UNIVERSIDADE FEDERAL DO MATO GROSSO DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MAURO EDUARDO DE SOUZA

PROFESSORES E O USO DO GEOGEBRA: (RE) CONSTRUINDO CONHECIMENTOS SOBRE FUNÇÕES

Campo Grande - MS
2016

MAURO EDUARDO DE SOUZA

PROFESSORES E O USO DO GEOGEBRA: (RE) CONSTRUINDO CONHECIMENTOS SOBRE FUNÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, como requisito final para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Suely Scherer

Campo Grande - MS

2016

MAURO EDUARDO DE SOUZA

PROFESSORES E O USO DO GEOGEBRA: (RE) CONSTRUINDO CONHECIMENTOS SOBRE FUNÇÕES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA:

____

Profª. Drª. Suely Scherer
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

____

Profª. Drª Marilena Bittar
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

____

Prof. Drª. Nielce Meneguelo Lobo da Costa
Universidade Anhanguera de São Paulo

Campo Grande, 29 de fevereiro de 2016.

Dedico este trabalho a minha família.
Ao Valmir, pai.
À Cleuza, mãe.
À Michelli e Débora, irmãs.
À Isadora, filha.

AGRADECIMENTOS

A Deus, Mil cairão ao teu lado, e dez mil à tua direita, mas não chegará a ti.

À minha família, que foi e é meu alicerce.

À professora Drª. Suely Scherer, pela paciência e orientações.

Aos professores do Programa de Mestrado em Educação Matemática (UFMS).

Aos participantes da pesquisa e aos colegas colaboradores Vanessa Rodrigues Lopes e Frederico Fonseca Fernandes.

Aos amigos.

A todos os professores de minha Educação Básica e professores da Graduação.

Às professoras examinadoras Drª Marilena Bittar e Drª. Nielce Meneguelo Lobo da Costa.

RESUMO

Essa pesquisa teve por objetivo analisar como ocorre a (re) construção de conhecimentos sobre funções por professores de matemática, ao participarem de uma ação de formação continuada para uso de tecnologias digitais. A ação de formação continuada foi estruturada em encontros presenciais e virtuais, a partir de um projeto de extensão de uma universidade pública de Campo Grande. Para o desenvolvimento da pesquisa, propusemos e desenvolvemos uma sequência de atividades sobre funções com uso do software GeoGebra. As atividades se constituíram em uma ação de formação continuada, em sete encontros, para seis participantes, professores de matemática e mestrandos. A coleta de dados foi realizada a partir de gravação de vídeo dos encontros presenciais, registros no ambiente virtual e registros no Geogebra obtidos a partir das atividades realizadas pelos participantes da pesquisa. Para o desenvolvimento da ação de formação e análise dos dados, nos orientamos pelos estudos sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem de José Armando Valente e a abordagem construcionista de Seymour Papert, que constituíram o referencial teórico desta pesquisa. Os dados foram analisados observando estratégias e dificuldades dos professores na realização das atividades. Foram analisados os dados de dois participantes da pesquisa e a partir da análise dos dados pode-se afirmar que houve indícios de (re)construção de conhecimentos sobre funções. Os dois participantes reconstruíram conhecimentos relacionados à representação gráfica da função polinomial de 1º grau (relação entre coeficientes da função e a inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas), e à representação gráfica da função seno (relação entre coeficientes da função e a amplitude da curva senoidal – se comparada a uma onda).

Palavras-chave: Funções. GeoGebra. (Re)construção de conhecimento. Professores de matemática.

ABSTRACT

This research aimed to analyze how occurs the (re)construction of knowledge about mathematical function by mathematics teachers when participate in an action of continuous education for use of digital technologies. The action of teacher continuous education process was structured in presencial and virtual meetings, from a extension project of a public university in Campo Grande. To the development of the research, we have proposed and we have developed a sequence of activities on functions using the software named GeoGebra. The activities are formed in an action of continued education, in seven meetings with six participants, mathematics teachers and a group of master degree students. The data collection was performed by video recording of meetings, records in the virtual environment and information obtained from activities carried out by the participants of the research on the computers. For the development of the action to training and analysis of data, we are guided by the studies about the cycle of actions and the spiral of learning by José Armando Valente and the Constructionist approach of Seymour Papert, who formed the theoretical benchmark of this research. . The data were analyzed by observing strategies and difficulties of teachers in the realization of the activities. Data was analyzed from two research participants and from the data analysis, we can affirm that there was evidence of (re)construction of knowledge about functions.The two participants rebuilt knowledge related to the graphic representation of the polynomial function of 1st degree (relationship between coefficients of the function and the inclination of the straight line in relation to the abscissas) and to the graphic representation of the function sine (relationship between coefficients of the function and the width of the sinusoidal curve- if compared to a wave).

Keywords: Functions. GeoGebra. (Re)construction of knowledge. Mathematics Teachers

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Desde minha[1] infância tenho grande fascínio pelos computadores, mesmo que naquela época o acesso às tecnologias digitais era restrito, e residindo em uma zona rural, onde o acesso era ainda mais difícil. Aos 11 anos de idade, eu tive a oportunidade de frequentar o primeiro curso de informática básica, e fiquei encantado ao manipular a máquina, independente da atividade que era proposta. Aos 17 anos de idade ingressei no segundo curso de informática, nível intermediário, nesse mesmo período tinha a inquietação da escolha pelo curso de graduação, não eram muitas as opções na região em que eu residia, mas me identifiquei com a Licenciatura em Matemática.

Em 2007 iniciei o curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS), unidade de Nova Andradina. Após alguns meses de curso, a partir de uma bolsa de estudos, iniciei um estágio como monitor no laboratório de informática, onde fiquei até final de 2008.

Durante o tempo que atuei como monitor no laboratório de informática, realizei um curso de manutenção de hardware e instalação de software. Como monitor, auxiliava os alunos a executarem algumas tarefas como: anexar arquivos em e-mail, pesquisar e baixar informações da internet, configurar apresentações de trabalhos, editar textos, entre outras. Foi quando comecei a refletir sobre as dificuldades de algumas pessoas em se comunicar e manipular informações com uso de computadores.

Ao final de 2008, assumi uma vaga de concurso para trabalhar em um laboratório de informática de uma escola da rede municipal para auxiliar os professores no uso de computadores e equipamentos tecnológicos. Naquele espaço observei dificuldades dos professores com relação ao uso de tecnologias em suas aulas. Dificuldades essas evidenciadas em perguntas sobre como utilizar os computadores em suas aulas, ou seja, de que forma poderiam propor o estudo dos conteúdos ministrados utilizando determinadas tecnologias. Essa experiência profissional me proporcionou momentos de reflexões sobre o uso de tecnologias

[1] Início o texto utiliza-se a primeira pessoa do singular por tratar-se de minha história de vida, autor dessa pesquisa de mestrado.

digitais nas aulas de matemática, e concluí que pouco sabia sobre o uso pedagógico de computadores em aulas.

A minha preocupação também estava no fato de estar cursando Licenciatura há dois anos, e apesar de entender tecnicamente de computadores e outros equipamentos, não tinha ideia de como utilizá-los nas aulas. Naquele momento, a alternativa foi dialogar com os professores na escola para tentarmos propor algumas atividades aos alunos, e para essa ação, contávamos com o conhecimento pedagógico e a experiência dos professores, e com o meu conhecimento técnico na área da informática.

Nos anos seguintes tive a oportunidade de participar de alguns cursos de capacitação voltados para uso do laboratório de informática, denominado sala de tecnologias educacionais, oferecido pelo Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo[2]), e realizado pela equipe do Núcleo de Tecnologias Educacionais Estadual (NTE[3]), em parceria com uma equipe da rede municipal de educação. Assim foram mais de três anos trabalhando com tecnologias digitais em uma Escola de Ensino Fundamental e Educação Infantil.

No início do ano de 2012 criou-se o Núcleo de Tecnologias Educacionais Municipal (NTM[4]), e lá iniciei uma atividade com uma equipe, com a responsabilidade de orientar professores das salas de tecnologias das Escolas Municipais.

Ao longo dessa trajetória observei a relevância e a necessidade de uso das tecnologias digitais nas escolas, pois os avanços tecnológicos alavancaram transformações na forma de as pessoas se comunicarem e aprenderem. Nesse sentido, Papert (2008, p. 18) afirma que:

---

[2] Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo), instituído pelo Governo Federal por meio da "Portaria n 522/MEC, de 9 de abril de 1997, surgiu para promover o uso pedagógico das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) na rede pública de ensino fundamental e médio.

[3] Núcleo de Tecnologias Educacionais Estadual (NTE), surgiu para acompanhar e capacitar os professores quanto ao uso pedagógico das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) na rede pública estadual de ensino fundamental e médio do estado de Mato Grosso do sul.

[4] Núcleo de Tecnologias Educacionais Municipal (NTM), surgiu para acompanhar e capacitar os professores quanto ao uso pedagógico das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) na rede pública municipal de ensino fundamental da cidade de Nova Andradina.

> Na esteira do espantoso progresso da ciência e da tecnologia em nosso passado recente, algumas áreas de atividade humana passaram por megamudanças. As telecomunicações, o lazer e os transportes, assim como a medicina, estão entre elas. A escola é um notável exemplo de uma área que não mudou tanto. Pode-se dizer que praticamente não houve mudança na maneira como ministramos educação aos nossos estudantes.

Recentemente há indícios de pequenas mudanças nesse quadro em termos de disponibilizar tecnologias digitais nas escolas, como: computadores e lousas digitais. No entanto, apenas essas aquisições são insuficientes para o professor integrar Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) em sua prática pedagógica.

Quando falamos em integrar as TDIC à prática pedagógica do professor, procuramos diferenciar de inserir. Segundo Bittar, Guimarães e Vasconcellos (2008, p. 86) há diferença entre inserir e integrar.

> [...] a verdadeira integração da tecnologia somente acontecerá quando o professor vivenciar o processo e quando a tecnologia representar um meio importante para a aprendizagem. Falamos em integração para distinguir de inserção. Essa última para nós significa o que tem sido feito na maioria das escolas: coloca-se o computador nas escolas, os professores usam, mas sem que isso provoque uma aprendizagem diferente do que se fazia antes e, mais do que isso, o computador fica sendo um instrumento estranho à prática pedagógica, usado em situações incomuns, extra classe, que não serão avaliadas. Defendemos que o computador deve ser usado e avaliado como um instrumento, como qualquer outro, seja o giz, um material concreto ou outro. E esse uso deve fazer parte das atividades “normais” de aula.

Como a maioria das escolas possui tecnologias digitais, precisamos discutir sobre como integrar esses recursos à prática pedagógica do professor. Nesse sentido, conforme afirma Valente (1993, p. 1), “para a implantação de computadores nas escolas são necessários basicamente quatro ingredientes: o computador, o software educativo, o professor capacitado para usar o computador como meio educacional e o aluno”.

O que sabemos é que grande parte das escolas públicas do estado do Mato Grosso do Sul, em especial, em Campo Grande, já possuem computadores, projetores e lousas digitais, acompanhados de softwares instalados e com possibilidades de acesso à internet. Assim, temos o computador, o software e o aluno, conforme menciona Valente, mas ainda há necessidade de formação continuada para capacitar professores no âmbito de uso de computadores em suas aulas, conforme observado nas escolas por onde passei, e evidenciado na pesquisa de Vermieiro (2014).

A pesquisa de Vermieiro (2014), teve como objetivo analisar o uso dos *laptops* educacionais nas aulas de matemática, em escolas contempladas com o projeto “Um Computador por Aluno” (UCA), no estado de Mato Grosso do Sul. Foi realizada coleta de dados por meio de questionários e entrevistas com professores, além de observações de aulas. Na análise dos dados evidenciou-se a necessidade de formação continuada dos professores para o uso da TDIC, nas aulas de matemática.

Nesse contexto, observou-se a necessidade de investir em ações e pesquisas com foco na formação continuada de professores de matemática para uso de tecnologias digitais e, a pesquisa de Vermieiro (2014), ajudou a justificar essa escolha. Assim, optamos[5] por investigar a seguinte questão: *Como ocorre a (re) construção de conhecimentos sobre funções por professores de matemática ao usarem o software GeoGebra na realização de atividades?* Nessa questão, consideramos que o professor de matemática pode (re)construir conceitos ao participar de processos de formação para/com o uso de tecnologias em aulas.

O objetivo da pesquisa foi analisar a (re) construção de conhecimentos de funções por professores de matemática ao usarem o GeoGebra em uma ação de formação continuada para uso de tecnologias digitais.

Para responder nossa questão de pesquisa sobre (re) construção de conhecimentos utilizamos estudos de Jean Piaget sobre processo de construção de conhecimento, considerando que “[...] o processo do conhecimento está restrito ao que o sujeito pode retirar, isto é, *assimilar*, dos observáveis ou dos não-observáveis, num determinado momento” (BECKER, 2001. p.47). Daí, estarmos em processo contínuo de construção do conhecimento, ou reconstruções.

Para estabelecer conexões com o estado de conhecimento da pesquisa realizamos busca no banco de dados da CAPES, destacando as pesquisas de Zuffo

[5] Deste ponto do texto, utilizaremos a primeira pessoa do plural, pelo fato de ser uma pesquisa realizada em parceria com a orientadora.

(2011) e Oliveira (2012), também realizamos busca no banco de dados do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, destacando as pesquisas de Silva (2014), Carvalho (2014), e Vermieiro (2014) e, no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Pernambuco, destacando a pesquisa Ferraz (2008).

Ferraz (2008), em sua tese de doutorado intitulada “Esboço do gráfico de função: um estudo semiótico” buscou investigar o uso de diferentes representações em atividades com funções. Os sujeitos da pesquisa foram estudantes de um curso de Especialização em Matemática e, que realizaram testes com foco na análise de diferentes linguagens de representação. Analisou-se a forma com que os participantes lidaram com as representações quando foram questionados sobre os principais elementos para o esboço de gráfico de uma função racional com polinômios de até o 3º grau. O Esboço dos gráficos foram construidos com uso do software denominado “Estudo de Funções”. O autor destaca a importância do computador, com softwares, para o estudo de matemática, mas salienta que, não se deteve estudar a aprendizagem, por não ser o foco de sua pesquisa.

A importância maior desta pesquisa em relação a esta pesquisa de mestrado está no fato da possibilidade de contribuir com a análise de representações geométricas, e na relevância do uso do computador, com softwares, para o estudo de conteúdos matemáticos (funções).

A pesquisa de mestrado de Zuffo (2011), teve por objetivo analisar o que apontam as pesquisas acadêmicas defendidas no Brasil, sobre a formação de professores para utilização dos recursos tecnológicos, na Educação Básica de 2003 à 2008.

Segundo Zuffo (2011), há urgência de uma formação adequada aos professores da Educação Básica para o uso de tecnologias educacionais, e que essa formação vá além de mera instrumentalização dessas tecnologias inseridas na escola, O autor também ressalta que é imprescindível uma apropriação crítica e reflexiva desses recursos, “que possam favorecer o ensino e o aprendizado na Educação Básica” (ZUFFO, 2011. p.88).

Para Zuffo (2011), no ano de conclusão de sua pesquisa fazia praticamente 15 anos que a informática foi introduzida nas escolas brasileiras, por meio do

Programa PROINFO. No entanto, a pesquisa constatou que 37% dos resumos analisados revelaram que, o professor tem dificuldades para atuar com tecnologias educacionais em sala de aula, por sentir-se inseguro ou mesmo incapacitado, uma situação bastante dramática, enfatiza o autor.

Zuffo (2011, p.88) destaca;

> Para que a formação de professores se tome mais eficiente para utilização das tecnologias educacionais na educação brasileira, há necessidade de implementação de políticas públicas que contemplem: a) Aprimoramento das metodologias de formação inicial e continuada; b) Garantia de uma inserção aprimorada do sistema escolar aos novos padrões educacionais; c) Integração das tecnologias educacionais na conjuntura educacional; d) Fortalecimento dos recursos de formação inicial e continuada para que os professores formadores atuem como intermediários dirigindo o futuro professor per meio de argumentos que os conduzam a lidar como computador/internet não só pela instrumentalização, mas principalmente pela formação crítica e reflexiva.

Nesta pesquisa de mestrado apresenta-se alguns pontos que justificam a pesquisa aqui apresentada, pois propusemos analisar uma ação de formação continuada para o uso de tecnologias digitais, para professores de matemática da Educação Básica, e o trabalho de Zuffo (2011), destaca urgência de formação adequada a professores para o uso de tecnologias educacionais.

Oliveira (2012), em sua pesquisa de mestrado analisou como ocorre a (re) construção de conhecimentos de paralelogramo por professores de matemática, do 6° ao 9° ano do Ensino Fundamental, ao realizarem atividades com o software Klogo[6]. A pesquisa foi desenvolvida a partir de uma ação de formação continuada estruturada em encontros presenciais e virtuais. Na pesquisa concluiu-se que os professores participantes, ao realizarem atividades no ambiente Klogo tiveram que mobilizar alguns conhecimentos por exigência da tarefa a ser realizada. São conhecimentos sobre ângulos opostos congruentes, ângulos formados por duas retas e uma transversal, articulados ao conceito de paralelogramo que possuíam.

Destacamos a relevância da pesquisa de Oliveira (2012), em relação a esta pesquisa, por se assemelhar em aspectos teóricos e na proposta de análise de (re)

---

[6] Klogo é um software disponível nos laptops educacionais disponibilizados pelo projeto UCA, sendo o sistema operacional o Linux Educacional . A linguagem de programação logo é a base desse software.

construção de conhecimentos matemático, além de também ter se constituído um espaço de formação continuada de professores.

Em sua pesquisa de mestrado, Silva (2014), analisou uma ação de formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, do Ensino Fundamental. Nessa formação utilizou-se o laptop educacional com o software Klogo para o ensino de geometria plana, em encontros presenciais e a distância com um grupo de professores dos anos iniciais. Na análise de dados foi identificado que os professores mobilizaram conhecimentos sobre propriedades de quadrados, losangos e triângulos, no ambiente Klogo. Também foram analisadas reflexões dos professores sobre suas práticas pedagógicas, e, observado que, inicialmente os professores afirmaram que nunca utilizaram o laptop para o ensino da geometria plana. Durante os encontros, identificou-se algumas reflexões dos professores participantes que mudaram suas certezas iniciais. Além disso, professores que mostraram resistência ao uso do laptop educacional, realizaram atividades em suas turmas utilizando o laptop.

Está pesquisa foi importante para a definição do modelo de proposta de ação de formação desta pesquisa de mestrado, pois Silva (2014), elaborou uma ação de formação com encontro presenciais e a distância, em uma abordagem construcionista.

Já Carvalho (2014), em sua pesquisa de mestrado analisou as contribuições de uma ação de formação continuada em serviço para o uso da Lousa Digital em aulas de matemática. A pesquisa foi desenvolvida a partir da constituição de um grupo de estudos com professores de Matemática de uma escola pública de Educação Básica. O grupo participou de encontros em que foram discutidas possibilidades de uso da Lousa Digital em uma abordagem construcionista. Também foram discutidos os planejamentos elaborados pelos participantes e o desenvolvimento de aulas com seus alunos.

Segundo Carvalho (2014, p.145), nesta ação de formação continuada, em abordagem construcionista, os professores:

> [...] saíram de uma perspectiva de transmissão de informações e avançaram na direção de uma prática pedagógica com essa tecnologia voltada para a construção de conhecimentos; às reflexões oportunizadas, que possibilitaram aos professores avançarem no desenvolvimento de um perfil

> crítico-reflexivo e no comprometimento com seu desenvolvimento profissional [...].

Sendo assim, a análise dos dados dessa pesquisa evidenciou que uma ação de formação continuada de professores em serviço, em uma abordagem construcionista, pode oportunizar reflexões dos professores sobre suas práticas pedagógicas, contribuindo com o desenvolvimento profissional dos mesmos e favorecendo o uso das TDIC, de maneira a contribuir com a aprendizagem de conceitos matemáticos pelos alunos.

Carvalho (2014), em sua pesquisa discutiu possibilidades de uso da Lousa Digital em uma abordagem construcionista, tal pesquisa foi relevante, pois adotarmos a abordagem construcionista em nossa proposta de ação de formação, e, atentamos para a postura dos formadores para organizar e implementar a ação de formação, experimentação desta pesquisa. Salientamos que, não foi foco desta pesquisa analisar contribuições da Lousa Digital, no aspecto de aprendizagem dos participantes, mas a Lousa Digital também foi recurso utilizado na formação proposta.

Diante de tais argumentos, definimos como objetivo geral desta pesquisa de mestrado, *analisar a (re) construção de conhecimentos de funções por professores de matemática, com o uso do software GeoGebra, ao participarem de uma ação de formação continuada*.

E como objetivos específicos:

- Analisar estratégias usadas pelos professores e conhecimentos mobilizados no desenvolvimento das atividades com o uso de tecnologias digitais.
- Identificar e analisar dificuldades dos professores de matemática ao desenvolverem atividades com o uso de tecnologias digitais.

Para alcançar os objetivos da pesquisa foi desenvolvida uma ação de formação continuada, proposta a um grupo de professores de matemática, em formato bimodal (parte presencial e parte a distância), sendo organizada em sete encontros presenciais e seis encontros virtuais. Ao todo foram seis professores participantes e dois professores formadores.

Os dados da pesquisa foram coletados a partir da gravação em vídeo do ambiente dos encontros presenciais, captura de ações da tela dos computadores durante a realização das atividades propostas, usando o software *aTube Catcher*[7] e, registros escritos no ambiente virtual. A análise foi realizada a partir da questão de pesquisa, orientada pelo referencial teórico, que constituiu-se pelos estudos de Papert (2008), sobre a abordagem construcionista e, estudos de Valente (2005), sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem.

A dissertação está organizada da seguinte forma: o primeiro capítulo é constituído pela introdução, contendo: o contexto da pesquisa, a questão de pesquisa e os objetivos.

No segundo capítulo é apresentado o referencial teórico da pesquisa: formação continuada de professores e o uso de computadores, abordagens de uso do computador em educação, o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem.

No terceiro capítulo apresentamos a metodologia da pesquisa, o caminho metodológico, a sequência de atividades proposta na ação de formação continuada e os sujeitos da pesquisa.

No quarto capítulo apresenta-se a análise dos dados coletados durante a experimentação da pesquisa. No último capítulo apresentamos algumas considerações a partir da análise de dados realizada na pesquisa.

[7] ATube Catcher é um *software livre* que permite a gravação em vídeo (com áudio) da tela do computador.

2 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E A (RE)CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO COM O USO DE COMPUTADORES

Neste capítulo são abordados alguns estudos que constituem o referencial teórico desta pesquisa. Para discutirmos o processo de (re)construção de conhecimento com o uso de computadores, inicialmente é importante contextualizar o significado desse processo em ações de formação continuada de professores.

Para Valente (1999), as tecnologias mudam o trabalho, a comunicação e a forma de pensar da sociedade, uma verdadeira evolução social, que demanda grandes reflexões a todos, pois exige-se cidadãos críticos, criativos, reflexivos, com capacidade de aprender a aprender. Nesse sentido, Almeida (2000, p.12), afirma que “As vertiginosas evoluções socioculturais e tecnológicas do mundo atual geram incessantes mudanças nas organizações e no pensamento humano e revelam um novo universo no cotidiano das pessoas”.

Maltempi (2005), afirma que nos últimos 30 anos assistimos uma revolução tecnológica que se propagou por toda sociedade, influenciando a maneira de ser, viver, fazer e aprender da maioria das pessoas. Assim, a presença dessas tecnologias na escola, em especial as tecnologias digitais, exige uma postura diferenciada do professor em relação a outras tecnologias, pois cabe a ele formar os novos cidadãos, possibilitando condições para que esses possam acompanhar as mudanças e se desenvolverem nesse novo cenário.

Almeida (2000) salienta que os cidadãos (alunos) estão crescendo em uma sociedade repleta de recursos tecnológicos com percepções diferentes de uma pessoa (professor), que cresceu em uma época em que o convívio com a tecnologia era muito restrito. É uma sociedade em que “os alunos são hábeis manipuladores de tecnologia a dominam com maior rapidez e desenvoltura que seus professores”. (ALMEIDA, 2000, p. 108).

Almeida (2000) afirma ainda que, na tentativa dos professores acompanharem esse novo ritmo de uso tecnologias digitais em sua prática pedagógica, a introdução de computadores na formação de professores ocorre predominantemente através de cursos ou treinamentos de pequena duração, explorando determinados softwares. A autora ressalta que os cursos ou treinamentos ocorrem apenas explorando determinados softwares, resta ao professor junto aos alunos desenvolver atividades com essa nova ferramenta “aprendida”, mas esse professor não teve a oportunidade de “analisar as dificuldades e as potencialidades de seu uso na prática pedagógica e, muito menos, de realizar reflexões e depurações dessa nova prática” (ALMEIDA, 2000, p. 108).

O processo de reflexão sobre a prática pedagógica exige do professor uma postura de um sujeito reflexivo sobre sua prática, ou seja, é necessário que o professor reflita antes, durante e depois de suas ações, podendo assim proporcionar ambientes de aprendizagem, que favoreçam o processo de (re) construção de conhecimento com o uso de computador.

Segundo (ALMEIDA, 1998, p. 02-03):

> Para que o professor tenha condições de criar ambientes de aprendizagem que possam garantir esse movimento (contínuo de construção e reconstrução do conhecimento) é preciso reestruturar o processo de formação, o qual assume a característica de continuidade.

Em conformidade com a autora, ao reestruturar o processo de formação com característica de continuidade, “formação continuada”, proporciona-se ao professor a possibilidade vivenciar um processo de reflexão na prática e sobre a prática. É fundamental que os professores sejam preparados para aprender a aprender, abertos a construção de novos conhecimentos ou a reconstrução de conhecimentos, e a partir de temas emergentes, que se posicionem assumindo atitude de investigador do processo de aprendizagem do aluno.

Segundo Macedo (2005), o aperfeiçoamento profissional do professor, por exemplo, é composto por experiências vivenciadas em sua prática docente, leituras realizadas, participações em palestras, seminários ou cursos (de atualização, de aperfeiçoamento ou de extensão) em caráter de formação continuada.

Propusemos em nossa pesquisa uma ação de formação continuada usando o software GeoGebra e foram discutidas relações entre a representação gráfica e a representação algébrica de algumas funções.

Nesta pesquisa, um dos objetivos com a ação de formação foi o de favorecer que os professores em formação, pudessem vivenciar momentos de (re)construção de conhecimentos de funções com uso de tecnologias digitais, com o objetivo de que essas (re)construções pudessem favorecer processos de reflexão sobre o uso de tecnologias digitais em suas práticas docentes.

A partir desse contexto de formação apresentado, e com objetivo de apresentarmos o referencial teórico da pesquisa neste capítulo, discutiremos alguns aspectos da abordagem, da ação de formação proposta como experimentação da pesquisa, em especial, os estudos de Papert (2008), sobre as abordagens instrucionista e construcionista. E, para analisarmos com mais detalhamento o processo de (re)construção de conhecimentos, dos participantes da pesquisa, discutiremos estudos sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem propostos por Valente (2005).

2.1 ABORDAGENS NO USO DE COMPUTADORES EM EDUCAÇÃO

Papert (2008), salienta que há duas abordagens de uso de computadores em educação: a **abordagem instrucionista**, fundamentada na transmissão da informação e a **abordagem construcionista**, fundamentada na construção do conhecimento.

