

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIAS AMBIENTAIS

**SIMARA VIANA**

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE REDES DE  
DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA COM COMPONENTES  
HIDRÁULICOS UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em  
Tecnologias Ambientais da Universidade de Mato Grosso  
do Sul para obtenção do título de Mestre em Saneamento  
Ambiental e Recursos Hídricos

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Robert Schiaveto de Souza**

Campo Grande, MS  
2.007

*Aos meus pais,  
meus maiores mestres.*

## **AGRADECIMENTOS**

À Universidade Federal de Mato Grosso do Sul pela oportunidade concedida.

Ao Professor Doutor Robert Schiaveto de Souza, orientador e amigo, pela competência, dedicação e compreensão dispensada durante o desenvolvimento deste trabalho.

A todos os professores e amigos do Departamento de Hidráulica e Transportes da UFMS que sempre nos estimularam com palavras de incentivo.

A CAPES - coordenadoria de aperfeiçoamento de pessoal de nível superior, pela concessão de bolsa de estudo.

Aos meus pais que sempre me apoiaram e incentivaram.

Ao meu esposo, que tanto amo e admiro, pela compreensão e amor.

À todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho .

## SUMÁRIO

DEDICATÓRIA.....	ii
AGRADECIMENTOS .....	iii
SUMÁRIO.....	iv
LISTA DE FIGURAS .....	vi
LISTA DE TABELAS.....	vii
LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS .....	viii
RESUMO.....	xi
ABSTRACT .....	xii
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. OBJETIVO .....	3
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	4
3.1 Modelos de simulação hidráulica.....	4
3.1.1 Modelo de ajuste simples .....	4
3.1.2 Método de ajustes simultâneos .....	10
3.2 Modelos de simulação hidráulica com componentes hidráulicos.....	19
3.3 Projetos otimizados de redes de distribuição de água.....	25
3.4 Algoritmos genéticos - aplicações .....	27
4. METODOLOGIA .....	33
4.1 Modelo de simulação hidráulica .....	34
4.2 Modelos de simulação hidráulica com componentes hidráulicos.....	39
4.2.1 Válvulas de retenção.....	39
4.2.2 Válvulas redutoras de pressão .....	39
4.2.3 Bombas .....	43

4.3	Projeto otimizado de redes de distribuição de água.....	44
4.4	Algoritmos genéticos .....	46
4.4.1	Representação dos elementos ou cromossomos .....	47
4.4.2	Tamanho da população .....	47
4.4.3	Critério de parada .....	48
4.4.4	Probabilidade de recombinação.....	48
4.4.5	Probabilidade de mutação.....	48
4.4.6	Restrições e penalidades .....	48
4.4.7	Aptidão do elemento e escala .....	50
4.4.8	Estratégia de seleção.....	51
4.5	Rede de estudo .....	51
4.6	Linguagem de programação e equipamento computacional.....	53
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	54
5.1	Determinação do número de elementos da população e número de gerações.....	54
5.2	Rede exemplo sem componentes hidráulicos .....	56
5.3	Rede exemplo com uma válvula de retenção.....	57
5.4	Rede exemplo com uma válvula redutora de pressão.....	59
5.5	Rede exemplo com uma válvula de retenção e uma válvula redutora de pressão..	62
5.6	Rede exemplo com uma bomba.....	64
6.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	66
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	68
	ANEXOS .....	73

## LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 - Interpretação gráfica do método de Newton-Raphson.....	35
Figura 4.2 - Condição de operação da válvula de retenção. ....	39
Figura 4.3 - Condição de operação da válvula redutora de pressão como válvula de retenção. ....	40
Figura 4.4 - Condição neutra de operação da válvula redutora de pressão. ....	40
Figura 4.5 - Condição de operação ativa da válvula redutora de pressão.....	41
Figura 4.6 - Linha de energia em um trecho com válvula redutora de pressão.....	42
Figura 4.7 - Linha de energia de um trecho com bomba. ....	44
Figura 4.8 - Rede exemplo.....	52
Figura 5.1 - Influência do tamanho da população no valor da função objetivo. ....	54
Figura 5.2 - Valor mínimo da função objetivo e tamanho da população adotado.....	55
Figura 5.3 - Variação do valor da função objetivo com o número de gerações. ....	55
Figura 5.4 - Valor mínimo da função objetivo e número de gerações adotado.....	56
Figura 5.5 - Rede de estudo com uma válvula de retenção. ....	58
Figura 5.6 - Rede de estudo com uma válvula redutora de pressão. ....	60
Figura 5.7 - Rede de estudo com uma válvula de retenção e uma válvula red. de pressão .....	63

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Custo unitário por diâmetro. ....	52
Tabela 4.2 – Demanda e cota geométrica nos nós da rede exemplo.....	53
Tabela 5.1 - Comparação dos diâmetros obtidos em soluções “ótimas”.....	57
Tabela 5.2 - Vazão nos trechos da solução ótima da rede sem componentes. ....	57
Tabela 5.3 - Pressão nos nós da solução ótima da rede sem componentes. ....	57
Tabela 5.4 - Diâmetros obtidos com uma válvula de retenção no trecho 5.....	58
Tabela 5.5 - Vazão nos trechos com uma válvula de retenção no trecho 5.....	59
Tabela 5.6 - Pressão nos nós com uma válvula de retenção no trecho 5.....	59
Tabela 5.7 - Resultados obtidos com uma válvula redutora de pressão no trecho 7.....	60
Tabela 5.8 - Vazão nos trechos com uma válvula redutora de pressão no trecho 7.....	61
Tabela 5.9 - Pressão nos nós com uma válvula redutora de pressão no trecho 7.....	62
Tabela 5.10 - Resultados obtidos com uma válvula de retenção no trecho 5 e uma válvula redutora de pressão no trecho 7.....	63
Tabela 5.11 - Vazão nos trechos com uma válvula de retenção no trecho 5 e uma válvula redutora de pressão no trecho 7.....	64
Tabela 5.12 – Pressão nos nós com uma válvula de retenção no trecho 5 e uma válvula redutora de pressão no trecho 7.....	64

## LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

A matriz incidência dos nós interiores

a coeficiente da fórmula de Hazen-Williams ou coeficiente de multiplicação da vazão

AG's algoritmos genéticos

EP's Programas Evolucionários

b coeficiente da fórmula de Hazen-Williams

C custo unitário da tubulação ou coeficiente dimensional

d coeficiente de resistência ou derivada

D diâmetro ou matriz diagonal

E estratégia de seleção elitista

f função

G número de gerações

h energia no nó

h vetor de energia dos reservatórios

h set energia de controle da válvula redutora de pressão

H perda de carga

J perda de carga unitária

K constante de perda de carga

k parâmetro

L comprimento da tubulação

L comprimento equivalente da tubulação

M número total de nós

máx máximo

m cametro de coluna de água

N tamanho da população

$n$  número dos nós ou número da gerações

$p$  fator que multiplica a penalidade

$P$  estratégia de seleção pura, população de uma geração ou probabilidade

$p_s$  pressão de controle da válvula redutora de pressão

$q$  vazão

$Q$  demanda ou consumo

$R_h$  raio hidráulico

$S_f$  gradiente hidráulico

$S$  estratégia de seleção

$t$  número de trechos ou número de uma geração

u.m. unidade monetária

$v$  velocidade do escoamento

$VR$  válvula de retenção

$VRP$  válvula redutora de pressão

$x$  incógnita

$\alpha$  coeficiente

$\beta$  coeficiente

$\partial$  derivada parcial

$\phi$  constante de multiplicação da penalidade

$\omega$  constante numérica de conversão

### **Sobrescritos e subscritos**

$i$  nó ou tubulação

$j$  nó ou tubulação

$m$  tubulação

$n$  nó

ttransposta

minmínimo

maxmáximo

rreservatório

gergeração

crecombinação

mmutação

## RESUMO

VIANA, S. (2007). *Dimensionamento otimizado de redes de distribuição de água com componentes hidráulicos utilizando algoritmos genéticos*. Campo Grande, 2007. 114 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil.

Uma rede de distribuição de água é constituída por um conjunto de tubos que tem a finalidade de atender todos os pontos de consumo de uma cidade ou setor de abastecimento com vazão e pressão convenientes. Frequentemente, para corrigir problemas de ordem topográfica ou de operacionalização, componentes hidráulicos como válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão e/ou bombas são incorporados na rede e a presença desses componentes modifica a solução da mesma. Desta forma, a análise em regime permanente de redes de distribuição de água incluindo os mais diversos elementos hidráulicos é um problema de grande importância na engenharia hidráulica. Este trabalho apresenta um modelo de otimização para o dimensionamento de rede de água com componentes hidráulicos utilizando a técnica dos algoritmos genéticos. O modelo foi aplicado numa rede de estudo onde componentes hidráulicos foram introduzidos em diversas formulações e as soluções geradas foram comparadas tendo como parâmetro o custo de implantação da rede. O modelo proposto demonstrou-se apropriado e a técnica dos algoritmos genéticos mostrou-se uma ferramenta eficaz na obtenção do projeto otimizado.

**Palavras-chave:** *componentes hidráulicos, otimização de projetos, algoritmos genéticos.*

[Digite texto]

## ABSTRACT

VIANA, S. (2007). *Optimized sizing of water distribution network with hydraulical components using genetic algorithm. Campo Grande, 2007. 114 p. Master' Dissertation –Federal University of Mato Grosso do Sul, Brazil (in Portuguese).*

A water distribution network is constituted by a set of pipes with the purpose of taking care of all points of consumption in a city or supplying sector with convenient outflow and pressure. Frequently, to correct topographical order problems or operacionalization, hydraulical components as retention valves, pressure reduction valves and/or bombs are incorporated in the net and the presence of these components modifies the solution of the same one. Having this in mind, the analysis in permanent regimen of water distribution network including the most diverse hydraulical elements is a problem of great importance in hydraulical engineering. This dissertation presents a hydraulic optimization model dimensioning the water distribution network with hydraulical components with minimum cost using the technique of genetic algorithms. This model was applied in a study network where hydraulical components had been introduced in diverse formularization and the generated solutions had been compared having as parameter the cost of implantation of the water distribution network. The proposed model showed itself to be appropriate and the genetic algorithm has proven to be an efficient tool in obtaining optimized projects.

**Words-key:** hydraulical components, least-cost design optimization, genetic algorithm.

# 1. INTRODUÇÃO

Uma rede de distribuição de água é constituída por um conjunto de tubos que tem a finalidade de atender todos os pontos de consumo de uma cidade ou setor de abastecimento com vazão e pressão convenientes.

A solução para problemas de redes é obtida quando as vazões satisfazem as equações da continuidade em cada nó e a equação da energia em cada canalização. As equações hidráulicas básicas que descrevem o movimento em redes são equações algébricas não lineares que não podem ser resolvidas pelos métodos da álgebra linear. Essas equações são expressas de duas maneiras: em termos das incógnitas vazões nos tubos e em termos das incógnitas energias nos nós.

Freqüentemente, para corrigir problemas de ordem topográfica ou de operacionalização, componentes hidráulicos são incorporados na rede e a presença desses componentes modifica a solução da mesma. Desta forma, a análise em regime permanente de redes de distribuição de água incluindo os mais diversos elementos hidráulicos é um problema de grande importância na engenharia hidráulica.

Estudos de redes tinham como objetivo principal até então resolver as incógnitas de energia e vazão, mas pouco havia sido feito para resolver outras incógnitas ou ainda a inclusão de componentes hidráulicos, tais como bombas, válvulas, etc.

Além de ser parte vital do sistema de abastecimento, a rede de distribuição de água representa o maior custo de investimento do conjunto de obras de engenharia, havendo a necessidade de se buscar o máximo aproveitamento do capital investido.

Aliada a esta necessidade, a disponibilização ocorrida nas duas últimas décadas de computadores pessoais, de grande capacidade e baixo custo, tornou possível o desenvolvimento de modelos que permitissem a avaliação do comportamento hidráulico da rede em regime permanente de forma bastante ágil, possibilitando também o desenvolvimento de técnicas de otimização de projetos e de operação das redes de distribuição de água.

Entre estas técnicas destaca-se a aplicação dos algoritmos genéticos (AG's), que têm se mostrado um eficiente método para a solução de problemas não lineares de otimização. Por isso, tem sido amplamente estudado no caso de otimização de projetos de redes de distribuição de água, buscando-se modificar ou aperfeiçoar o processo visando maior rapidez na obtenção de soluções que irão convergir para resultados satisfatórios.

A proposta desta dissertação é desenvolver e implementar um modelo hidráulico de otimização, utilizando a técnica dos algoritmos genéticos, para o dimensionamento de mínimo custo de uma rede de distribuição de água com componentes hidráulicos. Simulações serão realizadas introduzindo-se os diversos componentes hidráulicos e a influência de cada um deles no dimensionamento da rede, e conseqüentemente no seu custo, será discutida. Além disso, a eficiência do modelo hidráulico desenvolvido e da técnica dos algoritmos genéticos será avaliada quanto à convergência e a qualidade das soluções obtidas.

## **2. OBJETIVO**

Este trabalho tem o objetivo de desenvolver e implementar um modelo hidráulico de otimização, utilizando a técnica dos algoritmos genéticos, para o dimensionamento de mínimo custo de uma rede de distribuição de água com componentes hidráulicos. Visa ainda, discutir a influência de cada componentes hidráulicos no dimensionamento ótimo da rede e avaliar a eficiência do modelo desenvolvido quanto à convergência e a qualidade das soluções obtidas.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 Modelos de simulação hidráulica

Os modelos para análise de redes em regime permanente se baseiam em técnicas numéricas iterativas e incluem desde a analogia elétrica até as aplicações gráficas. São largamente difundidos os métodos de Hardy-Cross, Newton-Raphson e teoria linear. As equações hidráulicas básicas que descrevem o fenômeno são equações algébricas não lineares e não podem ser resolvidas algebricamente.

A solução para o problema de redes é obtida quando algumas condições hidráulicas são satisfeitas:

- a) A soma algébrica das vazões em qualquer nó deve ser zero (conservação de massa);
- b) A energia piezométrica em um nó deve ser a mesma para todos os tubos conectados a este nó;
- c) A relação de perda de carga e vazão deve ser satisfeita para cada elemento da rede.

A solução dos problemas de projetos de redes consiste nos diâmetros, vazões, perdas de carga para todos os elementos do sistema, e os correspondentes valores das condições de contorno. Vários modelos matemáticos têm sido desenvolvidos para a análise de sistemas de distribuição de água e podem ser classificados em dois grupos principais: modelos de ajuste simples e modelos de ajuste simultâneo.

##### 3.1.1 Modelo de ajuste simples

Um dos primeiros modelos a ser utilizado para a análise de redes foi o método da analogia elétrica. Este método baseia-se na analogia entre um circuito elétrico e um sistema de distribuição de água. As principais analogias são: diferença de energia (rede) x diferença de potencial (circuito elétrico); fator de atrito (rede) x resistência (circuito elétrico); vazão (rede) x corrente (circuito elétrico) e finalmente reservatório (rede) x fonte (circuito elétrico).

Segundo McIlroy (1950) esta técnica foi primeiramente utilizada por Camp, Hazen, Perry, Vierling, Kohler, Suryaprakasam, Reid e Geyer para avaliar as vazões e perda de carga em instrumentos de leitura conectados num circuito elétrico simulando a rede, onde resistores comuns lineares representavam os tubos. No entanto, a característica linear entre a voltagem

de um resistor comum é muito diferente da característica não linear da perda de carga e vazão, necessitando um procedimento iterativo envolvendo registro de valores preliminares e cálculo de correções para obtenção da solução.

O modelo de ajuste simples mais difundido e comumente usado é o método de Hardy-Cross. Esse método é bem desejado para solução a mão e facilmente adaptado em micro-computadores.

Antes do desenvolvimento da técnica de relaxação por Hardy-Cross, os problemas de redes poderiam ser resolvidos apenas por um processo de erros e tentativas consumindo muito tempo para satisfazer os dois princípios da hidráulica, vazão e energia, aplicados a redes. A técnica de relaxação de Hardy-Cross é um processo iterativo que envolve a aplicação sucessiva de correções ótimas para as vazões em cada linha de circuito fechado ou para as energias em cada nó. Nessa técnica os valores iniciais das vazões ou das energias são assumidos.

Duas condições devem ser satisfeitas em um sistema de distribuição de água. Essas condições são análogas as leis de Kirchoff em redes elétricas: Para cada nó do sistema, a soma algébrica das vazões no nó é igual a zero (conservação de massa) e para cada circuito do sistema, a soma algébrica das perdas de carga em um circuito fechado é igual a zero.

Há várias equações empíricas para relacionar a perda de carga  $H$  e a vazão  $Q$  para condutos fechados. Tradicionalmente a equação de Hazen-Williams tem sido a mais largamente usada em redes, no entanto a equação de Darcy-Weissbach tem sido cada vez mais usada. Ambas as equações e outras são não lineares e podem ser indicadas pela equação (3.1).

$$H = Kq^\alpha \quad (3.1)$$

onde  $H$  é a perda de carga,  $K$  e  $\alpha$  são constantes,  $q$  é a vazão.

A solução de um problema de rede envolve a solução simultânea de um número de equações não lineares que não podem ser resolvidas diretamente com as técnicas numéricas disponíveis para sistemas de equações lineares.

Em 1936 Hardy-Cross propôs dois métodos análogos para resolver o conjunto de equações não lineares: balanço de energia pela correção da vazão assumida e balanço da vazão pela energia assumida.

No método do balanço de energia pela correção da vazão assumida, uma distribuição de vazão inicial é estimada satisfazendo a equação da continuidade do nó e é repetidamente corrigida pela correção de Hardy-Cross até as equações do circuito serem satisfeitas dentro de um certo limite. Este método tem sido o mais largamente usado pelo menor número de circuitos em uma rede do que de nós, conseqüentemente há menos cálculos no balanço do sistema. Bombas e reservatórios são tratados indiretamente pela estimativa de vazões para bombas e demandas de reservatórios. Quando o sistema é balanceado pode resultar que as pressões não sejam consistentes com a curva característica da bomba ou com a pressão do reservatório significando que o sistema terá que ser balanceado outra vez usando novas vazões iniciais.

Similarmente, no método de balanço da vazão pela energia assumida uma distribuição de energia inicial é assumida e é repetidamente corrigida pela correção de Hardy-Cross até as equações do nó serem satisfeitas dentro de um certo limite. O método do balanço de vazão, embora menos usado é mais desejável para análise de redes quando a análise é feita por computador. Bombas e reservatórios são conectados ao sistema nos nós e portanto podem ser tratados diretamente e as estimativas iniciais de energia não necessitam satisfazer nenhuma condição. Problemas de convergência foram observados e várias técnicas foram propostas para aumentar a convergência à níveis aceitáveis. Enquanto os métodos de Hardy-Cross representam um grande aperfeiçoamento comparado ao método incontrolável de tentativas e erros, eles consomem tempo excessivo de processamento para grandes redes.

Assim, com o advento de computadores e numa tentativa de superar o esforço manual do método de Hardy-Cross, Hoag & Weinberg (1957) desenvolveram uma programa para cálculo de redes usando o procedimento básico iterativo desenvolvido originalmente por Hardy-Cross pelo método do balanço de energia, tornando possível resolver rapidamente um problema de redes com qualquer grau de precisão. Eles recomendam que o critério estabelecido para parar o processo iterativo quando uma desejada precisão é alcançada, seja acompanhado do exame do valor absoluto do desequilíbrio da perda de energia em cada circuito ao fim de cada iteração, uma vez que foi observado oscilações na correção da vazão, e verificaram que aplicando um fator de 0,5 ao valor da correção ou ignorando os circuitos que já estão próximos da convergência em iterações alternadas, concentrando-se nos circuitos mais desequilibrados, essa oscilação foi neutralizada. Verificaram também que quanto mais próximas as estimativas iniciais de vazões estavam da solução real, o problema convergia mais rapidamente.

Segundo Voyles & Wilke (1962) a convergência do método Hardy-Cross está relacionada com a maneira como os circuitos são escolhidos. Foi demonstrado que o número de correções para obter a solução depende da resistência dos tubos comuns nos circuitos e que, valores iniciais de vazões ruins devem adicionar somente uma correção adicional para um dado arranjo de circuitos. O número de correções necessárias para determinar a distribuição de vazão é menor quando os circuitos são selecionados de tal forma que a soma dos fatores de resistência dos tubos comuns é o menor possível.

Dillingham (1967) desenvolveu um programa baseado no método de Hardy-Cross pelo balanço das vazões para determinar a vazão e perda de carga em cada tubo, o gradiente hidráulico do sistema, pressões nas bombas e reservatórios para determinadas condições de movimento e rugosidade dos tubos.

Problemas de convergência lenta ou nenhuma convergência foram encontrados em grandes redes. Quando a rede está muito desbalanceada, as correções de energia podem ser grandes e se elas não forem limitadas o processo iterativo pode não convergir. Recomenda-se portanto que essas correções sejam limitadas em um valor pré-definido. O problema de lenta convergência é de mais difícil resolução. A principal razão segundo o autor foi reconhecida por Cobb em 1959 e ocorre geralmente quando a rede contém tubos com grandes diâmetros, pequenos comprimentos e valores de vazões relativamente baixos proporcionando pequenas correções de energia para os nós. Este problema foi contornado usando uma equação linear de vazão quando os valores de perda de carga forem pequenos.

Preocupado também em aperfeiçoar a convergência do método de Hardy-Cross, Williams (1973) direcionou sua atenção para os multiplicadores adimensionais denominados fatores de aceleração de convergência. O fator de correção de Hardy-Cross é derivado de uma série de expansão de Taylor das variáveis envolvidas desprezando os termos de maior ordem. Esse truncamento é geralmente tal que a expressão para a quantidade corretiva é linearizada. Então simplificações são feitas para os cálculos. Por outro lado, alguma tendência natural do sistema de equações para a convergência pode ser destruída. Portanto multiplicando o fator de aceleração de convergência ao fator de correção de Hardy-Cross, o número necessário de iterações para a solução final é reduzido.

Através de resultados obtidos de análise de várias redes e para vários fatores de aceleração, observou-se que o fator ótimo aumenta com o tamanho do sistema analisado e, através de uma regressão apropriada foi estabelecida uma equação para determinação do fator de

aceleração de convergência ótimo em função do número de trechos e do número de circuitos. A justificativa da aplicação da equação, embora não seja teórica, tem trabalhado satisfatoriamente em diversos tipos de redes e tem reduzido o custo de cálculo significativamente.

Charles (1974) argumenta que a aplicação sugerida por Williams (1973) é aplicada somente para o método Hardy-Cross e que aparentemente o autor tem somente tentado um esquema de fator de aceleração dinâmico e que esquemas alternativos podem ser explorados. Por outro lado Fietz (1974) argumenta que o fator de convergência de aceleração ótimo depende da seleção de circuitos utilizados, em particular usando um conjunto com mínima resistência.

Várias sugestões foram feitas para aperfeiçoar a convergência. No entanto em alguns casos ainda não é possível encontrar a convergência e em outros encontra-se uma aparente convergência mas a solução ainda tem erros consideráveis.

Outro método de ajuste simples considerado é o método do comprimento equivalente. Esse método é um método de relaxação muito similar ao método de Hardy-Cross. No método Hardy-Cross as incógnitas são as vazões nos tubos e as energias nos nós. Para a determinação dos diâmetros, os diâmetros são aperfeiçoados economicamente por tentativas e erros. O método do comprimento equivalente permite a determinação dos diâmetros econômicos por um processo de relaxação através de um fator de correção. Consequentemente este método é útil particularmente no projeto de novas redes e também para projeto de reforço em redes existentes indicando os diâmetros necessários a serem adicionados.

Segundo Tong *et al.* (1961) o método foi originalmente proposto por O'Connor em 1944. Os autores apresentam o método do comprimento equivalente baseado num balanço das resistências dos tubos ou dos comprimentos equivalentes em cada circuito da rede e argumentam que a técnica desenvolvida nesse método tende a estabelecer condições de sistema econômico. A experiência dos autores indica que o peso total de tubo necessário em um sistema típico projetado por este método é mínimo. Vejamos.

A fórmula de Hazen-Williams, para cálculo da perda de carga em um tubo é apresentada na equação (3.2).

$$H = \frac{Lq^{1,85}}{17,076 C_{HW}^{1,85} D^{4,86}} \quad (3.2)$$

onde H é a perda de carga em pés, L é o comprimento do tubo em pés, q é a vazão em galões por minuto,  $C_{HW}$  é o coeficiente de rugosidade de Hazen-Williams e D o diâmetro do tubo em pés.

Relacionando a perda de carga em um tubo qualquer com um tubo equivalente de diâmetro 8" (oito polegadas) e coeficiente de Hazen-Williams igual a 100 (cem) temos a equação (3.3).

$$Le = L(100/C_{HW})^{1.85} (0.667/D)^{4.86} \quad (3.3)$$

onde Le é o comprimento equivalente do tubo em pé, L é o comprimento do tubo em pés,  $C_{HW}$  é o coeficiente de rugosidade de Hazen-Williams e D o diâmetro do tubo em pés.

