ponto (1,2). Neste momento, é possível ver no vídeo de gravação de tela do aluno que uma nova descrição por ele foi realizada. Lucas abriu a janela algébrica e, ao que parece, desejou inserir na caixa de entrada do aplicativo as coordenadas do ponto, chegou também a inserir o cursor, talvez para corrigir, por ele, a descrição realizada anteriormente. A Figura 58 evidencia esses fatos.

Figura 58: Uso da Janela Algébrica²²



Fonte: Dados da Pesquisa

No momento em que Lucas pareceu querer corrigir as coordenadas do ponto C (2,1), inserindo o cursor na caixa de entrada do aplicativo, estabeleceu-se o seguinte diálogo entre ele e sua colega Nara.

Lucas: "Não tem D cara, caramba!"

Nara: "Não, volta seu [palavrão]"

Lucas : "(risos)"

Se no momento anterior, a colega Nara contribuiu para que Lucas refinasse as descrições que havia realizado, neste momento, consideramos que a frase externalizada pela colega, solicitando que Lucas saísse da janela algébrica, pode ter atrapalhado o aluno a encontrar uma nova estratégia. Após esse diálogo, Lucas pareceu ter abandonado a missão de marcar o ponto solicitado usando a caixa de

²² A seta vermelha na figura foi inserida pelo pesquisador para chamar a atenção de que o aluno inseriu o cursos na caixa de entrada do aplicativo.

entrada, e voltou a refletir sobre qual seria a distância entre os pontos que ele marcou (representados na Figura 54), estabelecendo um novo diálogo com sua colega Nara:

Lucas: "Como é que eu acho a distância aqui Nara?"

Nara: "A distância sua é 10 óh!"

Lucas: "Tá, A é 10 e B é 20."

Nara: "A distância é 10."

Lucas: "Então!"

Nara: "Você quer saber as coordenadas?"

Lucas: "Uhum..."

Nara: "As coordenadas oh...é y menos 10, x 10. Y menos 10, x..."

Lucas: " - 20 então néh?"

Nara: " Não, tá na..."

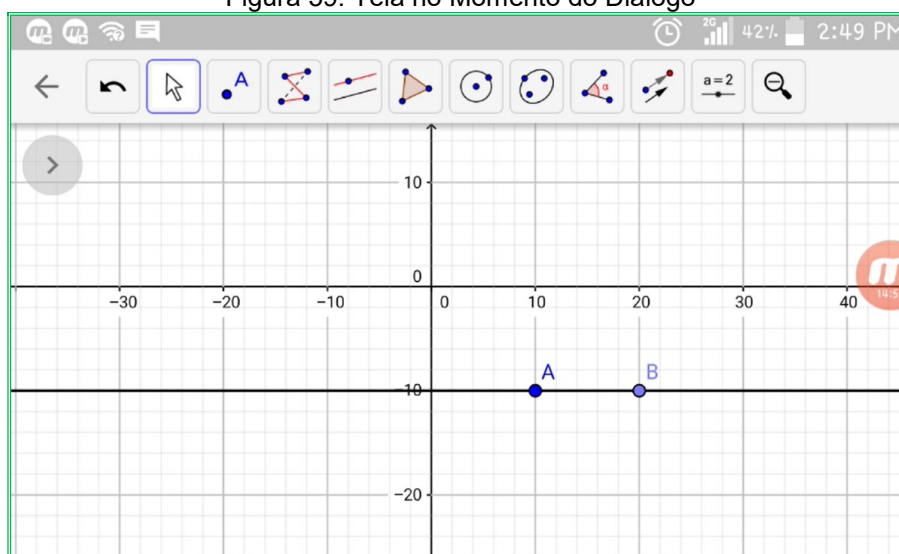
Lucas: "Ah! 10, beleza!"

A partir deste diálogo, vê-se que Lucas parece não ter certeza de que a distância entre os pontos era de 10 unidades, como havia afirmado para o professor em momento anterior. Afinal, questionou sua colega Nara sobre como encontrar a distância dos pontos que visualizavam na tela do celular. Este fato reforça nossas hipóteses de que o catalisador apresentado pelo aluno em outros momentos, para resolver essa tarefa, estaria ainda em fase de constituição e/ou em processo Internalização pelo sujeito.

Outro ponto importante a notar neste diálogo estabelecido entre Nara e Lucas, é que ao falarem de coordenadas, os alunos localizaram os pontos marcados invertendo, durante a fala, a ordem destas. Usualmente localizamos um ponto no plano, primeiramente pela sua abscissa x, e depois pela ordenada y. Isto pode justificar o fato do aluno Lucas ter marcado o ponto de coordenadas (2,1) ao invés de (1,2), na atividade descrita anteriormente. No entanto, só temos indícios, a partir deste diálogo para afirmar esta hipótese. Nossos dados não nos fornecem elementos suficientes para concluir que este tenha sido o motivo para que esta inversão das coordenadas fosse considerada pelo aluno Lucas na descrição realizada por ele, na tarefa solicitada pelo pesquisador.

A Figura 58 representa como estava a tela do celular do aluno no momento em que o diálogo descrito acima fora estabelecido entre Nara e Lucas:

Figura 59: Tela no Momento do Diálogo



Fonte: Dados da Pesquisa

Dando Continuidade ao processo de análises do aluno Lucas, o QR- Code 07 representa algumas ações do aluno no aplicativo, a fim de justificar o valor 10 encontrado como distância entre os pontos A e B, representados na Figura 59.



QR- Code 07²³: Aplicando Zoom

Analisando o trecho do vídeo de gravação de tela do celular de Lucas, apresentado no QR- Code 07 parece válido afirmar que ele desejou formalizar uma estratégia que calcularia a distância entre os pontos A e B, representados na Figura 58, validando que de fato essa distância seria igual a 10 unidades. O aluno aplicou zoom à tela do celular, alterando a escala da malha quadriculada, deixando o lado de cada quadrado da malha com 1 unidade de medida, a fim de verificar que o valor 10 está correto.

²³ Caro leitor, você pode acessar o conteúdo do QR - Code pelo link: <<https://youtu.be/4yRpcPPOM4Y>>

Um pouco antes de realizar estas ações, Lucas externalizou a seguinte fala captada em áudio: *“Mas, como eu faço pra explicar esse 10?”* Assim, parece que Lucas não mais estaria em dúvida de que o valor da distância fosse de 10 unidades. Pelas análises anteriores, o aluno externalizou, tanto em falas, quanto em comandos utilizados nas ações de descrições dos ciclos de ações, por ele vivenciados, elementos suficientes para evidenciar que para encontrar a distância entre esses pontos, bastaria realizar a subtração entre o valor de suas respectivas abscissas. A última fala externalizada pelo aluno, em especial, o trecho: *“[...] explicar esse 10?”*, parece indicar que o desejo do aluno era mesmo formalizar uma estratégia para este tipo de cálculo.

Próximo do término do primeiro encontro, Lucas e Nara estabeleceram um diálogo em que ambos parecem querer justificar o valor das distâncias encontradas entre os pontos marcados por eles. Alguns trechos desse diálogo parecem confirmar as hipóteses levantadas anteriormente:

Lucas: “Eu só olhei e vi cara!”

Nara: “Eu olhei pro gráfico e fiz a subtração! [inaudível] é essa explicação. ”

*Lucas: “**Você só subtrai o número maior pelo menor. Tá massa!**”*

Lucas: “É porque eu marquei fácil o A, eu marquei no 10 e o B marquei no 20 (risos). Não tem segredo, tipo...”

Nara: “Como eu marquei x quatro e x oito eu só subtrai oito por quatro e deu quatro. Portanto, a distância entre eles é quatro.”

*Lucas: “**Eu peguei o maior número e subtrai pelo menor número.** Acho que vou parar néh, porque já tem 40 minutos que to gravando essa aula aqui e meu armazenamento tá pouco. [...]”*

No diálogo acima é possível ver que Lucas externalizou uma estratégia para encontrar a distância entre os pontos marcados por ele. As falas externalizadas pelo aluno: *“Você só subtrai o número maior pelo menor. [...]”* e *“Eu peguei o maior número e subtrai pelo menor número.”*, indicam que o aluno internalizou, no decorrer deste primeiro encontro, a estratégia de que para encontrar a distância entre pontos com mesma ordenada, bastava realizar a subtração entre as abscissas dos pontos A e B, no caso, do maior valor para o menor.

Apesar de Lucas não utilizar termos matematicamente formais para os valores das abscissas do ponto A e B, percebe-se a partir do diálogo, que ele utiliza as palavras *“número”* referindo-se ao valor das abscissas dos pontos em questão, e parece compreender que este valor refere-se a abscissa de cada um dos pontos,

conforme evidencia a fala: “*É porque eu marquei fácil o A eu marquei no 10 e o B marquei no 20 (risos). Não tem segredo, tipo...*”. Vale lembrar que a mesma estratégia foi desenvolvida e externalizada pelo aluno Rogério no primeiro encontro.

A partir das análises realizadas até aqui, parece válido considerar que esta estratégia externalizada pelo aluno Lucas se constituiu para ele, um catalisador (conhecimento) necessário para resolver esse tipo de tarefa. O aluno, a partir do uso da Linguagem Digital, inicialmente marcou pontos cujas coordenadas são números decimais, e posteriormente escolheu marcar pontos com coordenadas inteiras, conforme externalizado pelo próprio aluno, com o objetivo de facilitar o cálculo da distância entre os pontos.

Esta escolha, ao que parece, pode ter sido influenciada pela malha quadriculada do Geogebra, enquanto material simbólico, que funcionou, neste caso, como organizador e estruturante dos processos superiores do sujeito (VYGOTSKY, 2008). Neste sentido, todas as ações de Lucas realizadas a partir do ciclo de ações por ele vivenciado, aliadas às suas interações com a Linguagem Digital, contribuíram para iniciar o processo de constituição deste conhecimento (catalisador) mobilizado na resolução da tarefa deste primeiro encontro, e externalizado por ele no último diálogo.

Neste sentido, consideramos que estes conhecimentos parecem estar situados na camada II do sistema de Internalização/ Externalização do Aluno, visto que a estratégia externalizada representa uma generalização para o cálculo de distâncias entre pontos, com as características dadas na tarefa (de mesma ordenada). Porém, com os dados até aqui analisados não se pode afirmar com certeza de que esta estratégia tenha sido agregada ao conjunto de sentidos pessoais constituídos pelo sujeito (camada III).

4.4 AS DISTÂNCIAS DE LUCAS

Conforme apresentado em outro momento do texto, no primeiro encontro o professor pesquisador notou a dificuldade dos alunos em marcar e localizar pontos no plano cartesiano a partir do uso do Geogebra. Assim, no segundo encontro, o professor resolveu solicitar inicialmente aos alunos que marcassem o ponto A (1,2)

no plano. Vale lembrar que este ponto fora marcado com as coordenadas invertidas pelo aluno Lucas no encontro anterior, após ser proposto pelo pesquisador como uma tarefa a parte ao aluno. Porém, ao analisar o vídeo de gravação de tela do celular do aluno Lucas, não há registro realizado pelo sujeito para a resolução desta tarefa solicitada ao grupo. O vídeo inicia com a resolução da tarefa 1 do Momento 1, proposta para este encontro que consistia em marcar dois pontos, com mesma abscissa e com coordenadas inteiras.

Após ouvir o enunciado desta tarefa, Lucas começou a desenvolver estratégias de resolução, no entanto, a partir do vídeo de gravação de tela do aluno, é possível verificar que o aluno enfrentou algumas dificuldades para marcar dois pontos com as características exigidas. Lucas realizou diversas aplicações de zoom na tela do celular, fazendo com que a malha quadriculada não apresentasse uma escala de medida usual (tendo como lado dos quadrados uma unidade de medida (1 u.m.)). A realização desta ação pareceu dificultar o processo de marcação de pontos realizado pelo aluno. A Figura 60 representa um dos momentos em que o aluno aplicou zoom à tela do celular.

Figura 60: Aplicando Zoom

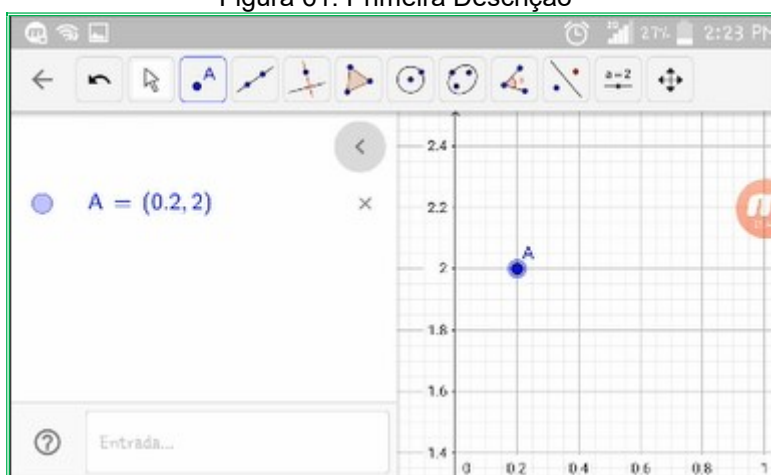


Fonte: Dados da Pesquisa

No momento de aplicação de zoom apresentado na Figura 60, Lucas externalizou a seguinte fala: *“Cara! O que eu fiz aqui?”*. Após externalizar esta frase o aluno fechou o aplicativo e optou por escolher um novo arquivo a fim de que a malha quadriculada voltasse à forma padrão apresentada quando o aplicativo é

iniciado. Após esta ação, Lucas novamente aplicou zoom à tela do celular, e iniciou um ciclo de ações cuja descrição consistiu na marcação do ponto A, de abscissa igual a 0,2 e ordenada igual a 2. Assim, os comandos utilizados pelo aluno nesta descrição, consistiram no uso da ferramenta de marcar pontos disponíveis no Geogebra. A Figura 61 representa a execução do software pelo celular, referente à descrição realizada pelo aluno.

Figura 61: Primeira Descrição



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir do vídeo de gravação de tela do aluno, e da Figura 61, é possível verificar que Lucas, após marcar o ponto A no plano, abriu a janela de álgebra a fim de verificar as coordenadas do ponto marcado. No momento em que o aluno realizou esta descrição estabeleceu-se um breve diálogo entre professor e aluno, no qual o professor questionou Lucas se ele havia conseguido marcar os pontos solicitados, de mesma abscissa. O aluno externalizou a seguinte frase após ser questionado: *“Eu fiz [palavrão] aqui to tentando arrumar”*.

