UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL – UFMS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CRISTIANO DA SILVA DOS ANJOS

CRENÇAS DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA QUE EMERGEM EM SUAS INTERAÇÕES COM UM LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO

CAMPO GRANDE / MS

2014

CRISTIANO DA SILVA DOS ANJOS

CRENÇAS DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA QUE EMERGEM EM SUAS INTERAÇÕES COM UM LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como exigência para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação do Professor Dr. Marcio Antonio da Silva.

CAMPO GRANDE / MS

2014

CRISTIANO DA SILVA DOS ANJOS

CRENÇAS DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA QUE EMERGEM EM SUAS INTERAÇÕES COM UM LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como exigência para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação do Professor Dr. Marcio Antonio da Silva.

Resultado ___________________________

Campo Grande (MS), _____ de ____________ de ___________.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva (Orientador)

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)

____

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)

____

Profa. Dra. Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES)

Dedicatória

A Deus, que tem sido a inspiração para meu viver;
Ao Seu filho, Jesus Cristo, que me fez acreditar em coisas impossíveis aos olhos do homem;
Em momentos mais tristes, quando não encontrei respostas nas "coisas" naturais da Terra, do "céu" ouvi Sua doce voz dizendo: "*Aquele que Te criou; Aquele que O formou: não tema, pois Eu o resgatarei, Eu o chamei pelo nome; você é meu. Quando você atravessar as águas, Eu estarei com você; quando você atravessar os rios, Eles não o submergirão; quando você andar através do fogo não se queimará, as chamas não o deixarão em brasas. Pois Sou o Senhor, o seu Deus, o Santo de Israel, o seu Salvador".*
(Adaptação do texto bíblico de Isaías, 43:1-3).

AGRADECIMENTOS

A Deus, por conduzir meu caminho e proporcionar a convicção de que é Dele que provém não somente a sabedoria humana, mas a origem da vida. Ao longo desta pesquisa minhas forças se esgotaram, mas a manifestação de seu grandioso poder me fez acreditar ser possível, pela fé, alcançar sonhos e superar as adversidades;

Aos meus pais, João Francisco dos Anjos e Quitéria da Silva dos Anjos, pelo carinho e amor incondicional e pelo constante incentivo a prosseguir os estudos;

À minha irmã Luciana da Silva dos Anjos e ao meu cunhado Frederico Alex, que sempre estiveram presentes em minhas conquistas. Obrigado pelo apoio familiar que me deram durante este mestrado;

Ao Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva, que dedicou sabedoria e paciência ao longo das orientações deste trabalho. Suas atitudes pessoais e profissionais são modelos que seguirei em minhas futuras práticas como educador matemático. Faltam-me palavras para agradecer todos os gestos de amizade. Nos momentos mais difíceis que passei durante o ano de 2013, me apoiou de várias formas e, sempre que percebia a necessidade, falava: "*vai dar tudo certo*";

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que, por meio da bolsa concedida, proporcionou as condições necessárias para a dedicação exclusiva a esta pesquisa;

Aos meus professores do Mestrado: Marilena Bittar, José Luiz Magalhães de Freitas, Luzia Aparecida de Souza, Patrícia Sândalo Pereira e Jader Otávio Dalto. Agradeço a todos, igualmente, pelos momentos de aprendizagem que proporcionaram;

Aos membros da banca, Profa. Maria Auxiliadora Vilela Paiva e Prof. José Luiz Magalhães de Freitas, que contribuíram com valiosas sugestões para a conclusão deste trabalho;

Aos colegas do Grupo de Pesquisa Currículo e Educação Matemática (GPCEM), pelos ótimos momentos de estudo e as contribuições que trouxeram para esta pesquisa;

Aos docentes da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS) que participaram de minha graduação, especialmente Dr. Antonio Sales, Dr. José Felice, Me. Sonner Arfux de Figueiredo, Dra. Alaíde Pereira Japecanga Aredes, Ma. Sandra Albano da

Silva e Me. Luiz Orestes Cauz. Sem suas contribuições e ensinamentos não poderia chegar até aqui.

Ao amigo e professor, Dr. Antonio Sales, que contribuiu grandemente em min escolhas profissionais e para a continuidade dos meus estudos;

Aos amigos do Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) que mobilizaram recursos financeiros no período em que me ausentei dos estudos para o tratamento de saúde. As mensagens de carinho que recebi quando estava no hospital foram primordiais à minha recuperação.

