

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MATO GROSSO DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**ESTEVÃO OVANDO NETO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E CURRÍCULO: DESAFIOS E POSSIBILIDADES**

**CAMPO GRANDE - MS**

**2019**

**ESTEVÃO OVANDO NETO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E CURRÍCULO: DESAFIOS E POSSIBILIDADES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador(a): Claudia Carreira da Rosa.

**CAMPO GRANDE /MS**

**2019**

**ESTEVÃO OVANDO NETO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E CURRÍCULO: DESAFIOS E POSSIBILIDADES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dra. Claudia Carreira da Rosa –  
Orientadora  
Universidade Federal de Mato Grosso do  
Sul

---

Prof. Dra. Karina Alessandra Pessôa da  
Silva  
Universidade Tecnológica Federal do  
Paraná

---

Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva  
Universidade Federal de Mato Grosso do  
Sul

---

Prof. Dr. João Ricardo Viola dos Santos  
Universidade Federal de Mato Grosso do  
Sul (suplente)

Campo Grande, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de  
2018

*“Ser diferente é como dar uma pedra pros outros atirarem em você.”*

*Estrela Polar - Marvel*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer a Deus por me dar forças para chegar até aqui.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) por me fornecer uma bolsa de estudos ao longo de toda a pesquisa.

À minha família por estar comigo ao longo de mais essa etapa, principalmente a minha mãe por estar comigo em todos os momentos difíceis ao longo desses dois anos que dediquei a esta pesquisa e segurou minhas mãos quando não conseguia mais ver sentido em quase nada.

À minha orientadora Claudia por me oportunizar experiências novas ao longo do mestrado, pelas orientações, contribuições, pelas divergências, pela paciência e principalmente pelo companheirismo diante dos inúmeros obstáculos que enfrentamos até a entrega deste documento.

Aos amigos do Grupo da Fronteira de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática (GFPEM).

Aos meus amigos de Ponta Porã que me ofereceram apoio ao longo deste tempo em que visitei frequentemente a fronteira, em especial ao Adamo e a Cida.

A minha grande amiga Dona Cida, mãe da minha orientadora, por me acolher como um filho em sua casa, compartilhar receitas, risadas, histórias e me apoiar durante essa etapa.

Ao professor e alunos do primeiro ano F do período noturno, que me possibilitaram desenvolver essa pesquisa.

Ao professor Marcio e a professora Karina pelas contribuições no desenvolvimento deste trabalho.

A turma 10 do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEumat) da UFMS, em especial as “fofinhas” (Endrika, Bárbara, Vivian, Giovana, Janielly, Amanda) por todas as experiências que vivemos juntos, viagens, clamor, choro, desespero, memes e afins. Ao Rafael pelas conversas e loucuras sinceras e a Bruna por também estar conosco desde sempre.

Aos professores do PPGEumat por contribuírem de diversas maneiras na minha formação.

A todos meus amigos contribuíram de alguma maneira na realização deste trabalho, em especial ao Tulio Dias, Leandro Hoffman e a Luciana Aguiar.

A Liga do Bem por me proporcionar experiências únicas e que me permitiram lembrar a importância de não colocarmos nossas ambições acima do prazer de viver e amar uns aos outros.

Sou grato ao meu personagem Estrela Polar, membro da Liga, por me inspirar uma nova visão de mundo mesmo por meio de histórias em quadrinhos. Ele chegou pra me lembrar de que somos importantes e únicos, independente da maneira como os outros nos enxergam.

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma investigação que articula concepções de currículo de acordo com Dewey, Coll, Sacristán, Silva e Pires relacionados com a Modelagem Matemática, compreendida como uma alternativa para o ensino da Matemática. A pesquisa tem como objetivo investigar quais os desafios e possibilidades do uso da Modelagem Matemática na sala de aula frente ao Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul. Para a coleta de dados, desenvolvemos três atividades em uma escola pública em Campo Grande. Com esses dados, organizamos uma análise local para cada atividade na qual evidenciamos os conteúdos que emergiram de cada uma destas, as competências e habilidades desenvolvidas com os alunos de acordo com o referencial em questão e as relações presentes no decorrer das atividades. Diante disso, elaboramos uma análise global dos dados na qual revela os obstáculos e potencialidades encontradas ao implementar atividades de Modelagem Matemática na sala de aula onde pudemos destacar resultados como a curta duração das aulas e as estratégias que o professor pode optar para lidar com a quebra da sequência didática no decorrer da atividade. Além disso, destacamos a necessidade do professor em se familiarizar a trabalhar com atividades de Modelagem Matemática e como isso pode surtir resultados positivos durante o desenvolvimento das aulas.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Currículo. Ensino de Matemática. Educação Matemática.

## ABSTRACT

This work presents an investigation that articulates curriculum conceptions according to Dewey, Coll, Sacristán, Silva and Pires related to Mathematical Modeling, understood as an alternative to the teaching of Mathematics. The research aims to investigate the challenges and possibilities of the use of Mathematical Modeling in the classroom in front of the Curricular Framework of Mato Grosso do Sul. For the collection of data, we developed three activities in a public school in Campo Grande. With this data, we organized a local analysis for each activity in which we showed the contents that emerged from each one of them, the skills and abilities developed with the students according to the referential in question and the relations present in the course of the activities. Therefore, we elaborated a global analysis of the data in which it reveals the obstacles and potentialities found when implementing activities of Mathematical Modeling in the classroom where we could highlight results such as the short duration of the classes and the strategies that the teacher can choose to deal with the break of the didactic sequence in the course of the activity. In addition, we highlight the teacher's need to become familiar with working with Mathematical Modeling activities and how this can have positive results during class development.

**Keywords:** Mathematical Modelling; curriculum; Mathematic Teaching; Mathematic Education.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Objetivação do currículo prescrito no processo de seu desenvolvimento...	23
Figura 2.1 - Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática.....	45
Figura 3.1 - Projeto Tabagismo-UEM.....	59
Figura 4.1 - Representação por charge sobre o uso do narguilé .....	70
Figura 4.2 - Organização dos dados do questionário.....	71
Figura 4.3 - Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar a porcentagem referente a 9 alunos .....	72
Figura 4.4 - Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar a porcentagem referente a 3 e 8 alunos .....	73
Figura 4.5 - Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar os graus equivalentes à porcentagem .....	75
Figura 4.6 - Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar os graus equivalentes à porcentagem .....	75
Figura 4.7 - Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar os graus equivalentes à porcentagem .....	76
Figura 4.8 - Modelo matemático obtido pelo grupo 1 para representar a faixa etária da turma .....	77
Figura 4.9 - Validação do modelo matemático obtido pelo grupo 1 apresentado na lousa por uma aluna.....	77
Figura 4.10 - Registro feito pelo grupo 2 sobre o cálculo da corrida de Uber e táxi ..	84
Figura 4.11 - Conceito de velocidade encontrado no registro feito pelo grupo 2 .....	85
Figura 4.12 - Cálculo da distância feito pelo grupo 2 .....	85
Figura 4.13 - Cálculo para encontrar o valor referente ao tempo da corrida .....	86
Figura 4.14 - Cálculo para encontrar o valor referente ao tempo da corrida .....	87
Figura 4.15 - Cálculo para encontrar o valor referente ao tempo da corrida .....	87
Figura 4.16 - Cálculo para encontrar a porcentagem presente no problema .....	88
Figura 4.17 - Cálculo para encontrar a porcentagem presente no problema .....	89
Figura 4.18 - Cálculo para aproximar a função a uma variável .....	91

Figura 4.19 - Teodolito caseiro construído para a aula .....	95
Figura 4.20 - Relações trigonométricas no triângulo retângulo .....	99
Figura 4.21 - Cálculo feito pelo grupo 3 para encontrar a altura da quadra .....	100
Figura 4.22 - Valor das medidas e perímetro das laterais da quadra .....	101
Figura 4.23 - Dados para a pintura da quadra de futsal coletados pelo grupo .....	102
Figura 4.24 - Cálculo feito para encontrar a área do círculo central .....	104
Figura 4.25 - Cálculo para encontrar a medida da área da área do goleiro .....	104

## LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1 – Conteúdos e competências orientados para o primeiro ano do Ensino Médio .....	56
Quadro 3.2 - Apresentação da atividade 1 de Modelagem Matemática – O uso do narguilé.....	59
Quadro 3.3 - Apresentação da atividade 2 de Modelagem Matemática – Táxi ou Uber? Eis a questão.....	61
Quadro 3.4 - Apresentação da atividade 3 de Modelagem Matemática – A reforma da quadra de esportes da escola .....	63
Quadro 4.1 - Questionário elaborado para a atividade “O uso do narguilé” .....	67
Quadro 4.2 - Texto motivacional sobre o uso do Uber e do Táxi .....	81

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Valores do Uber X em algumas capitais brasileiras .....	84
Tabela 4.2 - Valores do Táxi (bandeira 1) em algumas capitais brasileiras .....	84
Tabela 4.3 - Valores do Táxi (bandeira 2) em algumas capitais brasileiras .....	84
Tabela 4.4 - Conteúdos que emergiram das três atividades de Modelagem Matemática .....	113

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	15
ESTRUTURA DO TRABALHO .....	18
<b>Capítulo 1 – Currículo e Educação Matemática: algumas considerações</b> .....	19
1.1 “O que é currículo?”: algumas concepções .....	19
1.2 O currículo linear .....	24
1.3 O currículo em espiral .....	27
1.4 Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e o Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul .....	30
1.5 Currículo e Modelagem Matemática: algumas pesquisas .....	34
<b>Capítulo 2 – Modelagem Matemática e o Currículo Escolar</b> .....	36
2.1 Modelagem Matemática e sala de aula: algumas considerações .....	36
2.2 Modelagem Matemática e Modelo Matemático .....	41
<b>Capítulo 3 – Investigação desenvolvida e procedimentos da pesquisa</b> .....	51
3.1 Objeto de pesquisa .....	51
3.2 A pesquisa desenvolvida.....	52
3.2.1 Características da pesquisa .....	52
3.3 O contexto da pesquisa.....	54
3.3.1 A escola.....	54
3.3.2 A turma.....	54
3.4 Encaminhamentos da pesquisa .....	55
3.4.1 Atividade 1: O uso do Narguilé .....	58
3.4.2 Atividade 2: Táxi ou Uber? Eis a questão.....	61
3.4.3 Atividade 3: A reforma da quadra de esportes da escola .....	63
3.5 A coleta dos dados.....	51
3.6 Encaminhamentos da análise dos dados.....	52
<b>Capítulo 4 – Descrição e análise dos dados da pesquisa</b> .....	66
4.1 Encaminhamentos das atividades de Modelagem Matemática.....	66
4.2 Desenvolvimento das atividades e a análise local .....	66
4.2.1 O uso do narguilé .....	67
4.2.2 Táxi ou Uber? Eis a questão... ..	65

4.2.3 A reforma da quadra de esportes da escola.....	95
4.3 Análise global dos dados.....	107
<b>Considerações finais</b> .....	117
<b>Referências Bibliográficas</b> .....	125

## INTRODUÇÃO

Na Educação Matemática existem diversas discussões voltadas ao ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes níveis educacionais<sup>1</sup> que se preocupam em promover o ensino de modo a desenvolver nos alunos posturas investigativas que possibilitem a resolução de problemas e a formação de cidadãos ativos na comunidade.

Diante disso, os professores podem apresentar dificuldades em “juntar as matemáticas” nas aulas, ou seja, fazer com que os alunos consigam se interessar pela matemática escolar, aquela formal vista por eles, geralmente, em livros, com a matemática eles enxergam e vivenciam nas ruas.

Neste sentido, consideramos a matemática das ruas ou próxima da realidade dos alunos como sendo aquela vivenciada em ações cotidianas, por exemplo, calcular um troco da padaria ou ao carregar o crédito do ônibus, os juros atribuídos na compra de um celular novo ou de um financiamento, a função que está por trás do cálculo da fatura de energia elétrica ou no consumo de água, o desconto na compra de um produto á vista ou na troca de um plano de celular são exemplos de situações presentes na realidade do aluno.

Deste modo, dependendo da maneira como é ensinado determinado conteúdo, o aluno pode não conseguir estabelecer relações entre a matemática orientada nas prescrições curriculares, transposta didaticamente pelo professor, podendo influenciar no significado que ele dá ao que aprende e sua interpretação com a realidade em seu dia-a-dia.

Nós professores, ao discutirmos planejamento de aula com colegas de trabalho ou até mesmo em início de carreira, percebemos que era comum compreender o currículo apenas como a matriz curricular, ou seja, uma lista de conteúdos e competências a serem desenvolvidos em determinado nível de ensino. Para esclarecer melhor como a literatura contempla o assunto, apresentamos algumas concepções de autores que discutem currículo para o ensino.

---

<sup>1</sup> Consideramos níveis educacionais como diferentes estágios da educação escolar, por exemplo, a educação básica (educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio) e a educação superior. Diante disso, utilizaremos níveis educacionais e níveis de ensino com o mesmo sentido.

Para Coll (1998) o currículo pode ser considerado um elo entre as orientações prescritas em um referencial e a prática de ensino, ou seja, entre as declarações e teorias pedagógicas e a ação docente, isto é, o que realmente acontece na sala de aula no confronto entre teoria e prática. Neste sentido, o autor considera o currículo como um instrumento para orientar as ações dos professores.

Outra concepção de currículo apresentada é a de Dewey (1896, 1902, 1978, 1979). O autor defendia a escola pragmática, na qual o aprendizado aconteceria ao articular teoria e prática por meio da experiência do aluno, uma vez que considerava que o indivíduo trazia consigo diversos conhecimentos da sua cultura. Para Dewey, o currículo são orientações apresentadas ao docente, e o valor deste, de fato, está na possibilidade que dá ao professor de definir o ambiente e o caminho no qual desenvolverá o aprendizado dos alunos.

Para o Sacristán (2000), o currículo deve considerar os conhecimentos prévios dos alunos. Para o autor, o currículo voltado para o ensino é uma seleção organizada de conteúdos que regulam a prática do professor considerando o aluno munido de diversos saberes, oriundos de um meio cultural muito particular. Sacristán (2000) para definir sua concepção de currículo, o caracteriza a partir de diferentes tipos “currículos” com níveis e objetivos diferentes entre as relações que se estabelecem no ambiente escolar.

Considerando o indivíduo como um ser único e a sala de aula um lugar que apresenta grande quantidade de pessoas interagindo todo o tempo, reconhecemos a escola como um espaço com grande diversidade cultural. Diante de tal diversidade, presente não somente no ambiente escolar, bem como na comunidade que o cerca, consideramos que o desenvolvimento do currículo precisa atender à necessidade de abordar a Matemática por diferentes maneiras, levando em conta essas relações presentes e permitindo novas experiências aos envolvidos.

Neste sentido, acreditamos que para uma melhor qualidade no ensino, o docente deve se atentar a práticas que fujam de hierarquias entre professor e alunos, presente geralmente em abordagens tradicionalistas que podem limitar a autonomia dos discentes a exporem suas ideias, trocarem experiências ao explorar um conteúdo, na crença de que é o professor detentor do conhecimento a ser repassado.

Outra crença presente na escola que pode afetar o encaminhamento das aulas e conseqüentemente o aprendizado dos alunos é o desenvolvimento linear do



currículo, discutido por Pires (2000) e Silva (2009). Esta crença está atrelada a uma forte ideia dos pré-requisitos para o ensino de determinado conteúdo, o que pode limitar a maneira com a qual os alunos veem o que lhe são apresentados, seja contextualizado em outras situações ou até mesmo na própria Matemática, causando a impressão, durante o desenvolvimento do currículo, de que os conteúdos não apresentam relações entre si.

Deste modo, para apresentarmos uma alternativa sobre o desenvolvimento do currículo de Matemática que fuja desta crença, apresentamos o currículo em espiral, o que de acordo com Bruner (1978) se caracteriza, de um modo geral, em trabalhar os conteúdos em diferentes maneiras e níveis no decorrer das aulas, acreditando que o aluno aprende ao se deparar com o mesmo conceito em diferentes modos e em um nível crescente de complexidade.

Existem vários caminhos para desenvolver as aulas a fim de possibilitar que os alunos explorem um mesmo conteúdo em situações diferentes, por meio de abordagens que se aproximem da realidade deles e permitam desenvolver o currículo de outras maneiras, que não sigam a ideia linear.

Na Educação Matemática são utilizadas algumas tendências que possibilitam alternativas pedagógicas para o trabalho docente, como por exemplo, a Metodologia de Resolução de Problemas, Tecnologias para o Ensino, História da Matemática ou Modelagem Matemática.

Todas estas alternativas apresentam potencialidades diferentes e cabe ao professor verificar qual a melhor possibilidade ao utilizá-las nas aulas de acordo com o objetivo de aprendizagem, o espaço e os recursos que tem. Dentre todas elas, para trabalhar a Matemática mais próxima da realidade dos alunos e propor uma abordagem que possibilite a troca de experiências na sala de aula que vão além de conteúdos matemáticos, consideramos a Modelagem Matemática como uma alternativa de ensino da Matemática por meio de situações reais.

Na Educação Matemática, existem diferentes concepções sobre Modelagem Matemática que variam de acordo com o objetivo do professor. Nesta pesquisa, consideramos a concepção de Almeida e Brito (2005), que se caracteriza como uma alternativa pedagógica por meio de situações reais que permite o ensino de conteúdos matemáticos a partir de um problema não originalmente matemático.

Ainda não existem muitas pesquisas que discutem a Modelagem Matemática com o currículo. De modo geral, como apresenta Caldeira (2015), o que é discutido envolve a resistência por parte dos docentes em incluir atividades de modelagem nas aulas na crença de que a tendência não possibilita o cumprimento do referencial curricular.

Considerando discussões relacionadas à Modelagem Matemática e o currículo, nossa pesquisa tem como objetivo responder a seguinte questão: **quais os desafios e possibilidades do uso da Modelagem Matemática na sala de aula frente ao Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul?**

Para responder tal questão, coletamos dados por meio de atividades de Modelagem Matemática em uma escola pública do Mato Grosso do Sul. Estes foram analisados frente ao nosso referencial teórico de forma que pudéssemos identificar os conteúdos e competências que emergiram na resolução dos problemas propostos nas atividades dentre outras relações presentes no desenvolvimento das aulas.

## **ESTRUTURA DO TRABALHO**

Este trabalho está organizado em quatro capítulos, além da introdução, considerações finais e referências bibliográficas. Na introdução apresentamos de um modo geral, o tema, a questão que orienta o objetivo desta pesquisa e a estrutura do trabalho.

No primeiro capítulo apresentamos algumas concepções de currículo, frente a sua caracterização e desenvolvimento. No segundo, consideramos a Modelagem Matemática como uma alternativa de ensino de acordo com concepções presentes na literatura em Educação Matemática, na qual articulamos algumas questões que relacionam a Modelagem Matemática e o currículo.

O terceiro capítulo apresenta os encaminhamentos metodológicos da pesquisa, bem como as atividades que foram desenvolvidas na sala de aula com o intuito de coletar dados para nossa investigação. No quarto capítulo estão as descrições e análises locais de cada atividade; e a partir destas organizamos uma análise global de todas as atividades frente à problemática proposta neste trabalho. Em seguida, apresentamos as considerações finais sobre a questão investigada e posteriormente as referências bibliográficas.



## **Capítulo 1 – Currículo e Educação Matemática: algumas considerações**

A compreensão do significado do currículo de matemática se relaciona aos saberes presentes ao constituí-lo na prática docente, de modo que suas propostas são implementadas por meio de orientações que propiciam caminhos a equipe pedagógica com o intuito de proporcionar novas experiências de aprendizagem com os alunos, sendo assim, debater currículo pode ser mais abrangente do que se limitar apenas a matriz curricular, como é geralmente compreendido.

Neste capítulo, evidenciamos algumas concepções de currículo de acordo com trabalhos de Sacristán (2000), Coll (1998) e Dewey (1896, 1902, 1978, 1979), apresentamos o currículo linear de acordo com Silva (2004, 2009, 2013) e Pires (2000) e também apresentamos o currículo em espiral segundo Bruner (1978). Para discutirmos as orientações curriculares no ensino, utilizamos os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e as propostas presentes no Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul.

### **1.1 “O que é Currículo?”: algumas concepções**

Ao abordar o currículo na Educação Matemática, geralmente é colocada uma simplificação do seu significado na escola, na qual existe a generalização em limitá-lo aos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula levando em consideração a aprendizagem do aluno. Na tentativa de compreender o que é currículo muitas vezes este significado acaba se perdendo nessas generalizações, considerando a complexidade que o currículo contempla.

Em geral, ao explicar um determinado assunto tentamos de alguma forma simplificá-lo com o intuito de facilitar a sua compreensão, entretanto, esse processo pode tornar o entendimento deste significado mais complexo em um primeiro olhar, visto que existe a interpretação de cada indivíduo.

Temos uma sensação contraditória ao falar do currículo, pois sentimos, por um lado, a necessidade de simplificar para que nos façamos entender, o que nos transforma em seus promotores. Nesse sentido, afirmamos que o currículo é algo evidente e que está aí, não importa como o denominamos. É aquilo que o aluno estuda. Por outro lado, quando começamos a desvelar suas origens, suas implicações e os agentes envolvidos, [...] damos-nos conta de que nesse conceito se cruzam muitas dimensões que envolvem dilemas e situações perante os quais somos obrigados a nos posicionar. (SACRISTÁN, 2013, p. 16)

Antes de nos posicionarmos frente ao que consideramos currículo, vamos apresentar neste capítulo diferentes leituras sobre o tema, nas quais foi possível conhecer diversos olhares para este conceito. Deste modo, buscamos aproximações que tratassem do currículo e sua relação com a sala de aula.

Para Coll (1998) o currículo é um documento que lista fundamentos que são possíveis ser reproduzidos na prática pedagógica do professor. Deste modo, “[...] o currículo é um elo entre a declaração de princípios gerais e sua tradução operacional, entre a teoria educacional e a prática pedagógica, entre o planejamento e a ação, entre o que é prescrito e o que realmente sucede nas salas de aula” (COLL, 1998, p. 33-34).

Entendemos que o currículo ao ser interpretado como ementa deve ser considerado como uma orientação para a ação dos docentes, na qual o professor é responsável por determinar a maneira com que trabalhará os conteúdos dispostos no referencial curricular, e neste sentido deve ser tratado como “instrumento para orientar a ação dos professores” (COLL, 1998, p.44).

Para Coll (1998), o planejamento de um referencial curricular precisa ser adaptável e fácil de ser manipulado para determinado período de tempo. Esta proposta deve ser clara, permitir uma sequência de conteúdos organizados em cada disciplina respeitando as diferentes turmas e também se preocupem com as diferenças culturais de cada região.

Neste sentido, Coll (1998) considera que a escolarização é o “conjunto de atividades mediante as quais um grupo assegura que seus membros adquiram a experiência social historicamente acumulada e culturalmente organizada” (COLL, 1998, p.28). Nesta perspectiva, o currículo consiste em um projeto que articula conteúdos e orienta ações na escola levando em consideração os princípios psicológicos, culturais e pedagógicos, constituindo a escola um espaço democrático.

Do mesmo modo, existem outras perspectivas que contemplam a democracia no contexto do currículo, como por exemplo, Dewey (1979) que defende a democracia considerando-a sinônimo de liberdade, e a partir disso acreditava na escola pragmática, ou seja, que integrasse teoria e prática por meio da experiência. Neste sentido, “uma democracia é mais do que uma forma de governo; é primordialmente, uma forma de vida associada, de experiência conjunta e mutuamente comunicada” (DEWEY, 1979, p.93).

Para Dewey (1979) as crianças chegam à escola com diversos saberes que trazem consigo provenientes de sua trajetória até então, sendo assim os professores não tem o papel moldá-los de alguma maneira na justificativa de promover uma boa educação. Dewey acreditava que a criança chega à escola “já intensamente ativa e a incumbência da educação consiste em assumir a atividade e orientá-la” (DEWEY, 1979, p.25). Neste sentido, ao iniciar a vida escolar, o indivíduo traz consigo “impulsos inatos – o de comunicar, o de construir, o de indagar e o de expressar-se de forma mais precisa” (DEWEY, 1979, p.30).

Diante de suas ideias, o autor foi contra diferentes pensadores de sua época que defendiam a educação tradicional focada no programa fechado, sendo assim Dewey não aceitava a pedagogia de que a criança apenas recebesse e aceitasse, e era considerado bom aluno quando se comportava de forma dócil e disciplinada, ou seja, passivo a tudo que lhe era imposto.

Seguindo sua ideia pragmática, Dewey (1896) considera a escola como “[...] a única forma de vida social que funciona de forma abstrata em um meio controlado, que é diretamente experimental; e, se a filosofia há de converter-se em uma ciência experimental, a construção de uma escola será seu ponto de partida” (DEWEY, 1896, p.244).

Dewey (1986) acredita que quando a criança é capaz de compreender o porquê de estar aprendendo determinado assunto poderá ter interesse em estudá-lo. Assim, livros e apostilas para leitura são apenas ferramentas para o processo de aprendizagem.

Em relação aos professores, Dewey (1902) considera que estes tem uma tarefa difícil para cumprir, pois precisam articular conteúdos de estudos por meio da experiência. Neste seguimento, o autor considera que qualquer tema relacionado ao currículo foi construído por meio de alguma situação ou problema que o indivíduo foi desafiado a resolver e utilizou sua experiência para solucionar. Neste sentido, o plano de ensino orienta o educador sobre as possibilidades de desenvolver autonomia nos alunos.

quais são os caminhos abertos ao educando no âmbito da verdade, da beleza e do bem e para dizer-lhe: compete a você conseguir que existam as condições que estimulem e desenvolvam, todos os dias, as faculdades ativas de seus alunos. Cada criança há de realizar seu próprio destino tal como se revela a você os tesouros das ciências, da arte e da indústria (DEWEY, 1902, p. 291).

Dewey (1978) entende que o currículo é apresentado ao professor e os conteúdos dispostos nele devem servir para orientá-lo no que pode ser trabalhado com os alunos. Assim, “[...] o valor dos conhecimentos sistematizados no currículo, está na possibilidade, que dá ao educador, de determinar o ambiente, o meio necessário à criança e, assim, dirigir indiretamente a sua atividade mental” (DEWEY, 1978, p.61-62).

Nesta perspectiva, o processo de ensino e aprendizagem precisa ser uma ação democrática na qual o aluno não seja passivo, como se o professor fosse detentor do conhecimento e só seria responsável por repassar informações, e sim uma ação pragmática na qual o docente desafia o aluno a solucionar problemas utilizando sua experiência até aquele momento e a partir disso construir um novo conhecimento. Diante disso, o currículo orienta o docente sobre quais caminhos percorrer para o desenvolvimento do aluno.

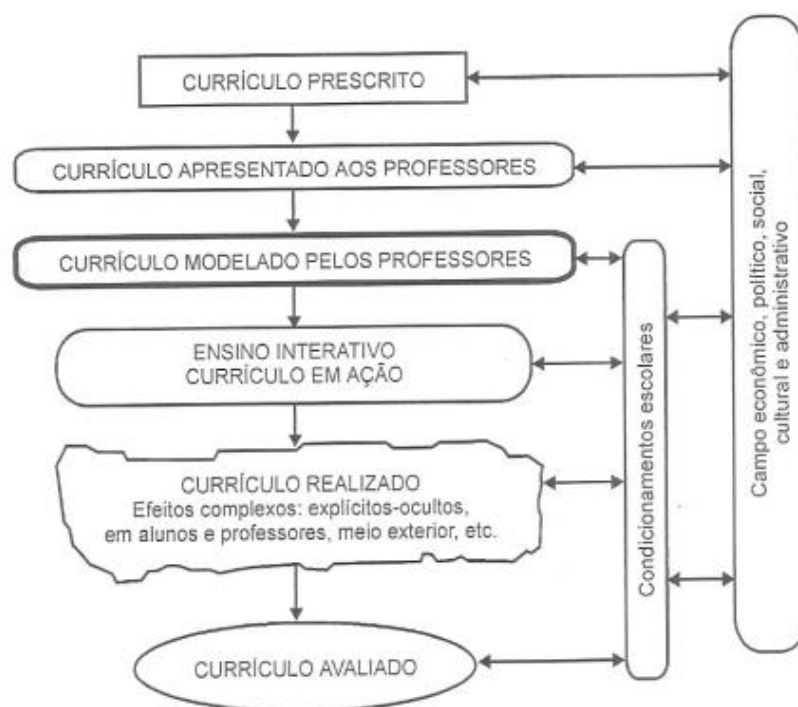
Um autor que condiz com o pensamento de Dewey em relação aos alunos já possuírem diversos conhecimentos, devido a sua experiência, é Sacristán (2000). Para Sacristan também é importante considerar o conhecimento prévio do aluno, ou seja, o currículo precisa usar os conhecimentos que o indivíduo já tem, pois este é tido como um sujeito não subjetivo que se originou de um meio social e cultural particular que lhe proporciona diferentes oportunidades e constitui significado ao currículo.

Para o autor, o currículo a ensinar é “como uma seleção organizada de conteúdos a aprender, os quais por sua vez, regularão a prática didática que se desenvolve durante a escolaridade” (SACRISTÁN, 2013, p.17). Neste sentido, o currículo é importante para analisar como as práticas e posturas educacionais se consolidam e se manifestam no meio escolar. Deste modo, quando os interesses dos alunos não se encontram com a cultura escolar ocorrem resistências de diferentes maneiras, tais como desmotivação, desinteresse, evasão, entre outros.

A importância do currículo para o professor, segundo Sacristán (2000), é de servir como referência para a prática docente no qual podem estar presentes correspondências entre orientações emergidas de uma teoria relacionada à sua prática, entre a escola que se almeja com a escola se tem, entre os objetivos atribuídos a ela e sua relação com a comunidade.

Desse modo, o autor apresenta níveis de objetivo e define diferentes currículos a partir dos seus significados, como mostra a Figura 1.1:

**Figura 1.1** – Objetivação do currículo prescrito no processo de seu desenvolvimento



**Fonte:** (SACRISTÁN, 2000, p.105)

O autor propõe esse modelo para explicar o currículo como algo elaborado a partir de diferentes influências e que se relacionam de alguma maneira, sendo cada item um nível do significado do currículo.

O currículo prescrito existe em todo sistema educativo e é produto de propostas rigorosas no contexto em que está inserido servindo como prescrição ou orientação de quais conteúdos devem ser abordados em relação à escolaridade em questão. Já o currículo apresentado aos professores são propostas que facilitam a interpretação do currículo prescrito, pois as prescrições podem ser genéricas e não serem suficientes para orientá-los no âmbito da sala de aula.

