

---

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

**CONTROLE OPERACIONAL OTIMIZADO DE SISTEMAS DE CANAIS**

**EDINICE BORGES DE SIQUEIRA**

*Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em  
Tecnologias Ambientais da Universidade de Mato Grosso do  
Sul como requisito parcial para obtenção do título de Mestre  
em Saneamento Ambiental e Recursos Hídricos*

*Orientador: Prof. Dr. Robert Schiaveto de Souza*

**Campo Grande, dezembro de 2.007**

---

## AGRADECIMENTOS

O trabalho aqui apresentado é fruto de importantes colaborações e incentivos de pessoas especiais e que merecem o meu agradecimento.

Agradeço a Deus por ter me proporcionado tudo que sou e tenho.

Ao meu orientador Dr. Robert Schiaveto de Souza, que me deu força e motivação nos momentos em que pensei em desistir.

A acadêmica Ana Karla Oliveira Veiga do curso de graduação de Engenharia Ambiental, que se mostrou sempre à disposição nos momentos de dúvidas.

A minha amada mãe Eunice que de maneira inquestionável esteve sempre ao meu lado, apoiando e incentivando.

Ao meu amado pai Edigar (*in memoriam*) que jamais permitiu que eu desanimasse em todas as minhas trajetórias.

Aos meus queridos irmãos Edini e Junior que sempre fizeram parte da minha vida.

Obrigada por vocês existirem e ajudarem na concretização de mais essa etapa. Vocês são especiais.

---

---

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>iii</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>vi</b>
<b>I – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>3</b>
2.1 – Introdução .....	3
2.2 – Controle Ótimo de Sistemas de Canais .....	5
2.3 – Matrizes Peso de um Regulador Quadrático Linear .....	11
2.3.1 – Técnicas Heurísticas .....	11
<b>2.3.2 – Técnicas de Fixação de uma Estrutura Modal Ótima .....</b>	<b>12</b>
<b>2.3.3 – Técnicas de Fixação de uma Estrutura Modal Ótima Assintótica.....</b>	<b>26</b>
<b>III – OBJETIVOS .....</b>	<b>28</b>
<b>IV – METODOLOGIA .....</b>	<b>29</b>
4.1 – Equações Básicas .....	29
4.2 – Modelo Hidráulico .....	30
4.3 – Teoria de Controle Ótimo .....	34
4.4 – Análise de Sistemas Lineares na Representação Espaço do Estado.....	40
4.5 – Estabilidade e Controlabilidade do Sistema .....	47
4.5.1 – Estabilidade.....	48
4.5.2 – Controlabilidade .....	49
4.6 – Sistemas de Controle Ótimo .....	49
4.7 – O Regulador Quadrático Linear.....	53
4.8 – Distúrbios Externos e Controle Integral .....	61
4.9 – Métodos de Seleção das Matrizes Peso .....	66
4.10 – Escoamento Permanente Gradualmente Variado .....	68
4.11 – Canal de Estudo .....	71

---

4.12 – Equipamento e Linguagem Computacionais .....	72
<b>V – RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>74</b>
5.1 – Introdução .....	74
5.2 – Modelo do Canal – Método das Diferenças Finitas .....	76
5.2.1 – Sistema de Controle Linear .....	80
5.2.2 – Aplicação do Regulador Quadrático Linear .....	86
5.2.2.1 – Sistema Não-Realimentado .....	86
5.2.2.2 – Sistema Realimentado .....	92
<b>V I – CONCLUSÕES .....</b>	<b>97</b>
<b>V II– REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>100</b>

**LISTA DE SÍMBOLOS**

A	área da seção transversal do escoamento ou matriz do sistema realimentado
b	largura da comporta
B	matriz de controle
C	matriz de demanda
$C_d$	coeficiente de descarga da comporta
D	profundidade hidráulica
G	versão discreta da matriz A
g	aceleração da gravidade
H	versão discreta da matriz B
I	matriz identidade
i	índice do trecho
j	índice dos nós em cada trecho
k	intervalo de amostragem
L	matriz semi-definida positiva
N	número de nós de cada trecho
n	coeficiente de rugosidade
P	solução da equação algébrica de Ricatti ou perímetro molhado
Q	vazão do fluxo ou matriz semi-definida positiva
q	vazão lateral por unidade de comprimento
R	raio hidráulico
$S_f$	inclinação da linha de energia
$S_0$	inclinação do fundo do canal
T	largura da superfície do fluxo
t	tempo
u	altura de abertura da comporta
V	versão discreta da matriz C
w	distúrbio de estado
x	distância ou variável de estado

---

$y$	profundidade da água
$\Delta x$	espaço entre os nós
$\partial$	diferenciação

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 2.1 - Região hiperbólica de estabilidade .....	14
Figura 2.2 - Região de interesse para o setor de ângulo menor que $\pi/2$ .....	15
Figura 2.3 - Região de interesse para o setor entre $\pi/2$ e $\pi$ .....	16
Figura 4.1 - Esquema de um trecho de canal genérico.....	31
Figura 4.2 - Diagrama esquemático de um sistema não realimentado .....	35
Figura 4.3 - Diagrama esquemático de um sistema realimentado .....	36
Figura 4.4 - Diagrama de bloco para um sistema contínuo realimentado .....	56
Figura 4.5 - Diagrama de bloco para um sistema discreto não realimentado.....	56
Figura 4.6 - Diagrama de bloco para um sistema discreto realimentado .....	59
Figura 4.7 - Diagrama de bloco para um sistema contínuo realimentado com distúrbios externos e ação integral.....	63
Figura 4.8 - Diagrama de bloco para um sistema discreto realimentado com distúrbios externos e ação integral.....	65
Figura 4.9 – Disco D no plano complexo esquerdo .....	67
Figura 4.10 – Disco D no disco unitário com o centro na origem.....	67
Figura 4.11 – Elementos do escoamento variado .....	69
Figura 4.12 – Layout do canal .....	72
Figura 5.1 – Organograma das simulações realizadas.....	76
Figura 5.2 – Discretização espacial mostrando a configuração do canal .....	77
Figura 5.3 – Canal mostrando os nós por um modelo de 96 estados (17 nó por trecho) ....	78
Figura 5.4 – Esboço e dimensões do canal exemplo .....	79
Figura 5.5 – Autovalores do sistema não realimentado.....	87
Figura 5.6 – Desvios da variável de estado X1 para a simulação do sistema não	

---

realimentado devido a uma entrada degrau na seção 1 do trecho 1 .....	88
Figura 5.7 – Desvios da variável de estado X33 para a simulação do sistema não	
realimentado devido a uma entrada degrau na seção 33 do trecho 2 .....	88
Figura 5.8 – Desvios da variável de estado X65 para a simulação do sistema não	
realimentado devido a uma entrada degrau na seção 65 do trecho 3 .....	89
Figura 5.9 – Desvios da variável de estado X1 para a simulação do sistema não	
realimentado devido a uma entrada degrau na seção 1 do trecho 1 .....	90
Figura 5.10 – Desvios da variável de estado X33 para a simulação do sistema não	
realimentado devido a uma entrada degrau na seção 33 do trecho 2 .....	91
Figura 5.11 – Desvios da variável de estado X65 para a simulação do sistema não	
realimentado devido a uma entrada degrau na seção 65 do trecho 3 .....	91
Figura 5.12 – Desvios da variável de estado X1 para a simulação do sistema	
realimentado devido a uma entrada pulso na seção 1 do trecho 1.....	93
Figura 5.13 – Desvios da variável de estado X33 para a simulação do sistema	
realimentado devido a uma entrada pulso na seção 33 do trecho 2.....	93
Figura 5.14 – Desvios da variável de estado X65 para a simulação do sistema	
realimentado devido a uma entrada pulso na seção 65 do trecho 3.....	94
Figura 5.15 – Controle nas comportas 1 a 4. ....	95



## RESUMO

SIQUEIRA, E. B. (2007). *Controle Operacional Otimizado de Sistemas de Canais*. Campo Grande, 2007. 106 p. *Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil.*

Este trabalho apresenta um modelo hidráulico de controle de otimização de sistemas de canais, constituído em três trechos, interligados por 4 comportas, em que cada trecho é segmentado em 17 nós. Utiliza-se a teoria do regulador quadrático linear (RQL), com a finalidade de conduzir o sistema à condição de equilíbrio, mesmo que haja variações e/ou perturbações no escoamento do fluxo, utilizando-se a lei de controle usada na regulação das comportas.

**Palavras-chave:** controle operacional, sistemas de canais, otimização de projetos.

---

**ABSTRACT**

SIQUEIRA, E. B. (2007). *Optimized Operational Control of Systems of Canals. Campo Grande, 2007. 106 p. Master' Dissertation –FederalUniversity of Mato Grosso do Sul, Brazil (in Portuguese).*

This work presents a hydraulical model of control of otimização of systems of canals, constituted in three stretches, linked for 4 floodgates, where each stretch is segmented in 17 we. It is used theory of the regulator linear quadratic (RLQ), with the purpose to lead the system to the balance condition, exactly that it has variations and/or disturbances in the draining of the flow, being used itself it used law of control in the regulation of the floodgates.

**Palavras-chave:** operational control, systems of canals, optimized of projects.

---

## I - INTRODUÇÃO

Com o constante aumento da demanda de água, devido ao crescimento populacional, existe uma necessidade urgente de um gerenciamento eficiente dos recursos hídricos. Este gerenciamento pode ser encontrado na operação de canais primários (principal) ou secundários (ramificados) em muitos casos práticos, podendo ser obtido pela automação completa ou parcial de sistemas de canais.

A maioria das técnicas de operação de canais, não tem explorado as modernas tecnologias disponíveis para tornar as operações mais flexíveis. Existem tentativas recentes para fazer operações de canais automaticamente controlados, isto é, fazer com que sistemas de canais respondam conforme a demanda. Para obter os máximos benefícios usando qualquer técnica de controle, deve ser feita uma análise adequada e cuidadosa, além de uma síntese do sistema baseada em sua dinâmica completa.

O controle automático pode melhorar grandemente a eficiência de operação do transporte de água em canais e aumentar os benefícios associados ao seu uso.

Com controladores automáticos, um sistema de canal pode tornar-se o próprio regulador com mais flexibilidade, confiança e segurança. Se estes controladores trabalham corretamente, podem aperfeiçoar significativamente a eficiência de operação e igualmente minimizar o desperdício de água e reduzir o custo de operação quando comparado com a operação manual, tendo, com isso, um compromisso entre flexibilidade e custo.

Atualmente, podem ser utilizados procedimentos efetivos para análise e projeto de controles automáticos para sistemas de canais, os quais têm sido utilizados com êxito em alguns sistemas de múltiplos trechos, mas em outros, não têm trabalhado devidamente por causa do fato de a operação do controlador produzir condições hidráulicas instáveis no

---

canal. Em certos casos, isso poderia resultar em transbordamento do canal e possibilidade de colapso em suas margens.

A técnica de otimização aplicada nesta pesquisa será baseada na teoria de controle "moderno". Esta técnica foi escolhida porque o sistema em questão é um sistema de parâmetros distribuídos multi-variáveis de grande dimensão, onde as equações são utilizadas em sua forma original sem quaisquer transformações, exceto discretização e linearização.

Neste trabalho será proposto um modelo hidráulico para a determinação de leis de controle para a regulação de comportas na presença de distúrbios ou perturbações no sistema utilizando a teoria do regulador quadrático linear do controle moderno.

Esta é uma etapa preliminar para a implementação em campo do conceito de controle em um canal real. Espera-se que as técnicas estudadas nesta pesquisa possam ser aplicadas em uma próxima fase da pesquisa, contribuindo para a melhoria dos sistemas de irrigação e outros usos existentes.

Inicialmente, no capítulo II desenvolveu-se uma revisão bibliográfica dos principais trabalhos encontrados na literatura aplicando a teoria de controle ótimo em sistemas de canais. Neste capítulo encontram-se os conceitos fundamentais teóricos e o histórico dos métodos relacionados com a otimização dos sistemas de canais.

Na seqüência, o capítulo III fornece os objetivos propostos neste trabalho e a metodologia que será utilizada no trabalho, contendo a descrição dos fundamentos teóricos, os modelos utilizados, as hipóteses de trabalho, os equipamentos utilizados, as técnicas de otimização, os procedimentos de resolução e as possibilidades de estudo estão apresentados no capítulo IV.

Os resultados e discussão são colocados no capítulo V, as conclusões no capítulo VI e as referências bibliográficas que permitem a identificação das publicações citadas e consultadas estão no capítulo VII.

---

## II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 – Introdução

Aplicações de controle automático em sistemas de canais são muito recentes quando comparado com outros campos da engenharia, onde o uso pode ser datado antes de 1778. A seguir, uma breve revisão bibliográfica descrevendo a história do controle automático apresentada por BALOGUN (1985) é reproduzida com a finalidade de introduzir o problema de controle em sistemas de canais.

James Watt, em 1778, foi o pioneiro a usar a realimentação automática. Ele decidiu que o controle de abertura e fechamento de uma válvula a vapor realizado por uma pessoa não era a melhor maneira de manter a velocidade constante de uma máquina a vapor. Ele portanto inventou o controlador Watt, que usava a força centrífuga da rotação de bolas como um controlador de velocidade. Quando a velocidade da máquina aumentava, o fornecimento de vapor cessava automaticamente e quando a velocidade da máquina diminuía, o fornecimento de vapor aumentava.

O controle em malha fechada foi tratado teoricamente em 1868 aproximadamente. Um esforço realizado por Maxwell foi dirigido para a análise e pesquisa em uma máquina à vapor e pilotagem de navio. Outras contribuições em controle realimentado foram realizadas por Hurwitz em 1875, Routh em 1884, e Liapunov em 1892, juntamente com trabalhos fundamentais de matemáticos como Laplace, Fourier e Cauchy, nos quais as bases dos métodos de análise de engenharia moderna estão fundamentadas.

O aumento inicial no uso de controle automático em outros campos (por exemplo, elétrico, mecânico, etc.) foi lento. No entanto, com o advento da eletrônica, a aplicação e o entendimento teórico de técnicas de controle em malha fechada aumentou rapidamente. Uma

---

significante contribuição foi feita por Nyquist (1932) que realizou uma análise de estabilidade usando uma resposta de frequência em malha aberta. Heaviside (1920) deu também uma contribuição significativa, conduzindo à um melhor entendimento da aplicação das transformadas de Laplace e Fourier. Hazen em 1934 apresentou a primeira aproximação analítica para o projeto de sistemas de controle em malha fechada. Devido a necessidade de melhores e mais precisos sistemas de controle realimentados durante a segunda guerra mundial, houve rápidos desenvolvimentos. Destacam-se as técnicas de resposta de frequência de Bode e Nichols, a síntese de redes por Guillemin, o método do lugar das raízes desenvolvido por Evans, a abordagem estatística de Weiner e Phillips, e os trabalhos em sistemas não lineares e utilização de computadores digitais de Tustin, Kochenburger, Lure, Ragazzini, Zadeh, Shannon e Bellman. As desvantagens inerentes das técnicas convencionais para o controle realimentado devido a alta dependência dos procedimentos de tentativa e erro requereu uma abordagem mais moderna. Na década recente de 1940, o conceito de controle ótimo ou moderno foi introduzido por Weiner. Essa técnica foi baseada na otimização de um dado critério de desempenho. McDonald aplicou primeiramente esse conceito em 1950. Seu trabalho foi minimizar a resposta transiente de um sistema de controle realimentado para entradas degraus. Em 1951, Draper e Li escreveram um artigo discutindo os conceitos teóricos do controle ótimo para uma máquina de combustão interna. Seu sistema tentou otimizar o consumo de combustível. Desde então, muitos trabalhos têm sido escritos sobre sistemas de controle. Entre os mais importantes são o trabalho de Bellman, que desenvolveu o conceito de programação dinâmica, e de Pontryagin, Boltyanski, e Gamkrelidze, que desenvolveram o princípio máximo.

A aplicação de controle automático realimentado em sistemas de canais é uma prática recente. Com o aumento da demanda de água em sistemas de irrigação e outros propósitos, e em vista da limitação atual dos recursos de água, a necessidade de conservação de água tem se

---

tornado cada vez mais importante. A operação manual não pode ser feita tão eficientemente ou precisamente como o controle automático. Essas questões conduziram à introdução do controle automático em sistemas de canais (SOUZA, 1998).

Trabalhos realizados na área de controle automático estão dispersos na literatura, e algumas descrições aplicadas a canais têm sido encontradas.

## **2.2 – Controle Ótimo de Sistemas de Canais**

BALOGUN (1985) e BALOGUN, HUBBARD, DE VRIES (1988), aplicaram a teoria do regulador quadrático linear em tempo contínuo para derivar um esquema para operar canais. Este esquema de controle foi baseado nos sistemas dinâmicos e pôde ser aplicado no planejamento, organização e métodos de demanda em tempo real de sistemas de canais, e ofereceu um importante potencial para desenvolvimentos futuros. Contudo, ele foi baseado no controle centralizado, o qual teve um elevado custo inicial e requereu grande esforço computacional para sua implementação.

Desenvolveram uma aproximação integrada para o projeto de sistemas de controle automático de canais, usando a teoria do regulador quadrático linear. As equações diferenciais parciais unidimensionais descrevendo o escoamento em canais (equações de Saint-Venant) foram linearizadas em torno das condições de equilíbrio e discretizadas espacialmente para deduzir um grupo de equações diferenciais ordinárias o qual descreveu os efeitos das aberturas de comporta para altura e taxa de escoamento. Técnicas de modelo linear quadrático foram usadas para projetar um regulador. A necessidade de medir todos os estados foi evidente devido à construção de um observador usando somente medidas de alturas adjacentes para comportas de controle. Resultados de simulação foram apresentados com aperfeiçoamento da resposta transiente.

---

REDDY (1990) apresentou uma técnica de controle ótimo local (controle de uma comporta individual) para operação de canais de irrigação com um simples trecho. Usando os conceitos da teoria de controle, obteve uma expressão para abertura de comporta a montante de um trecho de canal de irrigação baseado no controle de nível constante. Na derivação, o trecho do canal entre duas comportas foi dividido em  $N$  nós e foram escritas, para cada nó, as equações da continuidade e da quantidade de movimento pelo método das diferenças finitas. A série de Taylor foi aplicada para linearizar as equações em torno do estado estacionário inicial ou condições de equilíbrio. As equações linearizadas foram, então, arranjadas na forma de um grupo de equações chamada de equação de estado em teoria de controle. A teoria do regulador quadrático linear foi aplicada para derivar uma expressão para a abertura ótima da comporta para conduzir o sistema de volta a condição de equilíbrio na presença de perturbações. A resposta do sistema linearizado foi simulada na presença de perturbações constantes conhecidas e considerada aceitável, para perturbações inferiores a 20% da taxa de escoamento original no trecho do canal. O resultado obtido pela teoria de controle ótimo foi avaliado usando um modelo de escoamento variado em canais abertos.

Segundo REDDY (1990), ao longo dos últimos anos, diversos modelos matemáticos para operar canais com controle local, foram desenvolvidos. O autor declara que Wylie, em 1969, apresentou um algoritmo para obter a abertura das comportas diretamente, enquanto o programa desenvolvido por Amorocho e Strelkoff, em 1965, simulou os transientes para abertura da comporta especificada. Zimelman, em 1981, aperfeiçoou o funcionamento deste programa.

Idealmente, um sistema de canais deve ser suficientemente flexível para prover água em tempo real. REDDY (1990), em seu trabalho, descreveu que existem alguns ensaios neste sentido (Buyalski e Serfozo, em 1979; Zimelman, em 1981 e Burt em 1983). Todas estas técnicas são usadas para ajustar o nível de água a jusante (exceto Burt) e detalhadas por



---

modelagem hidráulica para a escolha dos parâmetros de controle. Burt, em 1983, usou níveis múltiplos de água para obter os parâmetros de controle. Contudo, estes controladores locais necessitaram simulações extensivas para obter os parâmetros necessários ao controle.

REDDY, DIA e OUSSOU (1992) utilizaram o modelo das diferenças-finitas linearizado para escoamento em canais. O problema de operação de canais foi formulado como um problema de controle ótimo e foi apresentado um algoritmo para abertura de comporta na presença de perturbações externas arbitrárias (mudanças nas vazões de demanda). Um observador foi projetado para estimar os valores para alturas de escoamento e vazões de escoamento nos nós intermediários, baseado nos valores de alturas medidos em dois pontos do trecho. Algoritmos de controle foram propostos para controle de nível constante e controle de volume constante. Durante a avaliação, as equações do controlador e do observador, derivadas do modelo linearizado, foram incluídas como módulos no modelo não-linear de escoamento em canais. Em um problema com perturbações externas de 20% da taxa de escoamento inicial no trecho, o desempenho do algoritmo de controle e do observador em manter um nível constante à jusante do trecho, foi considerado aceitável.

Segundo REDDY (1995), as equações de Saint-Venant para escoamento em canais foram linearizadas em relação à condição de operação do canal. Os conceitos da teoria de otimização linear foram aplicados para derivar um algoritmo de controle realimentado para controle de nível constante de um canal de irrigação. O desempenho de um estimador de estado projetado usando o método do lugar das raízes e a técnica do filtro de Kalman foi comparada com os resultados obtidos usando um controlador com realimentação completa.

Foi considerado um simples trecho para calcular a vantagem da técnica utilizada para projetar um estimador para canais de irrigação. Considerando a complexidade computacional e a acurácia dos resultados obtidos, a técnica do filtro de Kalman foi considerada adequada para canais de irrigação.

---

O trabalho de SAWADOGO, MALATERRE e KOSUTH (1995), apresentou uma aplicação da teoria de controle ótimo para o controle automático de um único trecho de um canal de irrigação. O modelo usado para projetar o controlador foi deduzido através das equações de Saint Venant discretizadas por meio do modelo implícito de Preissman e linearizadas. Um observador de estado e perturbação foi usado para reconstruir a variável de estado com um número reduzido de variáveis observadas. Rejeições de perturbações foram consideradas. O controlador e o observador foram testados com modelos lineares e não-lineares e provaram ser eficientes.

Um algoritmo de controle de jusante foi desenvolvido para o controle de sistemas múltiplos de canal trechos por LIU, FEYEN e BERLAMONT (1995). O objetivo do controle foi manter a meta de nível de água na extremidade jusante de cada trecho, por ajuste do controle de comporta na extremidade montante. Se a medida do nível de água diferisse do seu valor-meta, a comporta era ajustada, objetivando eliminar o desvio o mais rápido possível. O método foi baseado em um procedimento de solução explícita das equações de Saint-Venant. Ajustes em cada comporta de controle foram calculados de acordo com os níveis de água, imediatamente a montante. A menos que o trecho fosse extremamente longo, um controle efetivo poderia ser obtido somente com duas informações dos nós de cada trecho (extremidade montante e jusante do trecho). Se as taxas de escoamento nos nós de informação fossem estimadas usando um método gradiente, quatro níveis de água eram medidos em cada trecho.

O problema de regulação de canais de irrigação sujeitos a operação de distribuição de demanda foi formulado por REDDY (1996), como um problema de controle ótimo. Para aplicar a teoria de controle ótimo linear, as equações de Saint-Venant para escoamento em canais foram linearizadas usando série de Taylor, após aproximar por diferenças finitas as equações diferenciais parciais não lineares. Um controlador proporcional integral foi

---

desenvolvido usando conceitos da teoria de controle ótimo linear e um observador ótimo (filtro de Kalman), para estimar os valores para as variáveis que não eram medidas. Foi considerado um exemplo de canal de irrigação com cinco trechos. Com a técnica das diferenças finitas utilizada, um total de 45 variáveis de estados e cinco variáveis de controle (comporta) resultou no problema. Com duas medidas por trecho, foram estimados valores de 35 variáveis de estado usando um observador. Submetendo-se o canal a perturbações aleatórias de aproximadamente 40% da taxa de escoamento inicial, o desempenho do algoritmo de controle realimentado global simulado, com filtro Kalman foi considerado aceitável em termos de obtenção de um controle de volume constante ou de um controle de nível constante nos trechos do canal, na presença de perturbações aleatórias nas taxas de escoamento lateral.

CLEMMENS, KACEREK, GRAWITZ e SHUURMANS (1998) desenvolveram testes para avaliação da lógica de esquemas de controle em canais. O objetivo desses testes foi preliminarmente, exibir os vários métodos de controle realimentado. A experiência foi desenvolvida com um modelo de simulação de escoamento variável. Dois testes de canais foram apresentados, representando propriedades hidráulicas extremas. Os dois cenários abrangeram uma escala de condições de escoamento. Os testes determinaram a qualidade das soluções e os seus respectivos tempos de obtenção. Foram dadas também recomendações de como apresentar os resultados desses testes e o grupo associado de desempenhos indicados ou medidos.

Durante décadas, numerosos sistemas de controle automático foram propostos para operação de canais de irrigação. Tipos de sistemas de controle automático estão baseados desde esquemas empíricos de canal único, até procedimentos com múltiplos trechos e múltiplas variáveis, baseados na minimização de critérios de desempenho quadrático. Segundo CARMONA, CLEMMENS e SHUURMANS (1998), a maioria dos algoritmos de

---

controle pode ser expressa em teoria de controle tradicional, das quais propriedades e características podem ser determinadas. Foi apresentada pelos pesquisadores a determinação da ação de controle ou variável de controle exigida para obter uma operação de canal desejada em função da técnica de projeto usada. As leis de controle associadas as diferentes técnicas de projeto foram demonstradas numa forma polinomial. As expressões resultantes esclarecem as diferenças entre os algoritmos e suas limitações quando eles são usados em operação de canais de irrigação. Foi, ainda, apresentada uma discussão sobre as vantagens desses algoritmos para diversas situações.