As equações (3.2) e (3.3) originam a equação (3.4).

$$H = Leq^{1.85}/119 \times 10^5 \quad (3.4)$$

onde H é a perda de carga em pés, Le é o comprimento equivalente do tubo em pé, q é a vazão em galões por minuto;

A equação (3.4) deve sempre prevalecer em cada tubo da rede.

Uma segunda condição é que a soma algébrica de todas as perdas de carga em um circuito fechado deve ser igual a zero. Para isso, um fator de correção de vazão deve ser adicionado algebricamente às vazões iniciais em cada circuito, expandindo os dois primeiros termos da série de Taylor e resolvendo conforme equação (3.5).

$$\Delta q = \frac{\sum Le}{1.85 \sum (Le/q)} \quad (3.5)$$

onde  $\Delta q$  é o fator de correção da vazão, Le é o comprimento equivalente do tubo em pé e q é a vazão em galões por minuto.

Assim, estima-se as vazões iniciais em cada tubo satisfazendo a continuidade e as energias necessárias em cada nó. Calcula-se a perda de carga de cada tubo pela variação de energia entre nós e obtém o comprimento equivalente pela equação (3.4). As vazões assumidas são alteradas pelo fator de correção, obtido pela equação (3.5), e o processo é repetido até que o balanço dos comprimentos equivalentes em cada circuito seja satisfeito. Os diâmetros finais são determinados substituindo na equação (3.3) os comprimentos reais (L) e os valores do coeficiente de rugosidade ( $C_{HW}$ ) para cada tubo da rede.

Raman & Raman (1966), demonstraram matematicamente que a condição apresentada na equação (3.6) deve ser satisfeita sobre cada circuito para que a soma total de comprimento equivalente do tubo de diâmetro único e com mesmo coeficiente de rugosidade ( $C_{HW}$ ) seja mínimo.

$$\sum (Le/q) = 0 \quad (3.6)$$

onde  $Le$  é o comprimento equivalente do tubo e  $q$  é a vazão no trecho.

Baseado nesse conceito, o fator de correção para a vazão é demonstrado na equação (3.7).

$$\Delta q = \frac{\sum (Le/q)}{2.85 \sum (Le/q^2)} \quad (3.7)$$

onde  $\Delta q$  é o fator de correção da vazão,  $Le$  é o comprimento equivalente do tubo e  $q$  é a vazão no trecho.

Comparando com os resultados de métodos baseados na equação (3.6) e na equação (3.8), observou-se que a soma dos comprimentos equivalentes em um circuito é maior quando usada a equação (3.8), sendo a diferença desprezível para grandes redes e grandes números de circuitos.

$$\sum Le = 0 \quad (3.8)$$

onde  $Le$  é o comprimento equivalente do tubo.

Déb & Sarkar (1971) fazem menção do programa desenvolvido por Mitra e Deb em 1967 utilizando o método do comprimento equivalente e do trabalho de Sarkar em 1969. Sarkar menciona que o comprimento equivalente de um tubo é inversamente proporcional ao diâmetro real elevado a potência 4.86, ou seja, para uma diminuição do comprimento equivalente, o diâmetro aumenta. No entanto se o uso de um diâmetro constante é obrigatório, o resultado sem dúvida é o mais econômico, mas essa condição geralmente não ocorre na prática. Portanto embora a soma total dos comprimentos equivalentes em uma rede é menor pelo método de Raman & Raman (1966) do que pelo método de Tong *et al.* (1961), o custo do tubo exigido é o inverso.

### 3.1.2 Método de ajustes simultâneos

As equações hidráulicas básicas que descrevem o movimento em redes são equações algébricas não lineares que não podem ser resolvidas pelos métodos da álgebra linear. Essas equações são expressas de duas maneiras: em termos das incógnitas vazões nos tubos (equações de circuito) e em termos das incógnitas energias nos nós (equações dos nós). Muitos algoritmos têm sido propostos para resolver essas equações e essas técnicas são largamente usadas.

Nos métodos de ajuste simples, os ajustes são calculados independentemente e problemas de convergência são frequentemente encontrados. Procedimentos para calcular simultaneamente os ajustes de correção da variável desconhecida tem melhorado muito a convergência e forma uma base para aplicações mais gerais, onde bombas, válvulas, reservatórios, e outros componentes hidráulicos estão presentes na rede. Consequentemente a memória computacional exigida aumenta significativamente.

Um dos métodos de ajuste simultâneo mais conhecido é o método iterativo Newton-Raphson. A técnica de Newton-Raphson baseia-se em achar um novo conjunto de aperfeiçoamentos ou correções para os valores das incógnitas em cada iteração. Os aperfeiçoamentos são calculados do termo de primeira ordem de uma expansão de Taylor sobre o argumento atual da solução.

Segundo Shamir & Howard (1968) os primeiros trabalhos aplicando a técnica de Newton-Raphson foram desenvolvidos por diversos pesquisadores como Warga, Martin e Peters, Shamir, Lemieux e Smith, Giudice e Pitchai.

A existência de única solução para as energias nos nós sob regime permanente em uma rede foi demonstrada por Warga em 1954 e ele verificou que a técnica de Newton-Raphson converge rapidamente quando estimativas iniciais são razoáveis. Isso é devido à característica de convergência quadrática na vizinhança da solução. O método pode não convergir para estimativas grosseiras.

Martin e Peters em 1963 usaram o método de Newton-Raphson em um programa computacional para calcular as energias desconhecidas nos nós em uma rede sem bombas e válvulas. Eles não relataram nenhuma dificuldade com a convergência.

Shamir em 1964 usou o mesmo método para um conjunto de programas para análise econômica de redes. Esses programas foram posteriormente usados por Lemieux e Smith em 1966 e a convergência foi sempre alcançada.

Uma análise de sensibilidade e estudos de redes com vários nós com energia conhecida foi realizada por Giudice em 1965 e Pitchai em 1966 usou o método de Newton-Raphson em uma análise de redes com bombas como condições de contorno. As condições de contorno das bombas foram satisfeitas, mas as bombas não foram incluídas diretamente na análise como elementos da rede. O autor não apresenta provas da convergência do método, nem da existência de uma solução para uma rede incluindo bombas, no entanto, argumenta que se a solução existe e o método converge rapidamente.

O problema de existência e unicidade é mais complexo quando elementos hidráulicos como bombas são incluídos na rede. Estudos de redes tinham como objetivo principal até então resolver as incógnitas de energia e vazão, mas pouco havia sido feito para resolver outras incógnitas ou ainda a inclusão de componentes hidráulicos, tais como bombas, válvulas, etc.

Segundo Souza (1994), bombas, válvulas, reservatórios, hidrantes e outros elementos hidráulicos podem ser diretamente e facilmente incorporados, mudando apenas os valores da matriz Jacobiana. A convergência do esquema iterativo não pode ser garantida quando qualquer das funções dos elementos na rede não tenha derivada contínua. As principais regras encontradas para obter convergência são:

- a) Um nó tendo um consumo como incógnita será conectado no mínimo a um nó com consumo conhecido.
- b) Uma resistência como incógnita é dependente de energias e consumos desconhecidos nos nós terminais. O subsistema consistindo de uma resistência desconhecida e dois nós terminais não terá mais do que uma incógnita em adição a resistência desconhecida.
- c) Qualquer nó deve ter no mínimo uma incógnita.

Estabelecer um critério de convergência do método de Newton-Raphson para todos os casos parece ser impossível. O método converge para a solução rapidamente se um bom conjunto de valores iniciais é adotado para os valores desconhecidos. Intervenção manual no programa, quando a solução não converge tem sido a melhor solução.

Em algumas aplicações, pode ser interessante incorporar uma análise de sensibilidade investigando a influência dos parâmetros de resistência, demanda e energia quando muitas

variáveis são alteradas simultaneamente. Essa análise foi proposta por Shamir & Howard (1968).

McCormick *et al.* (1969) estudando o comportamento da convergência do método de Newton-Raphson, verificou que o método de Newton-Raphson nem sempre converge e que nenhum critério de convergência geral existe. Cuidados devem ser tomados até que condições matemáticas apropriadas para convergência de sistemas de equações sejam conhecidas. Deve-se evitar as circunstâncias da qual a divergência é sabidamente conhecida. Com o objetivo de encontrar um critério geral empírico em termos das resistências dos tubos, eles obtiveram uma série de resultados observando o comportamento da convergência da rede para diversas estimativas iniciais para diversos diâmetros em um trecho da rede. Entretanto, os autores não identificaram um critério desta natureza.

Epp & Fowler (1970) desenvolveram um programa eficiente para solução de redes (cálculo de vazões e energias) usando o método de ajustes simultâneos de vazões. Eles incluíram um método automático para a estimativa das vazões iniciais que assegura convergência na prática e introduziram um algoritmo para numeração automática dos circuitos com o objetivo de produzir uma matriz simétrica e diagonal mínima com conseqüente redução de memória necessária.

Normalmente uma das desvantagens do método de Newton-Raphson é a necessidade do cálculo das derivadas parciais de primeira ordem. A matriz Jacobiana é simétrica neste caso. (Souza, 1994)

Lemieux (1972) desenvolveu um programa eficiente para resolução de redes usando o método de ajustes simultâneos das energias. A dificuldade de convergência do método de Newton-Raphson foi superada pela modificação do método assegurando convergência independentemente da suposição inicial e reduzindo o número de iterações. O método de Newton modificado usa os fatores de correção levando em conta o tamanho do passo ótimo para minimização da função em cada direção. Uma combinação do método de Newton modificado e de um algoritmo especial de eliminação gaussiana para matrizes banda simétrica permitiu o desenvolvimento de um eficiente programa para o cálculo de redes.

Segundo Fietz (1973) este algoritmo tem superado o problema clássico do método de Newton-Raphson para a solução de equações não lineares, ou seja, a seleção de um conjunto de valores iniciais que levam à solução convergente. A rápida convergência obtida leva a indicar também que o problema de oscilações que frequentemente ocorrem no método do nó

são também removidos. Ele sugere um simples método para renumerar os nós para reduzir a largura da matriz banda de conectividade.

Donachie (1974) escreveu um programa computacional para uma análise rápida e eficiente de redes, utilizando a técnica de Newton-Raphson modificado. O programa incorpora uma rotina automática de calibração do sistema de distribuição de água reduzindo grandemente o esforço de engenheiros em calibrar seus modelos com o sistema real. Essa mesma rotina pode também ser usada para obter tamanhos de tubos de reforço para atender demandas futuras. O método do ajuste simultâneo das energias foi escolhido embora não seja mais econômico em memória necessária do que o método do ajuste simultâneo das vazões, mas por outro lado tem-se a facilidade de estimar os valores iniciais das energias não requerendo seleção de circuitos e inicialização de vazões. Uma importante recomendação em relação aos valores iniciais de energia é no sentido de não se atribuir valores iguais de energia aos nós para evitar singularidade na matriz Jacobiana. Segundo o autor, embora a mudança no tamanho do passo no método de Newton modificado sugerido por Lam & Wolla (1972) reduza o número de iterações requerido, o consumo de tempo por iteração é aumentado pela necessidade de calcular o tamanho do passo ótimo em cada direção. No seu trabalho, ele sugere dividir à metade o tamanho do passo em qualquer nó quando ocorre oscilação. Essa técnica tem sido suficiente para resolver os problemas de oscilações observadas em tubos com baixa vazão.

Chandrashekar & Stewart (1975) exploram o conceito de esparsidade da matriz Jacobiana em um novo método, onde a esparsidade pode ser definida como a relação entre o número de elementos iguais a zero e o número total de elementos da matriz Jacobiana. Para grandes redes a esparsidade diminui com o aumento do número de nós. O cálculo e armazenamento da matriz Jacobiana e sua inversa é um fator muito custoso do processo. Uma técnica de decomposição de matriz como a fatorização é usada.

Fietz (1975) argumenta que as energias iniciais adotadas assumem uma relação linear entre perda de carga e vazão, ou seja, movimento laminar e que na prática o fluxo de água geralmente está no regime turbulento. Não haverá portanto problemas de convergência devido ao fato da inclusão de um passo de tamanho variável e removendo a necessidade de boa estimativa inicial normalmente requerida pelo método de Newton. Prakash (1976) propõe outro algoritmo para renumeração de nós que pode ser desenvolvido com pequeno número de tentativas não envolvendo qualquer operação de matrizes.

Válvulas redutoras de pressão em redes foram estudados por Jeppson & Davis (1976) e um eficiente método foi proposto para analisar a presença de válvulas redutoras de pressão em redes para diversas situações e formulações. Em adição, um algoritmo foi descrito para tornar a matriz Jacobiana em uma matriz banda mínima, aumentando a eficiência de cálculo. Esse algoritmo é uma alternativa do apresentado por Epp & Fowler (1970).

Dodge *et al.* (1978) escreveram um programa usando o método de ajustes simultâneos das energias e a técnica de Newton-Raphson para a análise de grandes redes com bombas, reservatórios, válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão e outros elementos hidráulicos. Foram empregados algoritmos de reordenação dos nós e de matriz esparsa para diminuir a quantidade de cálculos e reduzir a memória requerida.

Gofman e Rodeh (1981) descreveram um método para incorporar como incógnitas as características dos tubos resolvendo as equações de circuito em termos de "geradores de energia". Um gerador de energia foi definido como uma resistência negativa ou positiva para encontrar alguma condição requerida. Se a resistência é positiva significa que a resistência do tubo deve ser aumentada para causar o efeito desejado. Se a resistência é negativa, uma bomba deve ser instalada. Resolvendo as equações de circuito eles aplicaram o método de ajuste simultâneo das vazões através de fatores de correção em cada circuito (e falsos circuitos). No entanto, parâmetros de projetos como diâmetros dos tubos não foram determinados explicitamente.

Com vistas à solução correta dos parâmetros de projeto, Ormsbee & Wood (1986) desenvolveram um método para obter um conjunto de solução de vazões e outros parâmetros de projeto para cada tubo do sistema. Duas formulações foram apresentadas: A primeira em termos dos diâmetros, com velocidades dos tubos especificadas e a segunda em termos dos diâmetros e de uma velocidade global dos tubos.

Um algoritmo para determinação direta de uma variedade de parâmetros de projeto, operação e calibração de redes foi generalizado por Boulos & Wood (1990). A aplicação oferece uma base para a determinação de valores ótimos para os parâmetros de projeto, operação e calibração no sentido de que os parâmetros podem ser calculados exatamente para as restrições de pressão e vazão do sistema. A solução é obtida aplicando o procedimento de Newton-Raphson para linearizar os termos não lineares. Para cada condição especificada, uma equação de energia ou continuidade pode ser incorporada dentro do conjunto de equações do sistema. Uma equação de energia é adicionada quando a energia em um nó particular é

especificada, e uma equação da continuidade é adicionada quando a vazão ou a velocidade em um particular tubo é especificada. Muitas condições e, portanto, equações podem ser adicionadas. Há três maneiras na qual os parâmetros escolhidos podem ser calculados:

- 1) Cálculo de uma variável de decisão para um parâmetro simples fixado.
- 2) Cálculo de uma variável de decisão para um conjunto de parâmetros aplicados a um grupo de variáveis.
- 3) Cálculo da variação de um fator global para um parâmetro fixado

Características de tubos, bombas, reservatórios e outros elementos hidráulicos ou qualquer de suas combinações podem ser relacionadas como variáveis de decisão.

Outro método de ajuste simultâneo bastante difundido é o método da teoria linear. Este método está baseado na linearização das equações básicas não lineares da hidráulica em termos de uma aproximação inicial, e pode ser formulado para o cálculo simultâneo das vazões nas canalizações ou das energias nos nós. Primeiramente o cálculo simultâneo das vazões foi proposto por Muir (1967), Wood & Charles (1972), e o cálculo simultâneo das energias por Marlon *et al.* (1966).

Segundo Souza (1994) como o número de tubos em uma rede é muito maior que o número de nós ou circuitos, a teoria linear para o cálculo simultâneo de vazões resolve um sistema com mais equações e, conseqüentemente, requer uma memória computacional maior, mas, converge significativamente em um menor número de iterações e não requer inicialização, sendo recomendado para problemas em que as vazões externas são conhecidas. Por outro lado, a teoria linear para o cálculo simultâneo de energias requer poucas equações em relação ao cálculo simultâneo de vazões, mas necessita do valor da energia de pelo menos um nó da rede, sendo recomendado para problemas em que são conhecidas as energias nos reservatórios. O método baseado na formulação das vazões apresenta menos problemas de divergência do que o método baseado na formulação dos nós.

Marlon *et al.* (1966) utilizaram o método da teoria linear usando o cálculo simultâneo das energias e a técnica de Gauss-Seidel em um programa para análise de redes. O programa usou a equação de perda de carga de Hazen-Williams e em muitos casos, o tempo computacional requerido para resolver uma rede foi praticamente o mesmo pelo método de Hardy-Cross. Os resultados foram apresentados em forma de tabelas e gráficos tridimensionais com a rede representada no plano, facilitando predizer facilmente o

comportamento das energias no sistema. Eles argumentaram que bombas e outros componentes hidráulicos podiam ser representados facilmente adicionando uma constante na equação não causando nenhuma dificuldade na análise.

Discutindo o trabalho apresentado por Marlon *et al.* (1966), Parrish & Muir (1967) sugeriram uma maneira mais eficiente para a entrada de dados por uma combinação de diferentes técnicas de programação e uma saída gráfica de resultados eficiente de forma a não haver necessidade de equipamentos especiais.

Com o objetivo de aperfeiçoar a convergência do método linear, Muir (1967) propôs uma formulação para o cálculo simultâneo das vazões nos tubos adotando para os valores de vazões a partir da segunda iteração, a média ponderada das vazões da iteração anterior e as atuais, e argumenta que para grandes redes o método é menos trabalhoso que o método de Hardy-Cross pois não requer inicialização de vazões.

Estimativas iniciais de vazões são sugeridas por Wood & Charles (1972). Eles afirmam que a convergência da solução é grandemente afetada pela estimativa inicial e, estimativas grosseiras, podem levar a uma situação onde a solução não converge. Para a técnica proposta não é necessário estimar vazões. Em vez disso, razoáveis valores de vazões iniciais podem ser facilmente calculados. Isso é feito supondo que a constante modificada é independente da vazão. A solução obtida dessa maneira é muito semelhante àquela supondo o movimento laminar na rede e é praticável para estimativa em movimento turbulento. Eles observaram que no processo iterativo os resultados tendem a oscilar quando se aproximam da solução e que a convergência pode ser melhorada quando a média das vazões de duas iterações sucessivas são usadas.

Greenlaw & Clack (1973) argumentaram que a iteração como média de dois resultados sucessivos aproxima-se mais rapidamente do resultado final somente para o caso de um sistema com fonte de energia constante (reservatório). No caso de um sistema com fontes de vazão constante (bombas), o resultado mais recente resulta em melhor convergência do que a média de resultados sucessivos. Portanto o problema de selecionar um valor de vazão para o propósito de linearização de um sistema é muito mais complexo. Eles têm tentado vários métodos, mas nenhum foi superior para todos os casos.

Segundo Wood & Charles (1973), uma simples tentativa pelo método linear requererá mais cálculos que uma simples tentativa usando o método de Hardy-Cross e além disso o método linear requer considerável armazenamento de memória. No entanto, esses métodos

podem requerer muito mais tentativas do que o método linear e os problemas de convergência são mais frequentes.

Jeppson e Tavallale (1975) adicionaram bombas e reservatórios na análise de redes para estudar o comportamento da convergência pelo método da teoria linear. Eles propuseram uma formulação eficiente transformando as variáveis do movimento da bomba. Dessa forma, quando há a necessidade de uma equação adicional devido a introdução de bombas e reservatórios, essa equação pode ser obtida escrevendo a equação de energia sobre um circuito fictício conectando por exemplo dois reservatórios e considerando a vazão nessa conexão nula. Num sistema com mais de bomba essa transformação proporcionará uma equação adicional para cada bomba do sistema tal que o número de equações será igual ao número de incógnitas.

De acordo com Souza (1994) uma comparação foi realizada com o método de Newton-Raphson e observou-se que o método linear é ligeiramente superior. A observação dos pesquisadores analisando vários tamanhos de rede, indica que o método da teoria linear obtém soluções em um número bastante constante de iterações, enquanto que o número de iterações pelo método de Newton-Raphson aumenta para grandes redes.

Com o propósito de acelerar a convergência do processo iterativo do método linear, Righetto (1977) propôs uma linearização da relação perda de carga-vazão menos restritiva e expressa na equação (3.9).

$$q = C_0 H + C_1 \quad (3.9)$$

onde  $q$  é a vazão no trecho,  $H$  é a perda de carga,  $C_0$  e  $C_1$  são constantes de resistência do tubo e são determinadas em função das características geométricas e do material da rede. Para inicializar o processo iterativo, os valores iniciais dos coeficientes  $C_1$  foram considerados iguais a zero e as estimativas iniciais de vazões em cada tubo como àquelas correspondentes a uma velocidade igual a 0,7 m/s.

Nielsen (1989) propôs uma nova formulação para resolver problemas de redes pelos métodos lineares e não lineares baseado na teoria dos grafos. O método proposto é uma generalização e um aperfeiçoamento dos métodos apresentados por Lam & Wolla (1972) e Chandrashekar & Stewart (1975). Nielsen (1989) argumenta que a escolha do modelo para resolver as equações não lineares de redes é essencial para o comportamento do processo iterativo e mostra que é melhor formular as equações em termos das vazões do que em termos

das energias. O comportamento de alguns métodos iterativos são comparados e sugerem um modelo onde os métodos da teoria linear e Newton-Raphson são combinados.

Wood & Rayes (1981) observaram significantes problemas de convergência pelo método de ajuste simples das energias nos nós, seguidos dos métodos de ajustes simultâneos das energias e ajuste simples das vazões. O método de ajuste simultâneo das vazões teve excelente convergência e poucos casos de fracassos foram observados. O método linear provou ser muito confiável e convergiu em todas as situações para a solução correta.

Souza (1994), após realizar uma revisão dos modelos teóricos utilizados para análise de sistemas de distribuição de água em regime permanente, afirmou que em geral para a maioria dos algoritmos iterativos, quanto melhor a estimativa dos valores iniciais melhor a convergência e que uma convergência com mais iterações não implica necessariamente que mais tempo computacional é requerido para obter a solução final. Finalmente, concluiu que nenhuma técnica simples ou programa tem todas as vantagens.

### **3.2 Modelos de simulação hidráulica com componentes hidráulicos**

Uma rede de distribuição de água consiste de um número qualquer de nós e trechos de acordo com qualquer configuração desejada. Fontes, de abastecimento ou de consumo, podem ser introduzidas em qualquer nó. Bombas, turbinas, válvulas e outros elementos hidráulicos podem ser adicionados em cada trecho, desde que a relação energia-vazão seja conhecida. A análise em regime permanente de sistemas de distribuição de água com componentes hidráulicos é um problema de grande importância na engenharia. É importante e fundamental incorporar as características especiais desses elementos na análise para resolver o sistema como existe fisicamente.

Cada componente idealizado é suposto ser governado por uma equação característica (relação pressão-vazão) que em muitos casos é não linear e com derivadas descontínuas. Nota-se, portanto, a dificuldade que pode surgir quando elementos hidráulicos são considerados. A convergência do esquema iterativo pode não ser garantida quando qualquer das funções características dos elementos na rede não tem derivadas contínuas. Por outro lado, qualquer tipo de elemento pode ser incluído na análise da rede se a respectiva curva característica é disponível, e nenhuma restrição na geometria da rede é requerida.

Os principais trabalhos encontrados na literatura sobre análise de redes incluindo componentes hidráulicos à rede são: Dillingham (1967), Shamir & Howard (1968),

Zarghamee (1971), Donachie (1974), Jeppson & Tavallale (1975), Jeppson & Davis (1976) , Dodge *et al.*(1978) , Chandrashekar (1980).

Dillingham (1967) desenvolveu um programa baseado no método de Hardy-Cross pelo balanço das vazões para determinar as pressões nas bombas e reservatórios para determinadas condições. No método Hardy-Cross, os ajustes são calculados independentemente e por isso problemas de convergência são frequentemente encontrados.

O cálculo simultâneo dos ajustes de correção da variável desconhecida aperfeiçoa muito a convergência, e forma uma base para aplicações mais gerais onde bombas, válvulas, reservatórios e outros componentes hidráulicos estão presentes na rede.

Shamir & Howard (1968) apresentaram um trabalho que explora as vantagens do método de Newton-Raphson para resolver diretamente as combinações de incógnitas que podem ser as energias e demandas nos nós e as resistências nos elementos. O método incorpora bombas, válvulas e outros elementos e são diretamente incorporados, mudando-se apenas os valores da matriz Jacobiana.

Zarghamee (1971) desenvolveu um modelo matemático para análise de redes consistindo de condutos, bombas, válvulas redutoras de pressão e reservatórios. O trabalho dá uma descrição do comportamento de vários componentes de um sistema de distribuição de água. Os componentes hidráulicos são governados por diferentes equações que relacionam as vazões com as pressões. A variação da energia líquida fornecida por uma bomba com vazão  $q$  depende do tipo da bomba e da energia do sistema. Muitas bombas são operadas por torques ou velocidades constantes, e outras, onde a velocidade é controlada para produzir um aumento de energia constante. Em geral, para cada bomba há uma curva característica que fornece um aumento líquido  $h_p$  de energia em função da vazão através da bomba. As válvulas redutoras de pressão são projetadas para operar em alta pressão de entrada até um certo limite e depois manter uma pressão constante de saída. O pesquisador argumenta que a energia de um reservatório é suposto permanecer constante. Embora o nível da água no reservatório possa variar, essa variação pode ser considerada desprezível e um nível constante é assumido.