No currículo moldado pelos professores, por serem orientações, temos que o professor é o agente ativo e decisivo em como trabalhar os conteúdos em sala de aula a partir de sua cultura, de modo que possibilite construir uma proposta que considera adequada para determinada turma. Em relação ao currículo em ação, temos o que ocorre na prática, a partir de fundamentos teóricos e práticos que o professor já tem,



no qual pode se ver o significado real das propostas curriculares que sustentam as práticas pedagógicas.

O currículo realizado são consequências da prática em ação, podendo produzir diferentes efeitos: cognitivo, social, cultural, entre outros; e vão além do sistema educacional e práticas pedagógicas. O currículo avaliado são forças externas de diferentes tipos que cercam o professor, tais como controle para liberação de títulos, ideologias, políticas, teorias pedagógicas e cultura, levando-o a relevar na avaliação aspectos do currículo, que pode concordar ou não com as ideias de quem o elaborou ou até mesmo com os objetivos do professor.

Diante destes diferentes “currículos”, Sacristán (2000) considera o modelo apresentado na Figura 1.1 explicativo e não normativo, sendo que as fases propostas nele apresentam relações mútuas entre si. Assim, explorar “este processo de ‘construção curricular’ é condição não apenas para entender, mas também para detectar os pontos nevrálgicos que afetam a transformação processual, podendo assim incidir mais decisivamente na prática” (SACRISTÁN, 2000, p.104).

Logo, para Sacristán (2000) o currículo é algo construído por meio de diferentes “currículos”, que apresentam níveis de significados, e pode ser desenvolvido por meio do que aluno já sabe, considerando sua cultura e o ambiente no qual se desenvolveu, servindo como instrumento para regular e analisar como as ações pedagógicas se estabelecem no ambiente escolar.

Diante de todas estas concepções consideramos que a maneira como o professor desenvolve as orientações curriculares nas aulas é o que dá o significado ao currículo, pois a partir do confronto entre a teoria e prática é possível verificar o que tem êxito ou não, considerando todas as relações que perpassam o ambiente de ensino e aprendizagem. Pensar em um currículo democrático e uma abordagem mais “aberta” é uma tarefa difícil, uma vez que somos influenciados por vários fatores que sempre tendem a nos levar a escolarização e o cumprimento de algo, contudo a prática reflexiva diante do currículo em ação possibilita ver novas possibilidades durante o desenvolvimento curricular.

Nesse sentido, compreendemos a relevância e a preocupação com os conhecimentos prévios que os alunos possuem devido a sua trajetória, e a partir disso pensar em como desenvolver os conteúdos, bem como promover atitudes investigativas que aguçam criticidade do aluno ao resolver problemas.

## 1.2 O currículo linear

Uma crença comum na prática docente de professores com relação aos conteúdos apresentados no referencial curricular é a que estes devem cumprir em uma ordem ou sequência para que todos sejam contemplados, ou seja, é visto de uma maneira linear, como se um conteúdo dependesse de outro anterior para ser abordado.

Segundo Silva (2004), os diversos conceitos que os docentes apresentam sobre o currículo de Matemática são próprios às experiências que estes professores sofreram enquanto alunos sejam na educação básica, na formação inicial ou na formação continuada por meio de cursos de capacitação. Essas crenças em relação ao currículo podem estar relacionadas à maneira como o professor ensina Matemática na sala de aula.

Silva (2009) apresenta três metáforas que podem ajudar a compreender a criação de mitos relacionados ao conhecimento que justificam a ideia de linearidade dos conteúdos. A metáfora do balde pondera que o conhecimento acumulado durante a trajetória do aluno é comparado com a água de um balde e a avaliação deste é como uma vareta para medir o quanto a pessoa tem de conhecimento sobre algo, “caracterizando a ideia impregnada em muitos ambientes escolares de que conhecimento é algo que pode ser transferido e estocado” (SILVA, 2009, p. 134).

Assim, o professor tem o papel de transmissor e o fracasso na aprendizagem é considerado culpa do aluno que não valoriza o conteúdo despejado em sua mente. Neste sentido, o professor é detentor do conteúdo e o aluno tem a oportunidade de tomar dessa fonte, sempre considerando que o aluno começa do zero, como um balde vazio.

Já a metáfora do edifício apresenta um discurso comum a educadores que acreditam na linearidade do currículo: a ideia de que o aluno deve ter construída uma boa base para que a partir disso o professor possa construir o conhecimento do aluno. Nesse sentido, cada andar a ser construído nesse edifício corresponde a algo que se quer desenvolver, de modo que isto depende do andar anterior, ou seja, algo específico que o aluno já tenha aprendido e serve como uma base forte e sólida para o próximo.

Outra metáfora é a da cadeia de elos, que consiste na dependência de um conteúdo com o outro, podendo gerar a ideia de pré-requisito. Assim, se um elo fica de fora não é possível aprender outro conteúdo sem esse elo ser ajustado. O autor considera que é indiscutível que alguns conteúdos respeitem uma ordem de ensino, por exemplo, o ensino de gráfico de funções sem antes saber as coordenadas do plano cartesiano, entretanto, não justifica a impossibilidade de ensinar o conceito de função a um aluno que não pôde aprender sobre o plano cartesiano.

Embora seja indispensável abordar esses tópicos preliminares, é possível fazê-lo, desde que se coloque de lado o apego extremo ao cumprimento do planejamento do tempo para as aulas da semana, do mês, do bimestre ou, até mesmo, do ano letivo, e favoreça o conhecer profundamente o pouco em detrimento do nada conhecer o todo (SILVA, 2009, p.136).

Nesse sentido, a organização curricular linear presente em livros, cursos, programas, entre outros, pode ser responsável por desenvolver essa crença na prática do professor, reforçando a ideia de pré-requisitos. Assim, podem se tornar comuns relações exageradas de que um conteúdo é mais difícil do que outro como se não existissem relações entre eles.

Outra autora que apresenta ideias relacionadas à linearidade do currículo é Pires (2000), que se refere a duas concepções implícitas relativas à organização do currículo: “a linearidade e a acumulação, ambas com presença marcante” (PIRES, 2000, p.66). Estas concepções ocorrem tanto pela sequência em que os conteúdos estão dispostos que influenciam a ideia de que sejam dados em certa ordem, sejam diante a pré-requisitos que são considerados habilidades que precisam ser desenvolvidos pelo aluno, antes que entre em contato com o outro conteúdo ou conhecimento.

Nessa perspectiva, Pires (2000) considera que as propostas curriculares elaboradas a partir do Movimento da Matemática Moderna seguiam a ideia de estrutura se comparado a estruturas algébricas (grupos, anéis, corpos, entre outros); e isso influenciou na hierarquia dos conteúdos que partiam da teoria de conjuntos e por estruturas matemáticas mais simples, e iam evoluindo gradualmente até chegar a estruturas matemáticas mais complexas.

Desse modo, seguindo a ideia hierárquica dos conteúdos, alguns educadores justificavam que os conhecimentos relacionados ao conjunto dos números negativos deveriam preceder aos do conjunto dos números racionais devido à estruturação dos conjuntos. Por consequência da atenção com o conhecimento matemático que

acarretou na preocupação em destacar um sistema axiomático aos aprendizes foi reforçada a ideia de que o conhecimento matemático é algo que se adquire linearmente por uma sequência de deduções.

Pires (2000) pondera que apesar de propostas recentes apresentarem algumas tentativas de relacionarem os conteúdos (blocos de conteúdos como “números”, “geometria” e “medidas”, por exemplo) e não se caracterizarem mais relacionadas a estruturas matemáticas ou a de que “o estudo de uma noção num dado nível implica que ela será futuramente, e o mais frequentemente possível, integrada sistematicamente a atividade matemática” (PIRES, 2000, p.67); a ideia linear das orientações é predominantemente em relação à exploração dos conteúdos matemáticos do que nas possíveis relações.

Considerando a estrutura em cadeia presente em propostas curriculares atuais, Pires (2000) faz uma crítica considerando essa estruturação como algo ruim para a aprendizagem.

Marcos temáticos são fixados e devem ser percorridos sequencialmente; é um caminho cujo percurso é composto de passos, cuja lei de sucessão é ir do mais simples para o mais complexo. [...] Ao desenvolverem seu trabalho em sala de aula, tanto elaboradores de currículos de Matemática quanto professores se empenham em organizá-lo segundo uma “estrutura” lógica linear: cada assunto (capítulo ou unidade) supões conhecidos assuntos precedentes (PIRES, 2000, p.67).

Essa postura pode ser considerada natural aos olhos de quem elabora essas orientações curriculares considerando estarem trabalhando com uma disciplina científica, entretanto a ideia linear da aprendizagem tira qualquer autonomia nas ações do aluno em relação aos conhecimentos que estão sendo trabalhados. Nesse sentido, a autora considera que “embora admitindo-se que existam etapas necessárias a serem cumpridas antes de se iniciar outras e que há que se escolher, enfim, um certo percurso, não se justifica o condicionamento tão forte que em geral é observado nos programas”(PIRES, 2000, p.67).

Embasados nos autores citados acima, consideramos que o currículo linear pode limitar o pensamento do aluno e neste sentido buscamos outro tipo de desenvolvimento do currículo no sentido de ampliar olhares e possibilidades que podem ir além da ideia linear discutida por Silva (2009, 2013) e Pires (2000). Consideramos essa forte influência da linearidade a falta de melhores contextualizações que associem os conteúdos mais próximos ao cotidiano do aluno.

### 1.3 O currículo em espiral

Acreditamos que o desenvolvimento linear do currículo pode limitar o pensamento do aluno, e a partir disso buscamos considerar outra concepção sobre o desenvolvimento curricular. Desse modo, acreditamos na concepção de Bruner (1978) sobre o currículo desenvolvido em espiral como uma possibilidade de repensar alternativas que crença de linearidade dos conteúdos.

Para Bruner (1978) ao desenvolver o currículo é preciso existir a preocupação em considerar os conhecimentos prévios do aluno na justificativa que o indivíduo já tem construída alguma estrutura cognitiva, sendo esta importante para aprendizagem. Diante disso, Bruner (1978) considera que o currículo ao ser desenvolvido “deve voltar repetidas vezes a essas ideias básicas, elaborando e reelaborando-as, até que o aluno tenha captado inteiramente a sua completa formulação sistemática” (BRUNER, 1978, p.12).

Para exemplificar sua concepção de currículo em espiral para o ensino da Matemática, Bruner (1978) explica o cuidado que se deve ter em relação ao nível em que o aluno se encontra, de modo que o professor trabalhe os conteúdos diversas vezes, em diferentes maneiras e níveis.

Se se considera crucial a compreensão de número, medida ou probabilidade na busca da ciência, então a instrução nesses assuntos deverá ser iniciada tão cedo e da maneira intelectualmente mais honesta possível e consistentemente com as formas de pensar da criança, deixando que os tópicos sejam desenvolvidos várias vezes em graus posteriores (BRUNER, 1978, p. 49).

Nesse sentido, Bruner (1978) aparentemente considera a perspectiva estruturalista ao tratar a Matemática.

[...] tomando um exemplo da matemática, a álgebra é um modo de dispor, em equações, elementos conhecidos e desconhecidos, de modo que os desconhecidos se tornem conhecíveis. As três propriedades implicadas no trabalho com essas equações são comutação, distribuição e associação. Uma vez que um aluno capte as ideias contidas nessas propriedades, está em condições de reconhecer em que casos “novas” equações a resolver não são de modo algum novas, mas apenas variações de um tema familiar (BRUNER, 1978, p.7).

Para o autor, “qualquer assunto pode ser ensinado com eficiência, de alguma forma intelectualmente honesta, a qualquer criança, em qualquer estágio de desenvolvimento” (BRUNER, 1978, p.31), uma vez que a aprendizagem não consiste em apenas reproduzir alguns princípios sobre determinado conteúdo e sim

desenvolver com aluno atitudes de investigação e elaboração de hipóteses para solução de problemas.

Introduzir essas atitudes através do ensino exige algo mais do que mera apresentação das ideias fundamentais. [...] um importante é um sentimento de excitação pela descoberta – descoberta de regularidades de relações antes não reconhecidas e de semelhanças entre ideias, de que resulte um sentimento de autoconfiança quanto às próprias capacidades (BRUNER, 1978, p.18).

O desenvolvimento do aluno não é considerado produto de uma sequência de acontecimentos e o ambiente escolar é um dos fatores que afeta o aluno na aprendizagem, assim todo meio a sua volta, dentro e fora da escola influencia nesse processo. O professor, por meio de questionamentos, pode levar o aluno a facilitar o processo de desenvolvimento intelectual, no que remete a princípios históricos, físicos e matemáticos.

Aprender, de acordo com Bruner (1978), é caracterizado por relacionar três processos um tanto concomitantes. O primeiro é a aquisição de nova informação, esta que geralmente substitui ou modifica o conhecimento anterior. O segundo processo é a transformação que consiste em manipular o conhecimento e moldá-lo a alguma função. O terceiro é avaliação (crítica) que consiste na verificação se a maneira que foi manipulada a informação é apropriada a tarefa.

Para desenvolvimento do aluno ao aprender, Bruner (1978) pondera que deveria ser considerada “a natureza mutuamente e complementar dos pensamentos intuitivo e analítico” (BRUNER, 1978, p.54). Por meio do pensamento intuitivo, o aluno poderá encontrar soluções de problemas que não conseguiria, e se conseguisse, seria um longo processo por meio do pensamento analítico. Ao serem resolvidas por métodos intuitivos, essas soluções podem ser validadas por métodos analíticos, utilizando-as como hipóteses para essa validação. Assim, “o pensador intuitivo pode até mesmo inventar ou descobrir problemas que o analista não descobriria. Poderá ser, contudo, o analista, quem irá dar aos problemas o formalismo conveniente” (BRUNER, 1978, p. 54).

As ideias de Bruner (1978) trazem entendimentos para o currículo no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, uma vez que se preocupa com a compreensão que os alunos têm dos conteúdos que são trabalhados e estes devem ser desenvolvidos em diferentes níveis e maneiras. Nesse sentido, mais importante do que o aluno saber a nomenclatura das propriedades de um conteúdo ou saber calcular (efetuar) métodos, por exemplo, é a capacidade de conseguir interpretar,

refletir, investigar e apresentar hipóteses e relações para encontrar soluções para um problema.

Assim, o desenvolvimento do aluno não pode ser considerado resultado de uma sequência de ações, pois todas as relações que perpassam o ambiente escolar e todo o meio a sua volta influenciam no processo de aprendizagem. Nesse sentido, o professor pode interpretar o currículo que lhe é apresentado com o objetivo de desenvolver suas orientações como achar necessário, considerando o contexto que está inserido o aluno, buscar conhecer o referencial curricular que o orienta e articular essas orientações de modo a possibilitar que trabalhar os conteúdos em diferentes situações.

#### **1.4 Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e o Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul**

Apresentamos algumas concepções sobre o que é currículo para o ensino e também discussões sobre a maneira como os docentes podem interpretar o currículo prescrito e serem influenciados a ideia linear devido a maneira como, geralmente, os conteúdos são orientados nos documentos ou programas. Neste sentido, consideramos importante apresentar como são organizadas as orientações curriculares em Mato Grosso do Sul.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) foram desenvolvidos para propor um currículo que contemple

conteúdos e estratégias de aprendizagem que capacitem o ser humano para a realização de atividades nos três domínios da ação humana: a vida em sociedade, a atividade produtiva e a experiência subjetiva, visando à integração de homens e mulheres no tríplice universo das relações políticas, do trabalho e da simbolização subjetiva (BRASIL, 2000, p.15).

Ao que remete ao ensino de Matemática, os PCNEM apontam:

Os estudos nessa área devem levar em conta que a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos do real e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências. É importante considerar que as ciências, assim como as tecnologias, são construções humanas situadas historicamente e que os objetos de estudo por elas construídos e os discursos por elas elaborados não se confundem com o mundo físico e natural, embora este seja referido nesses discursos (BRASIL, 2000, p.20).

Nesse sentido, os PCNEM consideram a importância de compreender que para o ensino de Matemática, apesar de o mundo ser único, os objetos estudados são

diferentes, pois é necessário converter linguagens diferentes em cada ciência, com o intuito de compreender princípios científicos e associá-los para solução de problemas contextualizados, utilizando estes conhecimentos em diversas situações.

Essas recomendações estão relacionadas aos objetivos do Ensino Médio, de acordo com os PCNEM, em geral consiste em formar cidadãos justos e solidários, ativos socialmente e politicamente na sociedade e capazes de se posicionarem de maneira crítica, com conhecimento de sua história e cultura valorizando-as sem qualquer discriminação cultural ou social. Também formar pessoas conscientes na preservação do meio ambiente, preservação da própria vida por meio de hábitos saudáveis e benéficos a saúde individual e coletiva. Essas ações se encaminham por meio de uma proposta interdisciplinar no contexto escolar.

[...] a interdisciplinaridade não tem a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas de utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema concreto ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. Em suma, a interdisciplinaridade tem uma função instrumental. Trata-se de recorrer a um saber diretamente útil e utilizável para responder às questões e aos problemas sociais contemporâneos (BRASIL, 2000, p.21).

A partir dessas propostas fundamentam-se diferentes documentos com orientações sobre como desenvolver essas ideias com os alunos e isso pode divergir, em alguns aspectos de um estado (ou cidade), para outro; podendo ser observado ao olharmos para o referencial curricular de determinada região e o compararmos com o de outra.

O referencial curricular é um elemento do currículo que está, em geral, organizado por meio de conteúdos e competências a serem desenvolvidas e conteúdos a serem trabalhados em determinado período de tempo ou grau instrução. Neste sentido, vamos considerar a proposta do Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul, que consiste em “nortear o trabalho do professor de forma dinâmica, objetivando uma perspectiva interdisciplinar e também garantir a apropriação do conhecimento pelos estudantes [...]” (MATO GROSSO DO SUL, 2008, p.5).

Segundo o Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul, as competências a serem desenvolvidas com os alunos:

[...] permite a mobilização de conhecimentos, atitudes e capacidades para que se possa enfrentar determinada situação, selecionando recursos no momento e na forma adequada. Implica, também, a mobilização de esquemas que se possui para desenvolver respostas inéditas, criativas e efetivas para problemas novos (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p.14).



Neste sentido, as competências são responsáveis pela seleção dos conteúdos, não no sentido de eliminação, e sim a direcionar como os conteúdos podem ser trabalhados, ressaltando que sabe usar os conhecimentos ensinados é mais importante do que a quantidade dos conteúdos. Deste modo, são consideradas “princípios ativos que mobilizam os indivíduos à ação e que abrem espaço para a reflexão teórico-metodológica contínua pelos professores sobre quais as finalidades do trabalho pedagógico efetuado em sala de aula” (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p.14).

Os conteúdos curriculares são considerados “recursos que os estudantes têm para participar ativamente da vida em sociedade e as habilidades que desenvolvem permitem-lhes agir sobre tais conteúdos” (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p.14). As habilidades estão relacionadas à construção social e cultural do sujeito, e são produzidas a partir das relações sociais, vida e formação juntamente com as diversas áreas do conhecimento.

A proposta do Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul em relação ao ensino da matemática se volta para a aprendizagem significativa a fim de satisfazer as necessidades cotidianas do homem e permitir ao aluno

[...] condições efetivas para comunicação, argumentação, confronto e compreensão de situações-problema, escolhas e proposições; enfim, para que tomem gosto pelo conhecimento e aprendam a aprender e aplicar a matemática, não há mais espaço, no ambiente escolar, para o mero transmissor e comunicador de conteúdos, assim como não se pode admitir a postura passiva do aluno que busca conhecimentos prontos do professor a serem digeridos (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p.160).

Para o desenvolvimento desses objetivos, o currículo da Matemática presente no Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul geralmente está disposto em blocos de conteúdos: Números e Operações, Espaço e Forma (Percepção Espacial e Geometria), Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação (elementos da Estatística, Combinatória e Probabilidade).

Em cada bloco de conteúdos são ressaltadas duas características fundamentais: a primeira consiste nas relações advindas do mundo real por meio de representações e a segunda nas relações dessas representações com definições e conceitos matemáticos. Isso se faz com o objetivo de orientar o planejamento do professor de modo que diferentes conteúdos possam se relacionar ao longo das aulas.

Em cada bloco de conteúdos é sugerido uma ordem para que os conteúdos possam ser trabalhados em cada bimestre.

Além disso, para propor a interdisciplinaridade de diferentes áreas do conhecimento, o Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul orienta que “essa ordem de conteúdos deverá ser trabalhada em espiral, apresentando os conteúdos mais de uma vez, com abordagens renovadas em nível de complexidade crescente para levar à ação reflexiva do estudante” (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p.228).

Em relação à prática pedagógica do professor, o Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul orienta:

A proposta da área de Matemática requer uma metodologia, por parte dos professores, com perspectivas para que, a cada final de processo, os estudantes compreendam a teoria, reinterpretem e releiam o mundo, aplicando a Matemática para facilitar suas vidas na economia e planejamento de tarefas simples do dia a dia (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p.230).

O documento também remete à avaliação dos estudantes e à reflexão da própria prática de ensino, enfatizando sobre o papel do erro na aprendizagem dos alunos.

Em relação à avaliação, é necessário que o professor utilize estratégias diferenciadas para avaliar seus discentes e, ainda, que avalie seu próprio trabalho, reformulando-o e enriquecendo-o, bem como considerar os conhecimentos prévios dos estudantes, ter uma atitude educativa em relação ao erro, considerando-o, assim, como uma etapa da aprendizagem (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p. 230).

Assim, o aprendizado da Matemática é considerado importante para que o aluno “desempenhe suas capacidades intelectuais, estruture seu pensamento, agilize o raciocínio, na aplicação em situações da vida cotidiana e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas” (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p. 230).

Nesse sentido, o Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul propõe uma postura interdisciplinar, sugerindo o ensino em espiral com a justificativa de apresentar um mesmo conteúdo mais de uma vez em um nível de complexidade crescente que possibilite uma postura reflexiva do estudante. Também foi elaborado de acordo com os objetivos orientados pelos PCNEM. Deste modo, cada área do conhecimento, neste caso a Matemática, está dividida em blocos de conteúdos nos quais estão orientados o desenvolvimento de conteúdos, habilidades e competências.

De acordo com as orientações do referencial, para o professor fica a responsabilidade de interpretar as orientações de maneira crítica com a preocupação

de desenvolver suas aulas de acordo com o contexto no qual está trabalhando, no intuito de promover questionamentos e reflexões por meio de boas contextualizações e situações que se aproximem da realidade do aluno na tentativa de estimular o interesse e a evolução intelectual dos alunos.

### **1.5 Currículo e Modelagem Matemática: algumas pesquisas**

Na literatura encontramos algumas pesquisas que discutem a Modelagem Matemática com currículo em diferentes contextos. Os resultados encontrados apresentaram algumas possibilidades para o ensino da matemática por meio da Modelagem Matemática de acordo com propostas curriculares.

Nespolo (2014) apresenta como os conteúdos estão presentes no cotidiano do aluno e a possibilidade de serem trabalhados, mesmo que o conteúdo não seja previsto para aquela série podem apresentar um significado para a criança, fugindo da linearidade tradicional do currículo.

Outro autor é Machado (2006) que discute que há uma excessiva preocupação no currículo no que remete à abstração do aluno, e faz uma crítica que isso ocorre mais na teoria do que na prática, uma vez que há preocupação com a quantidade de conteúdos do que a qualidade no aprendizado. Assim, a autora apresenta seu contentamento em relação à postura dos alunos ao trabalhar a Modelagem Matemática e resolução de problemas.

Já Caldeira (2015) apresenta que é possível perceber no discurso dos professores, ao afirmarem que a Modelagem Matemática não dá conta de cumprir o currículo, que isso ocorre por existir nas escolas um programa de ensino fechado, em um espaço físico também limitado, no qual existe um tempo também determinado para que o programa possa ser cumprido. Com isso, o professor se limita a desenvolver apenas os conteúdos que são possíveis de serem trabalhados nesse curto espaço de tempo, e isso acaba sendo uma forma de disciplinamento da escola para avaliar as ações dos professores.

Os autores Biembengut e Hein (2000) defendem que mesmo com um programa curricular rígido e inflexível, existem cuidados que devem ser tomados quando for desenvolvida uma proposta de ensino com a Modelagem Matemática, para assim não correr o risco do descumprimento do currículo oficial estabelecido pelo governo.

Kovalski (2016) relaciona o desenvolvimento da Modelagem Matemática a documentos curriculares oficiais, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Comum Curricular e tem como resultado que a Modelagem Matemática pode possibilitar uma melhora no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, correspondendo às propostas encontradas nos PCNs e a Base Nacional Comum Curricular.

Algumas pesquisas são realizadas em relação ao uso da Modelagem Matemática levando em consideração as propostas curriculares. Nesse sentido, considerando o que já foi explorado sobre Modelagem Matemática e o Currículo, nossa pesquisa se encaminha no sentido de investigar quais desafios e possibilidades do uso da Modelagem Matemática na sala de aula frente ao Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul.

## Capítulo 2 – Modelagem Matemática e o Currículo Escolar

Neste capítulo explanamos sobre o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, em diferentes concepções, articulando com questões que envolvem o currículo escolar.

### 2.1 Modelagem Matemática e sala de aula: algumas considerações

Com o objetivo de promover a matemática no contexto de situações reais, o professor é desafiado a desenvolver seu planejamento relacionando a matemática escolar com a matemática real presente no cotidiano dos alunos. Entretanto, podem existir certas dificuldades em promover na prática essas relações presentes no planejamento da aula a ser desenvolvido. Diante disso, consideramos a Modelagem Matemática como uma possibilidade de ensino para trabalhar o Matemática escolar por meio de situações reais.

A Modelagem Matemática pode ser discutida sob diferentes concepções, considerando o objetivo principal no qual as atividades serão desenvolvidas. Cada autor evidencia particularidades de acordo com a sua concepção de modelagem<sup>2</sup>, ou seja, sobre como caracteriza e a desenvolve em sala de aula.

Embora existam diversas maneiras de desenvolver tais atividades de, é possível encontrar elementos comuns que perpassam as diferentes concepções de Modelagem Matemática, tais como: “problemas reais”. “construção de um modelo”, “modelo”, “modelo matemático”, entre outros.

Considerando aproximações e afastamentos presentes na literatura em modelagem, Kaiser e Sriraman (2006) ao revisarem textos da área de modelagem do ICTMA (International Study Group for the Teaching of Mathematical Modelling and Applications) e ICME (International Congress on Mathematical Education), estabeleceram perspectivas sobre o uso da Modelagem Matemática para o ensino. Essas perspectivas se diferem pelo objetivo principal em que a atividade é desenvolvida. Desse modo, são caracterizadas, pelos autores, cinco perspectivas de Modelagem Matemática.

---

<sup>2</sup> Utilizamos o termo ‘modelagem’ com o mesmo significado de ‘Modelagem Matemática’.

Na perspectiva realística, as situações-problema são consideradas autênticas e são retiradas da indústria ou da ciência, proporcionando aos alunos a resolução de problemas aplicados.

A perspectiva epistemológica considera que as situações-problema são estruturadas para gerar o desenvolvimento de conceitos matemáticos, ou seja, teoria matemática.

Já a perspectiva educacional propõe a integração de problemas reais e a teoria da matemática nas aulas, com o objetivo de desenvolver conteúdos curriculares.

A perspectiva sócio-crítica considera que as situações-problema devem propor a análise de modelos matemáticos e seu papel na sociedade.

A perspectiva contextual considera a inclusão de problemas nas aulas com o intuito de contextualizar ou mostrar aplicações das teorias matemáticas, considerando questões motivacionais.

Considerando essas perspectivas estabelecidas por Kaiser e Sriraman (2006), Rosa (2009) pondera que é possível observar que, durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem perpassam características de diferentes perspectivas, embora a atividade se aproxime mais de uma delas, e isso se deve ao objetivo do professor com a atividade. Neste sentido, a autora considera que:

[...] uma atividade de Modelagem pode contemplar mais que uma perspectiva. Por exemplo, ao desenvolvermos uma atividade de Modelagem em uma aula de Matemática, podemos ter como objetivo principal ensinar um determinado conteúdo curricular de Matemática (perspectiva educacional), mas no decorrer do desenvolvimento podem surgir discussões sobre o tema e suas implicações na sociedade (perspectiva sócio-crítica), pode também surgir discussões que motivem o estudo de algum conteúdo escolar não previsto inicialmente (perspectiva contextual) (ROSA, 2009, p.39).

Para nós é interessante que o professor tenha conhecimento destas perspectivas, pois isso pode auxiliar, a partir do objetivo que ele tem com a atividade, a explorar a matemática juntamente com os alunos, discutir assuntos relacionados a outras áreas do conhecimento e contextualizar a atividade de acordo com a realidade na qual os alunos estão inseridos.

A partir destas perspectivas, Blum (2015) amplia esta discussão problematizando o porquê de os alunos devem lidar com atividades de Modelagem Matemática, visto que a modelagem é uma atividade cognitivamente exigente. Diante disso, o autor apresenta quatro grupos de justificativas para a inclusão da Modelagem Matemática no currículo.

A justificativa pragmática considera que para “entender e dominar as situações do mundo real, aplicações adequadas e exemplos de modelagem devem ser explicitamente tratados; não podemos esperar qualquer transferência de atividades intra-matemáticas” (BLUM, 2015, tradução nossa). Neste sentido, consideramos que os alunos podem compreender melhor os conteúdos matemáticos, e as relações presentes entre eles e outras áreas do conhecimento, quando modelados por meio de problemas reais.

A segunda é denominada justificativa formativa, voltada para as competências orientadas no currículo:

as competências podem ser avançadas também por meio de atividades de modelagem; em particular, a competência em modelagem só pode ser avançada dessa maneira, e a competência em argumentação pode ser promovida por “provas relacionadas à realidade” (BLUM, 2015, tradução nossa).

Ao nos depararmos com as competências orientadas no currículo prescrito que devem ser desenvolvidas com os alunos por meio de determinados conteúdos, temos a sensação de que o currículo elaborado com o intuito de avaliar. Contudo, consideramos a Modelagem Matemática como um rico instrumento para desenvolver competência com os alunos e que possibilita ao professor avaliar a partir de vários critérios, pois são atividades que apresentam no seu desenvolvimento diversas discussões, registros, entre outras interações.