As equações de Saint-Venant para escoamento em canais, originadas das equações diferenciais parciais não-lineares, foram linearizadas usando a série de Taylor e após aproximação pelo método das diferenças finitas, por REDDY e JACQUOT (1999). Usando a teoria do controle ótimo linear, foi desenvolvido um controlador proporcional integral para um canal de irrigação com cinco trechos. Um filtro de Kalman foi projetado para estimar valores para variáveis de estado que não foram medidas. A dinâmica simulada com controlador proporcional integral ao longo do canal e com filtro de Kalman foi comparada com o desempenho dos algoritmos de controle global para do controle de volume constante e o controle de nível constante de um exemplo de canal de irrigação. O desempenho dos algoritmos de controle de volume constante foi considerado tão bom quanto o desempenho do algoritmo de controle global.

Um projeto de controlador predictivo adaptativo para controle descentralizado de um canal de irrigação foi proposto por SAWADOGO, FAYE e CAMINO (2001). Os pesquisadores consideraram um canal, decomposto em toda a sua extensão em  $N$  subsistemas (trechos) separados por uma estrutura de controle (comporta). Os subsistemas foram considerados interdependentes, pois o escoamento através das estruturas dependia dos níveis de água a montante e jusante. No trabalho apresentado, a teoria do controle predictivo foi

---

usada para formular uma série de controladores locais para operação automática de cada trecho. O esquema de controle apresentado considerou as interações entre os subsistemas. O objetivo de cada controlador foi o de manter constante o nível de água à jusante de cada trecho, sujeito a perturbações externas. Para avaliar o desempenho do controlador em condições reais, o mesmo foi testado por um modelo não-linear de escoamento em canal. O caso de estudo considerou um canal dividido em oito trechos.

### **2.3 – Matrizes peso de um regulador quadrático linear**

Na função custo quadrática integral, há uma relação entre a especificação do desempenho desejado do sistema e os parâmetros do projeto. Para um índice de desempenho quadrático linear, estes parâmetros são as matrizes peso, e eles devem ser escolhidos para atingir o desempenho desejado do sistema.

As técnicas disponíveis para a escolha das matrizes peso, podem ser divididas em três grupos principais (GRIMBLE e JOHNSON 1988):

- técnicas heurísticas
- técnicas de fixação de uma estrutura modal ótima
- técnicas de fixação de uma estrutura modal ótima assintótica

A essência das técnicas destes três grupos é descrita a seguir.

#### **2.3.1 – Técnicas Heurísticas**

As primeiras técnicas utilizadas para a seleção das matrizes peso da função custo quadrática foram de natureza heurística. Uma dessas técnicas é o método “quadrático inverso” ou "método quadrático inverso de Bryson" (BRYSON,1975). Este método é ainda usado como uma primeira avaliação por muitos projetistas. O método quadrático inverso ainda

persiste como um método largamente usado para a seleção das matrizes custo quadráticas. O conceito básico da técnica é normalizar a contribuição dos estados (ou saídas) e dos termos de controle, na função custo quadrática. Esta normalização é geralmente realizada usando os valores máximos dos estados e controles individuais.

Suponha que as matrizes peso  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e  $R \in \mathbb{R}^{r \times r}$  sejam diagonais, ou seja:

$$Q = \text{diag}[q_1, \dots, q_n] \quad (2.1)$$

$$R = \text{diag}[r_1, \dots, r_r] \quad (2.2)$$

O algoritmo é descrito como:

i) Determine os máximos desvios toleráveis  $x_i(\text{max})$  com  $i = 1, \dots, n$ , e  $u_j(\text{max})$  com  $j = 1, \dots, r$ .

ii) Calcule as matrizes peso da função custo quadrática:

$$q_i = \frac{1}{x_i^2(\text{max})} \quad i = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

$$r_j = \frac{1}{u_j^2(\text{max})} \quad j = 1, \dots, r \quad (2.4)$$

Embora simples, o método requer um procedimento de tentativa e erro para uma resposta satisfatória.

### 2.3.2 – Técnicas de Fixação de uma Estrutura Modal Ótima

As técnicas apresentadas nesta seção dependem da capacidade do projetista especificar o comportamento dinâmico desejável do sistema realimentado. Para sistemas na representação espaço de estado, o comportamento dinâmico transiente depende da estrutura modal do sistema realimentado, ou seja, dos autovalores (ou pólos) e seus autovetores associados. Enquanto a especificação dos pólos do sistema realimentado é aceita na prática, a seleção dos

---

seus autovetores associados é um conceito novo com poucas correlações disponíveis para a orientação em projetos de controle. Estas técnicas têm suas origens em dois métodos de seleção das matrizes peso, e estão baseadas na obtenção de um sistema realimentado com pólos exatamente prescritos ou aproximadamente prescritos. Esses métodos são chamados de “controle modal ótimo” e “projeto regulador com estabilidade prescrita” respectivamente.

O problema do controle modal ótimo utiliza a especificação dos pólos do sistema realimentado para determinar as matrizes peso  $Q$  e  $R$  apropriadas, ou seja, as matrizes  $Q$  e  $R$  são escolhidas de tal forma que o regulador coloca os pólos em posições desejadas e exatas. Em alguns casos, é suficiente obter pólos com certo grau de estabilidade. Essa classe de técnicas é conhecida como projeto regulador com estabilidade prescrita. Envolvendo estes dois tipos de técnicas, há diversas soluções para o problema de fixação de uma estrutura modal ótima. Uma característica comum da maioria destes algoritmos é o uso de um algoritmo de otimização não linear para obter a eventual solução.

### **- Projeto Regulador com Estabilidade Prescrita**

Para muitos propósitos de projeto, não é necessário prescrever posições exatas de todos os pólos. Em vez disso, é freqüentemente suficiente especificar uma região no plano complexo esquerdo onde os pólos deveriam se posicionar. Tal técnica, quando baseada na metodologia de controle ótimo, é conhecida como um projeto regulador com estabilidade prescrita.

No contexto de controle ótimo, essa idéia foi primeiramente descrita por ANDERSON e MOORE (1969), onde uma simples transformação de estado foi usada para localizar todos os autovalores à esquerda de uma linha vertical paralela ao eixo imaginário no plano complexo esquerdo.

KAWASAKI e SHIMEMURA (1983) publicaram uma nota técnica para posicionar os autovalores dentro de uma região hiperbólica no plano complexo esquerdo. Este método explora as propriedades do regulador de mínima energia e da equação matricial de Riccati para construir as matrizes peso apropriadas. A teoria do algoritmo pode ser aplicada para outras regiões de estabilidade prescrita. Usando o método proposto, os pesos quadráticos são obtidos de uma forma que todos os pólos do sistema realimentado são localizados numa região desejada para a obtenção de uma boa resposta e estabilidade. O sistema construído por este método possui as características de um problema linear ótimo e de um problema de colocação de pólo, sendo, portanto, útil em projetos de sistemas de realimentação linear. O método permite que todos os pólos do sistema realimentado estejam localizados na região hachurada da figura (2.1).

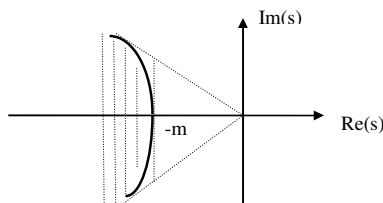


Figura 2.1 - Região hiperbólica de estabilidade.

Por experiência, sabe-se que se todos os pólos estão localizados na região da figura (2.1), as respostas convergem para o estado permanente numa velocidade apropriada e sem oscilações. Este método coloca os pólos do sistema realimentado em um número finito de no máximo  $n$  iterações. Além disso, os pólos que têm sido já localizados na região desejada, não são removidos nas iterações subsequentes do algoritmo.

JUANG e LEE (1984) propuseram um método que pode ser usado para direcionar o procedimento de colocação ótima de pólo. Uma região variável é definida para onde os novos autovalores do sistema realimentado são localizados. Segundo os pesquisadores, o procedimento proposto não exige a resolução da equação de Riccati, é flexível quanto a região



onde o pólo pode ser fixado de maneira ótima, e tem diversas propriedades numéricas vantajosas, especialmente para sistemas mal condicionados ou sistemas de ordem elevada.

SHIEH, DIB e McINNIS (1986) apresentaram um método para encontrar um regulador quadrático linear que resulte em um sistema ótimo realimentado com os autovalores prescritos dentro de uma faixa vertical no plano esquerdo complexo.

O problema de colocação de todos os pólos de um sistema por realimentação de estado, dentro de um disco especificado, é considerado por FURUTA e KIM (1987) para sistemas contínuos e discretos. Uma lei de controle é determinada usando uma equação de Riccati discreta que pode ser calculada diretamente. Este tipo de problema é denominado de colocação de pólo-D, e suas propriedades e características em relação ao problema do controle ótimo são discutidas.

Um regulador quadrático linear ótimo foi desenvolvido por SHIEH, DIB e GANESAN (1988) para colocar de maneira ótima os pólos de sistemas multivariáveis contínuos em uma região de um setor aberto (figura 2.2), limitada pelas linhas inclinadas  $\pm\pi/2k$  ( $k = 2$  ou  $3$ ) em relação ao eixo real negativo, e uma linha paralela ao eixo imaginário do lado esquerdo do plano complexo. A colocação de pólo ótima foi realizada sem utilizar explicitamente os autovalores do sistema não realimentado. O sistema realimentado resultante com seus autovalores na região desejada é ótimo com relação a um índice de desempenho quadrático.

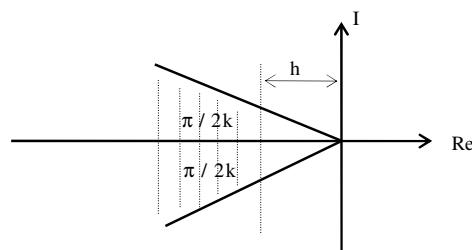


Figura 2.2 - Região de interesse para o setor de ângulo menor que  $\pi/2$ .

O problema de colocação ótima de pólo está baseado principalmente na solução de uma equação matricial linear de Lyapunov, enquanto que o método apresentado por

KAWASAKI e SHIMEMURA (1983) é baseado na solução de uma equação matricial não linear de Riccati. Além disso, eles introduziram certa quantidade de arbitrariedades na avaliação das matrizes peso e ganho de realimentação, como por exemplo, a escolha arbitrária de um ganho constante. Este método coloca os autovalores do sistema não realimentado na região limitada pelas linhas  $\pm\pi/2k$  em relação ao eixo real negativo para  $k = 2$  ou  $3$ . Portanto a maior região que pode ser considerada é limitada pelas linhas inclinadas  $\pm\pi/4$  ( $45^\circ$ ). Para o caso de setores que são limitados por ângulos maiores, uma técnica de transferência de setor foi usada para a colocação do pólo. O método apresentado coloca de maneira ótima os pólos de um sistema realimentado em qualquer setor geral com ângulo entre  $\pi/2$  e  $\pi$  (figura 2.3). Embora o método apresentado coloque de forma ótima os pólos em um setor mais geral com ângulos entre  $\pi/2$  e  $\pi$ , quando  $k = 2$  ou  $3$ , as respostas do sistema convergem com uma velocidade apropriada e sem oscilações excessivas.

Considere a região mostrada na figura (2.3), onde o setor é limitado pelas linhas (a) e (b) inclinadas com ângulos  $\pm\theta$  ( $\theta > 45^\circ$ ) em relação ao eixo real negativo. Também considere a região limitada pelas linhas (c) e (d), e a linha vertical em  $-h_1$ . Os pólos do sistema realimentado devem ser colocados nesta última região.

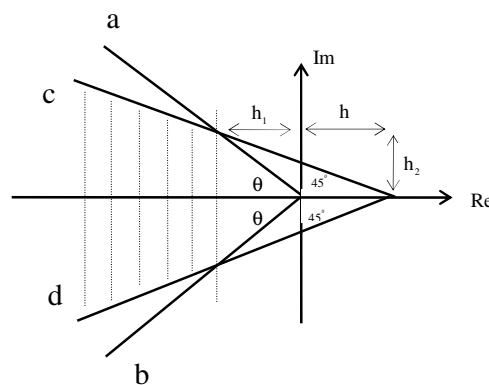


Figura 2.3 - Região de interesse para o setor entre  $\pi/2$  e  $\pi$ .

---

O setor limitado pelas linhas (c) e (d) inclinadas de  $\pm\pi/4$  em relação ao eixo real tem origem no eixo real positivo em  $h = h_2 - h_1$ , onde  $h_2 = h_1 \tan(\theta)$ . Portanto, o problema de colocação de pólo pode ser reduzido a um caso particular do problema visto anteriormente para  $k = 2$ . O procedimento de projeto apresentado não requer o conhecimento explícito dos autovalores do sistema não realimentado e uma expressão foi deduzida para uma constante de ganho que assegura que no mínimo dois autovalores adicionais se movem para o setor aberto em cada iteração. O número máximo de iterações requerido para alcançar a colocação desejada dos pólos é igual ao maior inteiro menor ou igual a  $(n/2 + 2)$ . Baseado nas observações acima, os procedimentos de projeto apresentados foram considerados eficientes.

### **- Controle Modal Ótimo**

O objetivo do controle modal é determinar uma lei de realimentação de estado para que o sistema tenha um conjunto de autovalores pré-definidos. O controle modal ótimo, diferentemente do regulador com estabilidade prescrita, utiliza uma especificação exata das posições individuais dos pólos do sistema realimentado para determinar as matrizes peso Q e R apropriadas. O ganho de realimentação é então obtido do problema do regulador quadrático linear. Vários métodos podem ser encontrados na literatura: SOLHEIM (1972), GRAUPE (1972), BAR-NESS (1978), AMIN (1985), SAIF (1989), LUO e LAN (1995), OCHI e KANAI (1995).

Estas técnicas podem ser divididas em dois grupos: os métodos exatos e os métodos de perturbação.

### *- Métodos Exatos para Controle Modal Ótimo*

---

Estes métodos realizam a colocação de pólos através de uma formulação explícita entre os elementos das matrizes peso e os autovalores desejados para o sistema realimentado.

Os trabalhos que se destacam são: SOLHEIM (1972), AMIN (1985), SAIF (1989) e LUO e LAN (1995).

SOLHEIM (1972) desenvolveu um método que permite projetar sistemas de controle ótimo realimentado com autovalores prescritos, e permite também ser usado para transferir os autovalores de um sistema já ótimo para posições desejáveis. Um método geral e simples é desenvolvido para encontrar os elementos da matriz peso de estado para uma dada matriz de controle. O método pode ser aplicado em projetos de sistemas contínuos e discretos. Ele considerou o caso onde a matriz do sistema tem autovalores distintos reais e autovalores complexos. O método é baseado no fato que os diferentes ganhos de realimentação e as diferentes matrizes peso podem ser somados para fornecer o resultado final. A seqüência de transferência dos autovalores pode ser arbitrária, mas cada seqüência resultará em uma matriz  $Q$  diferente.

Um método para transferir as partes reais dos pólos de um sistema não realimentado para as posições desejadas, preservando as partes imaginárias é apresentado por AMIN (1985). Em cada passo da aplicação proposta, foi necessário resolver uma equação matricial linear de Lyapunov de primeira ou de segunda ordem para transferir um pólo real ou um par de pólos complexos conjugados respectivamente. Na transferência dos diversos pólos, o procedimento é realizado recursivamente. O método apresentado fornece uma solução que é ótima em relação ao índice de desempenho quadrático. O trabalho de AMIN (1985) considera o mesmo problema discutido por SOLHEIM (1972). No entanto, as partes reais dos pólos do sistema não realimentado são consideradas ser transferidas para as posições desejadas, enquanto as partes imaginárias são preservadas sem alteração, permitindo assim resolver uma

---

equação linear de Lyapunov ao invés de uma equação não linear de Riccati. O processo de transferência de pólos é obtido por uma lei de controle de realimentação ótima com relação a um índice de desempenho quadrático.

SAIF (1989) propôs um algoritmo recursivo para a seleção da matriz peso de estado  $Q$ , e conseqüentemente de um controlador ótimo para um problema regulador quadrático linear (RQL) que resulta em um conjunto de autovalores desejados no sistema realimentado. A lei de controle resultante minimiza o índice de desempenho quadrático, e ao mesmo tempo resulta em um conjunto desejado de autovalores do sistema realimentado. Um método de agregação é utilizado, para que a cada passo do processo recursivo do modelo reduzido, um pólo real ou um par de pólos complexos, sejam devidamente alocados. Isto é feito com equações matriciais de duas ou quatro dimensões respectivamente, independente da dimensionalidade do sistema. O algoritmo, ainda é capaz de colocar um par conjugado complexo em uma nova posição conjugada complexa ou em duas posições distintas reais. A técnica usa propriedades simples do sistema hamiltoniano para a transferência de pólos e cálculo das soluções estáveis e não estáveis da equação matricial de Riccati. O trabalho é basicamente uma extensão do trabalho de AMIN (1985). Especificamente, o algoritmo apresentado é superior àquele trabalho. Uma vantagem do esquema, é que a cada estágio do processo recursivo, trabalha-se com matrizes de baixa ordem (segunda ou quarta ordem) independente da dimensão do sistema.

Neste trabalho de SAIF (1989), a seleção ótima da matriz peso do sistema é realizada de maneira seqüencial, ou seja, em cada estágio, um pólo real ou um par conjugado complexo é transferido, e uma matriz peso apropriada e a lei de controle ótima correspondente são encontradas. A aplicação é computacionalmente simples, especialmente para grandes sistemas mal condicionados onde somente os autovalores dominantes ou instáveis precisam ser fixados, pois matrizes de grandes ordens são evitadas em tais casos. Esta simplicidade resulta

---

do fato que a cada estágio do processo seqüencial, o sistema é agregado para um sistema de primeira ou de segunda ordem, dependendo se um pólo real ou um par conjugado complexo é alocado. Desta forma, todos os cálculos requerem matrizes de segunda ou quarta ordem, independentemente da dimensionalidade do sistema para fixar um autovalor através da seleção da matriz peso de estado. Esta característica do algoritmo reduz o esforço computacional drasticamente, em particular quando sistemas de grande ordem são envolvidos. Esta aplicação ainda é capaz de fixar todos os autovalores para as novas posições, ou fixar apenas um subconjunto de autovalores em novas posições e manter os demais, uma vez que do ponto de vista da teoria de controle, não é aconselhável em tais sistemas, alterar o comportamento dinâmico do sistema mais do que seja necessário. Esta importante característica do algoritmo permite que nenhum esforço de controle seja utilizado para mover os modos não dominantes do sistema. Desta forma, todo o esforço de controle será usado eficientemente para mover os modos dominantes e, portanto, podem-se esperar ganhos de realimentação menores.

Resumindo, o projeto do controlador e seu desempenho são superiores às tentativas realizadas anteriormente. As vantagens oferecidas pelo uso desta aplicação são:

- a dificuldade em selecionar um conjunto apropriado de matrizes peso é completamente resolvida usando a liberdade na seleção destes pesos para fixar pólos no sistema realimentado.

- a resposta transiente desejada para o sistema pode ser atingida fixando a estrutura modal do sistema em posições apropriadas através da escolha das matrizes peso.

- o algoritmo é capaz de fixar um subconjunto de pólos do sistema, sem alterar os pólos restantes. Isto é importante no projeto de um controlador ótimo, pois somente os modos dominantes devem ser alterados evitando um alto ganho de realimentação.

---

- o algoritmo é computacionalmente atrativo, pois a maioria dos cálculos envolve matrizes de baixa ordem independentemente da dimensão do sistema.

Um critério usando a análise da energia modal dominante é desenvolvido por LIAW (1991) para decidir quais pólos do sistema devem ser alterados. Somente os pólos de energia dominante do sistema não realimentado, ou os pólos de um sistema de realimentação ótima que estão localizados muito próximos do eixo imaginário, são transferidos para a região desejada. Transferindo somente os autovalores dominantes, um controlador eficiente e simples do sistema dinâmico pode ser obtido.

Um método sistemático para a determinação de matrizes peso diagonais para o problema regulador quadrático linear foi proposto e estudado recentemente por LUO e LAN (1995). O propósito do trabalho foi apresentar um método sistemático para a determinação das matrizes peso diagonais  $Q$  e  $R$  que forneça os autovalores especificados para o sistema realimentado. O cálculo demonstrou ser eficiente em alguns casos. A matriz diagonal  $R$  é escolhida pelo método quadrático inverso. Como a matriz  $Q$  é suposta ser semi-definida positiva, um elemento com valor negativo calculado pelo método proposto, é trocado por zero, significando que a variável de estado correspondente não tem nenhuma penalização. Se vários elementos de  $Q$  resultam negativos, a matriz peso  $R$  de controle necessitará ser ajustada, alterando, por exemplo, as magnitudes máximas requeridas de cada controle de entrada. Esta é uma das principais falhas do método proposto. Como resultado das matrizes peso  $Q$  e  $R$ , a equação de Riccati é então usada para encontrar a matriz  $P$ , e conseqüentemente o controle de realimentação ótimo é determinado.

#### *- Métodos de Perturbação para Controle Modal Ótimo*

O conceito básico destes métodos é encontrar uma relação direta entre as perturbações das matrizes peso e os movimentos correspondentes das posições dos pólos do sistema

---

realimentado ótimo. Essas relações podem ser exploradas para uma aproximação iterativa para o controle modal ótimo. Contribuições recentes têm tentado aperfeiçoar esta aplicação incorporando uma técnica de otimização (GRAUPE 1972), ou generalizando a teoria (BARNESS 1978). Poucos trabalhos computacionais estão disponíveis, sendo portanto difícil avaliar o sucesso da aplicação.

GRAUPE (1972) apresentou um trabalho relacionado com o problema de determinação das matrizes peso apropriadas para o índice de desempenho do regulador linear, tal que a lei de controle ótima resultante satisfizesse os autovalores requeridos. O pesquisador fornece um algoritmo para obter uma matriz peso diagonal e o ganho ótimo de acordo com os autovalores desejados. A solução emprega cálculo diferencial de matrizes e uma estratégia de minimização gradiente. Um algoritmo é apresentado para um sistema linear com uma simples entrada de realimentação. No entanto, este procedimento é complicado e não parece ser prático. Enquanto as equações diferenciais de GRAUPE (1972) são deduzidas da equação de Riccati, OCHI e KANAI (1995) deduziram estas equações da equação característica da matriz de Hamilton. Como estas equações não incluem soluções da equação de Riccati, elas são mais simples. As características do método proposto se resumem em determinar uma matriz peso diagonal que fornece os pólos do sistema realimentado em localizações exatas desejadas pela resolução das referidas equações diferenciais. No entanto, o método proposto tem as seguintes desvantagens:

- o método requer uma grande quantidade de cálculos para resolver um conjunto de equações diferenciais.

- o procedimento de projeto não garante que a matriz peso seja não definida negativa, não sendo sempre possível obter o regulador ótimo.

- a região de posicionamento dos autovalores é limitada, pela restrição da forma da matriz peso ser diagonal.



---

- o comportamento dos autovalores que não são fixados, não pode ser predito, ou seja, esses autovalores podem se deslocar para o plano complexo direito se a matriz peso é indefinida.

- a matriz derivada pode se tornar singular em alguns casos. Esta singularidade pode ser evitada, mas há um custo computacional exigido.

Dois métodos foram propostos por BAR-NESS (1978) para a seleção das matrizes do índice de desempenho, tal que o sistema de controle ótimo realimentado tenha autovalores prescritos. Um método direto, que é baseado na sensibilidade dos pólos do sistema realimentado com relação às variações nas matrizes peso, e um indireto, denominado de método da matriz associada, que é baseado na sensibilidade dos autovalores de uma matriz associada em relação às variações nas matrizes peso. A vantagem mais significativa do método da matriz associada é a não necessidade de resolver a equação não linear matricial quadrática de Riccati. Embora seja necessário em ambos os métodos calcular os autovalores, no método direto, os autovalores direito e esquerdo devem ser calculados, enquanto que no método da matriz associada, é suficiente calcular os autovetores direito. Procedimentos computacionais foram sugeridos para sistemas discretos e contínuos.

### **- Métodos Aproximados de Fixação da Estrutura Modal Ótima**

O desenvolvimento da teoria básica de sistemas lineares afeta profundamente os tipos de algoritmos que aparecem na literatura. Por exemplo, as técnicas de controle modal ótimo pré-datam o conceito de colocação da estrutura modal do sistema realimentado. Por isso, os algoritmos de fixação da estrutura modal ótima estão ainda sendo desenvolvidos. Esta seção é voltada para alguns exemplos deste tipo de algoritmo.

---

A liberdade de projeto que ocorre no problema de fixação de uma estrutura modal ótima, é somada pela não unicidade do ganho de realimentação para se obter uma estrutura modal desejada. Uma aplicação comum é explorar esta liberdade para adicionar uma restrição adicional que a matriz ganho deve satisfazer, e formular um problema de otimização para satisfazer esta condição. Este é um esquema básico das técnicas numéricas de otimização não linear. Essas técnicas têm como objetivo alcançar as posições dos pólos desejados, minimizarem a sensibilidade dos pólos para uma variação de parâmetros, e conciliar o índice de desempenho ótimo. Alguns pesquisadores têm realizado uma aplicação direta para a solução deste tipo de problema.