Mediante os conhecimentos externalizados nas falas e nas ações dos ciclos de ações vivenciados por Lucas, parece válido considerar que o aluno, nesta etapa da atividade, vivenciou fenômenos de Camada II. O palavrão externalizado pelo aluno evidencia, juntamente com a abertura da janela de álgebra apresentada na Figura 61, que o aluno percebeu que a abscissa do ponto A não satisfazia a exigência da tarefa solicitada. Assim, o aluno pareceu apresentar conhecimentos do

que seja um número inteiro. Estes conhecimentos podem ter sido interiorizados a partir de suas interações com a cultura coletiva.

Ainda, ao contemplar a execução do software pelo celular, Lucas vivenciou ações de reflexão que parecem evidenciar que construiu, a partir dos movimentos realizados desde o encontro anterior, conhecimentos referentes à marcação e localização de pontos, percebendo que cada ponto possui uma localização exata no plano, fornecida pelas suas coordenadas. Esses fatos que nos fizeram considerar que os fenômenos vivenciados pelo aluno encontram-se na camada II de seu sistema de Internalização/Externalização.

Como estes conhecimentos foram mobilizados, em particular, apenas nesta etapa da atividade, não temos dados suficientes para comprovar que o aluno vivenciou fenômenos de camada III. No entanto, ao que parece, as mensagens internalizadas/externalizadas por Lucas até aqui podem ser passíveis de serem interiorizadas ao nível mais profundo de seu sistema de Internalização/Externalização (camada III).

O QR- Code 08 apresenta as novas estratégias adotadas por Lucas a fim de marcar os pontos solicitados pelo professor:



QR- Code 08²⁴: Aplicando Zoom e Marcando Pontos

A partir do trecho do vídeo de gravação de tela do aluno Lucas, disponível no QR – Code 08 percebe-se que após marcar o ponto A, ele novamente aplica diversas vezes o zoom à tela do celular na tentativa de que a malha quadriculada voltasse à configuração dada ao abrir pela primeira vez o aplicativo. Sem êxito, o aluno fechou e abriu novamente o aplicativo, optando mais uma vez, pela criação de um novo arquivo a partir da opção “novo”, disponível no menu de configurações do Geogebra.

²⁴ Caro Leitor, caso esteja fazendo a leitura da tese via celular, você pode acessar o conteúdo do QR-Code 08 pelo endereço: < https://www.youtube.com/watch?v=f6hrafka_4A >.

Ao verificar que a malha quadriculada estava de acordo com o desejado, o aluno externalizou a seguinte fala: *“Ufa! Até que enfim!”*. Esta fala parece evidenciar que os diversos movimentos de zoom realizados pelo aluno, que alteraram a escala da malha, dificultaram a realização da tarefa, além de indicar que o aluno estava tendo dificuldades em manejar o aplicativo a fim de que a malha quadriculada ficasse com uma escala usualmente apresentada, por exemplo, em livros e espaços escolares (nível mesogenético). Talvez os usos feitos pela malha quadriculada em outros momentos (inclusive os do primeiro encontro do aluno com o Geogebra para celulares) possam tê-lo influenciado nestas ações realizadas.

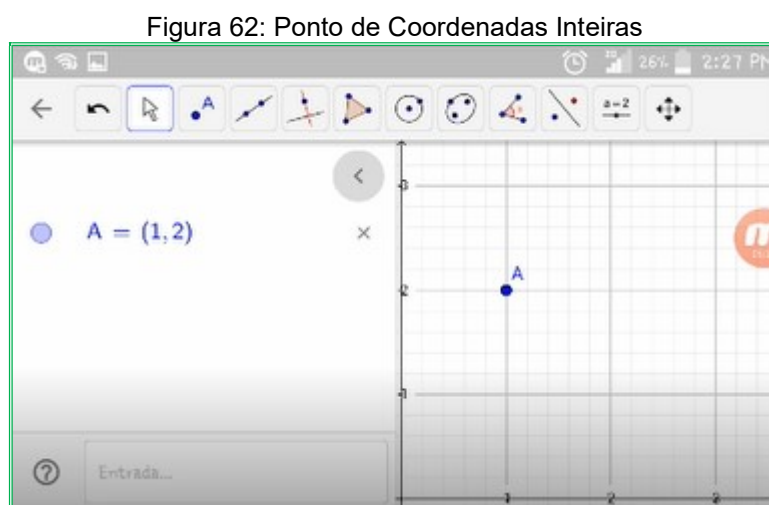
Após estes movimentos, Lucas iniciou um novo ciclo de ações realizando uma nova descrição a partir do uso da ferramenta de marcar pontos do Geogebra, cuja execução gerou a representação de outro ponto A de abscissa igual a 0,5 e ordenada igual a 2, conforme pode ser visto no QR – Code 08. Ao contemplar a execução referente a esta nova descrição, Lucas externalizou a seguinte fala captada em áudio: *“Aí **ta em meio ainda** mano, putz grilo! Aí eu só faço [palavrão] eu falo pra você que só faço [palavrão]...”*.

O aluno ao abrir a janela algébrica do aplicativo e analisar que a abscissa do ponto A não correspondia a um número inteiro, demonstra que possui algum conhecimento acerca deste conjunto numérico. Assim, é válido considerar que nesta ação de reflexão, Lucas vivenciou fenômenos de camada III, pois apresentou pela segunda vez, durante a resolução desta tarefa, conhecimentos sobre números inteiros ao perceber que a abscissa do ponto marcado não satisfazia a exigência solicitada pelo professor.

Estes conhecimentos parecem ter sido internalizados pelo aluno em outras vivências, fruto de suas interações com a cultura coletiva. Por duas vezes, o aluno sabe que os números 0,2 e 0,5 (abscissas dos pontos por ele marcados) não podem ser considerados na resolução da tarefa. Neste sentido, parece que estes conhecimentos estão integrados a estrutura intrapsicológica de sentidos pessoais do aluno, o que nos levou a caracterizar, que neste momento, o aluno vivenciou fenômenos nesta camada. Vale ressaltar, que o aluno talvez tenha marcado o ponto A com abscissa igual a 0,5, pois não tenha percebido que ao aplicar zoom à tela do celular, antes da marcação deste ponto, a escala da malha quadriculada havia sido

alterada conforme observado no vídeo de gravação de tela, e apresentado no QR-Code 08.

Após verificar que o ponto A anterior não satisfazia as exigências da tarefa, Lucas iniciou um novo ciclo de ações, realizando uma nova descrição cuja execução finalmente gera no plano cartesiano, a representação do ponto A (1,2), desta vez com coordenadas inteiras. A Figura 62 representa a execução dada pelo celular a partir dos comandos de marcar pontos, utilizados na descrição do aluno.



Fonte: Dados da Pesquisa

Após marcar o ponto A (1, 2) no plano cartesiano, Lucas, Nara e o professor estabeleceram o seguinte diálogo:

Lucas: "Ufa, até que enfim consegui arrumar. O que é que tem que fazer agora?"

Nara: "Os dois tem que ter a mesma coordenada x."

Lucas: "Então têm que fazer um aqui, é isso?"

Nara: "Você tá me imitando?"

Lucas: "Tô (risos)".

Nara: "É... eu acho que sim. Só que meu A é o 1 e seu B é 2. Tá certo!"

Professor: "A gente vai combinar de deixar a malha quadriculada de um em um, percebi que vocês estão aplicando zoom e tendo dificuldades."

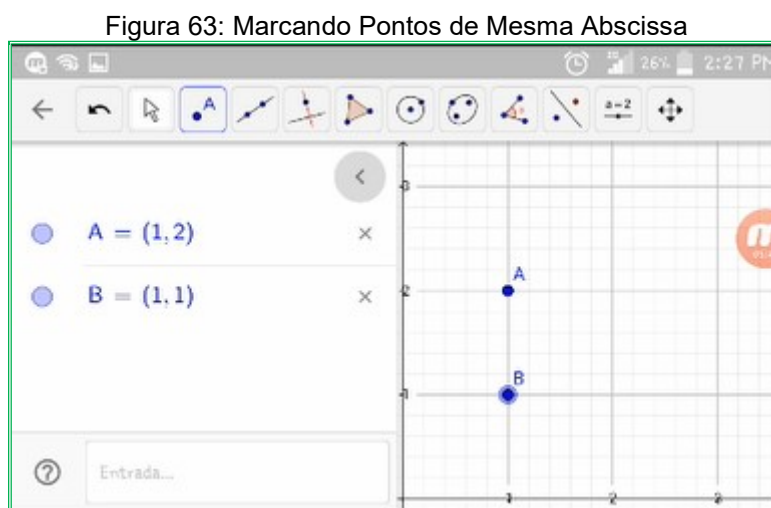
Lucas: "Esse negócio de zoom aqui é do mal, porque agora que eu consegui normalizar. Eu comecei a aumentar, aumentar... nem sei o que fiz néh Nara? Dez minutos pra tentar arrumar os..."

Logo após estabelecer o diálogo com a sua colega e o professor, Lucas iniciou uma nova descrição, cuja execução gerou a representação do ponto B (1,1) no plano cartesiano. Esta descrição realizada pelo aluno Lucas, foi constituída a

partir do uso da ferramenta marcar pontos (comandos) do Geogebra. Ainda sobre o diálogo apresentando entre Lucas e Nara, destaca-se a influência que a colega tem sobre algumas das estratégias adotadas por Lucas. O aluno questiona Nara sobre a veracidade ou não de suas ações, o que de certa forma pode ter contribuído, em algumas situações, de forma positiva para o processo de estruturação de conhecimentos vivenciado pelo aluno.

Ao que parece, Lucas realiza as tarefas a partir do que Nara realizou no celular. As falas: “Você tá me *imitando?*” e “Tô” evidenciam este fato. No entanto, não consideramos que tal imitação tenha sido uma copia fiel do que Nara fez. Lucas externalizou alguns processos de reflexão a partir do que fizera no aplicativo, ainda que tenha se baseado nas resoluções feitas pela colega. Outro fato importante a destacar, é que o uso do zoom realizado pelo aluno, de fato configurou-se como uma dificuldade para ele na resolução da tarefa solicitada pelo professor. A frase externalizada pelo aluno: “*Esse negócio de zoom aqui é do mal, porque agora que eu consegui normalizar. Eu comecei a aumentar, aumentar... nem sei o que fiz néh Nara?*”, evidencia este fato.

A Figura 63 representa a execução dada pelo celular a partir da nova descrição realizada pelo aluno.



Fonte: Dados da Pesquisa

Logo após a descrição realizada pelo aluno, o professor, ao verificar que o grupo em geral havia conseguido marcar os dois pontos com as características

exigidas, questionou os alunos sobre qual seria a distância entre os pontos em questão. Em seguida, Lucas e Nara estabeleceram o seguinte diálogo:

Nara: *“A distância entre o meu ponto A pro ponto B é um néh?”*

Lucas: *“Hum... O quê?”*

Nara: *“A distância do ponto A pro ponto B?”*

Lucas: *“É um. O Nosso também! Bom o meu na verdade é 0,9, por causa que o meu deu um ponto um. O teu deu quantos? O teu é zero vírgula oito. Por que aqui é um ponto dois entendeu?”*

Nara: *“Não é um ponto dois, essa é a coordenada um, um e um, dois!”*

Lucas: *“Ah! é mesmo, disfarça. Disfarça! (risos). Que burro eu sou cara (risos).”*

Nara: *“Essa reta é infinita.”*

Lucas: *“Que reta?”*

Nara: *“Essa do plano Cartesiano.”*

Lucas: *“Eu que o diga, fiquei meia hora aí, dando zoom (risos).”*

Nara: *“[cantarolando]”*

A partir deste diálogo estabelecido, é possível verificar que Lucas a partir da fala externalizada por ele, associada a ações de reflexão vivenciadas ao ter analisado a execução realizada pelo Geogebra, encontrou a distância entre os pontos A e B por ele marcados, afirmando que ela seria igual a um, conforme pode ser visto na seguinte fala: *“É um. O Nosso também! [..]”*. Ao que parece, o aluno recorre à contagem do número de lados de quadrados da malha quadriculada para justificar esse valor. Assim, a malha quadriculada, enquanto material simbólico, pode ter influenciado novamente o aluno a organizar e estruturar seus processos mentais superiores, fornecendo então a resposta dada ao contemplar a representação geométrica dos pontos representados no plano.

No entanto, ao analisar a continuação das externalizações de Lucas, a saber: *“Bom o meu na verdade é 0,9, por causa que o meu deu um ponto um. O teu deu quantos? O teu é zero vírgula oito. Por que aqui é um ponto dois entendeu?”,* pode-se dizer que o aluno, ao analisar a representação algébrica dos pontos A e B na janela de álgebra do aplicativo, confunde a representação (1,2), coordenadas do ponto A, por exemplo, com o número decimal 1, 2. Ao que parece, os catalisadores internalizados por Lucas até este momento, não eram capazes de auxiliá-lo a compreender que a representação algébrica das coordenadas dos pontos envolvidos na tarefa não representavam números decimais, ainda que ele tenha até esta etapa da atividade marcado alguns pontos em outras situações vivenciadas.

O aluno, ao que parece, reconhece o símbolo 1,2 como número decimal, e não como coordenadas associadas a um ponto específico do plano cartesiano. O

sentido para o símbolo (1,2) parece estar em processo de constituição pelo aluno, a partir de suas interações com a tarefa resolvida, via Linguagem Digital, e, pelas intervenções feitas pela sua colega. Talvez, esse tenha sido o fato de Lucas ter marcado inicialmente no primeiro encontro, pontos sobre o eixo das abscissas (x).

Ao que parece, Lucas, após ouvir as intervenções de Nara, alertando-o de que coordenadas não eram números decimais (“*Não é um ponto dois, essa é a coordenada um, um e um, dois!*”), compreende que a representação (1,2), por exemplo, não poderia ser de um número decimal. A fala externalizada por ele: “*Ah! é mesmo, disfarça. Disfarça! (risos) [...]*” nos dá indícios de que talvez um processo de reflexão tenha sido iniciado.