Outra justificativa é a cultural, uma vez que “as relações com o mundo extra-matemático são indispensáveis para uma imagem adequada da matemática como uma ciência num sentido abrangente” (BLUM, 2015, tradução nossa). Essa justificativa está relacionada na possibilidade do professor em trabalhar o aluno as relações presentes entre a Matemática com uma ciência ampla, considerando a existência de sua formalidade (definições, demonstrações, axiomas, entre outros) e suas representações ou funcionalidades na realidade.

A última delas é a justificativa psicológica, na qual os “exemplos do mundo real podem contribuir para aumentar o interesse dos estudantes pela matemática, para motivar ou estruturar o conteúdo matemático, para melhor compreendê-lo e retê-lo por mais tempo” (BLUM, 2015, tradução nossa). Geralmente ao planejarmos atividades de modelagem, buscamos temáticas que sejam interessantes para os alunos ou próximas a turma na qual estamos trabalhando, pois acreditamos que isto desperte o interesse em investigar problemas relacionados aquele tema.

Contudo, Blum (2015) considera que estas justificativas apresentam certa dualidade a tratar da Modelagem Matemática. A primeira consiste que a matemática serve como uma ajuda ao mundo real e a segunda, totalmente oposta, em que o mundo real serve como ajuda para a matemática. Neste sentido, ao invés de justificativas para o uso de Modelagem Matemática, o autor sugere objetivos de ensino de modelagem.

Considerando o ensino, a Modelagem Matemática pode servir para determinada turma ou não, isso depende do objetivo que o professor tem com a atividade. Como a modelagem trabalha com a realidade e no mundo real existem grande quantidade de exemplos, as justificativas necessitam de exemplos mais específicos. Deste modo, Blum (2015) caracteriza alguns tipos específicos de exemplos.

Os exemplos pragmáticos são considerados “autênticos concretos (de compras, jornais, impostos, fluxo de tráfego, planejamento de parques eólicos, cálculo de tarifas aéreas,...)” (BLUM, 2015, tradução nossa).

Os exemplos formativos são “cognitivamente ricos, acompanhados de atividades metacognitivas” (BLUM, 2015, tradução nossa), ou seja, pensar sobre o que entendemos e aprendemos e também sobre trabalhar o autoconhecimento de como aprender.

Os exemplos culturais são “autênticos que mostram aos alunos quão fortemente a matemática molda o mundo [...] ou exemplos epistemologicamente ricos que lançam alguma luz sobre matemática como ciência” (BLUM, 2015, tradução nossa).

Os exemplos psicológicos são considerados interessantes para motivar os alunos, ou “vender” a matemática para que os alunos se interessem por ela. Também são considerados “exemplos matematicamente ricos que servem ao propósito de tornar certos tópicos matemáticos mais compreensíveis” (BLUM, 2015, tradução nossa).

Assim, Blum (2015) considera que para definir se um exemplo é bom ou ruim dependerá do objetivo que se tem com ele. A princípio Kaiser e Sriraman (2006) teve a ideia de evidenciar e distinguir as perspectivas da modelagem, entretanto Blum (2015) caracteriza as perspectivas juntamente com os exemplos, formando o que ele considera um “par com exemplos adequados” e denomina também como as seis perspectivas de modelagem:

- (pragmático | autêntico) → “modelagem aplicada” [...]



- (formativo - cognitivamente rico) → “modelagem educacional” [...]
  - (cultural com uma intenção emancipatória - autêntica) → “modelagem sócio-crítica” [...]
  - (cultural sobre matemática - epistemologicamente rico) → “modelagem epistemológica” [...]
  - (psicológico com intenção de marketing - motivação) → “modelagem pedagógica” [...]
  - (psicologicamente - rico em matemática) → “modelagem conceitual” [...]
- (BLUM, 2015, tradução nossa).

Blum (2015) considera que para cada perspectiva existe uma maneira mais adequada de desenvolver a modelagem de acordo com o objetivo que se tem, entretanto não apresenta maiores discussões sobre isso. Contudo ele acredita que independente perspectiva, cada uma apresenta três elementos principais: objetivo da modelagem, o exemplo e o ciclo, que a nosso ver é como se desenvolve a atividade.

Outra contribuição destas perspectivas, de acordo com Blum (2015) é a construção do sentido que o aluno dá a atividade de Modelagem Matemática. Acreditamos que ao desenvolver as atividades de modelagem para os alunos é apenas mais uma aula de matemática, pois a Modelagem Matemática é um instrumento pedagógico do professor. Entretanto, Blum (2015) considera que cada atividade gera um significado subjetivo denominado sentido, na qual o aluno pode entender o propósito da atividade. Sendo assim, para cada perspectiva, o autor apresenta seis sentidos:

- “aplicado”: sentir através da compreensão e dominar situações do mundo real
  - “educacional”: sentido através da realização de crescimento de competências próprias
  - “sócio-crítico”: sentido através da compreensão do papel da matemática
  - “epistemológico”: sentido através da compreensão da matemática como ciência
  - “pedagógico”: sentido ao gostar de fazer matemática
  - “conceitual”: sentido através da compreensão de conceitos matemáticos
- (BLUM, 2015, tradução nossa).

Consideramos que em uma mesma atividade, diferentes perspectivas e sentidos podem estar presentes, pois cada aluno é um indivíduo único que traz consigo saberes diferentes, apresenta atitudes diferentes e aprende cada um a sua maneira.

Nesse contexto, defendemos o uso da Modelagem Matemática em sala aula por considerar experiências e conhecimentos que os alunos já possuem, e a partir disso construir novos conhecimentos, além do desenvolvimento de habilidades por

meio do erro, como elaboração de hipóteses e soluções na investigação de problemas.

## **2.2 Modelagem Matemática e Modelo Matemático**

Considerando que a nossa investigação levanta questões relacionadas aos desafios e possibilidades frente ao uso da Modelagem Matemática, os autores nos quais nos embasamos se aproximam da maneira como acreditamos que atividades de modelagem podem ser desenvolvidas na sala de aula.

Para D'Ambrósio (1986), a Modelagem Matemática é a integração de conteúdos curriculares contextualizadas em problemas reais do cotidiano do aluno. Deste modo, "Modelagem Matemática é um processo muito rico de encarar situações reais, e culmina com a solução efetiva do problema real e não uma simples resolução formal de um problema artificial" (D'AMBRÓSIO, 1986, p.121).

De acordo com Burak (2006) a Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que possibilita transformar situações cotidianas em situações matemáticas de modo a explorar a matemática envolvida nesse processo. O autor considera a modelagem um método que exige a motivação dos envolvidos para o desenvolvimento da atividade.

Temos também a concepção de modelagem de Biembengut (2007), que caracteriza a Modelagem Matemática como um processo criativo de investigação cujo objetivo fundamental é a obtenção de um modelo matemático. De acordo com a autora, além de um bom conhecimento em matemática, o modelador precisa ser curioso de modo a unir problemas matemáticos com a realidade.

Outro autor que considera que para resolver o problema proposto na atividade é interessante que o aluno produza um modelo matemático é Bassanezi (2006). O autor considera a Modelagem Matemática a partir de problemas sociais reais e pode ser trabalhada de diferentes maneiras de acordo com a necessidade de quem está mediando à atividade. Nesse sentido, modelagem para o ensino consiste na "arte de expressar, formular, resolver, elaborar expressões através da linguagem matemática, situações do cotidiano e servindo posteriormente para outras áreas" (BASSANEZI, 2006, p.16).

Para Bassanezi, quando o indivíduo se propõe a investigar cientificamente uma situação real em atividades de modelagem, ou seja, “com o propósito de substituir a visão ingênua desta realidade por uma postura crítica e mais abrangente, deve-se procurar uma linguagem adequada que facilite e racionalize o pensamento” (BASSANEZI, 2006, p. 18).

Deste modo, uma maneira de encontrar esta linguagem, para Bassanezi (2006), é por meio da construção do modelo matemático. O autor caracteriza o modelo como “um construto matemático abstrato, simplificado que representa uma parte da realidade com um objetivo particular” (BASSANEZI, 2006, p.20).

Consideramos modelo matemático de acordo com Rosa (2009) que o caracteriza como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. Uma equação, um gráfico, uma tabela, uma figura, são exemplos de modelos matemáticos” (p.36).

Para Rosa (2009), ao desenvolvermos a Modelagem Matemática na perspectiva educacional, a elaboração de um modelo é fundamental para cumprir o objetivo proposto no desenvolvimento da atividade e a construção deste depende do conhecimento de Matemática apresentado pelos alunos. Deste modo, o professor deve estar atento ao mediar à atividade sobre como conduzir as discussões a partir do que o aluno já sabe.

Além disso, Rosa (2013), influenciada por Almeida e Brito (2005), considera que mais importante do que a obtenção de o modelo matemático está nos caminhos pelos quais a atividade se desenvolve para sua construção deste, pois neste percurso “o objetivo principal é estudar a Matemática envolvida no desenvolvimento do modelo, embora o processo de construção do mesmo seja tão ou mais importante para a aprendizagem matemática” (ROSA, 2013, p.75).

Outra concepção de Modelagem Matemática é a de Almeida e Brito (2005), que caracteriza a modelagem como uma alternativa pedagógica na qual abordamos a Matemática por meio de um problema real, não necessariamente matemático. Deste modo, Almeida e Dias (2004) que a Modelagem Matemática pode

Proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações-problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos matemáticos (ALMEIDA e DIAS, 2004, p. 25).

Diante disso, Almeida e Brito (2005) considera que a modelagem permite com que os alunos investiguem questões que vão além da Matemática, possibilitando

soluções que perpassam diversas áreas do conhecimento a fim de responder problemas que não tem origem, propriamente, na Matemática.

Considerando a motivação característica importante dentre os autores para desenvolver atividades de Modelagem Matemática, Barbosa (2004) considera a modelagem como um ambiente de aprendizagem que convida o aluno a investigar, por meio da Matemática, situações trazidas da realidade. Para Barbosa, ao se aproximar de uma perspectiva crítica da modelagem, considera que tão importante quanto o desenvolvimento da Matemática são as discussões geradas no decorrer da atividade, que na concepção do autor, possibilita a formação de cidadãos críticos no meio em que vivem.

Contudo, por mais que existam diferentes concepções de Modelagem Matemática na literatura em Educação Matemática, existem discussões que perpassam a concepção dos autores, como a que atividades dessa natureza permitem aos alunos desenvolver a argumentação, criatividade, o trabalho em grupo, interpretação de problemas, entre outros, pois na modelagem consideramos os alunos protagonistas da sua própria aprendizagem.

Nesta pesquisa nos orientamos para o desenvolvimento das atividades na concepção de Modelagem Matemática de Almeida e Brito (2005), que define de modo geral, a modelagem como uma alternativa pedagógica para se desenvolver conteúdos matemáticos a partir de um problema real não necessariamente matemático. Diante disso, acreditamos que é importante evidenciarmos como desenvolvemos a modelagem na sala de aula.

Consideramos que a Modelagem Matemática é um forte instrumento de ensino que possibilita os docentes desenvolver com os alunos o espírito crítico, a criatividade, o trabalho em grupo, relaciona as experiências dos alunos com as atividades escolares por meio de diferentes situações do cotidiano, possibilitando estabelecerem algum sentido aquilo que aprendem e que os permita enxergar a matemática não é uma ciência pronta e acabada.

Deste modo, para desenvolver estas competências com os alunos e promover o ensino da melhor maneira possível, pode estar relacionado à disposição e confiança do professor em buscar novas alternativas para o seu planejamento. Nesse sentido, Biembengut e Hein (2000) consideram que

[...] a condição necessária para o professor implementar a Modelagem [Matemática] no ensino, é ter audácia, [um] grande desejo de mudar sua

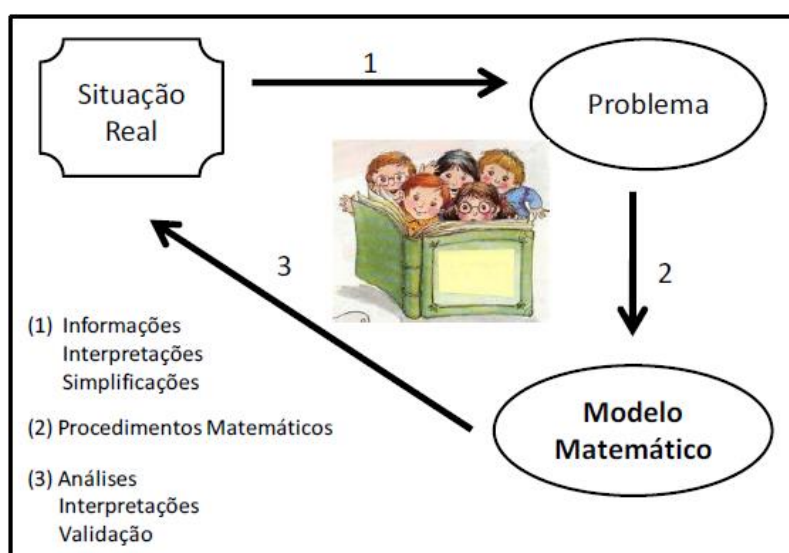
prática e disposição de [aprender a] conhecer, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas (BIEMBENGUT & HEIN, 2000, p.29).

Em atividades de Modelagem Matemática, o professor é considerado mediador e tem o papel de auxiliar o aluno na construção do conhecimento. Esta abordagem pode ajudar a repensar crenças constituídas em aulas geralmente mais tradicionais, onde o aluno é considerado bom quando responde exatamente aquilo que o professor quer. Na modelagem isto pode não ocorrer, uma vez que é considerado o repertório de saberes que os alunos trazem consigo além da preocupação que o docente deve ter em estabelecer um ambiente de aprendizagem como um espaço democrático para discutir ideias.

O desenvolvimento de atividades de modelagem pode seguir etapas durante o processo, entretanto essas etapas não são necessariamente lineares. Diante disso, Rosa (2013) considera que “essas etapas não possuem uma ordem fixa, ou seja, o processo não é linear, sendo que o enfoque maior depende da perspectiva adotada pelo professor” (ROSA, 2013, p.76).

Desse modo, a figura 2.1, segundo Rosa (2013), caracteriza etapas presentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

**Figura 2.1** – Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática.



**Fonte:** Rosa (2013, p.76)

As atividades, geralmente partem de uma situação real na qual o professor, apresenta ou escolhe junto aos alunos determinado tema com o intuito de motivá-los

a se interessarem pela atividade. Após a apresentação do tema, quando o professor sente que os alunos estão de fato interessados durante a discussão, é o momento no qual o professor apresenta o problema a ser investigado, como mostra na figura 2.1 a transição entre a situação real e o problema.

Na etapa 1, ocorre entre a situação real e o problema, é o momento no qual geralmente os alunos juntamente com o professor discutem as ideias, experiências, interpretam a situação e o problema, coletam dados e selecionam os que consideram mais importantes para responder o que é apresentado.

Na etapa 2, entre o problema e o modelo matemático, ocorre geralmente a “matematização” dos dados em relação ao problema proposto, pois os alunos juntamente com o professor discutem estratégias a partir daquilo que já sabem ou discutem conhecimentos que se pretende desenvolver até a construção do modelo matemático.

Na etapa 3, entre o modelo matemático e a situação real, os alunos analisam se modelo obtido corresponde aos dados coletados, o interpretam de acordo com a situação e o problema proposto, e o validam caso satisfaça o problema. Por isso a flecha do esquema da figura 2.1 aponta do modelo matemático para a situação real, pois para ser validado, o modelo deve responder à situação e o problema que o gerou.

Em relação a este processo de construção do modelo, Rosa (2013) defende que apesar de compreender a construção do modelo matemático importante, não podemos considerá-lo como o fim da atividade e sim em uma maneira de compreendermos melhor a situação investigada e a matemática utilizada naquela solução.

A maneira com a qual lecionamos ao usar a Modelagem Matemática pode causar diferentes reações nos alunos ao introduzirmos as etapas da modelagem nas aulas. Diante disso, Almeida e Dias (2004) sugerem que a inserção da modelagem nas aulas, em uma turma não acostumada com a abordagem, seja gradativa e respeitem três momentos. Para um primeiro momento,

[...]são abordadas, com todos os alunos, situações em que estão em estudo a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático, a partir de uma situação problema já estabelecida e apresentada pelo professor; neste momento, a formulação de hipóteses e a investigação do problema, que resulta na dedução do modelo, são realizadas em conjunto com todos os alunos e o professor (ALMEIDA E DIAS, 2004, p.25).

No segundo momento os alunos já podem estar se familiarizando com a modelagem matemática, deste modo este momento é sugerido a ser desenvolvido da seguinte maneira:

[...] uma situação problema já reconhecida, juntamente com um conjunto de informações, pode ser sugerida pelo professor à classe, e os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo durante a investigação e, a seguir, validam o modelo encontrado (ALMEIDA E DIAS, 2004, p.25).

O terceiro momento consiste em deixar com que os alunos tomem a frente com a modelagem, uma vez que “distribuídos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de Modelagem, a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor” (ALMEIDA E DIAS, 2004, p.25).

Para Blum (2015), ao discutir suas perspectivas da modelagem, considera que os alunos desenvolvem diferentes tipos de competências, inclusive específicas em atividades de modelagem. Neste sentido, em relação aos momentos, Almeida e Dias (2004) consideram que:

[...] na medida em que o aluno vai realizando as atividades nos diferentes momentos [...] a sua compreensão acerca do processo de Modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando (ALMEIDA E DIAS, 2004, p.26).

Neste sentido, consideramos que os alunos ao irem se familiarizando com a modelagem desenvolvem diferentes competências que perpassam os conteúdos orientados no currículo prescrito no sentido de discutir, interpretar, investigar e encontrar soluções para problemas reais, entre outros.

Deste modo, a Modelagem Matemática possibilita uma maneira diferente de olhar para o desenvolvimento curricular, uma vez que em abordagens tradicionalistas, geralmente as orientações do currículo prescrito nos aproximam da ideia linear, ou seja, a de seguir determinada ordem para se trabalhar os conteúdos.

Entretanto, é possível perceber resistências em relação à introdução da Modelagem Matemática por parte dos docentes na justificativa de que a modelagem não dá conta de cumprir o currículo. Em relação a isso, Caldeira (2015) considera que

Diante das alegações dos professores de que a não implementação da Modelagem Matemática na sala de aula se justifica pelo fato de, pelas suas características, não ser possível “cumprir o currículo” – denominando aqui currículo numa visão estreita como o rol de conteúdos contidos no programa – e alegando, principalmente, a falta de tempo para sua execução, propusemo-nos a problematizar a concepção de currículo no qual tais professores estão envolvidos (CALDEIRA, 2015, p.60).

Consideramos que geralmente os professores podem ter esse receio com a modelagem devido interpretarem rigorosamente as orientações do currículo prescrito, desconsiderando a complexidade do currículo escolar e as inúmeras possibilidades de se trabalhar nas aulas de matemática, ao invés de se limitar a apenas um dos elementos do currículo.

Ao desenvolvermos Modelagem Matemática podemos perceber que os conteúdos não seguem essa ordem linear apresentada geralmente no currículo prescrito, portanto não sabemos ao certo como podem emergir os conteúdos e como as competências serão trabalhadas, uma vez que as atividades são consideradas mais abertas e não satisfazem essa ideia linear.

A partir de nossa experiência frente à modelagem, podemos afirmar que diferentes conteúdos emergem e ao planejarmos as aulas podemos conduzir a atividade para que aquele que consideramos importante de trabalhar com os alunos apareça no decorrer da atividade, mas não podemos prever todos que irão emergir e nem a maneira como aparecerão ao longo da aula.

Esse receio do cumprimento curricular pode levar a resistência geralmente apresentada pelos docentes. Neste sentido, consideramos que a maneira como o professor concebe a Matemática como ciência bem como o significado que ele dá ao currículo influencia na maneira como ele desenvolve suas aulas. Diante disso, Fiorentini e Castro (1995) consideram que “a forma como vemos/entendemos a Matemática tem fortes implicações no modo como praticamos e entendemos o ensino da Matemática e vice-versa” (FIORENTINI E CASTRO, 1995, p.4).

Existem diversas maneiras de ver, aprender e ensinar Matemática, contudo as orientações curriculares geralmente são próximas em relação ao desenvolvimento de competências e habilidades com os alunos. O currículo de Mato Grosso do Sul, na área da Matemática, orienta que devemos

[...] fazer uso de metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, favorecendo a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de pensar, conhecer e enfrentar desafios (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p.30).

É possível perceber aproximações entre as orientações prescritas no referencial curricular em relação ao ensino da Matemática com as características presentes nas concepções de Modelagem Matemática apresentados no embasamento teórico desta pesquisa.



Diante disso, nossa investigação, visa responder quais desafios e possibilidades do uso da Modelagem Matemática na sala de aula frente ao Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul.

## Capítulo 3 – Investigação desenvolvida e procedimentos da pesquisa

Neste capítulo, descrevemos o objeto de investigação e apresentamos o Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul, um dos elementos da análise de nossa pesquisa, assim como o desenvolvimento metodológico do trabalho e caracterizamos o contexto no qual a pesquisa foi realizada, os sujeitos de pesquisa, além dos procedimentos de coleta e análise dos dados.

### 3.1 Objeto de pesquisa

A proposta do Referencial Curricular em Mato Grosso do Sul em relação ao ensino de Matemática se volta para a aprendizagem significativa a fim de satisfazer as necessidades cotidianas do homem e possibilitar ao aluno reconhecer, interpretar e selecionar informações para a resolução de problemas de modo a se posicionar em sua realidade e promover a cidadania.

Neste sentido, as prescrições ressaltam que a disciplina de Matemática não tem como objetivo formar matemáticos, e sim proporcionar aos estudantes “condições efetivas para comunicação, argumentação, confronto e compreensão de situações-problema, escolhas e proposições” (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p. 160). Diante disso, as orientações recomendam que não haja mais espaço na escola para posturas educacionais nas quais considerem o professor como transmissor de conhecimentos e o aluno passivo a digeri-los prontos ao que é apresentado pelo docente.

Para as competências desenvolvidas pelos estudantes por meio do ensino da matemática, consideramos que ela é relevante para proporcionar ao estudante/cidadãos instrumentos à vida, exigência da era de informação, tecnologia e globalização, ressaltamos que ela vai muito além. Vista desta forma, a Matemática é também um recurso lógico e intelectual fundamental para transitar nas demais áreas do conhecimento (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p. 160).

Deste modo, o professor deve buscar práticas que se configurem a realidade dos alunos, na tentativa de motivá-los a estudar e possibilitá-los a construção de novos conhecimentos.

Consideramos que ao trabalharmos com atividades de Modelagem Matemática para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos na perspectiva educacional temos diferentes possibilidades, como a de construir um espaço de discussão em sala que permita a troca de experiências junto ao professor mediador, a de conduzir a atividade

para o ensino de um conteúdo específico além da possibilidade de trabalhar outros conteúdos que apareçam, uma vez que, na Modelagem Matemática podem emergir diferentes conteúdos e não há como prever como isso irá acontecer, o que consideramos algo importante para a aprendizagem dos alunos devido a possibilidade de analisar de uma maneira mais crítica e aprofundada os problemas nas aulas.

Acreditamos que o cenário imprevisível em relação ao ambiente aberto de discussões, a maneira com a qual os conteúdos vão emergindo nas atividades, a limitação de espaço e materiais na sala e pouco tempo para o desenvolvimento das aulas são alguns dos fatores que podem justificar a insegurança geralmente apresentada por professores ao trabalharem com modelagem, na crença de que as atividades podem não cumprir as orientações prescritas no referencial curricular.

Diante disso, nossa pesquisa tem como objetivo investigar e responder a seguinte questão: **quais os desafios e possibilidades do uso da Modelagem Matemática na sala de aula frente ao Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul?**

## **3.2 A pesquisa desenvolvida**

### **3.2.1 Características da pesquisa**

Caracterizamos como pesquisa um repertório de ações nas quais buscamos responder uma problemática a fim de atingir algum tipo de conhecimento. Nesta perspectiva, entendemos como pesquisa qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), um ensaio sobre compreender detalhadamente significados e características das situações que envolvem os indivíduos pesquisados ao invés de produção de dados quantitativos sobre o suas características ou comportamentos.

Dessa maneira, “os dados recolhidos são designados por *qualitativos*, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 16). Para os autores, a pesquisa qualitativa tem objetivo de explorar os fenômenos nos quais perpassam os dados coletados considerando a complexidade deste conjunto e suas especificidades, neste sentido não se tem o intuito de generalizar resultados e sim compreender peculiaridades.

Diante disso, Bogdan e Biklen (1994) caracterizam cinco aspectos de investigação qualitativa. O primeiro considera a fonte primária de dados todo o ambiente que se está inserido e as relações que o perpassam além de considerar o investigador como protagonista para a pesquisa acontecer, uma vez que este se coloca em contato direto com ambiente, observa, ouve, grava, entrevista, anota, registra, entre outros na busca por produzir dados.

O segundo aponta à descrição, pois mesmo que os dados coletados sejam registrados por meio de áudios ou imagens, eles são retratados de forma a mostrar coerência e respeitar a posição dos sujeitos da pesquisa. O terceiro pondera a preocupação com o desenvolvimento da pesquisa do que pelos resultados, de modo que o pesquisador esteja atento a interpretar também os silêncios, expressões que aparentemente não sejam importantes, estar atento a “apanhar” o que ferramentas não podem captar com o intuito de produzir conhecimento científico.

O quarto aspecto está relacionado às hipóteses que já se elaboram ao pensar na pesquisa qualitativa com o objetivo de confirmá-las, e possibilidade do surgimento ou até desaparecimento destas ao longo da investigação. Desse modo, “[...] as coisas estão abertas no início (ou no topo) e vão se tornando mais fechadas e específicas” (BOGDAN E BIKLEN, 1994, p.50), levando o pesquisador a considerar apenas o que lhe for importante. O quinto aspecto considera que a pesquisa qualitativa apresenta um significado importante, pois esta abordagem deve se preocupar com o significado que o indivíduo dá a interpretação de determinado fenômeno.

Logo, em consideração a essa caracterização de pesquisa qualitativa, proposto por Bogdan e Biklen (1994), e aos encaminhamentos utilizados em nossa pesquisa para articular o currículo com a Modelagem Matemática assim como os procedimentos de análise e os resultados obtidos, a consideramos como uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo.

Consideramos de cunho interpretativo devido ao pesquisador também ser professor de Matemática da turma, naquele bimestre, na qual os dados foram coletados, e isso pode influenciar a maneira como os estes foram selecionados e analisados. Também pelo fato de que a fundamentação teórica de currículo e Modelagem Matemática, base para análise dos dados, são influenciadas por concepções e interpretações daqueles que coletam e analisam estes dados (pesquisador e orientador).

### **3.3 O contexto da pesquisa**

#### **3.3.1 A escola**

A escola na qual a pesquisa foi desenvolvida está situada em uma região periférica da cidade de Campo Grande, capital de Mato Grosso do Sul. Possui Ensino Fundamental e Médio, além de trabalhar com turmas de EJA (Educação de Jovens e Adultos).

Apesar das dificuldades pelas quais passam o ensino público em nosso país, a escola busca manter um ensino de qualidade para os alunos que, em geral, são oriundos do próprio bairro ou arredores onde a escola se localiza.

Optamos por essa escola devido a receptividade e incentivo da equipe pedagógica em projetos de pesquisa e ensino alternativos quando nos apresentamos para propor a pesquisa. Primeiramente o professor da turma quem conheceu o nosso trabalho ao participar de reuniões no Grupo da Fronteira em Estudos e Pesquisa na Educação Matemática (GFPEM)<sup>3</sup>. Por meio de leituras e discussões conosco sobre trabalhos de Modelagem Matemática, se interessou em tentar integrar atividades nas suas aulas quando conversamos com ele sobre a nossa ideia de pesquisa.

Este professor se formou em uma universidade pública e se vinculou ao grupo recentemente. Trabalha durante dois períodos de aula (cerca de 30 a 40 horas semanais) como professor convocado da Secretaria do Estado de Educação e está com interesse em desenvolver pesquisas em Educação Matemática voltadas para a Modelagem Matemática, o que pode ter facilitado sua motivação em contribuir com nossa pesquisa.

#### **3.3.2 A turma**

---

<sup>3</sup> O Grupo da Fronteira em Estudos e Pesquisa na Educação Matemática (GFPEM) é composto por acadêmicos do curso de Pedagogia e Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (Campus Ponta Porã), professores de Matemática da cidade de Ponta Porã e Campo Grande e mestrandos em Educação Matemática vinculados ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul situado em Campo Grande. As reuniões são feitas semanalmente em Ponta Porã e mensalmente em Campo Grande. O grupo tem como foco pesquisas no Ensino e Aprendizagem da Matemática bem como a Formação de Professores voltadas para a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Trabalhamos com uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, no período noturno, com o objetivo de explorar os desafios e potencialidades ao implementar Modelagem Matemática nas aulas. Foram desenvolvidas quatro aulas de matemática semanais, sendo uma na terça, uma na quarta e duas não consecutivas na sexta.

Participaram da pesquisa 20 alunos, com faixa etária a partir dos 15 anos. Ao perguntarmos o motivo de preferirem estudar a noite, a maioria das justificativas era por poderem trabalhar durante o dia para se manterem e ajudar nas despesas de casa, outros disseram que faziam cursos profissionalizantes para conseguir um emprego, ou porque precisavam cuidar da família e filhos.

De modo geral, todos da turma apresentavam bom relacionamento entre si, eram participativos e curiosos, principalmente em relação aos contextos que abordavam as atividades; também não tivemos problemas com indisciplina. A partir de conversas pudemos perceber que muitos deles eram autônomos para suas atividades de lazer, como sair de madrugada com amigos, ir a shows, bares e tabacarias, o que evidenciou que alguns deles já faziam consumo de drogas como bebidas alcoólicas e cigarro.

### **3.4 Encaminhamentos da pesquisa**

A problemática desta pesquisa foi motivada a partir de reflexões feitas por nós em ações de formação de professores e ensino de Matemática desenvolvidas no momento em que eu (mestrando) aprendia por meio da prática com a Modelagem Matemática junto com a minha orientadora e nosso grupo de pesquisa.

Diante dessas ações, em aulas e minicursos, percebíamos a resistência de alguns e o preconceito de que a modelagem não daria certo em sala de aula com argumentos que, em geral, remetiam a questões do tempo das aulas e do currículo, na justificativa de que esta abordagem não dava conta de cumprir o Referencial Curricular.

Decidimos então investigar o que aconteceria ao implementar atividades de Modelagem Matemática nas aulas com o intuito de discutir potencialidades e obstáculos sobre o seu uso com uma turma, coletar dados e apresentar resultados sobre o que deu ou não certo a partir de nossa experiência com os alunos.