Um exemplo recente da aplicação da otimização não linear para obter-se um controle modal ótimo é o de CHEN, MALIK, QIN e XU (1992). A escolha da matriz peso de um projeto de controle linear ótimo para obter posições pré-especificadas dos autovalores dominantes e sob restrições limites do ganho de realimentação é apresentada. Estudos mostram que, com o método proposto, pode-se obter a matriz peso desejada rapidamente e convenientemente sem o pesado fardo de ter que escolher uma matriz peso por tentativa e erro. Os autovalores dominantes do sistema realimentado têm influência direta no desempenho dinâmico. Portanto, o ponto chave do método proposto é otimizar a matriz peso sob um conjunto de restrições para mover os autovalores dominantes do sistema realimentado para posições pré-especificadas no lado esquerdo do plano complexo. O procedimento de otimização é baseado nas partes reais dos autovalores. No entanto, o modelo de otimização pode ser modificado para considerar os efeitos das partes imaginárias. Matematicamente, o objetivo de introduzir um sistema de controle ótimo, é aperfeiçoar as posições dos autovalores do sistema realimentado no plano complexo. O objetivo de otimizar as matrizes peso é mover os autovalores dominantes do sistema realimentado o máximo à esquerda no plano complexo

---

sem violar as restrições existentes. Esta técnica de otimização pode considerar muitos tipos de restrições.

Um outro método de otimização é apresentado por SUNAR e RAO (1993). Eles usaram um método heurístico que tem como objetivo fixar uma estrutura modal usando uma lei de realimentação ou de controle ótimo. O algoritmo procura as matrizes peso diagonais apropriadas para a lei ótima mais próxima, que alcance a estrutura modal desejada. O algoritmo requer o uso de uma técnica de otimização não linear. A metodologia foi desenvolvida para a seleção ótima das matrizes peso de estado e de controle do método regulador quadrático linear (RQL) em projetos de estruturas. Um problema de controle ótimo é colocado de tal maneira que as variáveis de projeto são os elementos diagonais de Q e R, a função objetivo é o “trace” da solução matricial da equação de Riccati do método RQL, e as restrições são impostas em relação aos autovalores do sistema realimentado para satisfazer as condições mínimas de estabilidade para o sistema de controle. O procedimento encontra as matrizes diagonais ótimas Q e R permitindo ao sistema controlado alcançar a estabilidade e os limites de desempenho pré-especificados. Além disso, as matrizes resultantes Q e R produzem um índice de desempenho mínimo possível, e assim o esforço de controle é substancialmente reduzido. Segundo os pesquisadores, o método é eficiente para sistemas de grande escala. No trabalho apresentado por eles, é mostrado que a minimização do índice de desempenho quadrático para algumas escolhas de Q e R é proporcional ao “trace” da matriz solução da equação algébrica de Riccati. Se o trace de P,  $\text{tr}(P)$ , é minimizado, com as variáveis de projeto sendo os elementos diagonais de Q e R, essas matrizes resultantes produzem um índice de desempenho mínimo. O objetivo do trabalho foi encontrar o índice de desempenho quadrático mínimo possível e a estabilidade pré-especificada do sistema. Esta estratégia ótima reduz o custo de controle, e simultaneamente encontra os limites de desempenho e estabilidade

---

impostos no sistema. A aplicação é bastante geral e pode ser aplicada para qualquer sistema com limites especificados de desempenho e estabilidade.

### 2.3.3 – Técnicas de Fixação de uma Estrutura Modal Ótima Assintótica

Uma desvantagem das técnicas descritas até aqui, é a não consideração das direções dos autovetores do sistema realimentado. No entanto, eles são uns importantes fatores na resposta do sistema. Técnicas que consideram toda a estrutura modal são consideradas nesta seção. O conceito da estrutura modal ótima ligada à direção de vetores foi primeiramente explorado para a seleção das matrizes peso  $Q$  e  $R$  em um projeto regulador ótimo por HARVEY e STEIN (1978). Eles descreveram um procedimento para a seleção das matrizes peso em projetos de controle ótimo quadrático linear. O procedimento é baseado nas características modais assintóticas de reguladores lineares quadráticos multivariáveis quando os pesos de controle tendem a zero. São desenvolvidas as propriedades dos autovalores e autovetores para os pólos que se mantêm assintoticamente finitos e para aqueles que vão assintoticamente para o infinito. Estas propriedades são usadas para fornecer uma caracterização completa e única dos pesos quadráticos. A caracterização oferece um poderoso e novo procedimento de seleção dos pesos, e promete reduzir substancialmente as iterações de projeto. Fórmulas simples e explícitas foram dadas para as matrizes peso de tal forma a produzir uma estrutura modal com  $(n-r)$  modos distintos assintoticamente finitos, e  $r$  modos tendendo ao infinito ( $n$  e  $r$  são dimensões inteiras do estado e controle respectivamente). O projetista deve especificar os parâmetros modais (autovalores e autovetores) para todos os  $n$  modos explicitamente.

Em uma publicação mais recente, STEIN (1979) desenvolveu um procedimento mais geral de seleção dos pesos assintóticos para cobrir os casos onde menos do que  $(r-n)$  modos sejam finitos, e o restante dos modos tendam ao infinito ou sejam determinados por outros

---

objetivos de projeto secundários. O desenvolvimento do procedimento de seleção dos pesos quadráticos está baseado em certas propriedades assintóticas dos reguladores quadráticos lineares. O procedimento fornece uma estrutura modal assintótica desejada do sistema realimentado quando os pesos de controle tendem a zero. A estrutura pode consistir de  $0 \leq p \leq n - r$  modos finitos, com autovalores arbitrários (estáveis), cujo autovetores associados estão restritos ao subespaço  $m$  dimensional. Os modos restantes tendem ao infinito ou podem ser determinados através de outras considerações secundárias de projeto. Fórmulas explícitas para as matrizes peso foram deduzidas. Essas fórmulas são simples e computacionalmente fáceis de implementar. Elas também possibilitam um entendimento adicional das relações básicas entre os parâmetros de peso e as propriedades resultantes do sistema realimentado para o problema do regulador quadrático.

Desprende-se desta revisão bibliográfica, que o estado da arte continua avançando, pois vários modelos matemáticos têm sido desenvolvidos para a análise e controle de sistemas de canais e que um número significativo de aperfeiçoamentos tem sido feito nos anos recentes. O problema de controle ótimo apenas recentemente, tem merecido atenção especial, embora existam algoritmos e técnicas já largamente usadas.

Este trabalho focaliza sua atenção no desenvolvimento dos conceitos e técnicas computacionais requeridos na operação e implementação de um eficiente esquema de controle ótimo de comportas para sistemas de canais.

---

### **III - OBJETIVOS**

É finalidade desta pesquisa, estudar a resolução de problemas transientes associados ao fluxo de canais, empregando a teoria de controle ótimo de sistemas dinâmicos e avaliar o desempenho do algoritmo proposto.

O problema de operação de sistemas de canais será formulado como um problema de controle ótimo linear em tempo contínuo e discreto, usando a teoria do regulador quadrático linear (RQL). O conjunto apropriado de leis de controle para a regulação de comportas, quando mudanças ou variações da demanda ocorrem, será determinado a partir de um índice de desempenho e de restrições nas variáveis de controle, com o objetivo de conduzir o sistema à condição de equilíbrio.

---

## IV - METODOLOGIA

É objetivo deste capítulo é ressaltar as possibilidades de estudo tendo em vista os conceitos fundamentais teóricos apresentados e fazer uma descrição dos modelos teóricos utilizados, do critério de convergência adotado, do equipamento e linguagem computacional necessários, do canal de estudo selecionado e das aplicações propostas.

### 4.1. Equações Básicas

O fluxo em canais é governado por equações diferenciais parciais não-lineares (Equações 4.1 e 4.2). Estas equações são, geralmente, denominadas como as equações de Saint-Venant (WYLIE e STREETER, 1978).

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{T} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{q}{T} = 0 \quad (4.1)$$

e

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \left( \frac{Q^2}{A} \right)}{\partial x} + gA \left( \frac{\partial y}{\partial x} - S_0 + S_f \right) = 0 \quad (4.2)$$

onde  $y$  é a profundidade da água (m);  $Q$  é a vazão do fluxo ( $m^3/s$ );  $q$  é a vazão lateral por unidade de comprimento ( $m^2/s$ );  $A$  é a área da seção transversal do escoamento ( $m^2$ );  $S_0$  é a inclinação do fundo do canal ( $m/m$ );  $R$  é o raio hidráulico é igual a  $A/P$  (m);  $P$  é o perímetro molhado (m);  $n$  é o coeficiente de rugosidade ( $m^{1/6}$ );  $g$  é a aceleração da gravidade ( $m/s^2$ );  $x$  é a distância (m);  $t$  é o tempo (s);  $T$  é a largura da superfície do fluxo (m);  $S_f$  é a inclinação da linha de energia, expressa pela equação de Manning e igual a  $S_f = Q|Q|n^2 / A^2 R^{4/3}$ .

---

A equação (4.1) expressa a continuidade ou conservação da massa e a equação (4.2), a quantidade de movimento ou equação dinâmica (ALMEIDA e KOELLE, 1993).

#### 4.2. Modelo Hidráulico

O modelo hidráulico usado neste estudo é baseado nas equações de Saint-Venant (CHAUDHRY, 1979) para escoamento em canais abertos (Equações 4.1 e 4.2).

Supõe-se que o fluxo é gradualmente variável e subcrítico em toda a extensão do canal. Nestas condições, as equações (4.1) e (4.2) são válidas. O canal a ser controlado, será considerado retilíneo, com reservatórios de energia constante nas extremidades. Estruturas de comportas serão localizadas, exatamente, depois e antes destes reservatórios, respectivamente.

Reguladores transversais serão localizados em vários pontos do canal para permitirem o controle de fluxo e a regulação do nível de água. Para o controle de entrada e saída do sistema serão adotadas comportas de refluxo. Três trechos de canais serão utilizados. As formas de perturbações consideradas são as variações na demanda (vazões laterais). Para satisfazer as suposições básicas e as limitações do modelo linearizado, as perturbações ou distúrbios serão considerados inferiores a 20% da taxa de fluxo do canal.

As equações diferenciais parciais não-lineares do sistema serão transformadas em equações diferenciais ordinárias, utilizando a técnica das diferenças finitas e linearizadas em torno de um estado de equilíbrio. Esta condição de equilíbrio será calculada utilizando um algoritmo de análise de canais em regime permanente. As equações lineares resultantes serão, então, expressas numa forma apropriada para análise de sistemas de controle, conhecidas por equações de estado do sistema.

Considere um canal dividido internamente em  $N$  sub-trechos de comprimento  $\Delta x$ . Existirão  $N$  nós em cada trecho (Figura 4.1).



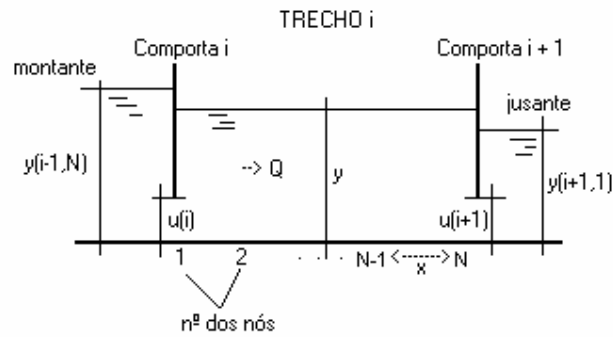


Figura 4.1 - Esquema de um trecho de canal genérico.

Por conveniência, o espaço entre os nós será considerado constante ( $\Delta x$ ). Usando uma aproximação de diferença finita, equações da continuidade e de momento serão escritas para cada nó. Para nós intermediários, o esquema centrado de diferenças finitas será aplicado, resultando nas seguintes equações (REDDY, DIA e OUSSOU, 1992):

$$\mathcal{E}_{i,j} = -\frac{1}{2\Delta x T_{i,j}} (Q_{i,j+1} - Q_{i,j-1}) - \frac{q_{i,j}}{2\Delta x T_{i,j}} \quad (4.3)$$

$$\mathcal{E}_{i,j} = \left(\frac{Q}{A}\right)_{i,j} \frac{(Q_{i,j-1} - Q_{i,j+1})}{\Delta x} + \left(\frac{Q}{A}\right)_{i,j}^2 \frac{(A_{i,j+1} - A_{i,j-1})}{(2\Delta x)} + g \frac{A_{i,j}}{(2\Delta x)} (y_{i,j-1} - y_{i,j+1}) + g A_{i,j} (S_0 - S_f) \quad (4.4)$$

Nos nós de montante (nó 1) e jusante (nó N) serão usados esquemas progressivos e regressivos, respectivamente. Serão escritas as equações da continuidade, a seguir.

Nó a montante ( $j = 1$ )

$$\mathcal{E}_{i,1} = -\frac{1}{\Delta x T_{i,1}} (Q_{i,2} - Q_g) - \frac{q_{i,1}}{\Delta x T_{i,1}} \quad (4.5)$$

onde,  $Q_g$  é a equação de descarga da comporta a montante ( $m^3/s$ ) e, é dada por:

$$Q_g = C_{di} b_i u_i (2g)^{1/2} (y_{i-1,N} - y_{i,1})^{1/2} \quad (4.6)$$

onde,  $C_{di}$  é o coeficiente de descarga da comporta a montante em cada trecho  $i$ ;  $b_i$  é a largura da comporta a montante de cada trecho  $i$  (m); e  $u_i$  é a altura de abertura da comporta a montante no trecho  $i$  (m).

Nó a jusante ( $j = N$ )

$$\&_{i,N} = -\frac{1}{\Delta x T_{i,N}} (Q_g - Q_{i,N-1}) - \frac{q_{i,N}}{\Delta x T_{i,N}} \quad (4.7)$$

onde,  $Q_g$  é a equação de descarga da comporta a jusante ( $m^3/s$ ) e, é dada por:

$$Q_g = C_{di+1} b_{i+1} u_{i+1} (2g)^{1/2} (y_{i,N} - y_{i+1,1})^{1/2} \quad (4.8)$$

onde,  $C_{di+1}$  é o coeficiente de descarga da comporta a jusante em cada trecho  $i$ ;  $b_{i+1}$  é a largura da comporta a jusante de cada  $i$  (m); e  $u_{i+1}$  é a altura de abertura da comporta a jusante no trecho  $i$  (m). Nas equações (4.6) e (4.8),  $i$  é o índice do trecho e  $j$  é o índice dos nós em cada trecho.

Nos nós a montante e a jusante de cada trecho, a equação da quantidade de movimento é substituída pela equação de escoamento da comporta (Equações 4.3 a 4.8), que são basicamente expressas em termos da profundidade do fluxo destes nós. Em cada nó intermediário e nos nós a montante e a jusante, existem duas incógnitas ( $Q$  e  $y$ ) e ( $y$  e  $u$ ), respectivamente. Sendo  $N$ , o número de nós de cada trecho, o número total de incógnitas por trecho, é  $2N$ , e o número total de equações por trecho, é  $2(N - 2) + 2$ . Portanto, para resolver o conjunto de equações, duas condições de contorno devem ser especificadas.

A série de Taylor é usada para linearizar as equações (4.3) a (4.8). No processo de linearização, serão usadas as seguintes relações:

$$Q(t) = Q^e(t) + \delta Q(t) \quad (4.9)$$

$$y(t) = y^e(t) + \delta y(t) \quad (4.10)$$

$$u(t) = u^e(t) + \delta u(t) \quad (4.11)$$

onde,  $Q^e$ ,  $y^e$  e  $u^e$ , são a vazão, a altura do escoamento e a abertura da comporta, respectivamente, nas condições de equilíbrio; e  $\delta Q(t)$ ,  $\delta y(t)$  e  $\delta u(t)$ , são os desvios de vazão, da altura do escoamento e da abertura da comporta, respectivamente, para as condições de equilíbrio. Primeiro, a derivada de cada termo nas equações (4.3) a (4.8), com relação a todas as incógnitas em um dado trecho, é obtida. Então, a variação total com relação a uma dada variável, é igual a soma das variações de cada termo nas equações. Na derivação, considera-se que as demandas (vazões laterais) estão localizadas a jusante do trecho. O último nó tem uma variável adicional (a soma das taxas de descarga através das demandas).

As equações linearizadas podem ser escritas na forma compacta, a seguir:

$$\frac{\delta[\delta x(t)]}{\delta t} = A \delta x(t) + B \delta u + C \delta q \quad (4.12)$$

onde,  $\delta x(t)$  é o desvio para as condições de equilíbrio,  $\delta q$  é o desvio na demanda (ou distúrbios); A é a matriz do sistema realimentado; B é a matriz de controle; e C é a matriz de demanda (distúrbios). Na equação (4.12),  $\delta x$  é definido a seguir:

$$\delta x = (\delta y_1, \delta y_2, \delta Q_2, \dots, \delta y_{N-1}, \delta Q_{N-1}, \delta y_N) \text{ para cada trecho } i \quad (4.13)$$

Os elementos das matrizes A, B e C são calculados baseados nos valores de equilíbrio usando a equação de fluxo variável não permanente:

---

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \frac{Q^2}{gDA^2}} \quad (4.14)$$

onde, D é a profundidade hidráulica (área/largura da superfície) (m).

Como o objetivo é desenvolver um esquema de controle ótimo discreto no tempo, as equações derivadas em tempo contínuo são convertidas em tempo discreto, usando um intervalo de amostragem de 30 segundos. Estas equações são dadas por:

$$\delta x(k+1) = F \delta x(k) + G \delta u(k) + V \delta q(k) \quad (4.15)$$

onde, H, G e V são as versões discretas das matrizes A, B e C, respectivamente.

### 4.3. Teoria de Controle Ótimo

O progresso no desenvolvimento das técnicas de controle e operação de canais pode ser classificado em quatro categorias principais:

- controle manual.
- controle local não realimentado.
- controle remoto auxiliado por computador.
- controle realimentado.

O controle manual é a forma mais comum em sistemas de distribuição de água. Não há um método padrão de operação. Qualquer alteração do fluxo deve ser acompanhada por um desvio no grau de abertura das comportas ou outros mecanismos de controle, com o objetivo de manter constantemente as condições de fluxo de regime permanente. A condição de fluxo no canal está sempre acima ou abaixo da condição de equilíbrio, pois é impossível prever precisamente os desvios que deverão ocorrer nos dispositivos de controle. Sistemas controlados manualmente são, portanto, muito trabalhosos e inflexíveis.

O controle local não realimentado representa a forma mais simples e menos complexa de um controle automático. Num controle não realimentado, a ação de controle é independente da saída. Não há comparação por realimentação. Este tipo de controle tem a vantagem de ser simples e menos complicado de se projetar do que o controle de sistemas realimentados. A figura (4.2) mostra o diagrama esquemático de um sistema não realimentado. Alguns dos dispositivos ou mecanismos utilizados para esse tipo de controle em canaia têm sido desenvolvidos pelos próprios operadores para aperfeiçoar e facilitar suas tarefas. Esses mecanismos incluem, por exemplo, comportas de controle que reduzem o escoamento num valor constante quando a vazão imediatamente a montante é maior do que certo limite especificado.

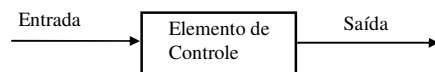


Figura 4.2 - Diagrama esquemático de um sistema não realimentado.

Da revisão bibliográfica realizada no capítulo 2, ao apresentar os trabalhos encontrados na literatura sobre o controle de sistemas hidráulicos, nota-se claramente que com o advento de computadores digitais, tem havido um grande progresso na operação de sistemas de distribuição de água, especialmente usando técnicas de controle remoto. Esta forma de controle é essencialmente diferente da automação realimentada. O controle realimentado requer o conhecimento dos estados do sistema para formular os controles, enquanto que as técnicas de controle remoto não. No controle remoto, a automação é usualmente centralizada e o controle é realizado por operadores treinados para monitorar todo o sistema. Os operadores realizam as mudanças no sistema para igualar as demandas por toques de botões. A disponibilidade dos computadores digitais tem também estimulado um grande interesse no desenvolvimento de modelos matemáticos para a análise e o controle de sistemas de distribuição de água. Alguns desses programas computacionais são desenvolvidos com o

propósito de simular as operações de canal com o objetivo de ilustrar o que deve ocorrer na prática, enquanto outros programas são desenvolvidos para controlar o canal em tempo real a partir de procedimentos de tentativa e erro. A maioria das contribuições para a operação e controle de canais está na direção de aperfeiçoar o controle remoto ou o controle lógico local automático.

Em contraste ao controle não realimentado e os controles descritos anteriormente, o controle realimentado utiliza medidas de saídas reais com o objetivo de comparar estas saídas com as saídas desejadas. No controle realimentado o sinal erro é realimentado no próprio sistema. A figura (4.3) mostra o diagrama esquemático de um sistema de controle realimentado

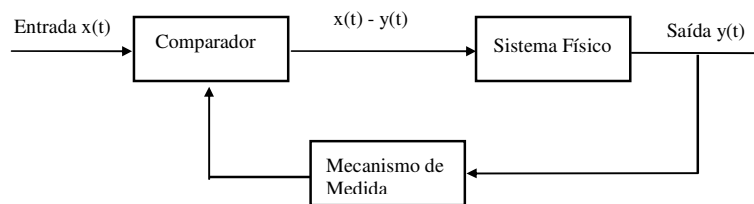


Figura 4.3 - Diagrama esquemático de um sistema realimentado.

O objetivo da análise, operação e controle de sistemas de abastecimento e distribuição de água é o atendimento das necessidades de consumo sem riscos e com a minimização dos custos operacionais, tais como os de consumo de energia, manutenção e perdas de água por vazamento. De uma forma simplista, pode-se dizer que a operação e o controle de um sistema é a seqüência de manobras exercidas sobre os elementos ativos deste sistema, tais como comportas e outros componentes hidráulicos, de forma a atender aos objetivos especificados. Esta seqüência de manobras (regras de operação) é definida conhecendo-se os dados relativos ao sistema, o seu estado atual e os estados provisionais embasados em cadastros de consumo. O modo de operação dos vários acessórios e mecanismos de controle que resultam em respostas desejadas do sistema, é chamado de controle de fluxo ótimo.

---

O controle automático realimentado pode grandemente aumentar a eficiência operacional da distribuição de água em canais, e aumentar os benefícios associados com o seu uso. Com os controladores automáticos, os sistemas de canais de água, podem ter maior flexibilidade, confiabilidade e segurança, bem como, minimizar o desperdício de água e reduzir os custos de operação quando comparados com a operação manual.

Neste trabalho, o controle automático realimentado para um sistema de canal é investigado usando a teoria do regulador quadrático linear. Atenção foi dada para o controle automático de comportas reguladoras de vazão. O projeto é baseado em um modelo dinâmico do canal, no sentido que a lei de controle resultante das comportas reguladoras usa uma realimentação global pela consideração dos desvios nas variáveis de estado. O modelo hidrodinâmico é desenvolvido das equações não lineares que descrevem a dinâmica do escoamento para fluxo em canais, com o controle introduzido pela equação de perda de carga nas comportas. Somente em casos muitos especiais, as soluções analíticas são possíveis. Geralmente é necessário aproximar a solução fazendo algumas simplificações. O resultado da simplificação é a troca das equações diferenciais parciais em equações diferenciais ordinárias não lineares. Com o objetivo de explorar as técnicas de controle moderno em sistemas dinâmicos multivariáveis, uma aproximação deve ser empregada para obter um conjunto de equações ordinárias lineares cuja solução está próxima à vizinhança de um equilíbrio. Isto é feito linearizando estas equações ordinárias não lineares em torno das condições de equilíbrio definidas como as condições desejadas de estado permanente que o sistema eventualmente atingirá depois das mudanças operacionais. A resposta desejada do sistema pode ser:

- eliminar ou reduzir os efeitos transientes como as oscilações de fluxo limitando as vazões máximas e mínimas.

- manter as condições de equilíbrio ou as condições nominais desejadas na presença de distúrbios de fluxo.

- 
- assegurar o estado permanente final do sistema ao completar o processo de operação.
  - mudar as condições de fluxo de um estado permanente para outro estado permanente em um tempo mínimo.

Portanto, uma aplicação prática do controle de fluxo ótimo em regime transiente, é o controle de comportas reguladoras, com a finalidade de manter, em um tempo mínimo, com uma quantidade razoável de esforço da comporta, e sem violar os limites máximos e mínimos de vazão, o estado de equilíbrio do sistema dinâmico após um distúrbio qualquer da condição de fluxo. O ideal é que o comportamento do controle de fluxo seja rápido, estável e que as magnitudes das perturbações sejam minimizadas ao se aproximar das condições de equilíbrio.

Desta forma, controladores automáticos para comportas podem ser empregados com sucesso em sistemas de canais. Por exemplo, a abertura de comportas existentes no sistema pode ser regulada adequadamente para fornecer escoamentos desejados em face de variação das vazões de consumo ou de demanda, e que os fluxos transientes nos canais desapareçam após um período de tempo determinado. Tal operação é denominada de ótima. O controle de fluxo ótimo é um projeto ou síntese em que as variações das condições de contorno são determinadas para se obter uma resposta desejada do sistema. Esta aplicação é diferente das análises usuais no sentido em que as variações das condições de contorno são especificadas e a resposta do sistema é calculada.

No problema proposto, as alturas e vazões nas seções são as variáveis internas ou de estado, e a variação das vazões de consumo ou de demanda representam os distúrbios. Estes distúrbios causam desvios do fluxo planejado e motivam o emprego do controle realimentado na operação e controle dos canais. Outras variáveis de estado e outros distúrbios podem ser considerados. A equação de estado discreta no tempo descreve a condição ou a evolução das variáveis internas básicas do sistema. Se o sistema está em equilíbrio, e não há distúrbios, o sistema continuará em equilíbrio, e não há a necessidade de qualquer ação de controle.