Ainda sobre o diálogo entre os alunos, é possível deduzir que o Geogebra contribuiu para que eles percebessem, a partir da interação com a Linguagem digital em questão, por exemplo, que o eixo x poderia representar uma reta, e por consequência seria infinito. Consideramos que esta conclusão apresentada pelos alunos, a partir dos diversos movimentos de zoom realizados, não poderia ser justificada, por exemplo, usando apenas lápis e papel.

Passado algum tempo da realização do diálogo estabelecido entre Nara e Lucas, o professor resolveu, após atender outros alunos, questionar Lucas sobre o que ele havia feito para encontrar a distância entre os pontos marcados. No momento do questionamento realizado, vale ressaltar que o tela do celular de Lucas ainda estava com a mesma configuração da Figura 63. Assim, um novo diálogo foi estabelecido:

Professor: “O que você fez Lucas pra...”.

Lucas: “Pra achar a distância?”.

Professor: “Uhum!”.

Lucas: “Só olhei aqui oh (apontando para a malha), tipo... é um néh porque eu marquei o primeiro ponto... tá no 2 e o segundo... tá no um néh! Um pra dois é um...”.

Professor: “Você então olhou pra malha quadriculada?”.

Lucas: “É...”.

Pelos questionamentos realizados pelo professor e pelas respostas fornecidas por Lucas, apresentadas no diálogo logo acima, é possível confirmar algumas das hipóteses levantadas anteriormente. Dentre elas, que a malha

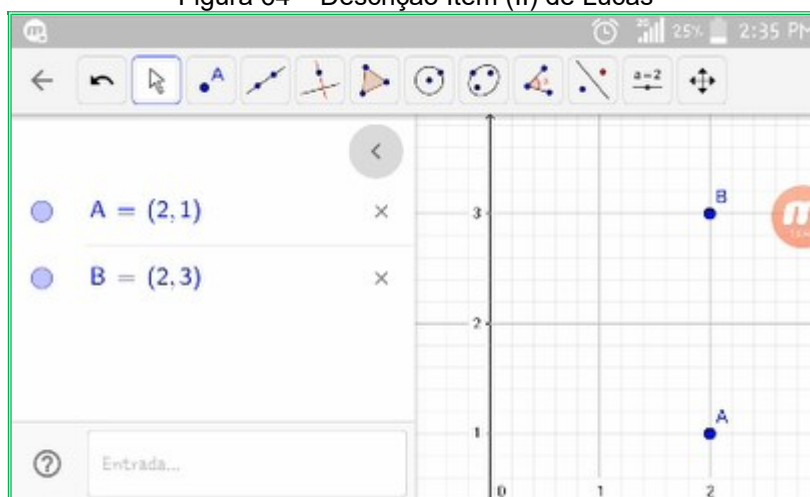
quadriculada tenha influenciado, de fato, o aluno a encontrar o valor um para a distância entre os pontos A e B.

Lucas, a partir da representação geométrica dos pontos, observou na tela do celular, que para se chegar de um até dois faltava um. Não há indícios, nesta etapa da atividade, de que Lucas tenha construído uma estratégia de cálculo utilizando as coordenadas dos pontos A e B (subtração da maior ordenada pela menor) para se chegar ao mesmo resultado. Lembrando que, na atividade do encontro anterior esta estratégia foi mobilizada por ele.

Após algum tempo, o professor solicitou aos alunos que realizassem a tarefa (II) do Momento 1, proposta no segundo encontro. A tarefa consistia em movimentar os pontos marcados no item (I), porém de modo que eles continuassem com a mesma abscissa.

Lucas ao deparar-se com esta tarefa iniciou um novo ciclo de ações, realizando duas novas descrições, usando a ferramenta mover como comandos para realizá-las. Na primeira descrição, Lucas moveu os dois pontos que estavam representados na tela do celular, marcando agora os pontos A (2,2) e B (2,3). Na segunda descrição, Lucas marcou os pontos A (2,1) e B (2,3), conforme mostrado na Figura 64, execução realizada pelo Geogebra no celular, após a inserção da segunda descrição realizada pelo aluno.

Figura 64 – Descrição Item (II) de Lucas



Fonte: Dados da Pesquisa

Passado algum tempo, após Lucas realizar a descrição que gerou a execução apresentada na Figura 64, o professor ao verificar que os alunos haviam conseguido cumprir a tarefa (II), resolveu questionar o grupo a fim de que eles encontrassem um modo de encontrar a distância entre pontos com mesma abscissa, mas sem recorrer à malha quadriculada (estratégia mobilizada pela maioria). Após ouvir a estratégia que Rogério externalizou ao grupo, de que bastava olhar para as coordenadas de A e B, e realizar a subtração entre as ordenadas, do valor maior para o menor, Lucas estabeleceu o seguinte diálogo com Nara.

Lucas: "Entendeu Nara? Entendeu? Eu to entendendo uma coisa ou outra, eu comigo que dá dois".

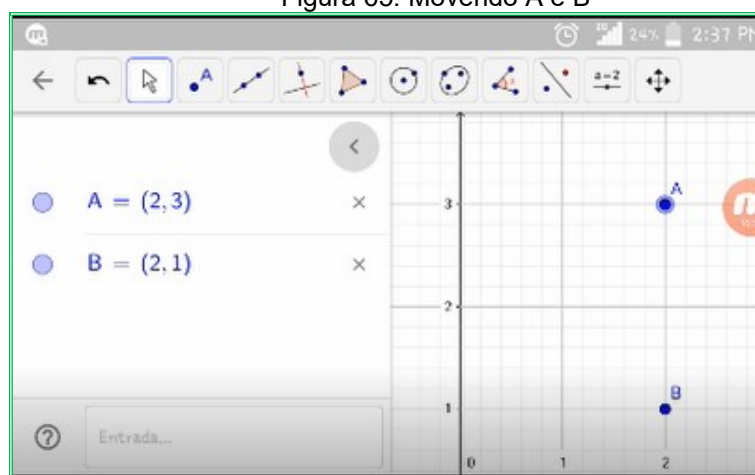
Nara: "Pegar o maior e diminuir [inaudível]. O seu A tem que ser maior que seu B, porque se ele for menor vai dar negativo."

Lucas: "O A tem que ser maior, ah! eu não gosto muito de negativo não".

Nara: "É verdade néh, vamos mover essa joça então... então 3 menos 1 dá dois".

Logo após o diálogo, Lucas realizou uma nova descrição, utilizando comandos a partir da ferramenta mover, trocando os pontos A e B de lugar, ou seja, as coordenadas de A ficaram iguais ao par ordenado (2,3) (B na descrição anterior) e do ponto B igual a (2,1) (A na descrição anterior). Novamente, a intervenção de Nara influenciou as tomadas de decisões do aluno nesta etapa da atividade, Lucas (e também a aluna Nara) não refletiram sobre o fato de que a troca de lugar dos pontos, não alteraria o valor da distância entre os pontos A e B. Ou, que bastava diminuir o valor da ordenada de B pelo de A (conforme Figura 64), sem necessitar trocar a ordem dos pontos. Tal valor, inclusive, fora encontrado por ele, conforme a fala externalizada, fruto de uma ação de reflexão vivenciada neste ciclo de ações, ao contemplar a execução apresentada na Figura 65, "[...] eu comigo que dá dois". Ainda assim, o aluno decidiu seguir as orientações da colega. A Figura 65 representa a execução realizada pelo Geogebra, no celular, após o aluno mover os pontos A e B de lugar, trocando-os de posição.

Figura 65: Movendo A e B



Fonte: Dados da Pesquisa

Consideramos que nas ações de reflexão, associadas ao ciclo de ações, realizado por Lucas até este momento, o aluno parece ter vivenciado fenômenos de Camada II, pois apresentou uma generalização de como realizar o cálculo de distâncias entre pontos com as características apresentados na tarefa. Generalização esta que o afasta de fenômenos da camada I, pois ao afirmar que a distância é dois, pois 3 menos 1 resulta em dois (“[...] *então 3 menos 1 dá dois*”), os processos mentais superiores, aplicados por Lucas nesta tarefa, não podem estar apenas na esfera da atenção do sujeito. Ainda que o aluno tenha trocado a ordem dos pontos para não trabalhar com números negativos, sem se atentar que não precisava realizar esta ação para encontrar a distância entre os pontos, a operação executada ainda é uma generalização para o caso em estudo.

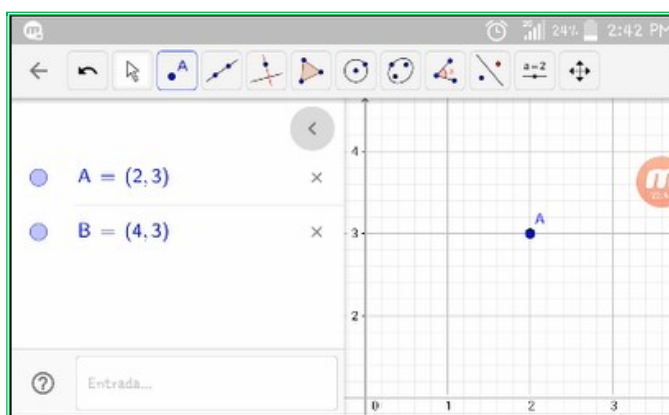
Como o professor, no momento da aula não percebeu essa troca de lugar entre os pontos A e B, não questionou Lucas sobre o porquê ele resolveu efetuar esta ação. Talvez, questionamentos como: Os pontos conforme estavam anteriormente possuíam qual distância? Não poderíamos realizar a mesma operação da forma como os pontos estavam antes? Da forma em que os pontos estavam que ordem na subtração entre as ordenadas deveria ser considerada, para que a distância encontrada fosse um número positivo? Poderiam ser algumas perguntas que talvez auxiliassem o aluno a refletir sobre sua ação.

Passado um tempo, o professor solicitou aos alunos a tarefa (I) do momento 2, proposta para o segundo encontro, que consistia em marcar dois pontos no plano

cartesiano, cujas coordenadas fossem números inteiros porém, agora, com ordenadas iguais.

Ao deparar-se com essa tarefa, Lucas iniciou um ciclo de ações na tentativa de resolvê-la, utilizando a ferramenta mover (comandos), moveu o ponto B representado na última execução (ver Figura 65) de modo a satisfazer a exigência imposta pela tarefa. A Figura 66 representa a execução do Geogebra, após a inserção da descrição realizada pelo aluno:

Figura 66: Marcando Pontos com Mesma Ordenada



Fonte: Dados da Pesquisa

Ao verificar que Lucas havia marcado os pontos solicitados, o professor estabeleceu o seguinte diálogo com o aluno:

Professor: “E aí Lucas, conseguiu?”

Lucas: “Sim, marquei A dois, três e B quatro, três”.

Professor: “Possuem a mesma ordenada?”.

Lucas: “Sim, três néh?”.

Professor: “E qual a distância entre esses pontos?”.

Lucas: “Dois. De dois até quatro são dois”.

Professor: “Como você encontrou esse dois?”.

Lucas: “Olhei aqui. (indicando a malha quadriculada)”.

Professor: “Como você faria olhando para as coordenadas?”.

Lucas: “Quatro menos dois? Do maior pro menor, pra dá positivo.”.

Pelo diálogo, é possível inferir que nesta etapa da atividade, Lucas apresentou duas estratégias para o cálculo de distância entre pontos com mesma ordenada. O aluno encontrou o valor dois, olhando tanto para a malha quadriculada (o que pode ser evidenciado a partir das seguintes falas externalizadas pelo aluno,

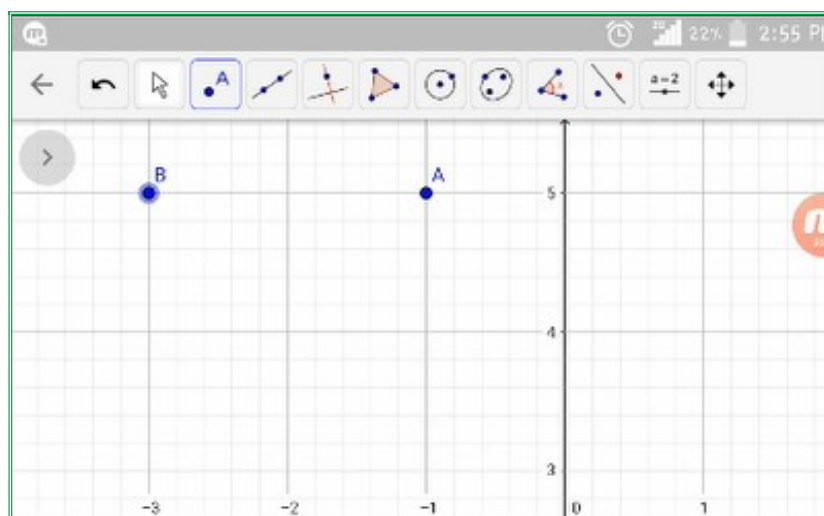
quando analisou a execução referente à descrição feita por ele: *“Dois. De dois até quatro são dois”*. e *“Olhei aqui”*.), quanto a partir da subtração das abscissas dos pontos, do valor maior para o menor, no caso, quatro menos dois (*“Quatro menos dois? Do maior por menor pra dá positivo”*).

Assim, consideramos que o aluno, nesta fase da atividade, vivenciou nas ações de reflexão do ciclo, fenômenos de camada II, pois nas falas externalizadas por Lucas verifica-se indícios de generalizações, a partir de suas interações com a Linguagem digital, para o cálculo de distância entre pontos com mesma ordenada. Pode-se dizer que a malha quadriculada, como material semiótico, tenha influenciado a construção desta generalização. O valor quatro é encontrado inicialmente por ela, e ao ser questionado pelo professor, o aluno buscou uma relação entre as coordenadas dos pontos A e B de forma que o valor encontrado fosse o mesmo.

Tais ações não podem estar somente na esfera da atenção do sujeito, devido ao nível das operações mentais externalizadas por ele, durante as ações do ciclo. Porém, ainda não temos dados suficientes para confirmar que este conhecimento (catalisador) fora internalizado na última camada de seu sistema psicológico (Camada III).

Após o aluno realizar esta tarefa, o professor resolveu solicitar a Lucas uma nova proposta, a fim de compreender melhor como esses conhecimentos externalizados na tarefa anterior haviam sido interiorizados. Para tanto, propôs ao aluno que marcasse dois pontos com mesma ordenada, porém agora com abscissas negativas. Após marcá-los, que calculasse a distância entre eles. A descrição realizada por Lucas para resolver esta tarefa consistiu na marcação dos pontos A (-1, 5) e B (-3, 5), conforme apresentado na Figura 67.