Durante as aulas nos preocupamos em desenvolver as atividades gradativamente, de acordo com os momentos<sup>4</sup> propostos por Almeida e Dias (2004), para que pudéssemos familiarizar os alunos com a modelagem. Também tínhamos a preocupação em nos habituar em trabalhar com tal abordagem em uma turma com maior quantidade de alunos, pois acreditamos que assim como os alunos, o professor também precisa se familiarizar em trabalhar com tais atividades.

Planejamos as atividades na tentativa de que cada uma delas poderia emergir conteúdos que contemplasse os blocos de conteúdos orientados no Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul, no qual cada atividade tentaria abranger um bloco.

No decorrer das atividades fomos questionando aos alunos suas ideias e seus procedimentos para a resolução dos problemas propostos, com o objetivo de auxiliar no desenvolvimento da atividade e na construção dos conceitos que emergiam das discussões. Esses questionamentos foram registrados por áudios e são considerados fonte de dados para contribuir com nossa análise.

Foram desenvolvidas três atividades de Modelagem Matemática, utilizando temas diferenciados entre os meses de maio e julho de 2018. A primeira atividade foi sobre o uso do narguilé<sup>5</sup>, a segunda atividade foi em relação ao uso do Uber<sup>6</sup> e do Táxi. Ambos os temas e problemas foram planejados por nós, pois acreditávamos que eram assuntos presentes na realidade dos alunos, uma vez que os alunos eram do período noturno, grande parte deles já trabalhavam, saíam com os amigos para festas, shows, bares e tabacarias e poderiam se interessar pelas temáticas.

A terceira atividade foi sobre uma possível reforma da quadra de esportes da escola e foi motivada por uma conversa entre os alunos sobre alguns problemas relacionados à estrutura da quadra para atividades esportivas a noite.

Como cada uma destas atividades foram planejadas com o intuito de abranger diferentes conteúdos propostos no Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul, consideramos importante apresentar tais orientações de conteúdos e competências que nortearam a elaboração do nosso trabalho.

---

<sup>4</sup> Os momentos da Modelagem Matemática foram apresentados no ítem 2.3 do capítulo 2.

<sup>5</sup> O narguilé é um cachimbo, utilizado geralmente em grupo, que traz um fumo especial feito com tabaco, melão de frutas ou aromatizantes. Resumidamente, o fumo queima e a fumaça emitida passa por um recipiente com água e posteriormente é inalado pelo usuário através de uma mangueira até chegar à boca.

<sup>6</sup> O Uber é um meio de transporte similar ao Táxi que permite o usuário solicitar um motorista pelo celular por meio de um aplicativo desenvolvido pela empresa fornecedora do serviço.

**Quadro 3.1** – Conteúdos e competências orientados para o primeiro ano do Ensino Médio

Conteúdos	Competências/habilidades
<p><b>PRIMEIRO BIMESTRE:</b></p> <p><b>NÚMEROS E OPERAÇÕES</b></p> <p><u>Conjuntos Numéricos</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- conjuntos dos números naturais</li> <li>- conjuntos dos números inteiros</li> <li>- conjuntos dos números racionais</li> <li>- conjuntos dos números irracionais</li> <li>- conjunto dos números reais</li> <li>- intervalos reais</li> </ul> <p><b>FUNÇÕES</b></p> <p><u>Funções</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- domínio e contradomínio</li> <li>- plano cartesiano</li> <li>- construção de gráficos</li> <li>- análise de gráficos</li> </ul> <p><u>Função Afim ou do 1º grau</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- gráficos</li> <li>- coeficientes da função</li> <li>- estudo dos sinais</li> <li>- inequações</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos (C1)</li> <li>- Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.</li> <li>- Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos (C2)</li> <li>- Entender o significado e as formas de representar os números, as relações entre eles e os diferentes sistemas numéricos (C3)</li> <li>- Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas (C4)</li> </ul>
<p><b>SEGUNDO BIMESTRE:</b></p> <p><b>FUNÇÕES</b></p> <p><u>Função Quadrática ou do 2º grau</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- gráficos</li> <li>- raízes da equação</li> <li>- estudo dos sinais</li> <li>- inequações do 2º grau</li> </ul> <p><u>Função Modular</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- gráficos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Usar e interpretar modelos, perceber o sentido de transformações, buscar regularidades, conhecer o desenvolvimento histórico e tecnológico de parte de nossa cultura e adquirir uma visão sistematizada de parte do conhecimento matemático (C5)</li> <li>- Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana (C6)</li> <li>- Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes (C7)</li> </ul>



<p><b>TERCEIRO BIMESTRE:</b></p> <p><b>FUNÇÕES</b></p> <p><u>Função exponencial</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- potências e raízes</li> <li>- gráficos</li> <li>- equação exponencial</li> <li>- inequação exponencial</li> </ul> <p><u>Função Logaritmica</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- logaritmos</li> <li>- definição</li> <li>- propriedades dos logaritmos</li> <li>- função logarítmica</li> <li>- gráficos</li> <li>- equações logarítmicas</li> <li>- inequações logarítmicas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>·Expressar-se com clareza sobre temas matemáticos oralmente ou por escrito (C8)</li> <li>·Enfrentar desafios e resolução de situações problema, utilizando-se de conceitos e procedimentos peculiares (experimentação, abstração, modelagem) (C9)</li> </ul>
<p><b>QUARTO BIMESTRE:</b></p> <p><b>ANÁLISE DE DADOS E PROBABILIDADE</b></p> <p><u>Matemática Financeira</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- razão e proporção</li> <li>- porcentagem</li> <li>- juros simples</li> <li>- juros compostos</li> </ul> <p><b>GEOMETRIA</b></p> <p><u>Trigonometria</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- semelhanças de triângulos</li> <li>- relações métricas no triângulo retângulo</li> <li>- razões trigonométricas</li> <li>- seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo</li> <li>- ângulos notáveis (30°, 45°, 60°)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>·Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela (C10)</li> <li>·Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas (C11)</li> <li>·Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano (C12)</li> </ul>

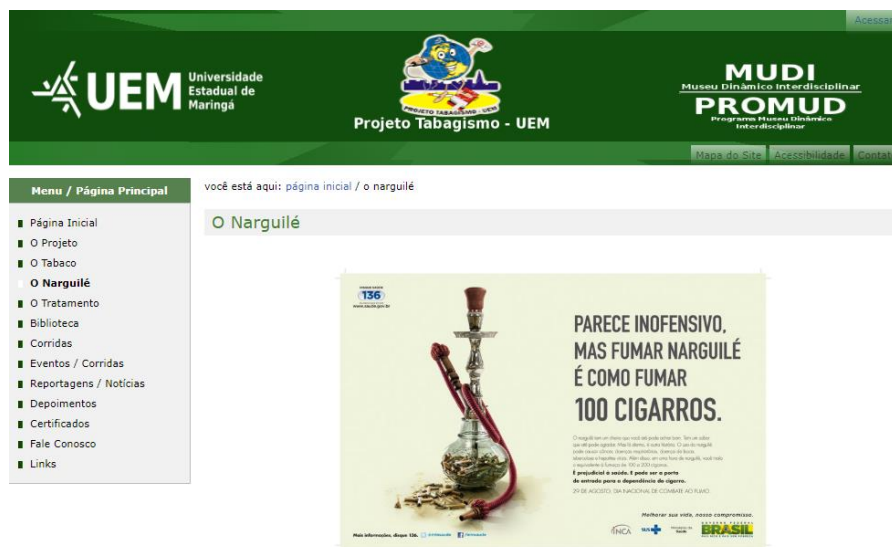
Fonte: MATO GROSSO DO SUL, 2012, p.163.

As competências foram apresentadas em uma ordem de C1 a C12 para facilitar nossa análise durante as atividades, para que possamos evidenciar a partir dos indícios que tivemos na coleta como tais competências possam ter sido trabalhadas durante as aulas.

### 3.4.1 Atividade 1: O uso do Narguilé

O que nos motivou a escolher esse tema para esta atividade foram algumas reportagens na televisão sobre o aumento do uso do narguilé pela população, principalmente por crianças e adolescentes e também ao conhecermos a página sobre o “Projeto Tabagismo” desenvolvido por uma pesquisadora da Universidade Estadual de Maringá (UEM), no qual foi elaborada uma proposta de conscientização sobre os malefícios de diferentes substâncias nocivas a saúde, com ênfase no narguilé.

**Figura 3.1** – Projeto Tabagismo-UEM



O narguilé, também é conhecido como cachimbo d' água, shisha ou Hookah - é um dispositivo no qual o tabaco é aquecido

**Fonte:** <<http://sites.uem.br/tabagismo/o-narguile>> Acesso em abril de 2018

Como a turma escolhida para o desenvolvimento das aulas era composta por adolescentes, acreditamos que esta poderia ser a realidade vivenciada por eles, uma vez que ao buscarmos informações em reportagens, pesquisa e neste projeto encontramos resultados que apontam o aumento do uso do narguilé significativamente por toda a população, principalmente por jovens ao iniciarem a adolescência.

Deste modo, utilizamos informações do projeto para apresentar e discutir a temática com os alunos, pois esta atividade se desenvolveu no primeiro momento da modelagem (2.3), como sugere Almeida e Dias (2004). Deste modo, nosso planejamento se orientou da seguinte maneira:

**Quadro 3.2** – Apresentação da atividade 1 de Modelagem Matemática – O uso do narguilé

Atividade 1	Hipóteses e objetivos
<p><b>Perguntas motivacionais:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• O que vocês fazem para se divertir aos fins de semana, feriado ou horas vagas?</li> <li>• Como ter lazer com economia?</li> </ul>	<p>Propusemos essas questões com o intuito de motivar os alunos a se sentirem a vontade de discutir conosco e se interessarem pela temática da atividade.</p>
<p><b>O uso do Narguilé (contextualização do tema para discussão)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Narguilé: o que é isto?</li> <li>• Afinal, o narguilé faz mal ou não?</li> <li>• <b>Alguns resultados científicos sobre o narguilé e o seu uso:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Riscos com o uso do narguilé</li> <li>- Alguns efeitos com o uso do narguilé</li> </ul> </li> </ul>	<p>Apresentamos o contexto da atividade posteriormente a um questionário no qual fizemos questões relacionadas ao uso do narguilé com o objetivo de levantar dados sobre o uso do cachimbo. Os tópicos foram elaborados de modo a não expor nenhuma opinião contrária ou a favor sobre o uso do narguilé e sim deixar com que os alunos discutissem suas opiniões.</p>
<p><b>Problemas relacionados ao questionário aplicado com os alunos para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Como poderíamos apurar os dados coletados com base nos questionários respondidos pela turma?</li> <li>• O que devemos fazer para sabermos a quantidade de alunos que usam o narguilé ou nunca usaram, por exemplo? Quais outros dados são possíveis de levantarmos?</li> <li>• É possível fazer isso com todos os questionários e obter dados sobre a resposta de todas as questões do questionário?</li> <li>• Com base nos dados levantados, além da tabela, conseguimos representar de outra maneira os dados obtidos?</li> </ul>	<p>Os problemas propostos tiveram o objetivo de interpretar os dados coletados em grupo com base nos questionários e investigar quais possibilidades para representá-los em diferentes maneiras e como esses dados se comportam de acordo com o tratamento que recebem.</p>

Fonte: Dos autores

### 3.4.2 Atividade 2: Táxi ou Uber? Eis a questão...

Considerando que íamos trabalhar como alunos do período noturno, que em grande maioria já estão no mercado de trabalho, e ao que nos parece a partir da experiência de conversarmos com eles durante a primeira atividade, apresentam certa independência para sair em diversos lugares, principalmente nas noites do fim de semana.

A partir de nossa experiência na mesma idade deles, acreditávamos que os alunos utilizariam meios de transportes convencionais que também utilizamos, principalmente pelo fato de não possuírem licença para dirigir devido a idade, ou seja, ônibus e bicicleta, por exemplo. Conversando com eles e até mesmo observando comportamento de outros jovens, observamos que uma prática comum devido era dos jovens combinarem de sair junto e dividir o valor do Uber.

Devido a isso, por considerarmos que temática poderia interessa-los, essa atividade foi planejada a partir de um artigo de um blog<sup>7</sup> encontrado na internet no qual fazia um comparativo de popularidade entre o uso do Uber e do táxi em diferentes capitais brasileiras levando em consideração a polêmica sobre a legalização do aplicativo e estava gerando bastante discussão em âmbito nacional, também devido à discussão em telejornais locais sobre os desentendimentos entre taxistas e “ubers” devido à concorrência que estavam entre as duas modalidades.

Utilizamos primeiramente o texto **‘Vou de Táxi ou vou de Uber?’** (quadro 4.2), retirado de um site de locação de veículos, com o intuito de motivar os alunos a discutirem sobre o tema. A atividade se encaminha, no primeiro momento da modelagem (2.3), de acordo com Almeida e Dias (2004), do seguinte modo:

**Quadro 3.3** – Apresentação da atividade 2 de Modelagem Matemática – Táxi ou Uber? Eis a questão...

Atividade 2	Hipóteses e objetivos
-------------	-----------------------

<sup>7</sup> Disponível em: < <https://tecnoblog.net/188610/taxi-ou-uber-preco-qual-mais-barato/>>. Acesso em: 06 mai. 2018.

<p><b>Perguntas motivacionais e contextualização do tema</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Quem aqui já andou de Táxi? E de Uber? Alguém aqui não conhece o Uber?</li> <li>• Quais experiências vocês tiveram com os serviços? Qual deles vocês preferem?</li> <li>• Como funciona o Uber? Como funciona o táxi?</li> <li>• O que vocês acham sobre esta polêmica entre Uber e táxi, vocês são a favor ou contra a legalização do aplicativo?</li> </ul>	<p>Essas questões tem o objetivo de motivar os alunos a discutirem acerca da polêmica sobre a proibição do uso do aplicativo Uber que esteve em grande discussão recentemente em todo o país.</p>
<p><b>Problemas propostos para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Em Campo Grande, qual meio de transporte compensa mais ao fazermos uma viagem de 30 quilômetros à velocidade média de 40 km/h na bandeira um do táxi e sem dinâmica no Uber?</li> <li>• Com base nos dados da tabela, em alguma cidade o táxi na bandeira um compensa mais do que o Uber?</li> <li>• Qual a porcentagem da diferença encontrada entre as tarifas de Uber e táxi?</li> <li>• Podemos escrever uma regra ou padrão para o cálculo de uma corrida de táxi e de Uber? E na bandeira dois do táxi?</li> <li>• Essa regra ou padrão pode ser considerado uma função?</li> </ul>	<p>Os problemas propostos tiveram o objetivo de investigar quais estratégias e conteúdos utilizariam para respondê-los. Entretanto, já tínhamos como objetivo encaminhar a atividade para uma discussão sobre o conteúdo de função.</p>

Fonte: Dos autores

### 3.4.3 Atividade 3: A reforma da quadra de esportes da escola

Nesta atividade investigamos algo na própria escola, pois queríamos desenvolver conteúdos relacionados à Geometria, primeiramente pensamos em algo relacionado à caixa d'água da escola e o consumo consciente da água, entretanto a parte da escola onde ficava o reservatório era muito escura e como as aulas eram no período noturno ficaria complicado de realizar a atividade da maneira na qual estávamos pensando.

Diante disso, percebemos os alunos estarem mais à vontade para discutir conosco durante as aulas devido à interação apresentada nas atividades anteriores, então pedimos a eles que nos ajudassem a pensar em algo para investigarmos na própria escola. Os alunos concordaram e propuseram uma possível reforma na quadra de esportes, justificando que esta estava escura, era aberta e a pintura estava antiga e também queriam sair da sala de aula e ter uma aula diferente na quadra de esportes.

Nessa atividade não apresentamos questões motivacionais, pois deixamos aberto para escolhessem o que queriam investigar. A partir disso, considerando a duração das aulas, limitamos a atividade em levantar as dimensões da quadra para a possibilidade de realizar um orçamento de materiais para reforma da quadra de esportes da escola. A atividade se encaminhou no segundo momento da modelagem, de acordo com Almeida e Dias (2004). Os alunos utilizaram na atividade um teodolito<sup>8</sup> caseiro e a calculadora para facilitar os cálculos para responder os problemas propostos.

**Quadro 3.4** – Apresentação da atividade 3 de Modelagem Matemática – A reforma da quadra de esportes da escola

Atividade 3	Hipóteses e objetivos
-------------	-----------------------

---

<sup>8</sup> Instrumento de precisão para medir ângulos horizontais e ângulos verticais, geralmente utilizado em trabalhos geodésicos e topográficos.

<p><b>Problemas propostos para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Como podemos pensar em um orçamento para a reforma da quadra?</li> <li>• Quais medidas precisamos para esse orçamento de modo que consigamos construir e pintar paredes ao redor da quadra?</li> <li>• Como podemos calcular a altura da quadra? E a largura? Quais as utilidades dessas medidas para o orçamento?</li> <li>• Considerando a pintura da quadra de futsal, como as respectivas marcações, quais medidas precisamos saber para calcular a quantidade de tinta necessária?</li> </ul>	<p>Os problemas propostos tiveram o objetivo de investigar quais estratégias e conteúdos utilizariam para respondê-los, mesmo tendo como hipótese já discutir alguns conteúdos tais como perímetro, área e relações trigonométricas no triângulo retângulo.</p>
--	---

Fonte: Dos autores

### 3.5 A coleta dos dados

Para o registro dos dados durante o desenvolvimento das atividades utilizamos câmeras fotográficas e gravadores de áudio. Consideramos elementos ricos da coleta o comportamento dos estudantes durante as atividades por meio de falas, nas discussões entre professor e os colegas, as anotações e os registros dos alunos para os problemas propostos a eles, que foram recolhidos em todas as aulas, e a partir disso fizemos um pequeno diário em que o pesquisador apontava as características mais pertinentes notadas em cada um dos encontros.

Durante a coleta dos dados, anotamos questões e situações que poderiam ser interessantes para a pesquisa e também para nos auxiliar no momento da análise dos dados, relacionadas às discussões que considerávamos pertinentes entre colegas de turma e professor, hipóteses para a solução do problema e validação das mesmas, entre outros.

### **3.6 Encaminhamentos da análise dos dados**

Os dados foram organizados de modo a verificar os conteúdos que surgiram e como isso aconteceu ao longo do desenvolvimento das atividades, além de analisar de qual modo as competências foram sendo trabalhadas, observar as trocas de experiências entre professor e aluno e como todas estas relações iam se desenvolvendo ao longo das aulas e os desafios vivenciados por nós ao trabalhar com modelagem na sala de aula.

A partir desta organização dos dados coletados foi realizada uma descrição e análise local de cada uma destas atividades de modo a observar como a modelagem se desenvolve nas aulas frente ao Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul. Em seguida, por meio das análises locais de cada atividade, desenvolvemos uma análise global de todas as atividades realizadas com o objetivo de responder à questão norteadora de nossa pesquisa.



## **Capítulo 4 – Descrição e análise dos dados da pesquisa**

Neste capítulo apresentamos as descrições e análises das três atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas com alunos do primeiro ano do Ensino Médio em uma escola pública de Mato Grosso do Sul. Inicialmente evidenciamos os caminhos percorridos no desenvolvimento das atividades durante as aulas e posteriormente apresentamos uma análise local envolvendo os dados de cada atividade e uma global relacionando-os com o Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul.

### **4.1 Encaminhamentos das atividades de Modelagem Matemática**

Conduzimos as atividades de acordo com os momentos propostos por Almeida e Dias (2004) (2.3), procurando questionar aos alunos suas ideias em relação ao tema apresentado, sobre as concepções que os mesmos tinham e traziam consigo da realidade na qual vivem objetivando fazê-los participar efetivamente do processo. Também utilizamos os tempos para que pudéssemos lidar com a ansiedade e insegurança ao trabalhar com modelagem com a turma. As discussões ocorridas durante as aulas foram registrados pelo uso de gravadores de áudio juntamente com os registros feitos pelos alunos para a solução dos problemas, que foram recolhidos de cada grupo, pois são considerados fonte de dados para contribuir com nossa análise.

As atividades foram desenvolvidas entre maio a julho de 2018. Para a primeira e a segunda atividade foram utilizadas 6 horas/aulas e última 7 horas/aulas. A turma era composta por 20 alunos frequentes e foi dividida em grupos de 4 ou 5 alunos durante as aulas, pois acreditamos que atividades organizadas dessa maneira propiciam um ambiente de discussão e troca de ideias, elementos importantes para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática.

### **4.2 Desenvolvimento das atividades e a análise local**

A primeira atividade de Modelagem Matemática trouxe problemas envolvendo um tema presente no cotidiano da maioria dos alunos, na qual elaboramos

questionários com o objetivo de coletar dados com os próprios estudantes e discutir uma questão social.

Durante o desenvolvimento desta atividade, que apresentava questões que envolviam o uso do narguilé, percebemos o estranhamento dos alunos ao discutir esta temática nas aulas de matemática. Questões como: *“professor que horas vai dar aula de matemática?”* *“Pra que discutir tanto? Isso tá parecendo aula de filosofia e sociologia... Cadê a matemática?”*.

Esses tipos de questões foram desaparecendo gradativamente conforme a matemática “surgia”. O professor da disciplina, embora estivesse motivado com as atividades de modelagem, também apresentava certo receio de conteúdos matemáticos não serem abordados, tanto que em alguns momentos ele se antecipava e induzia a resposta dos grupos. Este fato também foi amenizado no desenvolvimento das outras duas atividades.

Percebemos que além desses fatores, o tempo limitado de cada aula influenciou o desenvolvimento da atividade, pois é como se “quebrássemos” o raciocínio em partes. Superado a primeira fase do estranhamento da condução da aula por meio da Modelagem Matemática, professor, alunos e pesquisador se engajaram em uma construção de uma aprendizagem coletiva.

A seguir descrevemos o caminho percorrido em cada atividade enfatizando suas dificuldades e os encaminhamentos para superá-las.

#### 4.2.1 O uso do narguilé

Para o desenvolvimento desta atividade utilizamos o período de 6 horas aulas. Primeiramente pedimos para que os alunos respondessem aos questionários, apresentados no quadro 4.1. Estes questionários foram elaborados no planejamento desta atividade.

**Quadro 4.1** – Questionário elaborado para a atividade “O uso do narguilé”

Questionário
<b>OBS: Não é necessário se identificar</b>
<b>Qual sua idade?</b>
<input type="radio"/> 12- 13 anos
<input type="radio"/> 14-15 anos

- 16-17 anos
- 18 anos acima

**Há quanto tempo você faz uso do narguilé?**

- há menos de 1 ano
- entre 1 ano ou 2 anos
- entre 2 ou 3 anos
- há mais de 3 anos
- nunca usei narguilé

**Quantos dias na semana você usa o narguilé?**

- Entre 1 ou 2 dias (apenas fim de semana)
- Entre 3 a 4 dias
- Entre 5 e 6 dias
- Todos os dias
- Não faço uso

**Quando usa, quantas horas por dia você usa o narguilé?**

- entre uma ou duas horas
- entre duas ou três horas
- acima de três horas
- não faço uso

**Seus pais ou responsáveis sabem que você faz uso do narguilé?**

- sim
- não
- não faço uso

**Seus pais ou familiares fazem uso do narguilé?**

- sim
- não

**Você usa algum tipo de bebida ou outra substância para fazer o uso do narguilé? Qual?**

- Bebidas alcoólicas
- Cigarro
- Essências aromatizantes
- Não faço uso
- Outras (qual: \_\_\_\_\_)

**O uso que você faz do narguilé é individual ou coletivo?**

- Coletivo
- Individual
- Não faço uso

**Você sabe dos malefícios que o narguilé pode causar à saúde? Quais?**

- Sim (Doenças respiratórias, câncer, etc.)
- Não

**Deixe uma frase que explique a sensação ao fazer uso do narguilé.**

Fonte: Dos autores

Coletamos os alguns dados por meio do questionário e posteriormente tentamos conversar com os alunos perguntando o que costumavam fazer com os amigos ou familiares para se divertirem aos fins de semana com o intuito de nos familiarizarmos com eles, uma vez que éramos novos na turma e estávamos

preocupados na participação deles para o desenvolvimento da atividade. Aparentemente nossa primeira tentativa de diálogo gerou estranhamento e isso foi evidenciado no silêncio da turma enquanto falávamos, ou por meio de respostas breves quando perguntávamos algo.

Pedimos que os alunos sentassem em círculo, pois acreditamos que isto poderia facilitar a discussão, uma vez que era a primeira aula por meio da modelagem que estavam tendo e estávamos preocupados também em familiarizá-los com a abordagem voltada para a discussão e troca de experiências, que aparentemente era algo diferente para eles em aulas de Matemática.

Os alunos não falaram muito a princípio, tivemos algumas respostas, como por exemplo: *“eu saio mais com o pessoal da igreja, vou ao shopping, vou jogar bola... Como a gente se conhece faz tempo às vezes a gente vai na casa de uns amigos tomar uma coquinha”*. Continuamos tentando estabelecer uma conversa com eles sobre suas experiências na tentativa de que participassem e se sentissem mais a vontade para falar na aula. Recebemos diversas respostas, tais como tomar tereré, correr, jogar vídeo game, ir ao parque, entre outros tipos de atividades voltadas ao lazer.

Por serem adolescentes de uma turma do ensino médio, tínhamos como hipótese que poderiam existir alunos que faziam uso do narguilé, pois alguns resultados apontados pelo Projeto Tabagismo, que motivou a atividade, mostravam que esta prática era comum por adolescentes. Esperávamos que algum deles respondessem que utilizavam o instrumento para o lazer com amigos.

Uma aluna então respondeu que costumava ir a uma tabacaria. Como sabíamos que geralmente essas tabacarias vendem essências e alugam o instrumento para uso, encaminhamos a discussão perguntando o que era servido nessas tabacarias. A aluna respondeu: *“lá tem... destilado, tem cerveja, tem ‘arguile’, tem show, uns pagodes, às vezes sertanejo”*. Outro aluno complementou: *“de quinta a sábado tem sertanejo”*.

Quando a aluna falou do “arguile” perguntamos a pronuncia era arguile mesmo, outros alunos falaram que conheciam como “narguile”. Diante disso, dissemos aos alunos que a atividade estava relacionada ao uso do narguilé, e por isso aplicamos aqueles questionários a eles para que pudessemos discutir a respeito dessa temática. Posteriormente perguntamos o que era narguilé, e os alunos responderam que era

um cachimbo, utilizado geralmente entre amigos, no qual se sugava o vapor da água juntamente com uma essência de algum sabor.

Tentando não demonstrar qualquer juízo de valor sobre o uso do narguilé, questionamos os alunos sobre a opinião que tinham a respeito de questões envolvendo a saúde, se consideravam se fazia bem ou mal. Todos concordaram que fazia mal, explicitando isso por meio de diversas respostas como: *“como eu faço corrida, eu percebi que depois de um tempo usando o narguile eu me senti mais cansado, por isso parei”*; *“eu usei numa noite e no outro dia acordei com muita dor de cabeça e tontura”*; *“depende da essência... eu usei sozinho em casa e passei bastante mal”*. Perguntamos se eles acreditavam que o narguilé causava dependência. A maioria que acreditava que sim, pois existem pessoas que já compraram a versão portátil do cachimbo, que é do tamanho de uma caneta, para que pudessem levar a qualquer lugar. Também responderam que existiam pessoas que colocam a maconha dentro da essência para que, quando queimada, fosse sugada junto com o vapor.

Questionamos então o porquê de fazerem o uso se sabiam, e em alguns casos já tinham sentido no organismo, efeitos nocivos do narguilé. Algumas justificativas foram em consideração ao gosto “docinho” das essências, das brincadeiras que faziam com a fumaça que soltava do cachimbo, do sabor do narguilé não ser amargo como o do cigarro, entre outras respostas. Diante da comparação do gosto do narguilé com o cigarro apresentamos alguns resultados científicos sobre essa prática encontrados no Projeto Tabagismo <sup>9</sup>na tentativa de conscientizar sobre os malefícios que o uso contínuo do cachimbo pode causar ao organismo. Abordamos o crescente aumento do uso pela população justamente por acharem que a água presente no cachimbo serve como filtro ou por considerarem ser apenas vapor, sem droga nenhuma, na crença de que não faz mal a saúde.

**Figura 4.1** – Representação por charge sobre o uso do narguilé

---

<sup>9</sup> Projeto disponível em < <http://sites.uem.br/tabagismo/o-narguile>> Acesso em abril de 2018

## Pior do que o cigarro

O narguilé é um dispositivo utilizado para fumar misturas de tabaco de diversos sabores e aromas



Fonte: Instituto Nacional de Câncer - Inca e Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa)

**Fonte:** <http://sites.uem.br/tabagismo/livros-e-arquivos-texto/Narguilapresentaoparaosite.pdf>

A Figura 4.1 apresenta, de um modo geral, aspectos que consideramos importantes para discutirmos com os alunos a fim de conscientizá-los sobre os riscos do narguilé.

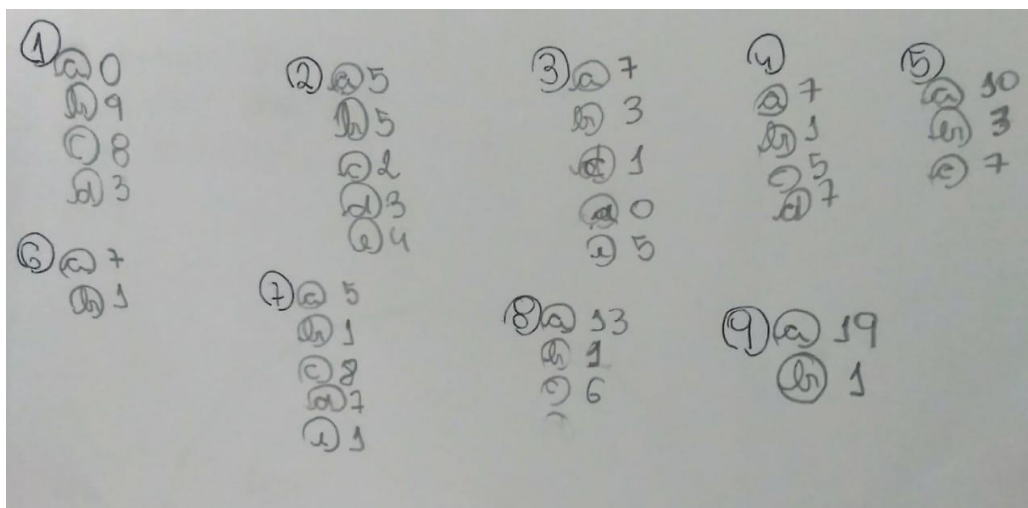
Após as discussões organizamos 5 grupos com 4 integrantes cada para dar prosseguimento à atividade e iniciar a organização dos dados coletados por meio do questionário. Vamos descrever as interações presentes no grupo 1, composto por quatro alunos denominados B1, B2, B3 e B4, pois tivemos dificuldades em coletar áudios com os gravadores em todos os grupos, também em orientar todos eles devido a nossa inexperiência em conduzir as atividades.