---

Inversamente, na presença de distúrbios, o sistema se desviará da condição de equilíbrio. A condição atual do sistema pode estar ou acima ou abaixo da condição de equilíbrio, dependendo do sinal e da magnitude dos distúrbios. Se o sistema desvia significativamente da condição de equilíbrio, as variáveis de estado serão diferentes dos valores desejados. O principal objetivo será manter esses desvios os menores possíveis. Isso pode ser feito, selecionando um controle apropriado do sinal de entrada (abertura ou fechamento das comportas) para compensar as mudanças nas vazões de demanda ou consumo (distúrbios). Geralmente esse é um procedimento de tentativa e erro. Os conceitos da teoria de controle, mais especificamente, do regulador quadrático linear, podem ser aplicados para eliminar esse procedimento de tentativa e erro e resolver diretamente para encontrar a abertura ou fechamento ótimo das comportas, que neutralizará os efeitos dos distúrbios. O objetivo básico é forçar o sistema dinâmico (canal de distribuição de água) a satisfazer um dado conjunto de restrições de desempenho (mínimo esforço de controle da comporta, tempo mínimo de aproximação do estado de equilíbrio, limites de abertura, etc.). Na operação de canais de distribuição de água, o modelo deve satisfazer o critério de estabilidade e controlabilidade. Distúrbios induzidos através de mudanças operacionais nas condições de fluxo devem ser próximos do equilíbrio para validade do modelo linearizado. Embora as perturbações devam estar próximas do estado de equilíbrio, modelos alternativos devem ser estudados, de tal forma a permitir a aplicação em sistemas dinâmicos que possuem relativamente grandes excursões, fora do intervalo linear da solução linearizada. A implementação de comportas para a regulação do sistema hidráulico é realizada de forma a minimizar os desvios das condições nominais. Decisões em relação à abertura de comportas reguladoras de vazão para variações arbitrárias nos consumos ou demandas nos nós são requeridas para manter as vazões em valores desejados. Esse problema é similar ao problema de controle de processo, onde o estado do sistema é mantido próximo ao valor desejado usando o controle realimentado em

---

tempo real. Desde que estes procedimentos limitem ou restrinjam o comportamento transiente de um sistema de distribuição de água, eles são considerados ótimos.

O objetivo desse trabalho, é apresentar um esquema de controle ótimo para operação de sistemas de canais sob condições de distribuição planejada. O modelo linear permite controlar a magnitude das ondas transientes a partir de um índice de desempenho e a geração de entradas de referência. Os modelos usados para desenvolver o algoritmo de regulação são uma aproximação das equações hidrodinâmicas. O propósito é demonstrar a praticidade do regulador quadrático linear ótimo e investigar a performance do modelo.

Neste capítulo é apresentada uma breve introdução dos conceitos da teoria de controle ótimo quadrático linear. Essa é a técnica utilizada na análise e síntese do problema regulador discutido neste estudo. Com o objetivo de entender completamente alguns dos desenvolvimentos teóricos discutidos posteriormente, é necessário iniciar com algumas definições fundamentais dos termos e conceitos em controle ótimo linear.

#### **4.4 - Análise de Sistemas Lineares na Representação Espaço de Estado**

Devido à disponibilidade de computadores digitais adequados, o uso da teoria de controle constitui atualmente uma prática comum. Pode-se dizer que os desenvolvimentos mais recentes na teoria de controle moderno estão na direção do controle ótimo tanto de sistemas determinísticos como estocásticos.

A tendência atual em estudos de engenharia é analisar sistemas cada vez mais complexos. Sistemas complexos podem ter múltiplas entradas e múltiplas saídas e podem ser variantes no tempo. Em virtude da necessidade de satisfazer especificações mais rigorosas no desempenho de sistemas de controle, e devido ao aumento da complexidade do sistema e no pronto acesso a computadores, a teoria de controle moderno, que é uma nova abordagem na

---

análise e projeto de sistemas de controle complexos, foi desenvolvido em torno de 1960. Esta nova abordagem é baseada no conceito de estado.

Um sistema linear é definido como aquele no qual as equações diferenciais que descrevem a dinâmica do sistema podem ser aproximadas por equações diferenciais ordinárias de ordem  $n$ . O tempo é a variável independente, e cada termo dessas equações contém quando muito, somente a primeira potência da variável dependente ou de suas derivadas; e não contém nenhum termo de produto entre essas variáveis. Se essas equações diferenciais são não lineares, então o sistema é chamado de não linear.

Sistemas lineares por sua vez podem ser divididos em sistemas lineares invariantes no tempo e sistemas lineares variantes no tempo. Um sistema é invariante no tempo se suas características não variam com o tempo. A maioria dos sistemas físicos é variante no tempo. Se as variações nas características do sistema são muito lentas em comparação com as variações na entrada, um sistema linear variante no tempo é aproximado com suficiente precisão por um sistema linear invariante no tempo. O sistema em estudo nesta pesquisa é assumido ser invariante no tempo e nossa discussão será restrita a esse tipo de sistema.

A teoria de controle moderno se baseia na descrição das equações do sistema em termos de  $n$  equações diferenciais de primeira ordem, que podem ser combinadas em uma equação diferencial vetorial matricial de primeira ordem. O uso da notação vetor-matriz simplifica muito a representação matemática do sistema de equações. O aumento no número de variáveis de estado, de entradas, ou de saídas não aumenta a complexidade das equações.

Do ponto de vista computacional, os métodos que empregam a representação espaço de estado são particularmente adequados para computações digitais por causa da abordagem no domínio do tempo. Um sistema dinâmico que consiste de um número finito de elementos concentrados pode ser descrito por equações diferenciais ordinárias em que o tempo é a variável independente. Usando-se a notação matricial, uma equação diferencial de ordem  $n$

pode ser representada por uma equação matricial diferencial de primeira ordem. Se  $n$  elementos do vetor formam um conjunto de variáveis de estado, então a equação matricial diferencial é chamada de uma equação de estado. Um conjunto de variáveis de estado não é único para um dado sistema. Se  $x$  é um vetor de estado, então  $\tilde{x} = Px$  também é um vetor de estado, contanto que  $P$  seja não singular. Diferentes vetores de estado fornecem a mesma informação sobre o comportamento do sistema. Para a representação de espaço de estados de um sistema de equações diferenciais de ordem  $n$  com  $r$  funções de excitação e  $p$  funções de saída, considere o sistema de múltiplas entradas e saídas (eqs. 4.16 e 4.17). Nesse sistema,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  representam as variáveis de estado;  $u_1, u_2, \dots, u_r$  representam as variáveis de entrada; e  $y_1, y_2, \dots, y_p$  são as variáveis de saída.

As propriedades e soluções de sistemas dinâmicos invariantes no tempo são bem conhecidas (OGATA 1987). Tais sistemas são descritos por equações diferenciais ordinárias na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, u_1, u_2, u_3, \dots, u_r] \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, u_1, u_2, u_3, \dots, u_r] \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, u_1, u_2, u_3, \dots, u_r] \\ y &= f[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] \end{aligned} \quad (4.17)$$

No caso especial linear, as equações (4.16) e (4.17) podem ser escritas em uma forma expandida como segue:

$$\dot{x} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \dots + b_{1r}u_r$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \dots + b_{2r}u_r \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
\dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \dots + b_{nr}u_r
\end{aligned} \tag{4.18}$$

e

$$\begin{aligned}
y_1 &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + c_{1n}x_n \\
&\cdot \\
&\cdot \\
y_p &= c_{p1}x_1 + c_{p2}x_2 + c_{p3}x_3 + \dots + c_{pn}x_n
\end{aligned} \tag{4.19}$$

onde

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \tag{4.20}$$

e  $a_{ij}, b_{ij}$  e  $c_{ij}$  são constantes. As variáveis de estado  $x$  são as variáveis que determinam o comportamento futuro de um sistema quando seus valores presentes e os sinais de entrada são conhecidos. O conjunto de equações simultâneas (4.18) e (4.19) pode ser colocado na forma matricial para simplificação:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ a_{31} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{3n} \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ a_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_{1r} \\ b_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_{2r} \\ b_{31} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_{3r} \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ b_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{1n} \\ c_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{2n} \\ c_{31} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{3n} \\ \cdot & & & & & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & & & \cdot \\ c_{p1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Escritas em uma forma compacta, essas equações matriciais podem ser expressas como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.23)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.24)$$

onde  $x(t)$  é o vetor de estado  $n \times 1$ ;  $u(t)$  é o vetor de controle  $r \times 1$ ;  $y(t)$  é o vetor saída (ou medido)  $p \times 1$ ;  $A$  é a matriz de estado do sistema  $n \times n$ ;  $B$  é a matriz de distribuição de controle  $n \times r$ ; e  $C$  é a matriz de saída  $p \times n$ . Note que em geral  $p < n$ .

A equação (4.23) que descreve o sistema físico ou a planta é denominada de equação dinâmica de estado. Ela é geralmente deduzida matematicamente das leis físicas que governam o sistema. Frequentemente, na sua forma original, essas equações podem ser equações diferenciais parciais não lineares que são aproximadas por equações diferenciais ordinárias lineares, como será feito subsequente neste trabalho no capítulo seguinte. A equação (4.24) representa um conjunto de  $p$  equações algébricas lineares denominadas de equações de saída. As equações (4.23) e (4.24) são denominadas como equações de representação do sistema  $S$ :

$$S = [A, B, C] \quad (4.25)$$

e as matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  caracterizam completamente a dinâmica do sistema.

Escrevendo a equação (4.23) como:

$$\dot{x}(t) - Ax(t) = Bu(t) \quad (4.26)$$

e pré-multiplicando ambos os lados desta equação por  $e^{-At}$ , obtemos:

$$e^{-At} [\dot{x}(t) - Ax(t)] = \frac{d}{dt} [e^{-At} x(t)] = e^{-At} Bu(t) \quad (4.27)$$

Integrando a equação anterior entre 0 e t, resulta:

$$e^{-At} x(t) = x(0) + \int_0^t e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (4.28)$$

ou:

$$x(t) = e^{At} x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad (4.29)$$

A equação (4.29) pode também ser escrita como:

$$x(t) = \phi(t)x(0) + \int_0^t \phi(t-\tau)Bu(\tau) d\tau \quad (4.30)$$

onde  $\phi(t) = e^{At}$ .

A equação (4.29) ou a equação (4.30) é a solução da equação (4.23). A solução  $x(t)$  é claramente a soma de um termo que consiste na transição do estado inicial e um termo proveniente do vetor de entrada.

A abordagem de espaço de estados para a análise de sistemas dinâmicos pode ser estendida para o caso de tempo discreto. A forma discreta da representação de espaço de estados é bastante análoga à forma contínua. A representação geral de espaço de estados para sistemas lineares de tempo discreto é:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (4.31)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4.32)$$

onde  $x(k)$  é o vetor de estados,  $u(k)$  é o vetor de entrada, e  $y(k)$  é o vetor de saída, cada um especificado em  $t = kT$ ,  $k=0,1,2,\dots$ ; e  $T$  é o período de amostragem. Usar-se-á a notação  $x(k) = x(t)$ , em  $t = kT$ .

Se desejarmos computar o estado  $x(t)$  usando um computador digital devemos converter uma equação de estado de tempo contínuo para uma equação de estado de tempo discreto. Supomos que o vetor de entrada  $u(t)$  varia apenas nos instantes de amostragem igualmente espaçados.

Considere a equação de estado de tempo contínuo (4.23). A seguir, para tornar a análise mais clara, usaremos a notação  $kT$  e  $(k+1)T$  em vez de  $k$  e  $k+1$ . A representação de tempo discreto da equação (4.31) tomará a forma:

$$x((k+1)T) = G(T)x(kT) + H(T)u(kT) \quad (4.33)$$

Note que as matrizes  $G$  e  $H$  dependem do período de amostragem  $T$  (uma vez que este período é fixado,  $G$  e  $H$  são matrizes constantes). Para determinar  $G(T)$  e  $H(T)$ , usamos a equação (4.28) que é a solução da equação (4.23). Supomos que todos os componentes de  $u(t)$  são constantes no intervalo entre quaisquer dois instantes sucessivos de amostragem, ou  $u(t)=u(kT)$  para o  $k$ -ésimo período de amostragem. Como:

$$x((k+1)T) = e^{A(k+1)T} x(0) + e^{A(k+1)T} \int_0^{(k+1)T} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (4.34)$$

e

$$x(kT) = e^{AkT} x(0) + e^{AkT} \int_0^{kT} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (4.35)$$

então multiplicando a equação (4.35) por  $e^{AT}$  e subtraindo da equação (4.34), obtemos:

$$x((k+1)T) = e^{At} x(kT) + \int_0^T e^{A\tau'} Bu(kT) d\tau' \quad (4.36)$$

onde  $\tau' = T - t$ . Se definirmos:



$$G(T) = e^{AT} = I + \sum_{\nu=0}^n \frac{(AT)^{\nu+1}}{(\nu+1)!} \quad (4.37)$$

$$H(T) = \left( \int_0^T e^{AT} dt \right) B = T \sum_{\nu=0}^n \frac{(AT)^{\nu}}{(\nu+1)!} B \quad (4.38)$$

então a equação (4.36) se torna:

$$x((k+1)T) = G(T)x(kT) + H(T)u(kT) \quad (4.39)$$

que é a equação (4.33). Portanto as equações (4.37) e (4.38) fornecem as matrizes  $G(T)$  e  $H(T)$  desejadas.

#### 4.5 – Estabilidade e Controlabilidade do Sistema

Os conceitos de estabilidade e controlabilidade são muito importantes no projeto de sistemas de controle realimentado quando a técnica espaço de estado é usada. A determinação do grau de estabilidade e controlabilidade de um sistema é necessária e importante para que o sistema projetado seja realizável.

A estabilidade se refere à resposta do sistema em função do tempo. No estudo de sistemas dinâmicos, dois tipos de estabilidade são encontrados: a estabilidade externa e a estabilidade interna.

A controlabilidade é uma propriedade estrutural inerente de um sistema. A resposta não realimentada e a taxa de amortecimento de alguns sistemas não têm muitas vezes o comportamento desejado. É possível, no entanto, aperfeiçoar a velocidade de resposta e a taxa de amortecimento para cada modo do sistema, se e somente se, o sistema for controlável. O conhecimento da controlabilidade é crucial para a realimentação subsequente das variáveis de

---

estado. Sem controlabilidade, nem todos os estados permitem ser dirigidos ou conduzidos na direção desejada pela manipulação da entrada. A controlabilidade implica que os pólos (autovalores) de um sistema podem ser colocados arbitrariamente no plano complexo  $s$  ou no plano  $z$ . Um sistema não controlável resulta quando há estados que são completamente independentes da entrada. A solução para um problema de controle ótimo pode não existir se o sistema considerado não for controlável.

Os conceitos de estabilidade e controlabilidade foram introduzidos por Kalman e eles desempenham um importante papel no controle ótimo de sistemas multivariáveis. As condições de estabilidade e controlabilidade governam a existência de uma solução completa para o problema de controle ótimo.

#### 4.5.1 - Estabilidade

Um sistema contínuo no tempo é dito ser externamente estável se uma entrada finita  $\partial u(t)$  produz uma saída finita  $y(t)$ . Para um sistema ser internamente estável, todos os autovalores  $\lambda_i$  da matriz do sistema  $A$  devem estar localizados no plano complexo esquerdo, ou seja, devem satisfazer a seguinte condição:

$$|\lambda_i(A)| < 0 \quad (4.40)$$

Se  $\lambda_i(A) > 0$ , oscilações podem ocorrer no controlador de saída.

Um sistema discreto no tempo é dito ser externamente estável se uma entrada finita  $\partial u(k)$  produz uma saída finita  $y(k)$ . Para um sistema ser internamente estável, todos os autovalores  $\lambda_i$  da matriz do sistema  $G$  deve satisfazer a seguinte condição:

$$|\lambda_i(G)| < 1 \quad (4.41)$$

#### 4.5.2 - Controlabilidade

Um sistema contínuo no tempo é dito ser de estado completamente controlável no tempo  $t_0$ , se é possível, por meio de um vetor de controle de entrada não finito  $u(t_0)$ , transferir o sistema de qualquer estado inicial  $x(t_0)$  para qualquer outro estado  $x(t_s)$  em um tempo finito,  $t_s - t_0$ .

Um teste usado na prática na determinação da controlabilidade requer que a matriz  $n \times r$  de controlabilidade  $G_c$ :

$$G_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

tenha rank  $n$ .

Um sistema discreto no tempo  $n$  dimensional é controlável se o rank da matriz de controlabilidade  $G_c$  é igual à dimensão do sistema, ou seja,  $\text{rank}[G_c] = n$ , onde:

$$G_c = \begin{bmatrix} H & GH & G^2H & \dots & G^{n-1}H \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

#### 4.6 - Sistemas de Controle Ótimo

A teoria de controle moderno desempenha um importante papel em projetos de sistemas de controle ótimo para processos complexos e processos multivariáveis. Problemas de controle ótimo têm recebido grande atenção dos engenheiros de controle recentemente. Um sistema de controle ótimo é um sistema que otimiza (maximiza ou minimiza) o valor de uma função escolhida, definida como índice de desempenho.

Ao se projetar um sistema de controle ótimo ou um sistema regulador ótimo, é necessário encontrar uma regra para determinar a decisão de controle sujeita a certas restrições, tal como minimizar algum desvio de um comportamento ideal. Geralmente isto é

---

feito através da escolha de um índice de desempenho, que é uma função que indica quão bem o desempenho atual do sistema se aproxima do desempenho desejado. Na maioria dos casos, o comportamento de um sistema é otimizado escolhendo-se o vetor de controle  $u(t)$  de forma que o índice de desempenho seja minimizado ou maximizado. Neste trabalho, o vetor de controle é representado pelas regras de operação (abertura) das comportas reguladoras de vazão presentes num sistema de canal. A seleção de um índice de desempenho apropriado é importante porque ele determina a natureza do sistema de controle ótimo resultante. O sistema de controle ótimo será linear, não linear, estacionário ou variante no tempo dependendo da forma do índice de desempenho. No entanto, os requisitos de projeto não incluem somente especificações de desempenho, mas também restrições na forma de controle, para assegurar ser fisicamente realizável.

O processo de otimização não somente fornece leis de controle ótimo, mas também prediz quando leis de controle não ótimas são aplicadas. Escolher o índice de desempenho mais apropriado para um dado problema é muito difícil, especialmente em sistemas complexos. Geralmente a escolha de um índice de desempenho envolve um compromisso entre uma avaliação do desempenho do sistema e a tratabilidade matemática do problema. As quantidades que aparecem em problemas de otimização de sistemas de controle são as variáveis de estado, as variáveis de controle e os parâmetros do sistema.

O problema de otimização de um sistema de controle pode ser formulado se as seguintes informações são dadas:

- sistema de equações
- vetores de controle permitidos
- restrições do problema
- índice de desempenho
- parâmetros do sistema

---

A solução de um problema de controle ótimo é determinar o vetor de controle ótimo  $u(t)$  dentro da classe de vetores permitidos. Esse vetor  $u(t)$  depende da:

- natureza do índice de desempenho
- natureza das restrições
- estado inicial ou saída inicial
- estado desejado ou saída desejada

Exceto para casos especiais, o problema de controle ótimo pode ser tão complicado para se obter uma solução analítica que uma solução computacional deve ser obtida. Em alguns casos, uma combinação particular do sistema, do estado desejado, do índice de desempenho e das restrições, pode levar a um controle ótimo impossível. Questões que se referem à existência de um vetor de controle ótimo são importantes, pois servem para informar ao projetista se o controle ótimo é possível ou não para um dado sistema e conjunto de restrições. É de fundamental importância que um sistema dinâmico representado na forma de estado possa ser controlado a partir de um estado inicial para um dado estado final, e que seja possível determinar as variáveis de estado a partir das medidas de entrada e saída, ou seja, que o sistema seja controlável e observável.

O sistema cujo projeto de controle minimiza ou maximiza o índice de desempenho selecionado, por definição é ótimo. No entanto, é importante ressaltar que um sistema de controle que é ótimo sob um índice de desempenho, em geral, não é ótimo sob outro índice de desempenho. Índices de desempenho quadráticos têm sido muito usados frequentemente em sistemas de controle práticos, e não há dúvida que a função custo quadrática é uma das mais importantes ferramentas matemáticas do controle automático. É, portanto, bastante natural que considerável atenção tem sido dada a estas funções custo na síntese de processos, empregando a notação espaço de estados.

Em muitos sistemas de controle, na prática, quer-se minimizar alguma função do sinal erro. Por exemplo, dado o sistema contínuo no tempo, podemos desejar minimizar uma função erro generalizada, tal como:

$$J = \int_0^{t_f} [x_f(t) - x(t)]' Q [x_f(t) - x(t)] dt \quad (4.44)$$

onde  $x_f(t)$  representa o estado desejado,  $x(t)$  o estado atual (portanto,  $x_f(t) - x(t)$  é o vetor de erro),  $Q$  uma matriz positiva definida (ou positiva semi definida), e o intervalo de tempo  $0 \leq t \leq t_f$  ou é finito ou infinito. Neste estudo, as variáveis de estado de um sistema de distribuição são as vazões nas comportas e as alturas nos nós.

Além de considerar erros como uma medida do desempenho do sistema, entretanto, devemos normalmente dar atenção à energia requerida para a ação de controle. Como o vetor  $u(t)$  representa as leis de fechamento ou abertura das comportas reguladoras de vazão (dimensões de força ou torque), a energia de controle é proporcional à integral de  $[u(t)]^2$ . Se os erros são minimizados sem levar em conta a energia requerida, um projeto não desejado que requeira valores extremamente grandes de  $u(t)$  pode ser obtido. Portanto, considerações práticas impõem uma restrição ao vetor de controle, como por exemplo:

$$\int_0^{t_f} u'(t) R u(t) dt = K' \quad (4.45)$$

onde  $R$  é uma matriz positiva-definida e  $K'$  é uma constante positiva.

O índice de desempenho de um sistema de controle no intervalo de tempo  $0 \leq t \leq t_f$  pode ser escrito usando-se um multiplicador de Lagrange  $\lambda$  e as equações (4.44) e (4.45), como segue:

$$J = \int_0^{t_f} [x_f(t) - x(t)]' Q [x_f(t) - x(t)] dt + \lambda \int_0^{t_f} u'(t) R u(t) dt \quad (4.46)$$

---

O multiplicador de Lagrange  $\lambda$  é uma constante positiva indicando o peso do custo de controle com relação aos erros minimizantes. Se os limites da integração são entre 0 e  $\infty$ , o índice de desempenho quadrático pode ter a forma simplificada:

$$J = \int_0^{\infty} L(x, u, t) dt \quad (4.47)$$

onde  $L$  é uma função não linear de  $x$ ,  $u$  e  $t$ . A determinação da lei de controle ótimo para o sistema dado sujeita ao índice de desempenho dado pela equação (4.46), possui um significado prático de que o sistema resultante estabelece um compromisso entre a minimização do erro integral e a minimização da energia de controle. Isto equivale a dizer, que os desvios das variáveis de estado (vazões e energias) são minimizados concomitantemente com os desvios operacionais das comportas. Ao projetar sistemas de controle, é interessante escolher um vetor de controle  $u(t)$  de tal forma que um dado índice de desempenho seja minimizado.

#### 4.7 - O Regulador Quadrático Linear

Na teoria de controle clássico, atenção é focalizada sobre os sistemas de estabilidade absoluta, desempenho transiente (tais como tempo de atraso, tempo de subida, instante de pico, sobre-sinal máximo, tempo de acomodação), e acurácia de regime permanente. Um problema normal de projeto é: qual é a lei de controle (ou conjunto de ganhos de realimentação) que satisfaz as especificações de projeto? O controle quadrático linear, ao invés de tentar obter uma resposta transiente específica como nos métodos clássicos, minimiza a energia de controle requerida para manter o erro quadrático médio da resposta do sistema tão pequeno quanto possível. Os parâmetros de projeto são os pesos ou as penalidades

sobre os desvios dos estados e controles (matrizes Q e R), e a escolha dos estados e controles (x e u).

Usando o método do regulador quadrático linear (RQL), a resposta transiente desejada do sistema é obtida indiretamente. Para sistemas dinâmicos lineares, a função custo ou índice de desempenho que é geralmente minimizado tem a seguinte forma:

$$J(u) = S[x(t_f), t_f] + \int_0^{\infty} L[x(t), u(t), t] dt \quad (4.48)$$

onde S representa o custo do erro dos estados terminais e L representa o custo dos erros de estado e esforço de controle ao longo da trajetória.

Uma escolha específica para a função custo, que incorpora as características acima, tem freqüentemente a seguinte forma quadrática:

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^t(t) Q x(t) + u^t(t) R u(t)] dt \quad (4.49)$$

onde a matriz peso Q, n x n, é denominada de matriz custo de estado, e a matriz peso R, r x r, é chamada de matriz custo de controle. O custo de desempenho é significativo somente quando ele aumenta monotonicamente com o tempo. Isto é assegurado somente se as matrizes custos Q e R são matrizes semidefinida positiva e definida positiva respectivamente.

Em resumo, dado um sistema controlável e observável definido pelas equações (4.23) e (4.24), e um índice de desempenho quadrático dado pela equação (4.49), com as matrizes peso Q e R definida semipositiva e definida positiva respectivamente, então o objetivo do problema regulador linear é encontrar uma lei de controle realimentado que minimiza o índice de desempenho. Pode ser mostrado (KWARKERNAAK e SIVAN 1972 ou STREJC 1981) que essa lei de realimentação tem a estrutura simples dada por:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (4.50)$$

ou



$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{r1} & k_{r2} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{rn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Em um sistema com entrada simples e saída simples (SISO), os elementos da matriz  $K$  podem ser obtidos através de uma técnica de colocação de pólo. Mas no caso de um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), algum procedimento sistemático para a seleção dos elementos da matriz  $K$  é requerido, pois os ganhos não são unicamente determinados. Na teoria de controle, este procedimento é obtido formulando o problema como um problema de otimização. A matriz de realimentação constante  $K$  é dada por:

$$K = R^{-1} B' P \quad (4.52)$$

e  $P$  é a solução da equação algébrica de Ricatti associada:

$$A' P + P A - P B R^{-1} B' P + Q = 0 \quad (4.53)$$

É difícil obter a solução analítica dessa equação para  $P$ , exceto para sistemas de baixa ordem ( $n < 3$ ). Geralmente, uma solução numérica para  $P$  é obtida com o auxílio de um computador digital. A solução de  $P$  da equação (4.53) minimiza o índice de desempenho dado pela equação (4.49). Métodos para a solução de estado permanente da equação algébrica de Ricatti são apresentados por KWAKERNAAK e SIVAN (1972) e ANDERSON e MOORE (1969). A lei de controle ótimo (4.50) indica que todos os estados devem ser realimentados. O sistema realimentado resultante é finalmente dado por:

$$\dot{x}(t) = [A - BK]x(t) \quad (4.54)$$

que é sempre estável, desde que os autovalores do sistema realimentado (raízes da equação característica  $\det[sI - A + BK] = 0$ , onde  $s$  é uma variável complexa e  $I$  uma matriz

identidade de ordem  $n$ ) tenham partes reais negativas. A figura (4.3) mostra o diagrama de bloco para sistemas contínuos realimentados.