Donachie (1974) escreveu um programa para análise de redes, utilizando a técnica de Newton-Raphson modificado no método do ajuste simultâneo das energias. Ele sugere que a equação característica da bomba seja na forma quadrática, representada pela equação (3.10).

$$q = A + Bh + Ch^2 + Dh^3 + Eh^4 \quad (3.10)$$

onde  $q$  é a vazão através da bomba,  $h$  é a energia fornecida pela bomba e  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$  são coeficientes.

Para inclusão de uma válvula redutora de pressão ele argumenta que se a válvula for inserida no nó  $i$ , então a pressão em qualquer nó  $j$  a jusante no tubo  $ij$  não deve ser maior do que a pressão de controle da válvula  $p_{set}$ . Portanto quando a válvula está operando, tem-se uma energia  $p_{set}$  constante a jusante da válvula.

Para rápida convergência é sugerido incorporar a solução em duas fases.

Durante a primeira fase, a válvula é tratada como um nó comum, sendo que no cálculo da vazão do trecho a jusante à válvula, a pressão assumida é a menor pressão entre a pressão de entrada da válvula ( $p_i$ ) e a sua pressão de controle ( $p_{set}$ ) e no cálculo da vazão a montante, a pressão assumida é a pressão de entrada da válvula ( $p_i$ ). A primeira fase é continuada até uma precisão de um metro para todos os nós.

Durante a segunda fase, a válvula deve ser tratada com uma energia fixa de controle da válvula ( $p_{set}$ ) sempre que está estiver em operação, ou seja, quando pressão na entrada da válvula ( $p_i$ ) é maior que a sua pressão de controle ( $p_{set}$ ). Para os nós a montante, a válvula é tratada como um nó simples com pressão de entrada ( $p_i$ ) e consumo igual a vazão de saída do nó. Segundo o pesquisador, a introdução de bombas e válvulas redutoras de pressão dentro da rede afeta grandemente a convergência de programas digitais baseado no método de Newton-Raphson.

Jeppson & Tavallale (1975) adicionaram bombas e reservatórios na análise de redes para estudar o comportamento da convergência pelo método da teoria linear. Eles propuseram uma formulação eficiente transformando as variáveis do movimento da bomba.

Jeppson & Davis (1976) apresentaram um eficiente método para incorporar válvulas redutoras de pressão em redes para diversas situações e formulações. Segundo os pesquisadores, uma válvula redutora de pressão é projetada para manter uma pressão constante a jusante independentemente da pressão a montante da válvula. As exceções para essa ocorrência são:

- 1) Se a pressão a montante torna-se menor do que a pressão de controle da válvula, a válvula não funciona ou não tem efeito no movimento e a análise procede como se nenhuma válvula estivesse presente.

- 2) Se a pressão a jusante excede a pressão de controle da válvula como que se a válvula não estivesse presente, a vazão estaria em direção oposta. Nesse caso a válvula redutora de pressão age como uma válvula de retenção prevenindo o movimento inverso.

A análise de redes contendo válvulas redutoras de pressão deve determinar se a válvula está operando no modo normal ou se uma das exceções ocorre, e então aplicar técnicas apropriadas para obter uma solução válida.

Na análise de válvulas redutoras de pressão pelo método do ajuste simultâneo das vazões, as equações da continuidade são idênticas àquelas que seriam escritas se as válvulas não estivessem presentes e as equações de energia são escritas depois que os circuitos são formados imaginando-se que os tubos que contém as válvulas são desconectados e as válvulas substituídas por um reservatório artificial com uma energia constante e equivalente a pressão de controle da válvula. Se durante o processo de obtenção da solução, a vazão no tubo contendo a válvula torna-se negativa, a válvula se fecha e a vazão no tubo não é mais uma incógnita pois assume valor zero e portanto a energia imediatamente a jusante da válvula torna-se uma incógnita. O mesmo sistema de equações é resolvido como que quando a válvula opera normalmente, exceto pela troca das variáveis incógnitas.

No método de ajuste simultâneo das energias, o sistema de equações de incógnitas  $h$  (equações dos nós) para redes contendo válvulas redutoras de pressão é idêntico ao sistema que seria escrito se as válvulas não estivessem presentes, com exceção daqueles termos originados dos tubos contendo as válvulas. Esses tubos são separados nos locais das válvulas com energias  $h_{set}$  e  $h_v$  fixadas imediatamente à jusante e a montante da válvula respectivamente. As funções que não contém os tubos com válvulas são idênticas como que se elas não existissem e as funções que contém os tubos com válvulas, há uma mudança no cálculo das perdas de carga que estão agora relacionadas com as energias  $h_v$ ,  $h_{set}$  e as respectivas resistências dos trechos a montante e a jusante. Nesse caso o número de incógnitas aumenta apesar das pressões de controle das válvulas  $h_{set}$  conhecidas. As equações adicionais necessárias são obtidas notando que as perdas de carga a jusante e a montante às válvulas são proporcionais as resistências do tubo respectivamente, e podem ser observadas na equação (3.11).

$$\frac{h_i - h_v}{h_{set} - h_j} = \text{cte} \quad (3.11)$$

Como essa equação é linear,  $h_v$  deve ser resolvida diretamente e substituída nas funções dos nós em que ela aparece, tal que somente as incógnitas originais sejam usadas na solução da rede.

Se na obtenção da solução, resultar em  $h_{set} < h_j < h_i$ , a válvula se fecha e  $h_v = h_i$  e  $h_{set} = h_j$ . Nessa situação, o sistema continua com o mesmo número de incógnitas originais e a solução é possível. Se na obtenção da solução, resultar em  $h_j < h_i < h_{set}$ , a solução é obtida como se a válvula não existisse.

Os pesquisadores argumentam que a introdução de válvulas redutoras de pressão em uma rede geralmente não tem efeito significativo no aumento do número de iterações e tempo de execução requeridos para obter a solução, ou seja, a introdução de válvulas redutoras de pressão não reduz a eficiência computacional.

Dodge *et al.* (1978) escreveram um programa usando o método de ajustes simultâneos das energias e a técnica de Newton-Raphson para a análise de grandes redes com bombas, reservatórios, válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão e outros elementos hidráulicos.

A equação da continuidade para qualquer nó de uma rede em termos das energias nos nós e resistências dos tubos pode ser dada pela equação (3.12).

$$F_j = \frac{\sum y_{ij}(h_i - h_j)}{|h_i - h_j|^{0,46}} + Q_j \quad \text{com} \quad q_{ij} = \frac{y_{ij}(h_i - h_j)}{|h_i - h_j|^{0,46}} \quad (3.12)$$

onde  $F_j$  é a função da continuidade no nó  $j$ ,  $h_i$  e  $h_j$  são as energias nos nós  $i$  e  $j$  respectivamente,  $Q_j$  é o consumo no nó  $j$ ,  $y_{ij}$  é a resistência do tubo  $ij$  que depende da rugosidade, diâmetro e comprimento. O termo  $Q_j$  pode incluir demandas fixas ou variáveis de bombas por exemplo. Eles sugerem que a curva característica de uma bomba centrífuga seja definida pela equação (3.13).

$$h_b = A - Bq - Cq^2 - Dq^3 \quad (3.13)$$

onde  $h_b$  representa a energia fornecida pela bomba à vazão  $q$ , e os coeficientes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são determinados da curva característica da bomba.

A equação da energia num trecho  $ij$  com uma bomba pode ser dada pela equação (3.14).

$$h_i + A - Bq - Cq^2 - Dq^3 - \left( \frac{q}{y_{ij}} \right)^{1.85} = h_j \quad (3.14)$$

onde  $h_i$  e  $h_j$  representam as energias nos terminais do trecho  $ij$  e  $\left( \frac{q}{y_{ij}} \right)^{1.85}$  representa todas as perdas no trecho. Quando  $h_j$  é desconhecido, um conjunto de valores são testados a cada iteração e deste modo a equação de energia pode ser resolvida para  $q$  por sucessivas aproximações usando a técnica de Newton-Raphson. Essa vazão  $q$  é então adicionada no termo  $Q_j$ .

Para uma rede com aspersores, a água deixa o sistema de acordo com a relação de descarga do orifício, conforme equação (3.15).

$$q_j = K_{1j} (h_j - z_j)^{0.5} \quad (3.15)$$

onde  $K_{1j}$  é o coeficiente de vazão e  $Z_j$  é a elevação do aspersor em relação ao mesmo referencial de  $h_j$ . Da mesma forma que para bombas, o valor de  $h_j$  é disponível a cada iteração. O valor de  $q_j$  com sinal negativo é adicionado então a  $Q_j$ .

Inicialmente, o valor da energia é adotada para cada nó, onde a energia é desconhecida. Quando a energia é conhecida, o valor correto é assumido.

No cálculo das derivadas parciais da matriz Jacobiana, o desequilíbrio do movimento em qualquer nó é dado pela derivada parcial apresentada na equação (3.16).

$$\frac{\partial F_j}{\partial h_i} = 0,54 \frac{y_{ij}}{|h_i - h_j|^{0,46}} \quad (3.16)$$

A equação (3.17) mostra a taxa de mudança do movimento em um nó em relação ao próprio nó.

$$\frac{\partial F_j}{\partial h_j} = - \sum_{i \neq j} \frac{\partial F_j}{\partial h_i} \quad (3.17)$$

A derivada parcial em um trecho  $ij$  que contem uma bomba está na equação (3.18).

$$\frac{\partial F_i}{\partial h_j} = \frac{1}{\frac{1,85q^{0,85}}{y_{ij}^{1,85}} + B + 2Cq + 3Dq^2} \quad (3.18)$$

A presença de um aspersor no nó requer a adição de um termo, expresso na equação (3.19).

$$\frac{\partial F_j}{\partial h_j} = -\sum_{i \neq j} \frac{\partial F_j}{\partial h_i} - \frac{K_{1j}(h_j - z_j)^{-0,5}}{2} \quad (3.19)$$

Portanto a equação matricial é apresentada na equação (3.20).

$$\left[ \frac{\partial F_j}{\partial h_i} \right] [\Delta h_j] = [-F_j] \quad (3.20)$$

As válvulas de retenção ou as válvulas redutoras de pressão requerem uma programação especial para produzir as condições de vazões e energias desejadas para os nós e tubos envolvidos. Para as válvulas de retenção que permitem movimento somente numa direção, a válvula opera aberta se o movimento está na direção especificada, se não ela é fechada. Essas condições são dependentes das energias dos nós terminais do trecho. As válvulas redutoras de pressão possuem uma energia de controle  $h_{set}$  especificada. As válvulas podem estar situadas nos terminais de jusante ou de montante de um tubo.

Chandrashekar (1980) apresentou modelos simples e fáceis de implementar ou incorporar válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão e boosters em programas desenvolvidos em computadores digitais baseados nos conceitos da teoria dos grafos. Esses modelos são particularmente desejáveis quando a análise de redes é feita para o cálculo simultâneo das energias e são semelhantes ao modelo dos tubos facilitando a incorporação na matriz Jacobiana e nas funções.

### 3.3 Projetos otimizados de redes de distribuição de água

Alperovits & Shamir (1977) definiram o problema de otimização de projetos de rede de distribuição de água por gravidade como a busca de uma combinação de diâmetros de tubos que resulte num custo mínimo e que atenda às restrições hidráulicas do sistema. Eles desenvolveram uma abordagem simplificada de otimização de projetos de rede de distribuição de água reduzindo a complexidade da natureza não linear original do problema e a solução foi obtida através da decomposição hierárquica do mesmo. As vazões na rede foram consideradas como sendo as variáveis primárias. Para cada situação de demanda as variáveis de decisão

(que são os diâmetros dos tubos, capacidade das bombas, localização das válvulas, elevação dos reservatórios e ponto de funcionamento de bombas e válvulas para cada carregamento) foram otimizadas por programação linear. A análise final da solução encontrada na programação linear forneceu as informações necessárias à obtenção do gradiente do custo total, considerando as mudanças na distribuição de vazão. O gradiente foi usado para alterar as vazões, de forma que o ótimo local fosse obtido.

Este método mostrou-se aplicável para sistemas reais complexos e uma de suas principais características foi trabalhar com diversas situações de carregamento simultaneamente. As decisões operacionais foram incluídas explicitamente na fase de projeto, tendo como resultado uma solução hidraulicamente viável para cada carregamento. A cada iteração, o conjunto solução se aproximava da solução ótima, obtendo-se uma solução otimizada, mesmo que o procedimento fosse interrompido prematuramente.

No trabalho de Alperovits & Shamir (1977), assim como em alguns trabalhos que se seguiram, a função objetivo contempla apenas custos de construção e operação. No entanto, não há impedimentos em se considerar outros aspectos, tais como desempenho e aproveitamento.

No procedimento de busca utilizado neste método, ótimos locais foram obtidos e vários pontos de partida foram testados para que não fosse descartado um projeto melhor. O mecanismo de busca se valeu de vários processos heurísticos cuja eficiência no uso requereu experiência do projetista. A vazão de entrada e saída do reservatório foi fixada para cada um dos carregamentos, assegurando uma operação adequada dos reservatórios, não incluindo, porém, a capacidade dos mesmos como variável de decisão. Esta abordagem foi ainda adotada e subseqüentemente melhorada por muitos pesquisadores tais como Quindry em 1981; Goulter e Morgan em 1985; Fujiwara e Khang em 1990 (Savic & Walters, 1997).

Nos problemas de otimização podem ser incluídos também os dimensionamentos ou seleção de válvulas, bombas e reservatórios. O escoamento é considerado permanente ao longo da rede, podendo, no entanto, ser considerada mais de uma situação de demanda. Os engenheiros durante a elaboração do projeto de uma rede nova ou de uma ampliação de rede existente devem ainda garantir que a solução definida atenda adequadamente as variações de demanda nas diversas situações de carregamento, tais como atendimento da vazão máxima de projeto, vazão diária média, períodos de vazão mínima, onde os reservatórios de sobras serão abastecidos.

O procedimento tradicional em projetos de engenharia, descrito por Walski em 1985, é o de usar um modelo de simulação de rede de distribuição de água para validar soluções promissoras e obter a mais adequada por um sistema de tentativa e erro. O custo de algumas das melhores alternativas é então calculado para se chegar à solução recomendada. Uma outra abordagem, descrita por Gessler em 1985, também usando um modelo de simulação de rede baseava-se na enumeração de um limitado número de alternativas. Em seu trabalho, Gessler utiliza testes que eliminam soluções menos adequadas, evitando que elas sejam avaliadas por um modelo de simulação hidráulica (Savic & Walters, 1997).

Diversos pesquisadores procuraram desenvolver sistemáticas que dessem maior confiabilidade ao processo. O projeto de redes de distribuição de água visto como um problema de otimização de menor custo levou a resultados impraticáveis tais como os obtidos por Goulter (1987) que sugeriu que o projeto de mínimo custo para determinada configuração de rede e uma única situação de carregamento é uma rede ramificada. Na prática, porém, a rede malhada é essencial à operacionalização dos atuais sistemas de distribuição, uma vez que eles fornecem um caminho alternativo para o abastecimento quando da ocorrência de falhas ou reparos na rede, além de evitar a ocorrência de “pontas mortas” onde não se consegue garantir a qualidade da água de abastecimento (Savic & Walters, 1997).

Até meados da década de 80, grande parte das pesquisas baseava-se na aplicação de técnicas determinísticas de otimização (incluindo programação linear, programação dinâmica e programação não linear) ao projeto de redes de distribuição de água. Nesta época, porém, as técnicas estocásticas de otimização (tais como algoritmos genéticos e *simulated annealing*) começaram a ser estudadas e aperfeiçoadas, demonstrando ter sua aplicação adequada em grandes problemas combinatórios.

Os algoritmos genéticos (AG's) são teoricamente providos de busca válida e robusta nos espaços complexos. Esta técnica se mostrou bastante adequada à solução de problemas de otimização. Projetistas de sistemas artificiais na engenharia verificaram em seus trabalhos a robustez, a eficiência e a flexibilidade de sistemas biológicos. Estes algoritmos são computacionalmente simples e não limitam hipóteses restritivas no seu espaço de busca (Goldberg, 1989). Uma apresentação mais detalhada deste assunto está contida no item 3.4 deste trabalho.

### **3.4 Algoritmos genéticos - aplicações**

Os algoritmos genéticos (AG's), que são provavelmente o tipo mais conhecido de programação evolucionária, são definidos como técnicas de otimização estocásticas, que imitam matematicamente os mecanismos de evolução natural das espécies, compreendendo processos da genética das populações e da sobrevivência e adaptação dos indivíduos (Gen & Cheng, 1997).

A otimização estocástica designa a família de técnicas de otimização na qual o espaço de busca é “vasculhado”, através da geração de candidatos à solução com o auxílio de um gerador de números pseudo-aleatório. Conforme o processamento progride, a distribuição de probabilidade pela qual um novo candidato à solução é gerado pode mudar, baseando-se nos resultados obtidos no início do processamento. Devido a esta natureza estocástica não há garantia que o ótimo global seja obtido utilizando-se AG's, porém a aplicação desta técnica em diversos tipos de problemas apresentou uma alta taxa de sucesso na obtenção de boas soluções.

A teoria que deu origem aos AG's foi proposta por Holland em 1975 (Goldberg, 1989) e aperfeiçoada por Goldberg (1989) e outros pesquisadores na década de 80. A analogia com a natureza é estabelecida a partir da criação por computador de um conjunto de soluções ao qual dá-se o nome de população. Cada indivíduo desta população é representado por um conjunto de valores que descreve completamente as variáveis da solução. Cada indivíduo desta população, intuitivamente denominado "cromossomo", constitui uma possível representação completa de solução para o problema. O cromossomo é um vetor, cujas características ou "genes" podem ser codificadas através de uma representação binária (caracteres podem ser 0's ou 1's). Por exemplo, a solução de uma função com duas variáveis  $x = (x_1, x_2)$ , pode ser representada por um cromossomo binário de 8 bites: 1001 0011 (ou seja, quatro bites para cada parâmetro,  $x_1 = 1001$ ,  $x_2 = 0011$ ). Neste ponto deve-se ressaltar que nem todos os programas evolucionários restringem a representação ao alfabeto binário, o que faz com que haja maior flexibilidade e aplicabilidade a uma grande variedade de problemas de tomada de decisões.

Cada indivíduo desta população inicial é então avaliado e os que representarem melhores valores satisfazendo a função objetivo serão então alterados e servirão de base para gerar uma nova população. Em resumo, para obtenção dos “descendentes” de uma geração são aplicados três tipos de operadores: seleção, recombinação e mutação. A seleção consiste na escolha dos cromossomos da população que serão selecionados para a reprodução e, em

média, os cromossomos mais aptos produzem mais descendentes do que os menos aptos. A recombinação oferece um intercâmbio de sub-partes de dois cromossomos, imitando de forma grosseira a recombinação que ocorre entre dois cromossomos biológicos. Finalmente a mutação permite a mudança aleatória do valor do alelo em uma determinada posição do cromossomo.

Este algoritmo se vale do processo de aprendizado coletivo entre indivíduos de uma população, sendo que cada um destes indivíduos representa uma solução possível dentro do espaço de busca de potenciais soluções. Estas soluções têm sua potencialização a partir do princípio teórico do paralelismo implícito, no qual soluções com alto grau de adequação recebem mais “descendentes” nas sucessivas gerações levando a uma população de melhores resultados (Savic e Walters, 1997).

Segundo Goldberg (1987) os algoritmos genéticos diferem da maioria dos métodos tradicionais de busca e otimização de quatro maneiras: trabalham não só com os parâmetros propriamente ditos, mas também com a codificação dos parâmetros; trabalham a partir de um grupo de soluções, não com solução única; utilizam diretamente a função objetivo e não suas derivadas ou outro conhecimento auxiliar; utilizam regras probabilísticas e não regras determinísticas.

A partir dos primeiros trabalhos de Holland e Goldberg, os AG's têm demonstrado claramente sua capacidade de atingir boas soluções otimizadas, em casos de funções multimodais, descontínuas e não diferenciáveis (Savic e Walters, 1997), tais como as resultantes da escolha de bombas e sua localização em sistemas de distribuição extensos e complexos, do estabelecimento de pontos de operação para reservatórios de água, bombas de recalque e válvulas de pressão, da localização e dimensionamento de sistemas de reservação que resultem em reserva de incêndios e de emergência mais eficiente.

Um dos primeiros trabalhos aplicando o método à otimização de tubulações foi proposto pelo próprio Goldberg & Kuo (1987). Em seu trabalho, foram examinados os mecanismos, robustez e aplicações dos algoritmos genéticos em um problema na busca de alternativas operacionais de um conjunto de 40 bombas instaladas em uma tubulação em série. O procedimento de trabalho, que ao invés de trabalhar com os parâmetros, operou com a codificação dos mesmos, comprovou a independência do método evitando enganos e tendências pré-existentes. O método não depende da continuidade do espaço de busca e

trabalhando a partir de uma população de pontos, demonstrou ter uma perspectiva mais global que muitos procedimentos de otimização da engenharia.

Outros pesquisadores, tais como Hadji e Murphy em 1990; Duan, Mays e Lansey em 1990; e Sved, Schmik e Simpson em 1991, entre outros, consolidaram a aplicação dos algoritmos genéticos na otimização de redes de distribuição de água (Simpson *et al.* 1994).

Simpson *et al.* (1994) elaboraram um trabalho visando comparar esta técnica a outras de aplicação tradicional. Neste trabalho foi apresentada a metodologia para aplicação da técnica dos algoritmos genéticos na otimização de redes de distribuição de água. Os valores de diâmetros comercialmente disponíveis para os tubos utilizados pelos algoritmos genéticos foram selecionados como seqüências binárias. Foram usados três operadores dos algoritmos genéticos: seleção, recombinação, e mutação.

Os resultados obtidos a partir da técnica dos algoritmos genéticos foram comparados com a de enumeração completa e programação não linear. A completa enumeração de soluções pode apenas ser usada em redes com poucos tubos. Por exemplo, considere uma rede de 20 trechos e um conjunto de 10 diâmetros discretos. O espaço total de soluções para este problema é igual a  $10^{20}$  diferentes combinações. Mesmo que 1.000.000 combinações possam ser validadas por segundo, mais de 3.000.000 de anos de processamento serão necessários para a completa análise.

A otimização não linear é uma técnica efetiva quando aplicada a uma rede pequena e devem ser considerados os erros que a conversão da solução contínua para diâmetros discretos podem gerar. O método da programação não linear gera apenas uma solução.

Os AG's geram uma classe completa de alternativas de soluções próximas ao ponto ótimo. Uma destas alternativas pode efetivamente ser superior à solução ótima, baseando-se em aspectos não quantitativos, tais como confiabilidade, critérios de qualidade da água e operação da rede. Este é o maior benefício do método dos algoritmos genéticos. A técnica dos algoritmos genéticos em sua gênese e posteriormente em seu desenvolvimento pode proporcionar um aperfeiçoamento nesta busca para problemas práticos. Resultados apresentados no artigo mostraram que os AG's são eficientes na busca da mais próxima ou da melhor solução para o caso das redes estudadas (Simpson *et al.* 1994).

A sistematização da aplicação dos AG's à solução do problema de projeto de redes de distribuição de água de mínimo custo levou ao desenvolvimento do modelo computacional GANET, desenvolvido por Savic & Walters (1997). Os algoritmos genéticos, quando

comparados às técnicas convencionais de otimização, possuem a vantagem de não necessitar que seja assumida a linearização ou o cálculo de derivadas parciais, além de evitar instabilidades numéricas associadas à inversão de matrizes. Sua aplicação à faixa de soluções é global, reduzindo o risco de assumir erroneamente um mínimo local como mínimo global e desvinculando a dependência existente da solução ao ponto inicial assumido no processo.

Outros pesquisadores também aplicaram os algoritmos genéticos visando à otimização de projetos de redes, sugerindo técnicas e adaptações que reduzissem o tempo de processamento dos AG's e o número de gerações necessárias para se obter a solução otimizada. Assim, Dandy *et al.* (1996) desenvolveram um algoritmo genético aperfeiçoado. O AG proposto utiliza uma variável de potencialização (*variable power scaling*) para adequação da função objetivo. O expoente introduzido na função objetivo tem sua magnitude ampliada a medida que o processamento do AG se desenvolve. Foi ainda adicionado um operador de mutação acessório à mutação simples comumente usada. Finalmente, em substituição ao código binário foi usado o “*gray code*” para representar o conjunto de variáveis de decisão que deram origem ao projeto de rede de distribuição de água.

Com o objetivo de acelerar a convergência, Montesinos *et al.* (1999) propuseram modificações no processo de mutação e seleção de um algoritmo genético simples. Em cada geração, soluções são eliminadas e as selecionadas são classificadas para a recombinação. A cada nova solução, foi permitido efetuar no máximo uma mutação.