Valente (1999, p. 24-25, grifo nosso) diferencia essas duas abordagens:

> [...] Uma maneira é informatizando os métodos tradicionais de instrução. Do ponto de vista pedagógico, esse seria o paradigma **instrucionista.** No entanto, o computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir o seu conhecimento. Nesse caso, o conhecimento não é passado para o aluno. O aluno não é mais instruído, ensinado, mas é o construtor do seu próprio conhecimento. Esse é o paradigma **construcionista** onde a ênfase está na aprendizagem ao invés de estar no ensino; na construção do conhecimento e não na instrução.

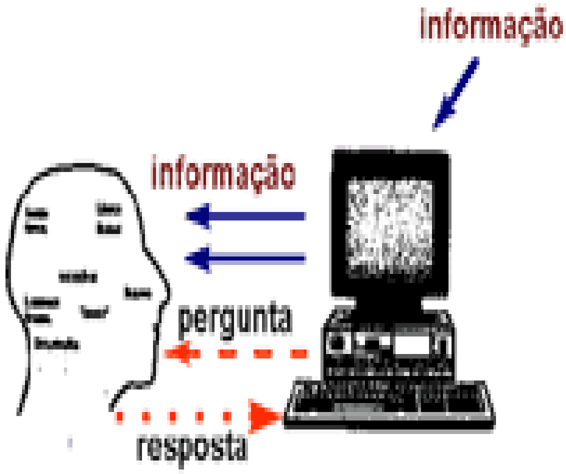
Assim, podemos considerar que uma das diferenças entre as abordagens é a ênfase dada ao processo, pois na instrucionista temos a ênfase dada no processo de "ensino", e na construcionista, a ênfase é dada no processo de "aprendizagem". De acordo com Valente (1997, p.1), a abordagem instrucionista é a:

> [...] abordagem que usa o computador como meio para transmitir a informação ao aluno mantendo a prática pedagógica vigente. Na verdade, o computador está sendo usado para informatizar os processos de ensino que

já existem. Isso tem facilitado a implantação do computador na escola, pois não quebra a dinâmica por ela adotada.

Na abordagem instrucionista, o aluno é passivo no processo de aprendizagem e o professor ativo, sendo o transmissor de informação. É uma abordagem em que se estabelece uma aprendizagem mecânica, de repetição de informações, sendo o computador usado como uma “máquina de ensinar”, transmitindo informação ao aluno. Nessa abordagem, segundo Valente (1999), uma série de informações e perguntas podem ser implementadas no computador, na forma de um tutorial e passadas ao aluno, ficando a máquina responsável por administrar o processo de ensino. O esquema na Figura 1 ilustra essa situação de uso de tutorial[8].

Figura 1 – Interação aprendiz-computador mediado por um software tipo tutorial



Fonte: Valente (1999, p.90)

Valente (1999), afirma que a informação foi organizada e está disponível ao aprendiz na tela do computador, a interação entre o aprendiz e computador consiste em leitura da tela ou escuta da informação e utiliza-se mouse ou teclado para o avanço do material.

Já na abordagem construcionista, segundo Papert (2008), o aluno constrói, por intermédio do computador, seu próprio conhecimento. Maltempi e Apolinário (2005, p.3) afirmam que nessa abordagem:

[8] “Um tutorial é um software no qual a informação é organizada de acordo com uma sequência pedagógica particular e apresentada ao estudante, seguindo essa sequência ou não o aprendiz pode escolher a informação que desejar” (VALENTE, 1999, p. 90 – 91).

> [...] a aprendizagem é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido do professor para o estudante. O aprendizado se dá de forma especialmente efetiva em um contexto no qual o estudante está conscientemente engajado em construir um artefato público e de interesse pessoal, sobre o qual pode refletir e mostrar a outras pessoas. Portanto, ao conceito de que se aprende melhor fazendo, o Construcionismo acrescenta: aprende-se melhor ainda quando se gosta, pensa e conversa sobre o que se faz.

Para Papert (2008), na abordagem construcionista, o processo de aprendizagem ocorre por meio do fazer, do "colocar a mão na massa", o aluno fazendo algo de seu interesse. Nesse sentido, o professor fornece o mínimo possível de informações, e estrategicamente proporciona ao aluno a oportunidade para a descoberta por meio do fazer, ao interagir com o computador.

Almeida (2000, p.77) salienta que:

> Na abordagem construcionista cabe ao professor promover a aprendizagem do aluno para que este possa construir o conhecimento dentro de ambiente que o desafie e o motive para a exploração, a reflexão, a depuração de ideias e a descoberta.

Ou seja, na abordagem construcionista, o professor é responsável por favorecer o processo de aprendizagem, criando um ambiente que "estimule o pensar, que desafie o aluno a construir conhecimento individualmente ou em parceria com os colegas, o que propicia o desenvolvimento da autoestima, do senso-crítico e da liberdade responsável" (ALMEIDA, 1999, p.21).

Segundo Valente (2005, p. 56), o papel do professor, na abordagem construcionista, está em conduzir de forma favorável o processo de aprendizagem do aluno, ou seja, "tem que entender as ideias do aluno e tem que intervir apropriadamente na situação de modo a ser efetivo e contribuir para que o aluno compreenda o problema em questão".

Nesta pesquisa, a abordagem de uso de computadores adotada na ação de formação continuada foi a construcionista. Sob a ótica da abordagem construcionista, na ação de formação continuada de professores, os professores formadores buscaram propor atividades de forma que os participantes pudessem construir conhecimento sobre o objeto matemático em estudo.

Por adotarmos a abordagem construcionista, no próximo subcapítulo iremos discutir o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem, que podem detalhar etapas do processo de (re)construção de conhecimento de aprendizes em interação com o computador.

2.2 O CICLO DE AÇÕES E A ESPIRAL DE APRENDIZAGEM

Esta pesquisa teve como foco investigar como ocorre a (re) construção de conhecimentos de funções, por um grupo de professores de matemática, em uma ação de formação continuada.

Quando falamos em (re) construção de conhecimentos, nos referimos aos estudos de Piaget (1977), em que considera-se o conhecimento uma construção que, ocorre por meio de abstrações reflexionantes. Segundo Becker (2001, p.45), na abstração reflexionante estão presentes dois componentes: o reflexionamento e a reflexão.

> O processo de abstração reflexionante comporta sempre dois aspectos inseparáveis: de um lado o *reflexionamento* (*réflécbissement)*, isto é, a projeção sobre um patamar superior daquilo que foi tirado do patamar inferior [...]. De outro lado, uma *reflexão* (*réflexion*), "como ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior".

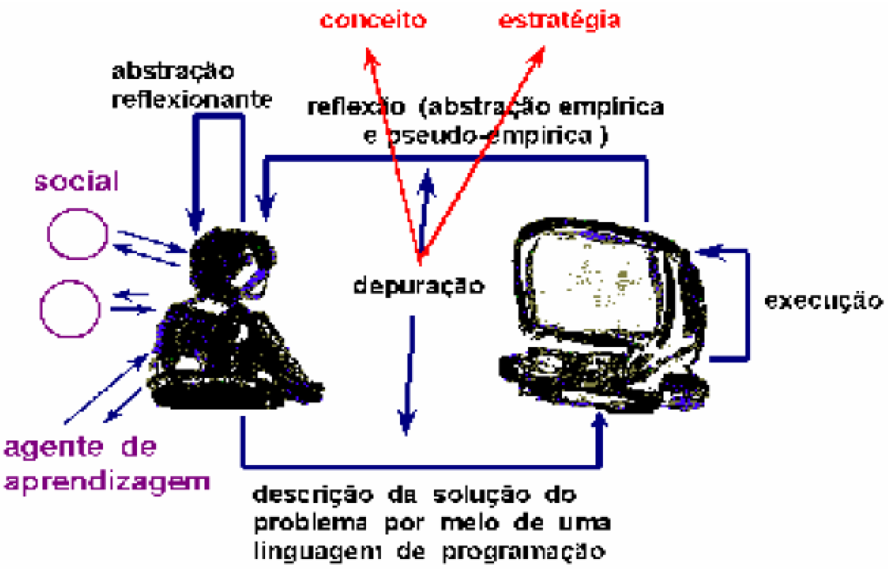
Em conformidade com Piaget (1977) e Becker (2001), compreendemos que a abstração reflexionante é o ato mental de projetar sobre um nível superior daquilo que foi tirado de um nível inferior denominado reflexionamento e, também pela reflexão que é o ato mental de reconstruir sobre o nível superior, ou seja, reconstruir sobre o reflexionamento.

A (re) construção de conhecimento dos professores participantes desta pesquisa foi analisada a partir dos estudos de Valente (1999, 2005), sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem, que se apoiam nas ideias de Piaget sobre abstração reflexionante. Valente (2005), ressalta que a ideia do ciclo de ações auxilia no desenvolvimento de atividades que contribuam para a construção de conhecimento do sujeito e possibilita compreender como ocorre o processo de aprendizagem mediado pelo uso do computador.

O ciclo constitui-se em quatro ações: **descrição, execução, reflexão e depuração**. Para a explicitação de cada uma dessas ações decorrentes da interação entre o sujeito e o computador, é necessário colocar o aprendiz diante de uma situação problema que lhe interesse.

A **descrição** refere-se à ação do sujeito em descrever um comando ou uma sequência de comandos ao computador, que a **executa**. “Essa atividade pode ser vista como o aluno agindo sobre o objeto ‘computador’ [...] tal ação implica na descrição da solução através de comandos [...]”. (VALENTE, 2005, p.52). Valente (2005), ressalta ainda que ao vivienciar o ciclo de ações, o aluno ensina o computador, ou seja, o computador é ensinado, pois recebe a descrição do aprendiz, logo, a decisão de “o que fazer” é de escolha do aprendiz. Na Figura 2 apresentamos o esquema do ciclo de ações.

Figura 2 - O ciclo de ações



Fonte: Valente (2005, p. 66)

Com o resultado que o computador apresenta na tela, o aprendiz inicia uma nova ação, que para Valente (2005) é o processo de **reflexão** sobre os resultados apresentados pelo computador. O processo de reflexão do aprendiz pode levá-lo a três níveis de abstrações: a abstração empírica, a pseudo-empírica e a reflexionante. De acordo com (VALENTE, 2005, p.53), os níveis de abstrações se estruturam da seguinte forma:

> O nível de abstração mais simples é a abstração empírica, que permite ao aluno extrair informações do objeto ou das ações sobre o objeto, tais como a cor e a forma do objeto. A abstração pseudo-empírica permite ao aprendiz deduzir algum conhecimento de sua ação ou objeto. A abstração reflexiva permite a projeção daquilo que é extraído de um nível mais baixo para um nível cognitivo mais elevado ou a reorganização desse conhecimento em termos de conhecimento prévio (abstração sobre as próprias ideias do aluno).

Sendo assim, em conformidade com os estudos de Valente (2005), podemos entender que a abstração empírica ocorre quando o aprendiz extrai informações dos objetos físicos, ou objetos de características materiais, como uma imagem na tela de um computador. Essa extração de informações ocorre por meio de sentidos como o tato e a visão, ou seja, de algo que vem do exterior.

Na abstração pseudo-empírica, o aprendiz ainda depende dos objetos físicos, ou objetos de características materiais. No entanto, sua reflexão não depende apenas dos resultados constatáveis como na abstração empírica, mas também de propriedades já construídas pelo aprendiz sobre o observado.

A abstração reflexionante, para Valente (2005, p.53), “permite a projeção daquilo que é extraído de um nível mais baixo para um nível cognitivo mais elevado ou a reorganização desse conhecimento em termos de conhecimento prévio (abstração sobre as próprias ideias do aluno)”. Assim, em consonância com Valente (2005), compreendemos que a abstração reflexionante é a possibilidade de (re)construção em um novo plano daquilo já construído anteriormente em outro plano.

Para Valente (2005), nesse processo de reflexão, o aprendiz pode chegar a dois caminhos distintos: a solução do problema proposto, ou a não solução do problema proposto. Caso o aprendiz chegue à solução desejada do problema proposto, o problema estará resolvido. Isso não implica necessariamente que ele tenha vivenciado todos os três níveis de abstração apresentados por valente (2005), fundamentado em Piaget, no ciclo de ações. O segundo caso pode ocorrer após o processo de reflexão, em que o aprendiz não obtém a solução desejada, então, será necessário que ele depure a sua descrição.

Segundo Valente (2005), a **depuração** é o momento em que o aprendiz revê a estratégia e/ou conceitos utilizados na descrição do problema ao computador, e pensa em uma nova estratégia. Após depurar a descrição anterior, o aprendiz gera uma nova descrição, e inicia-se um novo ciclo "descrição-execução-reflexão-depuração", dando origem a uma espiral de aprendizagem ascendente.

Para Valente (2005), o processo de descrever, refletir e depurar não acontece simplesmente colocando o aluno em frente ao computador (no caso desta pesquisa, o professor). Esse processo de interação aprendiz-computador necessita da presença de um agente de aprendizagem e está articulado com o contexto social.

Sobre o agente de aprendizagem, Valente (2005, p.54) afirma que:

> [...] a interação deveria ser realizada por um "agente de aprendizagem" que tenha conhecimento do significado do processo de aprender por intermédio da construção de conhecimento. Esse profissional, que pode ser o professor, tem que entender as ideias do aprendiz e sobre como atuar no processo de construção de para intervir apropriadamente na situação, de modo a auxiliá-lo nesse processo.

O papel desse agente de aprendizagem é o de conduzir o processo de interação aprendiz-computador em uma abordagem construcionista, favorecendo o processo de construção de conhecimento.

Além do agente de aprendizagem, o ciclo tem a influência do contexto social. O contexto social apresentando por Valente (2005), refere-se ao "aluno como um ser social, que está inserido em um ambiente social que é constituído, localmente, pelos seus colegas, e globalmente, pelos pais, amigos e mesmo sua comunidade" (VALENTE, 2005, p.54).

Dessa forma, os elementos sociais inseridos nesse contexto em que se encontra o aluno podem ser utilizados como fonte de ideias. Ou seja, o meio em que o aluno está inserido deveria ser a "fonte dos problemas a serem resolvidos por intermédio do computador, e as soluções e os conhecimentos adquiridos pelo aprendiz deveriam retornar a comunidade [...]" (VALENTE, 2005, p.55).

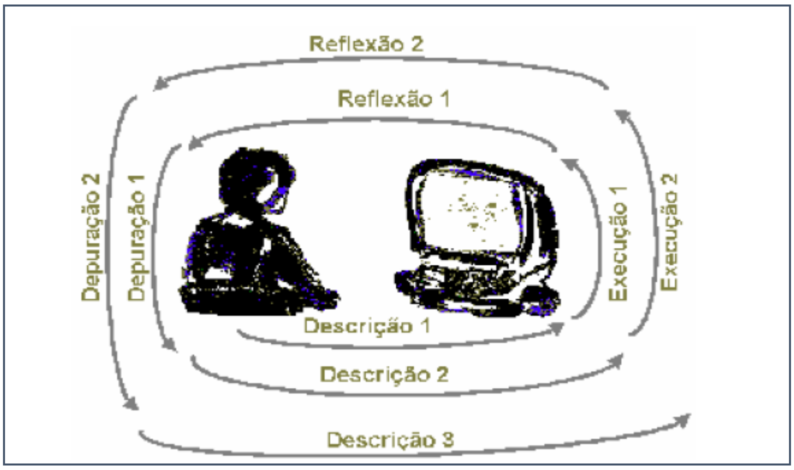
De acordo com Valente (2005), as ações apresentadas no ciclo de ações são explícitas de forma independente e sequencial. A separação é feita para melhor compreensão de cada uma das ações no processo de construção de conhecimento, mas "na prática podem ocorrer simultaneamente. [...] Por exemplo, durante a execução, à medida que o resultado vai sendo produzido, o aprendiz pode estar refletindo e ao mesmo tempo depurando suas ideias" (VALENTE, 2005, p.55).

Para Valente (2005, p.66):

> A imagem do ciclo sugere repetição, periodicidade, uma certa ordem de fechamento, com pontos de início e fim coincidentes. Com isso, o conhecimento não poderia crescer e estaria sendo repetido, em círculo, fechado. No entanto, as definições de cada uma das ações aponta para a possibilidade de abertura e melhoria. A cada ciclo completado, as ideias do aprendiz devem estar em um patamar superior do ponto de vista conceitual. Mesmo errando e não atingindo um resultado de sucesso, o aprendiz deveria estar obtendo informações que são úteis na construção de conhecimento.

Dessa forma, Valente (2005), afirma que quando termina um ciclo, o conhecimento do aprendiz não se encontra no mesmo patamar cognitivo do início desse ciclo, mesmo que o aprendiz não consiga chegar à solução do problema proposto, e precise vivenciar um novo ciclo. Ou seja, a cada novo ciclo, o patamar cognitivo do aprendiz é superior em relação ao que possuía ao iniciar o ciclo anterior. Com isso, passa a "considerar a possibilidade de usar a espiral para explicar a construção de conhecimento que acontece na interação aprendiz-computador" (VALENTE, 2005, p.67). A Figura 3 representa a espiral de aprendizagem.

Figura 3 – A espiral da aprendizagem



Fonte: Valente (2005, p.71)

Os estudos sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem propostos por Valente (2005), orientaram a análise das ações dos professores, em interação com o computador, ao realizarem as atividades propostas na ação de formação continuada de professores desta pesquisa.

Finalizamos assim, a apresentação do referencial teórico da pesquisa, e no próximo capítulo apresentaremos a metodologia de pesquisa.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Apresentamos neste capítulo, o caminho metodológico da pesquisa, a proposta de atividades que constitui a experimentação e os participantes da pesquisa.

Esta investigação foi desenvolvida na perspectiva de pesquisa qualitativa. Para Goldenberg (2004), na pesquisa qualitativa o pesquisador não está preocupado com a representatividade numérica, mas com o aprofundamento da compreensão do grupo pesquisado, sendo o foco da pesquisa mais no processo que nos resultados. A autora menciona que não existe um padrão a ser seguido em todo percurso da pesquisa, todavia o pesquisador deve ser flexível e criativo nos momentos de coleta e análise de dados, e que sua pesquisa só terá bom resultado mediante sua sensibilidade, intuição e experiência.

O pesquisador deve ser claro quanto à apresentação das características do indivíduo, organização ou grupo que o levou a sua escolha. Nesse sentido, procuramos neste capítulo apresentar as características do ambiente, software e proposta de atividades que fizeram parte da pesquisa, bem como justificar suas escolhas. Também são caracterizados os participantes da pesquisa e metodologia de seleção dos mesmos.

3.1 CAMINHO METODOLÓGICO

Para alcançar o objetivo proposto nesta pesquisa, percorremos o caminho metodológico que descreveremos a seguir. Primeiramente, fizemos um estudo do referencial teórico. Após o estudo do referencial, organizamos um curso de extensão, que se constituiu na experimentação desta pesquisa, e selecionamos os participantes da pesquisa, (professores de matemática da educação básica que atuam na rede pública de Campo Grande- MS e mestrandos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da universidade Federal de Mato Grosso de sul, interessados em participar da ação de formação). Com objetivo da ação de formação e algumas características dos participantes conhecidos, elaboramos uma proposta de atividades, que se constituiu efetivamente nas atividades da experimentação da pesquisa. A proposta de atividades contemplou conteúdos de funções (função polinomial do 1º grau, função polinomial de 2º grau, função exponencial, função modular e função trigonométrica seno).

A ação de formação contou com momentos presencias e a distância. A parte presencial aconteceu no Laboratório de Informática do Instituto de Matemática, localizado na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, e a parte a distância foi desenvolvida em um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA)[9] a partir de um grupo no Facebook[10].

A etapa seguinte da pesquisa foi o desenvolvimento da ação de formação continuada, experimentação da pesquisa, espaço de coleta de dados, que foi realizada a partir de gravação de vídeo dos encontros presenciais; gravação em vídeo das telas dos computadores para obter registros das atividades realizadas, pelos participantes da pesquisa durante os encontros presenciais; e registros de diálogos no ambiente virtual. Na experimentação, o pesquisador assumiu o papel de um dos formadores.

Após a experimentação, orientados pelo referencial teórico foi realizada a análise de dados, identificando possíveis (re)construções de conhecimentos sobre funções, observando estratégias e dificuldades dos participantes na realização de atividades.

Apresentamos no próximo subcapítulo, a proposta de atividades implementada durante a experimentação e os ambientes usados na formação.

3.2 AMBIENTES DE FORMAÇÃO E PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA A EXPERIMENTAÇÃO

Apresentamos neste subcapítulo, os ambientes de formação usados na pesquisa e a proposta de atividades implementada como experimentação.

As atividades e os encontros com os participantes da pesquisa foram estruturados como uma ação de formação continuada, em que se considerou que as

---

[9] AVA é um ambiente virtual de aprendizagem geralmente utilizado por professores e estudantes como ferramenta no processo de educação a distância.

[10] Facebook é uma rede social gratuita, onde os usuário criam perfis com fotos e lista de interesse. Entre os usuários é possível troca de mensagens privadas ou públicas e constituição de grupos de discussão.

ações iriam acontecer fora do local de trabalho dos professores participantes, no horário que não estivessem em trabalho. A ação de formação, como projeto de extensão, teve uma carga horária de 30 horas.

Os encontros presenciais da formação ocorreram no laboratório de informática do Instituto de Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. A Figura 4 mostra o ambiente presencial da formação, com participantes da pesquisa e um dos formadores.

Figura 4 – Ambiente presencial da formação

Fonte: Dados da pesquisa

Foram realizados sete encontros presenciais, em que cada encontro teve a duração de duas horas e trinta minutos. A princípio, os encontros presenciais ocorreriam aos sábados, no período matutino, não letivos, pela manhã, mas a partir do segundo encontro, atendendo pedidos dos participantes, os encontros ocorreram às sextas- feira, no período noturno.

Após cada encontro presencial, havia uma proposta de atividades a ser realizada a distância, em ambiente virtual (exceto após o terceiro encontro). Com isso, tivemos um total de seis encontros a distância intercalados com os encontros presenciais, totalizando treze encontros.

Os encontros a distância ocorreram em um AVA criado no Facebook. Na Figura 5 mostra-se a interface do grupo fechado criado no Facebook.

Figura 5 – Grupo Fechado no Facebook como AVA

Fonte: Dados da pesquisa

Ao criar o grupo fechado no Facebook, apenas seus membros podem ter acesso ao conteúdo, visualizando e comentando postagens. Descrevemos a seguir cada item apresentado da interface do espaço virtual.

1 - “Discussão”: possibilita escrever e publicar no grupo diálogos a partir de textos que podem estar associados ou não a documentos anexados em formato de imagens, vídeos, textos escritos, apresentação ou planilhas.

2 - “Membros”: permite visualizar todos os membros do grupo.

3 - “Eventos”: pode-se criar eventos para os membros do grupo.

4 - “Fotos”: admite criar álbuns com imagens e vídeos.

5 - “Arquivos”: oportuniza anexar arquivos em formato de texto, planilha ou apresentação.

6 - “Mensagem”: pode-se criar *chat* (bate-papo) entre os membros do grupo.

7 - “Procurar neste grupo”: faz busca por conteúdos publicados no grupo.

Na pesquisa, os participantes usaram um AVA no Facebook para realizar atividades, entre um encontro presencial e outro. A proposta de cada atividade a distância era postada no AVA após o encontro presencial, relacionada com o conteúdo explorado no encontro presencial. Os participantes foram orientados a postarem questões, produções e reflexões no espaço de “Discussão”, em que a atividade era postada em formato de Agenda de ações para o período. Na Figura 6 mostra-se a organização de um dos encontros a distância, correspondente à Agenda 4.

Figura 6 – Agenda 4 proposta no AVA

Fonte: Dados da pesquisa

Quanto à proposta de atividades, esta foi estruturada em uma abordagem construcionista, na perspectiva de Papert (2008). A ação de formação foi planejada e desenvolvida por dois formadores, um deles é o autor dessa pesquisa de mestrado, e o outro é doutorando, e ambos são membros do grupo de pesquisa GETECMAT[11] (Grupo de Estudo de Tecnologia e Educação Matemática) no

[11] O GETECMAT investiga a integração da tecnologia na prática pedagógica do professor que ensina Matemática. Nesta perspectiva o grupo investiga e avalia possibilidades do uso de tecnologias de informação e comunicação no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, e a formação de professores para o uso destas tecnologias.

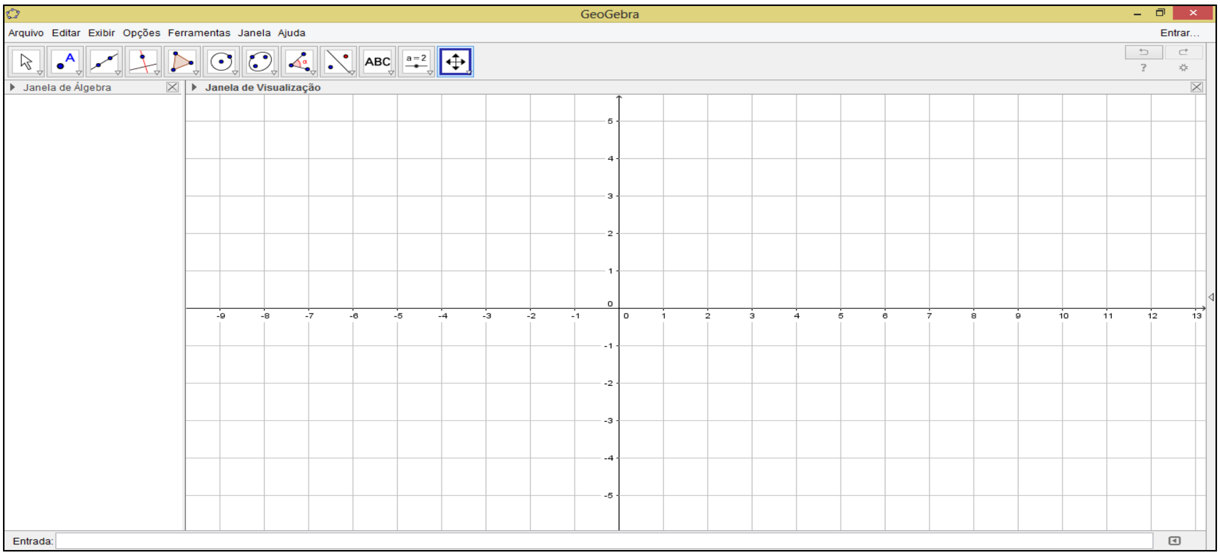
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

Para a ação de formação, organizamos uma sequência de atividades com o conteúdo matemático relacionado a funções, especificamente sobre: função polinomial de 1º grau, função polinomial de 2º grau, função modular, função exponencial e função trigonométrica seno.

A escolha dos conteúdos foi feita pelos autores da pesquisa, considerando que, os participantes da ação de formação eram professores de matemática da Educação Básica, (Anos Finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio), e que estes conteúdos poderiam ser explorados com questões desafiadoras usando o software GeoGebra.

A escolha por esse software foi pelo fato do mesmo possibilitar, de forma articulada, a representação algébrica e a representação gráfica de funções e, de não ser necessário sua instalação no computador, tendo aplicativo disponível em uma plataforma *online*. A possibilidade de uso, sem sua instalação no computador, é ponto relevante, pois muitos professores não têm disponibilidade e/ou conhecimentos técnicos para instalar o software. Lembrando que todas as escolas da região possuem acesso à internet. Na Figura 7 mostra-se a interface do software GeoGebra.

Figura 7 – Interface do software GeoGebra



Fonte: Dados da pesquisa

A seguir apresentamos as atividades desenvolvidas nos sete encontros presenciais e os seis a distância, da ação de formação continuada de professores, que se constituiu na experimentação da pesquisa. O planejamento dos encontros foi realizado ao longo da ação de formação, considerando os movimentos de aprendizagem e fluxo (entrada e saída) de participantes do grupo.