Às amigas Kely Fabrícia Pereira Nogueira, Edinalva da Cruz Teixeira Sakai, Jackeline Riquielme de Oliveira, Shirlei Paschoalin Furoni e Deise Maria Xavier de Barros Souza. Agradeço por todo o carinho e tempo que foram dedicados. Não saberia dimensionar as contribuições que trouxeram para a conclusão desta pesquisa;

Às amigas, ou melhor, irmãs, Jackeline e Shirlei. Agradeço pela parceria feita ao longo das orientações e da pesquisa de campo. Os momentos em que compartilhamos nossos conhecimentos, experiências e aprendizagens foram muito gratificantes;

Aos amigos da Escola Estadual Padre Anchieta, pela oportunidade de fazer parte da "Família Anchieta". Vocês me mostraram que o amor é a essência de uma Educação de qualidade;

À grande amiga Joice Aquino de Freitas. Agradeço especialmente por ter me feito sorrir para a vida até mesmo nos momentos de aflição, quando findaram minhas esperanças de finalizar este mestrado. O tempo que passamos juntos no Hospital de Barretos jamais será esquecido;

Aos amigos da Igreja do Evangelho Quadrangular (IEQ), em especial o Pastor Alício Aristimunho e a Pastora Odete Aristimunho, que contribuíram indiretamente para minhas conquistas com ensinamentos bíblicos que me fortaleceram e ampliaram meus conhecimentos;

Ao amigo Renato Escobar, pelos momentos em que estivemos juntos, nos quais compartilhamos os sonhos que Deus projetou em nossos corações. Agradeço também a parceria na correção deste trabalho;

Aos profissionais do Departamento de Neurocirurgia do Hospital de Câncer de Barretos, que contribuíram indiretamente para a conclusão deste trabalho. Agradeço especialmente a Enfermeira Fernanda Cordeiro, ao Dr. Carlos Afonso Clara, ao Dr. Renato de Castro Capuzzo e a Assistente Social Janaína Lopes.

Creio Que Tu És a Cura

Composição: Mike Guglielmucci

Me escutas quando clamo
E acalma o meu pensar
Me levas pelo fogo
Curando todo meu ser

Confio em Ti, confio em Ti

Creio que Tu és a cura
Creio que és tudo para mim
Creio que Tu és a vida
Creio que não há outro igual a Ti
Jesus, eu preciso de Ti

Me escutas quando clamo
E acalma o meu pensar
Me levas pelo fogo
Curando todo meu ser

Confio em Ti, confio em Ti

Creio que Tu és a cura
Creio que és tudo para mim
Creio que Tu és a vida
Creio que não há outro igual a Ti
Jesus, eu preciso de Ti
Não há outro igual a Ti

Nada é impossível para Ti
Nada é impossível
Nada é impossível para Ti
Tens o meu mundo em tuas mãos

Nada é impossível para Ti

Nada é impossível

Nada é impossível para Ti

Tens o meu mundo em tuas mãos

RESUMO

ANJOS, C. S**. Crenças de um professor de Matemática que emergem em suas interações com um livro didático do Ensino Médio.** Campo Grande, MS, 2014. [Dissertação – Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS].