Em particular na área de redes de distribuição de água, a utilização dos algoritmos genéticos tem trazido significativas contribuições para a escolha e definições de variáveis de projeto, tais como localização de válvulas e ponto de funcionamento de bombas, etc. Reis *et al.* (1997) apresentaram um trabalho utilizando a técnica dos AG's abordando o problema da localização apropriada das válvulas de controle em uma rede de distribuição de água, para se obter a máxima redução nas perdas numa determinada situação de demanda e nível de reservatório.

Gambale (2000) apresentou uma revisão bibliográfica, uma análise crítica dos modelos de otimização e dos algoritmos de calibração de redes de distribuição de água até então desenvolvidos, comparando-os à técnica dos algoritmos genéticos.

Silva *et al.* (2001) realizaram uma aplicação do método para a seleção de locais para coleta de dados de campo com o propósito de calibração de modelos de redes de distribuição de água. O método foi aplicado em uma rede hipotética e em um setor da rede de distribuição

de água da cidade de São Carlos/SP. Os resultados obtidos para a rede teórica mostraram-se consistentes, mesmo partindo de estimativas distintas para os coeficientes de rugosidade a serem determinados pela calibração. Para uma rede real foram obtidos resultados coerentes com os apresentados no trabalho original.

Com o objetivo de minimizar as perdas físicas de água em redes de distribuição de água, foi aplicado em São Carlos/SP, por Caliman *et al.* (2001) o método dos algoritmos genéticos para a determinação dos parâmetros do modelo hidráulico pressão x vazamento a um sub-setor da rede da cidade. A determinação dos referidos parâmetros foi realizada através do modelo inverso de minimização das diferenças entre valores observados em campo e previstos através de simulação hidráulica.

Celeste *et al.* (2001) aplicaram a técnica dos algoritmos genéticos para a calibração automática do modelo de precipitação-vazão *Tank Model* para a bacia do rio Ishite, localizada na cidade de Matsuyama, província de Ehime, no Japão. Todos os catorze parâmetros do modelo foram otimizados e os resultados indicaram que os AG's são eficazes e robustos na calibração do *Tank Model*.

Gameiro (2003) aplicou a técnica dos algoritmos genéticos em projetos de rede de distribuição de água, avaliando a qualidade do conjunto de soluções produzido pelo algoritmo e comparando os resultados obtidos quanto ao custo, permitindo escolher a alternativa mais adequada com similaridade de preços.

Desprende-se desta revisão bibliográfica que o estado da arte continua avançando, que vários modelos matemáticos tem sido desenvolvidos para a análise e controle de sistemas de abastecimento de água, e que um número significativo de aperfeiçoamentos tem sido feitos em anos recentes.

## 4. METODOLOGIA

O projeto de um sistema de distribuição de água é geralmente visto como um problema de otimização de menor custo, com os diâmetros da tubulação sendo as variáveis de decisão. O traçado da rede, suas interligações, demandas e a pressão mínima requerida nos nós são os elementos conhecidos. A aplicação prática do método de otimização consiste na utilização simultânea, porém independente, de um modelo de simulação com componentes hidráulicos a um modelo de otimização. Este modelo gera um conjunto de diâmetros e passa estas informações, juntamente com uma determinada condição de demanda, para um simulador, que resolve as equações hidráulicas e determina os valores das pressões nos nós e de vazões nos trechos. Estes resultados retornam então para o modelo de otimização para avaliação das condições de pressão e vazão resultantes. Os valores dos diâmetros são então modificados para que seja obtida uma solução de menor custo e o processo se repete até que o critério de parada seja atingido (Lansey, 1999). O modelo de simulação com componentes hidráulicos a ser utilizado neste trabalho baseia-se no método de análise de redes com ajuste simultâneo das energias apresentado por Souza (1994), a partir da formulação original proposta por Nielsen (1989), onde os métodos da teoria linear e Newton-Raphson são combinados. Este modelo é apresentado no item 4.1.

As aplicações de cada componente hidráulico, suas condições de funcionamento e equações características são baseados nas considerações apresentadas por Souza (1994) e serão expostas no item 4.2.

O custo de implantação de uma rede de distribuição de água é o critério de maior relevância na verificação da viabilidade de um empreendimento. O problema da otimização proposto é não linear, pois além de atender aos critérios de mínimo custo, deve satisfazer as condições hidráulicas de funcionamento do sistema, tais como vazão transportada, velocidade máxima nos tubos, pressão de trabalho mínima nos nós. Tubos para abastecimento de água são fabricados em uma série de valores discretos de diâmetros, os chamados diâmetros comerciais, o que introduz uma dificuldade adicional à busca do projeto ótimo. Essas considerações e critérios adotados para a otimização de projetos de redes de distribuição são apresentados no item 4.3.

Para solucionar o problema de otimização com precisão, algoritmos computacionais têm imitado princípios da natureza e vem se mostrando viáveis em certas áreas de aplicação.

Entre eles, os algoritmos genéticos, uma subclasse dos métodos de busca evolutivos-artificiais, baseado na seleção natural e em mecanismos de genética populacional denominados programas evolucionários (EP's) (Michalewicz, 1992). Os algoritmos genéticos vasculham o espaço de busca, escolhendo aleatoriamente soluções, que serão combinadas sucessivamente, tendo seus resultados melhorados geração a geração através da imitação de mecanismos biológicos. A aplicação deste método é apresentada no item 4.4.

E finalmente, a rede exemplo e o material computacional a ser utilizado para as simulações do modelo estão nos itens 4.5 e 4.6.

#### 4.1 Modelo de simulação hidráulica

As equações hidráulicas básicas que descrevem o movimento em redes são equações algébricas não lineares que não podem ser resolvidas pelos métodos da álgebra linear. Muitos algoritmos têm sido propostos para resolver essas equações e essas técnicas são largamente usadas.

Um desses métodos é o de análise de redes com ajuste simultâneo das energias. Esse método é baseado na solução simultânea das equações básicas dos nós e requer uma linearização dessas equações em termos dos valores aproximados das energias, gerando um conjunto de  $n$  equações lineares, onde  $n$  é o número de nós. Essas equações são facilmente resolvidas admitindo-se um valor inicial de energia em cada nó e resolvendo-se as equações linearizadas simultaneamente para obter os aperfeiçoamentos das energias nos nós, repetindo-se esse procedimento até os cálculos subseqüentes satisfazerem o critério de precisão.

O método iterativo de Newton-Raphson foi usado para resolver problemas de sistemas de distribuição de água e baseia-se em achar um novo conjunto de aperfeiçoamentos ou correções para os valores das incógnitas em cada iteração. Os aperfeiçoamentos são calculados do termo de primeira ordem de uma expansão de Taylor sobre o argumento atual da solução. O método de Newton-Raphson está representado geometricamente na figura 4.1.

O valor de  $x^*$ , na equação (4.1) é a solução procurada.

$$f(x)_{x=x^*} = f(x^*) = 0 \quad (4.1)$$

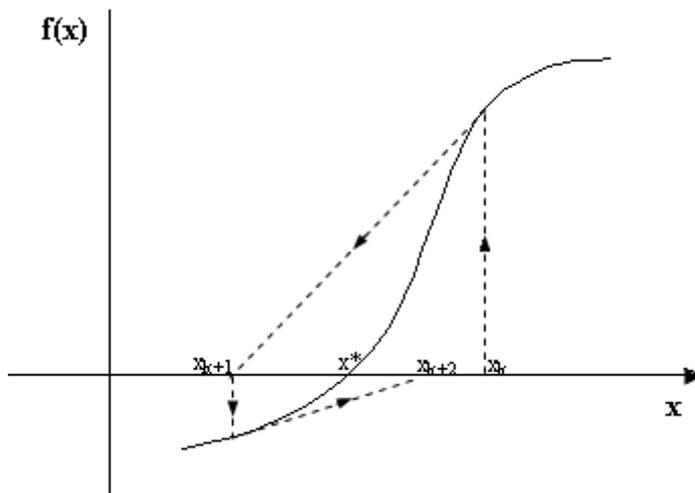


Figura 4.1 - Interpretação gráfica do método de Newton-Raphson.

Para a  $k$ -ésima iteração a aproximação para  $x^*$  é denotada por  $x_k$ . A iteração seguinte é dada pela equação (4.2).

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k = x_k - \frac{f(x_k)}{df(x_k)/dx} \quad (4.2)$$

onde  $df(x_k)/dx$  é a derivada de  $f(x)$  avaliada em  $x_k$ .

A equação para o  $k$ -ésimo aperfeiçoamento  $\Delta x_k$ , pode ser escrita conforme equação (4.3).

$$f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x = 0 \quad (4.3)$$

onde  $f(x)$  e sua derivada são avaliadas usando o valor atual de  $x$ .

Quando há  $n$  equações para satisfazer  $f_1(x_1, \dots, x_n) = 0$ , ...,  $f_n(x_1, \dots, x_n) = 0$  e  $n$  incógnitas  $(x_1, \dots, x_n)$  para serem resolvidas, o conjunto de  $n$  aperfeiçoamentos  $(\Delta x_1, \dots, \Delta x_n)$  é a solução do conjunto de  $n$  equações lineares simultâneas, representada na equação (4.4).

$$f_j(x_1, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \Delta x_i = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.4)$$

Nielsen (1989) propôs uma formulação para resolver problemas de redes pelos métodos lineares e não lineares baseado na teoria dos grafos. A seguir são apresentados detalhes da formulação proposta.

Considere-se um movimento permanente de água ou gás em uma rede com  $m$  tubos,  $r$  reservatórios e  $n$  nós interiores. As grandezas conhecidas são: comprimento, diâmetro e material dos tubos, vazões de projeto (demanda) nos nós interiores ( $Q_1, \dots, Q_n$ ) e energia nos reservatórios ( $h_{n+1}, \dots, h_{n+r}$ ). As grandezas desconhecidas são: energia nos nós interiores ( $h_1, \dots, h_n$ ) e vazões nas canalizações ( $q_1, \dots, q_m$ ). Sendo o tubo  $i$  conectado com os nós  $J_{i,1}$  e  $J_{i,2}$  ( $J_{i,2} > J_{i,1}$ ) e a vazão  $q_i$  positiva quando a direção do movimento é do nó  $J_{i,2}$  para o nó  $J_{i,1}$ , a equação da continuidade, apresentada na equação (4.5), é aplicada para cada nó interior.

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} q_i = Q_j \quad j = 1, \dots, n \quad (4.5)$$

onde  $a_{ij} = 1$  quando  $j$  é um nó absorvente;  $a_{ij} = -1$  quando  $j$  é um nó não absorvente e  $a_{ij} = 0$  para outra situação.

A equação (4.6), de perda de carga, é aplicada para cada circuito:

$$d_i q_i = H_i \quad i = 1, \dots, m \quad (4.6)$$

onde  $H_i = h_{j_{i2}} - h_{j_{i1}}$ ;  $h_{j_{i1}}$  e  $h_{j_{i2}}$  são as energias nos nós do tubo  $i$ ;  $m$  é o número de total de trechos e  $d_i$  é o coeficiente de resistência do tubo  $i$ .

A resistência ao movimento  $d_i$  pode ser expressa em termos de  $q_i$ , equação (4.7), ou  $H_i$ , conforme equação (4.8).

$$d_i = K_i |q_i|^{\alpha-1} \quad (4.7)$$

$$d_i = K_i^\beta |H_i|^{1-\beta} \quad (4.8)$$

onde  $\beta = 1/\alpha$ ;  $K_i$  é o coeficiente do tubo (dependendo do comprimento, diâmetro, material do tubo e fluido);  $\alpha$  é o expoente compreendido no intervalo  $1,8 \leq \alpha \leq 2,0$ .

Para facilitar o desenvolvimento, formula-se o problema em termos de vetores e matrizes, conforme equações (4.9), (4.10), (4.11), (4.12) e (4.13).

$$Q = [Q_1, \dots, Q_n]^t \quad (4.9)$$

$$h_r = [h_{n+1}, \dots, h_{n+r}]^t \quad (4.10)$$

$$x = \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$q = [q_1, \dots, q_m]^t \quad (4.12)$$

$$h = [h_1, \dots, h_n]^t \quad (4.13)$$

onde t denota a transposta de um vetor.

Definindo a matriz A de ordem  $m \times n$  composta pelos elementos  $a_{ij}$  dos nós interiores, a matriz  $A_r$  de ordem  $m \times r$  composta pelos elementos  $a_{ij}$  dos nós com reservatórios, e a matriz  $\bar{A}$  de ordem  $m \times (n+r)$  composta pelas matrizes A e  $A_r$ .

A equação da conservação de energia é representada pela equação (4.14).

$$H_i = -\sum_{j=1}^{n+r} a_{ij} h_j \quad (4.14)$$

onde H denota a transposta de um vetor, conforme equação (4.15).

$$H = [H_1, \dots, H_m]^t \quad (4.15)$$

A teoria dos grafos é apresentada na equação (4.16), que origina a equação (4.17).

$$H = -Ah - A_r h_r \quad (4.16)$$

$$Dq + Ah = -A_r h_r \quad (4.17)$$

onde D, representado pela equação (4.18), é expresso em termos de q ou em termos de H.

$$D = \text{diag}[d_1, \dots, d_m] \quad (4.18)$$

A partir da equação 4.5, origina-se a equação (4.19) e finalmente o sistema de equações para determinação de x pode ser escrito pela equação (4.20).

$$A^t q = Q \quad (4.19)$$

$$\begin{bmatrix} D(x) & A \\ A^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_r h_r \\ -Q \end{bmatrix} = 0 \quad (4.20)$$

onde  $D(x) = \text{diag}[d_1(x), \dots, d_m(x)]$ .

A equação do movimento (4.17) é linear em q. Supondo  $H_i$  diferente de zero, ou seja,  $d_i$  diferente de zero, tal que D é não singular e multiplicando a equação (4.17) por  $A^t D^{-1}$  e subtraindo isto da equação (4.19), a solução é dada pela equação (4.21).

$$A^t D^{-1} A h + A^t D^{-1} A_r h_r = -Q \quad (4.21)$$

onde  $D^{-1} = \text{diag}[1/d_1(h), \dots, 1/d_m(h)]$ .

Esse sistema é não linear de  $n$  equações com incógnita  $h$ . Uma vez calculado  $h$ ,  $q$  é facilmente encontrado da equação (4.6).

Quando a expressão (4.8) é usada, é fácil mostrar que o método da teoria linear e o de Newton-Raphson podem ser expressos numa forma comum conforme equação (4.22).

$$h_{k+1} = h_k - \gamma [A^t D_k^{-1} A]^{-1} [Q + A^t D_k^{-1} (A h_k + A_r h_r)] \quad (4.22)$$

onde  $\gamma = 1$  para método da teoria linear e  $\gamma = \alpha$  para Newton-Raphson.

A formulação original em termos das energias proposta por Nielsen (1989) é dada pela equação (4.23). Passando o vetor de energia atual  $h_k$  para o lado esquerdo da formulação obtém-se a equação (4.24) e rearranjando a matriz Jacobiana obtemos um sistema de equações lineares, apresentados na equação (4.25).

$$h_{k+1} = h_k - \gamma [A^t D_k^{-1} A]^{-1} [Q + A^t D_k^{-1} (A h_k + A_r h_r)] \quad (4.23)$$

$$h_{k+1} - h_k = -\gamma [A^t D_k^{-1} A]^{-1} [Q + A^t D_k^{-1} (A h_k + A_r h_r)] = h_{k,k+1} \quad (4.24)$$

$$[A^t D_k^{-1} A] h_{k,k+1} = -\gamma [Q + A^t D_k^{-1} (A h_k + A_r h_r)] \quad (4.25)$$

procedimento para a avaliação do vetor de energias  $h_{k+1}$  no processo iterativo é resumido abaixo:

a) Calcular a estimativa inicial do vetor de energias  $h_0$  de tal forma a satisfazer as equações de energia  $[A^t D_0'^{-1} A] h_0 = -[Q + A^t D_0'^{-1} (A_r h_r)]$  com  $D_0'^{-1} = \text{diag}[K_1^{-1/\alpha}, \dots, K_m^{-1/\alpha}]$ .

b) Calcular a matriz dos coeficientes e o vetor independente do sistema de equações lineares. Note que  $A^t, A, Q, A_r, h_r$  são dados do problema e que  $D_k^{-1}$  é função de  $h_k$ .

c) Resolver o sistema de equações lineares simétrico (4.25), cuja solução é o vetor  $h_{k,k+1}$ .

d) Calcular o vetor de energias  $h_{k+1} = h_{k,k+1} + h_k$ .

e) Repetir os passos (b) a (d) do procedimento até a convergência do processo iterativo.

## 4.2 Modelos de simulação hidráulica com componentes hidráulicos

Os modelos propostos neste trabalho para implementar os principais componentes hidráulicos em um sistema de distribuição de água exploram a economia de tempo computacional e de memória requerida na obtenção da solução. A seguir faz-se uma descrição dos modelos adotados para cada componente hidráulico.

### 4.2.1 Válvulas de retenção

O efeito de uma válvula de retenção é permitir o fluxo somente em uma direção.

Supondo que o fluxo no tubo é do nó  $i$  ao nó  $j$ , conforme figura 4.2, o modelo é igual ao apresentado por Chandrashekar (1980).

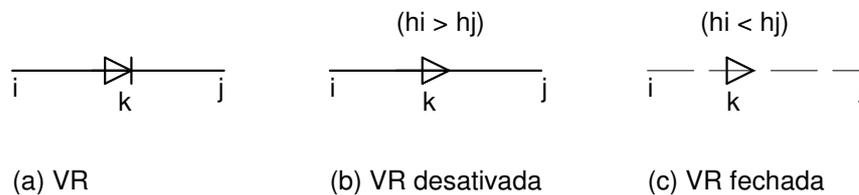


Figura 4.2 - Condição de operação da válvula de retenção.

A orientação da válvula é tal que se  $h_i > h_j$  haverá fluxo, e se  $h_i < h_j$  então a válvula se fechará, isto é equivalente a remover o tubo ou colocar o valor de  $y_k$  igual a zero que resulta em  $q_k$  igual a zero.

### 4.2.2 Válvulas redutoras de pressão

Uma válvula redutora de pressão é projetada para manter uma pressão constante a jusante dela se a pressão de montante for maior que a pressão de controle da válvula  $h_{set}$ . As exceções para essa ocorrência são:

- 1) A válvula age como uma válvula de retenção se a pressão do nó a jusante for maior que a pressão do nó terminal de montante, invertendo o sentido do fluxo, ou se a pressão do nó a jusante for menor que a pressão do nó terminal de montante mas excede a pressão de controle da válvula. Neste caso o modelo de uma válvula de retenção simples pode ser usado.
- 2) A válvula não terá efeito sobre o movimento se a pressão no local da válvula é menor que a sua pressão de controle, com a pressão do nó terminal a montante sendo maior que a pressão do nó de jusante, ou se as pressões nos nós terminais do tubo são

menores do que a pressão de controle da válvula. Neste caso o modelo de um simples tubo pode ser usado.

Considere um tubo k com uma válvula redutora de pressão onde o nó i é suposto ser o nó de montante. Definindo  $y_k = K_k^{-\beta}$  e  $\bar{y}_k = \bar{K}_k^{-\beta}$  como as admitâncias correspondentes aos comprimentos L e  $\bar{L}$  ( $L_j$ ) e,  $h_e$  e  $h_{set}$  como os valores de energia calculado e fixado no local da válvula, então três condições de operação podem ocorrer:

a)  $(h_i < h_j)$  ou  $(h_{set} < h_j < h_i)$

Para a condição mostrada na figura 4.3, a válvula age como uma válvula de retenção. O valor de  $y_k = K_k^{-\beta}$  para o tubo é igual a zero.

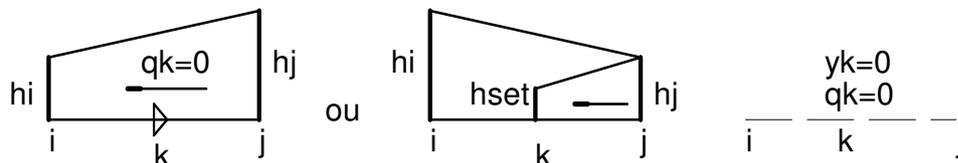


Figura 4.3 - Condição de operação da válvula redutora de pressão como válvula de retenção.

b)  $(h_i > h_{set} > h_j)$  e  $h_e < h_{set}$  ou  $(h_j < h_i < h_{set})$

A válvula redutora de pressão não tem efeito e o modelo de um simples tubo pode ser usado com uma admitância  $y_k = K_k^{-\beta}$  (Fig. 4.4).

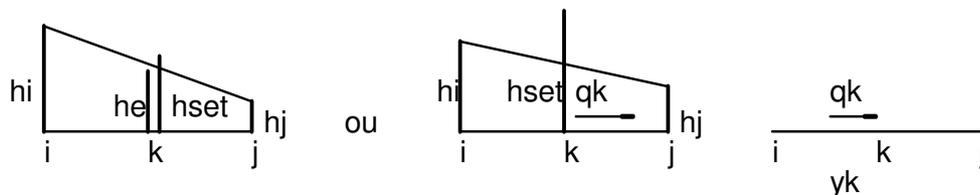


Figura 4.4 - Condição neutra de operação da válvula redutora de pressão.

c)  $(h_i > h_{set} > h_j)$  e  $(h_e > h_{set})$

A válvula redutora de pressão é ativada tal que a energia no nó imediatamente depois da válvula é igual a  $h_{set}$ . A vazão  $q_k$  no tubo é uma função de  $h_{set}$ ,  $h_j$  e  $\bar{y}_k$ . Além disso, a vazão no trecho a montante da válvula é igual a  $q_k$  (Fig. 4.5), apresentado na equação (4.26).

$$q_k = \bar{y}_k (h_{set} - h_j)^\beta = \bar{K}_k^{-\beta} (h_{set} - h_j)^\beta \quad (4.26)$$

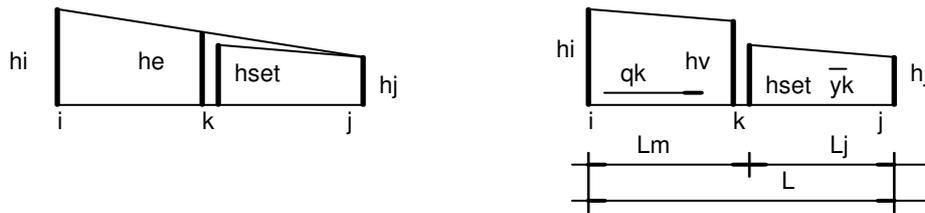


Figura 4.5 - Condição de operação ativa da válvula redutora de pressão.

onde  $h_v$  é representado na equação (4.27).

$$h_v = h_i - (h_{set} - h_j) \frac{L_m}{L_j} \quad (4.27)$$

Assim, se a válvula está localizada no meio do trecho  $ij$ ,  $h_v$  pode ser expresso conforme equação (4.28).

$$h_v = h_i - (h_{set} - h_j) \quad (4.28)$$

Ressalta-se que o modelo proposto difere dos apresentados por Chandrashekar (1980) e Jeppson & Davis (1976) nos seguintes aspectos:

- 1) Para a válvula redutora de pressão operar como uma válvula de retenção, pelo menos uma das condições ( $h_i < h_j$ ) ou ( $h_{set} < h_j < h_i$ ) deve ser satisfeita. Isso explicitamente vincula a energia de controle da válvula  $h_{set}$  às energias dos nós terminais  $h_i$  e  $h_j$ .
- 2) Para a válvula ser operativa a condição ( $h_e > h_{set}$ ) deve ser satisfeita em adição a condição ( $h_i > h_{set} > h_j$ ) para vincular a energia de controle da válvula  $h_{set}$  às energias  $h_i$  e  $h_j$  dos nós terminais do trecho que contém a válvula.
- 3) O sistema de equações para redes contendo válvulas redutoras de pressão é idêntico ao que seria escrito se as válvulas não estivessem presentes com exceção daqueles termos originados dos tubos contendo as válvulas. Esses tubos são separados no local da válvula e energias  $h_{set}$  são fixadas imediatamente a jusante e energias  $h$  a montante. Há uma alteração no cálculo das perdas de carga que são relacionadas com as energias  $h_v$ ,  $h_{set}$  e as respectivas resistências dos trechos até a válvula. Os valores de  $h_v$  são relacionados e calculados com as energias de controle das válvulas  $h_{set}$  e as energias nos nós terminais do trecho (nota-se que as perdas de carga a jusante e a montante da válvula são proporcionais às resistências respectivas). Essa formulação difere da apresentada por Jeppson & Davis (1976) no que diz respeito ao uso da variável  $h_e$  para definir as condições de operação das válvulas, e difere do modelo apresentado

por Chandrashekar (1980) pois resulta em um matriz simétrica de coeficientes das equações quando as válvulas redutoras de pressão estão operando, o que não acontece naquele modelo.

A energia no local da válvula que define a sua condição de operação é na realidade a energia a montante da válvula  $h_v$  (e não  $h_e$ ), ou seja:

a) a equação (4.29) é válida se a válvula redutora de pressão está fechada.

$$h_v = h_i \quad (4.29)$$

b) a equação (4.30) é válida se a válvula redutora de pressão não tem efeito no movimento, ou seja, trabalha como um trecho comum.

$$h_v = \frac{h_i K_j + h_j K_m}{K_m + K_j} \quad (4.30)$$

c) a equação (4.31) é válida se a válvula redutora de pressão está ativada

$$h_v = h_i - (h_{set} - h_j) \frac{K_m}{K_j} \quad (4.31)$$

onde  $K_m$  e  $K_j$  são as resistências dos trechos a montante e a jusante da válvula.