Figura 67: Tarefa Proposta pelo Professor



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir do vídeo de gravação de tela do aluno, nesta etapa da atividade, o professor notou que Lucas parecia não mais confundir, por exemplo, o símbolo $(-1,5)$, coordenadas do ponto A, com o número decimal $-1,5$, conforme feito em outra tarefa. O aluno nesta atividade, e também na atividade anteriormente desenvolvida, realizou a marcação de pontos com êxito, utilizando a ferramenta de marcar pontos disponível no aplicativo, abrindo a janela algébrica do Geogebra sempre após marcar um dado ponto (fato que pode indicar que o aluno realizava uma comparação entre a representação geométrica do ponto marcado, com sua representação algébrica).

Neste sentido, consideramos que o aluno, a partir das interações realizadas com a Linguagem Digital, e pela forma com que executou a marcação de pontos observada pelo professor no vídeo de captura de tela, internalizou conhecimentos (catalisadores) que o auxiliaram em tarefas ligadas a marcação e localização de pontos no plano. Pela forma com que Lucas avançava no ciclo de ações por ele desenvolvido, consideramos que estes conhecimentos, outrora situados na camada II, ou em processo de constituição enquanto catalisadores passaram a estar situados na camada III de seu sistema de Internalização/Externalização.

Diferentemente do aluno Rogério, que nesta etapa da atividade havia externalizado outra estratégia para marcação de pontos, recorrendo à caixa de entrada do aplicativo, Lucas manteve a estratégia de marcar pontos, utilizando em

suas descrições a ferramenta de marcar pontos (comandos), e realizando toques em tela.

Questionado pelo professor sobre qual a distância entre os pontos A e B apresentados na Figura 67 o aluno externalizou a seguinte fala: *“Dá dois, pego o maior... menos um... menos o menos três que dá dois!”*. O professor questionou Lucas ainda sobre porque a abscissa -1 seria maior que -3. O aluno externalizou a seguinte frase como resposta à questão do pesquisador: *“Porque o -3 está mais afastado do zero, quanto mais afastado ele estiver, menor é número”*.

Sobre as falas externalizadas por Lucas, associadas às ações de reflexão por ele realizadas ao analisar a execução realizada pelo Geogebra, conforme apresentada na Figura 67, pode-se dizer que o aluno vivenciou fenômenos de camada III nesta etapa da tarefa. O aluno utilizou por duas vezes a mesma estratégia, e mesmo com números negativos representando as abscissas que deveriam ser subtraídas, usou estes conhecimentos em outro contexto apresentado. O aluno externalizou ainda conhecimentos relativos à comparação entre números inteiros (*“[...] quanto mais afastado ele estiver menor é número.”*), conhecimentos estes mobilizados na realização da tarefa proposta. Sendo assim, neste momento, consideramos que a estratégia construída no decorrer de suas interações com a Linguagem Digital, começou a ser povoada por sentidos pessoais, a partir do que Lucas vivenciou ao longo da resolução destas tarefas, fato que nos leva a considerar fenômenos nesta camada.

Ainda sobre os conhecimentos acerca de comparação entre números inteiros, consideramos que estes são catalisadores internalizados em outros momentos por Lucas, oriundos de suas interações com a cultura coletiva. Tal catalisador foi mobilizado a partir da tarefa em que as abscissas possuíam um valor negativo, e necessitavam ser subtraídas, a fim de que o resultado encontrado para a distância entre os pontos, fosse positivo. Sem este conhecimento, provavelmente Lucas não avançaria no processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos no contexto desta tarefa. Assim, este catalisador parece ter sido um dos responsáveis para que as mensagens nesta etapa pudessem estar situadas no âmbito mais interno do sistema psicológico do aluno.

Vale salientar, que Lucas até aquele momento não havia mobilizado como estratégia para encontrar a distância entre dois pontos, o uso da ferramenta de medir distância disponível no Geogebra, diferentemente do aluno Rogério, que nesta etapa da atividade havia utilizado a ferramenta diversas vezes, inclusive para verificação dos resultados obtidos a partir das estratégias utilizadas para o cálculo de distâncias. Ainda assim, as estratégias interiorizadas pelos dois sujeitos são similares, mas internalizadas com interações muito particulares de cada um dos indivíduos.

Continuando a análise do processo de estruturação de conhecimentos do aluno Lucas, apresenta-se o QR – Code 09 em que é possível verificar as estratégias realizadas pelo aluno a fim de resolver a tarefa do Momento 3, logo após os alunos concluírem o momento anterior.



QR – Code ²⁵09: Marcando Pontos com Distância 5

A partir da análise do trecho do vídeo de gravação de tela de Lucas, conforme apresentado no QR – Code 09, é possível verificar que o aluno ao deparar-se com a tarefa solicitada pelo pesquisador, inicia um ciclo de ações na tentativa de resolvê-la. Para tanto, a descrição construída por ele consiste na marcação do ponto A (1,1), e posteriormente do ponto B (6,1), utilizando a ferramenta de marcar pontos do aplicativo (comandos).

Percebe-se que o aluno marcou pontos com características do caso estudado no momento anterior, ou seja, pontos com mesma ordenada para realizar a nova tarefa. Vale destacar a forma com que o aluno marcou o ponto B. Após realizar a marcação do ponto A, Lucas “deslizou” a tela do celular para a esquerda, parecia

²⁵ Leitor, você pode acessar o conteúdo do QR – Code também pelo endereço: <<https://youtu.be/fid6pxVwKmA>>

contar na malha quadriculada o número de lados de quadrados necessários para obter a distância solicitada e, por fim, realizou a marcação do segundo ponto.

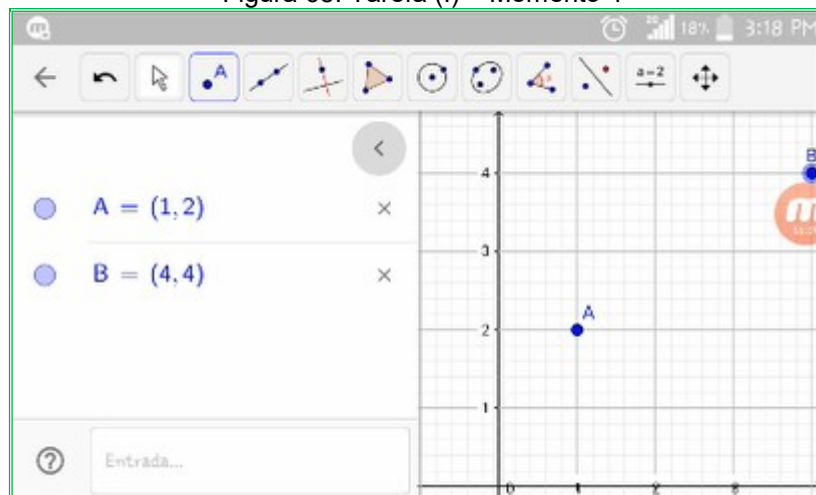
Neste sentido, infere-se novamente, que a malha quadriculada, como material semiótico, tenha funcionado como organizador e estruturador dos processos mentais do aluno para a realização da tarefa, visto que foi a partir dela que a marcação do segundo B foi realizada de modo a obter a distância igual a 5. É possível ver ainda que, ao realizar a marcação dos dois pontos, Lucas abriu a janela álgebra do aplicativo e observou a representação algébrica dos pontos por ele marcados.

Talvez, o aluno também, a partir da representação das coordenadas visualizadas, tenha aplicado a estratégia por ele construída no momento anterior da tarefa, a fim de verificar que a distância de fato fosse 5, a partir da subtração das ordenadas. No entanto, como não temos outras externalizações realizadas pelo aluno nesta etapa da tarefa, seja por alguma fala ou novas descrições, esta afirmação fica apenas no campo das hipóteses de possíveis mobilizações mentais realizadas pelo aluno.

De todo modo, a estratégia adotada pelo aluno, de contar quadrados da malha quadriculada, é novamente aplicada, o que nos leva a concluir que os fenômenos vivenciados por Lucas, levando em consideração a forma como resolveu esta tarefa, parecem estar situados na camada III de seu sistema de Internalização/ Externalização. A estratégia parece ter sido integrada ao seu sistema pessoal de sentidos devido à mobilização da mesma, em três momentos das tarefas realizadas, aplicadas em contextos diversos, fato que nos levou a considerar fenômenos desta camada.

Após a realização da tarefa do Momento 3 proposta no segundo encontro, o professor apresentou a tarefa (I) do Momento 4, planejada para os alunos, que consistia em marcar no plano cartesiano os pontos A (1,2) e B (4,4), e encontrar a distância entre eles. Após entrar em contato com a tarefa, Lucas iniciou um ciclo de ações para resolvê-la. A Figura 68 representa a execução realizada pelo Geogebra, após o aluno realizar uma descrição.

Figura 68: Tarefa (I) – Momento 4



Fonte: Dados da Pesquisa

Analisando o vídeo de gravação de tela do aluno, é possível verificar que a descrição por ele realizada para resolver esta tarefa, consistiu inicialmente em marcar o ponto A, e depois o ponto B, representados na Figura 68, a partir do uso da ferramenta de marcar pontos (comandos). Nota-se no vídeo de gravação de tela que o aluno, ao marcar o ponto A, abriu a janela algébrica para, ao que parece, conferir se as coordenadas anunciadas pelo professor correspondiam à representação geométrica feita por ele na malha quadriculada.

Lucas realizou a mesma ação após marcar o ponto B. Neste sentido, parece que o aluno tenha internalizado conhecimentos sobre marcação e localização de pontos no plano, não mais confundido a representação algébrica das coordenadas de um ponto, com números decimais. As ações realizadas por ele nesta última tarefa, aliadas às demais análises realizadas sobre como esse conhecimento foi sendo mobilizado pelo aluno, no leva a inferir que estão situados na camada III do sistema de Internalização e Externalização do aluno. Esta conclusão é confirmada pelo fato de que, após realizar a marcação dos pontos solicitados pelo professor, Nara pede ajuda a Lucas para realizar esta tarefa e, a partir de um diálogo capturado em áudio, e estabelecido entre os dois, é possível verificar que o aluno conseguiu realizar no celular da colega, a representação dos pontos solicitados pelo professor.

O professor, ao verificar que o grupo de alunos havia conseguido marcar os pontos A e B, questionou: “Qual a distância entre esses dois pontos?”. Lucas após

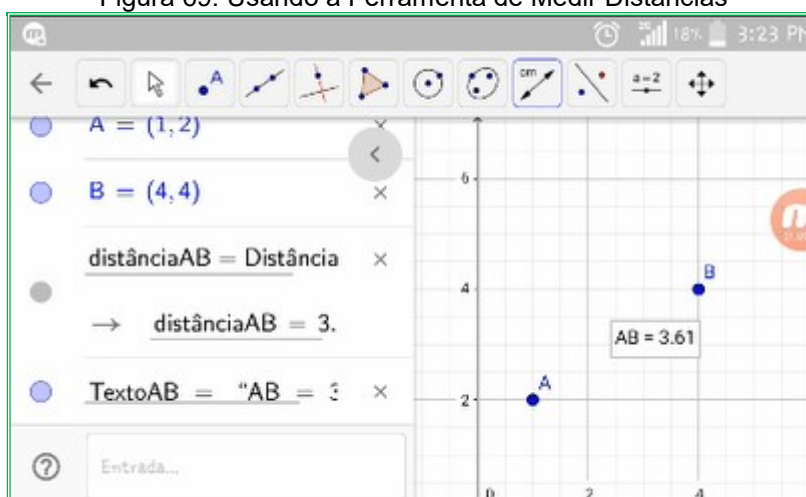
ouvir o questionamento do pesquisador, externalizou a seguinte fala: “*Seria três, dois a distância?*” O professor interessado em compreender que tipo de estratégia o aluno estava mobilizando para resolver a tarefa, questionou o aluno sobre o que ele estava pensando. Lucas externalizou: “*Então professor, vou explicar do meu jeito, aqui oh!, quatro menos um, três. Quatro menos dois, dois*”.

A partir da fala externalizada pelo aluno, pode-se inferir que Lucas realizou a subtração entre a abscissa do ponto A pela abscissa do ponto B obtendo o valor três, e realizou a mesma operação entre as ordenadas dos pontos. O aluno tenta recorrer à estratégia anteriormente internalizada, na busca por uma solução para a nova tarefa. No entanto, a resposta obtida pelo aluno não condiz com a distância entre os pontos em questão.

O professor ao ouvir a estratégia externalizada pelo aluno questionou se o que ele fizera poderia ser válido para o caso em que estava trabalhando. O aluno então externalizou: “*Mano, esse negócio não é de Deus!*”. A partir desta fala externalizada por Lucas, pode-se deduzir que esta tarefa provocou no aluno, a nível psicológico, uma desestabilização. Os conhecimentos (catalisadores), fruto das interações realizadas pelo aluno com a Linguagem Digital, nos outros momentos das tarefas realizadas, foram mobilizados, porém, não foram capazes de auxiliá-lo na resolução deste desafio. Esta mesma tarefa também provocou no aluno Rogério uma desestabilização. Estes momentos são de extrema importância para a educação, visto que são a partir deles, que novos catalisadores podem ser construídos e/ou internalizados pelos alunos.

Ao ouvir do professor que o aluno Rogério havia encontrado uma estratégia para encontrar a distância entre os pontos A e B, usando a ferramenta de encontrar distâncias disponível no aplicativo, Lucas externalizou a seguinte fala: “*Onde é que tá cara, essa ferramenta aí?*”. A partir do vídeo de gravação de tela do celular do aluno, é possível ver que ele começou a procurar no rol de ferramentas do Geogebra, a ferramenta utilizada por Rogério. Após algum tempo, o aluno encontrou esta ferramenta, conforme apresentado na Figura 69.