Perguntamos como poderíamos representar os dados coletados a partir do questionário. B1 respondeu que poderia representar isso com um gráfico. Perguntamos como ele faria isso e respondeu que seria com porcentagem. Pedimos para que ele desenvolvesse a ideia no papel. A partir desse momento os alunos da turma aparentaram estar dispersos, pois não conseguiam formular uma estratégia para responder o problema proposto.

Também ficamos nervosos, pois este tipo de atividade também era uma experiência nova para nós. Como professores, temos a necessidade em mostrar aos alunos como fazer, o que percebemos ser um vício em nossa prática uma vez que isso não permite que o aluno tenha tempo de pensar e formular estratégias diante de um problema, e isso pode estar relacionado à ansiedade do professor em “ensinar respostas” e não desenvolver posturas investigativas com os alunos na justificativa das aulas não apresentarem tempo suficiente para explorar melhor outras possibilidades.

Indagamos sobre o que era necessário para organizar os dados de uma maneira geral considerando as respostas dos questionários. Disseram-nos que era necessário contar a quantidade de pessoas que respondeu cada item de cada pergunta do questionário, para assim montar uma tabela com todas as respostas. Com isso, entregamos quatro questionários em cada grupo para que pudéssemos apurar os dados destes na lousa. Após a contagem, os alunos organizaram os dados pela ordem das perguntas, indicando a quantidade de respostas de cada item, conforme mostramos na figura 4.2.

**Figura 4.2** – Organização dos dados do questionário



**Fonte:** Registro do aluno B2

Quando fizemos a contagem dos dados, como mostra a figura 4.2, percebemos que alguns alunos não responderam todas as questões e em outras marcaram mais de um item, entretanto decidimos continuar com esses dados acreditando que isso não ia interferir no desenvolvimento da atividade.

Percebemos que eles estavam tentando construir um gráfico. Questionamos de qual tipo era, então responderam que se tratava de um gráfico de linhas. Diante disso tivemos o seguinte diálogo:

- P: Quais dados vocês estão utilizando para a construção do gráfico?*  
*B1: "estamos querendo jogar os números e somar aqui",*  
*P: "Por que estão fazendo isso?"*  
*B1: "Porque estamos tentando montar ele no plano cartesiano".*

Perguntamos qual o motivo de escolherem construir um gráfico de linhas para apresentar os dados, e eles não souberam responder. Diante da situação, o aluno B2 falou: “*vamos fazer por porcentagem, é mais fácil*”. Questionamos novamente o porquê de ser mais fácil, B2 nos respondeu: “*tipo assim, vinte pessoas participaram, aí daquelas vinte, tipo, zero falou ‘a’, ou seja, desses vinte ninguém falou ‘a’, aí tipo assim, nove pessoas falou ‘a’, aí como eu posso falar nove por cento de vinte?*”, o aluno B3 complementou: “*vinte é cem por cento, mas nove alunos não é nove por cento*”. Esperamos um momento em silêncio enquanto dávamos tempo para que pensassem sobre o que haviam falado. Eles olhavam para o papel analisando os dados.

Após alguns instantes B2 respondeu que a porcentagem referente a 9 pessoas era a metade, mas rapidamente se corrigiu e falou que metade seria nove se dezoito fosse cem por cento. Percebemos que os alunos estavam tentando calcular mentalmente o valor, então questionamos como poderiam encontrar esta porcentagem.

Os alunos B1 e B4 consideraram “*eu acho que divide*”, concordamos com aluno que se tratava de uma divisão também, pois a porcentagem representa uma divisão. Diante disso, questionamos como poderíamos chegar ao percentual de 9 pessoas daquela turma. O aluno B2 respondeu: “*multiplica cruzado*”, questionamos o que significado novamente, ele respondeu “*aí eu esqueci*”. Pedimos para que ele fizesse do jeito que ele sabia, sem precisar explicar. O registro do cálculo feito pelo aluno B2 está explicitado na figura 4.3.

**Figura 4.3** – Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar a porcentagem referente a 9 alunos

The image shows handwritten mathematical work. On the left, the fraction  $\frac{20}{9}$  is crossed out with a large 'X'. To its right, '100%' is written above an 'x'. On the right side of the image, the equations  $20x = 900$  and  $x = \frac{900}{20}$  are written. The final answer,  $x = 45$ , is circled.

**Fonte:** Registro do aluno B2

Perguntamos o que valor de “x” representava, responderam-nos que era a porcentagem de nove alunos da turma que responderam aquela questão. Diante



disso, os alunos repetiram o processo para os demais itens do questionário conforme indicamos a figura 4.4.

**Figura 4.4** – Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar a porcentagem referente a 3 e 8 alunos

The image shows two handwritten mathematical problems. The first problem is  $\frac{20}{8} = \frac{300\%}{x}$ . The student crosses out the 300% and writes  $20x = 800$ , then  $x = \frac{800}{20}$ , and finally  $x = 40$  in a circle. The second problem is  $\frac{20}{3} = \frac{300\%}{x}$ . The student crosses out the 300% and writes  $20x = 300$ , then  $x = \frac{300}{20}$ , and finally  $x = 15$  in a circle.

**Fonte:** Registro do aluno B2

O aluno B3 disse que com esses dados agora poderiam construir um gráfico de “bolinha” para representar a porcentagem da idade dos alunos que usam o narguilé, identificando a faixa etária de cada um. Explicamos que este era um gráfico de setores e questionamos aos alunos o porquê do nome setores. O aluno B3 nos respondeu que “*é porque cada fatia representa uma porcentagem*”. Perguntamos a eles se os valores encontrados eram suficientes para construir o gráfico. B2 disse que sim e pra justificar sua resposta apontou com a régua no meio da circunferência desenhada no papel “*tipo, aqui é 50 por cento*”. Depois disso dividiu essa metade em duas partes e disse “*aqui é 25 por cento*”. Explicamos que a relação dela não estava errada, pois área do círculo estava sendo dividida em duas partes, uma parte representava metade do círculo, ou seja, 50 por cento; do mesmo modo que a figura dividida em 4 partes representava 25 por cento do círculo para cada parte.

No decorrer desta atividade, fomos percebendo indícios de algumas competências, propostas no referencial, sendo desenvolvidas. Diante do levantamento dos dados do questionário e dos diálogos presentes para encontrar o valor porcentual da quantidade de cada item respondido em uma pergunta do questionário indicam que esteja presente a competência C1 (Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos) e C2 (Resolver problemas com dados apresentados em tabelas ou gráficos e analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos).

Diante disso, questionamos como seria possível representar no círculo um valor diferente desses, por exemplo, o de 9 por cento, de modo que encontrássemos o lugar correto para particionar o gráfico. Perguntamos: *“você concordam que existe uma relação para construir esse gráfico além da porcentagem?”*. Os alunos perguntaram qual relação, respondemos: *“observa isso que vocês representaram no círculo, essa metade representa 50 por cento do círculo, não é mesmo? 50 por cento de um círculo têm quantos...”*. Percebemos que estávamos prestes a dar a informação necessária para elaborar o gráfico, justamente o que gostaríamos de construir com os alunos. É muito difícil responder uma questão com outra questão, visto que estamos acostumados a perguntar e em seguida responder.

Seguimos com os questionamentos sobre quais outras relações poderiam estar presentes além da porcentagem. Recebemos a resposta de B4: *“180”*. Perguntamos o que significava o 180, mas o aluno não conseguia lembrar a relação de ângulos presente na circunferência. Perguntamos sobre a unidade de medida do comprimento da circunferência, e recebemos a resposta de B3: *“360”*, questionamos novamente *“360 o que?”*, então B1 complementou *“graus”*.

Outros comentários surgiram, tais como: *“ai, vamos ter que olhar o grau, isso é muito difícil”*. Além disso, justificaram que não ia dar tempo de construir gráficos para representar todo o questionário, então pedimos para que eles representassem primeiramente o que remetia as idades dos alunos, pois eles já haviam encontrado a porcentagem destes a partir dos dados.

Os alunos apresentaram dificuldade em relacionar a proporção dos graus com a porcentagem da área do círculo. Diante disso intervimos apontando a metade do círculo e perguntando quantos graus havia no semicírculo representado. Nos responderam que eram 180 graus. Questionamos: *“então, 100 por cento equivale a?”*, e apenas B1 respondeu 360 graus. Deste modo, com a régua dividindo a figura, fomos questionando sucessivamente quantos graus equivalia a 25 por cento e 45. Os alunos fizeram “cruzado” remetendo-se a regra de três como mostra a figura 4.5.

**Figura 4.5** – Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar os graus equivalentes à porcentagem 45%

$$\begin{array}{l}
 360^\circ = 100\% \\
 x = 40\% \\
 100x = 360 \cdot 40 \\
 100x = 16200 \\
 x = \frac{16200}{100} \\
 x = 162^\circ
 \end{array}$$

**Fonte:** Registro do aluno B2

Na tentativa de encontrar os graus para a construção do gráfico de setores utilizando a regra de três, como mostra a figura 4.5, mesmo não sabendo identificar qual conteúdo estavam utilizando é possível perceber no diálogo e nos registros indícios de que pode estar presente a competência C4 (Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas).

Acreditamos que as competências foram sendo trabalhadas no desenvolvimento da atividade, embora não consideramos ser possível mostrar cronologicamente o momento exato em que foi contemplada cada competência, uma vez que elas aparentam estar relacionadas entre si. Contudo em alguns momentos consideramos que cada uma fica mais evidenciada do que outra. Nas figuras 4.6 e 4.7 é possível perceber os mesmos procedimentos feitos na figura 4.5 para encontrar o valor em graus proporcional a porcentagem do círculo.

**Figura 4.6** – Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar os graus equivalentes à porcentagem 40%

$$\begin{array}{l}
 360^\circ = 100\% \\
 x = 40\% \\
 300x = 360 \cdot 40 \\
 300x = 14400 \\
 x = \frac{14400}{300} \\
 x = 48^\circ
 \end{array}$$

**Fonte:** Registro do aluno B2

**Figura 4.7** – Registro do cálculo feito pelo grupo 1 para encontrar os graus equivalentes à porcentagem 15%

The image shows a chalkboard with handwritten mathematical work. The calculations are as follows:

$$\begin{aligned} 360^\circ &= 100\% \\ x &= 15\% \\ 360 \times 360^\circ \cdot 15 & \\ \hline 360 \times &= 5400 \\ &100 \end{aligned} \quad x = 54^\circ$$

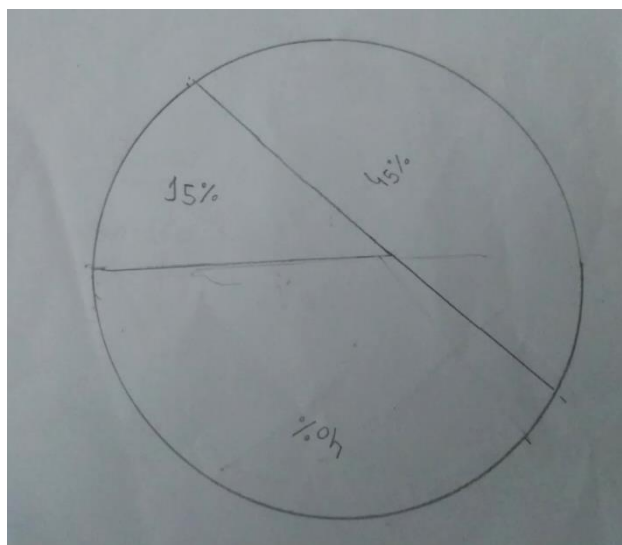
**Fonte:** Registro do aluno B2

Com o adiantamento da aula, os membros do grupo 1 e os demais grupos se mostraram apressados e preocupados, pois não seria possível construir todos os gráficos que planejavam fazer, então sugerimos que construíssem o gráfico de setores de forma que pudéssemos discutir com a turma a representação dos dados do questionário daquela maneira. Diante disso, também ficamos ansiosos e percebemos ao conversar com o professor da turma que ele também estava preocupado com o desenvolvimento da atividade e isso nos deixou apreensivos. Mas prosseguimos a atividade na tentativa de validar pelo menos algum modelo matemático com a turma toda.

Mesmo apresentando dificuldades em manusear o transferidor, e a preocupação com o horário, todos os alunos da turma conseguiram construir um gráfico, no caso, o modelo matemático para representar a porcentagem referente à faixa etária dos alunos da sala.

Explicamos para a turma que precisavam posicionar melhor o transferidor no centro da circunferência para o desenho fique correto, uma vez que o centro da circunferência de alguns dos grupos, inclusive o grupo 1, estava errado, como mostra a figura 4.8.

**Figura 4.8** – Modelo matemático obtido pelo grupo 1 para representar a faixa etária da turma

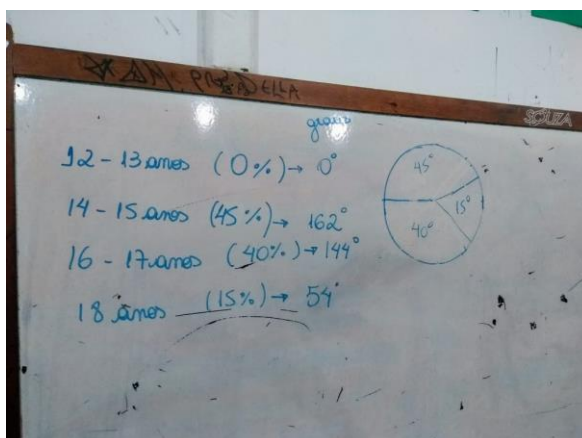


Fonte: Registro do aluno B2

A partir desta discussão, a aluna B1 foi para a lousa explicar para os colegas qual o raciocínio usado para representar os dados referente à primeira pergunta do questionário sobre qual a idade média dos usuários de narguilé naquela turma. A figura 4.9 mostra a solução do problema apresentado pela aluna para toda a turma.

Foram discutidos quais procedimentos e estratégias os alunos utilizaram para construir o gráfico. Entrevíamos quando necessário para ficar claro as relações apresentadas pelo grupo. O modelo matemático apresentado, conforme mostra a figura 4.9, foi validado pela turma.

Figura 4.9 – Validação do modelo matemático com o gráfico de setores construído



Fonte: Registro apresentado pela aluna B1 para a turma

Esta atividade foi encerrada com esta explanação, uma vez que tivemos um período grande sem aula devido aos jogos da seleção brasileira na Copa do Mundo, projetos na escola, entre outras atividades. Com esta quebra de sequência das aulas, o interesse pela temática se perdeu e não encontramos motivação necessária para continuarmos o debate, embora gostaríamos de ter fechado o desenvolvimento da atividade com o reconhecimento pelos alunos do perigo do uso do narguilé.

Neste sentido encontramos dificuldades no desenvolvimento da atividade: falta de experiência do pesquisador, ansiedade do pesquisador e do professor regente da turma, estranhamento dos alunos que estavam acostumados a aulas de Matemática menos “soltas”, grandes intervalos entre as aulas.

Embora tenhamos enfrentado alguns problemas conseguimos desenvolver alguns conteúdos matemáticos como: construção e interpretação de tabelas, porcentagem, ângulos, razão e proporção, regra de três, construção e interpretação de gráficos. Também conseguimos, após as primeiras aulas, uma participação mais ativa em relação aos alunos, pois estes discutiram, argumentaram, discordaram, tentaram, erraram e reconsideraram diversos conhecimentos que vão além de conteúdos matemáticos.

Pudemos perceber, analisando localmente os dados, a presença de outras competências em diferentes momentos da atividade. No momento em que apresentamos à temática e coletamos os dados a partir dos questionários respondidos pelos alunos a fim de encontrar resposta ao primeiro problema proposto, foi possível perceber indícios das competências C1 (Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos).

A competência C2 (Resolver problemas com dados apresentados em tabelas ou gráficos e analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos) também está presente em indícios quando os alunos procuram encontrar uma maneira de representar os dados de uma outra maneira, no caso, um gráfico.

A competência C4 (Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas) aparentemente indica estar presente em diversos momentos da atividade, uma vez que os alunos organizaram os dados em uma tabela para facilitar a interpretação da quantidade de alunos que responderam cada item do

questionário, em seguida procuram representar isso de uma outra maneira por meio de um gráfico utilizando regra de três para encontrar a porcentagem proporcional a quantidade de pessoas que responderam cada um dos itens e posteriormente os graus proporcionais no círculo equivalentes a essa porcentagem.

Do mesmo modo é possível identificar algumas características presentes na competência C5 (Usar e interpretar modelos, perceber o sentido de transformações, buscar regularidades, conhecer o desenvolvimento histórico e tecnológico de parte de nossa cultura e adquirir uma visão sistematizada de parte do conhecimento matemático), desde o início da atividade até a validação do modelo obtido. Neste sentido, percebemos que apesar das divisões das competências estarem aparentemente fixadas em determinado bloco de conteúdos, como mostra o referencial curricular (quadro 3.1), as características destas mesmas competências podem estar presentes no desenvolvimento de outros conteúdos que não estão evidenciados no mesmo bloco que aquela competência.

#### **4.2.2 Táxi ou Uber? Eis a questão...**

Nesta atividade trouxemos uma situação que tem sido consideravelmente discutida em âmbito nacional há certo tempo em relação às notícias em diferentes meios de comunicação que envolve o uso do aplicativo do Uber e os motoristas de táxis.

Inicialmente conversamos com os alunos se todos já haviam andado em algum destes meios de transporte. A maioria dos alunos respondeu que já havia usado as duas modalidades. Como esta era a segunda atividade de modelagem com a turma, percebemos os alunos mais dispostos a discutir o tema, pois antes de perguntarmos a respeito do assunto, um aluno fez a seguinte consideração: *“o táxi é mais caro que o Uber, por isso só peguei uma vez”*. Perguntamos por que ele considerava mais caro e outro aluno complementou: *“por exemplo, daqui em casa de Uber dá 7 reais, de táxi dá 20”*. Antes de entrarmos em uma discussão sobre o preço, discutimos sobre quais outras experiências eles haviam tido com ambos. Outro aluno respondeu: *“eu só ando de ônibus”*, remetendo a andar de ônibus, mas disse que sabia como funcionava o Uber e o táxi, pois já tinha visto alguns deles nas ruas e em programas de televisão.

Os alunos discutiam ao mesmo tempo, então pedimos para levantassem a mão antes de falar para que pudéssemos ouvir a opinião de cada um. Um aluno disse que o Uber estava compensando mais, pois tinha um amigo que era taxista e virou motorista de Uber. Conversamos a respeito da existência de clientela para ambas as modalidades, considerando que os táxis não deixaram de existir após o aparecimento do Uber.

Outro assunto que surgiu foi em consideração à preferência por alguma das duas modalidades por outros motivos além do preço. Um aluno afirmou que eram os idosos ou pessoas com mais idade que preferiam o táxi, pois não sabiam manipular celulares mais modernos, uma vez que era um meio de transporte mais antigo e não era necessário usar o aplicativo no celular.

Um aluno comentou que o Uber, além de ser mais barato, prestava um atendimento diferenciado, pois o motorista oferecia água, era mais atencioso, oferecia balas e em alguns casos já lhe serviram até pão de mel. Outros alunos concordaram com o colega em relação atendimento do Uber ser melhor, pois segundo eles, os taxistas eram sempre mal-humorados ou indiferentes com os passageiros. Diante disso, apresentamos aos alunos a reportagem “Vou de Taxi ou vou de Uber?” escolhido no planejamento da atividade com o intuito de motivar os alunos a se interessarem com a nossa proposta de atividade. O texto lido com a turma foi este apresentado no quadro 4.2 abaixo.

**Quadro 4.2** – Texto motivacional sobre o uso do Uber e do Táxi

<p style="text-align: center;"><b>TAXI OU UBER?</b></p> <p>Quem pegava ônibus agora experimenta o Uber, quem pegava Taxi também, tem o que gostou e fidelizou, e aquele que nem perto do Uber passou. Até rimou! Parece brincadeira, mas o assunto virou polêmica desde o dia em que o aplicativo passou a funcionar no Brasil. O Uber deu certo e marcou seu lugar no asfalto das principais capitais do país. Taxistas contrariados ainda buscam argumentos que impeçam a circulação, mas não tem mais jeito, o povo aprovou e agora o objetivo é que os profissionais de ambos os serviços se convençam da única verdade: é possível trabalhar em harmonia, sem brigas.</p> <p><b>A era Uber</b> Não dá para negar, o Uber revolucionou o meio de transporte na cidade. O que para muitos era incomum pegar um taxi, agora usam o aplicativo pelo celular e em minutos estão com seu motorista particular. Isso porque o preço (sempre ele!) é mais acessível aos bolsos dos brasileiros e brasileiras.</p> <p><b>Taxistas não fogem à luta</b> Esses concorrentes diretos reclamam mesmo. Motoristas de táxis alegam que estão trabalhando horas a mais para compensar os gastos, que a concorrência é desleal e que agora se veem</p>
--



obrigados a negociar novas taxas e número de corridas. Outros mais pessimistas já profetizam o fim das empresas de taxi.

#### **Afinal, qual compensa mais?**

Depende do que você procura. Conforto, agilidade, melhor preço, privacidade, não quer pagar em dinheiro, quer pagar em dinheiro... Entre outras preferências do passageiro, pra todas têm o carro ideal. Colocamos os dois serviços na balança para te ajudar nessa avaliação.

#### **Uber**

Pelo seu smartphone conectado à internet, você acessa o aplicativo Uber, define local de partida, chegada, pode ver a foto do motorista da vez e ainda tem a estimativa de quanto vai custar a corrida. Aí é só cadastrar seu cartão de crédito para efetuar o pagamento (o pagamento em dinheiro não está disponível para todos os usuários). Usualmente, não se espera muito além de 20 minutos para um carro chegar.

O aplicativo oferece o UberX (carros populares), Uber Pool (aquele que você divide corrida com outras pessoas) ou o UberBlack (carros mais luxuosos e até motoristas de terno e gravata, wow!). Sobre as taxas: sem dúvida, são mais em conta que as dos táxis. Não existe bandeirada, é cobrada uma taxa base a partir do momento que você entra no carro e ela é somada a cada quilometro do trajeto. Detalhe importante: quando os carros do Uber estiverem escassos na praça, as taxas aumentam, ou seja, a tarifa ganha um multiplicador e a corrida sai mais cara. Mas se você achar caro, poderá cancelar a sua corrida e solicitar que enviem uma notificação quando a tarifa baixar.

#### **Táxi**

Não é só acenando com o dedinho, não. Tem aplicativo, sim senhor e você pode pagar com dinheiro ou cartão. Taxistas trabalham com bandeiradas e é aí que o negócio aperta. A corrida sai mais cara na bandeira 2, a qual, normalmente, entra em vigor aos domingos e feriados municipais, ou das 20h às 6h, de segunda a sábado.

De acordo com as opiniões dos passageiros, o clássico branquinho compensa em algumas ocasiões, como as de emergência ou de trânsito intenso, já que a lei permite a faixa de ônibus livre para esses carros.

#### **Tudo certo, nada resolvido.**

Se essa ferramenta de transporte individual tira o emprego dos taxistas, por outro lado ela gera novos motoristas de Uber. A discussão é bastante complexa e tudo será decidido com a regulamentação particular de cada estado. Vamos torcer para que estabeleçam um acordo bom para todos e, principalmente, a paz! Enquanto isso, quem tá ganhando é o passageiro, que muitas vezes deixou de pegar o ônibus lotado e se permitiu chegar em casa de motorista.

**Fonte:** <<https://www.bidu.com.br/seguro-auto/taxi-ou-uber/>> Acessado em maio de 2018.

Durante a leitura do texto do quadro 4.2 foram surgindo dúvidas dos alunos em relação a alguns termos do aplicativo, por exemplo, a dinâmica, a versão Pool, Black e UberX. No meio da discussão percebemos que alguns alunos não sabiam o que era a dinâmica do Uber. Diante disso, uma aluna afirmou que a dinâmica era a bandeirada do Uber. Perguntamos se sabiam como era feito o cálculo da dinâmica e ela nos respondeu que não. Durante a discussão, explicamos que a dinâmica era um multiplicador acrescido no valor final da viagem, geralmente notificado na tela quando os preços das corridas ficavam mais caras devido à disponibilidade de poucos motoristas. A partir disso discutimos sobre as versões do Uber que existem em diferentes cidades do Brasil, mesmo que em nossa cidade só existisse a versão Uber X.

Perguntamos aos alunos se eles sabiam como era feito o cálculo de uma corrida de Uber ou de táxi e eles nos responderam que não. Diante disso, discutimos como era calculado o valor da corrida em ambos os serviços, de modo a compreender que o preço de uma corrida de Uber é a soma de uma tarifa base, valor pago ao solicitar o carro, dos minutos gastos ao longo do trajeto e da distância da corrida por quilômetro rodado. Também diferenciamos a bandeirada do táxi com a dinâmica do Uber, pois nas bandeiradas os valores são fixos em determinada hora do dia ou dias da semana enquanto a dinâmica pode ser acrescida a qualquer horário dependendo da quantidade de motoristas disponíveis em relação ao número de pedidos no aplicativo, podendo tornar a corrida mais cara em uma proporção de 1.3 vezes ou 1.9 vezes, por exemplo.

Diante dessa discussão sobre a dinâmica um aluno comentou que dependendo do horário ou da ocasião o táxi pode sair mais barato, pois certa vez voltando de um show a dinâmica estava alta e uma corrida de Uber estava mais cara se comparada à corrida de táxi. A partir disso, compreendemos que a dinâmica é feita no aplicativo com o objetivo de controlar a demanda de carros e garantir que todos possam pedir um Uber. Uma aluna comentou que na verdade isso dá à ideia de exclusão, pois quem pode pagar mais pede e quem não pode tem de esperar baixar ou procurar outras alternativas. Ao remeter a outra possibilidade, um aluno comenta sobre o “corujão das 1:30 da manhã” que é um ônibus com horário único que passa em alguns pontos da cidade durante a madrugada, pois para ele era o mais barato.

Durante as discussões referente a este assunto, começamos a discutir sobre a legalização do aplicativo Uber, sobre o que achavam entre concorrência do Uber com os taxistas. Tivemos diversos comentários, por exemplo: “todo mundo tá fazendo seu trabalho”; *“tipo, tem freguesia pros dois”*; *“o bom de ter concorrência é que a concorrência faz melhorar o serviço”*; *“professor, não é porque é uber<sup>10</sup> que é bem educado não, tem uber que a gente pegou super mal humorado também e teve taxista que até deixou a gente pôr nosso pendrive pra ouvir nossas músicas no carro”*; *“professor teve uber que se recusou a ligar o ar e tava um calor...”*; *“teve taxista que nem olhou pra mim e minha mãe”*; entre outras respostas. Para concluir as discussões para prosseguirmos a atividade, questionamos novamente se eles eram a favor da legalização do Uber e os alunos responderam que sim.

---

<sup>10</sup> Utilizaremos “uber” para denominar os motoristas do aplicativo Uber.

A partir disso, apresentamos dados referentes à tarifa base, quilômetro rodado e custo por minuto nas corridas de Ubers e táxis (com e sem bandeirada), em diferentes capitais brasileiras, como mostram a tabela 4.1, tabela 4.2 e tabela 4.3.

**Tabela 4.1** – Valores do Uber X em algumas capitais brasileiras

<b>Campo Grande (MS)</b>	<b>São Paulo</b>	<b>Rio de Janeiro</b>	<b>Brasília</b>	<b>Belo Horizonte</b>	<b>Porto Alegre</b>
Tarifa base: R\$ 2,50 Custo por min: R\$ 0,15 Custo por km: R\$ 1,10	Tarifa base: R\$ 2,00 Custo por min: R\$ 0,26 Custo por km: R\$ 1,40	Tarifa base: R\$ 2,00 Custo por min: R\$ 0,15 Custo por km: R\$ 1,40	Tarifa base: R\$ 2,70 Custo por min: R\$ 0,18 Custo por km: R\$ 1,25	Tarifa base: R\$ 2,00 Custo por min: R\$ 0,15 Custo por km: R\$ 1,40	Tarifa base: R\$ 3,00 Custo por min: R\$ 0,25 Custo por km: R\$ 1,45

Fonte: <https://tecnoblog.net/188610/taxi-ou-uber-preco-qual-mais-barato/>

**Tabela 4.2** – Valores do Táxi (bandeira 1) em algumas capitais brasileiras

<b>Campo Grande (MS)</b>	<b>São Paulo</b>	<b>Rio de Janeiro</b>	<b>Brasília</b>	<b>Belo Horizonte</b>	<b>Porto Alegre</b>
Tarifa base: R\$ 4,50 Custo por min: R\$ 0,30 Custo por km: R\$ 2,80	Tarifa base: R\$ 4,50 Custo por min: R\$ 0,55 Custo por km: R\$ 2,75	Tarifa base: R\$ 5,20 Custo por min: R\$ 0,43 Custo por km: R\$ 2,05	Tarifa base: R\$ 4,51 Custo por min: R\$ 0,455 Custo por km: R\$ 2,45	Tarifa base: R\$ 4,40 Custo por min: R\$ 0,437 Custo por km: R\$ 2,73	Tarifa base: R\$ 4,66 Custo por min: R\$ 0,275 Custo por km: R\$ 2,33

Fonte: <https://tecnoblog.net/188610/taxi-ou-uber-preco-qual-mais-barato/>

**Tabela 4.3** – Valores do Táxi (bandeira 2) em algumas capitais brasileiras

<b>Campo Grande (MS)</b>	<b>São Paulo</b>	<b>Rio de Janeiro</b>	<b>Brasília</b>	<b>Belo Horizonte</b>	<b>Porto Alegre</b>
Tarifa base: R\$ 4,50 Custo por min: R\$ 0,30 Custo por km: R\$ 3,20	Tarifa base: R\$ 4,50 Custo por min: R\$ 0,55 Custo por km: R\$ 3,58	Tarifa base: R\$ 5,20 Custo por min: R\$ 0,43 Custo por km: R\$ 2,46	Tarifa base: R\$ 4,51 Custo por min: R\$ 0,455 Custo por km: R\$ 3,12	Tarifa base: R\$ 4,40 Custo por min: R\$ 0,437 Custo por km: R\$ 3,28	Tarifa base: R\$ 4,66 Custo por min: R\$ 0,275 Custo por km: R\$ 3,03

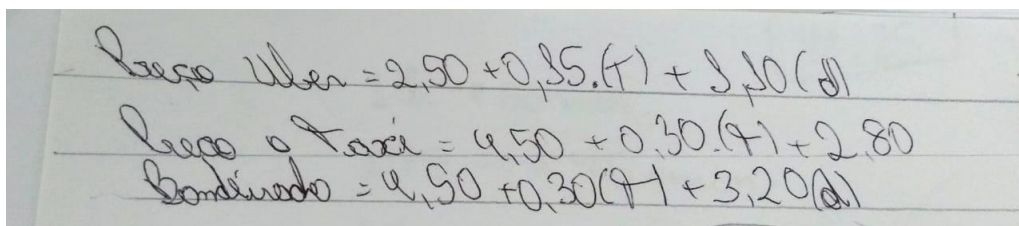
Fonte: <https://tecnoblog.net/188610/taxi-ou-uber-preco-qual-mais-barato/>

Com o objetivo de explorar os conteúdos matemáticos, organizamos os alunos em cinco grupos com quatro integrantes. O grupo 2 constituído pelos alunos Q1, Q2, Q3 e Q4 serão foco de nossa análise nesta atividade, pois foram os mais participativos e apresentaram ideias melhores e mais diferenciadas. Entretanto apresentaremos também algumas interações de outros alunos, pois consideramos estas como importantes para o desenvolvimento da atividade.