Note, no entanto, que embora a variável  $h_e$  represente a energia no local da válvula calculada como que na sua ausência, este parâmetro é consistente para definir as condições de operação das válvulas redutoras de pressão independentemente do modo de funcionamento obtido na última iteração. Para verificar isto, basta notar na figura 4.6, que se  $h_v = h_{set}$  então  $h_e = h_{set}$ , o mesmo acontecendo com as desigualdades. Supondo que  $h_i > h_j$  e que a válvula se encontra no centro do trecho  $ij$ , temos três condições possíveis:

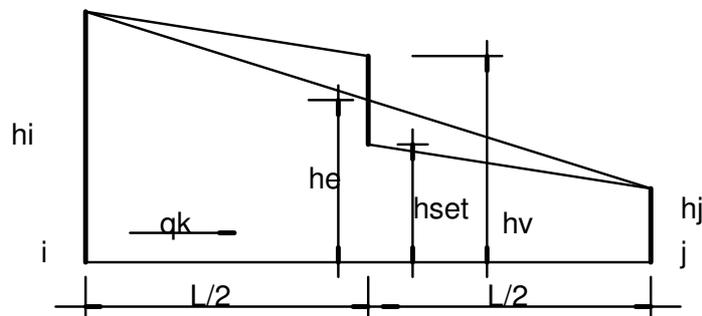


Figura 4.6 - Linha de energia em um trecho com válvula redutora de pressão.

a)  $h_e = h_{set}$

O parâmetro real para definição da condição de operação é definido por  $h$  que é a energia a montante da válvula. Da figura 4.6 obtemos a equação (4.32). Substituindo  $h_{set} = h_e$  obtemos a equação (4.33). Substituindo  $h_i - h_v$  na equação (4.33) pela obtida na equação (4.32), tem-se a equação (4.34).

$$h_i - h_v = h_{set} - h_j \quad (4.32)$$

$$h_i - h_v = \frac{h_i + h_j}{2} - h_j \quad \text{onde} \quad h_e = \frac{h_i + h_j}{2} \quad (4.33)$$

$$h_v = h_e = h_{set} \quad (4.34)$$

Analogamente ao item a, obtem-se a equação (4.35), do item b e (4.36), do item c.

$$\text{b) } h_e > h_{set}$$

$$h_v > h_e > h_{set} \quad (4.35)$$

$$\text{c) } h_e < h_{set}$$

$$h_v < h_e < h_{set} \quad (4.36)$$

Conclui-se portanto que  $h_e$  é um parâmetro real para definição das condições de operação. O sistema de desigualdade apresentado acima não só completa as diversas possibilidades de operação da válvula redutora de pressão, como também a passagem natural de uma condição durante uma iteração qualquer para outra condição na iteração seguinte.

### 4.2.3 Bombas

As bombas são componentes hidráulicos usados em sistemas de distribuição de água para manter vazões adequadas e energias suficientes em certas partes do sistema.

A variação de energia líquida fornecida por uma bomba com vazão  $q$  depende do tipo da bomba e da energia do sistema. Em geral para cada bomba há uma curva característica que fornece um aumento líquido  $h_b$  de energia em função da vazão através da mesma. A maioria das bombas podem ser caracterizadas pela equação (4.37).

$$h_b = Aq^2 + Bq + C \quad (4.37)$$

onde A, B, C são constantes obtidas da curva característica da bomba  $h_b$  e representa a energia fornecida pela bomba à vazão  $q$ .

Supondo uma bomba instalada em um trecho  $ij$  (Fig. 4.7), e que o fluxo se dá do nó  $i$  para o nó  $j$ , a equação de energia entre os nós do trecho é dada pela equação (4.38). Substituindo a equação característica da bomba tem-se a equação (4.39).

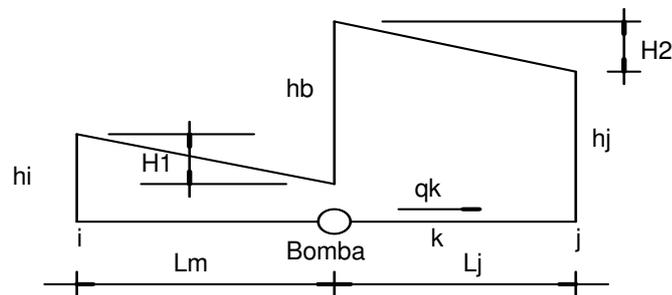


Figura 4.7 - Linha de energia de um trecho com bomba.

$$h_i + h_b - K_k q_k^\alpha - h_j = 0 \quad (4.38)$$

$$F_b = h_i + Aq_k^2 + Bq_k + C - K_k q_k^\alpha - h_j = 0 \quad (4.39)$$

onde  $h_i$  e  $h_j$  representam as energias nos terminais do trecho  $ij$  e  $K_k q_k^\alpha$  representa todas as perdas no trecho  $k$ .

Quando as energias são desconhecidas, valores iniciais são adotados para cada nó. Se uma das energias dos nós é conhecida, o valor correto deve ser adotado. Deste modo a equação de energia pode ser resolvida para a vazão  $q$  por aproximações sucessivas usando a técnica de Newton-Raphson. Essa vazão  $q$  é então adicionada às funções dos nós e usada na matriz Jacobiana.

No cálculo das derivadas parciais da matriz Jacobiana, a variação da vazão no trecho que contém a bomba em relação aos nós terminais é dada pela equação (4.40).

$$\frac{\partial q_k}{\partial h_j} = \frac{1}{-K_k \alpha q_k^{\alpha-1} + 2Aq_k + B} = -\frac{\partial q_k}{\partial h_i} \quad (4.40)$$

### 4.3 Projeto otimizado de redes de distribuição de água

Para que a solução da rede de distribuição de água seja admitida como “ótima”, além da minimização de custos, a solução deverá atender as demandas requeridas nos nós da rede com pressões de trabalho adequadas, satisfazendo as leis de conservação de energia e massa. Em resumo o problema pode ser descrito como minimizar o custo de investimento de capital atendendo as restrições hidráulicas e as demandas requeridas nos nós, mantendo as pressões numa faixa admissível pré determinada. Mesmo com a implementação de componentes hidráulicos na rede, o custo destes não foi considerado, visto que, o custo mais

significativo e que será avaliado é o custo de aquisição e assentamento da tubulação e as influências que os componentes hidráulicos podem gerar nesse custo.

Alperovits & Shamir (1977) apresentaram a formulação do projeto ótimo para uma rede de distribuição de água genérica. A função objetivo que será minimizada é assumida como função dos diâmetros dos tubos e de seus respectivos comprimentos e é apresentada na equação (4.41).

$$f(D_1, D_2, \dots, D_m) = \sum_{i=1}^m C(D_i, L_i) \quad (4.41)$$

onde  $m$  é o número total de tubos no sistema e  $C(D_i, L_i)$  é o custo do tubo  $i$  de diâmetro  $D_i$  e comprimento  $L_i$ . A função objetivo deve ser minimizada satisfazendo as restrições descritas a seguir.

Para cada nó (exceto fonte) a equação (4.42), da continuidade, deve ser satisfeita.

$$\sum Q_{\text{ent}} - \sum Q_{\text{sai}} = Q_e \quad (4.42)$$

onde,  $Q_{\text{ent}}$  é vazão que está chegando ao nó;  $Q_{\text{sai}}$  é a vazão que sai do nó e  $Q_e$  é a vazão de abastecimento ou demanda do nó. De acordo com esta convenção, quando a vazão  $Q_e$  é positiva, há uma demanda ou consumo no nó, e quando a vazão  $Q_e$  é negativa, está havendo abastecimento no nó.

Para cada um dos anéis básicos da rede a equação da conservação da energia pode ser expressa como pela equação (4.43).

$$\sum H_i = 0 \quad (4.43)$$

onde  $H_i$  é a perda de carga ao longo de uma tubulação  $i$  pertencente ao anel, determinada pelas fórmulas de Hazen-Williams, pode se escrita genericamente como na equação (4.44).

$$H = \omega \frac{L}{C^a D^b} Q^a \quad (4.44)$$

onde  $H$  é a perda de carga,  $Q$  é a vazão,  $\omega$  é a constante numérica de conversão, que depende do sistema de unidades utilizado;  $a$  é um coeficiente que vale  $1/0,54 = 1,85$ ;  $b$  é um coeficiente que vale  $2,63/0,54 = 4,87$ ; e  $L$  é o comprimento da tubulação. Diferentes pesquisadores tem usado valores diferenciados para a constante de conversão  $\omega$ . Neste

trabalho será adotado o coeficiente o apresentado por Porto (1999), ou seja, 10,65, e assim, a fórmula de Hazen-Williams será utilizada conforme equação (4.45).

$$H = 10,65 \frac{L}{C^{1.85} D^{4.87}} Q^{1.85} \quad (4.45)$$

A restrição de pressão mínima para cada nó da rede é dada na forma da equação (4.46).

$$h_j \geq h_j^{\min}; \quad j=1, \dots, n \quad (4.46)$$

onde  $h_j$  é a pressão no nó  $j$ ;  $h_j^{\min}$  é a pressão mínima requerida no mesmo nó e  $n$  é o número total de nós no sistema.

#### 4.4 Algoritmos genéticos

Os algoritmos genéticos são métodos de busca estocástica que imitam matematicamente os mecanismos de evolução natural da espécie. Diferem das técnicas de busca convencionais, pois iniciam o processo gerando um conjunto inicial de soluções possíveis aleatoriamente. Este conjunto de soluções aleatórias é denominado de população. Cada indivíduo desta população é em geral denominado cromossomo e constitui uma representação completa de solução para o problema. Cada cromossomo é um conjunto de solução, cujos genes podem ser codificadas através de representação binária ou real.

Os cromossomos tendem a evoluir-se gradativamente através de sucessivas iterações produzindo novas gerações com indivíduos mais aptos em termos da função de aptidão (Gen & Cheng, 1997). A função aptidão representa uma medida que avalia a capacidade de sobrevivência de um elemento da população durante o processo de evolução. Por exemplo, em um problema de minimização, a função aptidão será inversamente proporcional ao valor da função objetivo. Com isso, cada indivíduo da população terá sua medida de aptidão que servirá como elemento de classificação dessas soluções indicando as chances de reprodução de cada um. A classificação pode ser feita através de uma ordenação das soluções de forma decrescente ou crescente às suas aptidões, respectivamente ao problema de maximização ou minimização (Gameiro, 2003).

Uma nova geração é formada pelo processo de seleção, segundo a qual os cromossomos que resultem em altos valores da função objetivo possuem elevada probabilidade de serem preservados para a próxima geração. Em seguida, baseado na aptidão

dos indivíduos, os melhores são selecionados para serem recombinados para que seja obtida a geração seguinte. A probabilidade de um cromossomo da população inicial ser selecionado para produzir os indivíduos das gerações seguintes depende do resultado da função objetivo e/ou aptidão que ele produz. O indivíduo com melhor aptidão terá probabilidade maior de ser selecionado, resultando em uma geração com média de adequação melhor que a geração anterior. Após várias gerações o algoritmo converge para a sua solução ótima ou sub-ótima do problema.

A mutação é outro operador que também desempenha um papel importante na fase de reprodução, não tendo porém um efeito dominante. A mutação altera um cromossomo de algum ou alguns indivíduos de uma geração; por exemplo, o cromossomo original  $x = (x_1, x_2) = 1111\ 1111$  após a mutação pode ficar:  $x = (x_1, x_2) = 1110\ 1111$ . Porém, se a probabilidade de mutação for muito alta, pode levar a um processo aleatório não convergente.

Diversas são as possibilidades de implementação dos AG's em termos da sistemática de representação das soluções (binária ou real), número de indivíduos da população de soluções, número de iterações e critérios de convergência, operadores genéticos e parâmetros a serem adotados como as probabilidades de recombinação e mutação. A seguir são apresentadas as sistemáticas e características principais que serão adotadas neste trabalho nas diversas etapas de implementação do método.

#### **4.4.1 Representação dos elementos ou cromossomos**

Neste estudo, o método dos algoritmos genéticos será aplicado utilizando-se números reais para a representação dos indivíduos ou cromossomos, e para que os mesmos sejam gerados serão obtidos aleatoriamente números inteiros variando de 1 a 14 e que correspondem a cada um diâmetros disponíveis. Assim será criado um indivíduo  $x = (D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8)$  onde  $D_1$  a  $D_8$  são os diâmetros dos trechos 1 a 8.

#### **4.4.2 Tamanho da população**

O tamanho da população ( $N$ ) afeta tanto o desempenho como a eficiência dos algoritmos genéticos. Ao se adotar uma população pequena o desempenho do algoritmo é insatisfatório, pois a mesma não é capaz de fornecer um exemplo apropriado do espaço de busca (Grefenstette, 1986). Uma grande população, apesar de desejável por evitar a convergência prematura a uma solução sub-ótima, pode resultar em tempo de processamento

inaceitável com uma taxa de convergência excessivamente lenta. Nesta pesquisa, tomando por base o trabalho de Gameiro (2003), o tamanho da população será determinada através de simulações do modelo para populações variando entre 20 e 160 indivíduos, com incrementos de 10.

#### **4.4.3 Critério de parada**

Existem vários critérios de parada para o algoritmo. O algoritmo pode ser encerrado quando todos os elementos em uma geração forem idênticos, ou quando a diferença entre os valores da função objetivo para os elementos da população esteja em um intervalo de tolerância (Buckles, 1992). O critério de parada utilizado por Savic & Walters (1997) foi fixar um número de gerações e considerar o melhor resultado desta geração. Esse será o critério adotado neste trabalho.

#### **4.4.4 Probabilidade de recombinação**

A probabilidade de recombinação ( $P_c$ ) controla a frequência com a qual o operador de recombinação é aplicado. Em cada nova geração ( $N P_c$ ) elementos sofrem recombinação. Quanto mais altas a taxa de recombinação, mais rapidamente novas estruturas são introduzidas na população. Se uma taxa de recombinação é excessivamente alta, elementos de bom desempenho são descartados mais rapidamente do que a seleção pode produzir aprimoramentos. Ainda se a taxa é muito baixa a busca pode estagnar devido à uma baixa taxa de exploração. Grefenstett (1986) sugere uma variação entre 0,25 e 1,00 com incrementos de 0,05. Savic & Walters (1997) admitiram uma variação entre 0,60 e 1,00. Neste trabalho será adotado  $P_c = 0,95$  utilizado por Gameiro (2003).

#### **4.4.5 Probabilidade de mutação**

Mutação é o operador de busca secundário que acelera a variabilidade populacional. Após a seleção, cada indivíduo poderá sofrer uma alteração aleatória em um de seus componentes, sendo a probabilidade de ocorrência da mesma considerada igual a  $P_m$ . É sugerido por Grefenstett (1986) uma variação entre 0,00 e 1,00. Savic & Walters (1997) admitiram uma variação entre 0,01 e 0,30. Neste trabalho será adotado o valor determinado por Gameiro (2003) que admitiu  $P_m = 0,30$ .

#### **4.4.6 Restrições e penalidades**

Gen & Cheng (1997) discutem que o problema central para aplicação de algoritmos genéticos para otimização é a definição do critério de consideração das restrições, e levantam propostas para trabalhar com elas. Também Michalewicz (1994) abordou com ênfase este assunto.

Segundo estes pesquisadores, as técnicas existentes podem ser classificadas em:

**Estratégias de reparação:** considera tomar um cromossomo inactível e gerar um factível por algum procedimento. Para problemas de otimização combinatorial torna-se fácil aplicar o processo de reparação. No entanto, esta técnica requer um procedimento de reparação determinística e pode ser tão complexo quanto resolver o problema original.

**Estratégias de modificação dos operadores genéticos:** baseia-se em representar um problema específico e operadores genéticos para manter o indivíduo na região factível. Alguns autores (Michalewicz, 1994) apontam que tal técnica é confiável.

**Estratégias de rejeição:** descarta todos os cromossomos inactíveis criados pelo processo evolucionário. O método trabalha bem quando o espaço de busca é convexo, porém, sua desvantagem está no descarte destes cromossomos inactíveis, que podem conter melhores informações que alguns cromossomos factíveis.

- 1) **Estratégias de penalidades:** esta estratégia faz com que um problema com restrições seja tratado como sem restrições pela associação de uma função penalidade. Estas funções são incorporadas à função objetivo gerando uma única função a ser otimizada. Têm a vantagem de considerar as soluções inactíveis, pois algumas podem fornecer informações úteis sobre a busca da solução ótima. Por outro lado, para problemas com muitas restrições, soluções inactíveis podem tomar lugar em grande parte da população e neste caso, soluções factíveis podem ser difíceis de serem encontradas.

A técnica de penalidade é a técnica mais comum utilizada para trabalhar soluções inactíveis nos AG's, considerando problemas com restrições (Gen e Cheng, 1997). Esta será a estratégia utilizada neste trabalho.

Em geral, no caso de rede de distribuição de água, a restrição considerada é a pressão mínima nos nós, e o déficit em cada um deles um componente da penalidade.

Esta técnica nos AG's é utilizada para encontrar uma certa quantidade de soluções inactíveis em cada geração tal que os operadores genéticos buscam a solução ótima nos espaços factíveis e inactíveis. As soluções inactíveis não são rejeitadas, pois algumas podem

fornecer informações úteis sobre a solução ótima, havendo a possibilidade inclusive de contribuir para a obtenção de algumas soluções factíveis.

A inclusão da penalidade na validação da função objetivo, que será utilizada neste trabalho, é apresentada conforme a equação (4.47).

$$f(D_1, D_2, \dots, D_m) = \sum_{i=1}^m C(D_i, L_i) + p \left( \sum_{j=1}^n \max[h_{\min} - h_j, 0] \right) \quad (4.47)$$

onde  $C(D_i, L_i)$  é o custo do tubo  $i$  de diâmetro  $D_i$  e comprimento  $L_i$ ;  $m$  é número total de tubos do sistema;  $p$  é o fator que multiplica a penalidade;  $n$  é o número total de nós do sistema;  $h_{\min}$  é a pressão mínima admissível no nó e  $h_j$  a pressão disponível no nó. A expressão  $\max[h_{\min} - h_j, 0]$  indica que será considerado o valor máximo obtido entre  $h_{\min} - h_j$  e zero.

O fator  $p$  que multiplica a penalidade é escolhido de forma a conduzir os valores nominais de penalidades à mesma escala dos custos básicos da rede. O maior problema ao determinar o termo penalidade é justamente conseguir um equilíbrio entre a preservação de informações (encontrar soluções infactíveis) e a pressão de seleção (rejeitar algumas soluções). Outro objetivo deste fator é se tornar mais severo a medida que se processam as gerações do método. Foi sugerido em Savic & Walters (1997) a equação (4.48), que permite o aumento gradual da penalidade:

$$p = \varphi \times \left( \frac{n_{\text{ger}}}{n_{\text{ger}}^{\max}} \right)^k \quad (4.48)$$

onde  $\varphi$  é a constante de multiplicação da penalidade;  $n_{\text{ger}}$  é o número da geração;  $n_{\text{ger}}^{\max}$  é o número máximo de gerações e  $k$  é um parâmetro (foi considerado  $k = 0,8$ , sugerido por Savic & Walters, 1997). Ao final das simulações das gerações o fator de multiplicação  $p$  deve assumir um valor através do qual nenhuma solução infactível assuma um valor maior que as soluções factíveis do problema.

#### 4.4.7 Aptidão do elemento e escala

O valor da função objetivo para cada indivíduo da população é obtido a partir da soma do custo das tubulações que formam a rede. A simulação das vazões e perdas de carga para cada uma dessas soluções indica a exequibilidade da mesma. A função aptidão acrescenta à

função objetivo a avaliação da exequibilidade da solução e representa uma medida que avalia a capacidade de sobrevivência de um elemento da população durante o processo de evolução. Com isso, cada elemento da população, terá sua medida de aptidão que servirá como elemento de classificação dessas soluções indicando as chances de reprodução de cada um.

A classificação pode ser feita através de uma ordenação das soluções de forma decrescente ou crescente às suas aptidões, respectivamente ao problema de maximização ou minimização. Várias alternativas têm sido propostas para definir o valor da aptidão. A mais simples iguala a função aptidão à função objetivo (avaliação). Porém, os valores da função objetivo podem assumir números negativos e alguns algoritmos de seleção, como roda roleta, não funcionam. Com isso, deve-se buscar outro procedimento de seleção, por exemplo, seleção por torneio ou aplicar algum procedimento de parametrização.

Neste trabalho serão utilizados dois procedimentos de parametrização das soluções, apresentados na equação (4.49) e (4.50).

$$f_i = \frac{1}{f(D_1, D_2, \dots, D_N)_i} \quad (4.49)$$

$$f_i = f(D_1, D_2, \dots, D_N)_{\text{máximo}} \times 1,1 - f(D_1, D_2, \dots, D_N)_i \quad (4.50)$$

#### 4.4.8 Estratégia de seleção

Existem duas estratégias de seleção, a seleção pura (P) e a elitista (E). Na seleção pura, a escolha dos indivíduos e o número de vezes que o mesmo será recombinado obedece a uma relação direta com o seu desempenho. Na estratégia elitista, os melhores indivíduos de uma geração passam para a seguinte. Neste trabalho será considerada a estratégia de seleção elitista, com os 4 melhores elementos de cada geração sendo mantidos na geração seguinte, sugerido por Gameiro (2003).

#### 4.5 Rede de estudo

A metodologia será aplicada à rede que foi apresentada inicialmente por Alperovits & Shamir (1977) e posteriormente estudada, utilizando a técnica dos algoritmos genéticos, por Savic & Walters (1997) e Gameiro (2003).

A rede possui dois anéis, 7 nós, 8 trechos é abastecida por um reservatório e é representada na figura 4.8. Cada trecho tem comprimento de 1.000m e coeficiente de rugosidade de Hazen-Williams (C) igual a 130.

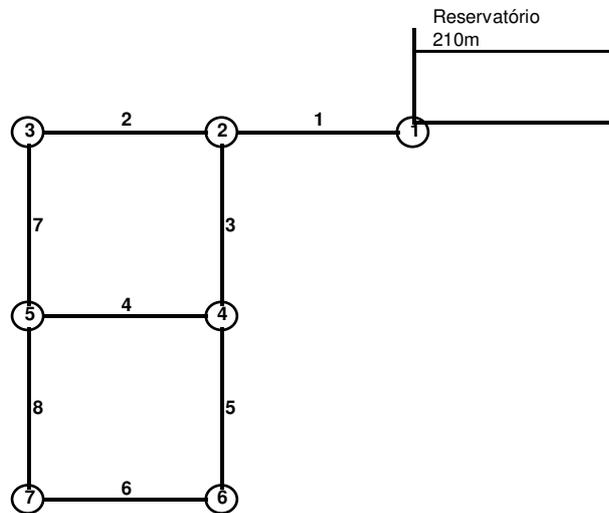


Figura 4.8 - Rede exemplo

Os diâmetros considerados e seus respectivos custos em unidade monetária por metro de tubulação são apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Custos unitários por diâmetro

<b>Diâmetro (*)</b> <b>(pol)</b>	<b>Diâmetro (*)</b> <b>(mm)</b>	<b>Custo unitário</b> <b>(u.m.)</b>
1	25	2
2	50	5
3	75	8
4	100	11
6	150	16
8	200	23
10	250	32
12	300	50
14	350	60
16	400	90
18	450	130
20	500	170
22	550	300
24	600	550

Obs: (\*) Diâmetros comerciais

Os dados de demanda e cota geométrica referente a cada nó a serem utilizados são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Demanda e cota geométrica nos nós da rede exemplo

Nós	1	2	3	4	5	6	7
<b>Demanda (m<sup>3</sup>/h)</b>	-1120	100	100	120	270	330	200
<b>Cota (m)</b>	210	150	160	155	150	165	160

Obs: Nó 1 corresponde ao reservatório

Nesta rede exemplo apresentada, com 8 trechos e 14 diâmetros discretos de tubulação possíveis, o espaço total de soluções compreende  $14^8 = 1,48 \times 10^9$  diferentes configurações de rede.

#### 4.6 Linguagem de programação e equipamento computacional

Para a realização das simulações propostas, será desenvolvido um programa de otimização utilizando a técnica dos algoritmos genéticos com um simulador que admite a inclusão de componentes hidráulicos utilizando o aplicativo Borland DELPHI versão 7.0, que utiliza a linguagem de programação PASCAL.

O equipamento a ser utilizado para realizar as simulações é um computador com processador Pentium D925, 1,0 GB de memória ram e disco rígido com capacidade de 250 GB.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Determinação do número de elementos da população e número de gerações

Inicialmente, para a implementação da metodologia proposta foi preciso definir o valor a ser utilizado de duas variáveis do algoritmo genético: o número de elementos da população e o número de gerações para a parada.

Para isso, foram realizadas simulações considerando todos os trechos da rede exemplo como trechos simples, ou seja, sem implementar nenhum componente hidráulico. Adotou-se realizar 5 simulações para cada valor avaliado sendo considerado o valor da função objetivo como o valor médio obtido com as 5 simulações.