O projeto de extensão se constitui de nove encontros presenciais, mas os dois últimos não fizeram parte da experimentação desta pesquisa. Desta forma, nada mencionaremos sobre eles.

No Quadro 1 mostra-se uma síntese dos conteúdos explorados nos encontros presenciais, lembrando que os encontros a distância exploravam os mesmos conteúdos do encontro presencial anterior (do 1º ao 6º encontros), e o número de participantes por encontro. Vale citar que no primeiro encontro havia 4 professores presentes, mas como dois participaram apenas do 1º encontro, não foram considerados participantes da pesquisa.

Quadro 1 – Distribuição de conteúdo por encontro

Encontros Presenciais	**Distribuição de Conteúdos**
1º Encontro	Função Polinomial do 1º Grau.
2º Encontro	Função Polinomial do 2º Grau.
3º Encontro	Função Polinomial do 1º Grau e Função Polinomial do 2º Grau
4º Encontro	Função Exponencial
5º Encontro	Função Modular
6º Encontro	Função Trigonométrica – Seno
7º Encontro	Apresentação do Plano de Aula

Fonte: os autores

O objetivo das atividades apresentadas no Quadro 2 foi elaborar atividades sobre alguns tipos de funções (explorados no currículo da Educação Básica), não nos limitando a um ou dois tipos, explorando em cada função relações entre registros algébricos e geométricos. Com isso, aumentamos o número de tipos de funções estudadas e reduzimos a exploração de cada uma. A nossa intenção era que a partir da introdução de estudos sobre o tema que fossemos realizar nesta proposta de formação, os professores interessados poderiam continuar os estudos, aprofundando-os, no mesmo grupo (na continuidade de estudo).

As justificativas para algumas escolhas relacionadas às atividades serão realizadas na análise dos dados.

Quadro 2 – Atividades desenvolvidas na ação de formação

1º Encontro – “Presencial”

Data / Período

21/03/15

Tema(s)

- Tecnologias digitais em educação.
- Função polinomial de 1º grau.

Objetivo(s)

- Refletir sobre o uso de tecnologias digitais em educação;
- Compreender a relação entre os coeficientes de funções polinomiais do 1º grau e a representações gráfica das funções.

Encaminhamentos

➢ Apresentação do grupo e da proposta.

- Questões iniciais: Você utiliza tecnologias digitais em suas aulas? Como?
- Debate a partir do vídeo “Tecnologia do futuro em 2020”. Disponível em:

<http://www.youtube.com/watch?v=dyKyeHWSohk>.

Questões:

- Como o professor pode se preparar para o contexto apresentado no vídeo?
- Por que é importante utilizar tecnologias digitais na sala de aula?

Atividade sobre função do 1º grau

1. Debate sobre a questão: Qual a relação entre o coeficiente linear e a representação gráfica da função do 1º grau?

Após o debate inicial, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo desta relação a partir da plotagem do gráfico de algumas funções:

- $f(x) = 2x + 1$
- $g(x) = 2x + 3$
- $h(x) = 2x$
- $i(x) = 2x - 2$
- $j(x) = 2x - 4$

a) Questões para análise dos gráficos: Ao construir os gráficos das funções, o que podemos observar da relação entre o coeficiente “b”, quando $b > 0$, $b < 0$ e $b = 0$, e a representação gráfica da função?

2. Outras questões, usando o GeoGebra:

a) Construa o gráfico da função k(x) = 3x. Que alteração deve ser feita nesta representação algébrica de forma que a reta que representa essa função tenha o ponto (0,4) comum com o eixo das ordenadas? O que justifica esta alteração?

b) Construa o gráfico da função l(x) = 4x. Que alteração deve ser feita nesta representação algébrica de forma que a reta que representa essa função tenha o ponto (0,-6) em comum com o eixo das ordenadas? O que justifica a alteração?

c) Dada a função m(x) = 3x + 2, que alteração deve ser feita nesta representação algébrica de forma que a reta que representa essa função tenha o ponto (0,5) em comum com o eixo das ordenadas? Justifique a alteração.

d) Sendo f(x) = ax + b uma representação algébrica genérica para uma função polinomial do 1º grau, o que podemos concluir sobre a relação entre o coeficiente "b" e a representação gráfica da função? (Sistematização no quadro)

3. Debate sobre a questão: Qual a relação entre o coeficiente "a" da função do 1º grau e a representação gráfica da função? Será sugerido que plotem o gráfico das funções que seguem.

- f(x) = 7x + 2
- g(x) = 5x + 2
- h(x) = 3x + 2
- i(x) = 2x + 2
- j(x) = x + 2

b) Ao construir os gráficos das funções, o que podemos observar da relação entre o coeficiente "a", quando a > 0, e a representação gráfica da função?

c) Ao utilizar valores de o a < 0, a relação anterior continua mesma? Se não for, qual a relação? Sugerir que plotem as seguintes funções polinomiais do 1º grau:

- f(x) = – 8x + 1
- g(x) = – 6x + 1
- h(x) = – 3x + 1
- i(x) = – 2x + 1
- j(x) = – x + 1

4. Outras questões:

a) Construa o gráfico da função l(x)= 3x + 5. Utilizando o conceito de função polinomial de 1º grau, como podemos construir uma reta paralela e não coincidente a reta de l(x)? Justifique a resposta.

b) Utilizando funções polinomiais de 1º grau, descreva-as de forma a obter graficamente a representação de um paralelogramo, considerando que seus vértices sejam os pontos de intersecção entre retas. Quais conhecimentos foram mobilizados na representação?

5. Apresentação do AVA do curso e atividades a distância.

1º Encontro – “a Distância”
Data / Período De 22/03/15 a 27/03/15
Tema(s) • Estudo de função polinomial de 1º grau.
Objetivo(s) • Representar figuras geométricas planas a partir de funções polinomiais do 1º grau.
Encaminhamentos Atividade 01 -- Representar no GeoGebra, usando descrições de funções do 1º grau, um quadrado cujo lado meça 5 unidades. Identifique os vértices do quadrado. Ao finalizar, publique a produção no link “Produção sobre Função do 1º Grau” descrevendo o desenvolvimento da sua atividade (texto e imagens). Atividade 02 – Debate sobre as produções do item anterior no espaço. Observe a postagem da atividade 01 de um colega ou mais e comente sobre as estratégias utilizadas por ele para construção do quadrado. Atividade 3 - Publique no link “Aulas sobre função do 1º grau” uma mensagem, apresentando suas considerações sobre as seguintes questões: Que atividades sobre função do 1º grau você desenvolveria com os seus alunos, usando o GeoGebra? Quais as vantagens de usar o GeoGebra na atividade proposta por você?

2º Encontro – “Presencial”
Data / Período 27/03/15
Tema(s) • Função polinomial de 2º grau.
Objetivo • Compreender a relação entre os coeficientes de funções polinomiais do 2º grau e a representação gráfica de funções.
Encaminhamentos 1) Recepcionar os professores que não participaram do encontro anterior, realizando uma breve apresentação. Retomar com estes professores o questionamento: a) Você utiliza tecnologias digitais em suas aulas? Como? b) Solicitar aos professores que estavam presentes no encontro anterior que façam uma breve socialização das atividades desenvolvidas. c) Discutir sobre o desenvolvimento das atividades propostas no AVA, resgatando algumas produções e questionamentos propostos. d) Finalizar as atividades propostas no AVA, usando a lousa digital, e discutir sobre a proposta de produções que serão desenvolvidas a distância.

2) Desenvolver atividades sobre função polinomial de 2º grau:

I. Coeficiente “a”.

a) Debater sobre a questão: “Qual a relação entre o coeficiente “a” de funções do 2º grau e a representação gráfica destas funções?”

b) Após o debate, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da relação entre o coeficiente “a” da função polinomial do 2º grau e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores dos coeficientes “b” e “c” e alterando apenas o valor do coeficiente “a”, sendo $a > 0$. Sugestões:

- $f(x)= 9.x^2 + 2.x + 2$
- $g(x)= 5.x^2 + 2.x + 2$
- $h(x)= 2.x^2 + 2.x + 2$
- $i(x)= x^2 + 2.x + 2$
- $j(x)= 1/3.x^2 + 2.x + 2$
- $k(x)= 1/6.x^2 + 2.x + 2$

c) Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

d) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre o coeficiente “a” e a representação gráfica da função, quando $a > 0$?

e) Após debate da questão anterior, será proposto o estudo da relação entre o coeficiente “a” da função polinomial do 2º grau e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores dos coeficientes “b” e “c” e alterando apenas o valor do coeficiente “a”, sendo $a < 0$.Sugestões:

- $f(x)= – 8.x^2 + 2.x + 2$
- $g(x)= – 5.x^2 + 2.x + 2$
- $h(x)= – 2.x^2 + 2.x + 2$
- $i(x)= – x^2 + 2.x + 2$
- $j(x)= – 1/3.x^2 + 2.x + 2$
- $k(x)= – 1/6.x^2 + 2.x + 2$

f) Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

g) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre o coeficiente “a” e a representação gráfica da função, quando $a < 0$?

h) Seja $f(x) = a.x^2 + b.x + c$ função polinomial de 2º grau. O que acontecerá com a representação gráfica deste tipo de função se o valor do coeficiente “a” for igual a zero ($a = 0$)? Justifique?

i) Sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$ uma representação algébrica genérica para uma função polinomial do 2º grau, o que podemos concluir sobre a relação entre o coeficiente “a” e a representação gráfica da função?

II. Coeficiente “b”.

a) Debater sobre a questão:

“Qual a relação entre o coeficiente “b” de funções do 2º grau e a representação gráfica destas funções?”

b) Após o debate, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da relação entre o coeficiente “b” da função polinomial do 2º grau e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores dos coeficientes “a” e “c” e alterando apenas o valor do coeficiente “b”, sendo $b > 0$. Sugestões:

- $f(x)= x^2 + 4.x + 2$
- $g(x)= x^2 + 3.x + 2$
- $h(x)= x^2 + 2.x + 2$
- $i(x)= x^2 + x + 2$

✓ Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

c) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre o coeficiente “b” e a representação gráfica da função, quando $b > 0$?

d) Após debate da questão anterior, será proposto o estudo da relação entre o coeficiente “b” da função polinomial do 2º grau e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores dos coeficientes “a” e “c” e alterando apenas o valor do coeficiente “a”, sendo $b < 0$. Sugestões:

- $f(x)= x^2 – 4.x + 2$
- $g(x)= x^2 – 3.x + 2$
- $h(x)= x^2 – 2.x + 2$
- $i(x)= x^2 – x + 2$

✓ Questões para análise dos gráficos:

e) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre o coeficiente “b” e a representação gráfica da função, quando $b < 0$?

f) Sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$ uma representação algébrica genérica para uma função polinomial do 2º grau, o que podemos concluir sobre a relação entre o coeficiente “b” e a representação gráfica da função?

✓ Após debate da questão anterior, será proposta a discussão das seguintes atividades:

g) Construa a função $g(x) = x^2 – 2.x – 8$. Como podemos limitar a representação gráfica (parábola) de forma que podemos observar apenas um intervalo de g(x)? O que representa está restrição?

h) Construa a função $h(x) = x^2 – 6.x + 5$. Qual(is) coeficiente(s) devem ser alterados nesta função polinomial do 2º grau de forma que sua representação gráfica seja deslocada apenas em relação ao eixo das abscissas?” Por quê?

III. Coeficiente “c”, apenas se não estiver ocorrido sua compreensão nas atividades com foco nos coeficientes “a” e “b”.

a) Debater sobre a questão: “Seja $f(x)= ax^2+bx+c$ uma função polinomial de 2º grau. Qual é a implicação na representação gráfica desta função ao se alterar o valor do coeficiente “c”?”

b) Após o debate inicial, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da relação entre o coeficiente “c” da função polinomial do 2º grau e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores dos coeficientes “a” e “b” e alterando apenas o valor do coeficiente “c”. Sugestões:

- $f(x)= x^2 + 2.x – 3$
- $g(x)= x^2 + 2.x – 1$
- $h(x)= x^2 + 2.x + 0$
- $i(x)= x^2 + 2.x + 3$
- $j(x)= x^2 + 2.x + 4$
- $k(x)= x^2 + 2.x – 6$

c) Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

d) Ao construir os gráficos destas funções, qual a relação entre a representação gráfica da função e o coeficiente “c”, quando:

- $c > 0$?
- $c < 0$?
- $c = 0$?

e) Construa o gráfico da função $l(x) = x^2 + 2.x – 2$. Que alteração deve ser feita nesta representação algébrica de forma que o gráfico que representa essa função tenha o ponto (0,3) em comum com o eixo das ordenadas? O que justifica esta alteração?

f) Construa o gráfico de uma função do 2º grau. Que alteração deve ser feita nesta representação algébrica de forma que o gráfico que representa essa função tenha o ponto (0,-6) em comum com o eixo das ordenadas? O que justifica a alteração?

g) Sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$ uma representação algébrica genérica para uma função polinomial do 2º grau, o que podemos concluir sobre a relação entre o coeficiente “c” e a representação gráfica da função?

2º Encontro – “a Distância”
Data / Período De 28/03/15 a 03/04/15
Tema(s) • Estudo de função polinomial de 2º grau.
Objetivo(s) • Compreender domínio e raízes de funções polinomiais do 2º grau. • Refletir sobre a prática pedagógica.
Encaminhamentos Atividade 01 ✓ Utilizando o GeoGebra, construa o esboço da representação gráfica de uma função do 2º

grau, $f(x) = a.x^2 + b.x + c$. a) Qual(is) restrição(ões) deve(m) ser feita(s) para que possamos observar apenas a parte crescente desta função? b) Houve alguma dificuldade? Quais? Por quê? Atividade 02 ✓ Utilizando o GeoGebra, construa o esboço da representação gráfica de função do 2º grau, $f(x) = a.x^2 + b.x + c$, sabendo que os pontos (– 2, 0) e (2, 0) pertencem ao gráfico desta função e que, além disso, esteja visível apenas de x = – 5 a x = 5. a) Esta função possui raízes reais? Por quê? b) A função construída apresenta ponto de mínimo absoluto ou ponto de máximo absoluto? Por quê? Quais são as coordenadas deste ponto? c) Houve alguma dificuldade? Quais? Por quê? Atividade 03 a) Que atividade utilizando o GeoGebra você desenvolveria com os seus alunos para discutir alguma propriedade da função do 2º grau? Como seria feita a proposta desta atividade?
3º Encontro – “Presencial”
Data / Período 10/04/15
Tema(s) • Função polinomial de 1º grau. • Função polinomial de 2º grau.
Objetivo(s) • Compreender a relação entre os coeficientes de funções polinomiais do 1º grau e a representação gráfica das funções. • Compreender a relação entre os coeficientes de funções polinomiais do 2º grau e a representação gráfica das funções. • Compreender a relação entre o coeficiente angular de funções do 1º grau e a posição relativa entre duas retas.
Encaminhamentos Atividade sobre função do 1º grau: 1. Debate sobre a questão: Qual a relação entre o coeficiente linear e a representação gráfica da função do 1º grau? 2. Após o debate inicial, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo desta relação a partir da plotagem do gráfico de algumas funções: • $f(x) = 2x + 1$ • $g(x) = 2x + 3$ • $h(x) = 2x$

- $i(x) = 2x – 2$
- $j(x) = 2x – 4$

a) Questões para análise dos gráficos: Ao construir os gráficos das funções, o que podemos observar da relação entre o coeficiente “b”, quando $b > 0$, $b < 0$ e $b= 0$, e a representação gráfica da função?

3. Outras questões, usando o GeoGebra:

a) Construa o gráfico da função $k(x) = 3x$. Que alteração deve ser feita nesta representação algébrica de forma que a reta que representa essa função tenha o ponto (0,4) comum com o eixo das ordenadas? O que justifica esta alteração?

b) Construa o gráfico da função $l(x) = 4x$. Que alteração deve ser feita nesta representação algébrica de forma que a reta que representa essa função tenha o ponto (0,-6) em comum com o eixo das ordenadas? O que justifica a alteração?

c) Debate sobre a questão: Qual a relação entre o “a” da função do 1º grau e a representação gráfica da função? Será sugerido que plotem o gráfico das funções que seguem, solicitando que justifiquem a escolha;

- $f(x) = 7x + 2$
- $g(x) = 5x + 2$
- $h(x) = 3x + 2$
- $i(x) = x + 2$
- $j(x) = - x + 2$
- $(x) = - 3x + 2$
- $(x) = - 6x + 2$

d) Ao construir os gráficos das funções, o que podemos observar da relação entre o coeficiente “a”, quando $a > 0$ ou $a < 0$, e a representação gráfica da função?

4 Desenvolver atividades sobre função polinomial de 2º grau:

I. Coeficiente “a”.

a) Debater sobre a questão: “Qual a relação entre o coeficiente “a” de funções do 2º grau e a representação gráfica destas funções?”

b) Após o debate, com o uso do GeoGebra, é o estudo da relação entre o coeficiente “a” da função polinomial do 2º grau e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores dos coeficientes “b” e “c” e alterando apenas o valor do coeficiente “a”. Sugestões:

- $f(x)= 9.x^2 + 2.x + 2$
- $g(x)= 5.x^2 + 2.x + 2$
- $h(x)= 2.x^2 + 2.x + 2$
- $i(x)= - 9.x^2 + 2.x + 2$
- $j(x)= - 5.x^2 + 2.x + 2$
- $k(x)= - 2.x^2 + 2.x + 2$

c) Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

d) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre o coeficiente "a" e a representação gráfica da função, quando a > 0 e a<0?

II. Coeficiente "b".

a) Debater sobre a questão:

"Qual a relação entre o coeficiente "b" de funções do 2º grau e a representação gráfica destas funções?"

b) Após o debate, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da relação entre o coeficiente "b" da função polinomial do 2º grau e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores dos coeficientes "a" e "c" e alterando apenas o valor do coeficiente "b". Sugestões:

- $g(x)= x^2 + 3.x + 2$
- $h(x)= x^2 + 2.x + 2$
- $i(x)= x^2 + x + 2$
- $g(x)= x^2 - 3.x + 2$
- $h(x)= x^2 - 2.x + 2$
- $i(x)= x^2 - x + 2$

✓ Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

c) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre o coeficiente "b" e a representação gráfica da função, quando b > 0 e b<0?

d) Construa a função $h(x) = x^2 – 6.x + 5$. Qual(is) coeficiente(s) devem ser alterados nesta função polinomial do 2º grau de forma que sua representação gráfica seja deslocada apenas em relação ao eixo das abscissas?" Por quê?

5 Desenvolver atividades sobre funções do 1º Grau:

a) Debater sobre a questão: "Existe relação entre o coeficiente angular de funções do 1º grau e a posição relativa entre as representações gráficas destas funções?"

b) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da relação entre o coeficiente angular de funções do 1º Grau e a posição relativa entre duas retas. Para esta discussão, solicitaremos que sejam representadas:

➢ Quatro retas, usando as ferramentas de desenho geométrico, de maneira que suas representações gráficas sejam retas paralelas. A partir disso, discutiremos a representação algébrica (Janela de Álgebra) de cada uma das retas. Após discussão, questiona-se: qual a relação entre o coeficiente angular dessas funções? Por quê?

➢ Quatro retas, usando as ferramentas de desenho geométrico, de maneira que suas representações gráficas sejam retas perpendiculares, duas a duas. A partir disso, discutiremos a representação algébrica (Janela de Álgebra) de cada uma das retas. Após discussão, questiona-se: qual a relação entre o coeficiente angular dessas funções? Por quê?

➢ Quatro retas, usando as ferramentas de desenho geométrico, de maneira que suas representações gráficas sejam retas concorrentes e não perpendiculares, duas a duas. A partir disso, discutiremos a representação algébrica (Janela de Álgebra) de cada uma das retas. Após discussão, questiona-se: qual a relação entre o coeficiente angular dessas funções? Por quê?

6 Desenvolver atividades sobre funções do 2º Grau:

a) Debater sobre a questão: "Existe relação entre os coeficientes de funções do 2º grau e o deslocamento da representação gráfica dessas funções em relação ao eixo das abscissas?"

b) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da relação entre os coeficientes de funções do 2º Grau e o deslocamento da representação gráfica dessas funções em relação ao eixo das abscissas. Para esta discussão, solicitaremos que seja representada:

c) Uma função do 2º Grau. O que deve ser alterado na representação algébrica desta função para que a representação gráfica se desloque duas unidades para a direita? E para a esquerda? Por quê?

d) A função $f(x) = x^2 + 4.x + 4$. O que deve ser alterado na representação algébrica desta função para que a representação gráfica se desloque três unidades para a direita? E para a esquerda? Por quê?

e) A função $f(x) = x^2 – 6.x + 5$. O que deve ser alterado na representação algébrica desta função para que a representação gráfica se desloque uma unidade para a direita? E para a esquerda? Por quê?

4º Encontro – "Presencial"

Data / Período

17/04/15

Tema(s)

- Funções exponenciais.

Objetivo

Compreender a relação entre a base, o expoente e o termo independente da funções exponenciais por meio da representação gráfica.

Encaminhamentos

1. Desenvolver atividades sobre funções exponenciais:

a) Debater sobre a questão: "Sabendo que a lei de formação de uma função exponencial é da forma $f(x)=a^x$. Qual a relação entre o expoente "x" de função exponencial e sua representação gráfica?"

b) Após o debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da relação entre a base "a" da função exponencial e a representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, alterando os valores da base "a", considerando valores de a > 1. Sugestões:

- $f(x)= (3/2)^x$

- $g(x)= 2^x$
- $h(x)= 4^x$
- $i(x)= 6^x$
- $j(x)= 10^x$

6 Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

c) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre a base “a” e a representação gráfica da função, quando $a > 1$?

d) Após debate da questão anterior, será proposto o estudo da relação entre da base “a” da função exponencial e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, alterando o valor da base “a”, sendo $0 < a < 1$. Sugestões:

- $f(x)= 1/2^x$
- $g(x)= 1/5^x$
- $h(x)= 1/7^x$
- $i(x)= 1/10^x$
- $j(x)= 1/15^x$

7 Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

e) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre a base “a” e a representação gráfica da função, quando $0 < a < 1$?

f) Há diferença na representação gráfica de função exponencial para $a > 1$ e $0 < a < 1$? Por quê?

g) Após debate da questão anterior, será proposto a plotagem do gráfico $f(x)= - 2^x$. O que aconteceu? Por quê?

h) Após debate da questão anterior, será proposto a plotagem do gráfico $g(x)= 1^x$. O que aconteceu? Por quê?

i) Após debate da questão anterior, será proposto a plotagem do gráfico $h(x)= 0^x$. O que aconteceu? Por quê?

j) O que podemos concluir sobre a base de uma função exponencial?

8 Soma de um termo “b” na função exponencial $f(x)= a^x$.

k) Após o debate, será proposto o estudo da relação entre a adição de um termo “b” na função exponencial $f(x)= a^x$ e sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores para a base “a” e alterando apenas o valor de “b”. Sugestões:

- $f(x)= 2^x$
- $g(x)= 2^x + 1$
- $h(x)= 2^x + 2$
- $i(x)= 2^x + 4$
- $j(x)= 2^x - 4$
- $k(x)= 2^x - 3$

- $l(x)= 2^x - 1$

l) Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

m) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar da relação entre o termo “b” e a representação gráfica da função?

➢ Sinal do expoente.

n) Após o debate anterior, será proposto o estudo da relação do sinal do expoente da função exponencial e sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores para a base “a” e alterando o sinal do expoente “x”. Sugestões:

- $f(x)= 2^x$
- $f(x)= 2^{-(x)}$

o) Questões para análise dos gráficos propostos anteriormente:

p) Ao construir os gráficos das funções anteriores, o que podemos observar entre a relação do sinal do expoente da função exponencial e sua representação gráfica?

➢ Outras questões:

q) Construa o gráfico de uma função exponencial de forma que este gráfico passe pelo A(0,1). Construa outros gráficos com outras funções exponenciais que passem pelos pontos B(0, 3), C(0, -2) e D(0, -4).

r) Há diferença entre os gráficos que passam pelos pontos A, B, C e D? Por quê?

3º Encontro – “a Distância”

Data / Período

De 10/04/15 a 17/04/15

Tema(s)

- Estudo de funções exponenciais.

Objetivo(s)

- Compreender funções exponenciais por meio de representação gráfica.
- Refletir sobre a prática pedagógica.

Encaminhamentos

Atividade 01

✓ Utilizando o GeoGebra, construa o esboço da representação gráfica de uma função exponencial, $f(x)=a^x$, que passe pelo ponto A(0,1). Agora construa um gráfico que passe pelo ponto A’(1,0), de forma que seja simétrico ao gráfico da função exponencial f(x) construído.

a) Há relação entre os dois gráficos? Por quê?

b) Houve alguma dificuldade na construção dos gráficos? Quais? Por quê?

Atividade 02

✓ Utilizando o GeoGebra, construa o esboço da representação gráfica de uma função exponencial, $f(x)=a^x$, que passe pelos pontos A(1,3) e B(2,9). Agora construa o esboço da representação gráfica de uma função exponencial, $g(x)=a^x$, que passe pelos pontos A(-1,3) e

B(-2,9).

a) Há diferença entre os gráficos de f(x) e g(x)? Porque?

b) Houve alguma dificuldade na construção dos gráficos? Quais? Por quê?

Atividade 03

c) Que atividade utilizando o GeoGebra você desenvolveria com os seus alunos para discutir alguma propriedade de função exponencial? Como seria feita a proposta desta atividade?

5º Encontro – “Presencial”
Data / Período 24/04/15
Tema(s) • Função Modular
Objetivo • Compreender a relação entre a representação algébrica e a representação gráfica da função modular.
Encaminhamentos 1. Desenvolver atividades sobre função modular: a) Debater sobre a questão: “Qual é a representação gráfica de uma função do 1º Grau? E de uma função do 2º Grau? E de uma função modular?” b) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da representação gráfica de funções modulares. Para esta discussão, solicitaremos que sejam representados graficamente o módulo de funções do 1º Grau, com variação do coeficiente “a”, sendo b = 0: • f(x) = |x| • f(x) = |2.x| • f(x) = |5.x| • f(x) = |–3.x| • f(x) = |–6.x| c) Após discussão, questiona-se: “Qual a relação entre o coeficiente “a” e a representação gráfica do módulo de funções do 1º Grau? d) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, solicitaremos que sejam representados graficamente o módulo de funções do 1º Grau, com variação do coeficiente “b”, fixando-se o valor do coeficiente “a”: • f(x) = |x| • f(x) = |x + 3| • f(x) = |x + 6| • f(x) = |x – 2| • f(x) = |x – 5|

e) Após discussão, questiona-se: “Qual a relação entre o coeficiente “b” e a representação gráfica do módulo de funções do 1º Grau?

f) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, solicitaremos que sejam representadas graficamente funções do tipo f(x) = |a.x + b| + c, com variação do coeficiente “c”, fixando-se o valor dos coeficientes “a” e “b”:

- f(x) = |2.x + 3|
- f(x) = |2.x + 3| + 2
- f(x) = |2.x + 3| + 5
- f(x) = |2.x + 3| + (– 3)
- f(x) = |2.x + 3| + (– 7)

g) Após discussão, questiona-se: “Qual a relação entre o coeficiente “c” (termo independente da função modular) e a representação gráfica do módulo de funções do tipo f(x) = |a.x + b| + c? E para funções do tipo f(x) = c + |a.x + b|?

h) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, solicitaremos que sejam representadas graficamente funções do tipo f(x) = |a.x + b| – c, com variação do coeficiente “c”, fixando-se o valor dos coeficientes “a” e “b”:

- f(x) = |x – 2|
- f(x) = |x – 2| – 1
- f(x) = |x – 2| – 3
- f(x) = |x – 2| – 4
- f(x) = |x – 2| – 7

i) Após discussão, questiona-se: “Qual a relação entre o coeficiente “c” (termo independente da função modular) e a representação gráfica do módulo de funções do tipo f(x) = |a.x + b| – c? E para funções do tipo f(x) = c – |a.x + b|?

j) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, solicitaremos que sejam representadas graficamente funções do 2º Grau e o módulo destas mesmas funções, sendo que todas devem possuir duas raízes reais distintas e o “a” > 0:

- f(x) = x^2 – 4.x + 3 e g(x) = |x^2 – 4.x + 3|
- f(x) = x^2 – 4.x – 5 e g(x) = |x^2 – 4.x – 5|
- f(x) = x^2 + 2.x – 8 e g(x) = |x^2 + 2.x – 8|

k) Após discussão, questiona-se: “Qual a relação entre a representação gráfica de uma função do 2º Grau e a representação gráfica do módulo desta mesma função?

l) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, solicitaremos que sejam analisadas outras possíveis relações entre a representação gráfica do módulo de funções do 2º Grau, a partir da alteração dos valores dos coeficientes destas funções.