Figura 69: Usando a Ferramenta de Medir Distâncias



Fonte: Dados da Pesquisa

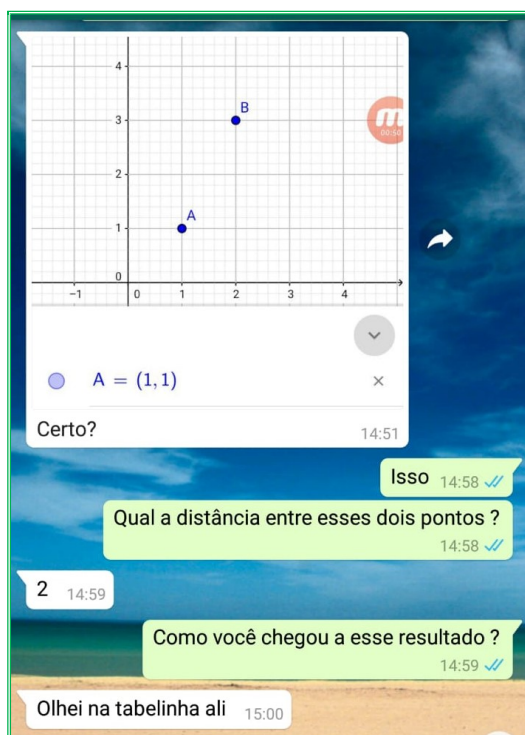
Ao deparar-se com a execução do Geogebra, associada à descrição realizada ao utilizar a ferramenta de encontrar distâncias (comandos), o aluno externalizou a seguinte fala: “A distância achei! (risos e empolgado), três. Não, tava errado então!”. O aluno parece não se atentar que, a distância dada pelo aplicativo ao utilizar a ferramenta era de 3,61 e não 3, conforme encontrado por ele ao subtrair as coordenadas dos pontos A e B. Ou seja, que 3,61 era diferente de 3.

Talvez, essa afirmação feita pelo aluno de que a distância encontrada anteriormente estivesse correta, deve-se ao fato de que na janela algébrica do aplicativo (ver Figura 69) aparece apenas o símbolo 3, sem as demais casas decimais do valor 3,61 (distância entre os pontos A e B), ainda que na malha quadriculada aparecesse o número completo. No entanto, não temos dados suficientes para confirmar essa hipótese. Ao verificar que o tempo do encontro havia se encerrado, o professor pesquisador decidiu dispensar os alunos, informando que a discussão desta última tarefa continuaria via *WhatsApp*.

Após a realização do segundo encontro, o professor resolveu iniciar então, via *Whatsapp*, a discussão da tarefa do Momento 4, planejada para o segundo encontro, com o aluno Lucas. Porém, não exigiu desta vez que o aluno marcasse necessariamente os pontos A e B (ver Figura 70) dados na tarefa final do segundo encontro. O professor iniciou a conversa por *WhatsApp* com o aluno, enviando-lhe um áudio solicitando que marcasse dois pontos no plano, com coordenadas inteiras, porém, não necessariamente com abscissas e ordenadas iguais. Após algum tempo,

Lucas enviou ao professor um *print* de tela, em que é possível ver os pontos A (1,1) e B (2,3) representados no aplicativo Geogebra. A Figura 70 representa a conversa estabelecida entre professor e aluno no mensageiro

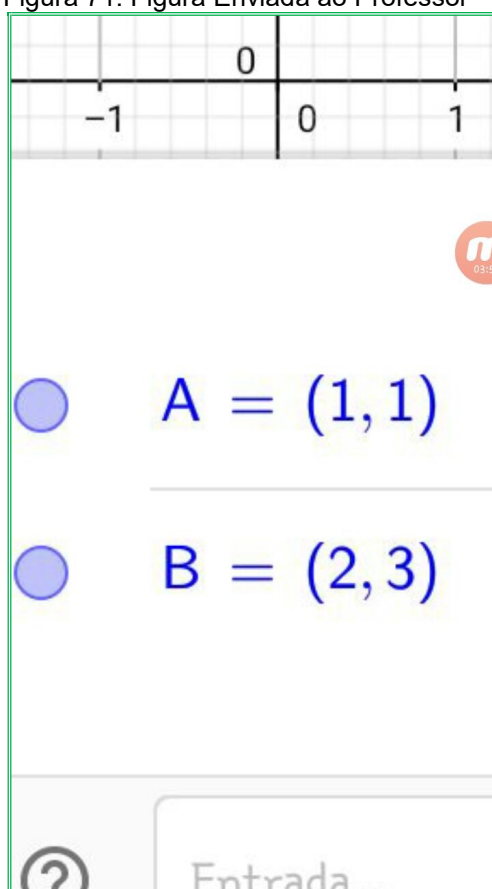
Figura 70: *Print Screen* (Conversa entre Lucas e Pesquisador)



Fonte: Dados da Pesquisa

Na Figura 70 é possível ver que ao ser questionado pelo professor, sobre qual seria a distância entre esses pontos, Lucas respondeu que este valor seria igual a 2. A fim de investigar quais foram os processos mentais de Internalização do aluno, para a externalização desta resposta, o pesquisador questionou como ele encontrou esse resultado. Lucas informou ao professor que olhou em uma “tabelinha”, conforme pode ser visto na Figura 71. Questionado pelo professor que “tabelinha” seria essa, o aluno aplicou zoom à tela do celular e enviou um *print screen* da tela ao professor. A Figura 71 representa a figura enviada pelo aluno.

Figura 71: Figura Enviada ao Professor



Fonte: Dados da Pesquisa

Após verificar que “tabelinha” para o aluno consistia na janela algébrica do aplicativo, o professor resolveu questioná-lo sobre como então ele encontrou o valor 2, externalizado anteriormente. Após ser questionado, o aluno enviou então, um áudio ao professor em que externalizou a estratégia utilizada por ele. *“Professor, é... tipo. Eu marquei o ponto A, o A ali é um néh? E o B é três. Então, se eu to no Um... eu fiz assim... Se eu to no um quanto falta pra mim chegar até o três? Falta dois, porque do um pulo pro dois, do dois pro três.”* A partir desta fala, é possível inferir que o aluno para encontrar a distância entre os pontos A e B, aplicou a estratégia de contar os lados dos quadrados da malha quadriculada, utilizando as ordenadas dos pontos em questão (em particular, as ordenadas dos pontos) (*“porque do um pulo pro dois, do dois pro três.”*).

O aluno parece olhar para o eixo y e realizar a contagem dos lados dos quadrados dispostos na malha, começando com a ordenada 1 do ponto A até chegar a ordenada 3 do ponto B. Vale observar ainda que, mesmo Lucas tendo

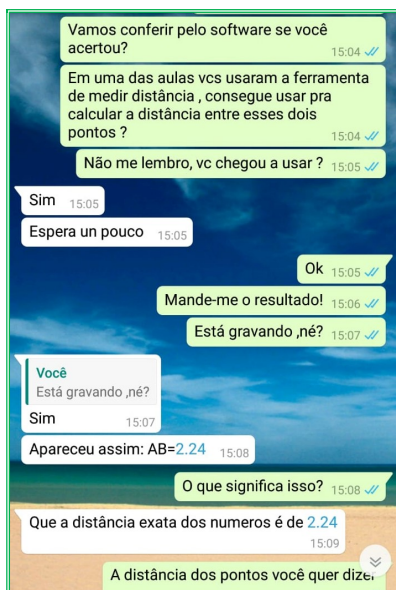
usado a ferramenta de medir distâncias no fim do segundo encontro, ele não a utilizou novamente para encontrar o valor da distância entre os pontos, ou para verificar se a resposta fornecida, no caso 2, estava de fato correta.

Ainda que a estratégia adotada por Lucas não o tenha levado a encontrar o valor correto para a distância entre os pontos, consideramos que na fala externalizada pelo aluno há indícios de algum tipo de generalização para o cálculo de distâncias entre pontos, com as características desta tarefa. Por este fato considera-se que Lucas, ao realizar ações de reflexão, no ciclo de ações por ele iniciado, ao analisar a janela algébrica do aplicativo, vivencia fenômenos de camada II.

Vale observar ainda, que o aluno não realizou operações entre as coordenadas do ponto A e B, conforme feito por ele na tarefa dada no final do segundo encontro. Talvez, ele tenha verificado que estes pontos não possuíam as características dos pontos abordados nos encontros anteriores, mais especificamente não possuíam mesmas abscissas ou mesmas ordenadas e, portanto, não poderia aplicar estratégias interiorizadas anteriormente.

É interessante notar ainda, que a maneira como Lucas procurou resolver esta tarefa, “indo” da ordenada 1 do ponto A, até a ordenada 3 do ponto B, não representa o mesmo que “ir” de A até B, pensamento que poderia ser utilizado para representar o que seria a distância entre esses dois pontos. A Figura 72 representa a continuação do diálogo estabelecido entre aluno e professor, no aplicativo *WhatsApp*:

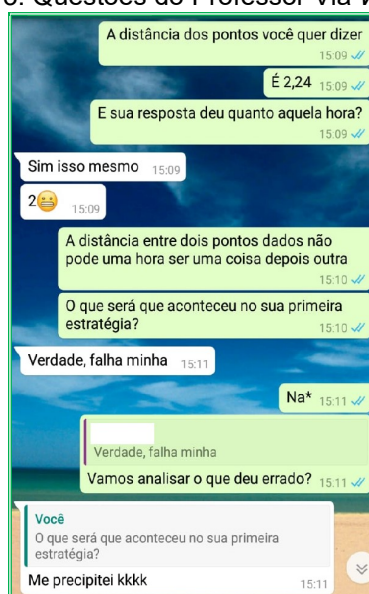
Figura 72: Continuação do Diálogo Via Whatsapp



Fonte: Dados da Pesquisa

Após ser questionado pelo professor sobre o uso da ferramenta de medir distâncias, Lucas afirmou no diálogo estabelecido, conforme apresentado na Figura 66, que a distância entre os números (referindo-se a distância entre os pontos) era igual a 2, 24 (o aluno representou com ponto o valor 2,24, devido o Geogebra ponto ao invés de vírgula para separar as casas decimais do inteiro). O professor solicitou naquele momento que ele utilizasse a ferramenta, justamente para que ele comparasse o valor dado por seu uso, com o valor encontrado por ele anteriormente. Com este intuito, o pesquisador lançou alguns questionamentos ao aluno, conforme apresentado na Figura 73.

Figura 73: Questões do Professor Via *WhatsApp*



Fonte: Dados da Pesquisa

É interessante observar o *smile* utilizado pelo aluno logo após o número 2, conforme apresentado na Figura 73. Ao comparar a resposta fornecida pelo Geogebra com o valor 2, encontrado pela estratégia aplicada, Lucas a partir do uso deste *smile*, parece querer expressar que algo ocorreu de errado na formulação de sua resposta. Após ser questionado pelo professor sobre o que aluno achava que fizera de errado para que os valores divergissem, Lucas enviou um áudio externalizando: *“Bom... foi na minha soma néh? Só tipo... tipo... Como um ponto tava no 1, como o ponto A tava no 1 e o ponto B tava no 3, sei lá... eu somei, somei errado. Eu não sei explicar professor. Eu sou péssimo nisso, tipo...eu sei pra mim, mas não sei explicar pra outra pessoa, então... eu sou péssimo nisso.”*.

Na fala externalizada pelo aluno, é possível inferir que Lucas pode ter iniciado um movimento de compreensão de que a estratégia, utilizada por ele para tentar encontrar a distância entre os pontos A e B, não funcionou. Ao que parece, o termo “soma” utilizado pelo aluno, refere-se à estratégia empregada por ele para encontrar o valor 2 a partir da contagem de lados de quadrados dispostos sobre o eixo das ordenadas.

Com esta fala do aluno, o professor concluiu ainda, o que já havia observado em outros momentos, que o aluno possuía certa dificuldade em se expressar e não

se sentia confortável em falar muito sobre seus processos de estruturação de conhecimentos.

Para compreender o sentido dos termos usados pelo aluno no áudio enviado por ele, a saber: “O ponto *A* *tava* no 1, e o ponto *B* *tava* no 3”, o pesquisador realizou o seguinte questionamento ao aluno: “*Quando você diz assim: O ponto A estava no 1, e ponto B estava no 3, o ponto A é realmente 1, e o ponto B é 3? O que você acha?*”. O aluno respondeu ao professor que as coordenadas do ponto *A* são iguais a $x = 1$ e $y = 1$, e do ponto *B* são iguais a $x = 2$ e $y = 3$. A partir dessa resposta, pode-se dizer que o aluno não estava pensando que o ponto *A* era representado apenas pelo 1, ou que o ponto *B* fosse representado apenas pelo 3. Os termos usados, parecem dizer mais sobre a estratégia de contar lados de quadrado da malha quadriculada, do que achar que um ponto pode ser localizado ou marcado no plano cartesiano a partir de apenas por um número.

Passado um tempo, o professor voltou a questionar o aluno sobre como ele poderia encontrar a distância entre os pontos *A* e *B*, porém, sem usar a ferramenta de distância disponível no aplicativo. O aluno então enviou uma nova estratégia para o pesquisador conforme evidenciado na Figura 74:

Figura 74: Aplicando Zoom



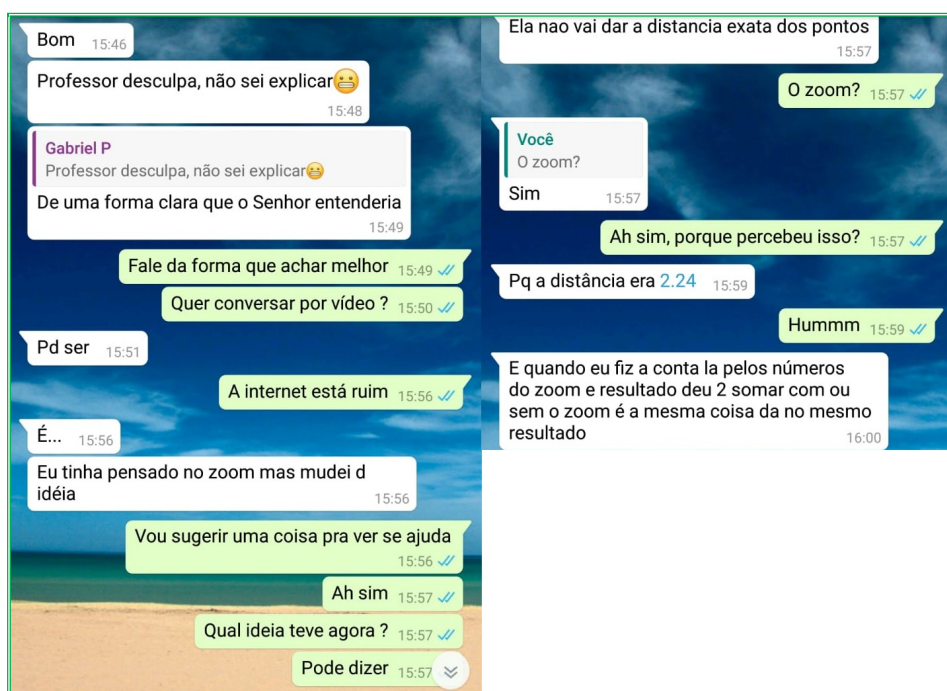
Fonte dados da Pesquisa

A partir da Figura 74 é possível verificar que Lucas aplicou zoom à tela do celular, alterando a malha quadriculada, subdividindo-a ainda mais, na tentativa de

realizar, ao que parece, uma nova contagem de lados de quadrados para encontrar a distância entre os pontos A e B. A fala externalizada pelo aluno: *“Tem os números 1, 2, 3, e etc., mas se vc der zoom na tela vai ficar 1.1, 1.2, 1.3, e etc. Acho que teria como eu somar por eles também né?”* explicitou a estratégia que o aluno pensava em utilizar para solucionar a tarefa.