Primeiramente determinou-se o número de elementos da população (N). Para essa definição fixou-se o número de gerações em 1.000 e admitiu-se a população variando de 20 a 160 elementos com incrementos de 10 elementos. A representação gráfica da média dos resultados das simulações pode ser observada na figura 5.1.

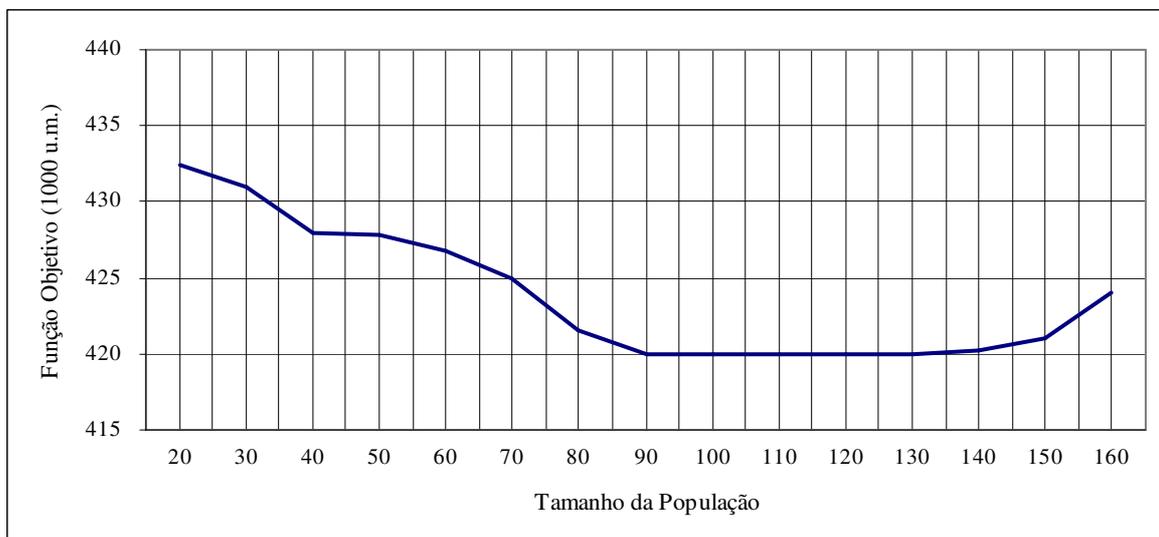


Figura 5.1 – Influência do tamanho da população no valor da função objetivo.

Observa-se que, com populações abaixo de 90 elementos, não foram obtidos valores satisfatórios da função objetivo. É interessante notar que nas simulações com mais de 140 elementos os valores obtidos também não foram satisfatórios, verificando-se um aumento no valor médio da função objetivo. Esse comportamento indicou que não só com um número

muito pequeno, mas também com um número muito grande de elementos na população o método não consegue convergir a valores satisfatórios.

Nessas simulações os valores satisfatórios foram obtidos com uma população entre 90 e 140 elementos. Adotou-se a população com 100 elementos (figura 5.2) para evitar o valor satisfatório mínimo (por segurança) sem aumentar demasiadamente o tempo computacional.

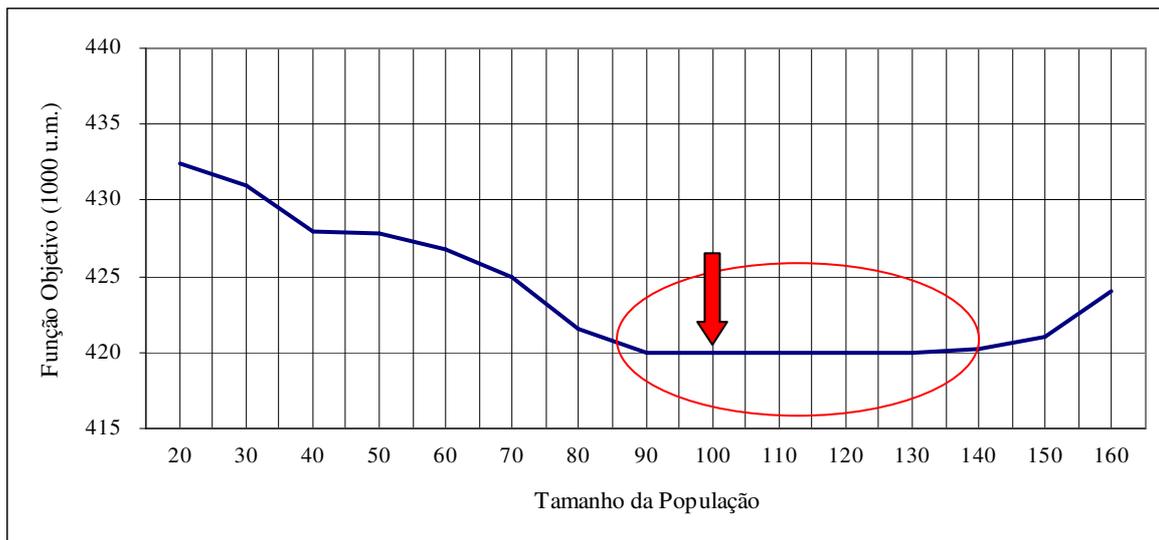


Figura 5.2 – Valor mínimo da função objetivo e tamanho da população adotado.

Para definir o número de gerações, adotou-se o número de elementos da população determinado anteriormente, ou seja 100, e o número de gerações variando de 20 a 5.000 gerações com incrementos aleatórios que podem ser observados na figura 5.3.

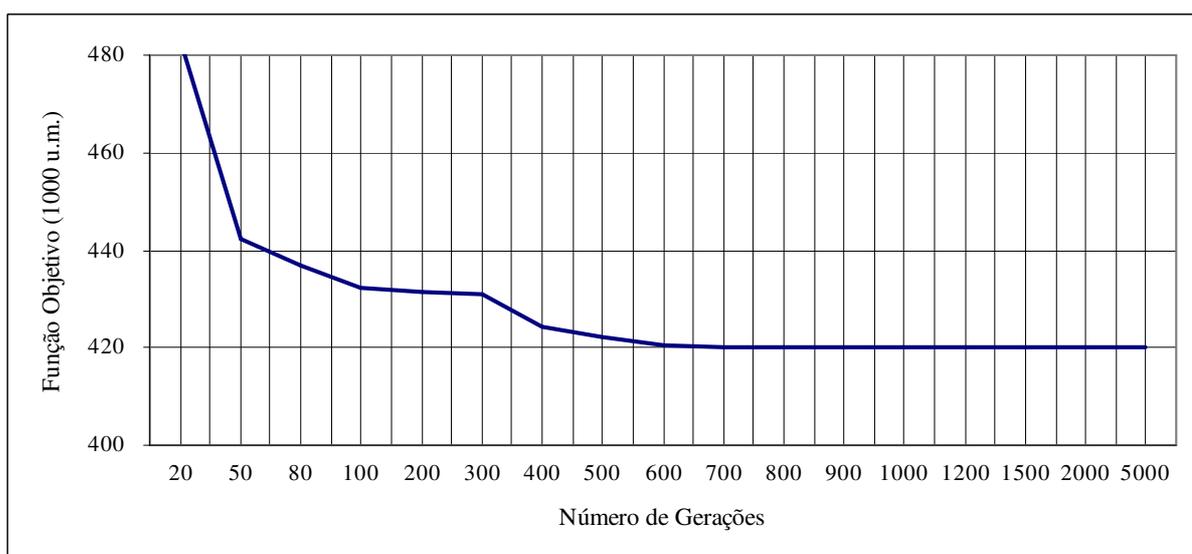


Figura 5.3 – Variação do valor da função objetivo com o número de gerações.

Observa-se que, abaixo de 600 gerações, não foram obtidos valores satisfatórios da função objetivo. A partir desse valor, não há melhora nos resultados apresentados, mas, quanto maior o número de gerações o tempo computacional aumenta consideravelmente.

Novamente evitando-se os extremos por segurança sem aumentar demasiadamente o tempo computacional adotou-se o número de gerações igual a 800 (figura 5.4).

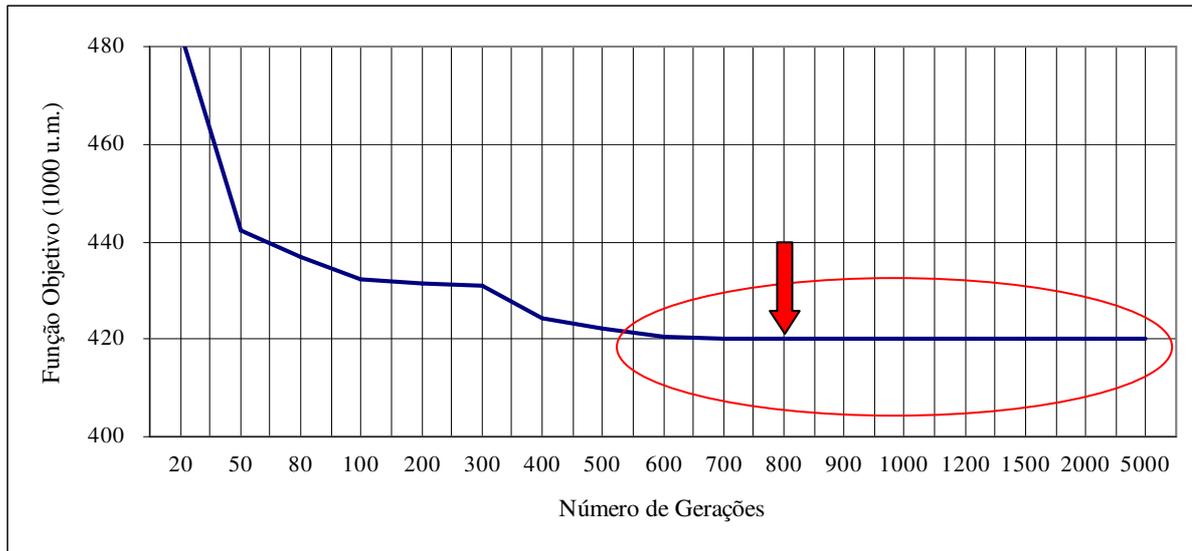


Figura 5.4 – Valor mínimo da função objetivo e número de gerações adotado.

Na simulação do AG para obter o projeto otimizado, o total de funções objetivas validadas corresponde ao produto do número de elementos da população, adotada como 100, pelo número de gerações, determinada como 800. Portanto, para se obter a solução otimizada haverá  $100 \times 800 = 80.000$  validações. Essas validações determinam o tempo computacional e correspondem a aproximadamente 0,0054% do espaço de busca que, conforme descrito no item 4.1 é de  $1,48 \times 10^9$ .

## 5.2 Rede exemplo sem componentes hidráulicos

Inicialmente, foi encontrada a solução “ótima” do programa desenvolvido sem implementar nenhum componente hidráulico. Esse resultado foi comparado com os resultados obtidos por Savic & Walters (1997) e Gameiro (2003) para a mesma rede exemplo e está representada na tabela 5.1.

Em termos de custo, todas as soluções são idênticas atestando a eficácia do modelo desenvolvido. É interessante verificar que, como grande parte das variáveis de decisão do algoritmo genético, como probabilidade de recombinação e mutação, estratégia de seleção e

de parada, foram adotados baseado em Gameiro (2003), o resultado obtido com o modelo desenvolvido, foi idêntico ao apresentado pelo pesquisador, confirmando a solução “ótima” para a rede.

Tabela 5.1 – Comparação dos diâmetros obtidos em soluções “ótimas”.

Trecho	L	Savic & Walters (1997)		Gameiro (2003)		Solução obtida nessa pesquisa	
		(m)	(pol)	(mm)	(pol)	(mm)	(pol)
1	1.000	18	450	18	450	18	450
2	1.000	10	250	14	350	14	350
3	1.000	16	400	14	350	14	350
4	1.000	1	25	1	25	1	25
5	1.000	14	350	14	350	14	350
6	1.000	10	250	6	150	6	150
7	1.000	10	250	14	350	14	350
8	1.000	1	25	10	250	10	250
<b>Custo (u.m.)</b>		<b>420.000</b>		<b>420.000</b>		<b>420.000</b>	

Nas tabelas 5.2 e 5.3 são apresentadas respectivamente as vazões nos trechos e as pressões nos nós da solução obtida.

Tabela 5.2 – Vazão nos trechos da solução ótima da rede sem componentes.

Trecho	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>	0,3111	0,145	0,1381	0,0001	0,1049	0,0132	0,1172	0,0423

Tabela 5.3 – Pressão nos nós da solução ótima da rede sem componentes.

Nó	2	3	4	5	6	7
<b>Pressão (mca)</b>	53,18	37,53	43,00	43,72	29,9	30,74

Esses dados serão elementos de comparação nas simulações com componentes hidráulicos.

### 5.3 Rede exemplo com uma válvula de retenção (VR)

Para a análise da influência de uma válvula de retenção no dimensionamento de uma rede de distribuição, foi introduzida uma válvula na rede exemplo conforme figura 5.5. O efeito esperado de uma válvula de retenção é permitir o fluxo somente em uma direção.

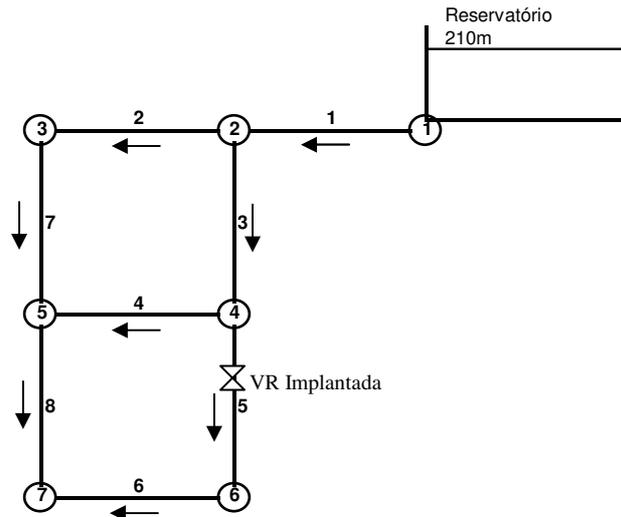


Fig.5.5 – Rede de estudo com uma válvula de retenção.

Assim, quando o fluxo no trecho 5 é do nó 4 para o nó 6 a válvula de retenção se abre permitindo o escoamento pela tubulação. Quando o fluxo no trecho 5 é do nó 6 para o nó 4 (fluxo invertido) a válvula de retenção se fecha impedindo a passagem. Foram feitas simulações considerando as 2 hipóteses. Os resultados obtidos são mostrados nas tabelas 5.4.

Tabela 5.4 – Diâmetros obtidos com uma válvula de retenção no trecho 5.

Trecho	L (m)	Rede sem componentes		VR no sentido do fluxo (aberta)		VR no sentido contrário (fechada)	
		(pol)	(mm)	(pol)	(mm)	(pol)	(mm)
1	1.000	18	450	18	450	20	500
2	1.000	14	350	14	350	16	400
3	1.000	14	350	14	350	14	350
4	1.000	1	25	1	25	14	350
5	1.000	14	350	14	350	1	25
6	1.000	6	150	6	150	14	350
7	1.000	14	350	14	350	16	400
8	1.000	10	250	10	250	16	400
<b>Custo (u.m.)</b>		<b>420.000</b>		<b>420.000</b>		<b>622.000</b>	

É interessante observar que quando a válvula opera aberta, no sentido “natural” do fluxo, a solução ótima é idêntica a solução ótima sem componentes hidráulicos, ou seja, a válvula não tem influência nenhuma na rede. Por outro lado, quando a válvula está operando, ou seja, impedindo o fluxo no trecho em que está instalada, o custo mínimo do projeto aumentou em 48%. Isso aconteceu porque, como não há vazão no trecho, houve um acréscimo na vazão dos outros trechos, conforme tabela 5.5. Como a perda de carga é

diretamente proporcional a vazão, quase todos os outros trechos tiveram de ser aumentos para garantir a pressão mínima exigida nos nós. Observe na tabela 5.6. que, mesmo com o aumento dos diâmetros, a pressão no nó 6 caiu e ficou muito próxima da pressão mínima adotada nesse trabalho, que é de 29 mca. Isso ocorre também porque o caminho para alguns nós ficou limitado e único. Nota-se aqui a importância de uma rede de distribuição ser composta de anéis integrados.

Tabela 5.5 – Vazão nos trechos com uma válvula de retenção no trecho 5.

Trecho	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>VR aberta</b>	0,3111	0,145	0,1381	0,0001	0,1049	0,0132	0,1172	0,0423
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>VR fechada</b>	0,3111	0,1627	0,1206	0,0873	0	-0,0917	0,1349	0,1472

Tabela 5.6 – Pressão nos nós com uma válvula de retenção no trecho 5.

Nó	2	3	4	5	6	7
<b>Pressão (mca)</b>						
<b>VR aberta</b>	53,18	37,53	43,00	43,72	29,90	30,74
<b>Pressão (mca)</b>						
<b>VR fechada</b>	55,92	42,27	46,90	49,69	29,24	36,66

#### 5.4 Rede exemplo com uma válvula redutora de pressão

Uma válvula redutora de pressão é projetada para manter uma pressão constante a jusante dela se a pressão de montante for maior que a pressão de controle da válvula. Para a análise da influência de uma válvula redutora de pressão no dimensionamento de uma rede de distribuição, esse componente foi introduzido no trecho 7 da rede exemplo conforme figura 5.6.

Há 3 condições de operação dessa válvula a serem testadas.

Na condição 1 a pressão a montante da válvula é menor que a sua pressão de controle. Desta forma a válvula redutora de pressão se abre totalmente deixando o fluxo livre. Essa situação é identificada no simulador como de controle 0.

Na condição 2 a direção do fluxo é invertida. Nesse caso, a válvula redutora de pressão atua como uma válvula de retenção e se fecha totalmente impedindo o fluxo no trecho. Essa condição é identificada no simulador como de controle 1.

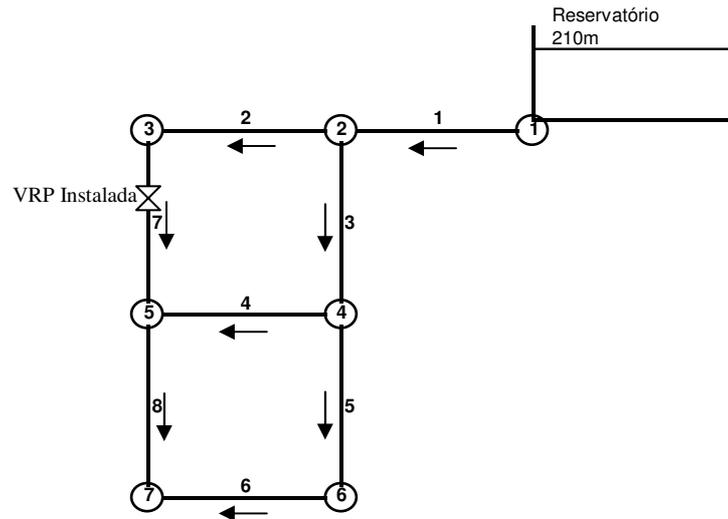


Fig.5.6 – Rede de estudo com uma válvula redutora de pressão.

Finalmente, na condição 3 a pressão a montante da válvula é maior que a sua pressão de controle. Dessa forma a válvula redutora de pressão se fecha parcialmente gerando uma perda de carga tal que a pressão de saída da válvula redutora de pressão é a sua pressão de controle. Essa situação é identificada no simulador como de controle 2. Os diâmetros obtido em cada um das condições são mostrados nas tabelas 5.7.

Tabela 5.7 – Resultados obtidos com uma válvula redutora de pressão no trecho 7.

Trecho	L (m)	VRP aberta s/ operar (controle 0)		VRP fechada (controle 1)		VRP operando (controle 2)	
		(pol)	(mm)	(pol)	(mm)	(pol)	(mm)
1	1.000	18	450	18	450	18	450
2	1.000	14	350	8	200	14	350
3	1.000	14	350	18	450	14	350
4	1.000	1	25	12	300	1	25
5	1.000	14	350	14	350	14	350
6	1.000	6	150	8	200	6	150
7	1.000	14	350	1	25	14	350
8	1.000	10	250	8	200	10	250
<b>Custo (u.m.)</b>		<b>420.000</b>		<b>441.000</b>		<b>420.000</b>	

De forma similar a que ocorreu com a válvula de retenção, quando a válvula opera aberta (controle 0), a solução ótima é idêntica à solução ótima sem componentes hidráulicos, ou seja,

a válvula não tem influência nenhuma na rede. Já na condição em que a válvula se fecha (controle 1) houve um aumento de 5% no valor da função objetivo. Esse aumento é bem menor do que o ocorrido com a válvula de retenção, que foi de 48%. Isso ocorreu devido ao trecho fechado estar no primeiro anel, próximo ao reservatório, aumentando a vazão, ou seja, o diâmetro, em apenas alguns trechos.

Devido à metodologia proposta ser a de dimensionamento de mínimo custo atendendo a restrições de demanda e principalmente de pressão mínima nos nós, o funcionamento da VRP no controle 2, ou seja, reduzindo a pressão à jusante na válvula para a pressão de controle da válvula redutora de pressão não foi eficiente. Isso porque, a pressão nos nós é o único fator determinante para o dimensionamento da tubulação. Se houver “folga” de pressão nos nós, o programa de otimização dimensiona uma tubulação menor, o que aumenta a perda de carga no trecho, a fim de diminuir o valor da função objetivo. Diante disso a pressão de controle da válvula dificilmente é acionada numa solução “ótima”.

Outro problema detectado é que, se a pressão de controle da válvula é determinada com um valor que provocaria o funcionamento da válvula redutora de pressão no controle 2, o programa de otimização não converge. Assim, para ter certeza de que o problema não está no simulador e sim na metodologia adotada para esse componente, fixamos os diâmetros no programa de otimização utilizando os valores obtidos na solução ótima sem componentes, que foi a menor função objetivo gerada, e determinamos a energia de controle da válvula (Hset) igual a 194, pois, esse valor gera um pressão (energia menos a cota topográfica) que está abaixo da pressão obtida na solução dos dados considerados e acima da pressão que satisfaz a restrição de pressão no nó a jusante da VRP. Nessa condição, a vazão nos trechos é apresentadas nas tabelas 5.8.

Tabela 5.8 – Vazão nos trechos com uma válvula redutora de pressão no trecho 7.

Trecho	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>controle 0</b>	0,3111	0,1450	0,1381	0,0001	0,1049	0,0132	0,1172	0,0423
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>controle 1</b>	0,3111	0,0278	0,2556	0,0994	0,1228	0,0311	0	0,0244
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>controle 2(*)</b>	0,3111	0,1432	0,1402	0,0001	0,1067	0,0150	0,1154	0,0405

Obs: (\*)Valores obtidos com diâmetros fixados e Hset = 194 mca

Nota-se que, apesar dos diâmetros da condição de controle 0 serem os mesmos da condição de controle 2, a vazão na maioria dos trechos, foram diferentes em cada condição de controle. Na mesma condição, todas as pressões nos nós, apresentadas na tabela 5.9, se diferem nas condições de controle 0 e 2, comprovando o funcionamento na condição de controle 2.

Tabela 5.9 – Pressão nos nós com uma válvula redutora de pressão no trecho 7.

Nó	2	3	4	5	6	7
<b>Pressão (mca) controle 0</b>	53,18	37,53	43,00	43,72	29,9	30,74
<b>Pressão (mca) controle 1</b>	53,18	39,13	43,44	42,49	29,29	29,29
<b>Pressão (mca) controle 2 (*)</b>	53,18	37,66	42,87	42,15	29,67	29,40

Obs: (\*)Valores obtidos com diâmetros fixados e Hset = 194 mca

Diante do exposto fica evidenciado que o simulador está apto para demonstrar o funcionamento de uma válvula redutora de pressão, mas, aliado ao problema proposto, ele se tornou ineficiente.

### 5.5 Rede exemplo com uma válvula de retenção e uma válvula redutora de pressão

Para a análise da interferência que dois componentes hidráulicos podem gerar quando são implementados na mesma rede, foram realizadas simulações para dimensionamento “ótimo” de uma rede de distribuição incorporando uma válvula de retenção no trecho 5 e uma válvula redutora de pressão no trecho 7, como mostrado na figura 5.7.

Foram testadas as seguintes situações: No cenário 1 a válvula de retenção (VR) está fechada, ou seja, o fluxo no trecho 5 é invertido, e a válvula redutora de pressão (VRP) está aberta, ou seja, a direção do fluxo no trecho 7 é mantida; no cenário 2 a válvula redutora de pressão (VRP) está fechada (fluxo invertido no trecho 7) e válvula de retenção (VR) está aberta (direção do fluxo mantido no trecho 5); no cenário 3 tanto a válvula de retenção como a válvula redutora de pressão permanecem fechadas (fluxo invertido nos trechos 5 e 7) e finalmente no cenário 4 a válvula de retenção (VR) e a válvula redutora de pressão (VRP) se abrem (direção do fluxo mantido nos trechos 5 e 7). A VRP reduzindo a pressão não foi

implementada devido as justificativas expostas no item 5.6. Dessa forma, os diâmetros obtidos na solução otimizada dos cenários propostos são apresentados nas tabelas 5.10.