4º Encontro – “a Distância”

Data / Período

De 25/04/15 a 09/05/15

Tema(s)

- Função Modular

Objetivo(s)

- Compreender a relação entre a representação algébrica e a representação gráfica da função modular.

Encaminhamentos

Atividade 01 - Com o uso do GeoGebra, represente graficamente as funções do 2º Grau e o módulo destas mesmas funções:

- f(x) = x^2 – 4.x + 5 e f(x) = |x^2 – 4.x + 5|
- g(x) = x^2 -4.x + 4 e g(x) = |x^2 -4.x + 4|
- h(x) = x^2 – 4.x + 3 e h(x) = |x^2 – 4.x + 3|
- i(x) = x^2 – 4.x – 5 e i(x) = |x^2 – 4.x – 5|
- j(x) = x^2 -4.x – 8 e j(x) = |x^2 -4.x – 8|

Atividade 2 – Vamos debater: Qual a relação entre a representação gráfica das funções do 2º Grau e a representação gráfica do módulo desta mesma função?

6º Encontro – "Presencial"

Data / Período

08/05/15

Tema(s)

- Função Trigonométrica Seno

Objetivo

- Compreender a relação entre a representação algébrica e a representação gráfica da função trigonométrica (seno).

Encaminhamentos

1) Debater sobre a questão: "Qual é a representação gráfica da função seno, com D=R definida por f(x)= sen x?"
2) Após debate da questão anterior, com o uso do GeoGebra, será proposto o estudo da representação gráfica de função seno. Para esta discussão, solicitaremos que seja representada graficamente a seguinte função, f(x)= sen(x). Observando a representação gráfica de f(x) o que podemos afirmar sobre seu domínio, sua imagem, seu período e sua amplitude?
3) Analisar a relação entre a representação gráfica da função e o valor de b na função f(x)= senx + b.

a) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas sendo f(x)= sen(x) + b, aumentando o valor de b, sendo b > 0.

b) Observando a representação gráfica das funções, qual a relação entre o valor de “b” e a representação gráfica da função?

c) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

d) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas sendo f(x)= sen(x) + b, diminuindo o valor de a, sendo b < 0.

e) Observando a representação gráfica das funções, qual a relação entre o valor de “b” e a representação gráfica da função?

f) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

g) O que podemos concluir sobre a relação entre o valor de b e a representação gráfica das funções.

4) Analisar a relação entre a representação gráfica da função e o valor de a na função f(x)=a.sen(x).

a) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas do tipo f(x)= a. sen(x), aumentando o valor de a, com valores de a > 1.

b) Observando a representação gráfica das funções, há relação entre o valor de “a” e a representação gráfica da função

c) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

d) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas do tipo f(x)= a. sen(x), sendo 0< a <1.

e) Observando a representação gráfica das funções, qual a relação entre o coeficiente “a” e a representação gráfica da função?

f) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

g) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas do tipo f(x)=a. sen(x), sendo a < - 1.

h) Observando a representação gráfica das funções, qual a relação entre o coeficiente “a” e a representação gráfica da função?

i) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

j) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas do tipo f(x)= a. sen(x), sendo -1<a< 0.

k) Observando a representação gráfica das funções, qual a relação entre o coeficiente “a” e a representação gráfica da função f(x)= sen.(x)?

l) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

m) Qual a relação entre a representação gráfica da função e o coeficiente a da função do tipo f(x)= a. sen(x).

5) Qual a relação entre a representação gráfica da função do tipo f(x) =sen (d.x) e o valor de d.

a) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas do tipo f(x)= sen(d . x), aumentando o valor de d, com d > 1.

b) Observando a representação gráfica das funções, qual a relação entre o coeficiente “d” e a representação gráfica da função?

c) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

d) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas do tipo f(x)= sen(d . x), com valores de 0 < d < 1.

e) Observando a representação gráfica das funções, há relação entre o coeficiente “d” e a representação gráfica da função?

f) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

g) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas do tipo f(x)= sen(d . x), diminuindo o valor de d, sendo d < - 1.

h) Observando a representação gráfica das funções, há relação entre o coeficiente “d” e a representação gráfica da função?

i) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

j) Com o GeoGebra, represente funções trigonométricas sendo f(x)= sen.(d . x), com valores de -1 < d < 0

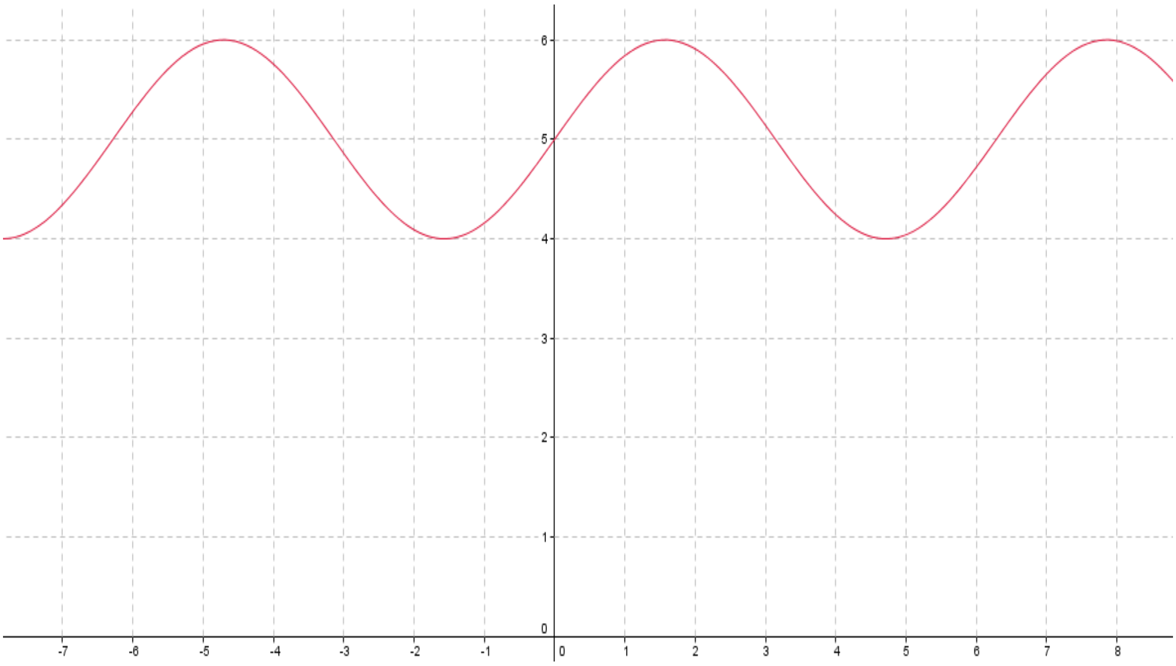
k) Observando a representação gráfica das funções, há relação entre o coeficiente “d” e a representação gráfica da função?

l) Houve alteração no domínio, na imagem, no período e na amplitude?

m) Qual a relação entre o valor de d e a representação gráfica da função do tipo f(x)= sen (d.x)?

6) Observe na Figura abaixo a representação gráfica de uma função trigonométrica.

Figura 8 - Representação gráfica de uma função trigonométrica seno, atividade 6.

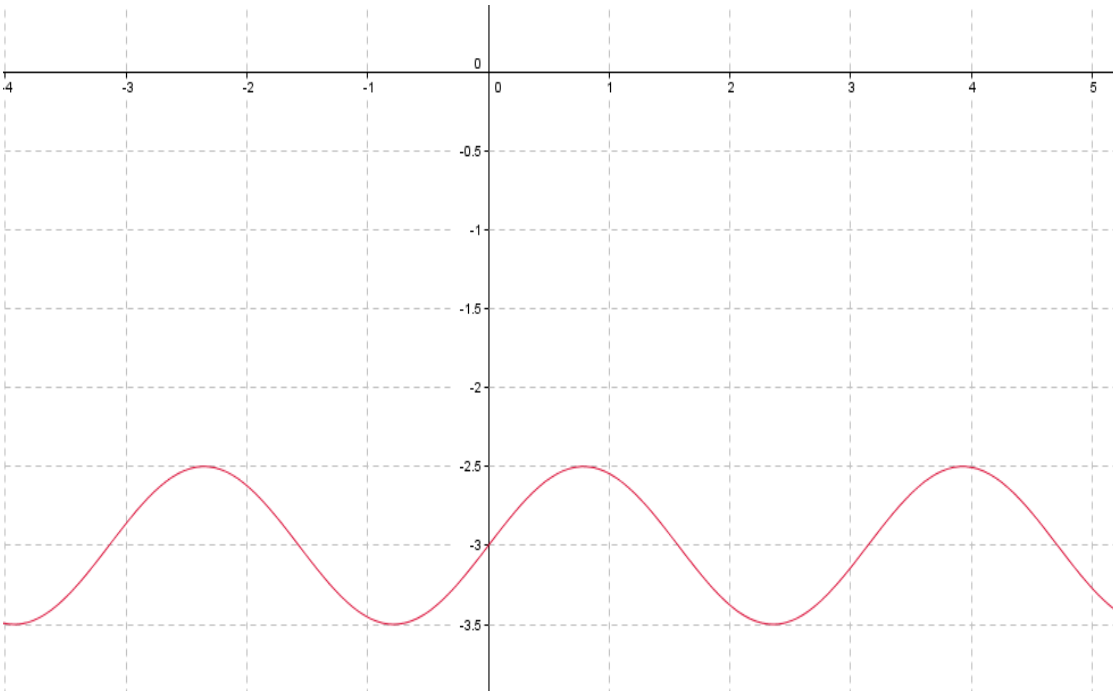


Fonte: dados da pesquisa

a) Qual o domínio, a imagem, o período e a amplitude desta função? Qual a representação algébrica da função que gera este gráfico?

7) Observe na Figura abaixo a representação gráfica de uma função trigonométrica.

Figura 9 **-** Representação gráfica de uma função trigonométrica seno, atividade 7



Fonte: dados da pesquisa

a) Qual o domínio, a imagem, o período e a amplitude desta função? Qual a representação algébrica da função que gera este gráfico?

5º Encontro – "a Distância"
Data / Período De 09/05/15 a 15/05/15
Tema(s) • Plano de aula.
Objetivo(s) • Refletir sobre a prática pedagógica em aulas para o Ensino Médio, usando o GeoGebra ao explorar um dos temas: Função do 1º Grau, Função do 2º Grau, Função exponencial, Função Modular, Função seno.
Encaminhamentos Atividade 1 - Elaborar um plano de uma aula, usando o GeoGebra, a ser desenvolvido com alunos do Ensino Médio, explorando um dos temas: Função do 1º Grau, Função do 2º Grau, Função exponencial, Função Modular, Função seno. O conteúdo da aula deve ser diferente dos abordados

no curso.

- No plano de aula deve-se especificar:

a) Conteúdo: (qual parte do conteúdo de uma das funções será explorado. Ex: zero da função, gráfico de função, domínio de função, estudo do sinal da função...);
b) Objetivo: (o que se espera que o aluno aprenda durante a aula);
c) Metodologia: (descrição detalhada do desenvolvimento da aula, apresentando atividades, questionamentos que nortearão a discussão como os alunos, fechamento da aula);
d) Avaliação: (de que forma o professor pretende avaliar se o aluno alcançou o objetivo de aprendizagem).

7º Encontro – "Presencial"
Data / Período 15/05/2015
Tema(s) • Plano de aula.
Objetivo(s) • Apresentação e discussão do plano de aula
Encaminhamentos 1) Discutir com o grupo de professores as atividades planejadas, utilizando o GeoGebra, em uma aula de matemática para o ensino de funções no Ensino Médio. Analisar: • A abordagem utilizada na metodologia: O foco é a construção de conhecimento? Qual a diferença para uma aula sobre esse conteúdo com papel e lápis? • Se com a metodologia usada, é possível atingir o objetivo de aprendizagem com os alunos? • A avaliação proposta contribui para acompanhar a aprendizagem do aluno e verificar se o objetivo foi atingido?

6º Encontro – "a Distância"
Data / Período 16/05/2015 à 22/05/15
Tema(s) • Plano de aula
Objetivo(s) • Revisar o plano de aula
Encaminhamentos Atividade 1 - A partir da apresentação e discussão do planejamento, se necessário, fazer alterações e publicar a nova versão do planejamento no ambiente virtual.

Fonte: dados da pesquisa.

3.3 OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

A experimentação da pesquisa se constituiu por meio de uma ação de formação continuada, em que seus participantes foram professores de matemática que atuaram, atuam ou poderão atuar na Educação Básica (anos finais do Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio).

A ação de formação continuada foi intitulada “O uso de computadores em aulas de matemática”. A divulgação dessa ação foi realizada em parceria com a Secretária Estadual de Educação e pelo espaço virtual de dois grupos do Facebook, constituídos principalmente por professores da cidade de Campo Grande – MS.

As inscrições ocorreram a partir de um formulário digital, e assim, obtivemos dezessete inscritos. No entanto, destes, apenas quatro professores participaram do primeiro encontro, e dois deles permaneceram durante toda a ação de formação. No terceiro encontro tivemos um novo professor de escola pública participando da formação, totalizando três participantes no terceiro encontro. Diante desta situação realizamos a divulgação junto a mestrandos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, e optamos por ampliar o grupo com a entrada de mais três participantes, assim o grupo se constitui por seis participantes a partir do quarto encontro. (ver Quadro 3).

Optamos por preservar a identidade dos professores participantes da pesquisa, estes assinaram um termo de compromisso (Apêndice A), no qual concordaram que: “as transcrições e registros obtidos nos encontros com o grupo e usados como dados para a pesquisa, não terão identificação dos professores em nenhuma publicação científica de nossa autoria”. Desta forma, na pesquisa identificamos os professores participantes como: P1, P2, P3, P4, P5 e P6, tendo a letra P significado de professor, e o número após a letra significa um número atribuído ao participante.

Destacamos que do grupo dos seis participantes da pesquisa, os professores P1 e P3 (mesmo iniciando no terceiro encontro) não obtiveram nenhuma falta no decorrer da formação. P2 faltou em um dos encontros e geralmente tinha que sair mais cedo nos encontros que frequentou e, P4, P5 e P6 (participantes que entraram no quarto encontro) fizeram reposição dos encontros perdidos participando de dois encontros não contabilizados em nossa pesquisa, mas presentes em nossa sequência de atividades.

Descrevemos no Quadro 3 algumas informações sobre os participantes desta pesquisa, tais como: a formação acadêmica, o tempo de docência, a experiência quanto ao uso de TDIC em aulas de matemática e o(s) ano(s) de escolaridade que leciona ou lecionou.

Quadro 3 – Caracterização dos participantes da pesquisa

Professor	**Formação**	**Tempo de docência**	**Utilizou TDIC em aulas de matemática**	**Ano de escolaridade que leciona/lecionou**
P1	Licenciado em matemática e mestrando em Educação Matemática	12 anos	Sim	De 6º ano a 9º - ensino fundamental
P2	Licenciado em matemática e mestrando em Educação Matemática	6 anos	Sim	De 6º ano a 9º - ensino fundamental
P3	Licenciado em matemática	4 anos	Não	De 6º ano a 9º ano - ensino fundamental e 1º ano – ensino médio
P4	Licenciado em matemática e mestrando em Educação Matemática	0	Não	Sem experiência como docente
P5	Licenciado em matemática e mestrando em Educação Matemática	1 ano	Não	De 6º ano a 9º ano – ensino fundamental
P6	Licenciado em matemática e mestrando em Educação Matemática	0	Não	Sem experiência como docente

Fonte: Dados da pesquisa

Dos participantes da pesquisa, no momento da experimentação, dois (P1 e P2) estavam atuando na Secretaria Municipal de Educação (setor de tecnologias educacionais e avaliação), um em sala de aula (P3), e três (P4, P5 e P6) se dedicavam exclusivamente ao desenvolvimento de suas pesquisas de mestrado.

Quanto aos dois formadores, denominamos de formador 1 e formador 2. O formador 1 é o autor desta pesquisa e o formador 2 é doutorando no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, ambos são membros do Grupo de Pesquisa GETECMAT.

No capítulo a seguir apresentaremos a análise de dados de dois participantes da pesquisa: P3, doravante denominado Maria, e P1 que denominaremos por Alice.

4 FORMAÇÃO DE PROFESSORES COM O USO DO GEOGEBRA: (RE)CONSTRUINDO CONHECIMENTOS SOBRE FUNÇÕES

A partir dos estudos de Valente (2005), sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem, apresentamos neste capítulo a análise do processo de (re)construção de conhecimento de funções[12] de dois professores participantes da ação de formação. Para essa análise serão analisadas estratégias utilizadas e dificuldades apresentadas pelos participantes durante a realização das atividades. A escolha destes dois participantes deu-se pelo fato: de Alice não ter faltado em nenhum dos encontros da formação; e de Maria ser a única participante que estava atuando em sala de aula, com turmas do Ensino Médio, no período do curso (Maria também não teve ausências, no entanto, iniciou no terceiro encontro).

No subcapítulo 4.1 são apresentadas as análises das estratégias utilizadas e dificuldades do participante P3, que optamos por chamar de Maria. No subcapítulo 4.2 são apresentadas as análises das estratégias utilizadas e dificuldades do participante P1, que chamaremos de Alice.

4.1 MARIA NA AÇÃO DE FORMAÇÃO: DIFICULDADES E ESTRATÉGIAS UTILIZADAS EM UM ESTUDO SOBRE FUNÇÕES

No período em que ocorreu a formação, Maria estava atuando como professora do Ensino Médio em uma Escola Estadual no município de Campo Grande – MS. A participante declarou ter quatro anos de experiência como professora e não ter experiência com o uso de computadores em sala de aula.

Para a análise do processo de cada participante, optamos por algumas atividades em que os participantes realizaram mais registros, e que nos forneceram indícios de (re)construção de conhecimento, segundo Becker (2001). Assim, não discutiremos neste espaço de análise todas as atividades apresentadas, apenas parte delas.

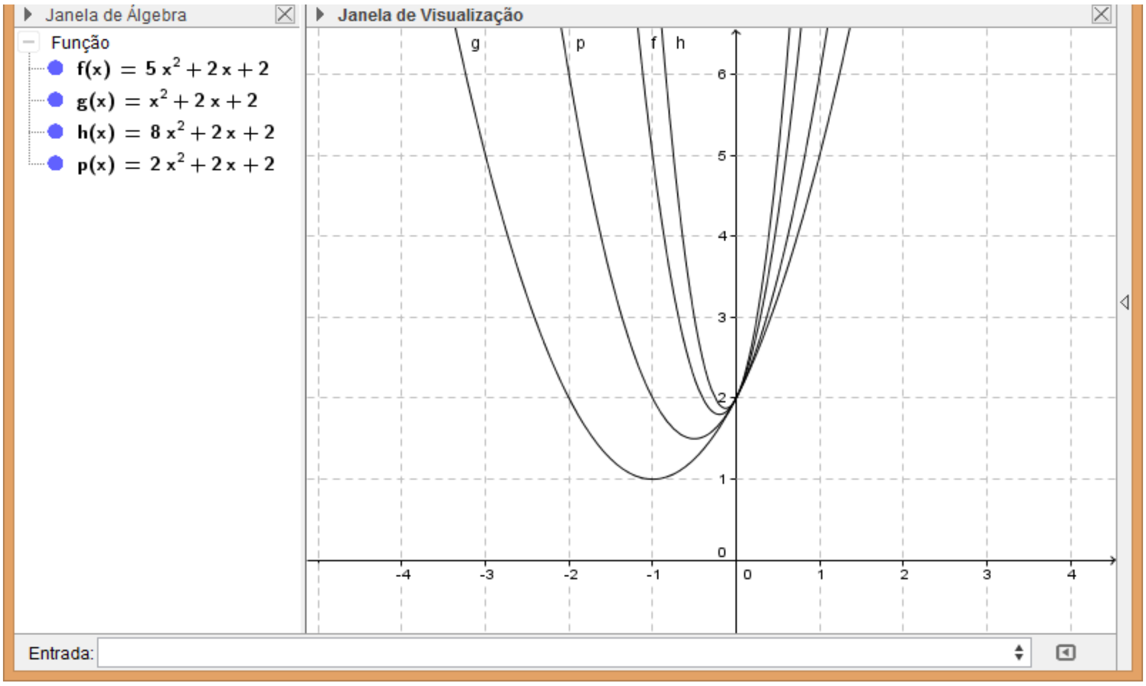
---

[12] A análise de dados é constituída de atividades propostas na ação de formação em que se discutiu alguns tipos de funções, como: função polinomial de 1º grau, função polinomial de 2º grau, função exponencial, função modular e função seno.

Uma das atividades que analisamos a ação de Maria foi a atividade “b” do item I do terceiro encontro presencial: com o uso do GeoGebra, plotem ao menos cinco funções polinomiais do 2º grau, fixando os valores dos coeficientes “b” e “c” e alterando apenas o valor do coeficiente “a”, sendo a > 0. O objetivo desta atividade era identificar relações entre o coeficiente “a” da função e a sua representação gráfica. Optamos por limitar a plotagem de gráficos e análise, no uso de valores de “a” positivos, para que analisassem separadamente o comportamento da parábola ao aumentar ou diminuir o valor de “a” em módulo, pois, sendo professores de matemática, usualmente afirmam que a única relação entre o coeficiente “a” e sua representação gráfica é que o sinal de “a’” determina se a concavidade da parábola está voltada para baixo ou para cima. Daí, o desafio poderia estar em uma atividade que ampliasse/questionasse a certeza que possuíam.

No andamento da atividade, o formador 01 perguntou se todos conseguiram fazer a plotagem das funções, e Maria afirmou que conseguiu. A Figura 10 mostra a descrição das funções de Maria.

Figura 10 – Descrição de Maria para a atividade “b” do item I do terceiro encontro presencial



Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se observar, que na primeira tentativa, a professora conseguiu plotar as funções, tais funções foram de escolha da participante, considerando valores fixos para os coeficientes "b" e "c" e alterando apenas o valor do coeficiente "a", sendo $a > 0$.

Para Papert (2008), na abordagem construcionista o processo de aprendizagem ocorre por meio do fazer, do aprendiz "colocar a mão na massa", ao interagir com o computador. Nesse sentido, Maria fez a escolha das funções para plotar, colocando a mão na massa. A seguir um recorte de diálogo entre o formador 1 e Maria:

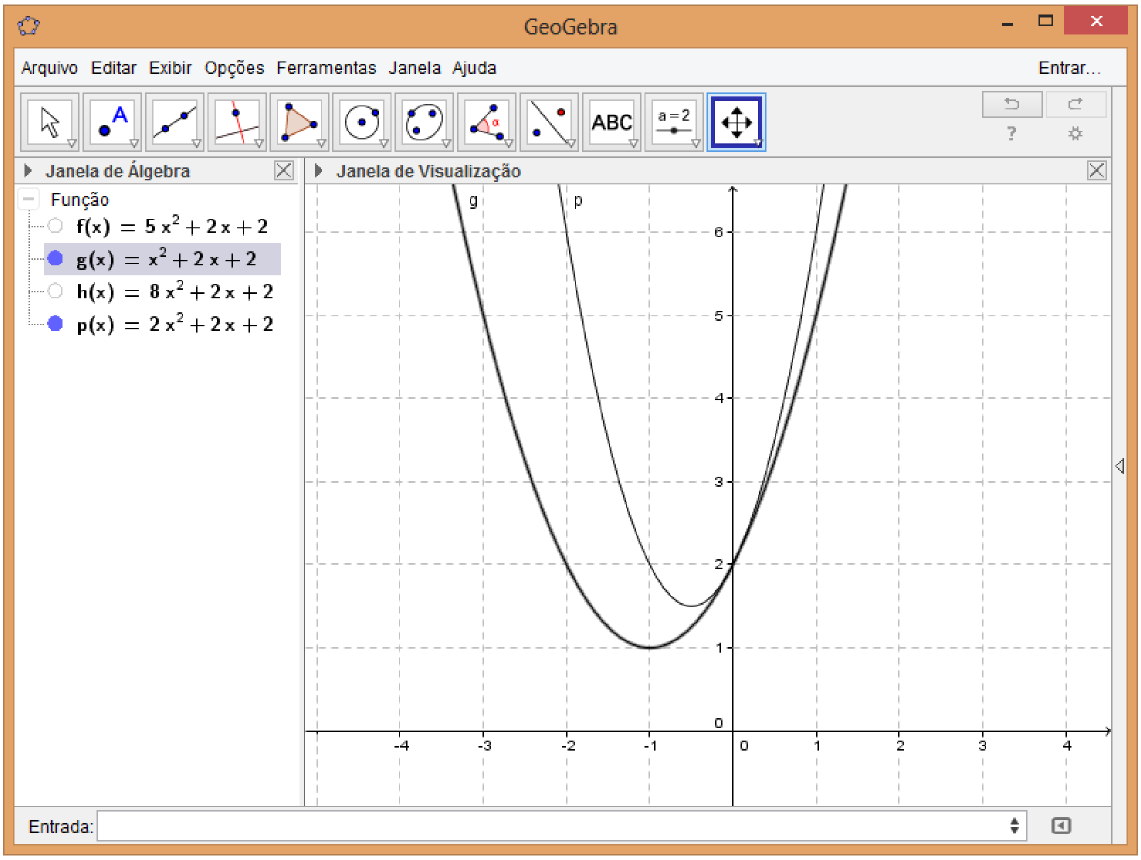
O formador 01 perguntou aos participantes: há diferença entre as representações geométricas?
Maria responde: sim.
Formador 01 questiona: Qual foi essa diferença?
Maria responde: tem umas funções assim, éh... com eu posso falar.... tem umas mais abertas, e outras menos abertas. (se referindo a abertura da concavidade das parábolas)

Considerando o ciclo de ações de Valente (2005), observou-se que Maria naquele momento poderia estar em processo de reflexão a partir de ações de abstração empírica, pois ao observar suas plotagens, a professora comentou características do objeto na tela do computador, baseando-se em características do que é observável ("umas mais abertas, e outras menos abertas"). E o diálogo continuou:

Formador 02 questionou: você consegue fazer alguma relação dessa abertura com os valores da representação algébrica que você utilizou? Se existe, claro!