Propomos o seguinte problema: em Campo Grande, qual meio de transporte compensa mais ao fazermos uma viagem de 30 quilômetros à velocidade média de 40 km/h na bandeira um do táxi e sem dinâmica no Uber?

Primeiramente os alunos da turma conseguiram sem muita dificuldade representar, de maneira genérica, como eram feitos os cálculos das corridas do Uber, do táxi na bandeira 1 e na bandeira 2 (bandeirada), como mostra a figura 4.10. A letra “t” representa o tempo e “d” a distância.

**Figura 4.10** – Registro feito pelo grupo 2 sobre o cálculo da corrida de Uber e táxi



The image shows three handwritten equations on lined paper. The first equation is 'Preço Uber = 2,50 + 0,35.(t) + 3,20.(d)'. The second equation is 'Preço o Táxi = 4,50 + 0,30.(t) + 2,80'. The third equation is 'Combinado = 4,50 + 0,30.(t) + 3,20.(d)'. The variables 't' and 'd' are used to represent time and distance respectively.

**Fonte:** Registro do aluno Q1

Ao interpretarem o problema e extraírem os dados, os alunos não conseguiram encontrar o valor referente ao tempo da corrida, que segundo eles era necessário para substituir nas “fórmulas” elaboradas. Orientamos para que se atentassem aos dados o problema apresentou. Os alunos perceberam que os dados eram a velocidade de 40 km/h e a distância de 30 quilômetros.

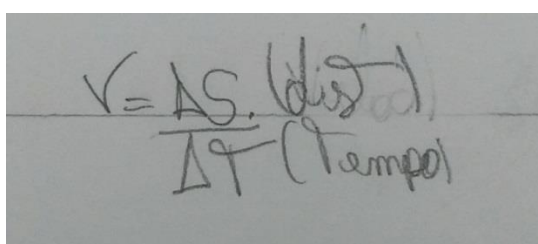
Percebendo que conseguiam estabelecer nenhuma relação na qual envolve a variação da distância e a velocidade de um objeto, começamos a discutir sobre uma possível viagem de carro para uma cidade no interior em determinado tempo, na hipótese que eles associassem que a variação do tempo, juntamente com a variação da distância, é necessária para calcular a velocidade de um corpo.

Os alunos se lembraram de que o professor de Física já havia explicado um problema muito parecido. Então Q2 pediu para olhar o caderno para lembrar. Diante

disso, os demais alunos da turma também abriram o caderno e conseguiram lembrar os conceitos apresentados pelo professor para o cálculo da velocidade.

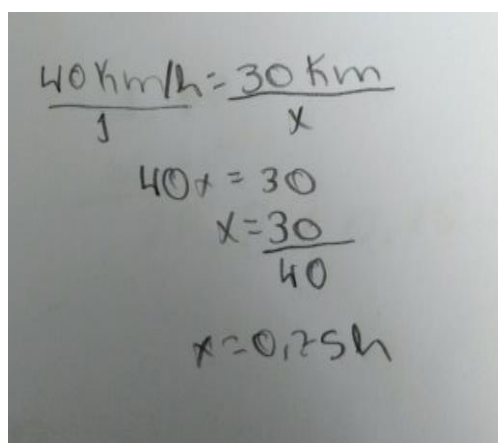
Remetendo aos cálculos realizados para resolver os problemas na atividade anterior, Q2 afirmou que era só usar a regra de três. Percebemos que ela substituiu a expressão “multiplicar cruzado”. A figura 4.11 apresenta o conceito de velocidade utilizado pelos alunos, no qual  $\Delta S$  representa à variação da distância e  $\Delta T$  a variação do tempo. A figura 4.12 apresenta o cálculo feito por um grupo de alunos.

**Figura 4.11** – Conceito de velocidade encontrado no registro feito pelo grupo 2


$$v = \frac{\Delta S \text{ (distância)}}{\Delta T \text{ (tempo)}}$$

**Fonte:** Registro do aluno Q1

**Figura 4.12** – Cálculo da distância feito grupo 2


$$\begin{aligned} \frac{40 \text{ km/h}}{1} &= \frac{30 \text{ km}}{x} \\ 40x &= 30 \\ x &= \frac{30}{40} \\ x &= 0,75 \text{ h} \end{aligned}$$

**Fonte:** Registro do aluno Q1

Após encontrarem o valor referente ao tempo apresentado no problema por meio do conceito físico de velocidade, o grupo 2 utilizou o valor para encontrar os preços das corridas de táxi e de Uber. Durante a aula percorríamos a sala acompanhando o desenvolvimento da atividade pelos grupos, e assim percebemos que um deles utilizou o valor de 0,75 horas sem se dar conta de que as corridas são calculadas por minutos corridos.

Percorrendo os grupos, verificamos que outros alunos fizeram a conversão de 0,75 horas para minutos, considerando que cada hora equivale 60 minutos. Neste instante, o professor regente queria explicar que o modelo matemático encontrado no grupo anterior estava errado, e isso daria diferença no valor final. Fomos para um “canto” da sala de aula, longe dos alunos, e argumentamos com o professor que poderia ser interessante que os alunos mesmo validassem isso, pois com o erro eles podem enxergar de outra maneira as relações presentes, como a conversão de unidades de medida de tempo e a proporção presente neste conceito, o que poderia auxiliar no processo de aprendizagem.

Também colocamos que em atividade de modelagem matemática nós na posição de mediadores precisávamos esperar eles discutirem e validar isso. Com os valores das corridas encontrados pedimos para que um dos alunos do grupo 2, que não fizeram a conversão de horas para minutos, fosse explicar a solução feita para o problema. No momento em que ele substituiu o valor de 0,75 horas, referente ao tempo, para fazer o cálculo do preço da corrida de Uber, alguns alunos da turma falaram que estava errado, pois o valor encontrado era em horas e as corridas são cobradas por minutos rodados.

Nesse momento, pedimos para que um aluno de outro grupo, que fizera a conversão de valores, viesse à lousa para explicar o modelo matemático que o grupo dele tinha construído. A figura 4.13 mostra o raciocínio utilizado pelo outro grupo para encontrar o valor do tempo em minutos para aquele problema.

**Figura 4.13** – Cálculo para encontrar o valor referente ao tempo da corrida

Handwritten mathematical work on a whiteboard:

$$\frac{40 \text{ km/h}}{5} = \frac{30 \text{ km}}{x} \quad \text{Luis, Walter, Euf}$$
$$40x = 30$$
$$x = \frac{30}{40} = x = 0,75 \text{ h}$$
  
$$1 \text{ h} \rightarrow 60$$
$$0,75 \rightarrow x$$
  
$$x = 45$$

**Fonte:** Registro obtido por um dos grupos da turma

Como uma hora equivale a 60 minutos, os alunos deste outro grupo, por meio da regra de três fizeram a conversão de 0,75 horas concluindo que equivale a 45 minutos. Justificaram que o valor de 0,75 horas ao substituir na “matemática” do Uber e do táxi, considerando a diferença existente remeteria a um erro no valor das corridas, pois usando 0,75 horas no Uber daria aproximadamente R\$ 35,65; e utilizando o valor de 45 minutos, que eles consideram correto uma vez que o preço é calculado em minutos, a corrida de Uber custaria R\$ 42,25.

Por meio a discussão todos os alunos da turma concluíram que o valor calculado em minutos era o correto, devido à tabela de dados, a explicação do professor e o texto utilizado no início da atividade deixar bem claro que o valor da corrida é calculado por minutos rodados, somado ao valor da tarifa base e o valor da distância percorrida. As figuras 4.14 e 4.15 mostram os valores encontrados pelos alunos e validados pela turma.

**Figura 4.14** – Cálculo para encontrar o valor referente ao tempo da corrida

Handwritten student work showing a conversion of 0,75 hours to 45 minutes using a rule of three. The calculation is as follows:

$$\begin{array}{l} \text{1 H} \quad \quad 60 \\ \quad \quad \quad \times \\ 0,75 \quad \quad \times \end{array}$$
$$\frac{30}{33} \times 1,10 = 1,0$$
$$\frac{45}{0,15} = 300$$
$$x = 45 \text{ m}$$
$$33 + 6,75 + 2,50 = 42,25,00$$

UBER

**Fonte:** Registro de Q2

**Figura 4.15** – Cálculo para encontrar o valor referente ao tempo da corrida

Handwritten student work showing calculations for Taxi CG. The calculations are as follows:

$$\frac{30}{2,80} = 84$$
$$\frac{45}{0,30} = 13,50$$
$$84 + 13,50 + 4,50 = 102,00$$

TÁXI CG

**Fonte:** Registro de Q2

Como mostram as figuras 4.14 e 4.15, a solução para o problema foi que o preço do Uber (R\$ 42,25) compensava mais do que o do táxi (R\$ 102,00), devido ao valor encontrado para corrida de Uber ser mais barata em relação ao táxi na situação proposta.

A partir dos valores encontrados na solução do primeiro problema, propusemos aos alunos outra situação: considerando que o táxi é mais caro do que o Uber, qual a porcentagem dessa diferença ou quantos por cento o valor do táxi é mais caro em relação ao valor do Uber?

Acompanhando a discussão presente nos grupos, pudemos perceber que os alunos estavam mais “soltos” nesta atividade se comparada com a anterior, pois não intervíamos tanto para que os diálogos fluíssem. No grupo 2 obtivemos o seguinte diálogo que evidencia isso, a primeira fala é de Q3: “...a gente tem que olhar qual a diferença dos valores e depois calcular o valor da porcentagem de um para o outro”. Q2 questiona os colegas “Mas a gente não tem pegar o 102 e considerar ele cem por cento? Porque daí a gente acha quantos por cento vale 42,25 em cima dos 102”. A figura 4.16 apresenta o raciocínio de Q2.

**Figura 4.16** – Cálculo para encontrar a porcentagem presente no problema

The image shows a handwritten calculation on a piece of paper. At the top left, there is a percentage symbol (%). Below it, the number 102,00 is written, with a horizontal line underneath it. To the right of this line, the number 100% is written. Below 102,00, the number 42,25 is written, with a horizontal line underneath it. To the right of this line, the letter X is written. Below these two lines, the equation  $102X = \frac{42,25}{102} = 41,4\%$  is written.

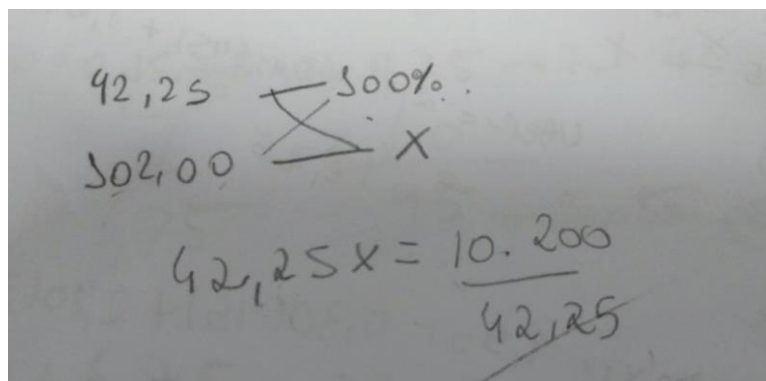
**Fonte:** Registro do aluno Q2

O aluno Q2 disse que 41,4% era referente ao valor de R\$ 42,25 se comparado a R\$ 102,00, ou seja, o valor do Uber era menos da metade do valor da corrida de táxi. Desse modo eles consideram que a diferença do preço do táxi em relação ao Uber é de 58,6%. O aluno Q4, membro do grupo, disse que pensou diferente, que ele dividiu o valor de R\$102,00 por R\$ 42,25, pois ele queria ver quantas vezes o valor



da corrida do uber “cabia” na corrida de táxi. A figura 4.17 apresenta a ideia de Q4. O aluno Q2 era quem organizava as respostas do grupo no papel, por isso o registro ser sempre com a mesma letra, visto que as soluções foram entregues por grupos e pedimos para eles organizarem as respostas da melhor maneira possível.

**Figura 4.17** – Cálculo para encontrar a porcentagem presente no problema



The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. At the top, there are two numbers, 42,25 and 302,00, with a proportion symbol between them. To the right of the proportion symbol, there is '500%' and 'x'. Below this, there is an equation:  $42,25x = \frac{10.200}{42,25}$ . The number 10.200 is written above a horizontal line, and 42,25 is written below the line.

**Fonte:** Registro de Q2

O registro 4.17 mostra que a razão entre o valor do táxi pelo valor do Uber é aproximadamente 2,41. Com isso, ele usou a regra de três para calcular a proporção, em porcentagem, do valor dessas corridas, e assim concluiu que a corrida de táxi equivale 141,42% da corrida do Uber.

Diante a discussão, os alunos do grupo 2 validaram que ambas as respostas satisfazem o problema, na justificativa de que mesmo por meio de representações diferentes, ambos os modelos respondem que a corrida de táxi é maior que o dobro da corrida de Uber naquela situação, do mesmo modo que a corrida de Uber é menor que a metade da corrida de táxi.

Para o último encontro, por terem passados alguns dias sem aula de Matemática devido aos jogos da seleção brasileira na Copa do Mundo, tivemos de lembrar aos alunos o que havia sido discutido nas aulas anteriores por meio dos registros que eles haviam nos entregado. Retomando a “fórmula” que eles construíram para o cálculo do valor da corrida do uber e do táxi, perguntamos a eles se o valor final da corrida dependia da velocidade média ou apenas da distância.

Acompanhando o grupo 2, disseram que não era a velocidade que determinava o valor da corrida, questionamos o porquê e esperamos que eles pensassem um pouco a respeito. Para os que disseram que era a velocidade determinava o valor da

corrida também questionamos o porquê de acharem isso. Em meio à discussão, justificaram que a velocidade determinava a variação do tempo em que o motorista chegaria ao destino, remetendo ao que eles investigaram no primeiro problema.

Diante disso, apresentamos um exemplo que acreditamos que os levariam a pensar sobre essa afirmação. *“Vamos considerar que eu vou de Uber daqui até a esquina a 30 km/h e a 100 km/h. Vocês acham que isso vai interferir no valor da corrida?”*. Ouvimos diversas respostas, tais como, Q1: *“não, porque o valor do minuto na corrida de uber ou na de táxi é quase o mesmo”*; Q3: *“não vai mudar muito porque é 15 centavos por minuto em uma e 30 centavos em outra”*; Q2: *“e também a distância é a mesma, e a distância é o valor mais caro junto com a taxa base, então ela que deixa mais cara à corrida”*; Q4: *“o preço precisa das duas juntas mais o valor pra pedir... é os ‘km’ e o tempo que mudam o preço, mas o primeiro pesa mais”*; Q2: *“mas o tempo também conta, menos, mas conta”*.

Por meio dessas falas, os alunos do grupo 2 justificam que o valor do quilômetro rodado na corrida encarece mais o preço desta do que o valor do minuto percorrido, pois os valores aplicados na distância no Uber e no táxi são R\$ 1,10 e R\$ 2,80 respectivamente por cada quilômetro, bem como R\$ 0,15 e R\$ 0,30 por cada minuto da corrida.

A partir disso, questionamos o grupo 2 se a “fórmula” para calcular o preço do Uber e do táxi é uma função. Responderam-nos que sim, entretanto ouvimos a seguinte afirmação: *“função não é algo do tipo  $x+1$ ”*. Esboçamos o que foi dito na lousa e questionamos o que seria o “x” em uma função. Pedimos para que discutissem isso nos grupo e justificassem se o preço era uma função.

Acompanhando o grupo 2, percebemos que discutiam que o “x” representado na função era uma variável e ao olharem para o preço das corridas de Uber e táxi um aluno explicava aos colegas que naquele caso tinham “duas variáveis: o tempo e a distância. Também comentaram que a constante da função era a tarifa base. Os alunos justificaram que era uma função porque para todos os valores de tempo e distância que eles colocassem na “fórmula”, teriam um preço diferente, independente se fosse táxi ou no Uber. Também consideraram que todos os valores aplicados na função seriam positivos, pois não existiam distância e tempo negativo do mesmo modo que não encontrariam preço de corrida negativo, logo o domínio e a imagem das funções seriam o Conjunto dos Números Reais Não Negativos. Desse modo,

definiram as funções da seguinte maneira: função “preço do Uber”, função “preço do táxi” e função “preço do táxi com bandeirada”.

$$\text{Função do preço do Uber} = 2,50 + 0,15 (t) + 1,10 (d)$$

$$\text{Função do preço do táxi} = 4,50 + 0,30 (t) + 2,80 (d)$$

$$\text{Função do preço do táxi com bandeirada} = 2,50 + 0,30 (t) + 3,20 (d)$$

Perguntamos se era possível aproximar as funções a uma variável só. Q1 disse: “professor, a gente pode aproximar a uma usando a velocidade”. Pedimos para ele explicar o que estava pensando, ele usou como exemplo os dados do primeiro problema proposto nessa atividade para reescrever a função do táxi sem bandeirada, como mostra a figura 4.18.

**Figura 4.18** – Cálculo para aproximar a função a uma variável

Handwritten work showing the derivation of a function of distance from a function of time using velocity. The work includes the general linear function  $f(x) = ax + b$  with  $a, b \in \mathbb{R}$ . It defines velocity as  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  and uses the example values  $d = 30 \text{ km} = 30000 \text{ m}$ ,  $t = 45 \text{ min}$ , and  $v = 40 \text{ km/h} = 0,75 \text{ h}$ . The derivation shows  $v = \frac{d}{t} \rightarrow 40 = \frac{d}{t} \rightarrow d = 40 \cdot t$  and  $t = \frac{d}{40}$ . The function of time is  $F(t) = 2,50 + 0,15t + 1,10(40t)$ , which simplifies to  $F(t) = 2,50 + 0,15t + 44t$ . Finally, the function of distance is  $f(d) = 2,50 + 0,15\left(\frac{d}{40}\right) + 1,10d$ .

**Fonte:** Registro do aluno Q2

Neste modelo, percebemos que foi utilizado o conceito de velocidade para colocar as variáveis “dependentes uma da outra”, pois o tempo e a distância se relacionam em consideravam a velocidade. Assim, substituindo a velocidade 40 km/h e “multiplicando cruzado”, foi possível isolar a distância ou o tempo para substituir na função. Desse modo ele obteve duas funções para o cálculo da corrida do táxi a uma velocidade de 40 km/h, uma em função do tempo ( $f(t)$ ) e outra em função da distância ( $f(d)$ ).

Como a aula era no último tempo e estava prestes a terminar, os alunos da turma ouviram o raciocínio do colega para a construção da ideia e concluíram esta aula com a validação do modelo matemático apresentado.

Diante disto, ao refletirmos sobre os encaminhamentos e resultados obtidos com o desenvolvimento da atividade, consideramos satisfatório, pois os alunos participaram, interagindo com os colegas, com os professores, houve questões levantadas sobre a situação, debates matemáticos, o que para nós é rico para a construção do conhecimento, mesmo que alguns alunos demonstraram desinteresse pela atividade.

De toda a turma, tivemos cinco alunos que não demonstraram interesse no desenvolvimento das atividades, pareciam sempre dispersos e pouco participaram das discussões. Em vários momentos os questionamos, procurando de alguma forma trazê-los efetivamente para a aula, mas não obtivemos sucesso. Perguntamos para a coordenação da escola sobre o comportamento deles e verificamos que a não participação das aulas era algo natural, o que nos inquietou, uma vez que consideramos importante a inclusão de todos no desenvolvimento da atividade.

Ao fazermos um balanço relacionado à quantidade de conteúdos matemáticos que foram abordados e discutidos por meio desse problema, percebemos uma quantidade maior de conteúdos do que na primeira atividade desenvolvida. Este fato pode estar relacionado com a maneira de conduzir a atividade tanto do pesquisador, quanto do professor regente como também da participação ativa dos alunos.

No desenvolvimento desta atividade identificamos alguns conteúdos que emergiram por meio das discussões com os alunos ao resolverem os problemas propostos, são eles: função afim ou do primeiro grau, domínio e imagem de funções, conjuntos numéricos, razão e proporção, regra de três, porcentagem, velocidade (variação da distância e do tempo), conversão de unidades de medida e tabelas.

Percebemos que algumas competências podem ser associadas ao conteúdo de função do primeiro grau, mesmo que ele tenha surgido inicialmente de uma maneira intuitiva por meio do cálculo do valor das corridas presente nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3. O conceito de função entrou em discussão desde o início da atividade dando indícios da competência C6 ( Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana). estando melhor formalizado na linguagem matemática no modelo obtido pela figura 4.18.

Outros momentos em que evidenciamos a competência C6 é no registro da figura 4.18, uma vez que está melhor formalizado na linguagem matemática, primeiramente quando os alunos encontraram o termo geral para o cálculo das corridas, por meio da interpretação do texto motivacional e das tabelas com as tarifas de Uber e Táxis em algumas cidades brasileiras. Posteriormente, percebemos a competência 6 quando discutimos o conceito de domínio e imagem de uma função que, no caso do problema envolvido, remetia que o domínio e imagem das funções obtidas estavam no conjunto dos números racionais positivos, uma vez que não existia distância, medida de tempo e corrida negativa; ou seja, interpretaram de acordo com a realidade na qual a situação-problema estava inserida.

Como as tabelas trazidas na atividade eram de corridas reais, ou seja, valores cobrados por ambas as modalidades no cotidiano em várias cidades do Brasil e envolver um assunto amplamente discutido em âmbito nacional sobre a legalização do Uber, ao analisar se o aplicativo trazia benefícios e validar se os valores eram mais baratos que cobrados pelos taxistas indicam a competência C1 (Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos). E devido ao uso das tabelas podemos também considerar a competência C2 (Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos).

Quando os alunos exploram o conceito de velocidade, considerando a variação da distância na tentativa de encontrar a variação do tempo para a resolução dos problemas propostos, durante a construção de modelos os alunos relacionaram diversos conhecimentos, tais como a conversão de unidades de medida de tempo, o conceito de proporção necessário para encontrar o valor equivalente a horas em minutos, o cálculo do preço da corrida e a comparação do valor cobrado entre as duas modalidades apresentam indícios de diferentes competências, sendo elas a C3 (Entender o significado e as formas de representar os números, as relações entre eles e os diferentes sistemas numéricos); C4 ( Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas) e C5 (Usar e interpretar modelos, perceber o sentido de transformações, buscar regularidades, conhecer o desenvolvimento histórico e tecnológico de parte de nossa cultura e adquirir uma visão sistematizada de parte do conhecimento matemático).

No momento em que os alunos divergem entre os modelos obtidos, acreditamos estarem presentes as competências C8 (Expressar-se com clareza sobre temas matemáticos oralmente ou por escrito), pois os alunos debatem e tentam justificar suas ideias até entrarem em consenso; e a competência C9 (Enfrentar desafios e resolução de situações problema, utilizando-se de conceitos e procedimentos peculiares (experimentação, abstração, modelagem), uma vez que os alunos tentam convencer uns aos outros de que suas ideias são válidas para a solução daquele problema.

A competência C9 na nossa interpretação também pode ser evidenciada em diferentes momentos e etapas da modelagem, pois uma característica da Modelagem Matemática é a discussão, interpretação do problema, elaboração e validação do modelo construído. Durante todo esse processo, professor é mediador entre a linguagem matemática com a linguagem do aluno, sendo este participante ativo da sua própria aprendizagem.

Neste sentido, consideramos que o papel mediador é importante para enaltecer aquilo que o aluno já sabe, e tentar incluí-lo na atividade para que possa expor suas ideias pode auxiliar na avaliação da aprendizagem, pois no silêncio pode nos levar a acreditar que os alunos não sabem matemática, uma vez que não sabem explicar suas ideias da maneira como escrita nos livros, por não saberem sistematizar em linguagem formal. Neste sentido, podemos dizer que ao desenvolver atividade de modelagem isto pode ser amenizado, uma vez que os alunos conjecturam e argumentam embasados, muitas vezes, em experiências e conhecimentos prévios.

Em relação aos conteúdos matemáticos que emergiram no decorrer da atividade foi possível perceber que eles estão presentes em todo o processo da modelagem, de diferentes maneiras, como por exemplo, no conteúdo de razão e proporção, que foi utilizado quando os alunos calcularam a velocidade, a conversão de horas para minutos e nas relações de porcentagem; um mesmo conteúdo abordando características diferentes.

#### **4.3.3 A reforma da quadra de esportes da escola**

Nesta terceira atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com a turma, a temática a ser explorada pelos alunos surgiu a partir de uma discussão deles, ao fim

de uma aula, sobre um pequeno campeonato de futsal que ocorreria na escola. Eles apontavam que a quadra de esportes era escura, totalmente aberta nas laterais o que dificultava a prática esportiva em dias frios (como na semana em que discutíamos isso), e as marcações estavam bem apagadas.

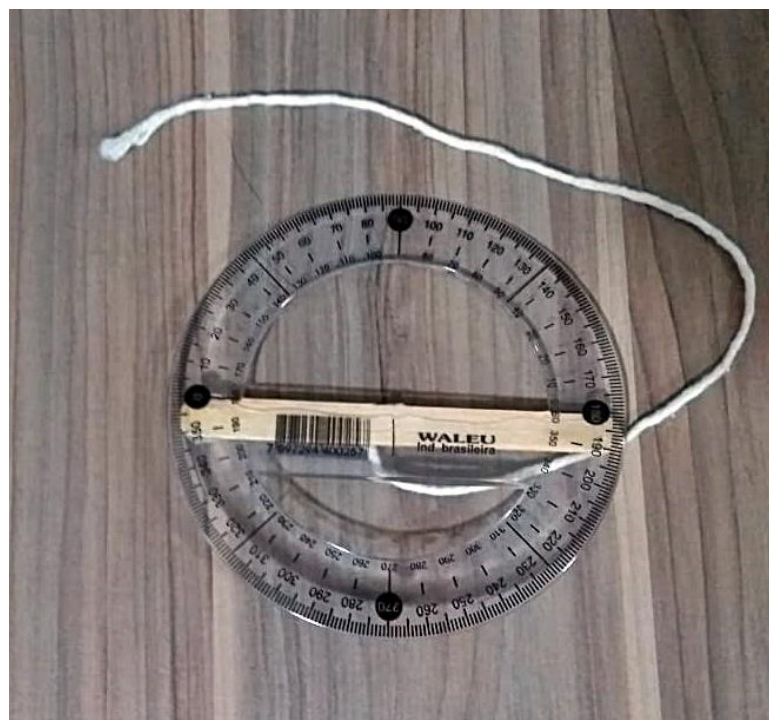
Diante disso, consideraram que seria interessante uma reforma na quadra para melhorar o uso da mesma, principalmente para os alunos do noturno, pois as condições da quadra eram difíceis para a prática esportiva naquele período. Começamos então a questionar sobre como poderíamos pensar em um orçamento e se era possível que nós fizéssemos um. Os alunos se interessaram e propuseram ir para a quadra levantar dados para realizar o orçamento. A ideia de ter aula fora da sala animou bastante os estudantes.

Planejamos então levarmos alguns materiais que consideramos que seriam interessantes para o desenvolvimento da atividade, sendo eles: trenas<sup>11</sup>, calculadoras, giz e teodolitos caseiros. O teodolito, de um modo geral, é uma ferramenta usada em diversos ramos da engenharia e arquitetura para calcular com precisão a medida de ângulos de determinada superfície. Para fins didáticos, na licenciatura em Matemática, tivemos a oportunidade de aprender construir e manusear um teodolito caseiro. A figura 4.19 mostra um dos teodolitos caseiros construídos para esta atividade, pois consideramos que seria interessante o uso para facilitar o cálculo de medidas nesta atividade.

**Figura 4.19** – Teodolito caseiro construído para a aula

---

<sup>11</sup> Trena ou fita métrica é uma régua flexível e é usada para medir a distância. Pode ser feita por uma fita de pano, plástico, fibra de vidro ou de metal, com marcações lineares. É uma ferramenta comum de medição. O seu design permite fazer grandes medidas de comprimento ou fazer medidas em torno de curvas e cantos, mas permitindo também carregá-la no bolso ou no kit de ferramentas.



**Fonte:** Dos autores

O teodolito caseiro apresentado na figura 4.19 foi construído utilizando palitos de madeira ou de picolé para que os alunos pudessem segurá-lo melhor, um barbante que permitisse os alunos mirar o ângulo desejado, todos colados em um transferidor para que conseguissem encontrar a medida do ângulo desejado.

Primeiramente fomos todos para a quadra de esportes para o desenvolvimento da atividade. Pedimos para que os alunos se organizem em grupos de 3 ou quatro pessoas. Como neste dia a quantidade de alunos era menor totalizando 15 alunos, foram formados 3 grupos com quatro alunos e um com 3 alunos. A atividade era em um espaço maior do que na sala de aula, o que dificultou percorrer os grupos para poder coletar dados. Tentamos gravar em cada grupo, contudo por ser em local aberto, dificultou a coleta com áudios.