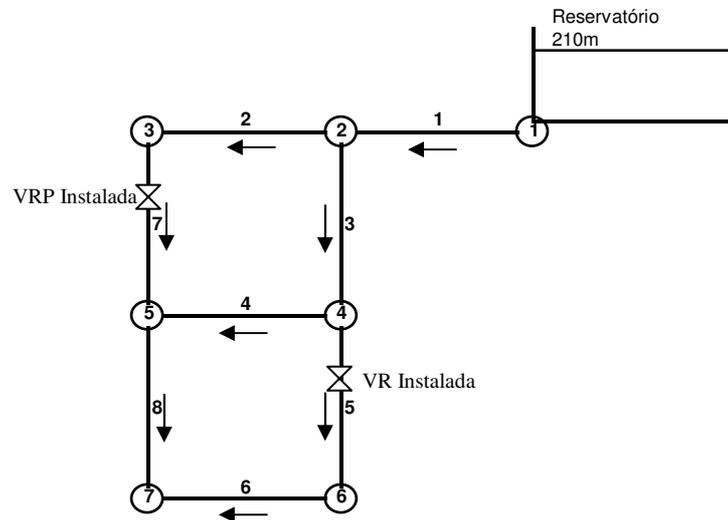


Fig.5.7 – Rede de estudo com uma válvula de retenção e uma válvula redutora de pressão.

Tabela 5.10 – Resultados obtidos com uma válvula de retenção no trecho 5 e uma válvula redutora de pressão no trecho 7.

Trecho	L (m)	Cenário 1 – a VR fechada e a VRP aberta		Cenário 2 – a VR aberta e a VRP fechada		Cenário 3 – a VR fechada e a VRP fechada		Cenário 4 – a VR aberta e a VRP aberta	
		(pol)	(mm)	(pol)	(mm)	(pol)	(mm)	(pol)	(mm)
1	1.000	20	500	18	450	20	500	18	450
2	1.000	16	400	8	200	6	75	14	350
3	1.000	14	350	18	450	18	450	14	350
4	1.000	14	350	12	300	18	450	1	25
5	1.000	1	25	14	350	1	25	14	350
6	1.000	14	350	8	200	16	400	6	150
7	1.000	16	400	1	25	1	25	14	350
8	1.000	16	400	8	200	18	450	10	250
<b>Custo (u.m.)</b>		<b>622.000</b>		<b>441.000</b>		<b>670.000</b>		<b>420.000</b>	

Os dados de vazão nos trechos e pressão nos nós da solução encontradas estão dispostos nas tabelas 5.11 e 5.12 respectivamente. Na análise dos dados obtidos, nota-se que na situação do cenário 4, em que as duas válvulas encontram-se abertas, o resultado ótimo obtido foi o mesmo da rede sem componentes hidráulicos, inclusive em termos de vazão nos

trecho e pressão nos nós, verificando-se que independentemente de quantos componentes estão instalados na rede, no sentido “natural” do fluxo, a solução ótima é idêntica à solução ótima sem componentes hidráulicos. O mesmo ocorreu nos cenários 1 e 2 onde o resultado ótimo foi idêntico ao encontrado anteriormente quando apenas um componentes estava implementado na rede. Já no cenário 3 houve um aumento considerável - e esperado – no valor da função visto que, como dois dos oito trecho tiveram seu fluxo interrompidos, o diâmetro dos trechos que continuaram operando sofreram um aumento para garantir a pressão mínima nos nós, fato idêntico ao discutido no item 5.3.

Tabela 5.11 – Vazão nos trechos com uma válvula de retenção no trecho 5 e uma válvula redutora de pressão no trecho 7.

Trecho	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>Cenário 1</b>	0,3111	0,1627	0,1206	0,0873	0	-0,0917	0,1349	0,1472
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>Cenário 2</b>	0,3111	0,0278	0,2556	0,0994	0,1228	0,0311	0	0,0244
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>Cenário 3</b>	0,3111	0,0278	0,2557	0,2224	0	-0,0917	0	0,1472
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>								
<b>Cenário 4</b>	0,3111	0,145	0,1381	0,0001	0,1049	0,0132	0,1172	0,0423

Tabela 5.12 – Pressão nos nós com uma válvula de retenção no trecho 5 e uma válvula redutora de pressão no trecho 7.

Nó	2	3	4	5	6	7
<b>Pressão (mca)</b>						
<b>Cenário 1</b>	55,92	42,27	46,9	49,69	29,24	36,66
<b>Pressão (mca)</b>						
<b>Cenário 2</b>	53,18	39,13	43,44	42,49	29,29	29,29
<b>Pressão (mca)</b>						
<b>Cenário 3</b>	55,92	29,65	46,17	47,51	29,54	35,8
<b>Pressão (mca)</b>						
<b>Cenário 4</b>	53,18	37,53	43	43,72	29,9	30,74

## 5.6 Rede exemplo com uma bomba

A metodologia proposta previa a inclusão de uma bomba na rede exemplo. Porém a implementação desse componente da forma proposta na metodologia tornou-se inviável. Isso aconteceu porque cada bomba tem uma equação característica que, confrontada com a

equação característica da tubulação determina o seu ponto de funcionamento. Essa equação depende da vazão e da perda de carga nos trechos e seu campo de atuação é bastante limitado. Como os diâmetros neste trabalho, são gerados aleatoriamente, num ambiente de busca de  $1,48 \times 10^9$ , a probabilidade de se encontrar uma curva característica de bomba que seja compatível a todas as possibilidades previstas é praticamente nula, tornando o problema bem mais complexo do que o esperado inicialmente.

Assim, devido às peculiaridades dos sistemas de bombeamento e da complexidade verificada quando se trata desse componente hidráulico, sugerimos o aprofundamento no tema em outros trabalhos.

## 6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Freqüentemente, para corrigir problemas de ordem topográfica, ou melhorar a operacionalização da rede, há a necessidade de implantação de componentes hidráulicos como válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão e bombas.

Poucos estudos anteriores tem tratado de componentes hidráulicos presentes na rede, mas é importante e fundamental incorporar as características especiais destes elementos na análise da rede com o objetivo de resolver o sistema como ele existe fisicamente.

Cada componente hidráulico é suposto ser governado por uma equação característica que em muitos casos é não linear e com derivadas descontínuas. Portanto dificuldades surgem quando estes componentes são incluídos na análise de redes. A introdução de bombas, válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão e outros elementos hidráulicos afetam portanto grandemente a convergência de programas digitais, independentemente da formulação utilizada, aumentando consideravelmente o número de iterações e conseqüentemente o tempo computacional para a obtenção da solução final.

Como objeto dessa dissertação, foi desenvolvido um modelo de otimização utilizando a técnica dos algoritmos genéticos que permite introduzir os diversos componentes hidráulicos na rede. O modelo proposto aqui para implementar ou incorporar válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão, bombas e outros elementos hidráulicos em computadores digitais são simples, exploram a economia de tempo e memória computacional e estão baseados na teoria dos grafos. O sistema de equações resulta sempre simétrico. Os algoritmos propostos fazendo uso da esparsidade das matrizes são constituídos de tal forma que requerem pequena memória e um menor tempo computacional pois somente os elementos não nulos do sistema são armazenados e processados e a simetria pode ser totalmente explorada.

O modelo foi aplicado numa rede de estudo e os diversos componentes hidráulicos testados em formulações distintas. Os resultados obtidos em cada formulação foram comparados tendo como parâmetro o custo de implantação do projeto gerado como ótimo, ou seja, o projeto de mínimo custo que atende as restrições de demanda e pressão mínima admissível nos nós.

O modelo desenvolvido demonstrou-se apropriado para o dimensionamento de redes de distribuição de água, porém algumas limitações foram detectadas, principalmente em relação a metodologia proposta para os sistemas elevatórios (bombas). Por outro lado, a técnica dos algoritmos genéticos mostrou-se uma ferramenta eficaz na obtenção do projeto otimizado e relativamente fácil de implementar.

Finalmente, como sugestão para outros estudos, a técnica dos algoritmos genéticos pode ser utilizada em outras aplicações, como por exemplo, na otimização de bombas hidráulicas objetivando minimizar o consumo de energia elétrica.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALPEROVITS, A.; SHAMIR, U. - Design of optimal water distribution systems. **Water resources research**, v. 13, n. 6, p. 885-900, 1977.

BOULOS, P. F.; WOOD, D. J. - Explicit calculation of pipe-network parameters. **Journal of hydraulic engineering**, v. 116, n. 11, p. 1329-1344, 1990.

BUCKLES, B. P.; PETRY, F. E. - Genetic Algorithms: introduction and applications. IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, California, 1992.

CALIMAN, R. O.; REIS, L. F. R.; SILVA, F. G. B.; PORTO, R. M.; CHAUDHRY, F. H. - Determinação dos Parâmetros do Modelo PressãoxVazamento para um Sub-Sector da Cidade de São Carlos, SP com a Utilização de Algoritmos Genéticos. In: XIV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 2001, Aracajú, SE. **Anais do XIV SBRH**, Porto Alegre: ABRH, 2001. v. 1, p. 12-23.

CELESTE, A. B.; SUZUKI, K.; WATANABE, M.; SANTANA, C. W. S. - Calibração automática do Tank Model via algoritmos genéticos. In: XIV BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 2001, Aracajú. **Anais do XIV SBRH**, Porto Alegre: ABRH, 2001.

CHANDRASHEKAR, M., STEWART, K. H. – Sparsity oriented analysis of large pipe networks. **Journal of the Hydraulic Division**, v. 101, n. HY4, p. 341-355, 1975.

CHANDRASHEKAR, M. - Extended Set of Components in Pipe Networks . **Journal of the Hydraulics Division**, v. 106 , n. HY1, p. 133-149, 1980.

CHARLES, C. O. A. - Enhancement of Convergence of Pipe Network Solutions. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 100, n. HY4, p. 619-620, 1974.

DANDY, G. C.; SIMPSON, A. R.; MURPHY, L. J. - An improved genetic algorithm for pipe network optimization. **Water resources research**, v. 32, n. 2, p. 449-458, 1996.

DEB, A. K.; SARKAR, A. K. – Optimization in design of hydraulic network. **Journal of the sanitary engineering division**, v. 97, n.SA2, p. 1154-1164, 1950.

DEB, A. K.; SARKAR, A. K. - Optimization in design of hydraulic network. **Journal of the sanitary engineering division**, v. 97, n. SA2, p. 141-159, 1971.

DILLINGHAM, J. H. - Computer analysis of water distribution systems. **Water sewage works**, Jan/may - 1967.

DODGE, E. R.; HOELLEIN, H. R.; TETMATER, L. - The analysis of large complex water networks with small computer systems. **Journal american water works association**, p. 366-370, 1978.

DONACHIE, R. P. - Digital program for water network analysis. **Journal of the hydraulics division**, v. 100, n. HY3, p. 393-403, 1974.

EPP, R.; FOWLER, A. G. - Efficient code for steady-state flows in networks. **Journal of the hydraulic division**, v. 96, n. HY1, p. 43-56, 1970.

FIETZ, T. R. - Hydraulics network analysis using linear theory. **Journal of the hydraulics division**, n. HY5, p. 855-857, 1973.

FIETZ, T. R. - Efficient algorithm for distribution networks. **Journal of the hydraulics division**, n. HY11, p. 2136-2139, 1973.

FIETZ, T. R. - Improved head-discharge relations for pipe network analysis by the loop method. **Journal water research recherches**, p. 123-136, 1973.

FIETZ, T. R. - Enhancement of convergence of pipe network solutions. **Journal of the hydraulics division**, n. HY8, p. 1165-1167, 1974.

FIETZ, T. R. - Sparsity oriented analysis of large pipe networks. **Journal of the hydraulics division**, n. HY11, p. 1461, 1975.

GAMBALE, S. R. - **Aplicação de algoritmo genético na calibração de redes de água**. São Paulo/SP, 2000. 266 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica e Sanitária) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

GAMEIRO, R. C. P. - **Dimensionamento otimizado de redes de distribuição de água com a utilização de algoritmos genéticos**. Campo Grande/MS, 2003. Dissertação (Mestrado em Tecnologias Ambientais e Recursos Hídrico) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

GEN, M.; CHENG, R. - **Genetic algorithms and engineering design**. New York. John Wiley & Sons, INC. 1997.

GOFMAN, E.; RODEH, M. - Loop equations with unknown pipe characteristics. **Journal of the hydraulics division**, v. 107, n. HY9, p. 1047-1060, 1981.

GOLDBERG, D. - **Genetic algorithms in search, optimization and machine learning**. Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.

GOLDBERG, D.; KUO, C. H. - Genetic algorithms in pipeline optimization. **Journal of computing in civil engineering**, v. 1, n. 2, 1987.

GREENLAW, R.; CLARK, D. - Hydraulic network usign linear theory. **Journal of the hydraulics division**, n. HY4, p. 694-697, 1973.

GREFENSTETTE, J. J. - Optimization of control parameters for genetic algorithm. **IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) Transactions on Systems, Man and Cybernetic**, v. 16, n. 1, p.122-128, 1986.

HOAG, L. N.; WEINBERG, G. - Pipeline network analysis by eletronic digital computer. **Journal american water works association**, p. 517-524, 1957.

JEPPSON, R. W.; TAVALLALE, A. - Pumps and reservoirs in networks by linear theory. **Journal of the hydraulics division**, n. HY3, p. 576-580, 1975.

JEPPSON, R. W.; DAVIS , A. L. - Pressure reducing valves in pipe networks analysis. **Journal of the hydraulics division**, v. 102, n. HY7, p. 987-1001, 1976.

LAM, C. F.; WOLLA, M. L. – Computer analysis of water distribution systems. Part 1 – Formulation of equations. **Journal of the Hidraulic Division**, v. 98, n. HY2, p. 335-344, 1972.

LANSEY, K. E. - Optimal design of water distribution systems. In MAYS, L.W. - **Water distribution systems handbook**. Nova York, Mcgraw-Hill/AWWA. 1999.

LEMIEUX, P. F. – Efficient algorithm for distribution networks. **Journal of the Hidraulic Division**, v. 98, n. HY11, p. 1911-1920, 1972.

MARLON, T. A.; HARDISON, R. L.; JACOBSON, H.; BIGGS, G. E. - Improved design of fluid network with computers. **Journal of the hydraulics division**, v. 92, n. HY4, p. 43-61, 1966.

McCORMICK, M.; NEUFVILLE, R.; HESTER, J. - Water distribution systems analysis. **Journal of the hydraulics division**, n. HY1, p. 481-486, 1969 .

McILROY, M. S. – Direct-Reading Eletric Analyzer for Pipeline Networks. **Journal American Water Works Association**, p. 347-365, 1950.

MONTESINOS, P.; GUZMAN, A.; AYUSO, J. L. - Water distribution network optimization using a modified genetic algorithm. **Water resources research**, v. 35, n. 11, p. 3467-3474, 1999.

MUIR, J. F. - Improved design of fluid networks with computers. **Journal of the hydraulics division**, n. HY2, p. 88-90, 1967 .

NIELSEN, H. B. – Methods for analyzing pipe networks. **Journal of the hydraulic engineering**, v. 115, n. 2, p. 139-157, 1989.

ORMSBEE, L. E.; WOOD, D. J. - Hydraulic design algorithm for pipe networks. **Journal of hydraulic engineering**, v. 112, n. 12, p. 1195-1207, 1986.

PARRISH, C. M.; MUIR, J. F. - Improved design of fluid networks with computers. **Journal of the hydraulics division**, n. HY2, p. 84-88, 1967.

PORTO, R. M. – **Hidráulica Básica**. 1ª edição. São Paulo: Rettec gráfica e editora, 1999.

PRAKASH, A. - Sparsity oriented analysis of large pipe networks. **Journal of the hydraulics division**, n. HY1, p 109-112, 1976.

RAMAN, V.; RAMAN, S. – New method os solving distribution system networks based on equivalent pipe lenght. **Journal American Water Works Association**, p. 615-627, 1966.

REIS, L. F. R.; PORTO, R. M.; CHAUDHRY, F. H.- Optimal location of control valves in pipe netwoks by genetic algorithm. **Journal of water resurces planning and management**, v. 123, n. 6, p.317-326, 1997.

RIGHETTO, A. M. - **Desenvolvimento de modelos de simulação para o desenvolvimento de redes de distribuição de água**. São Carlos/SP, 1977. 172 p. Tese (Doutorado em Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A. - Genetic algorithm for least-cost design of water distribution networks. **Journal of water resurces planning and management**, v. 123, n. 2, p. 67-77, 1997.

SILVA, F. G.; REIS, L. F. R.; PORTO, R. M.; CHAUDRHY, F. H. - Aplicação do método de determinação da rede de amostragem ótima para calibração de sistemas de distribuição da água de abastecimento através de algoritmos genéticos. In: XIV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 2001, Aracaju. **Anais do XIV SBRH**, Porto Alegre: ABRH, 2001. v. 1, p. 1-11.

SIMPSON, A. R.; DANDY, G. C.; MURPHY, L. J. - Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization. **Journal of water resurces planning and management**, v. 120, n. 4, p. 423-444, 1994.

SHAMIR, U.; HOWARD, C. D. D. - Water distribution system analysis. **Journal of the hydraulic division**, v.94, n. HY1, p.219-234, 1968.

SOUZA, R. S. – **Aspectos computacionais da análise de redes de distribuição de água com componentes hidráulicos em regime permanente**. São Carlos/SP, 1994. 236 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica e Sanitária) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

SURYAPRAKASAM, M. V.; REID, G.W.; GEYER, J.C. – Use of Alternating Current Network Calculator in Distribution Systems Design. **Journal American Water Works Association**, p. 1154-1164, 1950.

TONG, A. L.; O'CONNOR, F.; STEARNS, D.E.; LYNCH, W.O. – Analysis of Distribution Networks by Balancing Equivalent Pipe Length. **Journal American Water Works Association**, p. 192-210, 1961.

VOYLES, C. F.; WILKE, H.R. - Selection of circuit arrangements for distribution networks analysis by the hardy-cross method. **Journal water works association**, p. 285-290, 1962.

WILLIAMS, G. N. - Enhancement of Convergence of Pipe Network Solution. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 99, n. HY7, p. 1057-1067, 1973.

WOOD, D. J.; CHARLES, C. O. A. - Hydraulic network analysis using linear theory. **Journal of the hydraulics division**, v. 98, n. HY7, p. 1157-1170, 1972.

WOOD, D. J.; CHARLES, C. O. A. - Hydraulic network analysis using linear theory. **Journal of the hydraulics division**, n. HY11, p. 2129, 1973.

WOOD, D. J.; RAYES, A. G. - Reability of algorithms for pipe network analysis. **Journal of the hydraulics division**, v. 107, n. HY10, p. 1145-1161, 1981.

ZARGHAMEE, M. S. - Mathematical model for water distribution systems. **Journal of the hydraulics division**, v. 97, n. HY1, p. 1-13, 1971.

## **ANEXOS**

## **ANEXO A – Modelo de otimização desenvolvido utilizando algoritmos genéticos**

```
unit Unit1_SIMARA;

interface

uses

    Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,
    StdCtrls;

type

    TForm1 = class(TForm)

        Memo1: TMemo;

        Memo2: TMemo;

        Button1: TButton;

        Button2: TButton;

        procedure Button2Click(Sender: TObject);

        procedure Button1Click(Sender: TObject);

    private

        { Private declarations }

    public

        { Public declarations }

    end;

var

    Form1: TForm1;

implementation

    {$R *.DFM}

uses unit2_SIMARA;
```

```

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);

var

    mt,m,n,r,nB,NVR,NVRP,sima:integer;

    NO1,NO2:veti;

    DN,CR,HSET,aB,bB,cB,H1,qt,Q,HR,LT:vet;

    ALFA,TOL,GAMAI,GAMAF:real;

    DD1,C: array[1..14] of real;

    pressao,cota: array[1..6] of real;

    fObjetivo,fPenalidade,fAptidao1,fAptidao2,Aux,prob,acum: array[1..1000] of real;

    V,pai: array[1..1000,1..8] of integer;

    npop,nit,elit,i1,i2,k1,k2,k3,j1,it,flag,compara1,r1,r2:integer;

    rd,rd1,maximo,compara,somaApt,soma,pc,pm,r3,minimo,residuo,penal:real;

begin

    m:=7;

    n:=6;

    r:=1;

    NO1[1]:=6;

    NO2[1]:=1;

    NO1[2]:=2;

    NO2[2]:=3;

    NO1[3]:=2;

    NO2[3]:=4;

    NO1[4]:=4;

    NO2[4]:=5;

    NO1[5]:=5;

```

NO2[5]:=1;  
NO1[6]:=7;  
NO2[6]:=2;  
NO1[7]:=3;  
NO2[7]:=5;  
NO1[8]:=4;  
NO2[8]:=6;  
nB:=0;  
aB[1]:=-5;  
bB[1]:=10;  
cB[1]:=150;  
nVR:=1;  
nVRP:=0;  
HSET[1]:=194;  
Q[1]:=200/3600;  
Q[2]:=100/3600;  
Q[3]:=100/3600;  
Q[4]:=120/3600;  
Q[5]:=270/3600;  
Q[6]:=330/3600;  
HR[1]:=210;  
ALFA:=1.85;  
GAMAI:=1;  
GAMAF:=1;  
TOL:=0.000001;

LT[1]:=1000;

LT[2]:=1000;

LT[3]:=1000;

LT[4]:=1000;

LT[5]:=1000;

LT[6]:=1000;

LT[7]:=1000;

LT[8]:=1000;

CR[1]:=130;

CR[2]:=130;

CR[3]:=130;

CR[4]:=130;

CR[5]:=130;

CR[6]:=130;

CR[7]:=130;

CR[8]:=130;

cota[1]:=160;

cota[2]:=150;

cota[3]:=160;

cota[4]:=155;

cota[5]:=150;

cota[6]:=165;

DD1[1]:=1\*0.0254;

DD1[2]:=2\*0.0254;

DD1[3]:=3\*0.0254;

DD1[4]:=4\*0.0254;

```
DD1[5]:=6*0.0254;  
DD1[6]:=8*0.0254;  
DD1[7]:=10*0.0254;  
DD1[8]:=12*0.0254;  
DD1[9]:=14*0.0254;  
DD1[10]:=16*0.0254;  
DD1[11]:=18*0.0254;  
DD1[12]:=20*0.0254;  
DD1[13]:=22*0.0254;  
DD1[14]:=24*0.0254;  
  
C[1]:=2;  
C[2]:=5;  
C[3]:=8;  
C[4]:=11;  
C[5]:=16;  
C[6]:=23;  
C[7]:=32;  
C[8]:=50;  
C[9]:=60;  
C[10]:=90;  
C[11]:=130;  
C[12]:=170;  
C[13]:=300;  
C[14]:=550;  
  
mt:= m+nB+nVR+nVRP;  
  
it:=1;
```

```

npop:=100;

nit:=800;

elit:=4;

pc:=0.95;

pm:=0.3;

randomize;

minimo:=100000000;

for i1:=1 to npop do

begin

  for i2:=1 to mt do

  begin

    rd:=random;

    V[i1,i2]:=trunc(rd*14)+1;

  end;

end;

for it:=1 to nit do

begin

  for i1:=1 to npop do

  begin

    for j1:=1 to mt do

    begin

      DN[j1]:=DD1[V[i1,j1]];

    end;

  end;

end;

redev1(mt,m,n,r,nB,nVR,nVRP,NO1,NO2,DN,CR,LT,HSET,aB,bB,cB,Q,HR,ALFA,TOL,G
AMAI,GAMAF,H1,qt,sima);

```

```

while sima=0 do
begin
  for i2:=1 to mt do
  begin
    rd:=random;
    V[i1,i2]:=trunc(rd*14)+1;
    DN[i2]:=DD1[V[i1,i2]];
  end;
redev1(mt,m,n,r,nB,nVR,nVRP,NO1,NO2,DN,CR,LT,HSET,aB,bB,cB,Q,HR,ALFA,TOL,G
AMAI,GAMAF,H1,qt,sima);
  end;
fObjetivo[i1]:=(C[V[i1,1]]+C[V[i1,2]]+C[V[i1,3]]+C[V[i1,4]]+C[V[i1,5]]+C[V[i1,6]]+C[V[i
1,7]]+C[V[i1,8]])*1000;
  for i2:=1 to n do
  begin
    pressao[i2]:=H1[i2]-cota[i2]
  end;
  if it=nit
  then
  begin
    form1.memo1.lines.add('*****');
    form1.memo1.lines.add('v['+floattostr(i1)+']=(+floattostr(v[i1,1])+'+
    +floattostr(v[i1,2])+'+floattostr(v[i1,3])+'+
    +floattostr(v[i1,4])+'+floattostr(v[i1,5])+'+
    +floattostr(v[i1,6])+'+floattostr(v[i1,7])+'+
    +floattostr(v[i1,8])+'+)'+      D['+floattostr(i1)+']=(+
    +floattostr(DD1[v[i1,1]))+');