Maria desmarcou e marcou suas construções no GeoGebra. Com este movimento de desmarcar e marcar a função na janela de álgebra do software é possível fazer com que a representação gráfica da função desapareça e apareça na janela de visualização do software. A Figura 11 mostra esse movimento de desmarcar e marcar as funções plotadas.

Figura 11– Maria manipulando a janela de álgebra no software



Fonte: Dados da pesquisa

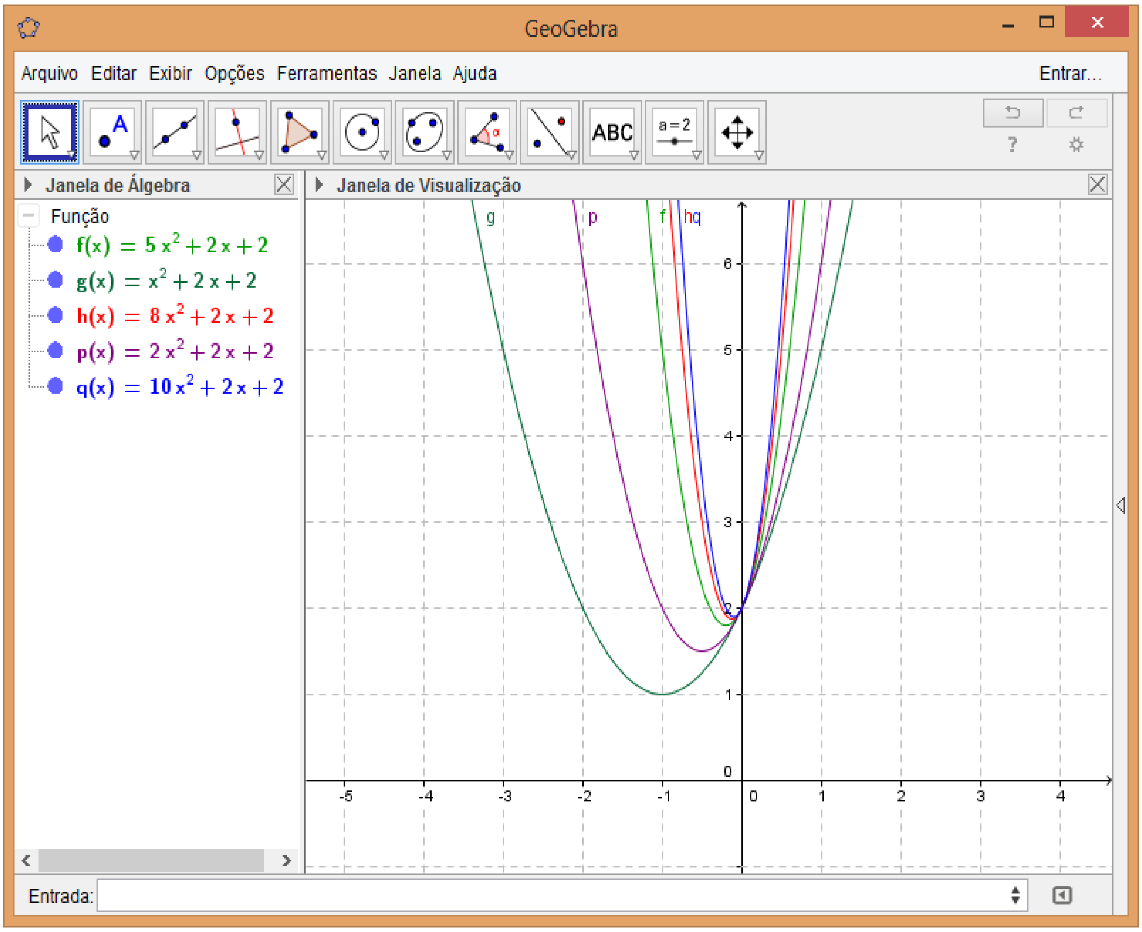
Maria observou diferenças entre a representação gráfica das funções plotadas ao usar diferentes valores do coeficiente "a", pois após esse movimento de desmarcar e marcar as funções plotadas, afirmou que: *quanto menor o valor de* x^2*, mais ela é aberta, quanto maior o valor do "a" mais ela é fechada.* (Maria se referia a abertura da parábola. Nota-se que Maria refere-se inicialmente ao coeficiente "a" da função, de forma inadequada, como sendo o valor de x^2).

Observa-se que Maria se apoiava em aspectos observáveis ao manipular as funções, desmarcando e marcando, levantando conjecturas sobre a abertura da parábola e sua relação com o coeficiente "a" da função, ou seja, relacionando a representação gráfica da função com sua representação algébrica.

O formador 01 então questionou Maria: *então, o que ocorre quando aumenta o valor do coeficiente "a"?* Maria afirmou: *a função fica mais fechada.* (Maria estava se referindo ao fato da concavidade da parábola que representa graficamente a função ficar mais fechada).

Maria deixou todas as funções marcadas e as diferenciou por cores, também realizou uma descrição de uma nova função. Na Figura 12 mostra-se a descrição da nova função e a diferenciação entre elas.

Figura 12 – Segunda resposta de Maria para a Atividade "b" do item coeficiente "a" do terceiro encontro presencial



Fonte: Dados da pesquisa

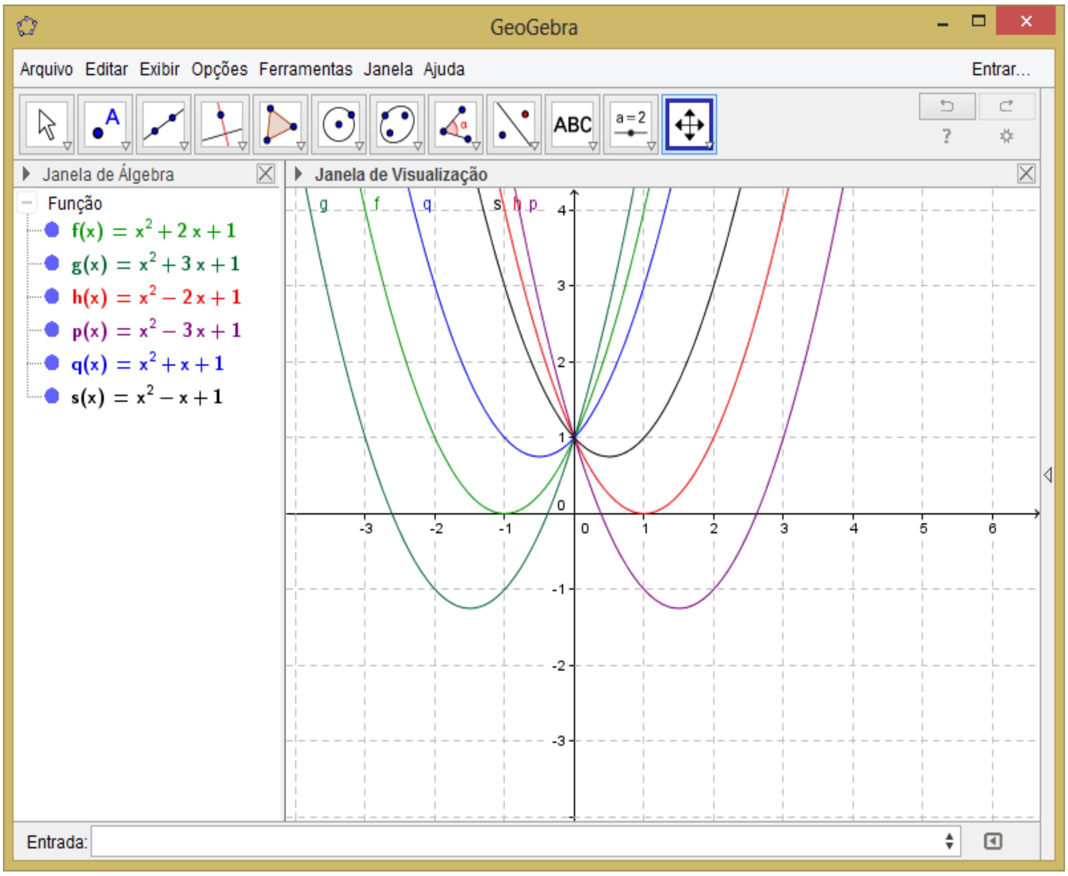
A professora afirmou ainda que ao aumentar o valor do coeficiente "a" positivo, a concavidade da parábola ficava mais fechada. Após essa afirmação ela fez uma nova descrição com o valor do coeficiente "a" maior que o anterior, ou seja, Maria confirmou a sua afirmação aumentando o valor do coeficiente “a” e observou que a concavidade da parábola ficava mais fechada.

Considerando o ciclo de ações de Valente (2005), podemos afirmar que Maria vivenciou momentos de ação de reflexão no nível ainda de abstração empírica, pois por meio de características materiais a participante afirmou que: “que quando aumentava o valor do coeficiente ‘a’ positivo, a representação gráfica da função ficava mais fechada”. Em nossos dados obtidos a partir da ação de formação, não conseguimos obter informações que oferecessem indícios da participante ter vivenciado momentos de abstração pseudo-empírica e/ou momentos de abstração reflexionante nesta atividade, mas isto, não significa que não ocorreu outro tipo de abstração além da empírica.

Em outra atividade sobre função polinomial de 2º grau, Atividade b do item coeficiente “b” do terceiro encontro presencial, foi proposto que os participantes, com o uso do GeoGebra, representassem ao menos cinco funções polinomiais do 2º grau, fixando os valores dos coeficientes “a” e “c” e alterassem apenas o valor do coeficiente “b”, sendo $b > 0$. Isso com o objetivo de analisar relações entre o coeficiente “b” da função polinomial e a representação gráfica da função.

Observou-se que Maria fez a descrição de seis funções ao software. No entanto, notou-se que em suas representações foram usadas funções com valores positivos e valores negativos para o coeficiente “b”, lembrando que a atividade proposta era para alterar o coeficiente “b”, sendo $b > 0$. O objetivo desta atividade era identificar relações entre o coeficiente “b” da função e a sua representação gráfica. A proposta era a de usar apenas valores de “b” positivos inicialmente para depois explorar valores de “b” negativos, isso tinha por objetivo oportunizar aos professores a reflexão sobre particularidades relacionadas à relação entre a representação gráfica da função e cada “sinal de b”, e a conjecturarem sobre a relação entre o módulo do valor de “b” e a representação gráfica. Nada impedia de fazer o mesmo plotando o gráfico para qualquer valor de “b” e realizar a análise. A Figura 13 mostra as descrições de Maria.

Figura 13 – Primeira tentativa de Maria para a atividade "b" do item coeficiente "b" do terceiro encontro presencial

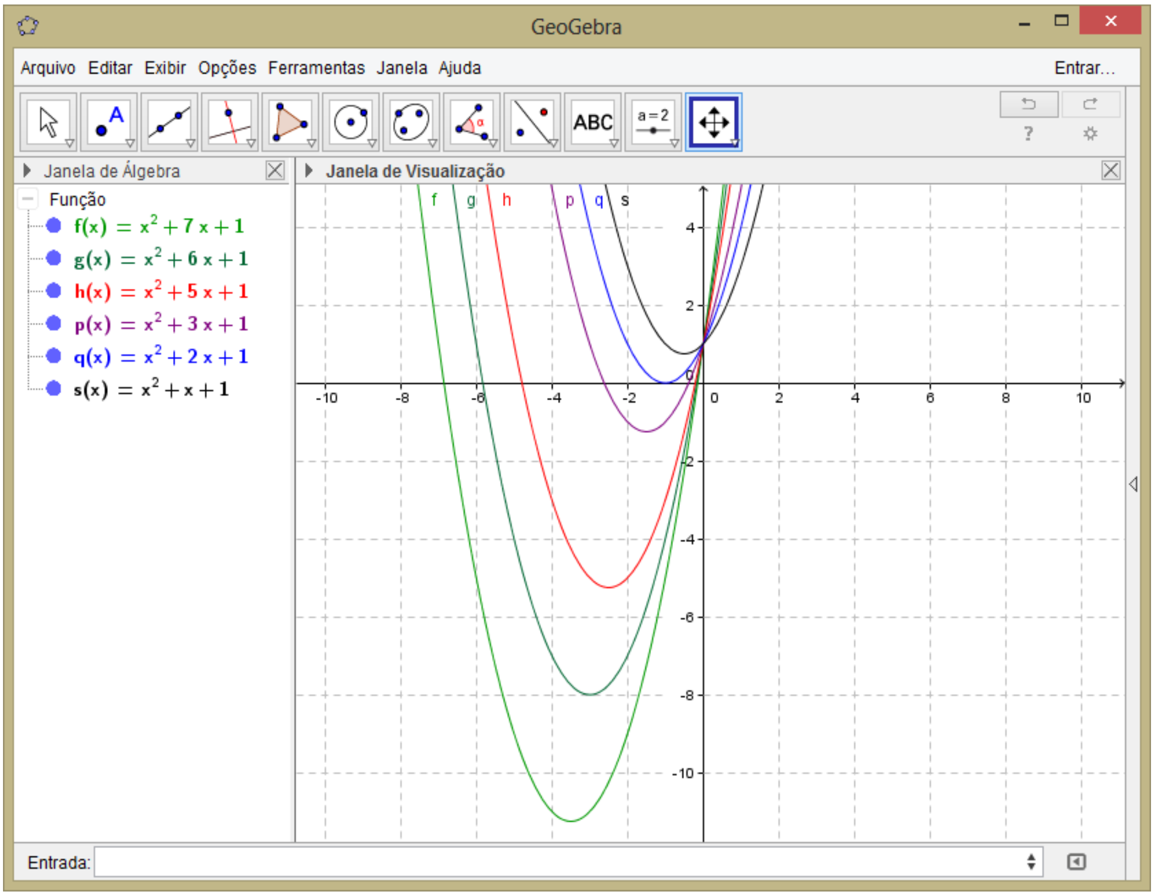


Fonte: Dados da pesquisa

O professor formador 02 perguntou então a Maria: *ao construir os gráficos das funções, o que podemos observar da relação entre o coeficiente "b" e a representação gráfica das funções?*

Maria fez a opção de modificar as funções plotadas, não sabemos informar o motivo desta modificação, pois a participante não foi questionada pelos formadores sobre essa alteração. A Figura 14 mostra novas descrições de Maria.

Figura 14 – Maria representa algumas funções polinomial de 2º Grau com valores diferentes para o coeficiente “b”, sendo b >

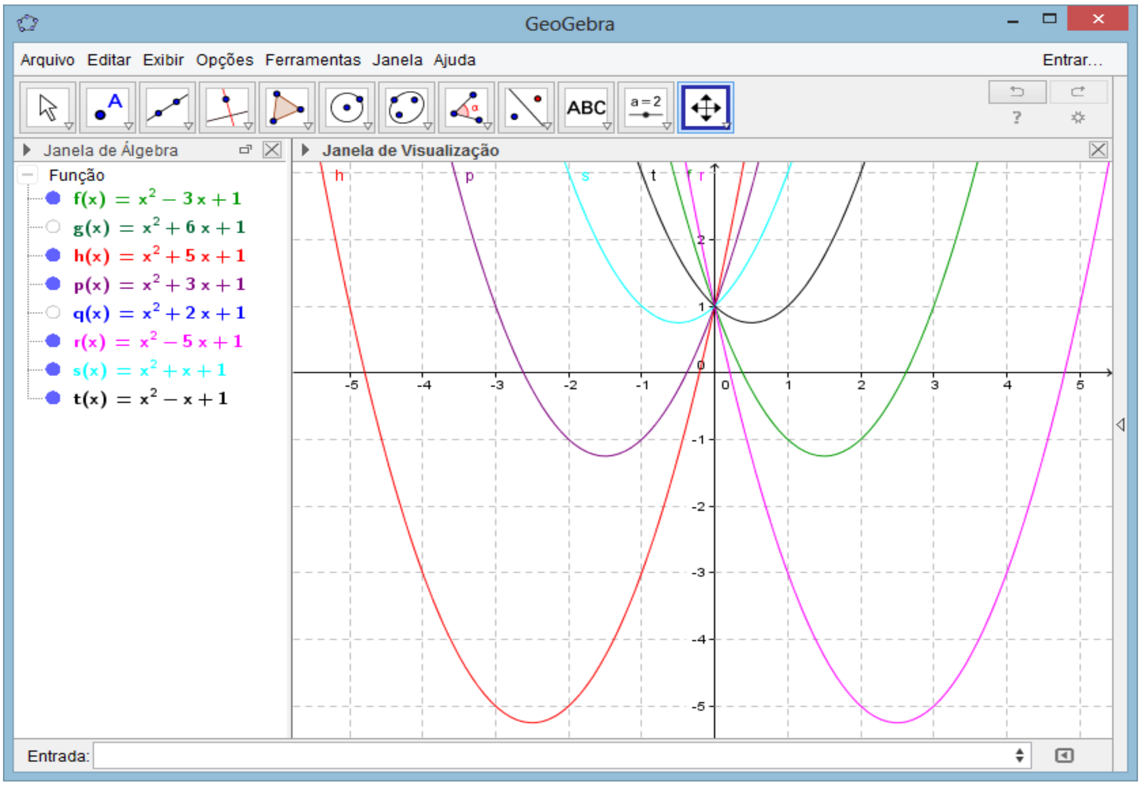


Fonte: Dados da pesquisa

Ainda sobre a questão anterior feita pelo formador 02, Maria respondeu: *quanto maior o valor do “b” mais ela vai descendo no eixo y (se referindo ao que observava na tela em relação às ordenadas do vértice da parábola).* A professora fez considerações a partir apenas da representação que observava na tela do computador, daí podermos inferir que a participante vivenciava momentos de ação de reflexão do ciclo de ações por meio de abstração empírica.

Naquela etapa, o professor formador propôs outra atividade: “plotem ao menos três funções polinomiais do 2º grau, fixando os valores dos coeficientes “a” e “c” e alterando apenas o valor do coeficiente “b”, sendo b < 0. A Figura 15 mostra as funções descritas por Maria, com valores do coeficiente “b”, sendo b > 0 e sendo b < 0.

Figura 15 – Maria representa algumas funções polinomial de 2º Grau com valores diferentes para o coeficiente “b”, sendo b > 0 e b < 0



Fonte: Dados da pesquisa

O formador 01 questionou: *há diferença na representação gráfica entre “b” negativo e “b” positivo?*

Maria respondeu: *sim, eles ficam de lados opostos do eixo y (talvez ela tivesse observado que os vértices das parábolas, neste caso, ficavam em lados opostos em relação ao eixo y).* Reconhecemos que a participante deveria ter sido questionada sobre o porquê, utilizando coeficientes b < 0 e b > 0, a representação gráfica ficava de lados opostos do eixo y, e o que significava ficar em lados opostos. Este questionamento poderia levar Maria a um nível de abstração pseudo-empírica e/ou abstração reflexionante.

Considerando a ação de descrição no ciclo de ações de Valente (2005), observa-se que após a ação de descrição do ciclo de ações, Maria vivenciou por meio do que julgamos ser ação de reflexão, momentos de abstração empírica, pois ao extrair informações da representação observada na tela do computador, características materiais, a participante ainda afirmou que: *troca de lado e continua* *cortando y no mesmo ponto* (se referindo ao fato do ponto comum entre as representações gráficas das funções e o eixo y ser sempre o mesmo). Mas, ela não relacionou esta afirmação com o fato do valor de c ter sido mantido igual em todas as funções representadas graficamente.

Observa-se que (como na resposta anterior) a participante depende do observável, sem estabelecer conexão com outros conhecimentos sobre funções e representações gráficas. E que necessitaria realizar mais ações e ser questionada pelo formador para justificar suas afirmações, para aumentar as possibilidades de abstrações pseudo-empírica e reflexionante.

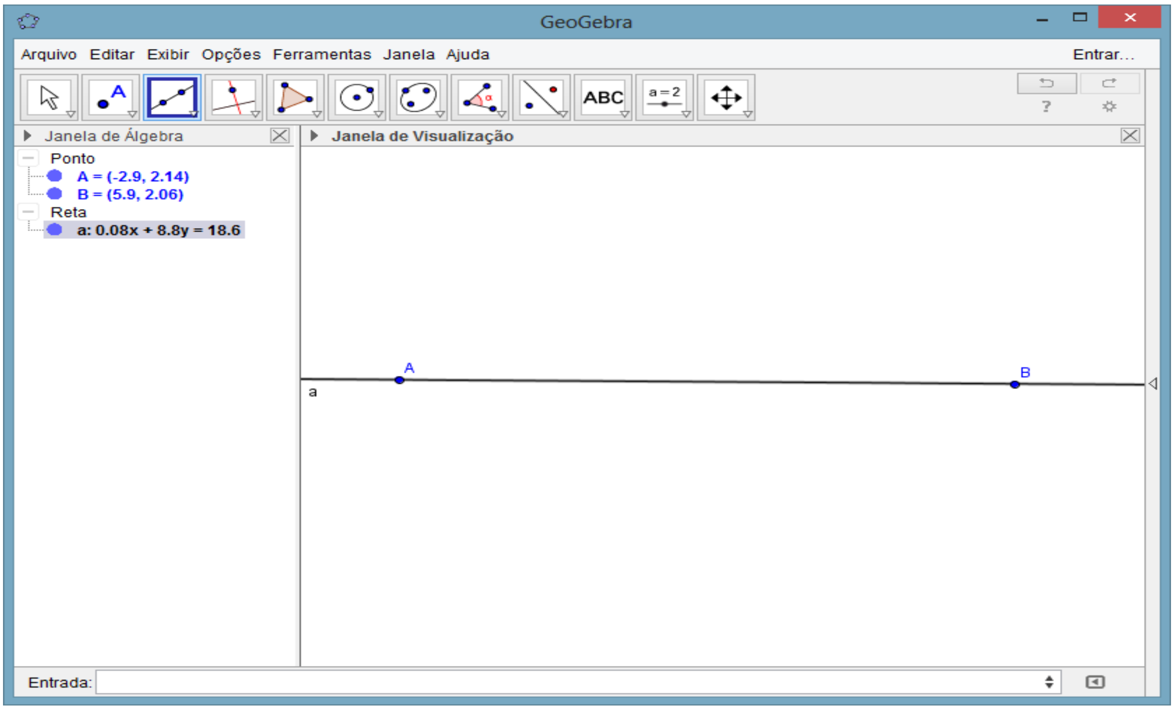
Podemos afirmar que houve indícios de (re) construção de conhecimento sobre função polinomial de 2º grau, pois Valente (2005) afirma que quando termina um ciclo, o conhecimento do aprendiz não se encontra no mesmo patamar cognitivo do início desse ciclo. Afirmamos isso, pois Maria relacionou o coeficiente “a” da expressão algébrica com a abertura e o fechamento da parábola (representação gráfica). De forma análoga, ela concluiu que há diferença na representação gráfica da função do 2º grau quando o coeficiente “b” é positivo e quando é negativo *(eles ficam em lados opostos em relação ao eixo y).* Observa-se que há várias inadequações nas denominações de Maria e que ela não evidenciou abstrações que não fossem empíricas, mas há evidências de novos conhecimentos construídos, mesmo que empíricos, em suas análises, relacionados a relações entre os coeficientes da função do 2º grau e sua representação gráfica.

No terceiro encontro, item 5, Atividade b, foi proposto utilizar as ferramentas de desenho geométrico do GeoGebra para construir quatro retas paralelas. O objetivo foi a compreensão da relação entre o coeficiente angular de funções do 1º grau e a posição relativa entre duas retas.

A atividade possibilitou aos participantes vivenciarem construções geométricas para uma possível relação com os registros algébricos gerados por essas construções geométricas.

Maria representou a primeira reta sem mostrar dificuldade, utilizou a ferramenta de construção geométrica de reta. A Figura 16 mostra a primeira reta construída.

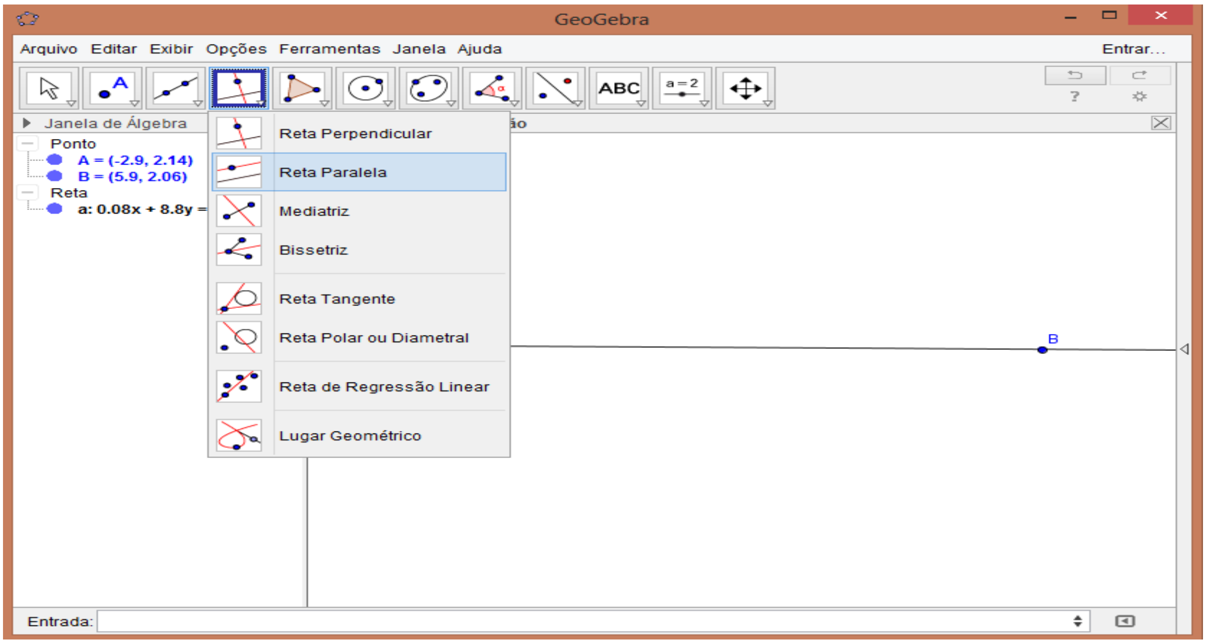
Figura 16 – Reta representada por Maria na Atividade b do item Desenvolver atividade de 1º grau



Fonte: Dados da pesquisa

Observou-se que para a construção de retas paralelas, na primeira reta representada, Maria explorou os ícones de ferramentas geométricas disponíveis na parte superior da janela do software. Naquele momento, quando Maria explorou os ícones, destacamos a abordagem usada pelos formadores como sendo construcionista, pois considerando os estudos de Papert (2008), sobre abordagem construcionista, os formadores proporcionaram estrategicamente, durante a ação de formação, para a participante, a oportunidade de descoberta por meio do fazer, ao interagir com o computador. A Figura 17 mostra Maria explorando o software GeoGebra em busca de ferramenta para construção de reta paralela. Ela não havia estabelecido, até aquele momento, relação com o fato de que as equações de retas paralelas possuem o mesmo coeficiente angular.