Não se sabe nesta etapa, a partir dos dados disponíveis, se o aluno continuava contando lados de quadrados na malha, dispostos no eixo y, ou, se agora, ele desejou contar quantos lados de quadrados existiam entre A e B. O certo é que, questionado pelo professor como o zoom poderia ajudá-lo a encontrar a distância entre os pontos, Lucas respondeu que não sabia explicar de forma clara, como esta ação poderia fornecer a distância solicitada, conforme apresenta o diálogo firmado entre professor e aluno na Figura 75.

Figura 75: Refutando a estratégia Anterior



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir das externalizações realizadas pelo aluno no diálogo apresentado na Figura 75, é possível verificar que Lucas afirmou ter aplicado zoom para resolver a tarefa, porém que mudou de ideia ao verificar, pelo uso da ferramenta de medir distâncias, que a distância entre os pontos era de 2,24, valor diferente do

encontrado ao realizar a contagem de lados de quadrado da malha. Novamente, não sabemos em que região do plano houve a contagem de lados de quadrados dispostos na malha. Porém, consideramos que talvez, tenha sido esta a estratégia utilizada por Lucas.

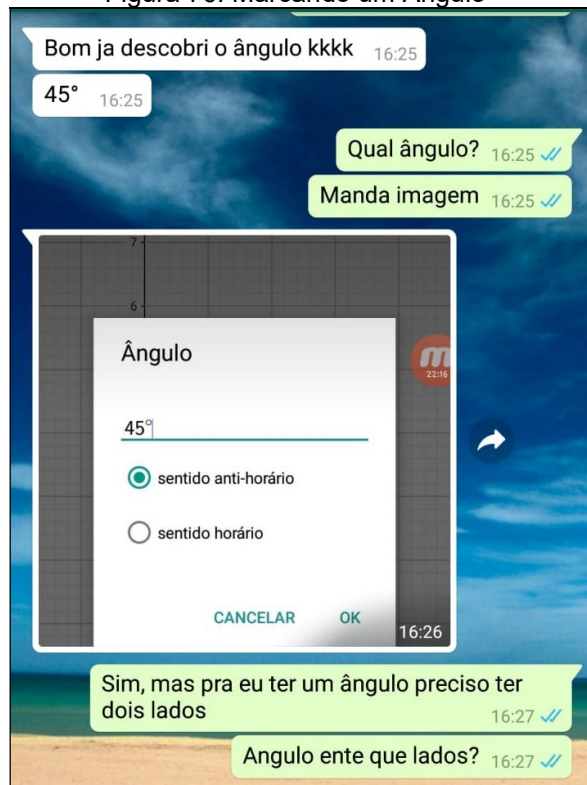
Vale destacar que o Geogebra, ao fornecer o valor da distância a partir do uso da ferramenta, contribuiu de forma positiva para que o aluno buscasse criar novas formulações de estratégias ao comparar sua resposta com a dada pelo aplicativo. No entanto, até esta etapa da tarefa, é possível afirmar, a partir das externalizações realizadas pelo aluno via *WhatsApp*, que Lucas ainda vivenciava uma desestabilização a nível cognitivo.

Os catalisadores mobilizados por Lucas são os interiorizados por ele nos encontros anteriores, mas não são suficientes para que ele avance no processo de estruturação de conhecimentos em relação ao cálculo de distâncias entre pontos, com características quaisquer. Outros conhecimentos, como por exemplo, sobre triângulos retângulos ou sobre o Teorema de Pitágoras (assim como foram mobilizados pelo aluno Rogério), necessitavam ser utilizados (e/ou internalizados) pelo aluno, a fim de que a tarefa fosse resolvida.

Assim, ao que parece, Lucas ainda estava em processo de regulação intrapsicológica na busca pela superação da desestabilização ocasionada pela nova tarefa iniciada ao fim do segundo encontro, e esta regulação se daria apenas pela construção de novos catalisadores. Ao perceber que o aluno não conseguia avançar neste processo, o professor resolveu enviar-lhe um áudio no *WhatsApp* com o intuito de que o aluno, a partir deste, pudesse talvez construir uma nova estratégia e, também novos catalisadores, resolvendo a tarefa.

No áudio, o pesquisador pediu para que Lucas pensasse em formar alguma figura geométrica utilizando os pontos A e B e a partir das propriedades desta, tentasse encontrar a distância solicitada. A Figura 76 apresenta uma nova estratégia mobilizada pelo aluno na tentativa de solucionar a tarefa, após a sugestão dada pelo pesquisador.

Figura 76: Marcando um Ângulo²⁶



Fonte: Dados da Pesquisa

Na Figura 76 pode-se observar que Lucas externalizou ter encontrado um ângulo de valor igual a 45 graus. Na tentativa de obter mais informações sobre como ele encontrara esse valor, o professor, pensando que o aluno poderia ter construído algum tipo de figura, após a sugestão anteriormente realizada, solicitou ao aluno que enviasse uma imagem para que ele compreendesse sobre que ângulo Lucas se referia no diálogo estabelecido. A Figura 77 representa a imagem enviada pelo aluno, bem como a ferramenta utilizada por ele para encontrar o valor de 45 graus.

²⁶ No dialogo estabelecido, o professor afirmou que para se obter um ângulo se faz necessário dois lados. No entanto, basta que se tenha 3 pontos. A afirmação foi realizada, pois, no contexto em questão, o pesquisador supôs que Lucas estivesse construindo uma figura geométrica para solucionar a tarefa.

Figura 77: Ferramenta de Ângulo



Fonte: Dados da Pesquisa

Ao abrir a imagem, o professor observou que o ponto B não possuía as mesmas coordenadas do ponto dado na tarefa, e que na imagem enviada pelo aluno não se observava uma figura geométrica, com algum ângulo de 45 graus, formada a partir de A e B. Parecia que a imagem enviada pelo aluno serviu mais para mostrar que tipo de ferramenta ele utilizou para obter o ângulo de 45 graus, apresentado na Figura 76.

O professor questionou o aluno sobre por que ele alterou o valor das coordenadas do ponto B; em que lugar ele construiu um ângulo de 45 graus; e como este poderia ajudá-lo na resolução da tarefa. No dia seguinte o aluno externalizou, via áudio, algumas falas a fim de responder ao pesquisador os questionamentos realizados, estabeleceu-se assim, via *WhatsApp*, o seguinte diálogo entre professor e Aluno:

Lucas: “[...] Professor seguinte, eu coloquei lá os números, e na tabelinha lá aparece o um, um e dois, três. **Mas eu não consegui outra maneira para achar a distância entre eles, eu usei aquela ferramenta lá pra medir os centímetros néh? Que se não me engano deu 2,25 cm, e o ângulo de 45 graus, mas eu não consegui outra forma de resolver. Eu teria que fazer a conta do seno, no caso ou cosseno.**”

Professor: “Manda pra mim o arquivo para eu ver como você está pensando em usar esse ângulo de 45, por favor!”

Lucas: “Eu vou mandar o print pro senhor. Não é que... lembra que tem aquela ferramenta lá de medir distância, aí tava escrito lá ângulo aí eu cliquei na ferramenta lá e nos dois pontos apareceu o ângulo lá de 45 graus. Se eu não me engano, eu mandei um print pro senhor sobre esse ângulo aí. E meu celular como te falei está muito ruim, até quinta-feira eu vou comprar outro”.

Professor: “OK! Vou aguardar o arquivo então. Mas por que o seno ou cosseno?”

Lucas: “Bom, o que eu sei é que o ângulo é de 45 graus. A distância entre ele é de 2,25 e acho que é só a informação que tenho.”.

Professor: “Melhor você mandar o arquivo pra eu entender melhor o que você está pensando, ok?”.

A partir do diálogo firmado entre professor e aluno, via *WhatsApp*, é possível verificar que Lucas afirmou não ter encontrado outro modo para realizar o cálculo da distância entre os pontos A e B dados, a não ser pelo uso da ferramenta de medir distância disponível no Geogebra. Dois trechos interessantes externalizados pelo aluno, a saber: “**Eu teria que fazer a conta do seno no caso ou cosseno.**” e “**Bom, o que eu sei é que o ângulo é de 45 graus. A distância entre eles é de 2,25 e acho que é só a informação que tenho.**”, nos leva inferir que o aluno talvez tenha pensado na construção de um triângulo ABC, retângulo, marcando um terceiro ponto C no plano cartesiano, de modo que um dos ângulos desse triângulo tenha sido de 45 graus.

O ponto C, marcado pelo aluno conforme mostra a Figura 70, mais estas externalizações feitas nos áudios, fornecem indícios de que talvez tenha sido essa a estratégia idealizada pelo aluno. Porém, como Lucas cursava o segundo ano do Ensino Médio, e no bimestre anterior a realização dos encontros que participou da pesquisa, havia estudado os conteúdos de razões trigonométricas (segundo o Referencial Curricular), consideramos que talvez tenha sido este o motivo para o aluno ter mobilizado alguns conhecimentos sobre seno e cosseno em triângulos retângulos, tentando construir uma estratégia utilizando conhecimentos anteriormente estudados.

Como o aluno não enviou o vídeo de gravação de tela da resolução da tarefa em casa, e discutida via *WhatsApp*, tampouco o arquivo solicitado no diálogo descrito acima, não temos dados suficientes para, de fato, confirmar estas hipóteses. Ainda assim, pelo que fora externalizado, é possível observar que o aluno possui algum conhecimento sobre razões trigonométricas no triângulo retângulo, porém estes conhecimentos parecem não estar totalmente integrados ao sistema de sentidos pessoais do aluno (camada III), mas situados na camada II, visto que ao se analisar a seguinte fala: “**Bom, o que eu sei é que o ângulo é de 45 graus. A**

distância entre eles é de 2,25 e acho que é só a informação que tenho.”, é possível inferir que o aluno parece querer encontrar a medida desconhecida de um dos lados de um triângulo retângulo, a partir de alguma razão trigonométrica.

Na fala, é possível observar que o aluno busca relações entre valores de possíveis lados conhecidos, do ângulo e de qual razão seria mais adequada de ser utilizada, para então encontrar o valor desejado. Estes tipos de processos mentais apresentados por Lucas são justamente os empregados em tipos de atividades de matemática, que em um dado triângulo, ao se conhecer um ângulo e um dos lados encontra-se o valor de outro lado, utilizando-se as razões seno, cosseno ou tangente do ângulo conhecido.

Vale notar que a medida 2,25 (na realidade 2,24 fornecida pelo aplicativo) é justamente o valor a ser encontrado no suposto triângulo. Lucas utilizou assim, na sua estratégia, o valor que ele precisaria encontrar, como um dado disponível. Esses fatos nos levaram a caracterizar, nesta etapa do processo de estruturação de conhecimentos do aluno, que estes conhecimentos se situavam, de fato, na camada II de seu sistema de Internalização e Externalização.

Como Lucas não participou do encontro em que se realizou a formalização de uma fórmula para o cálculo de distâncias, considerando as estratégias e conhecimentos mobilizados pelos alunos, não temos mais dados sobre o processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos deste aluno.

O professor pesquisador ainda tentou estabelecer alguns contatos via *WhatsApp* com ele a fim de formalizar a fórmula da distância trabalhada, porém, não obteve sucesso. O aluno justificou, no quarto encontro, que não participou do encontro anterior devido ao fato de seu celular ter estragado, e que só pode comprar outro aparelho alguns dias após o ocorrido.

Ainda assim, consideramos que o processo de estruturação de conhecimentos vivenciado tanto por Lucas, quanto por Rogério, apresentam elementos suficientes para se delinear um panorama sobre a questão de pesquisa problematizada nesta tese. No Capítulo 5, a seguir, apresenta-se este panorama a partir das análises realizadas, e das demais ações efetuadas durante toda a pesquisa.

5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Chegar à escrita deste último capítulo não nos transmite a sensação de término desta pesquisa discutida em pouco mais de 200 páginas. Pelo contrário, a sensação é de que iniciamos uma pesquisa, que traz contribuições para o campo da Educação da Matemática ao discutir e analisar processos de estruturação de conhecimentos de matemática com Linguagem Digital, a partir do uso de *smartphones*.

Nesta última seção, discutiremos algumas considerações de todo o percurso realizado que tornou possível a materialização desta pesquisa. Antes de qualquer apontamento, sinto-me na obrigação de escrever o quanto esse processo de produção de conhecimento científico trilhado, é constituído por tantas “partes” do “eu” pesquisador. Não me imaginaria produzindo esta pesquisa se ela não me afetasse de algum modo como pessoa. Muitos dos anseios, que levaram a problematização desta tese, são na realidade questões de vida. As escolhas teóricas e metodológicas, tomadas a partir de minhas vivências, coadjuvantes no processo de constituição do eu, me levam a pensar na indissociação entre pesquisador e a tese. A partir destas vivências, que construímos a questão de pesquisa: *como ocorre o processo de estruturação de conhecimentos de geometria analítica, por alunos do Ensino Médio ao resolverem tarefas de matemática com Linguagem Digital, em smartphones*.