```

```
+floattostr(DD1[v[i1,2]])+', '+floattostr(DD1[v[i1,3]])+', '  
+floattostr(DD1[v[i1,4]])+', '+floattostr(DD1[v[i1,5]])+', '  
+floattostr(DD1[v[i1,6]])+', '+floattostr(DD1[v[i1,7]])+', '  
+floattostr(DD1[v[i1,8]])+')');  
  
end;  
  
for i2:=1 to n do  
  
begin  
  
if pressao[i2]>29  
  
then  
  
begin  
  
    pressao[i2]:=0  
  
end  
  
else  
  
begin  
  
    pressao[i2]:=(29-pressao[i2])  
  
end;  
  
end;  
  
penal:=0;  
  
for i2:=1 to n do  
  
begin  
  
    penal:=penal+pressao[i2];  
  
end;  
  
if penal>500  
  
then  
  
begin  
  
    penal:=500+sqrt(penal-500);
```

```

end;

fPenalidade[i1]:= (500000*(exp(0.8*ln(it/nit)))*penal);

end;

Maximo:=0;

for i1:=1 to npop do
begin
  fAptidao1[i1]:=fObjetivo[i1]+fPenalidade[i1];
end;

flag:=1;

while flag = 1 do
begin
  flag:=0;

  for k1:=1 to npop-1 do
  begin
    if fAptidao1[k1]<fAptidao1[k1+1]
    then
    begin
      compara:=fAptidao1[k1];
      fAptidao1[k1]:=fAptidao1[k1+1];
      fAptidao1[k1+1]:=compara;
      compara:=fObjetivo[k1];
      fObjetivo[k1]:=fObjetivo[k1+1];
      fObjetivo[k1+1]:=compara;
      compara:=fPenalidade[k1];
      fPenalidade[k1]:=fPenalidade[k1+1];
      fPenalidade[k1+1]:=compara;
    end;
  end;
end;

```

```
for k2:=1 to 8 do
begin
    compara1:=V[k1,k2];
    V[k1,k2]:=V[k1+1,k2];
    V[k1+1,k2]:=compara1;
end;

flag:=1;

end;

end;

end;

somaApt:=0;
Aux[1]:=fAptidao1[1]*1.1;

for k1:=1 to npop do
begin
    fAptidao2[k1]:=Aux[1]-fAptidao1[k1];
end;

for k1:=1 to npop do
begin
    somaApt:=somaApt+fAptidao2[k1];
end;

for k1:=1 to npop do
begin
    prob[k1]:=fAptidao2[k1]/somaApt;
end;

soma:=0;

for k1:=1 to npop do
```

```
begin
    soma:=soma+prob[k1];
    acum[k1]:=soma;
end;
for k1:=1 to 1 do
begin
    form1.memo2.lines.add('MINIMA'+floattostr(it)+'='
    +(floattostr(int((fObjetivo[ npop]+fPenalidade[ npop])*100)/100)));
end;
for k1:=1 to npop do
begin
    flag:=0;
    rd1:=random;
    k2:=1;
    while flag=0 do
begin
    if rd1<=acum[k2]
    then
begin
    pai[k1,1]:=V[k2,1];
    pai[k1,2]:=V[k2,2];
    pai[k1,3]:=V[k2,3];
    pai[k1,4]:=V[k2,4];
    pai[k1,5]:=V[k2,5];
    pai[k1,6]:=V[k2,6];
    pai[k1,7]:=V[k2,7];
```

```
    pai[k1,8]:=V[k2,8];
    flag:=1;
end;
k2:=k2+1;
if ((flag=0) and (rd1>acum[k2-1]) and (rd1<acum[k2]))
then
begin
    pai[k1,1]:=V[k2,1];
    pai[k1,2]:=V[k2,2];
    pai[k1,3]:=V[k2,3];
    pai[k1,4]:=V[k2,4];
    pai[k1,5]:=V[k2,5];
    pai[k1,6]:=V[k2,6];
    pai[k1,7]:=V[k2,7];
    pai[k1,8]:=V[k2,8];
    flag:=1;
end
end;
end;
j1:=1;
while j1<npop-elit do
begin
    rd:=random;
    if rd<=pc then
begin
    r1:=trunc(random*npop)+1;
```

```

r2:=trunc(random*npop)+1;
r3:=random;
V[j1,1]:=round(r3*pai[r1,1]+(1-r3)*pai[r2,1]);
V[j1+1,1]:=round(r3*pai[r2,1]+(1-r3)*pai[r1,1]);
V[j1,2]:=round(r3*pai[r1,2]+(1-r3)*pai[r2,2]);
V[j1+1,2]:=round(r3*pai[r2,2]+(1-r3)*pai[r1,2]);
V[j1,3]:=round(r3*pai[r1,3]+(1-r3)*pai[r2,3]);
V[j1+1,3]:=round(r3*pai[r2,3]+(1-r3)*pai[r1,3]);
V[j1,4]:=round(r3*pai[r1,4]+(1-r3)*pai[r2,4]);
V[j1+1,4]:=round(r3*pai[r2,4]+(1-r3)*pai[r1,4]);
V[j1,5]:=round(r3*pai[r1,5]+(1-r3)*pai[r2,5]);
V[j1+1,5]:=round(r3*pai[r2,5]+(1-r3)*pai[r1,5]);
V[j1,6]:=round(r3*pai[r1,6]+(1-r3)*pai[r2,6]);
V[j1+1,6]:=round(r3*pai[r2,6]+(1-r3)*pai[r1,6]);
V[j1,7]:=round(r3*pai[r1,7]+(1-r3)*pai[r2,7]);
V[j1+1,7]:=round(r3*pai[r2,7]+(1-r3)*pai[r1,7]);
V[j1,8]:=round(r3*pai[r1,8]+(1-r3)*pai[r2,8]);
V[j1+1,8]:=round(r3*pai[r2,8]+(1-r3)*pai[r1,8]);
j1:=j1+2;
end
else
begin
v[j1,1]:=pai[j1,1];
v[j1,2]:=pai[j1,2];
v[j1,3]:=pai[j1,3];
v[j1,4]:=pai[j1,4];

```

```

v[j1,5]:=pai[j1,5];
v[j1,6]:=pai[j1,6];
v[j1,7]:=pai[j1,7];
v[j1,8]:=pai[j1,8];
j1:=j1+1;
end;
end;
for k1:=1 to npop-elit do
begin
rd:=random;
if rd<=pm then
begin
rd:=random;
k2:=trunc(rd*9);
rd:=random;
v[k1,k2]:=trunc(rd*14)+1;
end;
end;
end;
for k1:=1 to npop do
begin
form1.memo1.lines.add('v['+floattostr(k1)+']='+floattostr(v[k1,1])+','
+floattostr(v[k1,2])+','+floattostr(v[k1,3])+','
+floattostr(v[k1,4])+','+floattostr(v[k1,5])+','
+floattostr(v[k1,6])+','+floattostr(v[k1,7])+','
+floattostr(v[k1,8])+')

```

```
+ ' Prob'+floattostr(k1)+'='  
+(floattostr(int(prob[k1]*100)))+'%'  
+ ' fObjetivo'+floattostr(k1)+'='  
+(floattostr(int(fObjetivo[k1]*100)/100))+  
 ' fPenalidade'+floattostr(k1)+'='  
+(floattostr(int(fpenalidade[k1]*100)/100)));  
end;  
form1.memo1.lines.add('F i m');  
end;  
  
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);  
begin  
close;  
end;  
end.
```

## ANEXO B – Simulador hidráulico utilizado no modelo

```

unit Unit2_SIMARA;

interface

uses

    Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,
Unit1_SIMARA;

const mm=10;

type Mat=array [1..mm,1..mm] of real;

    Vet=array [1..mm] of real;

    VetI= array [1..mm] of integer;

    Mati= array [1..mm,1..mm] of integer;

procedure
redev1(mt,m,n,r,nB,nVR,nVRP:integer;NO1,NO2:veti;DN,CR,LT,HSET,aB,bB,cB,Q,HR:vet
;ALFA,TOL,GAMAI,GAMAF:real;var H1,qt:vet;var sima:integer);

type

TForm2 = class(TForm)

private

    { Private declarations }

public

    { Public declarations }

end;

var

    Form2: TForm2;

implementation

```

```

{$R *.DFM}

procedure
redev1(mt,m,n,r,nB,nVR,nVRP:integer;NO1,NO2:veti;DN,CR,LT,HSET,aB,bB,cB,Q,HR:vet
;ALFA,TOL,GAMAI,GAMAF:real;var H1,qt:vet;var sima:integer);

var

    i,j,k,l,x,pm,cont,w,BAR,it,sima1:integer;

    CHW,QIT,S3,BBB,CONTROLE:vet;

    ARHRI,HRM,Aux,HK,Aux1,AR,A,D,ID,HK1,HRV,QV,HP,HP1,IATDA,ATDA,
    HATDA,HSATDA,HSATD,HATD,ATD,AT,DI,ARHR,FUNC,TOTALS,AH,ATDA
    H,CORRECAO,CA1,MM,hkk,MA,IB,H1V,qtV,VAZAO,QM:mat;

    ERRO,TEMPO,T,MAIOR,AUXi,HE,HM,HJ,AUXQ,BET,JACOB,FUNCA,DELTA,
    Q1,Q2:real;

    V,VB:boolean;

begin

    V:=TRUE;

    VB:=TRUE;

    sima:=1;

    for i:=1 to mt do

        begin

            CHW[i]:=10.65*LT[i]/(exp(1.85*Ln(CR[i]))*exp(4.87*Ln(DN[i])));

            QM[i,1]:=Q[i];

            HRM[i,1]:=HR[i];

        end;

        for i:=0 to nVRP do

            begin

                CONTROLE[i]:=0;

```

```
end;
for i:=1 to r do
begin
  HK[n+i,1]:=HR[i];
end;
begin
  for i:=1 to mt do
  begin
    for j:=1 to (n+r) do
    begin
      Aux[i,j]:=0;
    end;
  end;
  for i:=1 to mt do
  begin
    Aux[i,NO2[i]]:=1;
    Aux[i,NO1[i]]:=-1;
  end;
  for i:=1 to mt do
  begin
    for j:=1 to n do
    begin
      A[i,j]:=Aux[i,j];
    end;
  end;
end;
k:=1;
```

```
for j:=1 to r do
begin
  for i:=1 to mt do
  begin
    AR[i,j]:=Aux[i,n+k];
  end;
  k:=k+1;
end;
begin
  for i:=1 to mt do
  begin
    for j:=1 to mt do
    begin
      DI[i,j]:=0.001;
    end;
  end;
  for i:=1 to mt do
  begin
    DI[i,i]:=EXP(-1/ALFA*LN(CHW[i]));
  end;
begin
  for i:=1 to mt do
  begin
    for j:=1 to n do
    begin
      AT[j,i]:=A[i,j];
```

```
    end;
end;
end;
for i:=1 to n do
begin
    for j:=1 to mt do
    begin
        ATD[i,j]:=0;
        for k:=1 to mt do
        begin
            ATD[i,j]:=ATD[i,j]+AT[i,k]*DI[k,j];
        end;
    end;
end;
for i:=1 to n do
begin
    for j:=1 to n do
    begin
        ATDA[i,j]:=0;
        for k:=1 to mt do
        begin
            ATDA[i,j]:=ATDA[i,j]+ATD[i,k]*A[k,j];
        end;
    end;
end;
begin
```

```
V:=TRUE;
for i:=1 to n do
begin
  for j:=1 to n do
  begin
    IATDA[i,j]:=0;
  end;
  IATDA[i,i]:=1;
end;
for k:=1 to n do
begin
  MAIOR:=ABS(ATDA[k,k]);
  for l:=k to n do
  begin
    if MAIOR<ABS(ATDA[l,k])
    then
    begin
      MAIOR:=ABS(ATDA[l,k]);
      pm:=l;
    end;
  end;
  if ABS(ATDA[k,k])<>MAIOR
  then
  begin
    for x:=1 TO n DO
    begin
```

```

    AUXi:=ATDA[k,x];
    ATDA[k,m]:=ATDA[pm,x];
    ATDA[pm,x]:=AUXi;
    AUXi:=IATDA[k,x];
    IATDA[k,x]:=IATDA[pm,x];
    IATDA[pm,x]:=AUXi;
end;
end;
if ATDA[k,k]<>0
then
begin
    T:=1/ATDA[k,k];
    for j:=1 to n do
    begin
        ATDA[k,j]:=ATDA[k,j]*T;
        IATDA[k,j]:=IATDA[k,j]*T;
    end;
    for i:=1 to n do
    begin
        if i<>k
        then
        begin
            T:=-ATDA[i,k];
            for j:=1 to n do
            begin
                ATDA[i,j]:=ATDA[i,j]+T*ATDA[k,j];

```

```
IATDA[i,j]:=IATDA[i,j]+T*IATDA[k,j];
end;
end;
end;
end
else
begin
V:=FALSE;
exit;
end;
end;
end;
end;
if V=FALSE
then
begin
exit;
end;
for i:=1 to m do
begin
for j:=1 to r do
begin
ARHR[i,j]:=0;
for k:=1 to r do
begin
ARHR[i,j]:=ARHR[i,j]+AR[i,k]*HRM[k,j];
end;
end;
end;
end;
```

```
end;
end;
for j:=1 to r do
begin
  for i:=1 to n do
  begin
    FUNC[i,j]:=0;
    for k:=1 to mt do
    begin
      FUNC[i,j]:=FUNC[i,j]+ATD[i,k]*ARHR[k,j];
    end;
  end;
end;
for i:=1 to n do
begin
  for j:=1 to r do
  begin
    TOTALS[i,j]:=FUNC[i,j]+QM[i,j];
  end;
end;
for j:=1 to r do
begin
  for i:=1 to n do
  begin
    HK[i,j]:=0;
    for k:=1 to n do
```

```
begin
    HK[i,j]:=HK[i,j]+IATDA[i,k]*TOTALS[k,j];
end;
end;
end;
end;
if V=FALSE
then
begin
    exit;
end;
ERRO:=1;
for i:=1 to n do
begin
    HK1[i,1]:=0;
end;
while ERRO > TOL do
begin
begin
    for j:=1 to r do
begin
    for i:=1 to mt do
begin
    AH[i,j]:=0;
    for k:=1 to n do
begin
```

```
AH[i,j]:=AH[i,j]+A[i,k]*HK[k,j];  
end;  
end;  
end;  
for j:=1 to r do  
begin  
  for i:=1 to mt do  
  begin  
    HP[i,j]:=AH[i,j]+ARHR[i,j];  
  end;  
end;  
for i:=1 to mt do  
begin  
  HP[i,1]:=-HP[i,1];  
end;  
end;  
begin  
for i:=1 to mt do  
begin  
for j:=1 to mt do  
begin  
  D[i,j]:=0.00;  
  ID[i,j]:=0.00;  
end;  
end;  
for i:=1 to m do
```

```

begin
  if ABS(HP[i,1])<>0
  then
    begin
      D[i,i]:=EXP((1/ALFA-1)*LN(ABS(HP[i,1])))*EXP((-1/ALFA)*LN(CHW[i]));
      ID[i,i]:=D[i,i]/GAMAI;
    end
  else
    begin
      D[i,i]:=0.00;
      ID[i,i]:=0.00;
    end;
  end;
for i:=m+1 to m+nB do
  begin
    D[i,i]:=0.00;
    ID[i,i]:=0.00;
  end;
for i:=m+nB+1 to m+nB+nVR do
  begin
    HM:=HK[NO1[i,1]];
    HJ:=HK[NO2[i,1]];
    if HM>HJ
    then
      begin
        D[i,i]:=EXP((1/ALFA-1)*LN(ABS(HP[i,1])))*EXP((-1/ALFA)*LN(CHW[i]));

```

```
    ID[i,i]:=D[i,i]/GAMAI;
end
else
begin
    D[i,i]:=0.00;
    ID[i,i]:=0.00;
end;
end;
CONT:=1;
for i:=1 to nVRP do
begin
    CONTROLE[i]:=0;
end;
for i:=m+nB+nVR+1 to m+nB+nVR+nVRP do
begin
    HM:=HK[NO1[i],1];
    HJ:=HK[NO2[i],1];
    HE:=(HM+HJ)/2;
    if ((HSET[CONT]<HJ) and (HJ<HM)) or (HM<HJ)
    then
    begin
        D[i,i]:=0.00;
        ID[i,i]:=0.00;
        CONTROLE[CONT]:=1;
    end;
end;
```

```

    if (HJ<HM) and (HM<HSET[CONT]) or(HM>HSET[CONT]) and
(HSET[CONT]>HJ) and (HE<HSET[CONT])

```

```

    then

```

```

    begin

```

```

        D[i,i]:=EXP((1/ALFA-1)*LN(ABS(HP[i,1]))) * EXP((-1/ALFA)*LN(CHW[i]));

```

```

        ID[i,i]:=D[i,i]/GAMAI;

```

```

        CONTROLE[CONT]:=0;

```

```

    end;

```

```

    if (HM>HSET[CONT]) and (HSET[CONT]>HJ) and (HE>HSET[CONT])

```

```

    then

```

```

    begin

```

```

        D[i,i]:=EXP((1/ALFA-1)*LN(ABS(HSET[CONT]-HJ))) * EXP((-
1/ALFA)*LN(CHW[i]/2));

```

```

        ID[i,i]:=D[i,i]/GAMAI;

```

```

        CONTROLE[CONT]:=2;

```

```

    end;

```

```

    CONT:=CONT+1;

```

```

end;

```

```

end;

```

```

begin

```

```

    VB:=TRUE;

```

```

    for k:=1 to mt do

```

```

    begin

```

```

        HP[k,1]:=-HP[k,1];

```

```

    end;

```

```

begin

```

```
for i:=1 to mt do
begin
  for j:=1 to n do
  begin
    AT[j,i]:=A[i,j];
  end;
end;
end;
for i:=1 to n do
begin
  for j:=1 to mt do
  begin
    HATD[i,j]:=0;
    for k:=1 to mt do
    begin
      HATD[i,j]:=HATD[i,j]+AT[i,k]*ID[k,j];
    end;
  end;
end;
end;
for i:=1 to n do
begin
  for j:=1 to n do
  begin
    HATDA[i,j]:=0;
    for k:=1 to mt do
    begin
```

```

    HATDA[i,j]:=HATDA[i,j]+HATD[i,k]*A[k,j];
end;
end;
end;
for k:=1 to nVRP do
begin
    if CONTROLE[k]=2
    then
    begin
        BAR:=m+nB+nVR+k;
        i:=NO1[BAR];
        j:=NO2[BAR];
        HATDA[j,i]:=0;
        HATDA[i,j]:=0;
        HP[BAR,1]:=HK[j,1]-HSET[k];
    end;
end;
for k:=1 to nB do
begin
    BAR:=m+k;
    i:=NO1[BAR];
    j:=NO2[BAR];
    BET:=1/ALFA;
    if ((bB[k]*bB[k])<(4*aB[k]*(HK[i,1]-HK[j,1]+cB[k]))) or (aB[k]=0) or
(bB[k]=0)
    then

```

```

begin
    form1.memo2.lines.add('ESTIMATIVA    INICIAL    E/OU    BOMBA
INCOMPATIVEL');
    VB:=FALSE;
end;
DELTA:=SQRT(bB[k]*bB[k]-4*aB[k]*(HK[i,1]-HK[j,1]+cB[k]));
Q1:=(-bB[k]+DELTA)/(2*aB[k]);
Q2:=(-bB[k]-DELTA)/(2*aB[k]);
if Q1>Q2
then
begin
    QIT[k]:=Q1;
end
else
begin
    QIT[k]:=Q2;
end;
AUXQ:=1000000;
while ABS(AUXQ-QIT[k])>TOL do
begin
    AUXQ:=QIT[k];
    if AUXQ>0
    then
    begin
        JACOB:=1/(2*aB[k]*AUXQ-ALFA*CHW[BAR]*EXP((ALFA-1)*
LN(AUXQ))+bB[k]);
    end;
end;
end;

```

```

FUNCA:=(aB[k]*AUXQ*AUXQ+bB[k]*AUXQ-CHW[BAR]*EXP(ALFA*
LN(AUXQ))+HK[i,1]-HK[j,1]+cB[k]);

end

else

begin

if AUXQ=0

then

begin

JACOB:=1/bB[k];

FUNCA:=HK[i,1]-HK[j,1]+cB[k];

end

else

begin

form1.memo2.lines.add('BOMBA INCOMPATIVEL');

VB:=FALSE;

end;

end;

QIT[k]:=AUXQ-JACOB*FUNCA;

end;

if QIT[k]=0

then

begin

AUXi:=1/(-bB[k]);

end

else

begin

```

```

    AUXi:=1/(-2*aB[k]*QIT[k]-bB[k]+CHW[BAR]*ALFA*EXP((ALFA-1)*
        LN(QIT[k])));
end;
HATDA[j,j]:=HATDA[j,j]+AUXi;
HATDA[i,i]:=HATDA[i,i]+AUXi;
HATDA [i,j]:=-AUXi;
HATDA[j,i]:=-AUXi;
end;
for i:=1 to n do
begin
    for j:=1 to mt do
    begin
        HSATD[i,j]:=0;
        for k:=1 to mt do
        begin
            HSATD[i,j]:=HSATD[i,j]+AT[i,k]*D[k,j];
        end;
    end;
end;
for i:=1 to n do
begin
    for j:=1 to r do
    begin
        ATDAH[i,j]:=0;
        for k:=1 to mt do
        begin

```

```

        ATDAH[i,j]:=ATDAH[i,j]+HSATD[i,k]*HP[k,j];
    end;
end;
end;
for k:=1 to nB do
begin
    BAR:=m+k;
    i:=NO1[BAR];
    j:=NO2[BAR];
    ATDAH[j,1]:=ATDAH[j,1]-QIT[k];
    ATDAH[i,1]:=ATDAH[i,1]+QIT[k];
end;
for i:=1 to n do
begin
    for j:=1 to r do
    begin
        ATDAH[i,j]:=ATDAH[i,j]+QM[i,j];
    end;
end;
sima1:=1;
for i:=1 to n do
begin
    for j:=1 to n do
    begin
        CA1[i,j]:=HATDA[i,j];
    end;
end;
end;

```

```
end;
for i:=1 to n do
begin
  for j:=1 to r do
  begin
    CA1[i,n+1]:=ATDAH[i,r];
  end;
end;
for k:= 1 to n-1 do
begin
  if CA1[k,k]=0
  then
  begin
    sima1:=0;
    for l:= k to n-1 do
    begin
      if CA1[l+1,k]<>0
      then
      begin
        sima1:=1;
        for j:=1 to n+1 do
        begin
          CA1[k,j]:=CA1[k,j]+CA1[l+1,j];
        end;
      end;
    end;
  end;
end;
```

```
if sima1=0
then
begin
    form1.memo1.lines.add('cálculo impossível 1');
    sima:=0;
end;
end;
l:= k+1;
for i:= k+1 to n do
begin
    if CA1[l-1,l-1] = 0
    then
    begin
        CA1[l-1,l-1] := 1e-3;
    end;
    MM[i,l-1]:=CA1[i,l-1]/CA1[l-1,l-1];
    for j:=1 to n+1 do
    begin
        CA1[i,j]:=CA1[i,j]-MM[i,l-1]*CA1[l-1,j];
    end;
end;
end;
for i:=1 to n do
begin
    for j:=1 to n+1 do
    begin
```

```

    if j>n then
    begin
        BBb[i]:=CA1[i,j]
    end;
end;
end;
if CA1[n,n] = 0
then
begin
    CA1[n,n] := 1e-3;
end;
HKk[n,1]:=BBb[n]/CA1[n,n];
for i:=n-1 downto 1 do
begin
    j:=i+1;
    S3[j-1]:=0;
    for j:=i+1 to n do
    begin
        S3[j]:=CA1[i,j]*HKk[j,1]+S3[j-1];
        HKk[i,1]:=BBb[i]/CA1[i,i]-S3[j]/CA1[i,i]
    end;
end;
for w:=1 to n do
begin
    HK1[w,1]:=-HKK[w,1]+HK[w,1];
end;

```

```
end;
GAMAI:=GAMAF;
if (V=FALSE) or (VB=FALSE)
then
begin
  EXIT;
end;
ERRO:=ABS(HK1[1,1]-HK[1,1]);
for i:=2 to n do
begin
  if ERRO<ABS(HK1[i,1]-HK[i,1])
  then
  begin
    ERRO:=ABS(HK1[i,1]-HK[i,1]);
  end;
end;
for i:=1 to n do
begin
  HK[i,1]:=HK1[i,1];
end;
it:=it+1;
end;
begin
  for k:=1 to mt do
  begin
    HP[k,1]:=HP[k,1];
```

```

end;
for k:=1 to nVRP do
begin
  if CONTROLE[K]=2
  then
  begin
    BAR:=m+nB+nVR+K;
    J:=NO2[BAR];
    HP[BAR,1]:=HSET[K]-HK1[J,1];
  end;
end;
for i:=1 to mt do
begin
  for j:=1 to 1 do
  begin
    VAZAO[i,j]:=0;
    for k:=1 to mt do
    begin
      VAZAO[i,j]:=VAZAO[i,j]+D[i,k]*HP[k,j];
    end;
  end;
end;
for k:=1 to nB do
begin
  BAR:=m+k;
  VAZAO[BAR,1]:=QIT[k];

```

```
    end;  
end;  
for i:=1 to mt do  
begin  
    qt[i]:=-VAZAO[i,1];  
    H1[i]:=HK1[i,1];  
end;  
end;  
end;  
end.
```