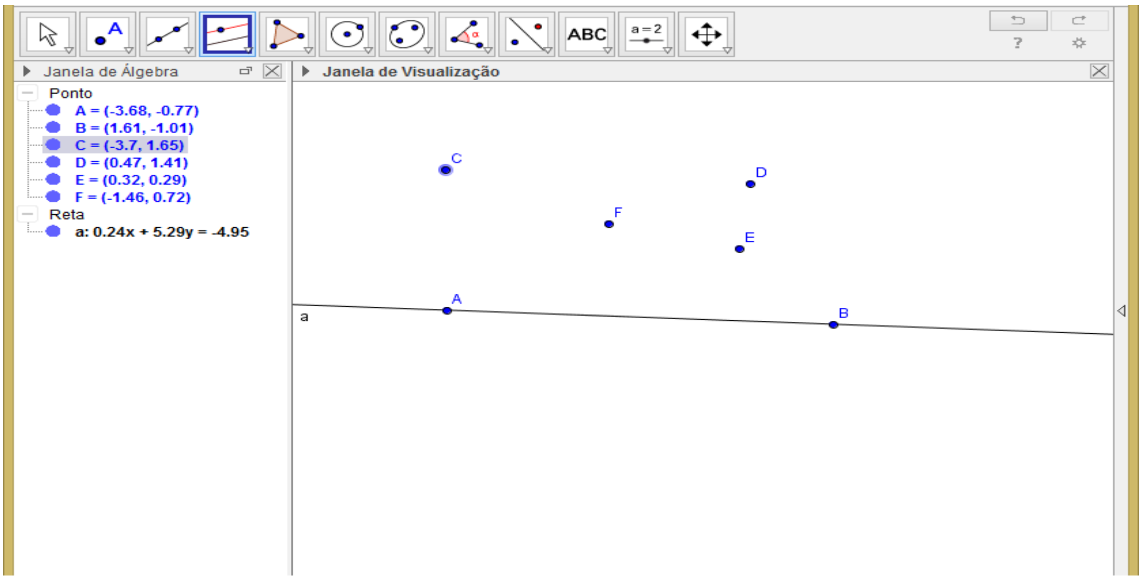
Figura 17 – Maria explorando o software GeoGebra: mobilizando estratégia para construção de retas paralelas



Fonte: Dados da pesquisa

Após a seleção da opção reta paralela, mostrada na Figura 17, Maria clicou algumas vezes na área em branco da janela geométrica e não obteve êxito para representação da reta paralela. A Figura 18 evidencia a segunda tentativa de Maria para representar uma reta paralela à primeira reta representada.

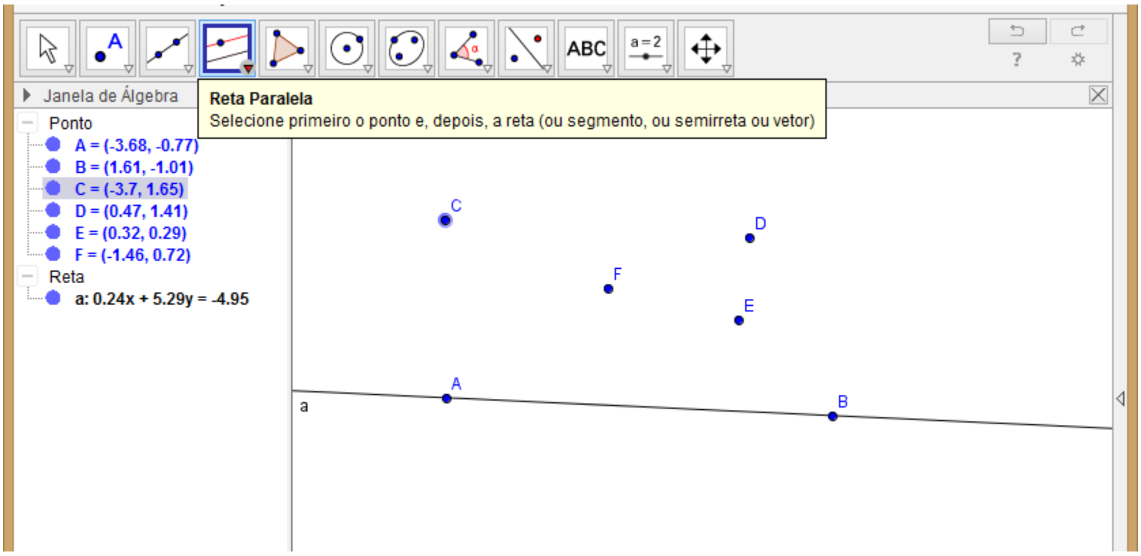
Figura 18 – Segunda tentativa de Maria para representar retas paralelas



Fonte: Dados da pesquisa

A participante fez uma nova tentativa, a Figura 19 mostra Maria mobilizando novas estratégias para construção das retas paralelas.

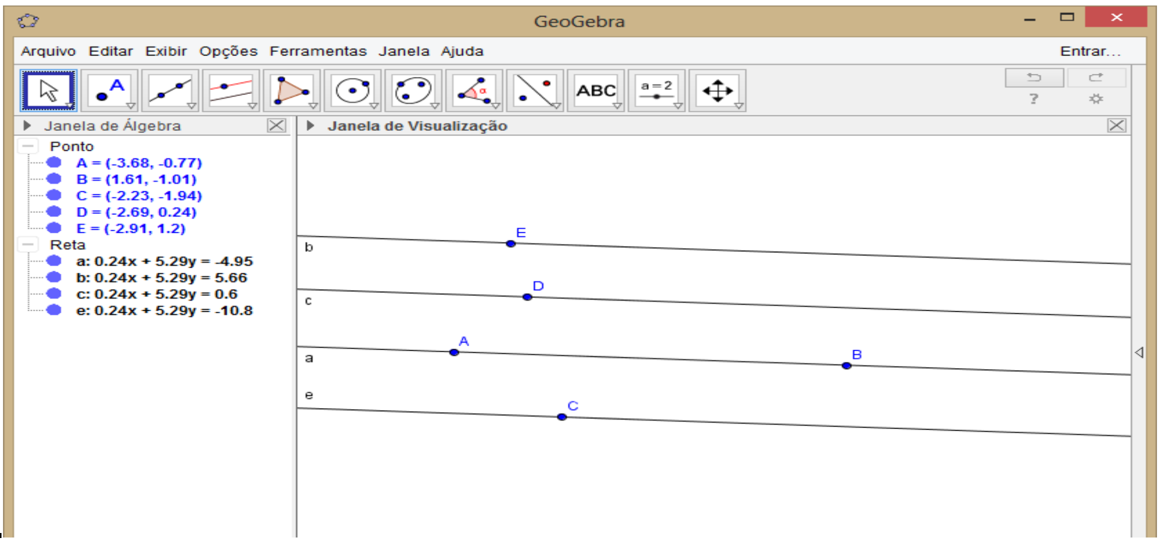
Figura 19 – Terceira tentativa de Maria para construção das retas paralelas



Fonte: dados da pesquisa.

Observou-se na sequência que a participante chegou a representação das retas paralelas proposta na atividade. Na Figura 20, mostra-se as retas paralelas representadas por Maria.

Figura 20 – Retas paralelas representadas por Maria



Fonte: dados da pesquisa.

Naquele momento, o formador 02 questionou: *alguém poderia fazer algum comentário a respeito das equações dessas retas representadas geometricamente?* Maria respondeu: *os valores de x e y estão iguais em todas as retas, tá variando só o final (*compreendemos que a participante estava se referindo aos coeficientes de x e y, e não aos valores das variáveis x e y)*.*

Considerando o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem de Valente (2005), Maria continuou realizando abstrações empíricas, pois a participante retirava informações do observável, no caso da janela de álgebra no software. Maria usou o recurso de retas paralelas para construção de suas retas, e até aquele momento a participante não havia usado a possibilidade de descrição da equação na janela de álgebra, mas citou o fato dos valores dos coeficientes da reta serem iguais para todas as representações geométricas: "*os valores de x e y estão iguais em todas as retas, tá variando só o final".*

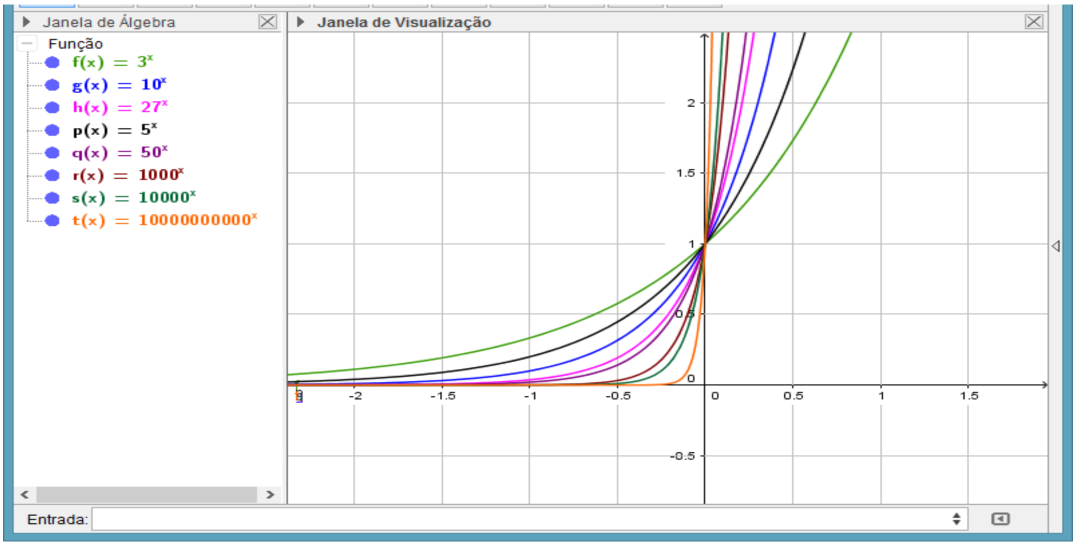
Evidenciamos que Maria naquele momento parecia querer relacionar os valores dos coeficientes da função com a representação gráfica (Figura 20). Assim, podemos considerar que há indícios de que Maria realizou abstração pseudo-empírica. No entanto, faltou realizar intervenções junto a Maria, no sentido de favorecer que ela justificasse sua afirmação, detalhando seu processo de abstração.

No quarto encontro, na primeira Atividade, letra "b", foi proposto que os participantes representassem funções exponenciais, considerando os valores da base "a" maior que um, sendo a > 1 e observassem o comportamento da representação gráfica em cada nova plotagem. A escolha por limitar as representações gráficas para valores de "a" maiores que 1 limitou um pouco as representações e análises dos participantes, mas, o objetivo era que eles focassem a análise em comportamentos diferentes para o gráfico de funções do mesmo caso tipo, crescente, por exemplo.

Naquele momento, o formador 02 questionou, se havia alguma relação entre as representações gráficas das funções e o valor da base "a" da função exponencial.

A Figura 21 mostra as funções exponenciais representadas por Maria.

Figura 21 – Representação de funções exponenciais representadas por Maria na primeira atividade, letra b do quarto encontro



Fonte: Dados da pesquisa

A seguir um recorte do diálogo durante a realização da atividade:

Maria respondeu: elas estão passando pelo mesmo ponto.

Formador pergunta a Maria: as cinco que você plotou estão passando pelo mesmo ponto? Qual ponto?

Maria: um.

Formador 02: eu não consigo encontrar esse ponto!

Maria: não, é o ponto (0, 1).

Observa-se que inicialmente Maria apresentou informações de características materiais, ao afirmar que as funções que representou passavam pelo ponto *"um",* e identificou características observáveis do objeto (funções plotadas). Neste processo, podemos considerar que a professora vivenciou momentos de reflexão a partir de abstrações empíricas.

Em seguida, quando o formador 02 a questionou: *eu não consigo encontrar esse ponto!* A participante considerou informações não presentes no objeto (as coordenadas do ponto são *(0, 1)*), ou seja, sua ação modificou o objeto e mobilizou conhecimentos sobre localização de pontos no plano cartesiano.

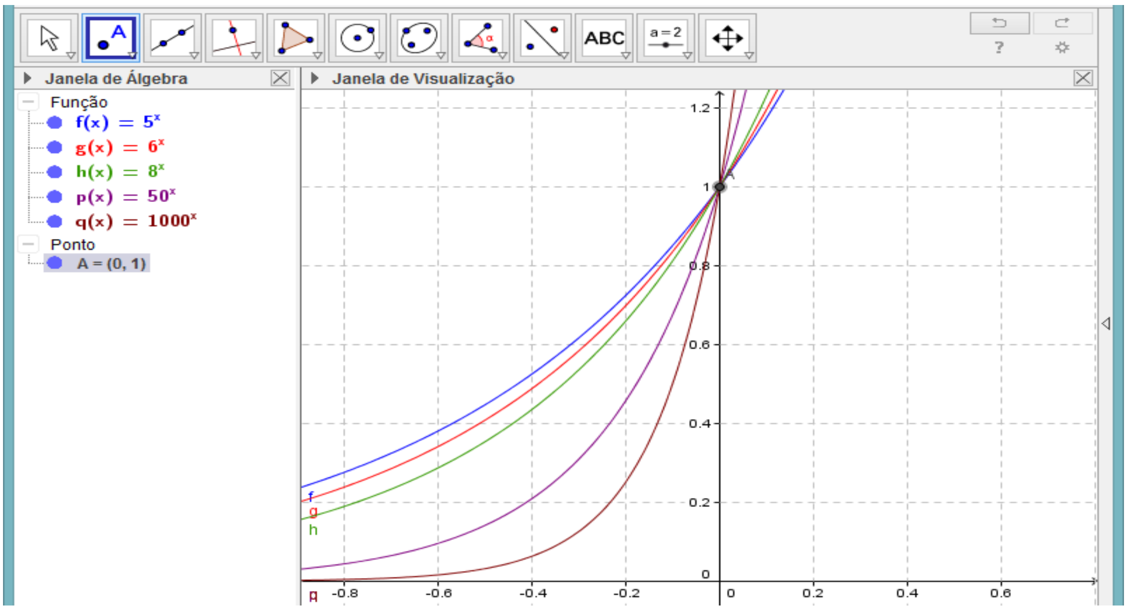
Assim, podemos afirmar que Maria também realizava abstrações pseudo-empíricas, mas ainda não relacionadas ao objetivo da atividade (relação entre funções e suas representações gráficas).

Na sequência do diálogo, o formador 02 questionou sobre o fato das representações gráficas das funções exponenciais interceptarem o eixo das ordenadas no ponto (0,1).

O participante P2 afirmou: pois todo número elevado a zero é um.[13]
Maria falou: eu não consigo enxergar isso!
Formador 02: temos $y=5^x$, $y=6^x$, $y=8^x$ *e* $y=1000^x$. *Vou dar um zoom aqui (o zoom dado neste momento foi no ponto (0,1), intersecção das representações gráficas das funções exponenciais com o eixo das ordenadas), pois vocês me falaram que todas as funções passam pelo ponto (0, 1).*

A Figura 22 evidencia a projeção das funções exponenciais construídas pelo formador 02.

Figura 22 – Representação de funções exponenciais construídas pelo formador 02



Fonte: Dados da pesquisa

[13] Naquele momento os formadores não fizeram intervenções para que P2 obervasse, que zero elevado a zero não é um, mas uma indeterminação. Ou seja, não é "todo número que elevado a zero é um".

Na sequência do diálogo, o formador 02 afirmou: temos o ponto A (0, 1) que é o ponto em comum entre todas as representações gráficas e o eixo das ordenadas, mas por que todas passam nesse ponto?
Maria respondeu: ***entendi****. Porque qualquer número elevado a zero é um*[14]*, e quando x é zero a imagem de qualquer uma vai ser um, passando pelo ponto (0, 1).*

Considerando o ciclo de ações de Valente (2005), Maria vivenciou ação de reflexão a partir de abstração empírica, abstração pseudo-empírica e indícios de abstração reflexionante, pois a participante extraiu informações observáveis do objeto (observou o ponto de intersecção entre as representações gráficas das funções exponenciais e o eixo das ordenadas), mas também mobilizou conhecimentos não presentes no objeto (*[...] qualquer número elevado a zero é um[...]*), e reconstruiu em um novo plano um conhecimento já construído anteriormente em outro plano ao discutir *([...] quando x é zero, a imagem de qualquer uma vai ser um [...])*.

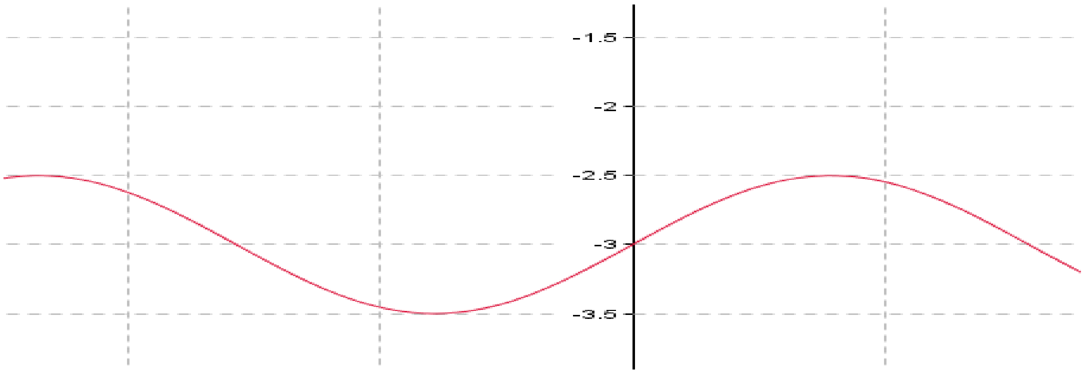
A relação entre os valores da base e a representação gráfica da função exponencial foi construída por outros participantes da ação de formação, mas nenhum dado sobre o processo de sistematização desta atividade foi localizado nos áudios da pesquisa.

Quanto ao processo de (re) reconstrução de conhecimentos sobre função exponencial de Maria, evidenciamos que a participante vivenciou abstrações, mobilizando conhecimentos observáveis e não observáveis do objeto, as quais oportunizaram a professora compreender, porque a representação gráfica da função exponencial intercepta o eixo das ordenadas no ponto (0, 1) e, mobilizou conhecimento sobre imagem de função exponencial.

No sexto encontro, ao propor a Atividade 7, os participantes deveriam identificar o domínio, a imagem, o período e a amplitude da senóide, a “onda”, que representava a função seno, conforme Figura 23 e, fornecer a representação algébrica da função que gerou a representação gráfica[15].

[14] Novamente esquecendo de mencionar que isso não ocorre para o valor de x=0.
[15] Anterior a esta atividade foram propostas atividades no qual se discutiu: o domínio, a imagem, o período e a amplitude da senóide, representação gráfica da função seno. Também foi discutido a

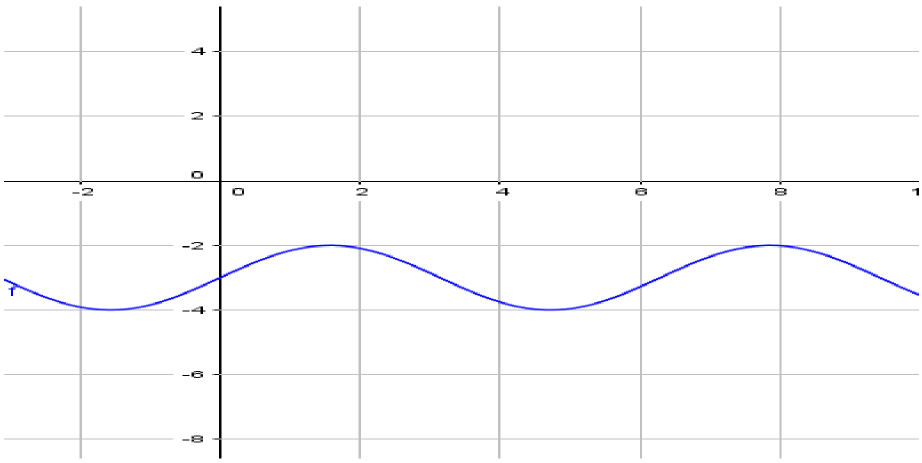
Figura 23 **–** Representação gráfica de uma função trigonométrica seno proposta na atividade sete do sexto encontro



Fonte: Dados da pesquisa

Maria fez uma primeira tentativa para apresentar a equação que gerava a representação gráfica dada na Figura 23. Em sua primeira descrição a participante representou a função f(x) = sen(x) – 3. A Figura 24 mostra a primeira tentativa de Maria.

Figura 24 **–** Primeira tentativa de Maria representando a função f(x) = sen (x) – 3



Fonte: Dados da pesquisa

O diálogo sobre a representação iniciou da seguinte forma:

---

relação entre a representação gráfica da função seno e o coeficiente “a”, o coeficiente “b” e o coeficiente “c” da função na forma f(x) = a.sen(b.x) + c.

Maria comenta: não é.

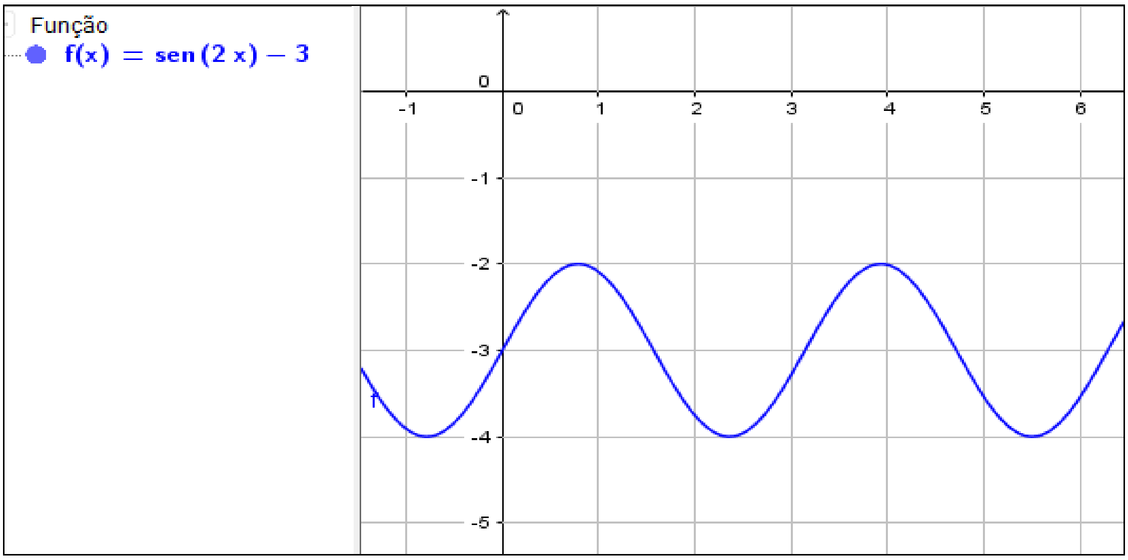
Formador 02: por que não é y = sen(x) – 3, Maria?

Maria responde: porque a curva dela está diferente de sen(x) – 3, tem que ser um pouco mais fechada. A participante fez gestos com as mãos, indicando fechamento horizontal, semelhante ao esticar e encolher de uma mola.

Considerando o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem propostos por Valente (2005), Maria vivenciou a ação de reflexão a partir de abstrações empíricas, pois a participante retirou informações observáveis do objeto *(porque a curva dela está diferente de sen(x) – 3), características materiais.*

Como o problema proposto não foi resolvido, Maria vivenciou ação de depuração e mobilizou uma nova estratégia e, fez uma nova descrição. A Figura 25 mostra a segunda tentativa de Maria.

Figura 25 **–** Segunda tentativa de Maria representando a função f(x) = sen (2x) – 3



Fonte: Dados da pesquisa

O seguinte diálogo se estabeleceu:

Maria comentou: Já sei, é sen (2x) – 3.

P5 falou: é não.

Maria afirmou: é sim.

Formador 02: por que, Maria?

Maria fala: acabei de fazer. Não, espera ai, foi quase, não vai ser isso que falei.

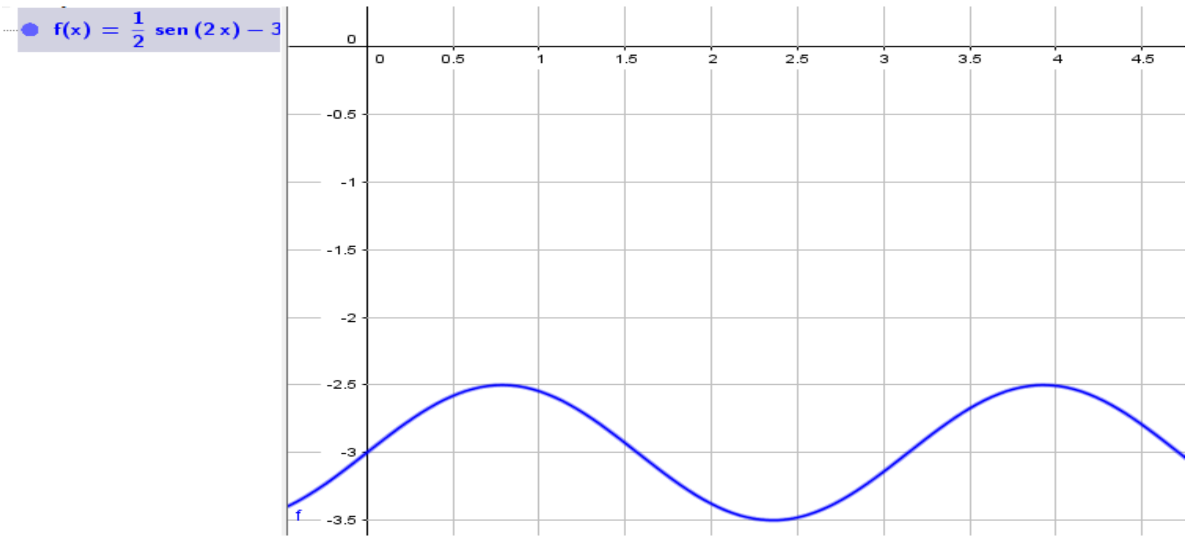
Formador 02: o que aconteceu, Maria?

Maria respondeu: o meu ficou meio centímetro a mais, para cima. (Se referindo à medida da amplitude da “onda”, senóide, na representação gráfica da função seno).

Maria vivenciava naquele momento a ação de reflexão a partir de abstração empírica, pois a participante retirou informações observáveis do objeto (comparando a representação gráfica de sua construção com a representação gráfica da figura proposta na atividade).

A participante vivenciava uma nova ação de depuração, em que mobilizou uma nova estratégia (multiplicando ½ a sen(2x) – 3). A Figura 26 mostra nova descrição de Maria, a sua terceira tentativa.

Figura 26 – Terceira tentativa de Maria para a construção da representação gráfica da função f(x) = ½ sen (2 x) – 3



Fonte: Dados da pesquisa

E segue o diálogo sobre a representação:

Maria comenta: achei. Vai ser y = ½ sen(2x) – 3.

Formador 02: Maria, na sua primeira alternativa você colocou sen(x) – 3. Por quê?

Maria: porque é a intersecção entre o gráfico e o eixo y.

Formador 02: sua segunda alternativa foi sen(2x) – 3. Por quê?

Maria: para ela ficar mais espaçada. (A participante faz movimento horizontal com os braços, se referindo ao período da função).

Formador 02: então qual é esse período da onda que representa o gráfico da função?

Maria: o período é π, ai dá certinho. (A participante observou o período na onda, senóide que representava graficamente a função, e relacionou o valor deste período com o número Pi).

Formador 02: mesmo fazendo isso, não está dando certo.

Maria: é por ali, a crista não ia até 2, mas até 2,5, então tinha a amplitude modificada. (se referindo à crista da onda, senóide que representava a função)

Formador 02: e o que faz a amplitude da "onda" modificar?

Maria: o valor de "a". (No caso considerando f(x) = a.sen(x) – 3).

Formador 02: e qual a imagem?

Maria: é [- 3,5, - 2,5].

Formador 02: qual o domínio?

Maria: os reais. (Neste momento a professora se referia ao conjunto dos números reais).