Como percebíamos no decorrer das aulas que o professor da turma já estava mais habituado com a Modelagem Matemática, pois esta era a terceira atividade que ele acompanhava e demonstrava se sentir mais à vontade e participativo ao percorrer os grupos e discutir as ideias com os alunos, decidimos que a coleta de dados na quadra de esportes focaria no grupo de três alunos, no qual chamaremos de grupo 3 e o professor da turma acompanharia os outros, e o auxiliaríamos quando necessário. Escolhemos o grupo 3 para acompanharmos as atividades, pois a quadra de esporte



era um espaço grande e dificultava que percorrêssemos os grupos afim de coletar dados.

Entregamos aos alunos folhas em branco para que fizessem anotações e registros, as trenas e os teodolitos, e os cálculos foram feitos na calculadora de celulares. A maneira como estamos explanando as falas nessa análise local foi proposital no intuito de evidenciar melhor as discussões ao longo da atividade, uma vez que nesta atividade, tanto professores quanto alunos aparentavam mais familiarizados com a modelagem.

Questionamos ao grupo 3 como poderíamos com aqueles equipamentos elaborar um orçamento para a reforma da quadra. Vamos identificar a fala de cada aluno do grupo como A1, A2 e A3 e P para nossas falas ao longo da aula.

*A2: Mas como a gente faz isso? A gente não sabe o preço desse treco...*

*A3: É, a gente não sabe o preço das coisas que usam pra fazer isso daqui, e isso daqui (apontando a tinta do chão e das marcações da quadra)*

*P: Calma gente, vamos tentar fazer por partes e ver até onde conseguimos organizar esse levantamento. Pra fazer o orçamento a gente precisa de qual informação primeiramente?*

*A1: Da medida das coisas*

A princípio nossa preocupação era possibilitar com que os alunos apurassem as medidas da quadra para depois, se tivéssemos oportunidade e disponibilidade de mais aulas, buscar preços de materiais, mão de obra, entre outros. Questionamos ao grupo sobre como eu poderia então encontrar a altura da quadra. Essa pergunta tinha a intenção de explorar o uso do teodolito caseiro. Tivemos a seguinte discussão:

*A1: A altura? Estica a trena até lá em cima ué.*

*P: Hmm, mas você consegue fazer isso?*

*A1: Consigo!*

*P: Agora?*

*A1: Agora!*

*P: Será que essa trena tem medida suficiente pra chegar até lá em cima?*

*A1: Vamos ver... (esticaram toda a trena)*

*A2: Essa trena tem 5 metros*

*A3: Mas professor, olhando assim essa quadra deve dar uns...*

*P: Pensa que para o orçamento dar certo precisamos do valor mais próximo possível.*

*A3: Ah mas chutando assim deve ter uns 8 metros*

No diálogo acima é possível perceber que os alunos não tinham ideia de como calcular a altura da quadra. Neste instante achamos interessante discutir com o grupo o uso do teodolito.

*P: Eu trouxe pra vocês um instrumento que pode ajudar a pensarem nisso.*

*A1: É isso? O que é? (olhando para o teodolito)*

*P: Vocês já ouviram falar em um teodolito?*

*A2: Ah eu já vi engenheiro usando isso na TV e na rua quando passei pela reforma de um corrégo uma vez.*

*P: E pra que ele serve?*

*A2: Calcular medidas.*

*P: Quais medidas?*

*A2: Ah, sei lá, de ângulo (aparentemente ele deduziu olhando o transferidor do objeto).*

*P: Por exemplo, se eu me fixar aqui em um ponto e olhar para o ponto mais alto desta quadra, considerando a distância daquela parede até onde eu estou, que figura aparentemente eu estou representando?*

*A1: Um triângulo*

*P: Então, a visão do ponto onde eu estou para onde eu estou mirando é um ângulo?*

*A3: Pode ser né? Porque daí ali na parede tem outro e lá em cima tem mais um.*

Neste instante, discutimos então que o encontro do chão com a parede da quadra formaria um ângulo e o ponto que miramos com o barbante seria o outro ponto, concluindo que o teodolito caseiro nos dava a informação de elementos de um triângulo. Seguimos a discussão:

*P: É possível vocês encontrar as medidas de um triângulo a partir dos seus ângulos?*

*A1: Eu não sei*

*A2: Eu tb não*

*A3: Sei não.*

*P: Vocês já ouviram falar das relações trigonométricas no triângulo?*

*A3: Não sei, nós já vimos professor isso aí?*

*A1: Não sei*

*A2: Acho que não.*

*P: Que tipo de triângulo é esse que estamos vendo a partir da posição do teodolito?*

*A3: Retângulo*

*P: Por que?*

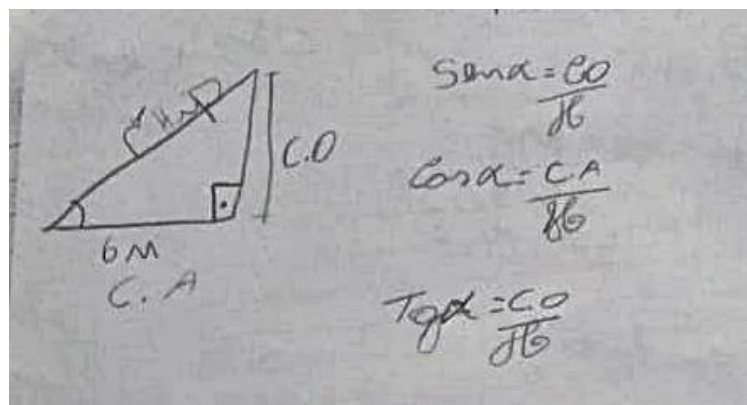
*A1: Por causa da parede*

Diante da situação acima, os alunos concluíram que a altura da quadra como o teodolito caseiro nos dava elementos de um triângulo retângulo, pois o encontro do chão com a parede da quadra representava um ângulo reto. Diante disso, definimos dois pontos. O ponto C apresentava o ângulo reto formado pelo encontro do chão e da parede, o ponto A era a posição do aluno A2 com o teodolito e o ponto B é o ponto do teto da quadra que foi mirado pelo barbante. Os alunos não apresentaram muita dificuldade em manusear o teodolito, contudo o primeiro ângulo encontrado era de 35 graus, mas logo verificaram que a posição do instrumento não estava paralela ao solo. Depois que posicionaram corretamente foi encontrado o ângulo de 55 graus no ponto A.

Questionamos aos alunos se com estas informações era possível encontrar a altura da quadra e todos responderam que não sabiam. Perguntamos se eles se lembravam de ter estudado algo sobre relações trigonométricas no triângulo retângulo. O aluno A1 falou que se lembrava de ter visto isso no nono ano, mas não sabia o que era. A2 questionou: “*é aquele negócio de seno?*”. Neste instante perguntamos o que era “seno”, então eles riram e falaram que era um nome estranho igual trigonométrico.

Depois de um tempo os deixando pensar, discutimos se o valor referente à altura da quadra era indispensável para o orçamento. Responderam que era importante, pois sem este valor não conseguiriam medir a área e o comprimento para construir e pintar paredes. O aluno A3 então acessou a internet do celular para encontrar as “fórmulas” que eles precisavam. Ele as anotou na folha, como mostra a figura 4.20.

**Figura 4.20** – Relações trigonométricas no triângulo retângulo



Fonte: Registro do aluno A2

A princípio os alunos conseguiram relembrar o conceito de cateto e hipotenusa por meio do desenho mostrado na figura 4.20. Eles nos pediram ajuda para relembrar o conceito de cateto oposto (CO) e cateto adjacente (CA), logo lembraram que o cateto oposto é o lado que fica em frente a determinado ângulo e o cateto adjacente é aquele que fica ao lado de determinado ângulo e não é a hipotenusa.

Visto as relações relembradas de seno, cosseno e tangente, discutimos então sobre como poderíamos encontrar a altura a partir das informações tínhamos. Sendo assim, como mostra a figura 4.21 os alunos concluíram que o valor da tangente de 55 graus os ajudariam a encontrar por meio da regra de três o valor referente à altura, pois o lado com comprimento de 6 metros, distância entre o aluno e o ponto da parede, seria o cateto adjacente e a medida da parede (altura) seria o cateto oposto para aquele ângulo, logo se pudessem prolongar a linha do barbante dava a ideia da hipotenusa.

A partir disso, os alunos calcularam o valor referente à tangente do ângulo de 55 graus na calculadora científica do celular e efetuaram a partir das razões construídas, como mostra a figura 4.21.

Figura 4.21 – Cálculo feito pelo grupo 3 para encontrar a altura da quadra

$$\operatorname{tg} a = \frac{CO}{CA}$$
$$\operatorname{tg} 55^\circ = \frac{X}{6}$$

$X \approx 8,56 \text{ m} \rightarrow \text{altura}$

**Fonte:** Registro do aluno A1

Deste modo, como mostra a figura 4.21, os alunos encontraram que o valor da altura da quadra era de 8,56 m aproximadamente. Questionamos quais medidas de comprimento eram necessárias para que conseguíssemos construir e pintar paredes ao redor da quadra e nos responderam que não tinha como calcular a área da parede sem a medida do comprimento da quadra.

O grupo utilizou a trena para fazer as medidas das laterais da quadra, imaginando a construção de paredes, e anotou as informações na folha. Ao serem questionados o porquê de fazerem aquilo, responderam que era importante ter o perímetro da quadra, pois daí com a medida da altura, comprimento e largura conseguiriam calcular a área de todas as paredes. A figura 4.22 apresenta as medidas obtidas pelo grupo e o perímetro encontrado.

**Figura 4.22** – Valor das medidas e perímetro das laterais da quadra

Perímetro do quadrado

$$P = 2 \times 34,30$$

$$34,30$$

$$68,60$$
  

$$P = 2 \times 19,32$$

$$19,32$$

$$38,64$$
  

$$P_{\text{total}} = 68,60$$

$$+ 38,64$$

$$107,24$$

Fonte: Registro do aluno A2

A partir da figura 4.22 é possível ver que os alunos encontraram a medida de comprimento da quadra igual a 34,30 metros e a largura com valor de 19,32 metros. Diante disso, o perímetro total das laterais da quadra era de 107,24 metros.

Propomos a eles que se estamos considerando uma quadra de futsal, quais medidas seriam necessárias para calcular a tinta necessária para a pintura das marcações e do chão, por exemplo.

O grupo 3 se preocupou em coletar medidas, primeiramente pelo perímetro da quadra de futsal. Como já haviam feito coleta parecida anteriormente, não apresentaram problemas e obtiveram os seguintes dados, como mostra a figura 4.23.

**Figura 4.23** – Dados para a pintura da quadra de futsal coletados pelo grupo

P/ pintar a quadra  
Comp do quadro de fud  
26,14m  
Largura 16,17m  
Area do quadro de fud 422,68 m<sup>2</sup>

**Fonte:** Registro do aluno A2

A figura 4.23 apresenta que o comprimento encontrado era de 26,14 metros e a largura era de 16,17 metros, logo a área calculada era aproximadamente 422,68 m<sup>2</sup>.

Ao caminharem para o centro da quadra o grupo começou a discutir como poderia ser feito o cálculo da área do círculo, uma vez que este elemento da quadra precisava ser pintado de cor diferente do restante, bem como a área do gol. Diante disso, tiveram o seguinte diálogo:

A1: Tá mas aqui a gente precisa de uma tinta diferente, tipo azul a quadra e amarela o círculo.

A2: Sim, mas como que a gente pode medir essa parte, porque aqui não tem canto. Que fórmula a gente usa?

A3: Sei não.

A1: Não sei

A2: Professor, como a gente mede isso daqui?

Neste instante questionamos aos alunos sobre o que eles podiam coletar de informações daquele círculo. O aluno A1 respondeu que “se a gente pegar a fita de uma ponta a outra do círculo a gente tem uma medida”.

P: Considerando o círculo, qual dos seus elementos corresponde a essa medida?

A1: O raio

A2: raio?

A3: acho que não.

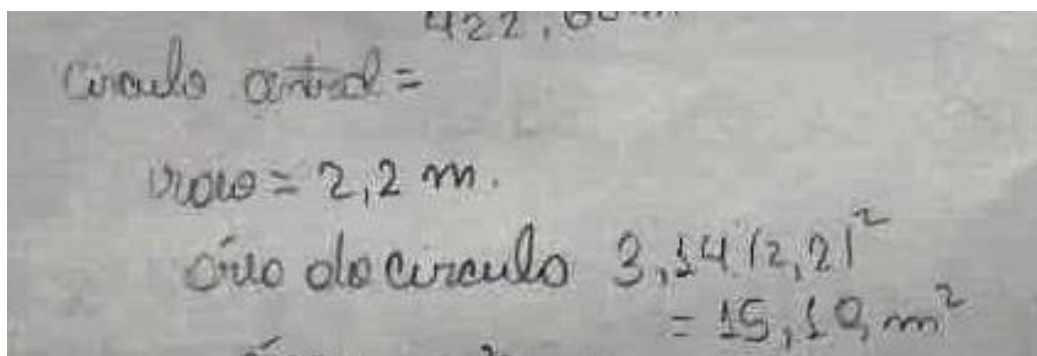
P: Por que não?

A3: Não sei, só sei que daqui aqui é uma coisa e daqui ali é outra coisa.

Na fala de A3 temos indícios de que ele se lembra da definição de raio e diâmetro, mas não tem certeza sobre os elementos do círculo. O aluno A2 apontando para o centro e levando a fita até a linha branca do círculo, afirmou que aquilo era a medida do raio no valor de 2,20 metros. Prolongando a fita de uma ponta a outra, eles relembrou o conceito de diâmetro, pois o valor encontrado correspondia ao dobro da medida do raio.

Então, o grupo procurou a fórmula necessária para obter a área do círculo central. Obtiveram o valor de 15,19 m<sup>2</sup> para a área do círculo central, como mostra a figura abaixo.

**Figura 4.24** – Cálculo feito para encontrar a área do círculo central



The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top, there is a faint number '422,00'. Below it, the student has written 'Círculo central ='. The next line is 'Raio = 2,2 m.'. The following line is 'Área do círculo' followed by the calculation  $3,14 \cdot (2,2)^2$ . The final result is '= 15,19 m<sup>2</sup>'.

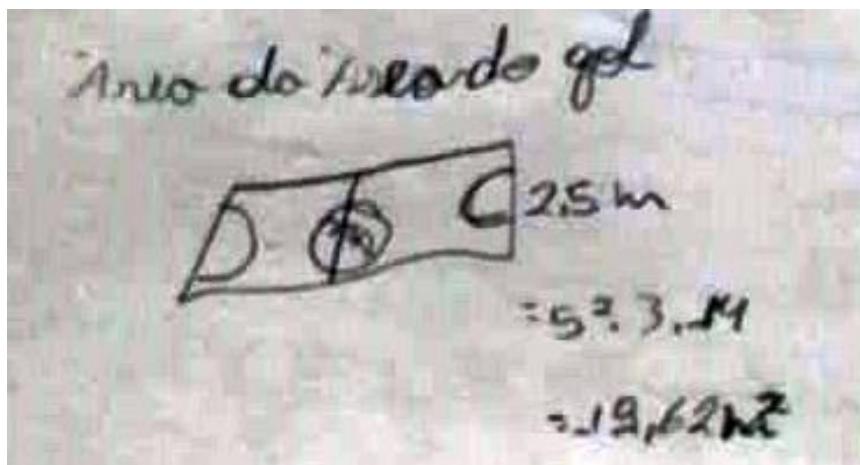
**Fonte:** Registro do aluno A2.

A partir do modelo obtido na figura 4.24, os alunos elaboraram uma estratégia para medir a área do goleiro<sup>12</sup>. O grupo concluiu que o formato da área do goleiro se aproximava da metade de um círculo grande, ou seja, a área daquele espaço podia ser considerada a metade da medida de um círculo completo. Deste modo, eles mediram a distância do centro do gol até a borda da área do goleiro era a medida do raio deste círculo, sendo assim para obter a área da área do goleiro bastava dividir este valor pela metade, como obtido no modelo matemático da figura 4.25 abaixo.

**Figura 4.25** – Cálculo para encontrar a medida da área da área do goleiro

<sup>12</sup> O termo área do goleiro está sendo usado como um dos elementos da quadra de futsal.





**Fonte:** Registro do aluno A2

O valor da área encontrado foi de 19,62 m<sup>2</sup>. Como a quadra de futsal apresenta duas áreas do goleiro, os alunos concluíram que as medidas das duas áreas totalizavam 39,24 m<sup>2</sup>.

Durante o desenvolvimento da atividade verificamos que os alunos procuravam uns aos outros para acompanhar os procedimentos e buscar dicas de como encontrar dados para o orçamento, entretanto acabavam participando das discussões. Neste instante percebemos que poderíamos ter feito grupos com maiores quantidades de alunos, contudo, devido ao curto tempo e a quantidade de aulas que já havíamos feito achamos melhor mantermos o grupo 3 para que pudéssemos coletar os dados da pesquisa.

Fomos informados pela coordenação que os alunos teriam atividades culturais na escola e após isso já seria semana de provas bimestrais para iniciar as férias do meio do ano, então achamos melhor discutirmos na sala de aula o que havia sido levantado de dados até então, como foram encontrados e a importância destes dados para realizar o orçamento.

Os conteúdos que emergiram desta atividade e pudemos identificar no referencial curricular do Mato Grosso do Sul são: relações métricas no triângulo retângulo, razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente), regra de três, razão e proporção, perímetro, área de figuras plana: retângulo e círculo.

Durante as discussões do grupo para encontrar a altura, o perímetro a área total do espaço em que está a quadra de futsal, o perímetro e área da quadra de futsal e seus elementos, área central e área do goleiro, apresentam evidenciam o desenvolvimento das competências localizadas no bloco de Geometria, neste caso a

competência C11 (utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela). Também evidenciamos competências que se complementam no decorrer da atividade, sendo elas a C12 (modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas) e C13 (utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano). Neste sentido, as competências vistas como avaliação dão indícios de estarem presentes no decorrer de toda a atividade.

Ao manipular o teodolito caseiro, acreditamos que está evidente a competência C6 (usar e interpretar modelos, perceber o sentido de transformações, buscar regularidades, conhecer o desenvolvimento histórico e tecnológico de nossa cultura e adquirir uma visão sistematizada de parte do conhecimento matemático), uma vez que os alunos puderam compreender e associar a importância do teodolito para facilitar o cálculo na engenharia e áreas afins, compreender parte da matemática presente neste instrumento por meio de uma adaptação dele, pois foi explorada só a facilidade de calcular ângulos de diferentes pontos do espaço apenas mirando o instrumento (no caso, a linha de barbante do instrumento), entretanto explicamos que se o uso fosse de uma ferramenta profissional a precisão da medida seria maior.

Também foi possível perceber no decorrer das atividades de modelagem a competência C10 (enfrentar desafios e resolução de situações problema, utilizando-se de conceitos e procedimentos peculiares (experimentação, abstração, modelagem)), pois os alunos utilizaram diversos instrumentos (trena, calculadora, papel e lápis e teodolito caseiro), tiveram de analisar a situação e medir, anotar, calcular, validar se o modelo obtido estava de acordo para fazer o orçamento, se os conteúdos matemáticos utilizados nos cálculos estavam corretos, entre outros.

Durante as aulas, conversando com o professor da turma que acompanhou os demais grupos e ao verificarmos os registros da turma, foi possível perceber que 4 alunos não se demonstraram interessados na aula, seus registros não apresentam dados alguns e no decorrer das atividades ficaram parte da aula sentados ou faltaram aulas, quando convidávamos-los para participar apenas acompanharam os demais, sem fazer parte dos procedimentos efetivamente. Estes alunos já não apresentavam interesse nas atividades anteriores e não eram membros do grupo 3. Esta foi a única atividade que o professor percorreu e acompanhou a maioria dos grupos sozinho.

#### 4.4 Análise global dos dados

Por meio das atividades desenvolvidas, descritas e analisadas localmente nesta pesquisa pudemos explorar potencialidades sobre o uso da Modelagem Matemática na sala de aula, bem como desafios e obstáculos nos quais o professor pode lidar quando deseja desenvolvê-la nas aulas frente ao currículo escolar.

Compreendemos que o currículo tem um significado amplo que perpassam diferentes relações que afetam diretamente ou indiretamente o processo educacional. Uma destas relações é a de poder, ou seja, a hierarquia presente em quem elabora as orientações curriculares, por exemplo, quem trabalha em Secretarias Municipais ou Estaduais de Educação, Ministério da Educação, entre outros, acaba tendo certo poder em relação ao currículo e isso pode afetar de algum modo o ambiente escolar.

Em nossa experiência na coleta de dados pudemos perceber algumas forças externas em relação às interrupções que tivemos ao longo deste tempo que estivemos na escola, por exemplo, determinações vindas da Secretaria de Educação em que em dias de jogos da seleção brasileira de futebol na Copa do Mundo, mesmo no período vespertino não haveria aulas no noturno e fizeram com que tivéssemos que rever nosso planejamento. Também a maneira como a coordenação é orientada a organizar a semana de avaliações bimestrais tendo de agrupar provas de diferentes disciplinas no mesmo dia, que também afetou o desenvolvimento das atividades.

Além do currículo realizado que acaba afetando o processo de ensino podemos também considerar que no ambiente escolar está presente uma relação de ideologia, ou seja, que tipo de sujeito o professor quer formar. A partir disso consideramos que conseqüentemente está presente outra relação importante, a cultura dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Não conseguimos pensar em que tipo sujeito queremos formar sem conhecê-lo, sua realidade, seu meio. Ao mesmo tempo, ao ensinar estamos repassando saberes constituídos em nós, sobre nossa trajetória, nossa experiência e formação, que podem afetar a maneira como interpretamos o currículo prescrito e o moldamos de acordo com o grupo que estamos trabalhando, ou seja, a maneira como transpomos didaticamente essas orientações.

Ao considerar a Modelagem Matemática e o currículo, Caldeira (2015) problematiza que a resistência dos professores na implementação da modelagem nas aulas é justificada pelo fato das características presentes do desenvolvimento das atividades não ser possível cumprir o currículo, principalmente pela falta de tempo, espaço físico limitado e por estar presente nas escolas um programa fechado.

A partir dessa explanação apresentada por Caldeira (2015) podemos tecer algumas considerações sobre o desenvolvimento das três atividades descritas nas análises locais: primeiramente como as atividades foram se encaminhando e isso gerou diferentes resultados, tanto nos alunos quanto em nós professores; em relação aos conteúdos que emergiram, a maneira como foram desenvolvidos e como isso pode ser identificado no Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul que nos permite fazer considerações sobre o cumprimento ou não do currículo em questão.

Em nossa pesquisa, pudemos experienciar que em atividades de Modelagem Matemática esta troca de saberes acontece constantemente, pois no desenvolvimento das aulas uma característica predominante é a discussão sejam sobre a resolução de problemas matemáticos ou não. Na primeira atividade tínhamos apenas a ideia de que os alunos eram adeptos do uso do narguilé e isso poderia gerar um ambiente de discussão que motivaria os alunos a investigar alguns problemas conosco.

Já na segunda atividade, tínhamos como hipótese que os alunos por serem do período noturno e trabalharem poderiam ser adeptos do Uber, contudo estávamos diante de uma fragilidade metodológica, pois os alunos poderiam não se interessar e correremos esse risco.

Contudo, felizmente saímos com diferentes resultados que vão além dos conteúdos matemáticos que emergiram de cada atividade. Na primeira atividade, por exemplo, consideramos que os adolescentes sabem dos malefícios da prática do narguilé e o usam mesmo assim, pois é uma prática barata e que eles consideram divertida para fazer com amigos, fomos com a ideia de conscientização na crença de que eles não sabiam destes.

A atividade sobre o uso do narguilé foi a mais marcante para nós, que estávamos introduzindo a modelagem na turma, pois era nossa primeira atividade em uma turma com uma quantidade maior de alunos. Nestas atividades, mesmo orientados pelos momentos de Almeida e Dias (2004), sentimos a necessidade de nos sentirmos inseguros e em alguns momentos sem saber muito bem o que fazer e

precisamos estabelecer ao longo das aulas algumas estratégias que nos ajudassem a lidar com a ansiedade, a dificuldade de dialogar e motivar os alunos a conversarem conosco, a percorrer os grupos e tomar o papel de mediador das aulas.

Neste sentido, consideramos que tivemos o trabalho de os familiarizarmos com a modelagem, por isso a desenvolvemos no primeiro momento de acordo com Almeida e Dias (2004) e também construímos saberes sobre modelagem a partir dessa experiência, uma vez que era a nossa primeira atividade enquanto professores em uma turma com maior quantidade de alunos na educação básica, diante disso verificamos ansiedade em obter respostas, em alguns momentos dificuldades em conduzir as discussões, em percorrer os grupos e coletar dados para esta pesquisa, constituindo os nossos tempos de modelagem enquanto professores.

Também pudemos evidenciar o medo da atividade não dar certo, as aulas desmarcadas, o professor que respondia as questões ou induzia a respostas sem esperar que os alunos pensasse melhor sobre o problema proposto, as dificuldades em retomar as discussões depois de períodos sem aulas e o descontentamento de ter de encerrar a discussão sobre a atividade devido a perda de interesse.

A segunda atividade que envolvia a discussão sobre o uso do Uber e do táxi nos permitiu perceber que a maneira como mudamos nossa prática também muda a postura dos alunos em relação à aula dada. Na primeira atividade os alunos estavam mais acanhados e pouco falavam quando propusemos a discussão sobre a temática, na segunda atividade pudemos perceber que estavam mais participativos e compartilhavam mais de suas experiências que envolviam o uso de ambos os meios de transportes.

O professor da turma gradativamente também se mostrou mais presente nas discussões entre os grupos e menos ansioso em obter respostas, isso justifica ele estar mais presente na descrição da terceira atividade. Nós também, ao longo das aulas fomos nos sentindo mais à vontade para apresentar a temática, propor e discutir os problemas com os alunos. Apesar de a atividade ter sido desenvolvida no primeiro momento da modelagem, de acordo com Almeida e Dias (2004), nós enquanto professores aparentemente estávamos nos encaminhando para um certo amadurecimento para se trabalhar com atividades de Modelagem Matemática.

Estávamos mais à vontade para conversar com os alunos, tanto que a temática surgiu por meio de uma conversa. Apresentamos menor dificuldade em apresentar os

problemas aos alunos, pois estes eram inseridos por meio do diálogo na tentativa de fazê-los interpretar melhor o problema de acordo com a situação ou apresentar para aquela situação conhecimentos que eles já tinham, mas não conseguiam formalizar sozinhos.

As duas primeiras atividades foram desenvolvidas com o uso da lousa e Datashow, planejadas previamente para o primeiro momento da modelagem. A terceira atividade partiu do interesse dos alunos, os problemas foram elaborados pensando em um orçamento, entretanto não tivemos tempo suficiente para elaborar um orçamento com valores sobre a reforma, mas conseguimos discutir estratégias de como obter as medidas para aquele orçamento.

Nossa maior dificuldade, na terceira atividade foi relacionada com o espaço. Este por ser maior que a sala de aula e aberto, aumentou a dificuldade em circular pelos grupos, os alunos caminhavam de um lado para o outro com o caderno na mão tentando achar uma maneira de encontrar os dados necessários para calcular a área, altura, entre outros elementos descritos na análise local da atividade.

Os dados foram coletados com a ajuda mais direta do professor, que acompanhou parte da turma para que pudéssemos nos concentrar em um grupo especificamente, visto que este era um grupo participativo nas aulas o que fez que eles se movimentassem o tempo todo pela quadra para levantar dados e encontrar soluções para os problemas.

Isso nos dá indícios que o professor se sentiu mais confiante em mediar às atividades, pois não foi algo premeditado, foi definido quando já estávamos na quadra de esportes. Essa atividade foi desenvolvida no segundo momento da modelagem, de acordo com Almeida e Dias (2004), e olhando para nossa prática docente acreditamos estarmos cada vez mais familiarizados em trabalhar com modelagem, pois nos sentimos mais seguros e conseguimos deixar os alunos livres, mediando às discussões e os deixando, de fato, protagonizar a atividade.

Embora tivéssemos um planejamento elaborado para cada uma das atividades, na prática houve diversas mudanças por diferentes motivos que nos levaram a traçar novos caminhos ao longo da coleta dos dados, seja por desmotivação de alguns alunos, falta de sequência das aulas e inexperiência de nós mesmo frente à modelagem.

Neste sentido, consideramos que desenvolver atividades de Modelagem Matemática desafia o professor a reconsiderar seu planejamento constantemente, uma vez que não é possível prever o que pode emergir durante a atividade. Por meio de nossa experiência frente à modelagem na sala acreditamos que os professores também apresentam muitas dificuldades ao inserirem atividades e precisam se familiarizar a dar aulas com Modelagem Matemática.

A partir dos momentos apresentados por Almeida e Dias (2004) consideramos que a inserção destas atividades por professores que não estão familiarizados com modelagem também seja gradativa, uma vez que o docente pode apresentar dificuldades em conduzir as atividades, uma vez que as atividades modificam a maneira como as aulas são conduzidas, exigindo do professor um amadurecimento para interagir com os alunos, que geralmente podem estar habituados a posturas tradicionalistas na qual necessitam receber ordens para fazer algo, e o docente pode se sentir inseguro e perdido ao lecionar usando a modelagem nas aulas, como estávamos na primeira atividade.

Deste modo sugerimos que o professor ao inserir modelagem nas aulas respeite três tempos da modelagem. Estes tempos servem como orientação para que os professores se acostumem a trabalhar com a Modelagem Matemática, visto que gradativamente tanto ele quanto os alunos vão se familiarizando com as etapas da modelagem.

No primeiro, o professor deve motivar os alunos com algum tema já pensado anteriormente. Quando os alunos já demonstrarem interesse com o tema proposto, o docente deve apresentar um problema para que os alunos investiguem. A partir disso, o professor deve mediar às discussões, tentando se policiar a não dar resposta e induzir os alunos na coleta os dados, procurando questionar os grupos de modo a auxiliá-los a pensar, construir e validar modelos.

No segundo, o professor é responsável apenas por apresentar um tema que os interesse. O docente pode se sentir mais confiante em questionar, discutir diferentes problemas e conteúdos que possam vir a emergir. Neste instante o docente se sentirá mais seguro em interagir com os alunos de modo a desenvolver nos grupos atitudes mais independentes durante a investigação do problema, coleta de dados, elaboração de hipóteses, construção e validação dos modelos. Deste modo o professor deve apenas conduzir a atividade com questionamentos, levando os alunos a pensar

acerca dos problemas, dos dados e da situação dada, com o objetivo de levá-los a interpretar uma maneira global todos os elementos da atividade.