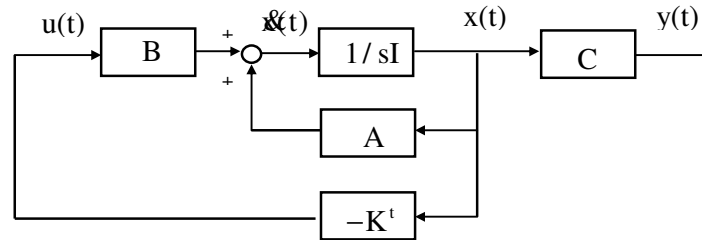


Figura 4.4 - Diagrama de bloco para um sistema contínuo realimentado.

Portanto, o projeto de sistemas de controle ótimo baseado em tais índices de desempenho quadrático se resume na determinação dos elementos da matriz  $K$ . Uma grande ação de controle pode requerer alta energia de entrada, enquanto que para uma pequena ação de controle, o sistema pode retornar à condição de equilíbrio muito lentamente. Então, há uma ponderação ótima entre a taxa de retorno à condição de equilíbrio e o alto custo de energia de entrada ao sistema.

No problema de controle ótimo quadrático discreto no tempo, deseja-se determinar uma lei para o vetor de controle  $u(k)$  tal que um dado índice de desempenho quadrático seja minimizado. Considere a equação de estado discreta no tempo do processo da figura (4.4) definida por:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (4.55)$$

onde  $x(k)$  é o vetor de estado  $n$  dimensional,  $u(k)$  é o vetor de controle  $r$  dimensional,  $G$  é uma matriz  $n \times n$  e  $H$  uma matriz  $n \times r$ .

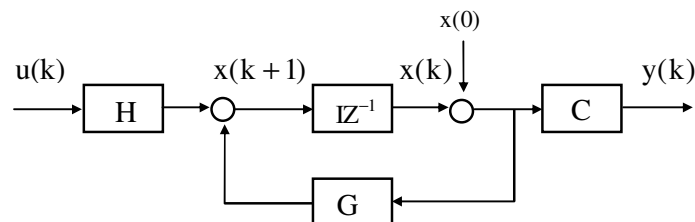


Figura 4.5 - Diagrama de bloco para um sistema discreto não realimentado.

Um índice de desempenho quadrático, que em princípio pode ser adaptado em problemas específicos, pode ser representado como:

$$J = \frac{1}{2} x^t(N) S x(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [x^t(k) Q x(k) + u^t(k) R u(k)] \quad (4.56)$$

onde as matrizes S e Q são matrizes definida positiva ou semidefinida positiva respectivamente, R é uma matriz positiva definida, e N é o número de intervalos de amostragem considerado para obter o controlador de estado permanente. O primeiro termo do lado esquerdo da expressão leva em conta a importância do estado final. O primeiro termo da somatória em colchetes considera a importância relativa do erro das variáveis de estado durante o controle do processo, e o segundo termo da somatória leva em conta o consumo de energia dos sinais de controle. Assume-se que o vetor de controle u(k) não tenha nenhuma restrição. Portanto as variáveis de estado e as variáveis de controle podem ser ponderadas separadamente pelas matrizes R e Q. Para uma primeira estimativa, a matriz R pode ser tomada como uma matriz diagonal:

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & r_2 & & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & r_r \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

onde os elementos  $r_i$  devem ser positivos para todo  $i = 1, 2, \dots, r$ .

Variáveis de estado individuais podem também ser ponderadas em geral por uma matriz diagonal Q:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & q_2 & & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & q_n \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

onde os elementos  $q_i$  devem ser positivos para todo  $i = 1, 2, \dots, n$ . É importante ressaltar, que pode ser possível ajustar os fatores de peso em diferentes quantidades e ainda se ter a mesma trajetória de controle ótimo.

No problema de otimização, deseja-se minimizar a função  $J$  da equação (4.56) que envolve uma função de diversas variáveis, sujeita à equação do processo (4.55), onde a condição inicial do vetor de estado é especificada. Empregando um método de minimização convencional (OGATA 1987), a solução é dada por:

$$u(k) = -K(k)x(k) \quad (4.59)$$

onde:

$$K(k) = [R + H' P(k+1)H]^{-1} H' P(k+1)G \quad (4.60)$$

e

$$P(k) = Q + G' P(k+1)G - G' P(k+1)H [R + H' P(k+1)H]^{-1} H' P(k+1)G \quad (4.61)$$

com

$$P(N) = S \quad (4.62)$$

onde  $S$  é uma matriz peso terminal. Se  $N = \infty$ , então a matriz  $r \times n$  variante no tempo  $K(k)$  torna-se uma matriz constante  $r \times n$ . O projeto de sistemas de controle ótimo baseado em índices de desempenho quadrático reduz-se à determinação da matriz  $K(k)$ . A principal característica da lei de controle ótimo baseado em um índice quadrático, é que ela é uma função linear do vetor de estado  $x(k)$ , e que o sistema será assintoticamente estável. Há muitas aproximações diferentes para a solução de problemas de controle ótimo quadrático. Algumas vezes uma compensação específica para efeitos de distúrbios e ruídos pode ser necessária. As equações indicam claramente que a lei de controle ótimo requer a realimentação do vetor de estado com o ganho variante no tempo  $K(k)$ . A figura (4.5) mostra o esquema de controle

ótimo do sistema regulador discreto baseado no índice de desempenho quadrático, onde  $z = e^{Ts}$  e  $T$  é o período de amostragem.

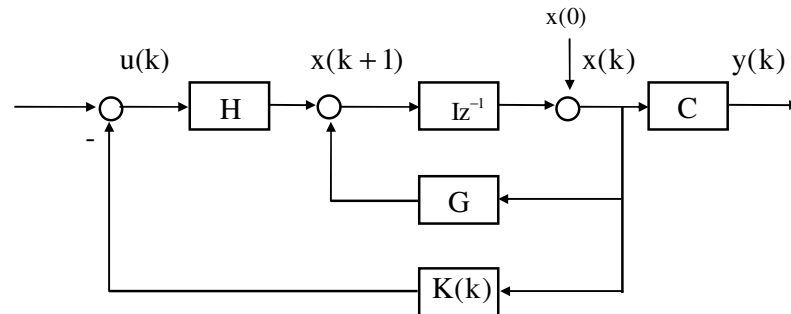


Figura 4.6 - Diagrama de bloco para um sistema discreto realimentado.

É importante observar que um ganho variante no tempo  $K(k)$  pode ser calculado antes de o processo começar, uma vez que a matriz de estado do sistema  $G$ , a matriz de controle  $H$ , e as matrizes de ponderação  $Q$ ,  $R$  e  $S$  são dadas. Note que o estado inicial  $x(0)$  não entra no cálculo de  $K(k)$ . O vetor de controle ótimo  $u(k)$  em cada estágio (eq. 4.59) pode ser determinado pré-multiplicando o vetor de estado por  $-K(k)$ .

O valor mínimo do índice de desempenho  $J$  é uma função de  $P(0)$  e o estado inicial  $x(0)$ :

$$J_{\min} = \frac{1}{2} x^t(0) P(0) x(0) \quad (4.63)$$

Quando  $N$  aproxima-se do infinito, a solução do controle ótimo torna-se uma solução de estado permanente, e a matriz ganho variante no tempo  $K(k)$  torna-se uma matriz ganho constante  $K$ .

Para um controle quadrático invariante no tempo de um sistema regulador, ou seja,  $N = \infty$ , o índice de desempenho (eq. 4.56) pode ser modificado para:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [x^t(k) Q x(k) + u^t(k) R u(k)] \quad (4.64)$$

O termo  $\frac{1}{2}x'(N)Sx(N)$  não é incluído nessa representação de J, pois se o sistema regulador ótimo é estável, tal que o valor de J converge para uma constante,  $x(\infty)$  torna-se zero, e, portanto,  $\frac{1}{2}x'(N)Sx(N) = 0$ .

Definindo a matriz de estado permanente P(k) como simplesmente P, a solução do problema de otimização (eq. 4.59) é dada por:

$$u(k) = -Kx(k) \quad (4.65)$$

onde:

$$K = [R + H'PH]^{-1} H'PG \quad (4.66)$$

e

$$P = Q + G'PG - G'PH[R + H'PH]^{-1} H'PG \quad (4.67)$$

O índice de desempenho J mínimo associado com a lei de controle ótimo de estado permanente pode ser obtido substituindo-se P(0) por P na equação (4.65):

$$J_{\min} = \frac{1}{2}x'(0)Px(0) \quad (4.68)$$

onde a matriz P é calculada por meio de um método numérico iterativo conveniente.

Em muitos sistemas práticos, ao invés de se usar uma matriz ganho variante no tempo K(k), aproxima-se por uma matriz ganho constante K. Desvios do desempenho ótimo devido a esta aproximação aparecerão somente próximos do fim do processo controlado. Os pesos relativos das matrizes Q e R influenciam na magnitude dos coeficientes da matriz ganho de controle K. Pesquisadores têm considerado as matrizes Q e R diagonais, e seus elementos têm sido determinados por tentativa e erro. Neste trabalho, são utilizados métodos para a determinação destas matrizes peso de forma sistemática e direta conforme será apresentado no item 4.9 deste capítulo.

#### 4.8 - Distúrbios Externos e Controle Integral

A lei de controle definida pela equação (4.65) conduz um sistema inicialmente perturbado à condição de equilíbrio na ausência de distúrbios externos agindo no sistema. Note que até agora a influência das variáveis de distúrbios externos foi ignorada. Distúrbios externos periódicos, conhecidos ou aleatórios sempre agem sobre o sistema. Para o modelo em estudo, os distúrbios externos do sistema de canais considerados foram as variações. Se o controle representado pela equação (4.65) é usado para regular o sistema, então a presença desses distúrbios produzirá um desvio de estado permanente diferente de zero para as variáveis de estado (vazões e energias), e o sistema não poderá ser conduzido à condição de equilíbrio (estado permanente ou nominal). A propriedade do sistema controlado que elimina este desvio de aproximação ao estado de regime permanente para entradas em degrau ou distúrbios presentes no processo, é denominada de integrador ou ação integral. Em sistemas reais, geralmente, requer-se que o sistema tenha um ou mais integradores no modelo realimentado, a menos que o sistema controlado já tenha esta propriedade. O efeito desses distúrbios pode então ser freqüentemente eliminado usando a conhecida realimentação integral, onde o desvio acumulado (integrado) de uma variável de saída selecionada é usado no controle realimentado para retornar o sistema à condição de equilíbrio na presença de distúrbios externos.

Em um sistema dinâmico contínuo no tempo, o conjunto de equações lineares com distúrbios externos pode ser apresentado na forma compacta mostrada a seguir:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (4.69)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.70)$$

onde  $x(t)$  é o vetor de estado  $n \times 1$ ;  $u(t)$  é o vetor de controle  $r \times 1$ ;  $A$  é a matriz de realimentação do sistema  $n \times n$ ;  $B$  é a matriz de distribuição de controle  $n \times r$ ;  $D$  é a matriz de

distribuição de distúrbio  $n \times m$ ;  $w(t)$  é a matriz  $m \times 1$  que representa os distúrbios externos (desvio) agindo sobre o sistema;  $y(t)$  é o vetor das variáveis de saída (variáveis medidas)  $p \times 1$ ;  $C$  é a matriz de saída  $p \times n$ ;  $n$  é o número de variáveis dependentes no sistema;  $r$  é o número de controles;  $m$  é o número de distúrbios agindo sobre o sistema; e  $p$  é o número de saídas. Os elementos das matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  dependem da condição inicial ou nominal.

A realimentação integral amplia o número de variáveis de estado do sistema com o estado integral adicional  $x_I$  que obedece a seguinte equação diferencial:

$$\dot{x}_I = y = Cx(t) \quad (4.71)$$

Portanto:

$$x_I = \int_0^t Cx(t) dt \quad (4.72)$$

O modelo estendido torna-se (fig. 4.6):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_I(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \quad (4.73)$$

ou

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{D}w(t) \quad (4.74)$$

onde:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

e a equação de saída torna-se:



$$y(t) = [C \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

ou

$$y(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \quad (4.80)$$

onde:

$$\bar{C} = [C \ 0] \quad (4.81)$$

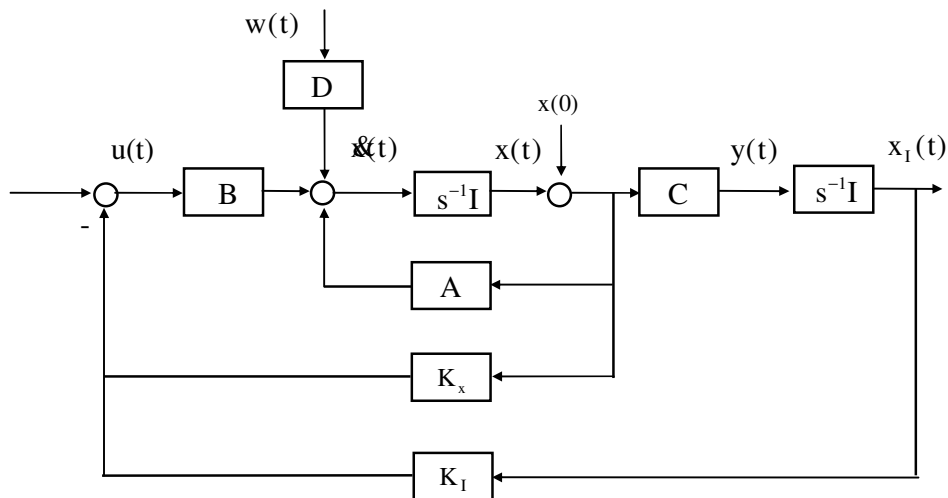


Figura 4.7 - Diagrama de bloco para um sistema contínuo realimentado com distúrbios externos e ação integral.

A influência das variáveis  $w(t)$  é considerada um distúrbio de estado que será desprezado para o projeto do controlador. Portanto uma nova lei de controle é produzida:

$$u(t) = -\bar{K}\bar{x}(t) = -[K_x \ K_I] \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} = -K_x x(t) - K_I x_I(t) \quad (4.82)$$

Para determinar o vetor de estado  $x(t)$  e o sinal  $x_I(t)$ , utilizamos as equações (4.69), (4.70), (4.71), e (4.82):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_I(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_x & -BK_I \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \quad (4.83)$$

Para um sistema dinâmico discreto no tempo, o conjunto de equações lineares com distúrbios externos pode ser apresentado na forma compacta mostrada a seguir:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) + Vw(k) \quad (4.84)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4.85)$$

A realimentação integral que aumenta o estado do sistema obedece a seguinte equação diferencial (ISERMANN 1981):

$$x_I(k+1) = y(k) + x_I(k) = Cx(k) + x_I(k) \quad (4.86)$$

Então o modelo estendido por uma ação integral com distúrbio mostrado na figura (4.7) é dado por:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_I(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & 0 \\ C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} w(k) \quad (4.87)$$

ou

$$\bar{x}(k+1) = \bar{G}\bar{x}(k) + \bar{H}u(k) + \bar{V}w(k) \quad (4.88)$$

onde:

$$\bar{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} G & 0 \\ C & I \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} H \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

e a equação de saída torna-se:

$$y(k) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

ou

$$y(k) = \bar{C}\bar{x}(k) \quad (4.94)$$

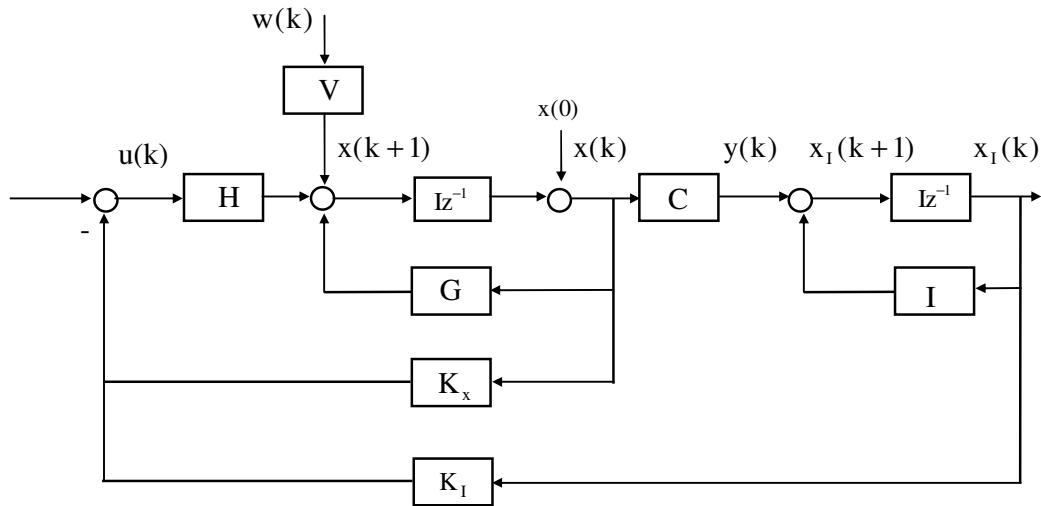


Figura 4.8 - Diagrama de bloco para um sistema discreto realimentado com distúrbios externos e ação integral.

onde  $G$ ,  $H$  e  $V$  são as versões discretas no tempo das matrizes  $A$ ,  $B$ , e  $C$ ;  $k$  é o intervalo de amostragem, e  $x_I$  são as variáveis integrais adicionais. Na ausência de distúrbios externos, a realimentação ( $K_I$ ) mais externa do circuito não será necessária para retornar o sistema à condição de equilíbrio.

A influência das variáveis  $w(k)$  é considerada um distúrbio de estado que será desprezado para o projeto do controlador. Portanto uma nova lei de controle é produzida:

$$u(k) = -\bar{K}\bar{x}(k) = -\begin{bmatrix} K_x & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} = -K_x x(k) - K_I x_I(k) \quad (4.95)$$

O primeiro termo na equação (4.95) leva em conta os distúrbios iniciais, e o segundo termo considera os distúrbios externos. Uma vez que os pólos (raízes da equação característica) do sistema realimentado são especificados, a matriz  $\bar{K}$  pode ser determinada pela técnica de colocação ótima de pólo e conseqüentemente as matrizes  $K_x$  e  $K_I$  são determinadas. Nota-se que muitos dos cálculos requeridos podem ser feitos a parte em um computador, como por exemplo, o cálculo das matrizes do sistema  $G$ ,  $H$  e  $V$ , e a matriz ganho

do controlador  $\bar{K}$ . Portanto, somente o cálculo da lei de controle (eq. 4.95) necessita ser feito em tempo real, minimizando assim custos adicionais de equipamento requeridos.

Para determinar o vetor de estado  $x(k)$  e o sinal  $x_1(k)$ , utilizamos as equações (4.84), (4.85), (4.86), (4.95):

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_1(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK_x & -HK_I \\ C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_1(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} w(k) \quad (4.96)$$

#### 4.9 - Métodos de Seleção das Matrizes Peso

O problema de colocação de todos os pólos de um sistema por realimentação de estado, dentro de um disco especificado, é considerado por FURUTA e KIM (1987) para sistemas contínuos e discretos. Uma lei de controle é determinada usando uma equação de Riccati discreta que pode ser calculada diretamente. Este tipo de problema é denominado de colocação de pólo-D, e suas propriedades e características em relação ao problema do controle ótimo são discutidos.

Considerando que a metodologia apresentada por FURUTA e KIM (1987) foi utilizada nas simulações realizadas neste trabalho, a metodologia é descrita a seguir. Supondo o par (A,B) e o par (G,H) controlável e/ou observável, o problema a ser considerado é determinar a realimentação de estado tal que os pólos do sistema realimentado, ou seja, as raízes de:

$$\det[sI - (A + BK)] = 0 \quad (4.97)$$

ou

$$\det[sI - (G + HK)] = 0 \quad (4.98)$$

estejam localizados no disco D com centro  $\alpha + 0j$ , e raio r, como mostrado na figura (4.9) para o sistema contínuo e na figura (4.10) para o sistema discreto.

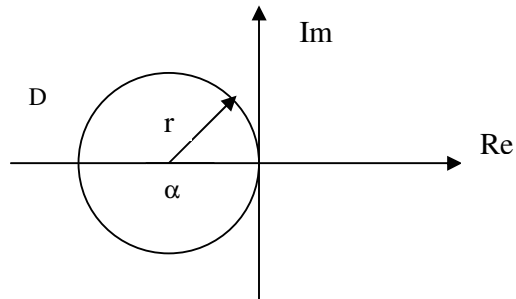


Figura 4.9 – Disco D no plano complexo esquerdo.

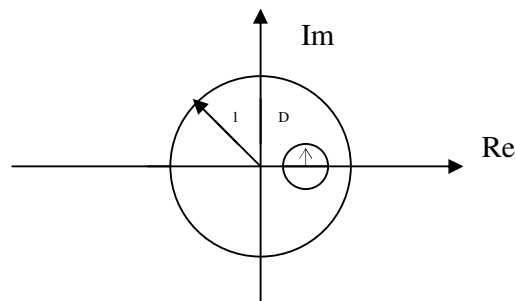


Figura 4.10 – Disco D no disco unitário com o centro na origem.

A lei de realimentação de estado que fixa os pólos de um sistema realimentado contínuo ou discreto no disco da figura (4.9) ou da figura (4.10) respectivamente, é dada pelas equações (4.99) e (4.100).

$$u = -(r^2 R + B' P B)^{-1} B' P (A - \alpha I) x = K x \quad (4.99)$$

ou

$$u = -(r^2 R + H' P H)^{-1} H' P (G - \alpha I) x = K x \quad (4.100)$$

onde P é a solução simétrica definida positiva da equação de Riccati:

$$P = \frac{(A - \alpha I)^t}{r} P \frac{(A - \alpha I)}{r} + Q - \frac{(A - \alpha I)^t}{r} P B (r^2 R + B' P B)^{-1} B' P \frac{(A - \alpha I)}{r} \quad (4.101)$$

ou

$$P = \frac{(G - \alpha I)^t}{r} P \frac{(G - \alpha I)}{r} + Q - \frac{(G - \alpha I)^t}{r} PH(r^2 R + H^t PH)^{-1} H^t P \frac{(G - \alpha I)}{r} \quad (4.102)$$

Nesta equação,  $Q = Z^t Z$  é uma matriz semi definida positiva,  $R$  é uma matriz arbitrária definida positiva, e  $Z$  é uma matriz tal que o par  $(A, Z)$  ou o par  $(G, Z)$  seja observável. A localização dos pólos do disco especificado é somente dependente das matrizes  $Q$  e  $R$  e da equação discreta de Riccati.

#### 4.10 – escoamento Permanente Gradualmente Variado

O escoamento permanente é gradualmente variado quando os parâmetros hidráulicos variam de uma maneira progressiva ao longo da corrente.

Assim, a construção de uma barragem em um canal de fraca declividade, por exemplo, interfere no tirante d'água criando uma sobrelevação do nível d'água que pode ser sentida a quilômetros da barragem, a montante da corrente. A nova linha d'água originada a montante da barragem é chamada de curva de remanso. Sendo  $y$  a altura d'água em uma determinada seção no escoamento variado e  $y_0$  a altura d'água no escoamento uniforme, a diferença  $y - y_0$  é chamada de remanso. Dependendo das características do canal, da vazão e das condições de extremidades, tal diferença pode ser positiva ou negativa, ficando a curva de remanso acima ou abaixo do nível normal.

Com referência à curva de remanso criada por uma barragem, a elevação do nível d'água irá provocar inundação em terrenos ribeirinhos, que deverão ser desapropriados pela companhia proprietária da obra. Este tipo de problema é comum em obras de aproveitamento hidrelétrico.

De maneira geral, o escoamento gradualmente variado se estende a distâncias consideráveis da singularidade que lhe deu origem, contrastando com o escoamento bruscamente variado que se manifesta em um trecho curto do canal.

A equação diferencial do movimento permanente gradualmente variado pode ser deduzida utilizando-se algumas hipóteses simplificadoras (PORTO, 1999):

a) A declividade do canal é pequena, de modo que a altura d'água medida perpendicularmente ao fundo do canal pode ser confundida com a altura medida na vertical.

b) O canal é prismático, isto é, qualquer seção é constante em forma e dimensões.

c) A distribuição de velocidade em uma seção é fixa, isto é, o coeficiente  $\alpha$  de Coriolis é unitário. Esta hipótese geralmente envolve pequeno erro, particularmente no caso em que a caga cinética é pequena quando comparada à altura d'água, como é o caso do escoamento em canais de fraca declividade. Isto ocorre devido ao fato de o fator de correção da velocidade estar muito próximo da unidade. Valores deste fator sob várias condições têm sido encontrados variando entre 1,01 e 1,12, com média em torno de 1,05. Se a distribuição desvia-se substancialmente da unidade, então o fator de correção da velocidade deve ser considerado na derivação da equação do escoamento gradualmente variado.

d) A distribuição de pressão em uma seção é hidrostática, isto é, existe certo paralelismo entre as linhas de corrente do escoamento.