Considerando o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem de Valente (2005), Maria vivenciava a ação de reflexão a partir de abstração empírica e de abstração pseudo-empírica, pois a participante mencionava informações retiradas do objeto, por meio do observável, mas também mobilizava conhecimentos construídos (afirmou que o valor de "a" modificava a amplitude da "onda" que representava graficamente a função trigonométrica seno).

As análises, apoiando-se nos estudos de Valente (2005), sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem, mostram que há indícios de que Maria (re) construiu conhecimento sobre algumas funções, como a do 2º grau, exponencial e trigonométrica, pelos dados observados.

As atividades desenvolvidas, com o GeoGebra na ação de formação, proporcionaram a participante Maria, a mobilização de conhecimentos sobre a relação entre a representação gráfica de funções e coeficiente linear e coeficiente angular de funções do 1º grau, relação do coeficiente “a” da expressão algébrica da função polinomial de 2º grau com a abertura e o fechamento da concavidade da parábola na representação gráfica da função, coordenadas de ponto no plano cartesiano, imagem de função, domínio de função, amplitude de “onda”, senóide que representa graficamente a função trigonométrica seno.

A seguir são apresentadas as análises das estratégias utilizadas e dificuldades de Alice.

4.2 ALICE NA AÇÃO DE FORMAÇÃO: DIFICULDADES E ESTRATÉGIAS UTILIZADAS EM UM ESTUDO SOBRE FUNÇÕES

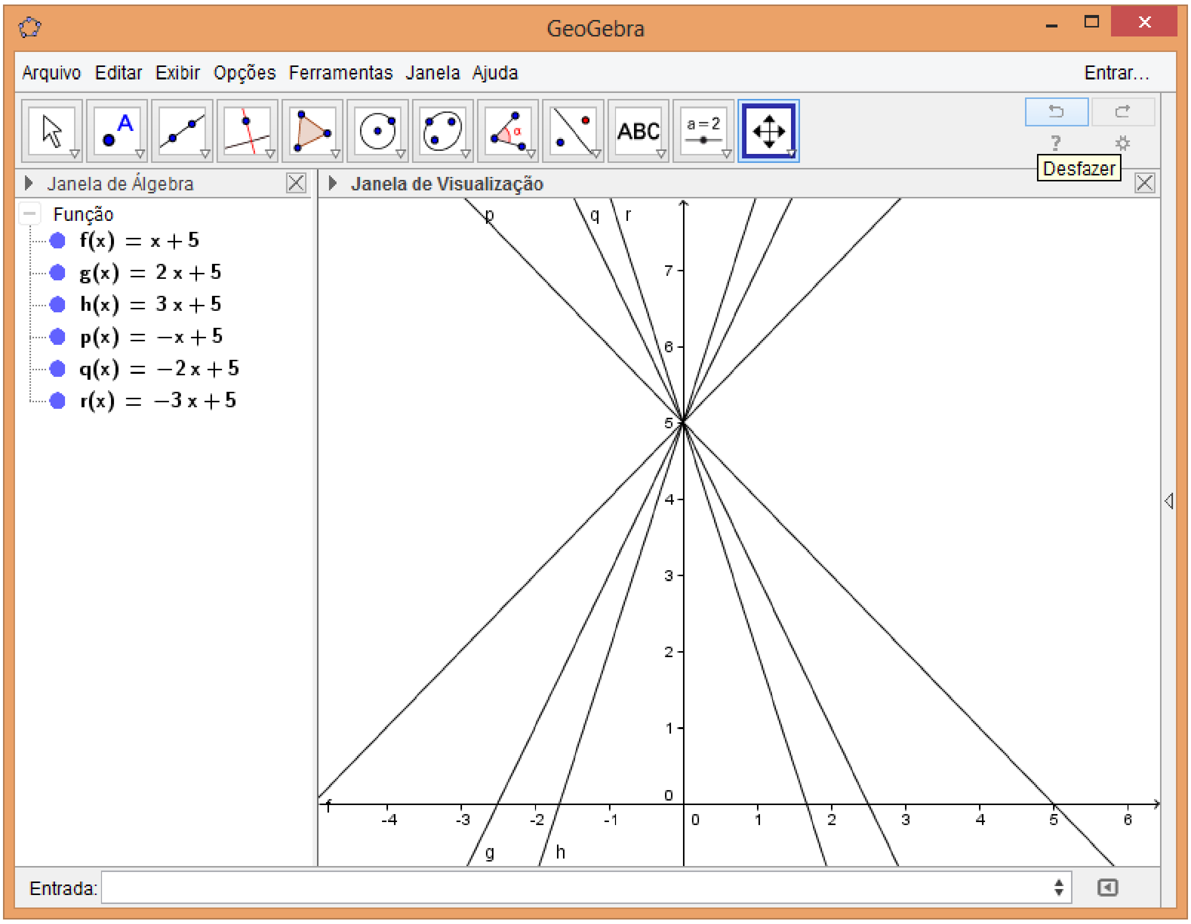
No período em que ocorreu a formação, Alice estava atuando na Secretaria Municipal de Educação.

A participante declarou ter experiência como professora de matemática na Educação Básica, e em utilizar computadores em sala de aula. Justificamos a escolha dos dados dessa participante por ela estar presente em todos os encontros propostos na ação de formação.

Dentre as atividades que iremos analisar no processo de Alice, destacamos a Atividade 3, do primeiro encontro, em que foi proposta a plotagem de funções polinomiais de 1º grau, de forma que o coeficiente “b” ficasse fixo e o coeficiente a>0. Alice plotou seis funções, sendo o coeficiente angular de valores a > 0, e com valores de a < 0.

A escolha dos formadores por limitar as representações gráficas para valores de “a” maiores que zero separadamente dos valores de “a” menores que zero, foi para que os participantes observassem o comportamento do gráfico em cada caso separadamente, pois questões relacionadas ao fato de mudança de sinal no valor de “a” são comumente conhecidas pelos professores de matemática (se “a” é positivo a função é crescente, se for negativo, a função é decrescente). Mas, Alice plotou funções com coeficientes de “a” positivos e negativos. A Figura 27 mostra as plotagens de Alice.

Figura 27 - Plotagem de Alice, Atividade três do primeiro encontro



Fonte: Dados da pesquisa

Após os participantes realizarem as plotagens o formador 02 levantou a seguinte questão: *Ao construir os gráficos das funções, o que podemos observar da relação entre o coeficiente “a”, quando a > 0, e a representação gráfica da função?*

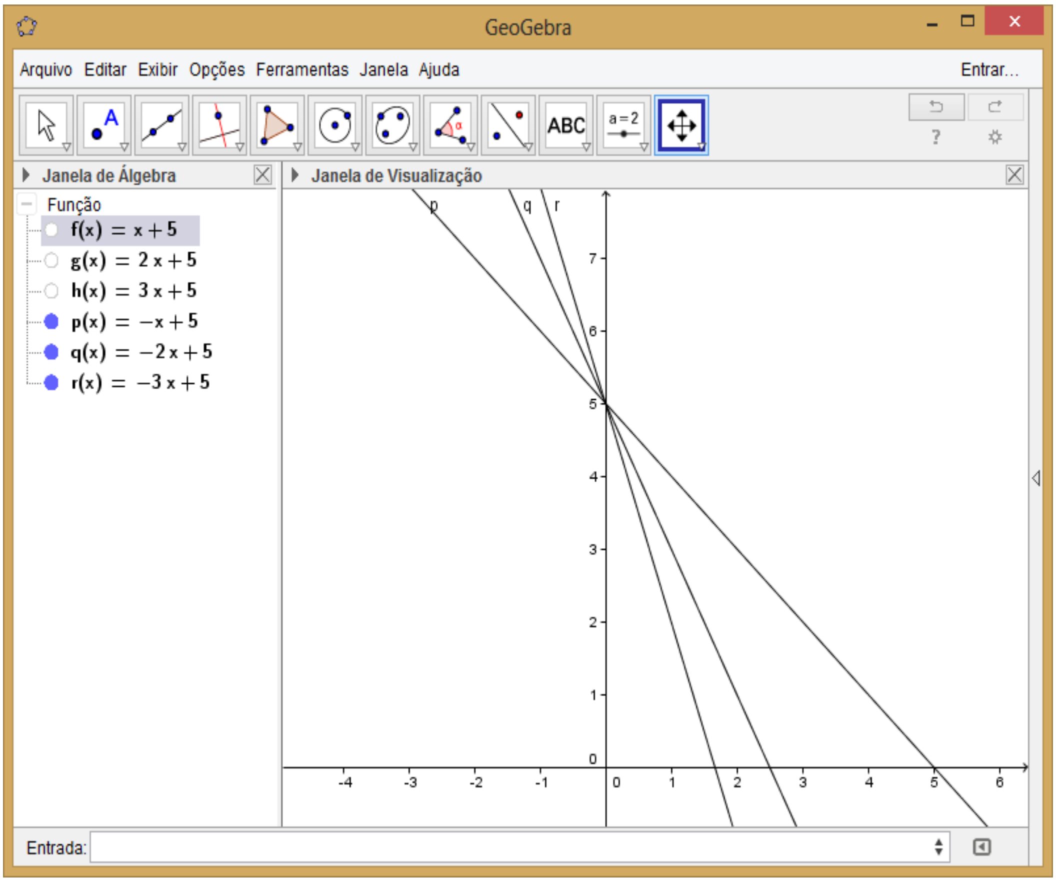
Alice disse: Vai mudando a inclinação da reta, na medida em que eu vou mudando o coeficiente “a”, vai mudando a inclinação da reta. (Naquele momento não foi questionado sobre a relação entre inclinação e os valores de “a”, ficamos sabendo apenas que identificou que há relação)

Formador 02: Tem como a reta ficar paralela ao eixo das abscissas?

Alice: Sim, será uma função constante.

Na sequência foi proposta, pelos formadores, a representação de gráficos de função polinomial de 1º grau, de forma que o coeficiente “b” ficasse fixo e o coeficiente “a” < 0. Alice utilizou as plotagens já construídas, desmarcando na janela algébricas funções em que a > 0. A Figura 28 mostra a representação gráfica das funções polinomial de 1º grau de Alice com o coeficiente “a” < 0.

Figura 28 - Alice representa funções polinomial de 1º grau com o coeficiente “a” < 0, Atividade três, item “c” do primeiro encontro



Fonte: Dados da pesquisa

Após as plotagens de Alice, o formador 02 questionou a participante sobre o que observava na construção, se há relação entre a representação gráfica das funções plotadas e o coeficiente “a”?

Alice respondeu*: sim, para a < 0 as retas são decrescentes, mudou a inclinação e ficou decrescente (se referindo ao fato da função ser decrescente. Nesse momento ela não foi questionada para justificar o significado das funções serem decrescentes). Isso não fica claro ao falar, o legal de você representar é que* *consegue ver, imagina falando para o aluno. O aluno não vai conseguir enxergar. Legal o jeito que vocês estão conduzindo a formação, fazendo perguntas, e ai a partir das perguntas ir construindo, sem dar o conceito pronto, vamos construindo o conceito juntos.*

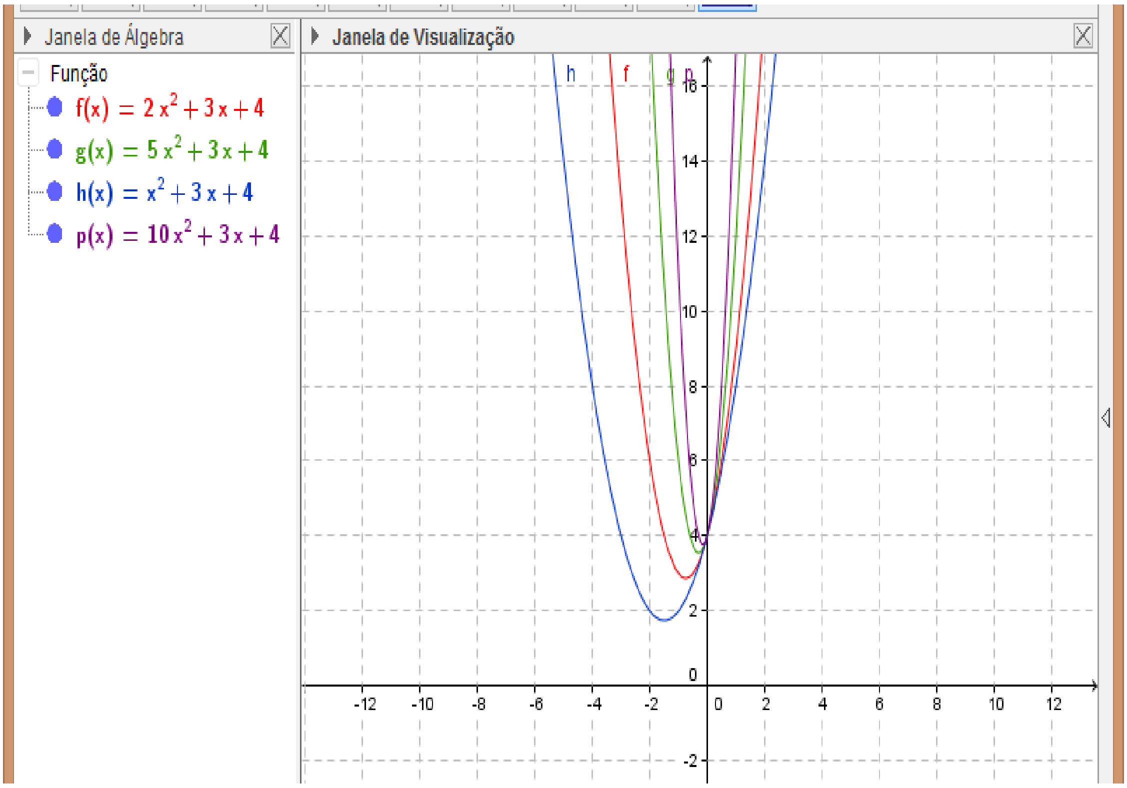
Considerando o ciclo de ações de Valente (2005), observa-se que no desenvolvimento da atividade proposta, Alice vivenciou o processo de reflexão a partir de ações de abstração empírica, pois ao observar suas plotagens, a participante observou características do objeto na tela do computador, baseando-se em características do que é observável, quando o formador 02 pergunta: *ao construir os gráficos das funções, o que podemos observar da relação entre o coeficiente "a", quando a > 0, e a representação gráfica da função?* Alice responde: *vai mudando a inclinação da reta, na medida em que eu vou mudando o coeficiente "a", vai mudando a inclinação da reta.*

Na sequência, ainda nesta atividade, o formador 02 fez a seguinte questão para a participante: *tem como a reta ficar paralela ao eixo das abscissas?* Alice responde: *Sim, será uma função constante.* Observa-se que neste momento Alice afirmou que é possível a reta (representação gráfica da função polinomial de primeiro grau) ficar paralela ao eixo das abscissas, mas será uma função constante. A participante vivenciou o processo de reflexão a partir de ações de abstração pseudo-empírica, pois a participante não dependeu apenas dos resultados observáveis como na abstração empírica, mas também mobilizou propriedades já construídas, no caso, propriedades como a representação gráfica de uma função constante.

Podemos afirmar que houve indícios de (re) construção de conhecimento sobre função polinomial de 1º Grau, pois durante o processo evidenciamos momentos de abstração empírica e abstração pseudo-empírica. A professora relacionou o coeficiente "a" da expressão algébrica com a representação gráfica (inclinação da reta, crescente e decrescente) e mobilizou conhecimentos sobre função constante. Apenas nada sinalizando sobre o como o valor do coeficiente "a" se relacionada com a inclinação da reta, e também não foi questionada sobre isso.

Na Atividade 2, do segundo encontro presencial, foi proposto, com o uso do GeoGebra, o estudo da relação entre o coeficiente "a" da função polinomial do 2º grau e a sua representação gráfica, a partir da plotagem de gráficos de algumas funções, fixando os valores dos coeficientes “b” e “c” e alterando apenas o valor do coeficiente “a”, sendo a > 0. A Figura 29 mostra a representação gráfica de funções polinomial de 2º construídas por Alice.

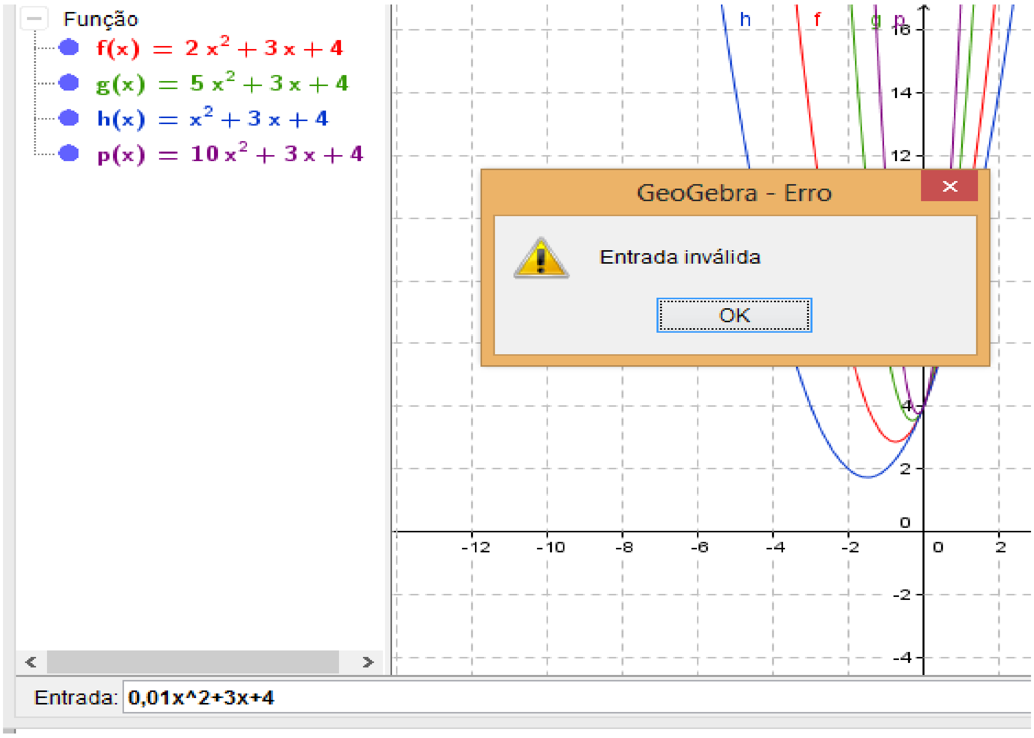
Figura 29 - Alice representa funções polinomial de 2º, atividade dois, letra b do segundo encontro



Fonte: Dados da pesquisa

Após a plotagem dos gráficos, o formador 02 questionou sobre o que pode ser observado da relação entre o coeficiente “a” e a representação gráfica da função, quando a > 0, e Alice tentou plotar um novo gráfico. A Figura 30 mostra a tentativa da nova plotagem de Alice.

Figura 30 - Alice tenta plotar um novo gráfico de função polinomial de 2º grau na atividade dois do segundo encontro

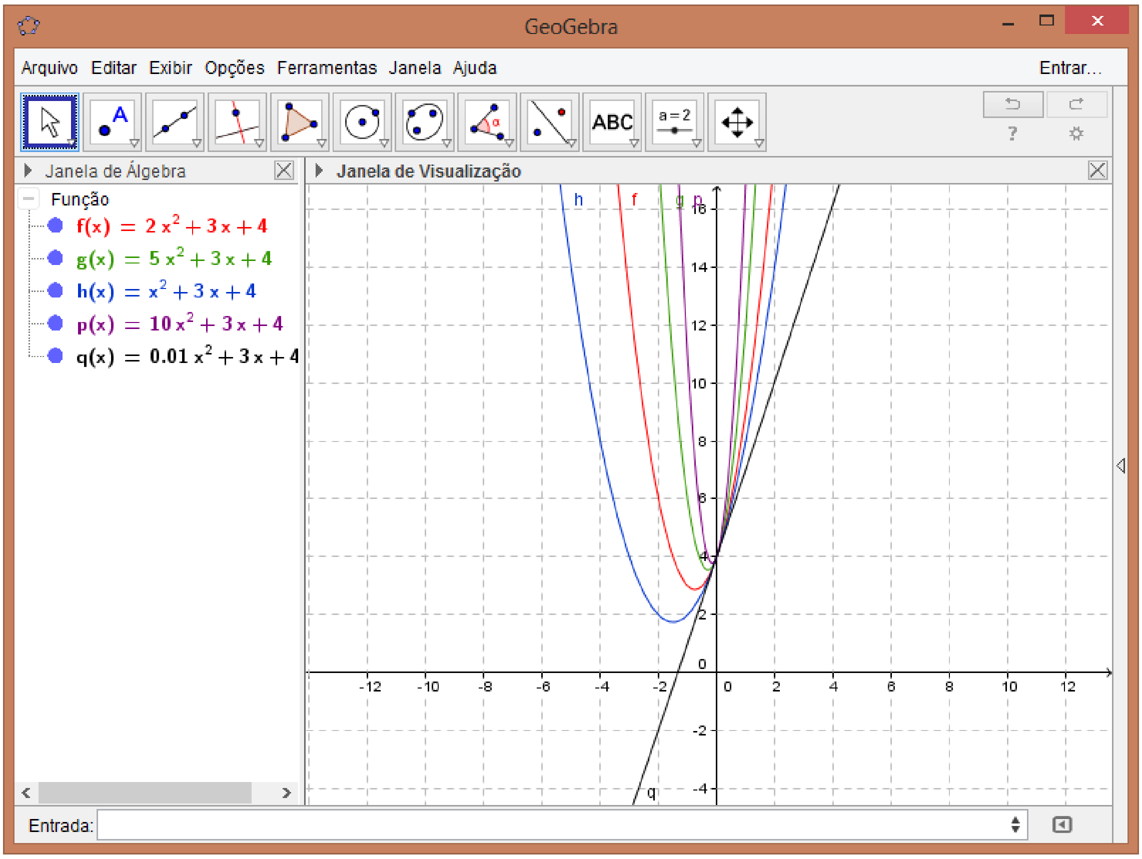


Fonte: Dados da pesquisa

Naquele momento, o software GeoGebra apresentou uma mensagem de erro “Entrada inválida”, pois quando Alice inseriu o comando para sua nova construção, o software não reconheceu a vírgula utilizada no coeficiente “a” da nova função. A participante reviu a estratégia utilizada e fez uma nova descrição, substituindo a vírgula por ponto, assim o software plotou sua nova construção.

Considerando o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem de Valente (2005), observa-se que no desenvolvimento da atividade proposta que a participante vivenciou a ação de depuração, reviu a estratégia relacionada ao conhecimento tecnológico para fazer uma nova descrição substituindo a vírgula por ponto, ou seja, inicia-se um novo ciclo de ações. A Figura 31 mostra a plotagem do novo gráfico.

Figura 31 **-** Alice plota um novo gráfico de função polinomial de 2º grau, atividade dois do segundo encontro



Fonte: Dados da pesquisa

Após a plotagem, Alice disse: *ah ele não aceitou essa aqui como de segundo grau, eu coloquei ponto, será que eu teria que colocar parênteses. Eu tentei usar aqui um número bem pequeno e não deu certo.*

Para nós, na fala da participante não fica explicito o porquê ela disse que “*não deu certo”,* mas ao analisar a representação gráfica, acreditamos que Alice fez essa afirmação porque a representação gráfica da função q(x) tem aparência de uma reta, em função do zoom da tela, diferente da representação gráfica das outras funções plotadas.

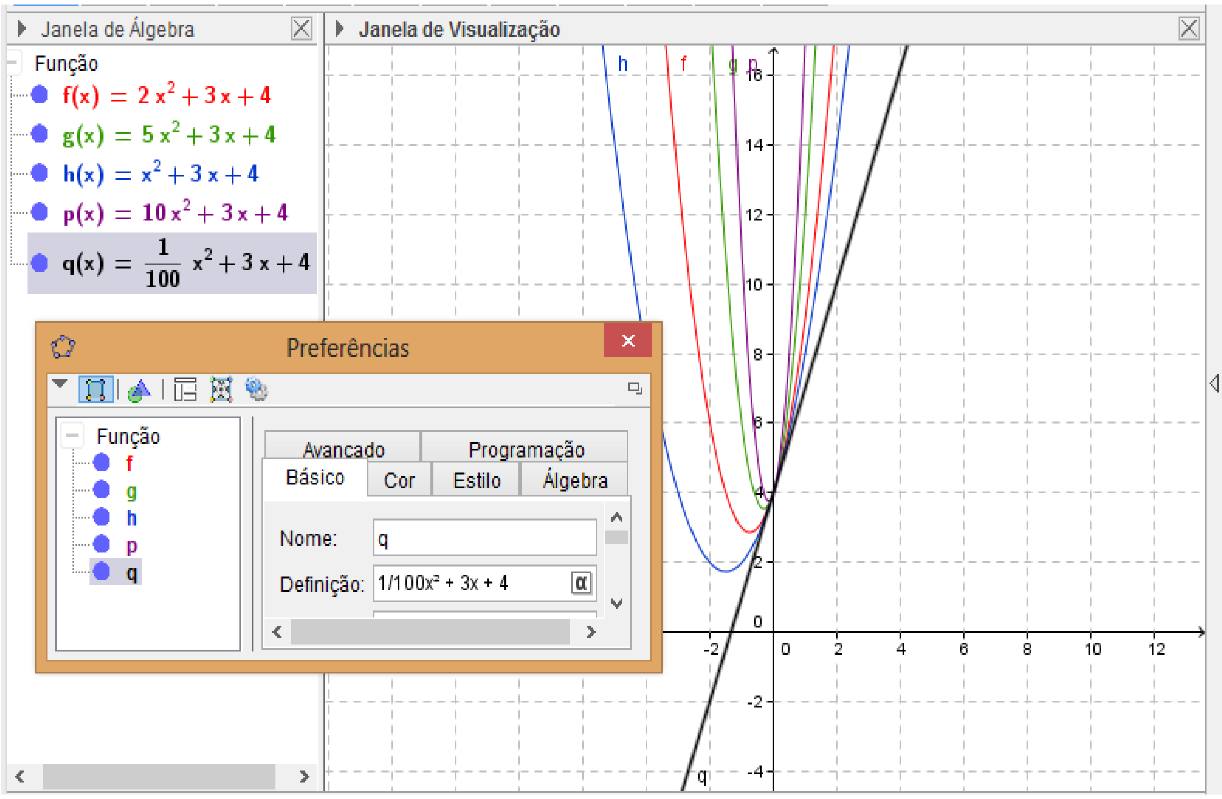
O formador 02 questionou a professora: é decimal?

Alice responde: sim, será que tem que ser em forma de fração?

Formador 02: será?

Alice alterou a forma que estava representado o coeficiente “a”, de decimal para fração. A Figura 32 mostra Alice alterando de decimal para fração a forma de representar o coeficiente “a”.