No terceiro acreditamos que o professor estará mais familiarizado em trabalhar modelagem com a turma diante de qualquer temática e problema que possam vir a aparecer. O professor pode se sentir mais confiante em relação aos conteúdos e discussões que possam emergir, a explorar o inesperado, como por exemplo situações que não conhece, mas está aberto a explorar. O erro não se apresenta como algo maléfico para o aprendiz.

Diante dos modelos propostos por Almeida e Dias (2004) e os tempos da modelagem para o professor apresentados, consideramos que tanto o professor quanto o aluno estão aprendendo a desenvolver atividades de Modelagem Matemática.

Os tempos<sup>13</sup> para o professor permitem uma introdução gradativa de atividades de Modelagem Matemática de modo a produzir experiência ao professor em relação à ansiedade em dar respostas, o nervosismo sobre o que pode surgir durante uma atividade, entre outros, uma vez que nestas atividades o professor deixa de ser detentor do saber e estes tempos, juntamente com os momentos sugeridos por Almeida e Dias (2004) o auxilia a desenvolver a modelagem na sala de aula.

A partir do instante em que o professor acredita que a modelagem em sala de aula dá certo e perceber que é possível trabalhar desta maneira em sala de aula pode influenciar na motivação dos alunos, pois confiante sobre como fazer o docente pode encaminhar melhor a atividade para o desenvolvimento dos conteúdos orientados no currículo.

Em relação aos alunos no decorrer das atividades, não estabelecemos critérios para avaliar o aprendiz, mas pudemos perceber a mudança de atitude deles ao discutir os problemas, eles perguntavam mais, não tinham medo de errar ou falar “bobeiras”. As competências que conseguimos identificar e estão presentes nas análises locais estão implícitas em todo o desenvolvimento das aulas, mas são possíveis de evidenciar em diversos e muitas vezes se complementam, uma vez que nos levam a ideia de avaliação e mesmo que apresentadas em blocos de conteúdo, se relacionam a outros blocos.

---

<sup>13</sup> Utilizaremos “tempos” no mesmo sentido que tempos da modelagem.



Para desenvolvermos as atividades, verificamos os conteúdos presentes nos blocos de conteúdos orientados no Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul e tentamos trabalhar com temáticas que pudessem abranger todos os blocos: “Números e Operações, Espaço e Forma (Percepção Espacial e Geometria), Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação (elementos da Estatística, Combinatória e Probabilidade)” (MATO GROSSO DO SUL, 2012, p. 228).

Ao analisarmos os conteúdos que emergiram das atividades desenvolvidas, procuramos identificar como se eles dispõem nas orientações do Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul, uma vez que os conteúdos aparecem por bimestres e nos indicam uma ordem para os trabalharmos, e como se desenvolveram no decorrer das atividades de Modelagem Matemática e as competências que conseguimos identificar neste processo.

Refletindo sobre tudo que estudamos, que vivenciamos na escola, acreditamos que uma proposta curricular como a do nosso estado deveria apresentar muito mais do que conteúdos e competências uma vez que, como descritas nas atividades desenvolvidas, estão presentes muitas relações tanto para o aluno quanto para o professor que o currículo não contempla, uma vez que são orientações genéricas sobre “como fazer” e não contemplam a pluralidade do “fazer”.

Considerando o “fazer” no qual perpassam diferentes desafios e possibilidades ao trabalhar com Modelagem Matemática, é importante analisar sobre como aconteceu o desenvolvimento do currículo prescrito por meio das atividades descritas e analisadas localmente neste texto.

No decorrer destas atividades, influenciados na concepção de Coll (1998) o desenvolvimento das aulas tentou apresentar uma alternativa a ideia linear presente, talvez, na interpretação dos docentes pelo referencial <sup>14</sup>, uma vez que o currículo para a sala de aula é um instrumento para orientar a ação dos professores, então estávamos livres para trabalhar da maneira que achar melhor com a turma escolhida.

Neste sentido, ao compararmos os conteúdos emergentes das atividades com os elencados no referencial curricular, verificamos que contemplaram grande parte do que é orientado para o primeiro ano do ensino médio, mas sem respeitar necessariamente a ordem dos conteúdos ou dos bimestres. A tabela 4.4 mostra

---

<sup>14</sup> Utilizaremos referencial com o mesmo sentido que Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul.

resumidamente os conteúdos que emergiram no decorrer de cada atividade de modelagem desenvolvida.

**Tabela 4.4** – Conteúdos que emergiram das três atividades de Modelagem Matemática

Atividade	Conteúdos
O uso do Narguilé	Construção e interpretação de tabelas, porcentagem, ângulos, razão e proporção, regra de três, construção e interpretação de gráficos
Táxi ou Uber? Eis a questão...	Função afim ou do primeiro grau, domínio e imagem de funções, conjuntos numéricos, razão e proporção, regra de três, porcentagem, velocidade (variação da distância e do tempo), conversão de unidades de medida e tabelas.
A reforma da quadra de esportes da escola	Relações métricas no triângulo retângulo, razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente), regra de três, razão e proporção, perímetro, área de figuras plana: retângulo e círculo.

**Fonte:** Dos autores

Comparando as atividades é possível perceber que todas elas apresentam conteúdos em comum mesmo que desenvolvidas com temáticas, problemas e grupos diferentes. Deste modo, consideramos as etapas da modelagem, de acordo com Rosa (2013), da situação real até a validação do modelo, propiciam aos alunos uma interpretação melhor sobre os conteúdos matemáticos que estão aprendendo, uma vez que podem aparecer de diferentes maneiras de acordo com a situação e os problemas propostos, e os sentidos que produzem como considera Blum (2015) quando o aluno entende o propósito da atividade, pode influenciar no aprendizado.

Os conteúdos de razão e proporção, regra de três que geravam uma equação do primeiro grau, mesmo que em contextos diferentes apareceram em todas as atividades. Na primeira atividade para encontrar a porcentagem de determinada quantidade de alunos da turma, na segunda atividade para encontrar a distância de uma corrida tendo como hipótese a velocidade e o tempo do automóvel e na última atividade quando os alunos queriam obter a altura da quadra e precisaram calcular os dados coletados por meio da regra de três para conseguirem encontrar o valor desejado.

Algo interessante presente nessas atividades consiste em que os alunos não sabem formalizar esses conhecimentos que utilizam na linguagem matemática, eles os significam na sua própria linguagem, pois os cálculos eram feitos e geralmente não se davam conta de qual conteúdo matemático estava em jogo, apenas manipulavam as informações obtidas para encontrar um modelo para satisfazer o problema proposto.

A partir disso, temos indícios de que os conteúdos propostos no referencial ao emergirem em atividades de Modelagem Matemática se aproximam da perspectiva em espiral, como apresenta Bruner (1978), pois o currículo em espiral é aquele que volta várias vezes, gradativamente em um nível de complexidade, a determinado conhecimento até que o aluno tenha compreendido inteiramente o conceito e saiba utilizá-lo em diferentes situações.

Durante a descrição e análise local das atividades é possível perceber a perspectiva em espiral de currículo a partir da maneira como são conduzidas as aulas, pois tanto na modelagem quanto no currículo em espiral proposto por Bruner (1978), as atividades desenvolvem com os alunos atitudes de investigação, análise e elaboração de estratégias para a solução de problemas.

Outro indício é o de que os três processos que nos leva a aprender na perspectiva espiral se aproxima das etapas apresentadas por Rosa (2013), nas quais nos orientamos para desenvolvermos as aulas com a turma, lembrando que tanto os processos quanto as etapas da modelagem não são lineares.

Para Bruner (1978) o primeiro processo consiste na aquisição da nova informação que pode substituir ou modificar o conhecimento anterior. Pudemos identificar isso nas duas primeiras atividades desenvolvidas, buscamos motivar os

alunos por meio das temáticas escolhidas, no caso, o uso do Narguilé e o Uber, a atividade da reforma da quadra partiu do interesse deles.

Cada atividade trazia um conhecimento novo, seja ele matemático ou não, mas também trazia a necessidade de usar conhecimentos prévios, uma oportunidade de perpassar características diferentes referente a um determinado conteúdo matemático.

Conforme ocorriam as discussões e os alunos se deparavam com os problemas temos indícios por meio das falas dos alunos descritas nas atividades e os registros desenvolvidos nos grupos que justificavam as estratégias utilizadas, de que ocorria o segundo processo para aprender o da transformação, que de acordo com Bruner (1978) consiste em manipular determinado conhecimento e moldá-lo de acordo com a situação.

Na modelagem, isso se aproxima da etapa 1 para a 2 (Figura 2.1). Na etapa 1, entre a situação real e o problema, os alunos juntamente com o professor discutem as ideias, experiências, interpretam a situação, coletam dados até de depararem com o problema acerca daquela temática.

Na etapa 2, entre o problema e o modelo matemático, ocorre a “matematização” dos dados, ou seja, ao coletar os dados, interpretá-los de acordo com o problema proposto, pois os alunos juntamente com o professor (mediador) discutem estratégias que envolvem conhecimentos prévios ou que pretendem trabalhar um novo conteúdo que esteja presente até a construção do modelo matemático.

O terceiro processo apresentado por Bruner (1978) denominado de avaliação (crítica) consiste em verificar se a maneira como a informação foi manipulada satisfaz o problema ou tarefa proposta. Na modelagem este processo se aproxima na validação do modelo matemático obtido, que serve para compreender melhor a situação investigada e a matemática presente naquela situação.

Deste modo, temos indícios por meio de alguns conteúdos identificados no Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul emergidos das atividades de Modelagem Matemática descrito nas análises locais e na Tabela 4.4, de que estes se desenvolvem na perspectiva em espiral, além das aproximações dos elementos da Modelagem Matemática com a aprendizagem em espiral.

Consideramos que olhar para o desenvolvimento do Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul analisando-o frente ao currículo em espiral ao desenvolver atividades de modelagem e perceber que existem indícios que alguns conteúdos satisfazem o referencial é importante, principalmente devido à preocupação excessiva que professores tem de segui-lo e aparentemente, por meio de nossa experiência enquanto professores e com colegas de trabalho, o equívoco de olharmos o currículo prescrito somente para os conteúdos dispostos na matriz curricular.

O que pode acontecer são os professores não lerem as prescrições como um todo, e isso pode ser evidenciado pelo fato do Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul orientar que os conteúdos devem ser desenvolvidos em espiral. A má interpretação do referencial também pode ser um fator que ocasiona a resistência de implementar aulas diferenciadas, como a de Modelagem Matemática neste caso.

### **Considerações finais**

Desde o princípio estivemos preocupados com vários fatores que pudessem nos fornecer condições para responder nossa questão de pesquisa, que consiste em investigar **quais os desafios e possibilidades do uso da Modelagem Matemática na sala de aula frente ao Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul.**

Para responder essa questão, com o objetivo de coletar dados, desenvolvemos três atividades de modelagem com uma turma do primeiro ano do ensino médio do período noturno de uma escola pública de Campo Grande. Os dados foram primeiramente organizados e analisados por atividades na qual denominamos por análises locais e posteriormente, a partir destas, realizamos a análise global de todos eles.

Nas análises locais nos preocupamos em evidenciar os conteúdos que emergiram e os indícios de competências desenvolvidas ao longo das atividades, de modo a verificar os desafios e possibilidades da modelagem frente ao Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul. Na análise global de todas as atividades explanamos considerações, de uma maneira mais geral, em relação aos conteúdos que emergiram e a maneira como se desenvolveram.

Percebemos que a Modelagem Matemática possibilita um ambiente de discussão que permite com que o aluno consiga compreender de uma maneira mais

crítica o porquê de estar aprendendo determinado assunto, como apresenta Dewey (1986). Isso se evidenciou na coleta de dados por meio das interações ocorridas ao longo das aulas, uma vez que cada uma das atividades envolveu uma discussão presente no cotidiano dos alunos e também, por meio dos problemas propostos, permitiu o desenvolvimento de diversos conteúdos matemáticos além de algumas competências orientadas no referencial curricular.

No planejamento das atividades nos embasamos na concepção de Modelagem Matemática proposta por Almeida e Brito (2005) que compreende tais atividades como uma alternativa pedagógica que possibilita trabalhar conteúdos matemáticos a partir de situações reais por meio de um problema não necessariamente matemático. Essa concepção já norteava nossas ações anteriores ao longo do mestrado, entretanto era a primeira vez que trabalharíamos com uma quantidade maior de alunos.

A partir de nossas experiências anteriores com a modelagem, ao elaborar tais atividades preocupados em desenvolver diferentes conteúdos, fomos influenciados pela concepção de currículo de Coll (1998), ou seja, interpretamos o Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul como um instrumento para orientar nossas ações, de modo que não ficássemos tão apegados a encaminhar as atividades para determinado conteúdo, e sim para que trabalhássemos de uma maneira mais aberta ao que viesse emergir nas aulas.

No desenvolvimento das atividades foi possível percebermos as etapas da modelagem, apresentadas por Rosa (2013), presentes ao longo das aulas (situação real – problema – modelo matemático). Essa não linearidade das etapas considerada por Rosa se evidenciou no decorrer das discussões.

Todas as atividades partiam de uma situação real, contudo os problemas, as interpretações, simplificações, os procedimentos matemáticos, as análises e interpretações de cada um deles geravam modelos matemáticos que eram validados e geravam outras discussões, sem respeitar necessariamente uma ordem para estas etapas.

Para implementar modelagem nas aulas nossos desafios foram muitos, começamos enfrentando nossa inexperiência frente ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, nosso medo dos alunos não participarem, não se interessarem pelas questões que iríamos propor. Na primeira atividade os desafios

iniciaram desde o planejamento das aulas, pois estávamos preocupados com a temática inicial que poderia despertar o interesse dos alunos a discutir conosco.

Não queríamos chegar diretamente falando sobre o uso do narguilé e como as pesquisas que nos deram a ideia apontavam que o uso era feito geralmente para o lazer, também por adolescentes, decidimos que a atividade iniciaria questionando o que eles faziam para se divertir aos fins de semana, pois acreditávamos que em determinado momento o uso do narguilé surgiria nas discussões, uma vez que era uma prática comum atualmente.

Os desafios foram surgindo ao longo das aulas, primeiramente foi o silêncio dos alunos quando questionávamos suas experiências tentando de algum modo fazê-los se soltarem e falar sobre. Para eles aquilo não era o papel de um professor de Matemática, ou seja, tinham um estereótipo criado sobre aquela função. Inicialmente poucos alunos falavam e a turma foi interagindo gradativamente.

Outro desafio foi à dificuldade em propor os problemas e deixá-los pensar sobre. Geralmente os alunos estão acostumados a receber instruções e isso se mostrou quando os alunos olharam para os questionários e esperavam que nós apontássemos alguma solução para que pudessem apurar aqueles dados, como propunha a primeira atividade.

Diante desta situação em não saber como fazer os alunos interagirem em grupo para discutir os problemas de uma maneira mais autônoma nos deparamos com outro desafio: a ansiedade que o professor pode apresentar em dar respostas. Tivemos dificuldades, pois mesmos sem perceber acabamos dando dicas ou encaminhamentos para que os alunos conseguissem chegar a algum modelo, justamente o que queríamos que eles discutissem nos grupos e pudessem pensar juntos.

Essa ansiedade estava atrelada primeiramente a inexperiência por ser nossa primeira atividade e a preocupação com a duração das aulas, pois tínhamos o receio do interesse se perder com a quebra da continuidade das aulas. As interrupções com os jogos da seleção brasileira na Copa do Mundo de Futebol também foi um desafio, pois gerou a quebra da sequência das aulas e tínhamos sempre de retomar ao que era feito anteriormente, o que tomava certo tempo nas aulas.

Apesar das dificuldades iniciais conseguimos, nesta primeira atividade, desenvolvermos alguns conteúdos e competências orientadas no referencial

curricular, nos familiarizarmos com a modelagem e discutirmos com o professor o que podia ser melhorado em nossa prática. Os alunos participaram mais ao longo das aulas e o silêncio apresentado inicialmente foi sendo substituído por opiniões, experiências, questionamentos e ideias e nos possibilitou conhecer melhor os alunos com quem estávamos trabalhando.

Embora tenhamos encerrado a atividade por percebermos que o interesse com a temática foi se perdendo conseguimos além de discutir conteúdos matemáticos por meio das experiências deles e de acordo com Sacristán (2000), utilizar os conhecimentos que os alunos já traziam para propiciar novos conhecimentos, pudemos adquirir experiência para o desenvolvimento da modelagem com aquela turma e ideias para as próximas aulas.

Na segunda atividade tínhamos como primeiro desafio a incerteza se os alunos já eram adeptos do Uber para podermos discutir a temática, pois acreditávamos que por serem alunos do período noturno e a maioria já estarem no mercado de trabalho, eles poderiam utilizar deste meio de transporte, entretanto, por nossa experiência enquanto adolescentes era apenas de usar bicicleta ou ônibus tínhamos o receio de não ser uma temática interessante.

Nossas hipóteses estavam certas e os alunos, em sua grande maioria já haviam andado de Uber e de táxi, ou pelo menos conheciam como cada uma das modalidades funcionava. Tivemos dificuldades em relação aos horários devido à paralisação de aulas por conta dos jogos da seleção brasileira e semanas de prova.

Porém, nesta atividade estávamos mais confiantes em conduzir as discussões e os alunos se apresentavam mais participativos. No momento em que apresentavam suas experiências com o uso de ambos as modalidades nossa dificuldade estava em organizar os alunos para que cada um pudesse falar sem interromper o outro, o que apontava o interesse deles com a temática.

Durante a apresentação e resolução dos problemas pelos grupos conseguimos controlar melhor nossa ansiedade em dar respostas e permitir com que os alunos discutissem ideias e obtivessem os modelos de maneira mais autônoma, sem precisar tanto de nossas intervenções. Isso se mostrou no momento em que fomos para a lousa e discutimos sobre dois modelos diferentes obtidos e validamos qual melhor se adequaria para o problema, ou seja, deixamos com que os alunos conseguissem perceber o erro em cada um deles e as implicações disso.



No desenvolvimento destas aulas nos sentimos mais próximos aos alunos, uma vez que as duas atividades permitiu que conhecêssemos melhor a realidade dos alunos, conseguimos conhecer um pouco sobre o que gostavam, onde trabalhavam, escutamos histórias que envolviam as temáticas e pudemos perceber suas dificuldades ao longo da resolução dos problemas, seja por interpretação e a aplicação dos conhecimentos matemáticos para obtenção dos modelos e a validação.

Nestas interações destacamos a importância de buscarmos conhecer melhor os alunos com quem trabalhamos. Lins (1999) considera que não sabemos quem/como são e nem onde estão os nossos alunos e precisamos saber.

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (LINS, 1999, p.85)

A partir das atividades, percebemos que a Modelagem Matemática possibilitou conhecermos melhor nossos alunos em diferentes aspectos, sejam suas dificuldades com a Matemática, interpretação de problemas, socialização, uma vez que alunos que não participavam começaram a se mostrar mais ativos nas aulas e a linguagem que os alunos utilizam para justificar o que estão pensando.

A linguagem utilizada pelos alunos geralmente não é a mesma apresentada nos livros, por isso consideramos a importância do papel mediador nas aulas, pois o docente quem apresenta condições de articular a matemática das ruas com a escola e o papel de propiciar novas experiências com os alunos, de acordo com Lins (1999), possibilitar lugares novos.

Diante dessa diversidade de experiências e linguagens acerca das atividades podemos considerar outra possibilidade que a modelagem nos possibilitou: os saberes desenvolvidos ao longo da nossa prática frente a modelagem nas aulas. Pimenta (1999) considera que durante toda sua trajetória de formação, o professor traz consigo saberes experienciais que se complementam diariamente em confronto com a prática pedagógica.

A maneira como fomos ensinados conseqüentemente influenciou em alguns aspectos nossa prática em sala de aula. No início das atividades tínhamos preocupação devido à simplicidade de alguns modelos, na crença de que os estes deviam apresentar um rigor e certa sofisticação em relação à Matemática, acreditando que isso poderia melhorar o aprendizado. Com o tempo isso foi mudando.

Conhecendo melhor os alunos percebemos que ao investigarem os problemas era possível discutir a Matemática por trás daquela situação de modo que pudessem estabelecer significados ao que era apresentado, e o modelo era apenas o produto final deste processo, ou seja, de acordo com Rosa (2009), tão importante quanto o modelo matemático era o processo de construção deste modelo.

A linguagem utilizada no decorrer e na construção dos modelos não precisava ser a mais sofisticada, e sim o suficiente para justificar o pensamento do aluno, uma vez que “não é a sofisticação da matemática que irá trazer à tona uma nova linguagem, mas sim, as formas de vida e o contexto em que as atividades de Modelagem Matemática são desenvolvidas” (ALMEIDA, TORTOLA, MERLI, 2012, p. 238).

Acompanhando os alunos nas duas primeiras atividades foi possível que eles saíssem de um primeiro momento para um segundo momento. A temática surgiu de uma discussão entre eles sobre uma possível reforma na quadra devido à dificuldade de praticar esportes em dias de frio por conta de ser um espaço aberto e a baixa iluminação. Tentamos elaborar problemas para que eles pudessem explorar alguns elementos da geometria presentes naquele espaço por meio um orçamento, e se tivéssemos tempo, formalizar valores para concluí-lo.

Entretanto, não foi possível finalizar o orçamento com valores financeiros devido a interrupções por conta da semana de provas bimestrais, conselho de classe e atividades culturais. Diante disso, tivemos que nos adequar a mais este desafio. Outro desafio foi o de trabalhar em um espaço maior que a sala de aula, uma vez que os grupos percorriam a quadra de esportes e dificultou nossa mediação entre os grupos.

Uma alternativa encontrada foi de nos separarmos para percorrermos os grupos, e isso evidenciou que o professor da turma estava mais confiante com a abordagem por meio da modelagem, uma vez que não tivemos problemas metodológicos nas aulas. Outro desafio foi o de fornecer materiais para os grupos, no caso às calculadoras científicas e os teodolitos caseiros, pois a escola não tinha estas ferramentas.

Uma possibilidade foi de trabalhar com Matemática fora da sala de aula e ter sucesso com o planejamento e também em relação à disciplina dos alunos, uma vez que mesmo nos casos de desinteresse não tivemos nenhum problema que

envolvesse a coordenação da escola. Nesta atividade as discussões envolveram, de uma maneira geral, o desenvolvimento de elementos da geometria para obter informações para o orçamento e que permitissem que os alunos enxergassem a Matemática em uma situação real no espaço físico da própria escola.

Contudo, apesar dos desafios encontrados foi possível trabalhar diversos conteúdos ao longo das atividades. Estes conteúdos ao serem desenvolvidos nas aulas de modelagem não seguem uma ordem linear, da maneira como está disposta no Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul e pode influenciar nesta crença.

A maneira como alguns conteúdos se desenvolveram nos dão indícios do currículo em espiral apresentado por Bruner (1978), uma vez que um mesmo conteúdo apareceu de diferentes maneiras em cada atividade, dependendo da necessidade e a interpretação dos alunos para o problema proposto. Diante disso, consideramos a modelagem como uma oportunidade de desenvolver o currículo por diferentes maneiras propiciando aos alunos a enxergar um mesmo conteúdo na solução de diversos problemas.

No currículo em ação tivemos indícios de que conseguimos desenvolver diversas competências ao longo das aulas, que pudemos discutir temas que vão além apenas dos conteúdos matemáticos, entretanto pudemos perceber que as orientações que o currículo prescrito nos mostra são muito genéricas ao considerarmos atividades de Modelagem Matemática.

Durante as análises pudemos perceber que o Referencial Curricular do Mato Grosso do Sul particiona as competências em blocos de conteúdo, contudo no currículo em ação por meio da modelagem pudemos identificar que as competências perpassam diversos conteúdos, dispostos em outros bimestres do ano ou série, que vão além destes blocos orientados.

Isso nos leva a refletir se as orientações curriculares vigentes, sobre a quantidade de conteúdos orientados a serem ministrados configuram melhor o aprendizado, ou se um currículo que apresente apenas conteúdos e competências tem sido suficiente para orientar a prática do professor, uma vez que por meio da Modelagem Matemática percebemos um currículo novo sendo desenvolvido, que apresenta indícios de um desenvolvimento espiral e não segue uma ordem lógica de conteúdos, pois tanto conteúdos e competências se complementam de acordo com a situação e os problemas propostos.

Neste sentido, acreditamos que o Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul, ao apresentar os conteúdos e as competências como está disposto, além de poder fortalecer a ideia linear de desenvolvimento curricular nos dá indícios, pela maneira na qual as competências estão descritas, que foi algo pensado para avaliar os alunos, e não contempla pluralidade das relações presentes nas práticas do professor, no caso desta pesquisa, a Modelagem Matemática.

Em relação a avaliar os alunos, durante as atividades tivemos a preocupação junto ao professor da turma sobre as avaliações mensais, uma vez que estas atividades iriam constituir uma nota e precisávamos estabelecer critérios sobre como avaliar, sendo eles: participação e envolvimento com as aulas, os modelos obtidos e a validação dos mesmos frente aos problemas propostos. Isto também foi uma estratégia para que os alunos não faltassem às aulas durante as atividades.

Entretanto, mesmo sabendo que estavam sendo avaliados, os alunos aparentemente não se preocuparam com isso ao participar das atividades. Mesmo falando algo errado ou não sabendo determinado conhecimento que pudesse ajudar na resolução dos problemas e foram perdendo o receio de falar ao longo das atividades.

Outro desafio foi fazer com que os alunos que não apresentaram interesse participarem das atividades. Devido a nossa inexperiência na época em que coletamos os dados influenciou na maneira de lidar e nas dificuldades que tivemos diante desta situação. Com a experiência maior que temos hoje, uma possibilidade de lidar com a desmotivação nas aulas seria de propor a eles pensarem em uma temática que os interessasse estudar na tentativa de envolvê-los nas aulas ou de dispor entre os grupos aqueles alunos que percebíamos serem mais participativos na tentativa de animar os outros participarem das atividades.

Além da inexperiência inicial, a duração das aulas e a quebra na sequência foram grandes desafios que nos levaram a repensar nossas ações constantemente, juntamente com o professor da turma e a orientadora da pesquisa. Desenvolver atividades de Modelagem por meio de pequenos problemas foi uma alternativa utilizada para a quebra dessa sequência de aulas, de modo que a cada problema proposto, retomávamos ao que havia sido discutido até então. E isso foi fundamental para o desenvolvimento das atividades diante das adversidades da rotina da escola.

Logo, consideramos que a Modelagem Matemática também nos permitiu uma mudança na nossa postura durante as aulas por meio de atividades que problematizaram diferentes situações presentes no cotidiano dos alunos e permitiram que trocássemos experiências que vão além dos conteúdos matemáticos orientados no currículo. Diante dos desafios apresentados acreditamos que o professor também precisa se familiarizar em trabalhar atividades de modelagem em uma turma, por isso evidenciamos os tempos de familiarização para o professor, o que poderia ser investigado em pesquisas futuras.

## Referências Bibliográficas

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p.19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. **Ciência e Educação**, v.11, n. 3, p. 483- 498, 2005 a.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n. 2, p. 215-239, maio/ago. 2012.

BARBOSA, J. C. **As relações dos professores com a Modelagem Matemática**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8, 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004b. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S., HEIN, N. **Sobre a Modelagem Matemática do saber e seus limites**. In: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D. e ARAÚJO, J. L. (Org.) Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais. São Paulo: SBEM. 2007 v.3, p. 33-47.

BLUM, W. **Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?** In S. J. Cho (Ed.), The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges (pp. 73-96). New York, NY: Springer, 2015.

BOGDAN, R. C., BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEF, 2000.

BRUNER, J. S. **O processo da educação**. São Paulo, Editora Nacional, 1978.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios**. In: II EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. Apucarana, PR. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática, 2006. p. 1-9. Disponível em <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html> . Acesso em 30/ 05/ 2010

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática, Currículo e Formação de Professores: obstáculos e apontamentos. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 20, n 46. Set/2015.

COLL, C. **Psicologia e currículo: Uma Aproximação Psicopedagógica à Elaboração do Currículo Escolar**. 3. ed. São Paulo: Ática, 1998.

D'AMBRÓSIO, U. **Da Realidade à Ação: Reflexões sobre a Educação Matemática**, Summus, 1986

DEWEY, J. A pedagogical experiment. In: **early works of John Dewey**. Op. cit., vol. 5, p. 244-46, 1896 a.

DEWEY, J. **Como pensamos: como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo: uma reexposição**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1979.

DEWEY, J. **Democracia e Educação**. 4. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1979.

DEWEY, J. **The child and the curriculum**. Chicago: University Chicago Press, 1902

DEWEY, J. **Vida e educação**. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

FIORENTINI, D. e CASTRO, F. C. **Tornando-se professor de formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. **A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education**. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 38, n. 3, 2006. p. 302-310.

KOVALSKI, L. **Modelagem Matemática: articulações entre a prática e propostas curriculares oficiais**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa.

LINS, R. C.. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. 1ed.Sao Paulo: Editora UNESP, 1999, v. 1, p. 75-94.

MACHADO, E. S. **Modelagem Matemática e Resolução de Problemas**. Rio Grande do Sul: Programa de Pós-Graduação em Educação e Ciências e Matemática. PUC. RS. 2006. (Dissertação de Mestrado).

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial Curricular da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino - Ensino Fundamental**. Secretaria de Estado de Mato Grosso do Sul, 2012.

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial Curricular da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino - Ensino Médio**. Secretaria de Estado de Mato Grosso do Sul, 2012.

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial Curricular da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino**. Secretaria de Estado de Educação. Superintendência de Políticas de Educação, 2008.

NESPOLO, R. F. **Uma proposta de ensino de Matemática para a Educação Básica**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco.

PIRES, C. M. C. **Currículo de Matemática: da organização linear à ideia de rede**. São Paulo: FTD, 2000.

ROSA, C. C. **A Formação do Professor Reflexivo no Contexto da Modelagem Matemática**. Tese de doutorado (Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

ROSA, C. C. **Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de modelagem matemática no ensino médio**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

SACRISTÁN, J.G. **O Currículo: uma reflexão sobre a prática**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. (Org.). **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013.

SILVA, M. A. **Modificando concepções curriculares de professores da rede pública estadual de São Paulo: da organização linear à ideia de rede**. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife. Anais do VIII ENEM, 2004.

SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. Organização curricular da matemática no Ensino Médio: a recursão como critério. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 249-266, jan. 2013.

SILVA, M. A. **Currículos de matemática no ensino médio: em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos**. 2009. 248 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009