À luz destas hipóteses e utilizando-se da figura (4.11), determina-se a equação, para uma seção qualquer, como segue:

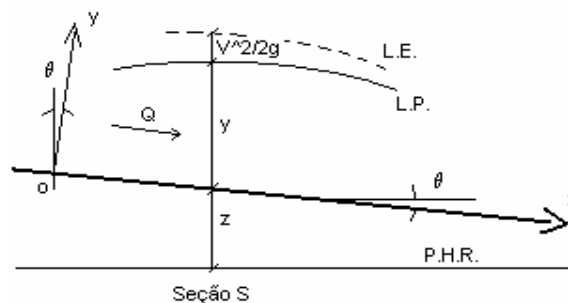


Fig. 4.11 – Elementos do escoamento variado

A energia disponível, por unidade de peso do líquido, em uma seção S, em relação a um referencial arbitrário, vale:

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} = z + E \quad (4.103)$$

Diferenciando a equação anterior com respeito a x, abscissa medida ao longo do canal e orientada no sentido do escoamento, tem-se:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx} \quad (4.104)$$

Observando que a derivada  $\frac{dH}{dx}$  é sempre negativa, devido à orientação de x, e que vale  $\frac{dH}{dx} = -I_f$ , onde  $I_f$  é a declividade da linha de energia, e  $\frac{dz}{dx}$ , definida como o seno do ângulo que o fundo do canal faz com a horizontal, também é negativa e igual a  $\frac{dz}{dx} = -I_0$ , em que  $I_0$  é a declividade de fundo, a Equação (4.104) torna-se:

$$\frac{dE}{dx} = I_0 - I_f \quad (4.105)$$

Tem-se:

$$\frac{dE}{dx} = I - Fr^2 \quad (4.106)$$

Combinando-se as equações anteriores, chega-se a:



---

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I_0 - I_F}{1 - Fr^2} \quad (4.107)$$

Esta equação é a equação diferencial do escoamento gradualmente variado, e deve ser observado que  $dy/dx$  é a declividade da superfície livre do líquido, referida ao fundo do canal. A sua integral  $y = f(x)$ , que é a equação da curva de remando, não é em geral explicitamente resolúvel, porém vários métodos numéricos têm sido desenvolvidos para sua solução.

#### 4.11 - Canal de Estudo

Uma das características atrativas do projeto de controle ótimo na representação espaço de estado, é que ele consiste determinar o controle ótimo. O propósito da lei ótima de controle é permitir-nos fixar de maneira ótima um conjunto de pólos em posições desejadas para que o sistema realimentado tenha uma resposta dinâmica satisfatória.

Um modelo de simulação será usado para avaliar o desempenho do controlador. Os distúrbios externos (vazões de consumo ou de demanda) serão restritos a no máximo 20% das condições iniciais para obedecer as suposições feitas durante a linearização (pequenos desvios em torno da condição inicial). No entanto, grandes desvios excedendo a 20% não são incomuns. Nesse caso, estudos devem ser desenvolvidos para permitir a presença de grandes distúrbios (maiores do que 20% da condição inicial).

Uma vez que as equações do controlador são obtidas, a dinâmica do sistema linear pode ser simulada para quaisquer valores arbitrários de distúrbios externos.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma técnica de projeto para a operação de canais de distribuição de água na presença de distúrbios externos, e avaliar o desempenho do algoritmo. Um canal exemplo simples é escolhido para demonstrar a eficiência da técnica de projeto do regulador quadrático ótimo.

Para estudar a eficiência e o comportamento dos modelos propostos neste trabalho, será selecionado um canal encontrado com frequência no estado de arte, como demonstrado na figura (4.11).

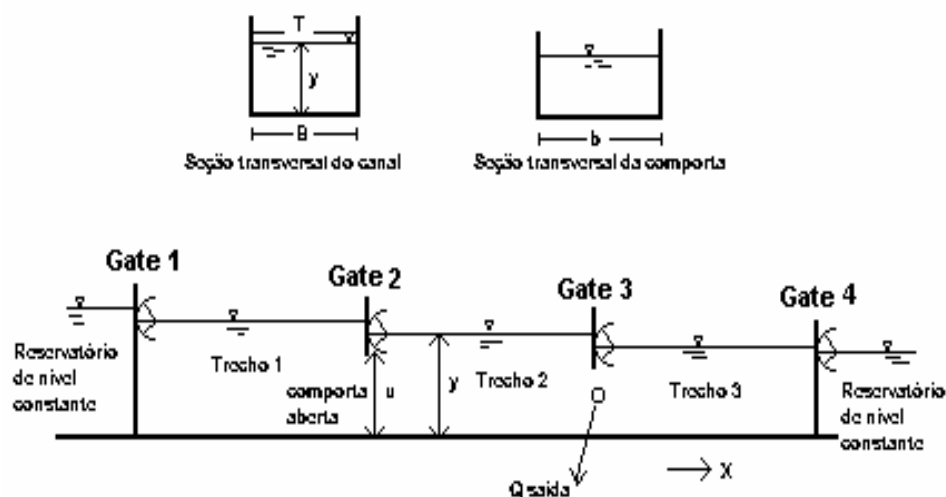


Fig. 4.12 – Layout do canal

As simulações a serem realizadas no canal exemplo têm as seguintes finalidades:

- Verificar a eficiência da formulação apresentada e proposta.
- Observar se o sistema resultante da otimização do canal exemplo está bem condicionado.
- Analisar o comportamento do canal exemplo sob condição de carga determinada pelo canal exemplo.

#### 4.12 – Equipamento e Linguagem Computacionais

Todos os cálculos deste estudo foram realizados em um micro computador Pentium. Dois programas computacionais foram desenvolvidos. O primeiro programa foi desenvolvido para o cálculo das condições nominais ou de equilíbrio dos estados (vazões e alturas da

lâmina d'água) e dos controles (altura da abertura das comportas). O segundo programa foi desenvolvido para a análise e projeto do sistema de controle linear. Este programa tem a capacidade de determinar a matriz ganho de realimentação do controlador e pode ser usado para realizar as simulações de sistemas de canais com qualquer configuração geométrica. Finalmente, ele tem ainda a capacidade de plotar gráficos dos resultados de simulação.

---

## V - RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 – Introdução

Algumas tentativas anteriores de projetar esquemas de controle realimentado para sistemas de canais através da teoria de controle não têm alcançado os objetivos de projeto. Os estudos existentes empregando a teoria clássica de controle são complicados e requerem muitos parâmetros de projeto, dos quais a maioria deles é escolhida por um processo de tentativa e erro. Embora algumas dessas técnicas forneçam resultados aceitáveis para pequenos sistemas, à medida que a complexidade do sistema aumenta, problemas de estabilidade são geralmente observados. A principal razão para essa falta de eficiência se deve à realimentação local ao invés de uma realimentação global. A realimentação local não utiliza todos os estados do sistema para o ajuste das comportas de controle, enquanto que a realimentação global não despreza os efeitos dinâmicos de nenhuma das variáveis de estado para a determinação das entradas de controle.

A técnica do regulador quadrático linear (RQL) utilizada neste estudo é baseada na teoria de controle moderno com uma realimentação global, reduzindo as dificuldades mencionadas acima. Todos os estados do sistema (vazões nas seções, altura da lâmina d'água nas seções e abertura das comportas) são usados na formulação da lei de controle realimentado que regula cada uma das comportas de controle de vazão. Algumas outras vantagens adicionais desta técnica ainda podem ser mencionadas:

- facilidade relativa de selecionar o critério de desempenho ou função custo quadrática. Somente as matrizes peso  $Q$  e  $R$  (ou matriz de realimentação de controle  $K$ ) precisam ser especificadas para definir o índice de desempenho  $J$  e alcançar os objetivos de

---

projeto requeridos. Esta característica fornece uma maior flexibilidade no projeto e na análise do controle.

- a técnica RQL garante a estabilidade do sistema realimentado desde que o sistema não realimentado seja controlável.
- a técnica é facilmente adaptável para qualquer tipo de operação de um sistema de canais.

Um sistema de canal é definido como uma série de dois ou mais trechos interconectados. Cada um desses trechos é limitado por duas estruturas de comporta adjacentes. O número e comprimento de trechos variam de sistema para sistema. O canal é assumido ter um contorno de montante e um contorno de jusante com reservatório de níveis constantes.

Pontos de saída lateral de água podem ser localizados em qualquer ponto ao longo do canal, mas neste estudo eles são assumidos estar próximos do lado de montante das comportas.

A seção transversal do canal é assumida ser retangular.

As variáveis de estado escolhidas são a profundidade do fluxo  $y$  e a vazão  $Q$ , e a variável de controle de abertura da comporta  $u$ .

Como mencionado, como essas equações são equações diferenciais parciais não lineares, elas tem solução contínua, que é  $y(x,t)$  e  $Q(x,t)$  para todo  $x$  e  $t$ . É necessário transformá-las em equações ordinárias lineares antes que elas possam ser utilizadas com problema de regulador linear. Para completar o processo, o método das diferenças finitas é escolhido para discretização espacial das equações. Essa discretização implica que as equações diferenciais ordinárias em  $y(x)$  e  $Q(x)$  são escritas para um número finito de nós. Essas equações, portanto, são aproximações das equações diferenciais parciais originais. As soluções obtidas aplicam-se somente aos nós discretizados.

Os procedimentos desenvolvidos no capítulo de Metodologia são empregados no projeto, análise e síntese de um regulador quadrático linear (RQL) para um sistema de canais. A figura (5.1) apresenta um organograma da simulação realizada neste trabalho, e em todos os passos do estudo, resultado das simulações é apresentado e discutido. Os resultados da simulação para o controle ótimo de comportas de controle de vazão, aplicando o regulador quadrático linear nos modelos hidráulicos através do método das diferenças finitas são apresentados.

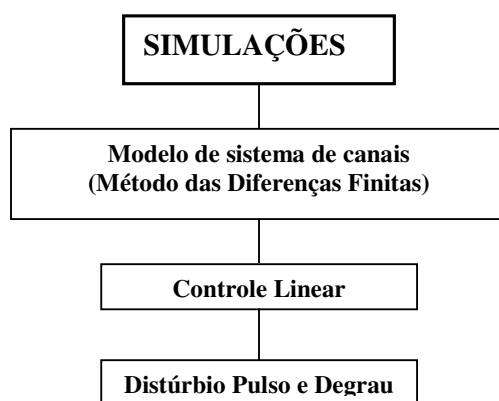


Figura 5.1 – Organograma das simulações realizadas.

Esse capítulo apresenta o sistema de canal exemplo e a formulação do problema. As equações diferenciais parciais não lineares do modelo hidráulico são discretizadas, linearizadas e rearranjadas numa forma apropriada para aplicabilidade do controle moderno.

O capítulo conclui com uma discussão da implementação do esquema de controle em sistemas de canais.

## 5.2 – Modelo do Canal – Método das Diferenças Finitas

Nesta seção, aplicações do regulador quadrático linear e os resultados das simulações do sistema usando o método das diferenças finitas são apresentados e discutidos. Diversos cenários de operação foram considerados. Simulações de controle linear no tempo e com

diversas funções de excitação como, entrada pulso, entrada degrau e distúrbios externos foram realizadas. Finalmente, a equação do controlador do modelo linearizado foi obtida.

Para estudar a eficiência e o comportamento dos modelos propostos neste trabalho, será selecionado um canal encontrado com frequência na literatura (BALOGUN 1985; BALOGUN, HUBBARD e DE VRIES 1988; REDDY, DIA e OUSSOU 1992; REDDY 1995; REDDY e JACQUOT 1999; REDDY 1996; REDDY 1990). Como um dos objetivos deste estudo foi demonstrar a aplicação de técnicas da teoria do controle moderno na automação de sistemas de canais, não foi considerada neste trabalho a necessidade de se obter dados de campo de um canal específico qualquer. No entanto, o canal selecionado representa uma situação real. Além disso, o sucesso da aplicação desta técnica é independente do tamanho do sistema. Idealmente, a técnica pode ser aplicada em qualquer sistema, desde que as suposições da teoria linear na qual ela está baseada não sejam violadas.

Cada trecho é dividido em  $(n-1)$  segmentos com  $\Delta x$  de comprimento e  $N$  nós (veja figura 5.2).



Figura 5.2 – Discretização espacial mostrando a configuração do canal

No início de cada trecho (nó de montante) e no fim de cada trecho (nó de jusante) somente a equação da continuidade será escrita. Esses nós são localizados no orifício das comportas. Feito isso, o efeito de regulação das comportas pode ser introduzido nas equações se substituindo a equação (4.6) e (4.8) para a descarga em cada nó. Em síntese, as equações (4.6) e (4.8) representam a equação momento de cada nó. Em todos os nós ( $1 < j < N$ ), ambas as equações (4.3) e (4.4) serão escritas. Contudo, por causa da técnica da diferença central ser

usada na discretização, é necessário usar a equação (4.6) para descarga nos nós e a equação (4.8) para o nó N.

Para determinar as condições de equilíbrio “nominais” do sistema de canal e também para formular o problema de regulador discutido anteriormente foi necessário dividir cada trecho do canal em segmentos. A figura (5.3) mostra um diagrama esquemático dos segmentos nos trechos para o modelo de 96 estados. Foram assumidos comprimentos iguais por conveniência. O número de segmentos em cada trecho é determinado pela desejada acurácia do sistema de equações linearizadas. Um outro fator importante limitando o número de segmentos é o aumento do número de variáveis de estado geradas quando o número de segmentos é aumentado. Por exemplo, se cada trecho tem 16 segmentos (17 nós) como mostra a figura 5.3, a qual resulta em 32 variáveis de estado por trecho, quando os segmentos são dobrados para 32 (33 nós) o número de variáveis de estado se torna 64 por trecho. O número de estado em cada trecho será multiplicado pelo número total de trechos para obter o número global de estados. Assim, é fácil ver que um sistema muito grande, o número de resultados de estados será enorme. O número desses estados determina as dimensões das matrizes A e B, e quão rápido a solução do problema regulador pode ser executada. Por isso, deve existir um compromisso entre a acurácia do modelo e o número de estados.

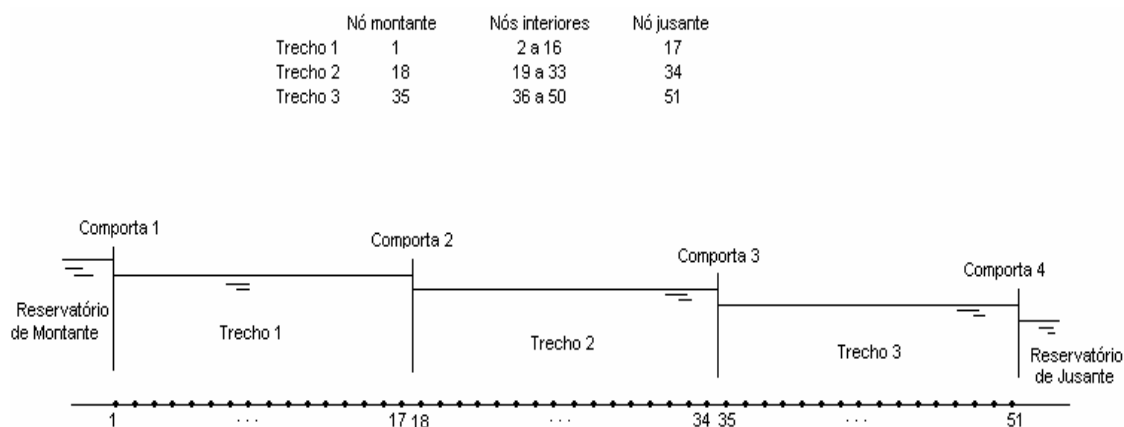


Figura 5.3 – Canal mostrando os nós por um modelo de 96 estados (17 nó por trecho)



O sistema de canal selecionado para a proposta de implementação do controle quadrático linear foi simples, mas real. Desde um dos objetivos desse estudo foi demonstrar a aplicação das técnicas de controle “moderno” para sistema de canal de automação. O sistema de canal selecionado representa um espectro de canais de dimensão média de irrigação. No entanto, o sucesso na aplicação dessa técnica independe da dimensão do sistema.

A figura 5.4 representa as dimensões físicas desse sistema de canal. O número de trechos escolhido é três. O canal tem nível de reservatórios constante tanto à montante quanto à jusante. As dimensões das seções de cada trecho são idênticas. A seguir são dadas as características desse sistema de canal:

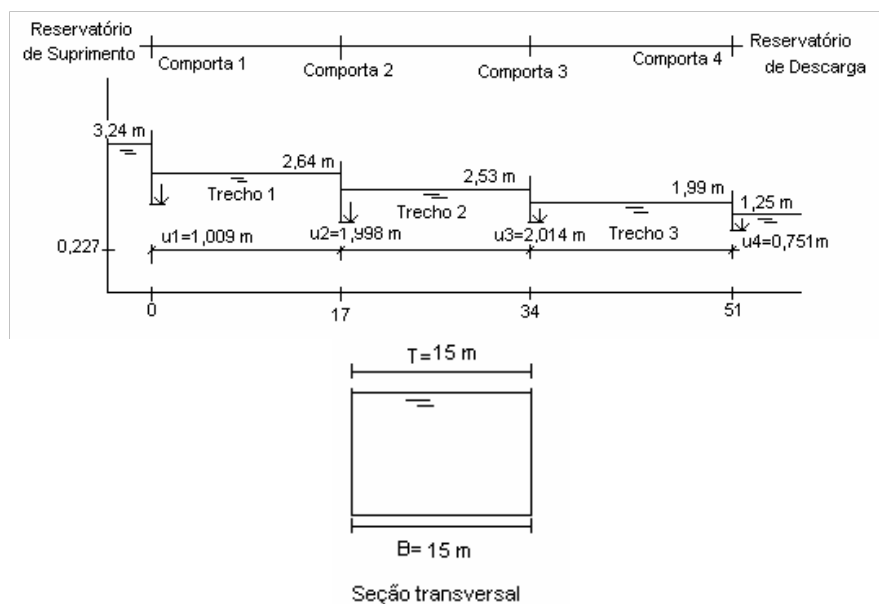


Figura 5.4 – Esboço e dimensões do canal exemplo

Número de trecho = 3

Número de comportas = 4

Largura do fundo do canal,  $B = 15$  m

Inclinação do canal,  $Z = 0$

Inclinação do fundo do canal,  $S_0 = 0,0000108$

Comprimento do trecho = 7 Km

Largura da comporta = 15 m

Coefficiente de descarga da comporta, Cd:

Comporta 1 = 0,75                      Comporta 2 = 0,95

Comporta 3 = 0,95                      Comporta 4 = 0,90

Dados adicionais requeridos são as alturas dos reservatórios e aberturas de jusante de cada trecho.

Altura do reservatório de montante = 3,24 m

Altura do reservatório de jusante = 1,25 m

Profundidade jusante do trecho 1 = 2,64 m

Profundidade jusante do trecho 2 = 2,53 m

Profundidade jusante do trecho 3 = 1,99 m

Demanda lateral = 0

Esses grupos de dados servem como dados de entrada para o programa NOMINAL para o cálculo das condições “nominais” de cada trecho.

### 5.2.1 – Sistema de Controle Linear

As equações diferenciais parciais não lineares (4.1) e (4.2) do modelo hidráulico foram discretizadas, linearizadas e rearranjadas numa forma apropriada para aplicação do controle e são apresentadas nas equações a seguir.

Aplicando esse esquema de discretização, resulta nas seguintes equações:

Nós Intermediários ( $1 < j < n$ ):

$$f_1 = \dot{y}_{i,j} = -\frac{1}{2\Delta x T_{i,j}} (Q_{i,j+1} - Q_{i,j-1}) - \frac{q_{i,j}}{T_{i,j}} \quad (5.1)$$

Então,

$$\frac{\partial f_1}{\partial y_{i,j-1}} = \frac{\partial f_1}{\partial y_{i,j}} = \frac{\partial f_1}{\partial Q_{i,j}} = \frac{\partial f_1}{\partial y_{i,j+1}} = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial Q_{i,j-1}} = \frac{1}{2\Delta x T_{i,j}} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial Q_{i,j+1}} = -\frac{1}{2\Delta x T_{i,j}} \quad (5.4)$$

e,

$$\begin{aligned} f_2 = \mathcal{Q}_{i,j} = & \left( \frac{Q_{i,j}}{by_{i,j}} \right) \frac{(Q_{i,j-1} - Q_{i,j+1})}{\Delta x} + \left( \frac{Q_{i,j}^2}{by_{i,j}^2} \right) \frac{(y_{i,j+1} - y_{i,j-1})}{2\Delta x} + g \frac{by_{i,j}}{2\Delta x} (y_{i,j-1} - y_{i,j+1}) + \\ & + gby_{i,j}S - gn^2 \frac{Q_{i,j}^2}{(by_{i,j})^{\frac{7}{3}} / (b + 2y_{i,j})^{\frac{4}{3}}} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Então,

$$\frac{\partial f_2}{\partial y_{i,j-1}} = -\frac{1}{2b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,j}}{y_{i,j}} \right)^2 + g \frac{by_{i,j}}{2\Delta x} \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial Q_{i,j-1}} = \frac{1}{b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,j}}{y_{i,j}} \right) \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial y_{i,j}} = & -\frac{1}{b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,j}}{y_{i,j}^2} \right) (Q_{i,j-1} - Q_{i,j+1}) - \frac{1}{b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,j}^2}{y_{i,j}^3} \right) (y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) + g \frac{b}{2\Delta x} (y_{i,j-1} - y_{i,j+1}) + gbS_0 - \\ & - gn^2 Q_{i,j}^2 \frac{\frac{8}{3}(b+2y_{i,j})^{1/3} (by_{i,j})^{7/3} - \frac{7}{3} b^{7/3} y_{i,j}^{4/3} (b+2y_{i,j})^{4/3}}{(by_{i,j})^{14/3}} \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial Q_{i,j}} = \frac{1}{by_{i,j}} \frac{(Q_{i,j-1} - Q_{i,j+1})}{\Delta x} + \left( \frac{Q_{i,j}}{by_{i,j}^2} \right) \frac{(y_{i,j+1} - y_{i,j-1})}{\Delta x} - 2gn^2 \frac{Q_{i,j}}{(by_{i,j})^{7/3} / (b + 2y_{i,j})^{4/3}} \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y_{i,j+1}} = \frac{1}{2b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,j}}{y_{i,j}} \right)^2 - g \frac{by_{i,j}}{2\Delta x} \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial Q_{i,j+1}} = -\frac{1}{b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,j}}{y_{i,j}} \right) \quad (5.11)$$

Nó a montante (j = 1):

$$f_3 = \mathfrak{X}_{i,1} = -\frac{1}{\Delta x T_{i,1}} \left[ Q_{i,2} - Cd_i b_i u_i (2g)^{1/2} (y_{i-1,n} - y_{i,1})^{1/2} \right] - \frac{q_{i,1}}{\Delta x T_{i,1}} \quad (5.12)$$

Então,

$$\frac{\partial f_3}{\partial y_{i,2}} = 0 \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial y_{i,1}} = -\frac{Cd_i b_i u_i (2g)^{1/2}}{2\Delta x T_{i,1} (y_{i-1,5} - y_{i,1})^{1/2}} \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial Q_{i,2}} = -\frac{1}{\Delta x T_{i,1}} \quad (5.15)$$

Nó a jusante (j = N):

$$f_4 = \mathfrak{X}_{i,N} = -\frac{1}{\Delta x T_{i,N}} \left[ Cd_{i+1} b_{i+1} u_{i+1} (2g)^{1/2} (y_{i,N} - y_{i+1,1})^{1/2} - Q_{i,N-1} \right] - \frac{q_{i,N}}{\Delta x T_{i,N}} \quad (5.16)$$

Então,

$$\frac{\partial f_4}{\partial y_{i,N-1}} = \frac{\partial f_4}{\partial y_{i,N+1}} = \frac{\partial f_4}{\partial Q_{i,N}} = \frac{\partial f_4}{\partial Q_{i,N+1}} = 0 \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial y_{i,N}} = -\frac{1}{2\Delta x T_{i,N}} \left[ \frac{Cd_{i+1} b_{i+1} u_{i+1} (2g)^{1/2}}{(y_{i,N} - y_{i+1,1})^{1/2}} \right] \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial Q_{i,N-1}} = \frac{1}{\Delta x T_{i,N}} \quad (5.19)$$

$j = 2$ :

$$f_5 = \mathfrak{F}_{i,2} = -\frac{1}{2\Delta x T_{i,2}} \left[ Q_{i,3} - C d_i b_i u_i (2g)^{1/2} (y_{i-1,n} - y_{i,1})^{1/2} \right] - \frac{q_{i,2}}{T_{i,2}} \quad (5.20)$$

Então,

$$\frac{\partial f_5}{\partial y_{i,2}} = \frac{\partial f_5}{\partial y_{i,3}} = \frac{\partial f_5}{\partial Q_{i,4}} = \frac{\partial f_5}{\partial Q_{i,2}} = 0 \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial y_{i,1}} = -\frac{C d_i b_i u_i (2g)^{1/2}}{4\Delta x T_{i,2} (y_{i-1,N} - y_{i,2})^{1/2}} \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial Q_{i,3}} = -\frac{1}{2\Delta x T_{i,2}} \quad (5.23)$$

e,

$$f_6 = Q_{i,2} = \left( \frac{Q_{i,2}}{b y_{i,2}} \right) \left[ \frac{C d_i b_i u_i (2g)^{1/2} (y_{i-1,n} - y_{i,1})^{1/2} - Q_{i,3}}{\Delta x} \right] + \left( \frac{Q_{i,2}^2}{b y_{i,2}^2} \right) \frac{(y_{i,3} - y_{i,1})}{2\Delta x} + g \frac{b y_{i,2}}{2\Delta x} (y_{i,1} - y_{i,3}) + g b y_{i,2} S_0 - g n^2 \frac{Q_{i,2}^2}{(b y_{i,2})^{7/3} / (b + 2y_{i,2})^{4/3}} \quad (5.24)$$