Para que fosse possível traçar um panorama desta questão, buscamos inicialmente referenciais teóricos que nos permitissem conceituar o termo Linguagem Digital empregado nesta investigação. Os estudos de Vygotsky (2008) sobre os sistemas simbólicos, enquanto mediadores, organizadores e transformadores dos processos mentais superiores, foram utilizados para a caracterização deste termo, além de nos auxiliar nas análises do processo de estruturação de conhecimentos de geometria analítica por parte dos alunos, contribuindo também, nas análises de possíveis influências da Linguagem Digital nos processos de estruturação considerados. Ainda, estes estudos permitiram ampliar teoricamente a discussão sobre Linguagem Digital e processos de estruturação de conhecimentos em Educação Matemática.

Os estudos de Valsiner (2012) sobre os processos interdependentes de Internalização e Externalização, apresentados em um modelo em lâminas, nos auxiliaram nas análises do processo de estruturação de conhecimentos, ao identificar os fenômenos vivenciados pelos alunos. O conceito de catalisador, presente nestes estudos, contribuiu de modo significativo para a identificação e análise de alguns conhecimentos mobilizados pelos alunos durante o processo de estruturação de conhecimentos com Linguagem Digital.

O ciclo de ações, proposto por Valente (2005a) e reconfigurado nesta tese a partir das ideias de Valsiner (2012), ao considerar os constantes movimentos de Internalização/Externalização dos alunos ao resolverem as tarefas de Geometria Analítica via celular, também permitiu compreender como o processo de estruturação de conhecimentos com *smartphones* ocorreu. Consideramos que esta reconfiguração se fez necessária, visto que a problemática dessa investigação traz uma discussão sobre o papel de sistemas simbólicos, no caso da Linguagem Digital, que não foi o foco dos estudos de Valente sobre o ciclo de ações. Ao considerar esses aspectos da Linguagem Digital abre-se possibilidades de diálogo e contribuições referentes às lacunas apontadas por Valente (2005a) no que diz respeito ao papel das abstrações no processo de construção de conhecimentos na interação aprendiz – celular, em especial, ao considerarmos os fenômenos de reflexão a partir dos estudos de Valsiner (2012).

Neste sentido, a escolha dos estudos de Valsiner (2012) para análise das ações de reflexão, se deu por dois motivos: o primeiro, conforme explicitado acima, devido aos próprios elementos relacionados à problemática de pesquisa (Linguagem digital, Cultura Digital, sistemas simbólicos...). O segundo, por ser um referencial que apresenta potencialidades de diálogo consideráveis com abordagens teóricas de cunho construtivista (como é o caso do ciclo de ações), pois discute a hibridização entre construtivismo e sociogênese, partindo de pressupostos epistemológicos vygotksyanos.

Ao considerar os constantes movimentos de Internalização/Externalização, em todas as ações do ciclo, especialmente, nas ações de reflexão vivenciadas pelos participantes da pesquisa, a partir dos fenômenos em camadas de Valsiner (2012), obtivemos contribuições importantes para as análises dos processos de estruturação

de conhecimentos dos alunos analisados. Consideramos também que o ciclo de ações apresentado na tese, reconfigurado a partir dos estudos de Valsiner (2012), se caracterizou como uma abordagem teórica para análises de processos de estruturação de conhecimentos com Linguagem Digital (sistemas simbólicos).

O processo de produção dos dados foi possível a partir de uma parceria estabelecida entre um professor da Rede Estadual de Ensino de Ponta Porã/MS e o pesquisador. Para a produção destes, realizamos sete encontros nesta escola em que foram abordados conteúdos de Geometria Analítica. Chegaram ao final destes encontros, seis alunos, sendo que analisamos o processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos, vivenciados por dois destes sujeitos. As tarefas eram realizadas no aplicativo Geogebra para celulares.

A partir dos referenciais supracitados, articulados a questão de pesquisa e dos objetivos delimitados, elegemos as seguintes categorias de análise: estratégias mobilizadas pelos alunos durante o processo de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos com o uso da Linguagem Digital, conhecimentos mobilizados (catalisadores) ao resolverem tarefas de geometria analítica com Linguagem Digital, dificuldades enfrentadas pelos alunos no processo de estruturação de conhecimentos com Linguagem Digital, e possíveis influências da Linguagem Digital nos processos de estruturação de conhecimentos vivenciados pelos alunos analisados.

As análises dos processos de estruturação de conhecimentos dos alunos Rogério e Lucas, evidenciaram os constantes movimentos entre as camadas apresentadas por Valsiner (2012), no modelo em Lâminas. Com maior incidência os fenômenos dispostos nas camadas II e III.

Com relação às dificuldades vivenciadas pelos alunos, a partir das análises dos dados realizadas é possível verificar que Lucas inicialmente apresentou algumas dificuldades relacionadas à utilização do aplicativo Geogebra. O aluno não conseguia inicialmente marcar e localizar pontos, além de utilizar a ferramenta zoom, em alguns momentos, de modo inadequado na resolução das tarefas. Não percebemos este tipo de dificuldades no processo de estruturação de conhecimentos do aluno Rogério, por exemplo, que diferentemente do aluno Lucas apresentava maior versatilidade no uso do aplicativo. Lucas também apresentou

inicialmente algumas dificuldades em marcar e localizar pontos, realizando em alguns momentos a marcação de pontos sobre o eixo x ao associar a representação algébrica de um ponto a um número decimal.

Sobre as estratégias utilizadas pelos alunos, Rogério ao calcular a distância entre dois pontos de mesma abscissa ou de mesma ordenada, inicialmente utilizou ferramentas do aplicativo para encontrar a distância entre os pontos propostos nas tarefas, construindo segmentos de reta a partir dos pontos dados. Posteriormente, generalizou algumas regras para estes casos, afirmando que para os pontos com mesmas abscissas, bastava realizar a subtração entre as ordenadas dos pontos, e para pontos com mesma ordenada, a subtração entre as abscissas.

Nesta etapa, Rogério apresentou uma generalização para estes tipos de tarefas, porém baseando-se nas análises realizadas, estas generalizações nos pareceram ainda não estarem povoadas de sentidos pessoais pelo sujeito, sendo oriundo das vivências do aluno nestas atividades. Esse fato nos levou a considerar que Rogério, naquele momento, vivenciou fenômenos de camada II, ao considerar as ações de reflexão realizadas por ele nos ciclos de ações efetuados. É válido observar ainda que, Rogério recorreu de forma bastante intensa ao uso da ferramenta de medir distâncias para conferência das respostas encontradas por ele, ao resolver as tarefas solicitadas pelo pesquisador.

Lucas, em termos de estratégias, utilizou processos mentais superiores diferentes dos empregados pelo aluno Rogério, porém apresentou, ao fim do primeiro e segundo encontro, generalizações similares as desenvolvidas pelo outro aluno. Ele, ao calcular a distância entre pontos com mesma abscissa e com mesma ordenada, partiu da operação de subtração entre as coordenadas dadas em cada um dos casos. Porém, Rogério pareceu apresentar a generalização para estes casos de modo mais rápido que Lucas, recorrendo à subtração entre as ordenadas. Lucas utilizou inicialmente várias vezes a malha quadriculada para realizar o cálculo das distâncias entre os pontos nas tarefas apresentadas, para posteriormente formalizar estratégias a partir da subtração entre coordenadas.

Ao deparar-se com a tarefa cujo objetivo consistia em encontrar a distância entre dois pontos, porém não necessariamente entre pontos com mesmas abscissas ou ordenadas, consideramos que tanto Rogério quanto Lucas, enfrentaram do ponto

de vista psicológico, uma desestabilização (VALSINER, 2012). Conhecimentos internalizados em outros momentos por Rogério foram mobilizados, e funcionaram nesta etapa como catalisadores, no processo de estruturação vivenciado por ele. No caso, o Teorema de Pitágoras emergiu como importante catalisador nesta etapa da atividade, conforme evidenciado nas análises da atividade solucionada por esse aluno, e enviada por ele ao professor via *WhatsApp*.

Ainda sobre as estratégias de cálculo de distâncias entre dois pontos com mesma abscissa ou ordenada, construídas por Rogério nos dois primeiros encontros, as análises mostram que estas estratégias apareceram novamente na resolução da tarefa enviada por *WhatsApp*, se constituindo assim como conhecimentos internalizados pelo sujeito em outros momentos, e nesta etapa, parecerem estarem integrados a camada mais interna do seu sistema de Internalização/Externalização (camada III) do aluno.

Lucas ao tentar resolver esta tarefa, mobilizou estratégias diferentes de Rogério para resolvê-la. Tais estratégias ficaram restritas a operações entre as coordenadas dos pontos em questão, a contagem do número de lados de quadrados da malha quadriculada, pelo uso do zoom e também do uso da ferramenta de medir distâncias, disponível no Geogebra. Diferentemente de Rogério, nesta tarefa, alguns conhecimentos sobre razões trigonométricas (seno e cosseno) foram mobilizados/externalizados pelo aluno na tentativa de superar a desestabilização, a nível psicológico, vivenciado por ele ao deparar-se com um caso mais geral sobre distâncias entre dois pontos.

No entanto, a partir da mobilização destes catalisadores, conforme apresentados nos diálogos via *WhatsApp*, Lucas não apresentou no processo de estruturação de conhecimentos, uma generalização para o cálculo de distância entre pontos, com características mais gerais do que os abordados nos primeiros encontros analisados. Levando em consideração as análises realizadas, o aluno Rogério, a partir da mobilização do Teorema de Pitágoras poderia encontrar a distância entre quaisquer dois pontos dados.

Destacamos a importância dos momentos de desestabilização vivenciados por ambos os alunos durante o processo de estruturação de conhecimentos, pois consideramos que nos dois processos analisados, novos catalisadores foram

mobilizados pelos sujeitos ao resolverem as tarefas. E ainda, a partir destas desestabilizações processos de constituição de novos catalisadores foram iniciados a partir das interações dos sujeitos na resolução da tarefa com a Linguagem Digital.

Os conhecimentos sobre razões trigonométricas (seno e cosseno), por exemplo, externalizados por Lucas podem ter sido um destes processos de constituição de catalisadores iniciados pelo sujeito. Ainda sobre os catalisadores mobilizados por Lucas, destacam-se os conhecimentos sobre números inteiros provavelmente interiorizados pelo aluno em suas constantes trocas com a cultura coletiva, e que emergiram a partir da tarefa que apresentava números inteiros negativos como coordenadas dos pontos abordados.

No que diz respeito à influência da Linguagem Digital no processo de estruturação de conhecimentos dos alunos, foram observados alguns momentos deste processo, em que a Linguagem Digital “funcionou” como organizadora dos processos mentais dos sujeitos, destacando-se o momento em que Rogério tentou encontrar a distância entre os pontos A (2,8) e B (6,8). As análises realizadas deste aluno evidenciam que as estratégias construídas nesta tarefa, sofreram influência da Linguagem digital na qual alguns elementos como a representação dos pontos sobre a malha quadriculada, e a representação algébrica dos pontos na janela algébrica, fizeram com que os conhecimentos mobilizados nesta atividade, pelo aluno, emergissem.

Ao encontrar inicialmente as distâncias entre dois pontos, valendo-se do uso da ferramenta segmento, Rogério buscou uma relação entre essa medida, dada automaticamente pelo aplicativo ao utilizar esta ferramenta, com outros materiais semióticos materializados na tela do celular, apresentando assim a estratégia de subtrair as abscissas entre os pontos dados. Ao considerar os estudos de Vygotsky (2008), os signos visualizados por Rogério o orientam para uma meta, influenciando os processos mentais superiores envolvidos na resolução da tarefa ao construir esta estratégia para encontrar a distância dos pontos solicitados.

Pode-se citar também o momento em que questionado pelo professor sobre o ângulo de 90 graus do triângulo ABC construído. Rogério realizou a medição deste ângulo utilizando a ferramenta de medir ângulos e “construiu”, na tela do celular, um arco de circunferência. Este símbolo, materializado na tela do celular, também

participou de forma organizadora dos processos mentais do aluno ao externalizar, por exemplo, que uma circunferência possui 360 graus. Este conhecimento foi mobilizado devido a interação realizada pelo sujeito com o material simbólico em questão.

A malha quadriculada, como material simbólico, também influenciou de forma bastante intensa os processos mentais superiores empregados pelo aluno Lucas, organizando-os e estruturando-os conforme evidenciado nas análises. Diante disto, pode-se afirmar que a Linguagem Digital, de fato, influenciou os processos de estruturação de conhecimentos sobre distância entre dois pontos dos dois alunos analisados, confirmando a tese enunciada no Capítulo 1.

Em relação ao uso do celular no processo de estruturação de conhecimentos sobre Geometria Analítica, vale destacar alguns pontos importantes no processo de estruturação de conhecimentos dos alunos. O uso do celular pelos alunos afastou-se um pouco das características dos usos realizados por sujeitos na Cultura Digital (comunicação em tempo síncrono, com uso de diferentes linguagens, compartilhamentos,...), se configurando mais como um pequeno computador, que os sujeitos da pesquisa tinham acesso e poderiam transportar e usar facilmente em diferentes lugares. Ou seja, o uso de celulares nesta pesquisa se mostrou como uma possibilidade de uso de computadores na escola, consideradas as particularidades desta tecnologia, sem a necessidade de usar laboratórios, usufruindo de mobilidade e adequação em uso de diferentes espaços da escola.

A falta de conectividade via *Wi-fi* na escola, e a indisponibilidade de dados móveis no celular de muitos dos alunos, durante os encontros realizados na escola, dificultou que o uso do celular se aproximasse com mais intensidade dos usos realizados por usuários na Cultura Digital, a saber, velocidade de transmissão de dados, disponibilidade de consulta em rede de informações, etc. Assim, o celular configurou-se nesta pesquisa, no espaço da escola, mais como “computador de mão”, não sendo exploradas muitas de suas potencialidades, caso este estivesse, continuamente conectado.

No entanto, o aplicativo Geogebra instalado no celular dos sujeitos participantes, além de contribuir com o processo de estruturação de conhecimentos por parte dos alunos analisados, ofereceu algumas diferenças no processo de

estruturação de conhecimentos, se comparada a práticas que utilizam o mesmo software, em um computador disponível apenas nos laboratórios de informática da escola, por exemplo. Fora do espaço da escola, o uso do Geogebra articulado com outros aplicativos disponíveis no celular, como o *WhatsApp*, utilizado pelo alunos analisados para compartilhar e discutir produções realizadas em casa, favoreceu a continuidade do processo de estruturação de conhecimentos iniciado na escola. Ou seja, o fato de o aluno discutir, a partir de seu *smartphone*, conhecimentos de geometria analítica tanto na escola, quanto em casa, enriqueceu o processo de estruturação dos conhecimentos discutidos.