Figura 32 - Alice altera a forma que está representado o coeficiente “a”, de decimal para fração



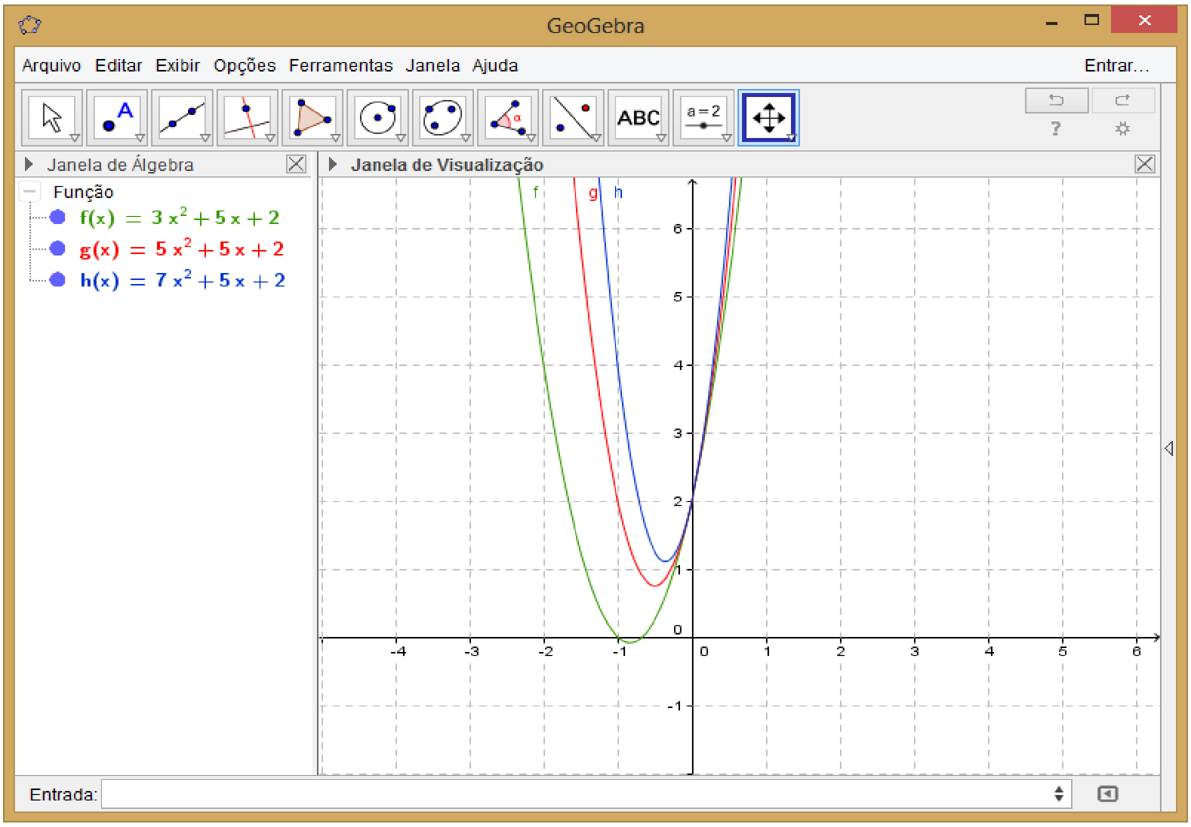
Fonte: Dados da pesquisa

Alice modificou a forma de representar o coeficiente “a” da função q(x), de forma decimal para forma de fração, mas a representação gráfica da função q(x) plotada não sofreu alterações.

A participante não se manifestou, acreditamos que neste momento caberia intervenção dos formadores, ou seja, a professora poderia ser questionada sobre o porquê da alteração, na forma de representar o coeficiente “a”, não modificou a representação gráfica da função q(x). Mas, nada foi questionado ou explorado em relação a essa questão do uso do zoom naquele momento.

Na sequência, por sugestão dos participantes, o formador 02, utilizando a lousa digital, inicia a plotagem de alguns gráficos, com funções também sugeridas pelos participantes. A Figura 33 mostra a construção realizada pelo formador 02 utilizando a lousa digital.

Figura 33 - Utilizando a lousa digital, o formador 02 plota gráficos de função polinomial de 2º grau



Fonte: Dados da pesquisa

Após o formador 02 representar alguns gráficos de funções na lousa digital, perguntou aos participantes: *o que aconteceu, há alguma relação entre a representação algébrica e a representação gráfica das funções representadas?*

Alice respondeu: quando muda o valor do coeficiente "a" mexe alguma coisa na abertura da parábola.

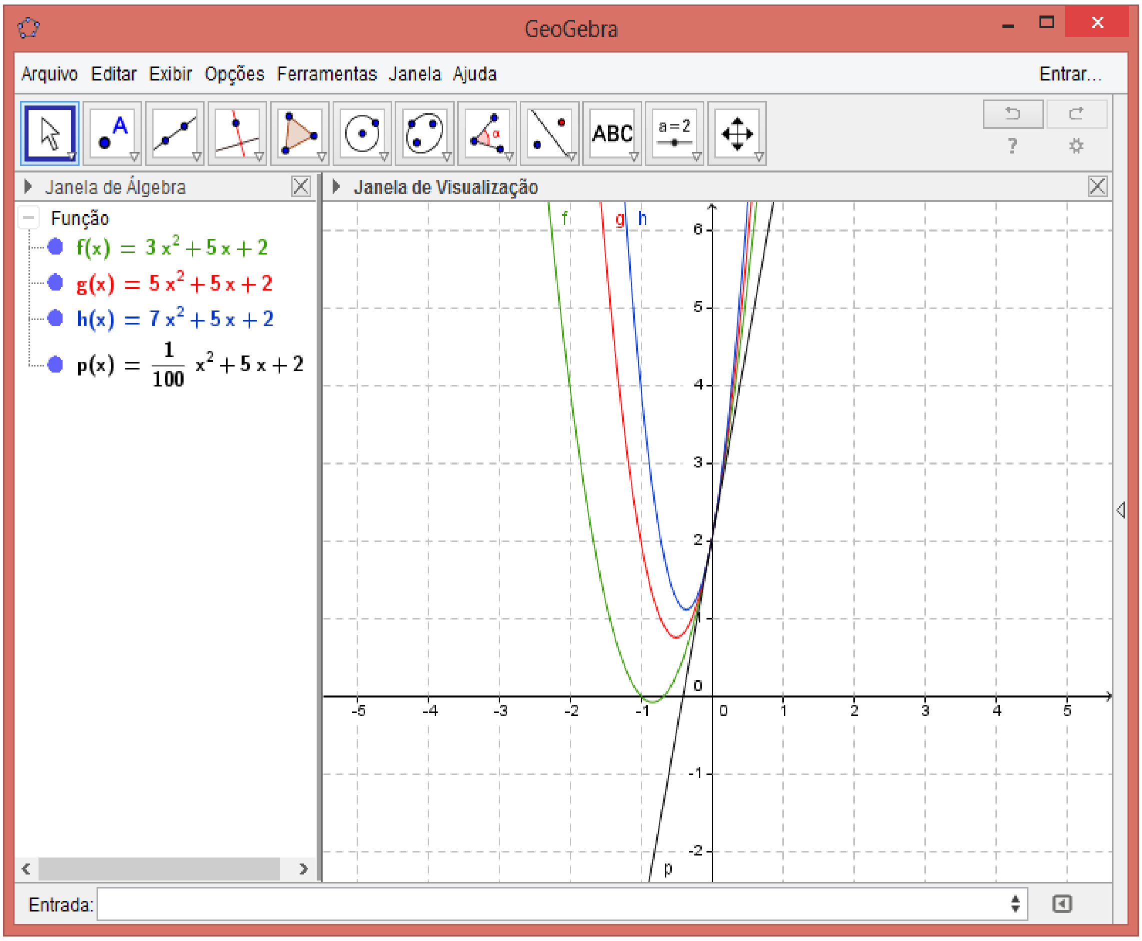
Formador 02: Nas construções de vocês aconteceu a mesma coisa?

Alice: Sim. Quanto maior o valor do coeficiente "a", a parábola vai se aproximando do eixo y, e vai fechando. Fiz um teste colocando o valor de "a" próximo de zero, coloquei "a" com valor de um centésimo.

Formador 02: então vamos fazer aqui na lousa, e ver o que acontece!

A Figura 34 mostra a construção do formador 02, utilizando a lousa digital, com o valor do coeficiente “a” igual a um centésimo.

Figura 34 - Construção do formador com o valor do coeficiente “a” igual a um centésimo



Fonte: Dados da pesquisa

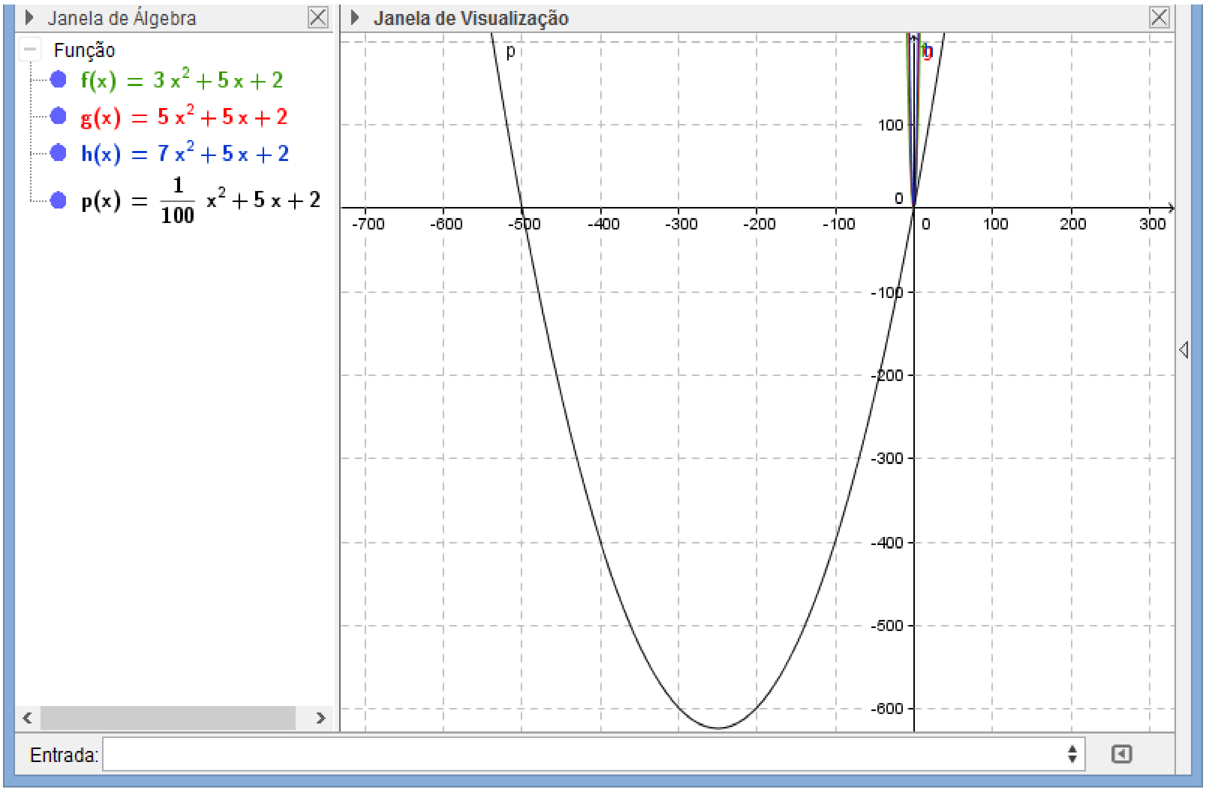
A função p(x) do formador 02 é a mesma função que Alice nomeou de q(x). Após as plotagens do formador 02 ele faz a seguinte exclamação: *então, olha o que aconteceu!*

Alice se manifestou, afirmando: É, acho que não deu certo.

Formador 02 sugere: vamos tirar um pouco esse zoom para ver o que acontece!

A Figura 35 mostra a construção do formador com menos zoom. (Neste momento o formador não oportunizou que os professores levantassem hipóteses sobre o que havia ocorrido, conjecturando e construindo conhecimento, e acabou fornecendo a resposta para o caso que “não deu certo”, conforme Alice).

Figura 35 - Construção do formador com o valor do coeficiente “a” igual a um centésimo, com menos zoom



Fonte: Dados da pesquisa

Após a visualização da construção do formador 02, com menos zoom, Alice disse: Ah, agora sim. Eu não estava enxergando isso.

O formador 02 questionou Alice: Por quê? O que aconteceu?

Alice: Então, quanto maior o valor de “a” menor fica a abertura da parábola, e quanto menor o valor de “a” a abertura da parábola fica maior.

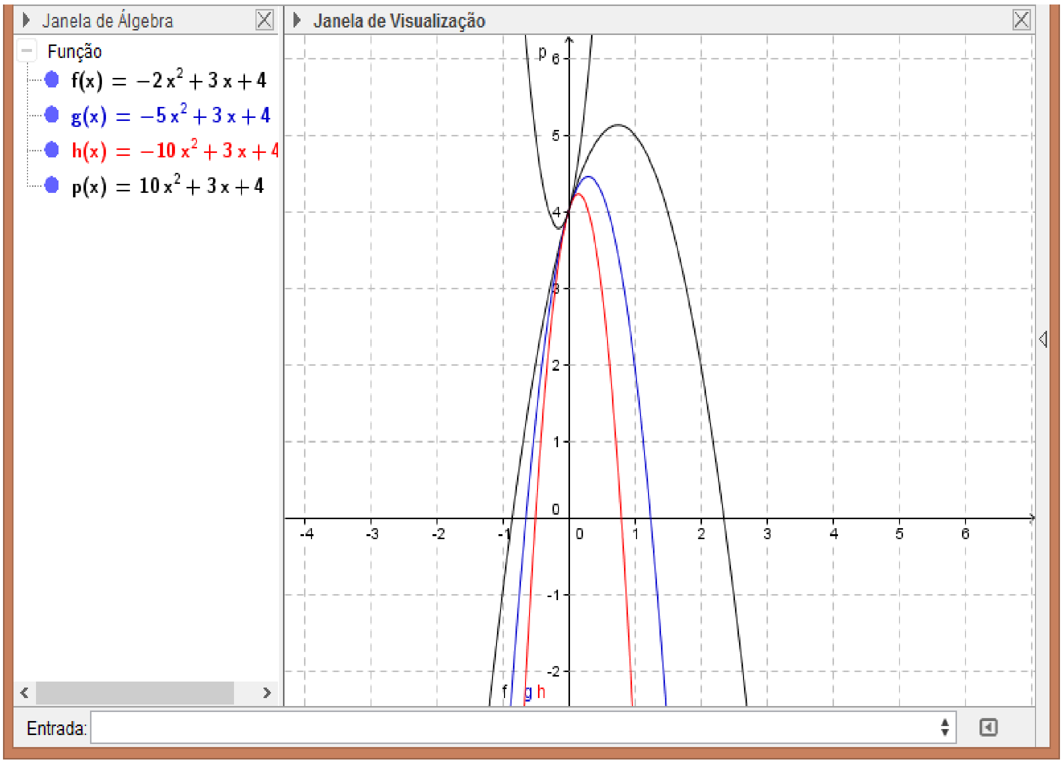
Considerando o ciclo de ações de Valente (2005), observa-se que Alice vivenciou processo de reflexão a partir de ações de abstração empírica, pois baseando-se em características materiais a professora observou na tela do computador a relação entre a alteração do valor do coeficiente “a” da função polinomial de 2º grau e a abertura da parábola na representação gráfica, chegando à conclusão de que “*quanto maior o valor de “a” menor fica a abertura da parábola e, quanto menor o valor de “a” a abertura da parábola fica maior”.*

Ainda nesta atividade há indícios de que Alice vivenciou o processo de reflexão a partir de ações de abstração pseudo-empírica, pois, após visualizar a representação gráfica da função q(x) da Figura 31, a participante diz: *ah ele* (GeoGebra) *não aceitou essa aqui como de segundo grau, eu coloquei ponto, será que eu teria que colocar parênteses? Eu tentei usar aqui um número bem pequeno e não deu certo.*

Naquele momento, a representação gráfica da função q(x) que estava na tela aparentemente parecia representar uma reta, mas quando Alice visualizou a representação com um zoom diferente, compreendeu algumas relações entre o coeficiente “a” da função e a representação gráfica da função do 2º grau, $f(x)=ax^2 + bx+c$.

E quanto à atividade relacionada com o uso do coeficiente $a < 0$, a participante chegou a fazer algumas afirmações após a representação gráfica. A Figura 36 mostra as representações de Alice.

Figura 36 **–** Representações de funções polinomial de 2º de Alice, Atividade 2, letra “e” encontro



Fonte: Dados da pesquisa

Alice faz a seguinte afirmação*: aqui, quanto menor o valor de "a", mais fechada a parábola, diferente de "a" positivo, que quanto maior o valor de "a" mais fecha a parábola.*

As análises, apoiando-se nos estudos de Valente (2005) sobre o ciclo de ações e a espiral de aprendizagem, indicam que há momentos de (re) construção de conhecimento por Alice, sobre função polinomial de 1º Grau e sobre função polinomial de 2º grau. Sobre função polinomial de 1º Grau podemos afirmar que Alice vivenciou momentos de abstração empírica e abstração pseudo-empírica. A professora relacionou o coeficiente "a" da expressão algébrica com a representação gráfica da função, mobilizando conhecimentos sobre: a inclinação da reta.

E sobre função polinomial de 2º grau, podemos afirmar que, a professora mobilizou conhecimentos sobre sua representação gráfica da função (abertura de parábola), relacionando-a com o valor do coeficiente "a" da representação algébrica.

Nas demais atividades sobre funções (função modular, função exponencial e função seno) desenvolvidas por Alice, na ação de formação, os dados capturados ficaram com muitas intervenções de outros participantes, o que dificultou a análise dos mesmos.

Optou-se por não usar os dados obtidos nas atividades desenvolvidas no AVA, pois os registros não contribuíram para evidenciar possíveis (re)construções de conhecimento.

No próximo capitulo serão apresentadas algumas considerações finais a partir das análises realizadas nesta dissertação, considerando a questão e objetivo geral da pesquisa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa orientou-se pela questão: *como ocorre a (re) construção de conhecimentos sobre funções por professores de matemática ao usarem o software GeoGebra na realização de atividades sobre funções* e, objetivou analisar a (re) construção de conhecimentos de funções por professores de matemática com o uso do software GeoGebra, ao participarem de uma ação de formação continuada. Para alcançar o objetivo geral definimos como objetivos específicos: analisar estratégias usadas pelos professores e conhecimentos mobilizados no desenvolvimento das atividades com o uso de tecnologias digitais e; identificar e analisar dificuldades dos professores de matemática ao desenvolverem atividades com o uso de tecnologias digitais.

A partir do referencial teórico, constituímos a análise de dados sobre a óptica das possíveis abstrações vivenciadas pelos sujeitos da pesquisa no desenvolvimento das atividades (propostas na ação de formação) sobre funções, utilizando o software GeoGebra. Ao explicitar possíveis abstrações na análise de dados, observou-se estratégias utilizadas e dificuldades encontradas pelos sujeitos (professores) ao realizarem as atividades propostas. A partir da análise de dados, podemos afirmar que, houve indícios de (re)construção de conhecimentos sobre funções pelos dois participantes cujos dados foram analisados, por processo de abstrações empíricas e pseudo-empírica.

Maria estabeleceu relações entre coeficiente linear e coeficiente angular de funções do 1º grau e sua representação gráfica; relação entre o coeficiente “a” da função polinomial de 2º grau e a representação gráfica da função (“a” determina a abertura e o fechamento da parábola na representação gráfica); relação entre a amplitude da “onda” senoidal que representa geometricamente a função seno e a alteração do valor de “a” na função do tipo f(x)= a. sen(x).

E sobre Alice, podemos afirmar que a professora mobilizou conhecimentos relacionados à função de 1º grau, como a relação entre o coeficiente “a” da função e a inclinação da reta. E, com relação à função de 2º grau, ela relacionou a abertura da parábola, representação gráfica da função, com a alteração do valor do coeficiente “a”, de forma que aumentando o valor do módulo de “a” ocorre o fechamento da curva da parábola na representação gráfica.

Assim, para (re)construir conhecimento, os participantes cujos dados foram analisados mobilizaram algumas informações sobre as funções apresentadas no decorrer do processo de formação, mas tiveram que (re) construir conhecimentos, mobilizando propriedades por meio de abstrações empíricas e pseudo-empíricas ao relacionarem a representação gráfica com a representação algébrica das funções propostas nas plotagens realizadas no GeoGebra. Neste sentido, a ação de formação continuada contribuiu para (re) construção de conhecimentos sobre funções dos dois participantes, cujos dados foram analisados.

Quanto às dificuldades encontradas pelos professores, podemos citar a falta de conhecimento de alguns recursos do GeoGebra, que os colocavam em dúvida em relação à representação do conhecimento matemático. Um exemplo foi o uso do zoom na representação gráfica de uma função do 2º grau.

Quanto ao processo de formação de professores, observou-se, que a postura construcionista dos formadores, na maioria das ações, favoreceu o processo de (re) construção de conhecimentos sobre funções, pois oportunizou aos participantes, a formulação de estratégias de resolução dos problemas propostos. Em alguns momentos observamos a falta de questionamento por parte dos formadores para desafiar os professores a justificarem suas certezas, e levantarem e confirmarem mais conjecturas, podendo obter mais dados para analisar a (re)construção de conhecimentos dos professores.

Tivemos algumas dificuldades no decorrer da pesquisa, como constituir e manter um grupo de professores na ação de formação continuada. Ao propormos o “curso” de formação continuada obtivemos um número satisfatório de inscrições. No entanto, quando iniciou a formação, poucos participantes compareceram e, também enfrentamos algumas desistências após o início da formação.

Alguns encaminhamentos da pesquisa são merecedores de reflexão, como a quantidade de conteúdos abordados na experimentação. Uma outra proposta de atividades poderia focar na realização de mais atividades envolvendo o mesmo conteúdo. Esse encaminhamento poderia favorecer o processo de análise da (re)construção de conhecimento por parte dos professores.

Outra reflexão é sobre o uso do AVA, que deveria ter recebido mais atenção dos formadores em relação às atividades propostas e atitude de intervenção junto ao grupo e atividades. Um encaminhamento diferente poderia ser o de os formadores assumirem uma atitude no AVA que favorecesse e oportunizasse o aprofundamento das discussões nas atividades propostas, de forma que pudéssemos melhor evidenciar o processo de (re)construção de conhecimentos.

Um ponto positivo quanto à coleta de dados foi o uso do vídeo com áudio do ambiente de formação e do software para captura de vídeo e áudio nos computadores. Essa escolha favoreceu acompanhar em detalhes o ambiente de aprendizagem coletivo e individual.

A partir da pesquisa realizada, ainda há muito para ser pesquisado, mas algumas questões estão relacionadas diretamente a esta pesquisa: Se houve, quais foram as mudanças da/na prática pedagógica dos professores participantes da ação de formação? Como professores de matemática (re)constroem outros conhecimentos algébricos usando o GeoGebra? Uma certeza que temos é a de que ao compor um novo grupo de professores para uma ação de formação continuada, teremos novos dados para este campo da pesquisa, pois as reflexões e análises realizadas nesta pesquisa serão orientadores, conhecimentos prévios, a serem considerados nas próximas pesquisas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. **Informática e formação de professores**. Coleção Informática Aplicada na Educação. São Paulo: MEC/SEED/PROInfo, 1999.

_________ . **ProInfo:** Informática e Formação de Professores. Brasília: Ministério da Educação, Volume I, 2000.

_________ . **ProInfo:** Informática e Formação de Professores. Brasília: Ministério da Educação, Volume II, 2000.

_________ . Novas tecnologias e formação de professores reflexivos**.** In: IX Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 1998, Águas de Lindóia. **Anais...** São Paulo: USP, 1998. p.1-6.

BECKER, Fernando. **Educação e construção do conhecimento.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

_________. Abstração pseudo-empírica e reflexionante: Significado epistemológico e educacional. **Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas,** Marília-SP, v.6, nov. 2014. Disponível em: <http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/download/4276/3105>. Acesso em: 09 jan. 2016.

BITTAR, Marilena; GUIMARÃES, Sheila Denize; VASCONCELLOS, Mônica**. A integração da tecnologia na prática do professor que ensina matemática na educação básica**: uma proposta de pesquisa - ação. Florianópolis, nov. 2008, v. 3, n. 1. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/13033>. Acesso em: 11 jun. 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica**. Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias:** orientações curriculares para o ensino médio, v.2. Brasília, 2006. 135 p.

CARVALHO, Sergio Freitas. **Formação continuada em serviço e o uso da lousa digital em aulas de matemática:** ações e reflexões de um grupo de professores. Campo Grande, MS:UFMS, 2014. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2014.

FERRAZ, Ademir Gomes. **Esboço do gráfico de função:** um estudo semiótico. Recife, PE: UFPE, 2008. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de Pernanbuco, 2008.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar:** como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. Rio de Janeiro: Record, 2003.

MACEDO, Lino de. **Ensaios pedagógicos:** como construir uma escola para todos. 1. ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 2005.

MALTEMPI, Marcus Vinicius. Novas tecnologias e construção de conhecimento: reflexões e perspectivas. In: V CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2005, Portugal. **Anais eletrônicos**...Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/Publicacao/Maltempi-cibem.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2015.

MALTEMPI, Marcus Vinicius; APOLINÁRIO Guilherme. Um Ambiente de Aprendizagem Baseado na Construção de Páginas Web**. Núcleos de Ensino da UNESP**, São Paulo, 2005. Disponível em: <http://www.unesp.br/prograd/nucleo2005/indexne2.php>. Acesso em: 10 fev. 2015.

OLIVEIRA, Adamo Duarte de. **Reconstruindo o conceito de paralelogramo com o software klogo:** uma experiência com professores de matemática. Campo Grande, MS: UFMS, 2012.Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2012.

PAPERT, Seymour. **A Máquina das Crianças**: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PIAGET, Jean. **Abstração reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

SILVA, Luana Quadrini da. **Formação de professores dos anos iniciais para o ensino de geometria plana:** uma experiência com o software klogo. Campo Grande, MS: UFMS, 2014. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2014.

VALENTE, José Armando. **Computadores e conhecimento:** repensando a educação. Campinas: UNICAMP,1993.

_________ . **Informática na educação:** Instrucionismo x construcionismo. Educação Pública, Rio de Janeiro. 1997. Disponível em: <http://www.divertire.com.br/educacional/artigos/7.htm>. Acesso em: 05 ago. 2014.

_________ . **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas :UNICAMP/NIED, 1999.

_________ . **Espiral da espiral de aprendizagem:** o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. Campinas, SP:UNICAMP, 2005. Tese (Livre-Docência), Universidade Estadual de Campinas, 2005.

VERMIEIRO, Jonas Lobato. **Uso de laptops educacionais nas aulas de matemática em escolas públicas de Mato Grosso do Sul**. Campo Grande, MS:

UFMS, 2014. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2014.

ZUFFO, Darci. **A formação de professores para o uso das tecnologias educacionais:** o que apontam as teses e dissertações defendidas no Brasil no período de 2003 a 2008. 2011. Curitiba, PR: PUC, 2011. Dissertação de Mestrado em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2011.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE COMPROMISSO

Ministério da Educação

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Instituto de Matemática

TERMO DE COMPROMISSO

O presente termo tem como objetivo esclarecer os procedimentos de nossa pesquisa, principalmente os relativos à utilização dos dados coletados.

O material coletado (atividades realizadas nos encontros e no ambiente virtual do curso, gravações em áudio, gravações em vídeo) servirá de base para as análises da pesquisa cujo objetivo é analisar a (re) construção de conhecimentos de funções por professores de matemática com o uso de tecnologias digitais, ao participarem de uma ação de formação continuada.

As transcrições e registros obtidos nos encontros com o grupo e usados como dados para a pesquisa, não terão identificação dos professores em nenhuma publicação científica de nossa autoria.

Campo Grande, 21 de março de 2015.

Profª Dra. Suely Scherer	Mauro Eduardo de Souza
Orientadora	Mestrando

Professor(a) participante da pesquisa