Então,

$$\frac{\partial f_6}{\partial y_{i,1}} = -\frac{C d_i b_i u_i (2g)^{1/2}}{2b\Delta x (y_{i-1,N} - y_{i,1})^{1/2}} \left( \frac{Q_{i,2}}{y_{i,2}} \right) - \frac{1}{2b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,2}^2}{y_{i,2}} \right)^2 + g \frac{b y_{i,2}}{2\Delta x} \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_6}{\partial y_{i,2}} = & -\frac{Q_{i,2}}{b(y_{i,2})^2} \left[ \frac{C d_i b_i u_i (2g)^{1/2} (y_{i-1,N} - y_{i,1})^{1/2} - Q_{i,3}}{\Delta x} \right] - \frac{1}{b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,2}^2}{y_{i,2}^3} \right) (y_{i,3} - y_{i,1}) + \\ & + g b \left[ \frac{y_{i,1} - y_{i,3}}{2\Delta x} + S_0 \right] - g n^2 Q_{i,2}^2 \frac{8/3 (b + 2y_{i,2})^{7/3} (b y_{i,2})^{7/3} - 7/3 b (b + 2y_{i,2})^{4/3} (b y_{i,2})^{4/3}}{(b y_{i,2})^{14/3}} \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial Q_{i,j}} = \frac{1}{by_{i,j}} \frac{(Q_{i,j-1} - Q_{i,j+1})}{\Delta x} + \left( \frac{Q_{i,j}}{by_{i,j}^2} \right) \frac{(y_{i,j+1} - y_{i,j-1})}{\Delta x} - 2gn^2 \frac{Q_{i,j}}{(by_{i,j})^{7/3} / (b + 2y_{i,j})^{4/3}} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_6}{\partial Q_{i,2}} = & \frac{[Cd_{i,b_i}u_i(2g)^{1/2}(y_{i-1,N} - y_{i,1})^{1/2} - Q_{i,3}]}{b\Delta xy_{i,2}} + \frac{Q_{i,2}}{by_{i,2}^2} \frac{(y_{i,3} - y_{i,1})}{\Delta x} - \\ & - gn^2 \frac{2Q_{i,2}}{(by_{i,2})^{7/3} / (b + 2y_{i,2})^{4/3}} \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial y_{i,3}} = \frac{1}{2\Delta x} \left( \frac{Q_{i,2}^2}{by_{i,2}^2} \right) - g \frac{by_{i,2}}{2\Delta x} \quad (5.29)$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial Q_{i,3}} = -\frac{1}{\Delta x} \left( \frac{Q_{i,2}}{by_{i,2}} \right) \quad (5.30)$$

$j = n-1$ :

$$f_7 = \dot{y}_{i,n-1} = -\frac{1}{2\Delta x T_{i,n-1}} \left[ Cd_{i+1}b_{i+1}u_{i+1}(2g)^{1/2}(y_{i,n} - y_{i+1,1})^{1/2} - Q_{i,n-2} \right] - \frac{q_{i,n-1}}{T_{i,n-1}} \quad (5.31)$$

Então,

$$\frac{\partial f_7}{\partial y_{i,N-2}} = \frac{\partial f_7}{\partial y_{i,N-1}} = \frac{\partial f_7}{\partial Q_{i,N-1}} = 0 \quad (5.32)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial Q_{i,N-2}} = \frac{1}{2\Delta x T_{i,N-1}} \quad (5.33)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial y_{i,N}} = -\frac{Cd_{i+1}b_{i+1}u_{i+1} + 1(2g)^{1/2}}{4\Delta x T_{i,N-1} (y_{i,N} - y_{i+1,1})^{1/2}} \quad (5.34)$$

e,

$$\begin{aligned}
f_8 = Q_{i,n-1} &= \left( \frac{Q_{i,n-1}}{by_{i,n-1}} \right) \frac{\left( Q_{i,n-2} - Cd_{i+1}b_{i+1}u_{i+1} (2g)^{1/2} (y_{i,n} - y_{i+1,1})^{1/2} \right)}{\Delta x} + \left( \frac{Q_{i,n-1}^2}{by_{i,n-1}^2} \right) \frac{y_{i,n} - y_{i,n-2}}{2\Delta x} + \\
&+ g \frac{by_{i,n-1}}{2\Delta x} (y_{i,n-2} - y_{i,n}) + gby_{i,n-1}S_0 - gn^2 \frac{Q_{i,n-1}^2}{(by_{i,n-1})^{7/3} / (b+2y_{i,n-1})^{4/3}}
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Então,

$$\frac{\partial f_8}{\partial y_{i,N-2}} = \frac{1}{2\Delta x} \left( \frac{Q_{i,N-1}^2}{by_{i,N-1}^2} \right) + g \frac{by_{i,N-1}}{2\Delta x} \tag{5.36}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_8}{\partial y_{i,n-1}} &= - \frac{Q_{i,n-1}}{b\Delta x (y_{i,n-1}^2)} \left( Q_{i,n-2} - Cd_{i+1}b_{i+1}u_{i+1} (2g)^{1/2} (y_{i,n} - y_{i+1,1})^{1/2} \right) - \frac{(y_{i,n} - y_{i,n-2})}{b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,n-1}^2}{y_{i,n-1}^3} \right) + \\
&+ g \frac{b}{2\Delta x} (y_{i,n-2} - y_{i,n}) + gbS_0 - gn^2 Q_{i,4}^2 \frac{8/3 (b+2y_{i,n-1})^{1/3} (by_{i,n-1})^{7/3} - 7/3 (b^{7/3} y_{i,4}^{4/3}) (b+2y_{i,n-1})^{4/3}}{(by_{i,n-1})^{14/3}}
\end{aligned} \tag{5.37}$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial Q_{i,N-2}} = \frac{Q_{i,N-1}}{b\Delta xy_{i,N-1}} \tag{5.38}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_8}{\partial Q_{i,N-1}} &= \frac{\left( Q_{i,N-2} - Cd_{i+1}b_{i+1}u_{i+1} (2g)^{1/2} (y_{i,N} - y_{i+1,1})^{1/2} \right)}{b\Delta xy_{i,N-1}} + \frac{Q_{i,N-1} (y_{i,N} - y_{i,N-2})}{b\Delta x (y_{i,N-1}^2)} - \\
&- 2gn^2 \frac{Q_{i,N-1}}{(by_{i,N-1})^{7/3} / (b+2y_{i,N-1})^{4/3}}
\end{aligned} \tag{5.39}$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial y_{i,N}} = - \frac{Q_{i,N-1} (Cd_{i+1}b_{i+1}u_{i+1} (2g)^{1/2})}{2\Delta x by_{i,N-1} [y_{i,N} - y_{i+1,1}]^{1/2}} + \frac{1}{2b\Delta x} \left( \frac{Q_{i,N-1}}{y_{i,N-1}} \right)^2 - g \frac{by_{i,N-1}}{2\Delta x} \tag{5.40}$$

As matrizes A e B consistem de coeficientes escalonados de estados adimensionais. O tamanho dessas matrizes depende do número de segmentos em um canal. Por exemplo, em

---

um trecho com 16 segmentos (isto é 17 nós) e 3 canais,  $A$  é  $96 \times 96$  e  $B$  é  $96 \times 4$ . Essas matrizes foram calculadas para a análise e projeto de controle.

## 5.2.2 – Aplicação do Regulador Quadrático Linear

### 5.2.2.1 – Sistema Não-Realimentado

Para determinar as características do sistema de canal, foi necessário avaliar os autovalores e a correspondência com os autovetores da matriz  $A$  do sistema não-realimentado. Cálculos de dupla precisão foram requeridos para acurácia dos resultados.

A matriz do sistema  $A$  encontrada é estável se todos os autovalores têm as partes reais negativas (ver figura 5.5). Isto foi esperado, pois o sistema de canal em questão é de fato estável hidraulicamente. Entretanto, a composição dos autovalores mostrou que alguns dos modos têm constantes de tempo muito longas, em alguns casos a quantidade são dias. Não é surpresa que a resposta dos sistemas de canais seja muito lenta. Uma outra característica interessante desses autovalores foi que muitos deles são complexos. Isto significa que a resposta transiente do sistema de canal será oscilatória. Isto também não era inesperado, sabendo-se que ondas no sistema de canal possuem esse comportamento.

A presença dessa variedade de constantes de tempo faz com que seja difícil seu controle. Esses autovalores indicam que o sistema tem possibilidade para uma resposta extremamente oscilatória, pois a maioria destes autovalores do sistema não-realimentado (pólos) é próxima do eixo imaginário. Um dos propósitos do projeto realimentado é recolocar estes autovalores (pólos) longe do eixo imaginário.

A figura 5.5 mostra o gráfico dos autovalores (pólos) para os modelos adotados.

Autovalores muito próximos do eixo imaginário podem tornar o controle do sistema difícil ou muito lento.



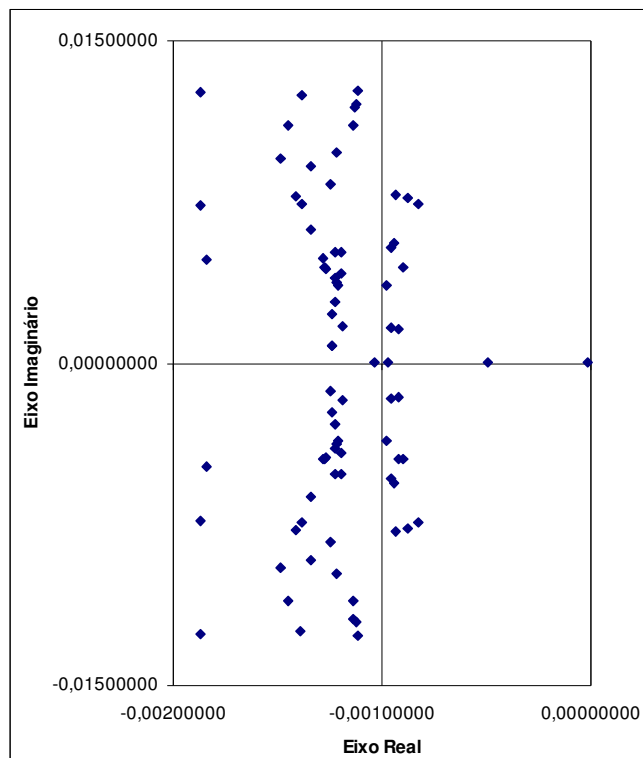


Figura 5.5 – Autovalores do sistema não realimentado.

Com objetivo de validar a acurácia do modelo linearizado para sistemas de canais, foi necessário realizar simulações não-realimentadas do sistema. Como nenhum dado experimental observado estava disponível para comparar os resultados da simulação, o critério para determinar o desempenho dessa verificação foi feito somente pela reprodução de uma resposta de onda conhecida em um sistema de canal típico devido a uma dada perturbação de entrada.

Duas formas de perturbação foram consideradas. A primeira, uma perturbação do tipo pulso de 20 segundos foi criada na primeira estrutura de comporta abrindo-se 5% desta mais do que o valor de equilíbrio. A segunda perturbação foi do tipo degrau na segunda comporta no qual esta foi aberta 5% a mais que o valor de equilíbrio durante o período de simulação. Todas as simulações foram realizadas usando um tempo de integração de 10 segundos. As figuras 5.6, 5.7 e 5.8 mostram os resultados obtidos no primeiro caso (perturbação do tipo

pulso na primeira comporta), para o modelo de 96 estados para as profundidades na seção 1 (trecho 1), seção 33 (trecho 2) e seção 65 (trecho 3) respectivamente.

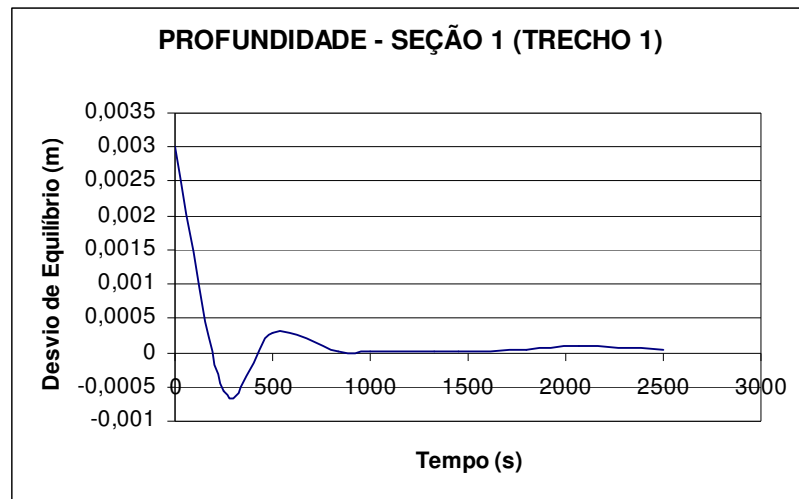


Figura 5.6 – Desvios da variável de estado X1 para a simulação do sistema não realimentado devido a uma entrada pulso na seção 1 do trecho 1.

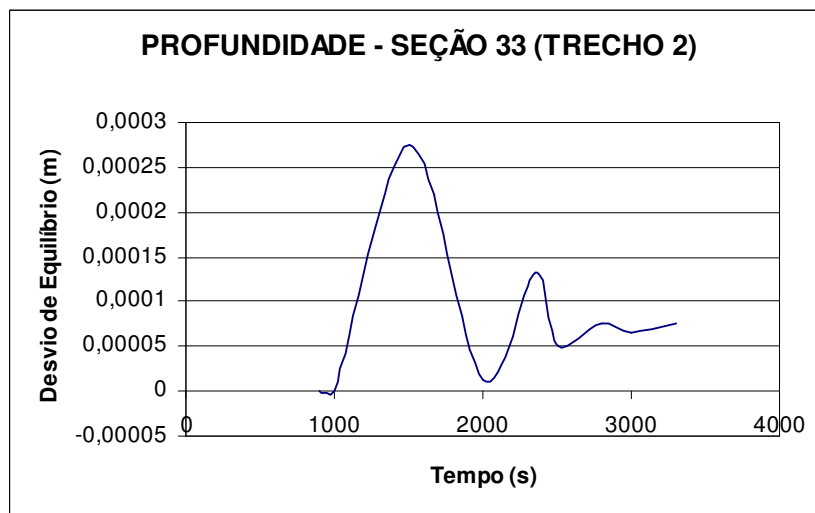


Figura 5.7 – Desvios da variável de estado X33 para a simulação do sistema não realimentado devido a uma entrada pulso na seção 33 do trecho 2.

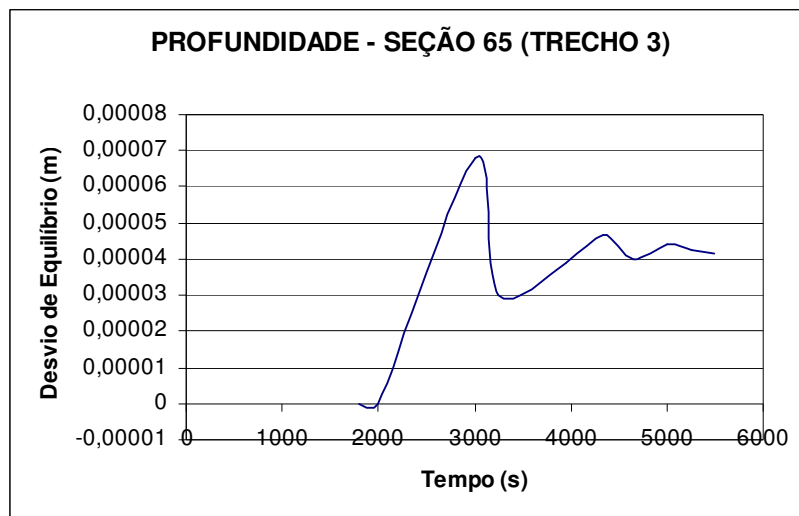


Figura 5.8 – Desvios da variável de estado X65 para a simulação do sistema não realimentado devido a uma entrada pulso na seção 65 do trecho 3.

As perturbações induzidas através de mudanças de fluxo operacional e movimentos de comporta são assumidos serem menor do que 20% do equilíbrio a fim de satisfazer o critério do modelo linearizado usado.

Observa-se inicialmente a formação de uma onda que se propaga à jusante. Essa onda atinge um pico e então decaem antes das condições de equilíbrio originais.

Deve haver uma atenuação no pico de onda quando esta se desloca à jusante de um canal para outro. Isto se deve a resistência em canais e comportas. A atenuação descrita acima pode ser percebida no gráfico. Dentro de cada canal, a atenuação é por volta de um fator de dois para os nós considerados. Esta atenuação é menor nos canais à jusante. Nota-se que a taxa de decaimento após um determinado tempo é muito lenta, principalmente para os dois últimos gráficos. O comportamento de onda clássica mostrada pelos resultados das simulações não-realimentadas são características dos movimentos que surgem nos canais abertos.

A segunda simulação verificada (excitação degrau na segunda comporta) também aconteceu como esperado. As figuras 5.9, 5.10 e 5.11 mostram os resultados para este caso.

Observa-se que a onda negativa para este distúrbio viaja à montante para o canal 1 e uma onda positiva viaja à jusante para os canais 2 e 3. Valores positivos indicam um acréscimo na quantidade perturbada do equilíbrio, enquanto que os valores negativos indicam um decréscimo. As profundidades nos canais à jusante da comporta aberta aumentam com tempo enquanto que a profundidade à montante desta comporta decresce com tempo. Isto é equivalente a drenagem do canal à montante e abastecimento dos canais à jusante.

Houve um tempo de atraso por volta de 1000 segundos, antes que os efeitos da comporta sejam sentidos à montante e à jusante da comporta aberta. Isto é típico de operação em sistema de irrigação de canais. A quantidade deste tempo de atraso é aproximadamente igual ao tempo de viagem da onda. Este tempo de atraso é suposto ser reduzido com o projeto realimentado. Nota-se que a profundidade no canal 1 decaí em taxas diferentes, mas em cerca de 1800 segundos, eles todos começam quase que paralelos indicando a obtenção de uma nova condição de equilíbrio para a profundidade. Isto também pode ser verdadeiro para profundidades nos canais 2 e 3.

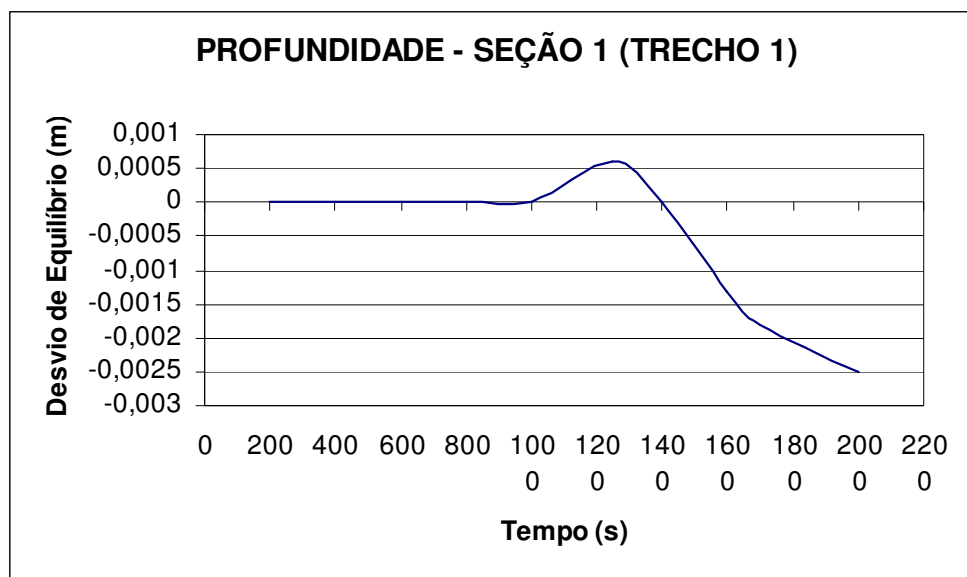


Fig. 5.9 – Desvios da variável de estado X1 para a simulação do sistema não realimentado devido a uma entrada degrau na seção 1 do trecho 1.

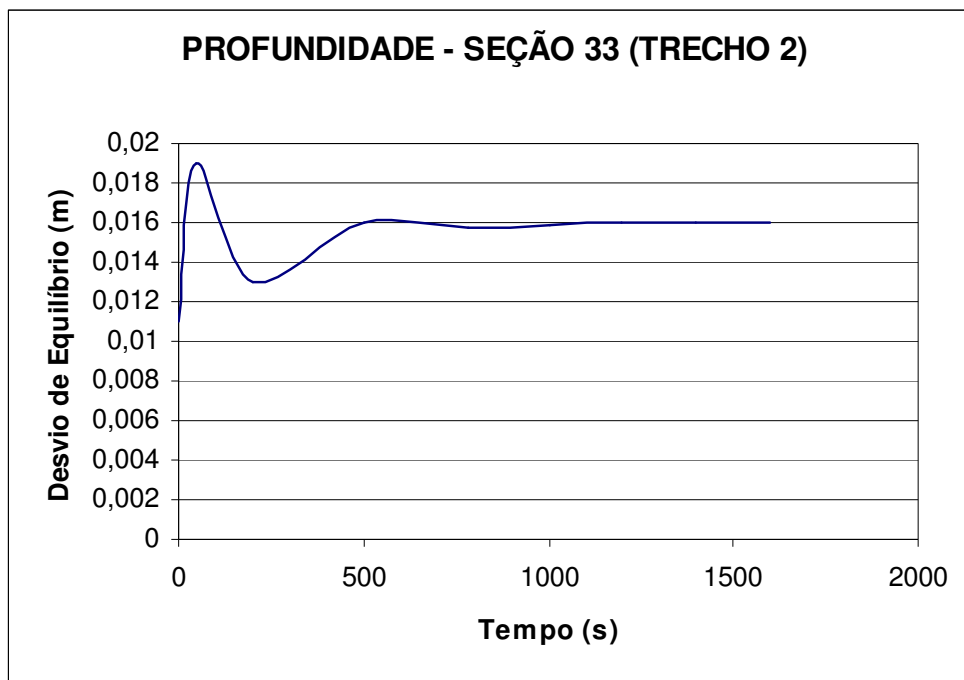


Fig. 5.10 – Desvios da variável de estado X33 para a simulação do sistema não realimentado devido a uma entrada degrau na seção 33 do trecho 2.

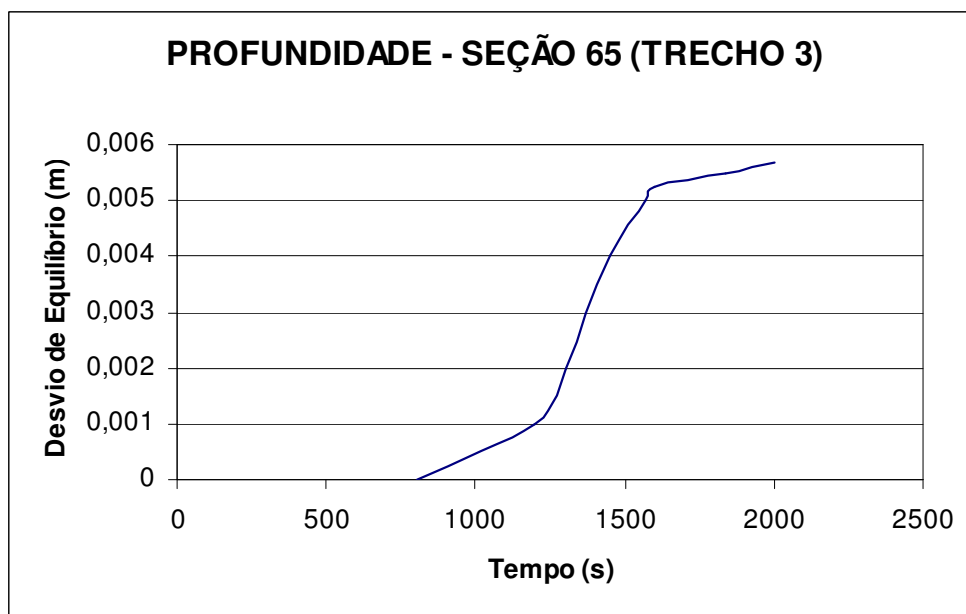


Fig. 5.11 – Desvios da variável de estado X65 para a simulação do sistema não realimentado devido a uma entrada degrau na seção 65 do trecho 3.

### 5.2.2.2 – Sistema Realimentado

A determinação da controlabilidade do sistema é essencial para análise e projeto do controle quadrático linear. Antes que qualquer especificação de projeto de controle seja realizada pela relocação dos pólos, o sistema deve ser controlável. Esta determinação do grau de controlabilidade foi realizada e o sistema demonstrou ser completamente controlável.

Uma condição necessária e suficiente para a controlabilidade é que a controlabilidade gramiana deve ser não-singular. Isto foi calculado por decomposição do valor singular de  $G_c$ .

Este teste foi aplicado para o modelo de 96 estados. A razão do maior valor singular para o menor valor de controlabilidade gramiana  $G_c$  foi de  $2,8 \cdot 10^3$ . Este número indica que o sistema é controlável, desde que a razão entre o máximo e mínimo valores singular de controlabilidade seja indicativa de condição de associação numérica com cálculos requeridos para encontrar a matriz ganho de controle  $K$ .