Notamos também que o aplicativo Geogebra favoreceu a elaboração e validação de estratégias pelos alunos. Em alguns momentos, os alunos utilizaram ferramentas disponíveis no aplicativo para validar os resultados encontrados na solução das tarefas resolvidas. Ao encontrar a distância entre pontos, por exemplo, Rogério a partir da medida dada pela “ferramenta segmento”, analisou esta medida comparando-a com o resultado encontrado por ele, ao subtrair o valor das abscissas ou ordenadas dos pontos em questão (estratégia utilizada para encontrar a distância entre os pontos da tarefa em jogo no momento). Validações similares foram realizadas por Lucas, por exemplo, nas tarefas resolvidas por ele e apresentadas nos diálogos firmados, via *WhatsApp*, entre ele e pesquisador.

As análises também evidenciaram que algumas potencialidades do Geogebra não poderiam ser notadas pelos alunos, por exemplo, em outros ambientes como o papel e lápis. A visualização instantânea das representações algébricas e geométricas dos pontos, o uso da ferramenta zoom, propiciando a percepção de algumas características do plano cartesiano por Lucas, por exemplo, são algumas das diferenças do Geogebra apresentadas nas análises em relação a outros ambientes.

Outro fato importante, em relação ao uso do celular, diz respeito ao próprio processo de constituição da tese com o uso de tecnologias móveis, no caso, com o celular. A constituição desta pesquisa, em sua grande parte, foi possível a partir dos usos estabelecidos pelo pesquisador no celular. Dentre estes usos, destacam-se: as conversas entre pesquisador e orientadora, via *WhatsApp*, para discussão de importantes pontos teóricos, metodológicos, do processo de análises dos dados e

dentre outros assuntos de extrema importância discutidos via tecnologia móvel. A troca de informações entre pesquisador e participantes do grupo de pesquisa, o qual participei enriqueceu minhas reflexões sobre esta pesquisa; a produção, armazenamento e compartilhamento (entre alunos e professor) dos dados produzidos durante os encontros realizados na pesquisa também efetuados a partir do celular, dinamizou o processo de produção de dados.

Vale destacar ainda algumas especificidades do uso de celulares notadas ao longo de todo o processo de estruturação de conhecimentos vivenciado pelos sujeitos da pesquisa. O celular, por ser uma tecnologia digital móvel, permitiu a articulação do processo de estruturação de conhecimentos iniciado na escola e continuado na casa dos sujeitos analisados. O envio de áudios pelos envolvidos no processo de estruturação de conhecimentos, a partir do aplicativo *WhatsApp*, permitiu enriquecer a discussão do processo de estruturação sobre conhecimentos de geometria analítica. Esta ferramenta permitiu que os alunos externalizassem, em diversos momentos, estratégias, catalisadores e dificuldades enfrentadas ao longo do processo de estruturação de conhecimentos. O uso de *Printscreen* pelos sujeitos da pesquisa, durante o diálogo entre pesquisador e alunos no *WhatsApp*, também foi uma especificidade notada a partir do uso do celular nos processos de estruturação, além do toque em tela que torna a experiência do sujeito diferente comparada, por exemplo, se as mesmas tarefas fossem resolvidas no *Geogebra* para computadores.

Ainda sobre o uso de celulares em educação, salientamos que reflexões acerca desta tecnologia nos espaços da escola devem ser realizadas, a fim de que estes usos possam ser pertinentes tanto para professores quanto para alunos. Outras dinâmicas nas atividades escolares deveriam ser consideradas ao se pensar na utilização de smartphones em educação. O currículo necessitaria ser revisto, e o tempo estipulado pela escola para o cumprimento dos programas escolares redimensionado. A estrutura escolar também deveria ser modificada, o acesso contínuo a redes *Wi-fi*, por exemplo, seria necessário para que estes usos estivessem mais próximos ao desenvolvidos por usuários na Cultura Digital. A formação do professor para atuar neste cenário também deveria ser pensada.

A partir destas reflexões, concluímos que há muito a se pesquisar sobre essa problemática, e tantas outras questões surgem a partir da realização desta tese, dentre estas questões destacamos: Como pensar processos, como o desta pesquisa, para as aulas de matemática, considerando turmas de Ensino Médio com 35 a 40 alunos em sala? Como propor processos de formação de professores de matemática para atuarem no contexto da Cultura Digital, com uso de tecnologias móveis nos espaços de aula? Como pensar em propostas que favoreçam a estruturação de conhecimentos matemáticos, por parte de alunos, com o uso de tecnologias móveis, para além dos espaços da escola? Que espaços de aula podem ser criados com o uso de celulares? Como (re)pensar o uso de celulares em aulas de matemática de forma a sistematizar estes usos de modos mais alinhados à Cultura Digital?

Essas são algumas das questões que podem ser problematizadas em pesquisas futuras, a partir das reflexões sistematizadas nesta tese. Conforme relatamos no início deste capítulo, a sensação não é de fim. Salientamos mais uma vez a necessidade de realização de outras pesquisas que investiguem como ocorre o processo de estruturação de conhecimentos matemáticos com Linguagem Digital, a partir do uso de tecnologias móveis, considerando o contexto em que muitos alunos vivem: o da Cultura Digital.

Finalizamos este capítulo com as opiniões dos alunos analisados, externalizadas no formulário disponibilizado no *Google docs* pelo pesquisador, solicitando que avaliassem os encontros que participaram na escola: “*Foi bom, a gente **pensou bastante**, acho que **vai ser difícil de esquecer o que aprendemos**” (Rogério), e “*Achei **muito interessante**, o bacana é que as aulas eram bem explicadas, e **bem participativas**, não tem do que reclamar*” (Lucas).*

Desejamos que mais ações como esta, que consideram a Linguagem Digital na discussão de conhecimentos matemáticos, cheguem às escolas públicas brasileiras, nas aulas de matemática, e que as experiências decorrentes destas ações, assim como foram para Rogério e Lucas, sejam para outros alunos e professores, difíceis de serem esquecidas.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. E. B. de; VALENTE, J.A.. **Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?**. São Paulo: Paulus, 2011.
- BRANCO, E. S.. **Possibilidades de Interatividade e Colaboração Online: Uma Proposta de Formação Continuada de Professores de Matemática**. 2010. 133f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2010.
- BRITO, G. da S.; PURIFICAÇÃO, I.. **Educação e Novas tecnologias: Um repensar**. Curitiba: Ibpex, 2011.
- COPETTI, C., GHISLENI, T.S. **Mobile Marketing: A tecnologia Qr Code utilizada em ação da Heineken**. 2013. Disponível em: <sites.unifra.br/Portals/36/Sociais/2012/04.pdf>. Acesso em: 30 set. 2018
- COSTA, G.S. **Mobile Learning: explorando potencialidades com o uso do celular no ensino-aprendizagem de língua inglesa como língua estrangeira com alunos da escola pública**. Tese (Doutorado em Letras) – Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, p. 182. 2013
- CRESPO, L.F.. **Cultura Digital e Cirbercultura: Definições e Elementos Constituintes da Cultura Digital, a Relação com Aspectos Históricos e Educacionais**. Disponível em: <<http://estacioribeirao.com.br/revistacientifica/arquivos/jul-2.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2018
- FINO, C.N. **Um software educativo que suporte uma construção de conhecimento em interação (com pares e professor)**. [?]. Disponível em: <http://www.minerva.uevora.pt/simposio/comunicacoes/Carlos_Fino.html> Acesso em: 29/03/2018.
- GOMES, T. de A.. **Ladrilhamento no Plano com o uso do software Geogebra**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, RJ.
- GERE, C. **Digital Culture**. London: Reaktion Books, 2002.
- GIL, G. **Aula Magna na Universidade de São Paulo**. 2010. Disponível em: <<http://culturadigital.br/conceito-de-cultura-digital/>>. Acesso em 09 out. 2018.
- HEINSFELD, B.D., PISCHETOLA, M.. **Cultura Digital e Educação, uma Leitura dos Estudos Culturais sobre os Desafios da Contemporaneidade**. Disponível em <<https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/10301/6689>>. Acesso em 10 out. 2018.
- HERRERA, F. J. R. **Desenvolvimento de valores sociais na perspectiva da psicologia semiótica-cultural: um estudo com meninos brasileiros e colombianos em contexto lúdico sugestivo de violência**. Tese (Doutorado em Processos de Desenvolvimento Humano e Saúde) - Universidade de Brasília, Brasília, p. 237. 2014

KENSKI, V. M. **Memórias e formação de professores**: interfaces com as novas tecnologias de comunicação. In: CATANI, 112 MARILDA DA SILVA D. et al. (Org.). Docência, memória e gênero: estudos sobre formação. São Paulo: Escritura Editora, 1997. p.85-98.

_____, V.M. **Tecnologias de Ensino Presencial e a Distância**. São Paulo: Papirus, 2003.

_____, V.M. **Educação e Tecnologias o Novo Ritmo da Educação**. Campinas, Papirus, 2014

LÉVY, P. **Tecnologias da Inteligência**: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial Curricular da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino/MS**: Ensino Médio. Secretaria de Estado de Mato Grosso do Sul, 2012. 264 p.

MENEZES, D.C. de, JÚNIOR, A.J de. S, MARIN, D. Disponível em <<http://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/2879>> Acesso em: 10 out. 2018.

MORATO, E. M. **Linguagem e Cognição**: as reflexões de L.S. Vygotsky sobre a ação reguladora da linguagem. São Paulo: Plexus Editora, 1996.

OLIVEIRA, M. K. **VYGOTSKY**: Aprendizado e Desenvolvimento um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 2009.

OLIVEIRA, A. D. de. **Reconstruindo o Conceito de Paralelogramo com o Software Klogo**: Uma Experiência com Professores de Matemática, Campo Grande, 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS.

PESCE, L., ABREU, C.B.M. **Pesquisa Qualitativa**: Considerações sobre as Bases Filosóficas e os Princípios Norteadores. 2013. Disponível em <<http://www.revistas.uneb.br/index.php/faeeba/article/view/747>> Acesso em: 30 set 2018.

PIAGET, J., **A Epistemologia Genética**. Petrópolis: Vozes, 1972.

_____, J.. **O Desenvolvimento do Pensamento**: Equilíbrio das Estruturas Cognitivas. Lisboa: Dom Quixote, 1977.

_____, J.. **Abstração Reflexionante**. São Paulo: Artes Médicas, 1995.

PRETTO, N.L. **O Desafio de Educar na era digital**: educações. 2011. Disponível em <<http://www.scielo.mec.pt/pdf/rpe/v24n1/v24n1a05.pdf>> Acesso em 30 set. 2018

RESSUREIÇÃO, S.B., SAMPAIO, S.M.R. **Transições e reconfigurações do self de jovens indígenas na experiência universitária**. 2017. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-85572017000300495&lng=pt&tlng=pt> Acesso em 29 mar. 2016.

SANTOS, F.M.A. **Interferências da linguagem digital no português escrito**. 2010. Disponível em: < <https://www.ufpe.br/nehte/simposio/anais/Anais-Hipertexto-2010/Fernanda-Maria-Almeida-Santos.pdf> > Acesso em: 27 dez. 2016.

SABOIA, J. , VARGAS, P.L., VIVA, M.A.A. **O Uso de Dispositivos Móveis no Processo de Ensino e Aprendizagem no meio Virtual**. 2013. Disponível em: <<http://ojs.cesuca.edu.br/index.php/cesucavirtual/article/view/424>> Acesso em: 30 set. 2018.

SANTAELLA, L. **O Que é Semiótica**. São Paulo, Brasiliense, 2007.

_____, L. **Comunicação Ubíqua: Repercussões na cultura e na educação**. São Paulo: Paulus, 2013.

_____, L. **As linguagens como antídotos ao midiacentrismo**. Matrizes, v. 1, n. 1, p. 75-97. Disponível em: <<http://www.revistas.usp.br/matrizes/article/download/38178/40907>>. Acesso em: nov. 2015.

SILVA, P.C.A. da.. **Geometria Espacial: O uso do aplicativo Geogebra em Smartphones**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, GO.

SILVA, U. L., BRAGA, R.F., SCHERER, D. **O Uso de Qr Code e Realidade Aumentada como suporte a visita a museu**. 2012. Disponível em <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/36132/23325>> Acesso em: 30 set. 2018.

SILVA, L. Q. da.. **Formação de Professores dos Anos Iniciais Para o Ensino de Geometria Plana: Uma Experiência com o uso do software Klogo**, Campo Grande, 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS.

SOUZA, M. E. de.. **Professores e o uso do Geogebra: (Re) construindo conhecimentos sobre funções**, Campo Grande, 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS.

SPARROW, B.; LIU, J.; WEGNER, D.M. **Google effects on memory: cognitive consequences of having information at our fingertips**. Science, v. 333, n. 6043, p. 776-778, 2011. Disponível em: <<http://www.sciencemag.org/content/333/6043/776>>. Acesso em: 30 set. 2018.

VALENTE, J.A. **A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação**. Tese de Livre docência, Unicamp, Campinas, p. 238. 2005a.

_____, J. A.. **A Internet e as Mudanças nas Estruturas Cerebrais**. 2012. Disponível em: < <https://www.grupoa.com.br/revista-patio/artigo/6463/a-internet-e-as-mudancas-nas-estruturas-cerebrais.aspx>> Acesso em 24 set. 2014

VALSINER, J. **Fundamentos da Psicologia Cultural: mundos da mente mundos da vida**. Porto Alegre: Artmed, 2012.

VALSINER, J., VASCONCELLOS, V.M.R.. **Perspectiva Co-Contrutivista na Psicologia e na Educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

VIEIRA, M. L.. Sociedade Digital: A revolução digital na escola e o papel do professor. In: JUNIOR, W.T.LL. MACHADO, M.B..(Orgs.).**Tecnologia Comunicação e Ciência Cognitiva**. São Paulo: Momentos, 2014. p. 203 - 220.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

WOILER, S. **Computador, conceitos e aplicações**. 1970. Disponível em:

<[http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0034-](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0034-75901970000400007&script=sci_arttext)

[75901970000400007&script=sci_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0034-75901970000400007&script=sci_arttext)> Acesso em 29 mar. 2018.