A matriz ganho  $K$  de controle usada para calcular a lei de controle realimentado na Equação (4.101) foi obtida através da Solução da Equação de Riccati (4.103) e Equação (4.104). O cálculo desta matriz ganho foi realizado especificando-se as constantes das matrizes  $Q$  e  $R$ , junto a matriz do sistema dinâmico  $A$  e matriz de controle  $B$ .

A escolha dos elementos  $Q$  e  $R$  é ditada pela resposta realimentada para o sistema. A regra de escolha é que, quanto maior a penalidade na matriz custo de estado  $Q$ , mais rápido o sistema realimentado responderá e será amortecido aos estados desejado de equilíbrio. Por outro lado, quanto maior os elementos das matrizes-peso  $R$ , o menor controle  $u$  é usado.

A escolha dos elementos das matrizes  $Q$  e  $R$  foi baseada no método de FURUTA E KIM (1987).

A simulação realimentada para a perturbação do tipo pulso (abrindo-se a primeira comporta por 20 segundos) foi então realizada usando-se o controle generalizado para trazer o

sistema ao equilíbrio. Os resultados obtidos desta simulação mostraram um aperfeiçoamento nas características respostas quando comparadas às simulações não-realimentadas. As figuras 5.12, 5.13 e 5.14 mostram o gráfico de ambas as simulações para alguns estados selecionados nos canais de 1 a 3.

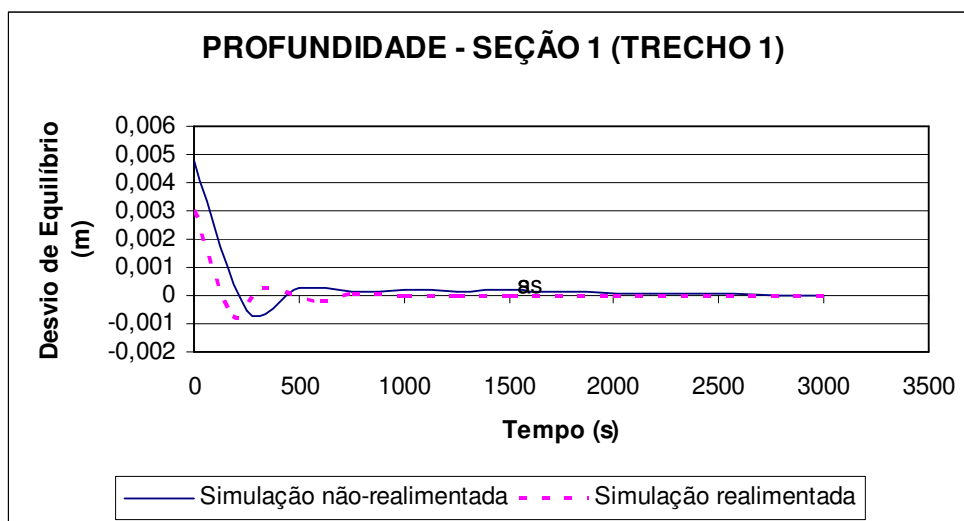


Figura 5.12 – Desvios da variável de estado X1 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso na seção 1 do trecho 1.

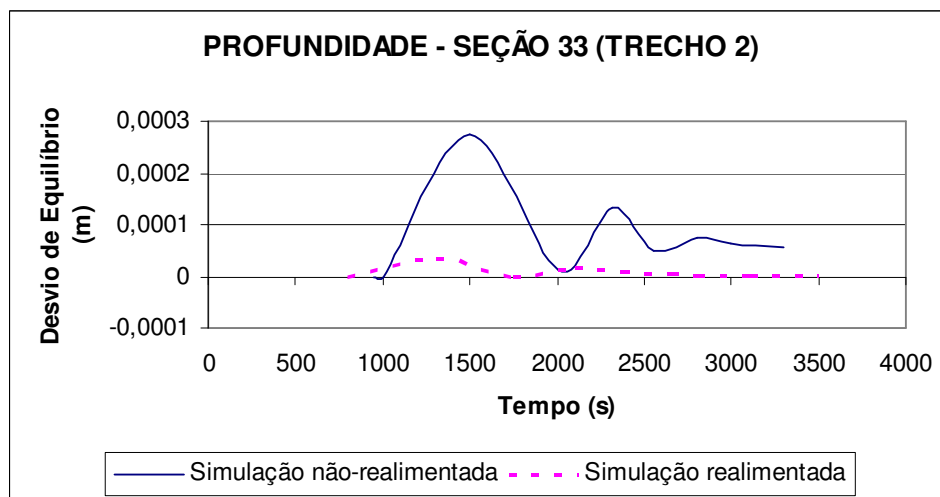


Figura 5.13 – Desvios da variável de estado X33 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso na seção 33 do trecho 2

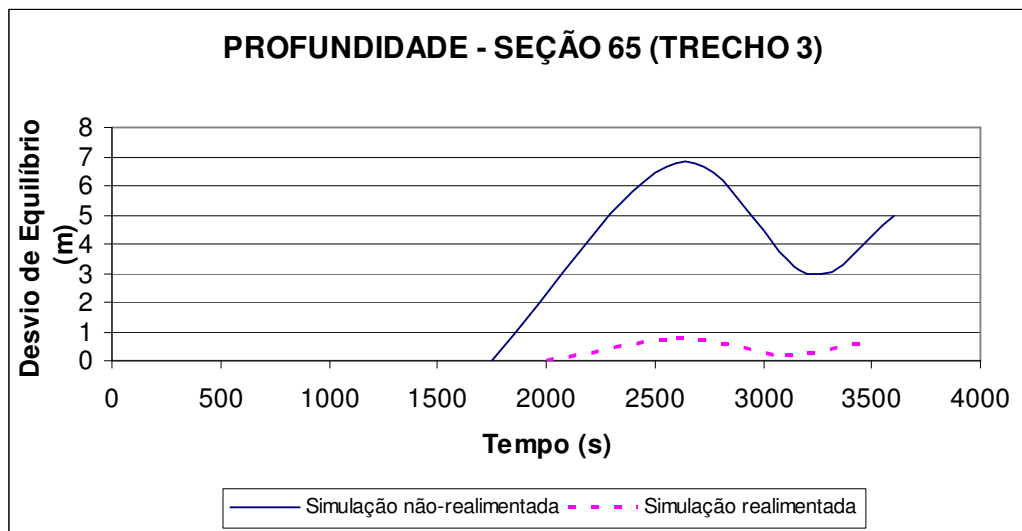


Figura 5.14 – Desvios da variável de estado X65 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso na seção 65 do trecho 3.

Observa-se claramente que os sistemas são controláveis quando todos os estados tenham suas repostas transientes modificadas. Pode ser percebido que os estados decaem muito mais rapidamente ao equilíbrio no caso realimentado do que no caso não-realimentado. Os sobre picos são também reduzidos, em alguns casos em mais de 80%.

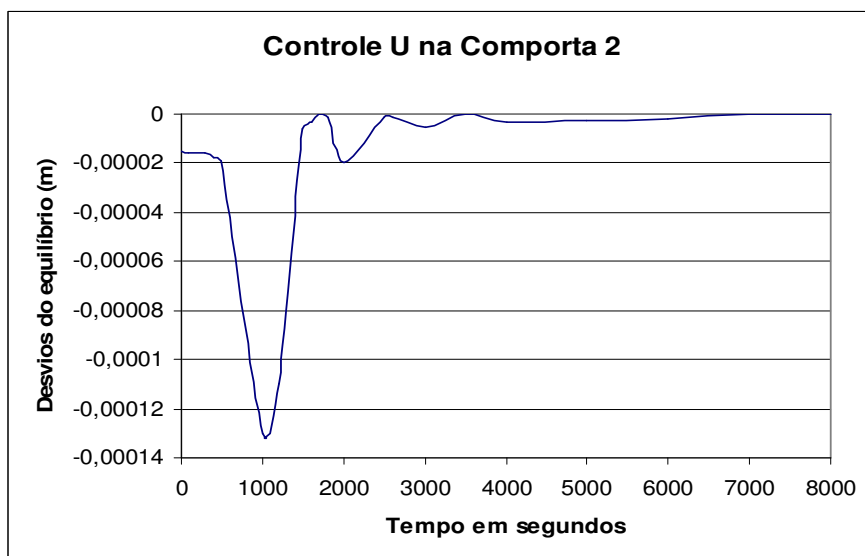
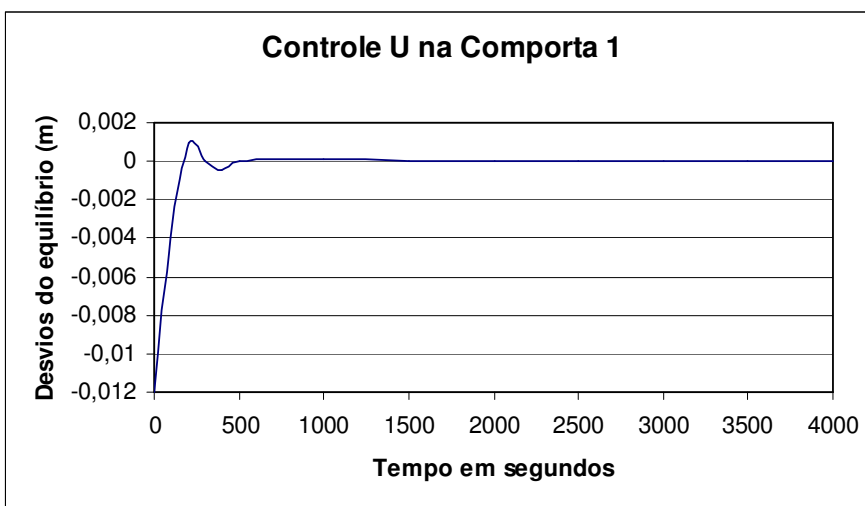
O controle  $u$  deve estar abaixo e acima da máxima e mínima abertura possível da comporta (onde a máxima abertura possível se iguala a diferença entre a profundidade à montante final do canal e sua correspondente abertura inicial da comporta, e o máximo fechamento da comporta se igualam a correspondente abertura inicial da comporta) respectivamente. Idealmente esses movimentos da comporta devem ser de fato menores que 20% para que as equações linearizadas sejam ainda válidas.

Os controles  $u$  em cada comporta foram calculados e estão mostrados nas figuras 5.15. A comporta 1 reage quase que instantaneamente pelo fechamento para interagir ao efeito da abertura original da comporta. O movimento das comportas internas é mais complicado do que na primeira comporta, mas esses movimentos encontram-se dentro de uma faixa



aceitável. Mesmo que esses movimentos de comportas não sejam contínuos, isto não é um problema, pois essas comportas poderão movimentar-se de maneira discreta.

O movimento mais complicado nos nós intermediários é devido o sistema tentar se contrapor, o mais rápido possível, aos efeitos das ondas desenvolvidas. Note que no interior da comporta 2 não existe movimento principal até depois de 1000 segundos quando as perturbações atingem a comporta. Similarmente, a comporta 3 mostra que não existe movimento depois de 2000 segundos, tempo aproximadamente igual àquele que a onda atinge a comporta.



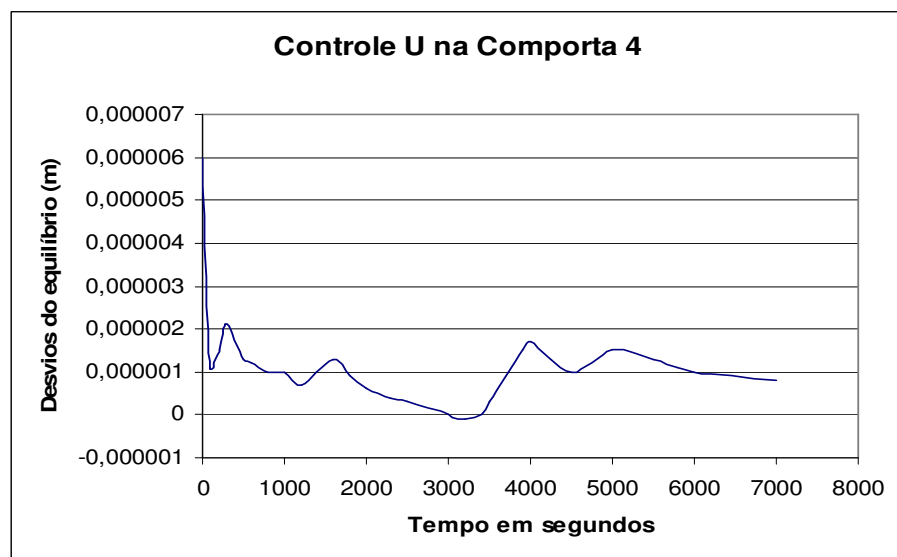
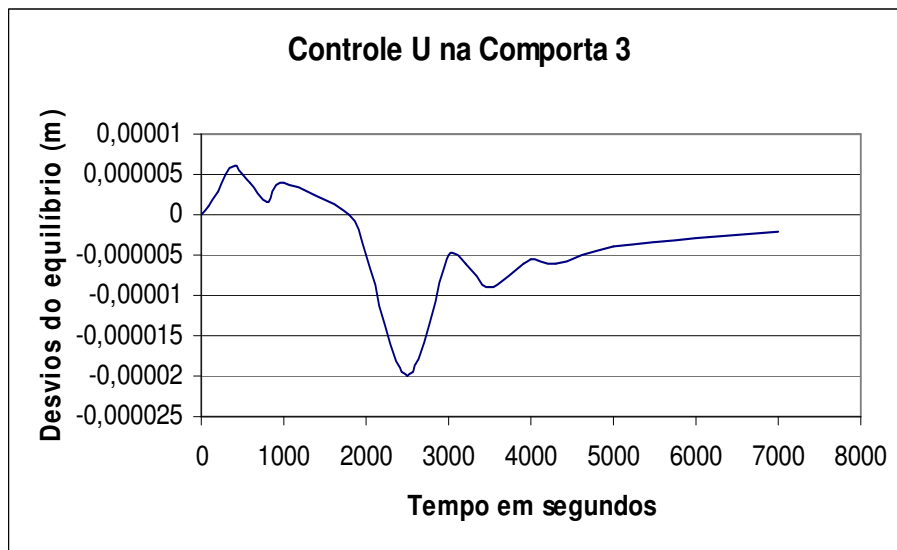


Figura 5.15 – Controle nas comportas 1 a 4.

---

## VI – CONCLUSÕES

O propósito deste trabalho foi mostrar que técnicas poderosas da teoria do regulador quadrático linear (RQL) podem ser aplicadas para projetar um sistema de controle realimentado para um canal com número múltiplo de trechos em série. Esta técnica exige o conhecimento da dinâmica global do sistema para determinar a lei de controle usada na regulação das comportas.

As equações hidrodinâmicas não-lineares para fluxos em canais foram usadas para o modelo de sistema, como controle introduzido através do uso de uma equação de orifício para as comportas. Este modelo é baseado pressupondo-se que todas as descargas (incluindo as demandas laterais) são conhecidas. Essas equações diferenciais parciais não-lineares foram discretizadas, concentradas, e linearizadas em torno das condições de equilíbrio. As condições de equilíbrio são definidas como um novo estado ou condição de estado permanente desejado que o sistema deva eventualmente atingir depois de algumas mudanças operacionais.

As matrizes do sistema dinâmico para os estados perturbados em torno das condições nominais são os coeficientes nestas equações linearizadas. O sistema de canal foi verificado ser estável.

Uma simples, porém realística, configuração dos 21 km de canais foi usada, e o projeto e síntese da RQL foram desenvolvidos para este canal a fim de demonstrar a eficácia do uso desta técnica. Entretanto, os dados do canal usado não representaram nenhum canal específico, as características do canal são similares àqueles de tamanho médio de um canal de irrigação. Acredita-se que o sucesso da aplicação da técnica RQL não dependerá do número de trechos em um sistema de canal desde que as suposições do modelo linear não sejam violadas.

Teoricamente a técnica deve trabalhar para qualquer tamanho e número de canais em um sistema. O único fator limitante será o número de estados do sistema e o tamanho das

---

matrizes de controle os quais aumentam rapidamente quando o número de nós no sistema é aumentado.

O modelo linearizado foi verificado através de simulações não-realimentadas por reprodução do desenvolvimento de onda em canais abertos. Os resultados obtidos indicaram que o modelo de 96 estados é representativo, baseado na reprodução aceitável das ondas e a limitação em tempo computacional e memória requerida. Inúmeras simulações para ambas, alimentado e não-realimentado, foram feitas para diferentes casos de perturbações e operações de canal.

O sistema de canal exemplo usado foi considerado controlável. Os resultados das respostas realimentadas mostraram uma vantagem em relação às simulações não-realimentadas para o mesmo caso. Os resultados obtidos destas simulações indicaram que a técnica do regulador quadrático linear é eficiente na minimização das perturbações e ao retorno do sistema às condições de equilíbrio inicial. O tempo de resposta realimentada foi sensivelmente reduzido quando comparado a correspondente simulação não-realimentada, bem como a quantidade de amortecimento foi aumentada.

As entradas de controle em cada uma das comportas foram consideradas dentro dos padrões aceitáveis, embora algumas dessas entradas fossem complicadas. Esse movimento complicado pode necessitar de regulação nas comportas em estágios.

O controle realimentado para sistemas de canais pode ser projetado usando a teoria de controle “moderno”. Essa conclusão foi baseada no sistema realimentado estável produzido, adequado ao amortecimento e com resposta relativamente mais veloz. A facilidade relativa para tratar o critério de projeto nesta técnica através do índice de desempenho é um dos fatores que fazem com que esta técnica seja superior que outras aplicações.

Esse trabalho mostrou que a técnica RQL pode ser usada teoricamente. O estudo realizado aqui, entretanto foi somente uma etapa preliminar usando a teoria do quadrático linear para projetos de controle realimentados para sistema de canais.

---

## VII – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**ALMEIDA A. B., KOELLE E. - Fluid Transients in Pipe Networks.** Elsevier Appl. Science, Mech. Publ., 1993. 564p.

**AMIN, M. H. - Optimal Pole Shifting for Continuous Multivariable Linear Systems. International Journal of Control,** v. 41, n. 3, p. 701-707, 1985.

**ANDERSON, B. D. O., MOORE, J. B. - Linear System Optimization with Prescribed Degree of Stability. IEE Proceedings,** vol. 116, n. 12, p. 2083-2087, 1969.

**BALOGUN, O. (1985). "Design of real-time feedback control for canal systems using linear-quadratic regulator theory." PhD thesis,** University of California, Davis, Calif.

**BALOGUN, O. S., HUBBARD, M., DE VRIES, J. J. - Automatic Control of Canal Flow Using Linear Quadratic Regulator Theory. Journal of Hydraulic Engineering,** vol. 114, n. 1, p. 75-101, 1988.

**BAR-NESS, Y. - Optimal Closed-Loop Poles Assignment. International Journal of Control,** v. 27, n. 3, p. 421-430, 1978.

**BRYSON, A. E., and Ho, Y. C. Applied optimal control.** Halsted Press, Washington, D. C., 1975. 481p.

**CARMONA, V. M., CLEMMENS, A. J., SCHUURMANS, J.** – Canal Control Algorithm Formulations. **Journal of irrigation and Drainage Engineering**, vol. 124, n. 1, Jan-Feb, 1998, p. 31-39.

**CHAUDHRY, M. H.** - **Applied Hydraulic Transients**. New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1979. 503p.

**CHEN, G. P., MALIK, O. P., QIN, Y. H., XU, G. Y.** – Optimization Technique for the Design of a Linear Optimal Power System Stabilizer. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 7, n. 3, p. 453-459, 1992.

**CLEMMENS, A. J., KACEREK, T. F., GRAWITZ, B. e SCHUURMANS, W.** – Test Cases for Canal Control Algorithms. **Journal of irrigation and Drainage Engineering**, vol. 124, n. 1, Jan-Feb, 1998, p. 23-30.

**FURUTA, K., KIM, S. B.** - Pole Assignment in a Specified Disk. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. AC-32, n. 5, p. 423-427, 1987.

**GRAUPE, D.** - Derivation of Weighting Matrices Towards Satisfying Eigenvalue Requirements. **International Journal of Control**, v. 16, n. 5, p. 881-888, 1972.

---

**GRIMBLE, M. J., JOHNSON, M. A. - Optimal Control and Stochastic Estimation: Theory and Applications.** New York, John Wiley and Sons, 1988. 555p.

**HARVEY, C. A., STEIN, G. - Quadratic Weights for Asymptotic Regulator Properties. IEEE Transactions on Automatic Control,** v. AC-23, n. 3, p. 378-387, 1978.

**ISERMANN, R. – Digital Control Systems.** Berlin, Springer-Verlag, 1981. 334p.

**JUANG, J. C., LEE, T. T. - On Optimal Pole Assignment in a Specified Region. International Journal of Control,** v. 40, n. 1, p. 65-79, 1984.

**KAWASAKI, N., SHIMEMURA, E. - Determining Quadratic Weighting Matrices to Locate Poles in a Specified Region. Automatica,** v. 19, n. 5, p. 557-560, 1983.

**KWAKERNAAK, H., SIVAN, R. - Linear Optimal Control Systems.** New York, John Wiley & Sons, 1972. 575p.

**LIAW, C. M. - Optimal Controller with Prescribed Dominant Energy Eigenvalues. IEE Proceedings D,** v. 138, n. 4, p. 405-409, 1991.

**LIU, F., FEYEN, J. e BERLAMONT, J. - Downstream control of multireach canal systems. Journal of irrigation and Drainage Engineering,** vol. 121, n. 2, Mar-Apr, 1995, p. 179-190.



---

**LUO J., LAN C. E.** - Determination of Weighting Matrices of a Linear Quadratic Regulator. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 18, n. 6, p. 1462-1463, 1995.

**OCHI, Y., KANAI, K.** - Pole Placement in Optimal Regulator by Continuous Pole-Shifting. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 18, n. 6, p. 1253-1258, 1995.

**OGATA, K.** - **Discrete-Time Control Systems**. New Jersey, Prentice Hall, 1987. 745p.

**PORTO, R. M.** – **Hidráulica Básica**, São Carlos, 1999, 519p.

**REDDY, J. M.** – Kalman filtering in the control of irrigation canals. **Appl. Math. Modelling**, vol. 19, April, 1995, p. 201-209.

**REDDY, J. M.** – Design of Global Control Algorithm for Irrigation Canals. **Journal of Hydraulic Engineering**, 1996, p. 503 – 511.

**REDDY, J. M.** – Local Optimal Control of Irrigation Canals. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, vol. 116, n. 5, Sep-Dec, 1990, p. 616-631.

**REDDY, J. M., DIA, A., OUSSOU, A.** - Design of Control Algorithm for Operation of Irrigation Canals. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, vol. 118, n. 6, p. 852-867, 1992.

---

**REDDY, J. M., e JACQUOT, R. G.** – Stochastic Optimal and Suboptimal Control of Irrigation Canals. **Journal of Water Resources Planning and Management**, vol. 125, n. 6, Nov, 1999, p. 369-378.

**SAIF, M.** - A Novel Approach for Optimal Control of a Pressurized Water Reactor. **IEEE Transactions on Nuclear Science**, v. 36, n. 1, p. 1317-1325, 1989.

**SAIF, M.** - Efficient Optimal Controller for Nuclear Power Plants. **International Journal of Systems Science**, v. 20, n. 9, p. 1593-1610, 1989.

**SAIF, M.** - Optimal Linear Regulator Pole-Placement by Weight Selection. **International Journal of Control**, v. 50, n. 1, p. 399-414, 1989.

**SAIF, M.** - Optimal Modal Controller Design by Entire Eigenstructure Assignment. **IEE Proceedings**, v. 136, n. 6, p. 341-344, 1989.

**SAIF, M.** - Suboptimal Projective Control of a Pressurized Water Reactor. **IEEE Transactions on Nuclear Science**, v. 36, n. 6, p. 2459-2465, 1989.

**SAWADOGO, S., FAYE, R. M. e MORA-CAMINO, F.** - Decentralized adaptive predictive control of multireach irrigation canal. **International Journal of Systems Science**, vol. 32, n. 10, October, 2001, p. 1287-1296.

---

**SAWADOGO, S., MALATERRE, P. O. e KOSUTH, P.** – Multivariable optimal control for on-demand operation of irrigation canals. **Int. J. Systems SCI**, 1995, vol. 26, n. 1, 161-178.

**SHIEH, L. S., DIB, H. M., GANESAN, S.** - Linear Quadratic Regulators with Eigenvalue Placement in a Specified Region. **Automatica**, v. 24, n. 6, p. 819-823, 1988.

**SHIEH, L. S., DIB, H. M., MCINNIS, B. C.** - Linear Quadratic Regulators with Eigenvalue Placement in a Vertical Strip. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. AC-31, n. 3, p. 241-243, 1986.

**SOLHEIM, O. A.** - Design of Optimal Control Systems with Prescribed Eigenvalues. **International Journal of Control**, v. 15, n. 1, p. 143-160, 1972.

**SOUZA, R. S.** - Controle Operacional Otimizado de Redes de Distribuição de Água Usando a Teoria do Regulador Quadrático Linear. São Carlos. **Tese de Doutorado** - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998.

**STEIN G.** - Generalized Quadratic Weights for Asymptotic Regulator Properties. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. AC-24, n. 4, p. 559-566, 1979.

**STREJC, V.** - **State Space Theory of Discrete Linear Control**. Prague, John Wiley and Sons, 1981. 426p.

**SUNAR, M., RAO, S. S.** - Optimal Selection of Weighting Matrices in Integrated Design of Structures/Controls. **American Institute of Aeronautics and Astronautics**, v. 31, n. 4, p. 714-720, 1993.

**WYLIE E. B., STREETER V. L.** - **Fluid Transients**. New York, McGraw-Hill, 1978. 384p.