Esta dissertação relata a investigação de crenças de um professor de Matemática que emergiram nas interações estabelecidas com um livro didático do Ensino Médio. Como a literatura nacional se mostrou escassa em pesquisas sobre como e quando os professores recorrem e se apropriam de recursos disponíveis em materiais curriculares e diante do pouco conhecimento existente a respeito de crenças docentes explicitadas nesse contexto, a linha adotada nesta pesquisa para a interpretação de crenças educacionais foi constituída por um método indireto, orientado à interação do professor com o livro didático no ensino de *logaritmos* e *trigonometria*. O conceito de crenças foi fundamentado no campo da Educação Matemática, com base nos estudos de Alba Gonzalez Thompson. Já os pressupostos teóricos de Mathew Willian Brown forneceram os aportes para a interpretação da relação entre os recursos pessoais do professor e os recursos curriculares do livro didático. O enfoque central deste estudo foi interpretativo, sendo que a produção dos dados pautou-se em observações e gravações de vídeo da prática docente, em documentos como livros didáticos e cadernos de planejamento, bem como nos registros da lousa. Para complementar esse material, foram realizadas entrevistas semiestruturadas sobre a carreira profissional, os planejamentos e os resultados do conjunto de aulas que foi acompanhado /observado. As análises apontaram que muitas das crenças do docente que foi alvo central da observação se originaram ao longo de sua formação escolar e acadêmica e se moldaram em suas experiências e terminaram por definir fortes características de seu pensamento, decisões e ações didáticas atuais. Essas influências juntas conduziram o docente a formar um modelo de ensino diretivo, pautado em uma perspectiva centralizadora. Foi possível notar ainda a necessidade do docente de adaptar a proposta original do livro didático e/ou omitir os recursos curriculares os quais não acreditava que fossem coerentes com suas crenças sobre a Matemática e com o seu modelo de ensino orientado aos estudantes. As ações adotadas pelo docente pareceram advir da influência de outras crenças e vínculos com objetivos educacionais mais abrangentes, especialmente sua interpretação sobre (i) avaliação; (ii) linguagem e uso de recursos do livro didático; (iii) papel do professor; (iv) objetivos da escola na formação do aluno (habilidades Matemáticas, desempenho, atitudes e motivações em relação à disciplina); (v) papel e comportamento do aluno; (vi) gestão da sala de aula; (vii) metodologia “eficaz” na resolução de problemas; (viii) avaliações em larga escala (concursos, vestibular, Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM) e (ix) instrumentos avaliativos no ensino (provas formais, resolução de tarefas em aulas e organização do caderno do aluno). Dessa forma, ficou observado que a falta de reflexão crítica do docente sobre o seu sistema de crenças resultou em grandes incoerências entre o seu pensamento e as suas práticas e a necessidade de repensar criticamente as crenças tradicionalistas no contexto da formação de professores de Matemática e, igualmente, a urgência de reflexão a respeito de quais estruturas de recursos curriculares são projetadas nos livros didáticos e de que maneira poderiam ampliar as capacidades docentes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Crenças de professores de Matemática. Relação entre professores e livros didáticos. Materiais curriculares. Ensino médio.

ABSTRACT

ANJOS, C. S**. Beliefs of a teacher of mathematics that emerge in their interactions with a high school textbook.** Campo Grande, MS, Brazil, 2014. [Master's thesis – Graduate Program in Mathematics Education, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul].

This paper reports the investigation of mathematics teacher's beliefs that emerged in the interactions established with a high school textbook. As the national literature showed scant research on how and when teachers resort and appropriate from available resources and curriculum materials before the little existing knowledge about the beliefs teachers explained that context, the line adopted in this research for the interpretation of beliefs education was established by an indirect method, oriented to the interaction of the teacher with the textbook in teaching logarithms and trigonometry. The concept of belief was grounded in the field of mathematics education, based on studies of Alba Gonzalez Thompson. Have the theoretical assumptions of Mathew William Brown provided the contribution to the interpretation of the relationship between personal teacher resources and curriculum resources from the textbook. The central focus of this study was interpretive, with the production of the data was based on observations and video recordings of teaching practice, in documents such as textbooks and notebooks planning as well as the records of the board. To complement this material, semi-structured interviews about the career, the plans and the results of the set of classes, which was accompanied / observed, were performed. The analyzes showed that many of the beliefs of the teacher who was the central target of the observation originated throughout his school and academic education and shaped in their experiences and finished strong by defining features of his thinking, decisions and current didactic actions. These influences together led the teacher to form a model of governing education, based on a centralized perspective. It was also possible to note the need for teachers to adapt the original proposal of the didactic and / or book omit the curriculum resources which are not believed to be consistent with their beliefs about mathematics and its teaching model geared to students. The actions taken by the teacher seemed to result from the influence of other beliefs and ties to broader educational goals, especially his interpretation of (i) review; (ii) language and use of resources of the textbook; (iii) role of the teacher; (iv) school goals in the student's education (mathematics skills, performance, attitudes and motivations regarding discipline); (v) the role and behavior of the student; (vi) management of the classroom; (vii) "effective" methodology in solving problems; (viii) large-scale assessments (contests, vestibular, National High School Exam - ESMS) and (ix) evaluation tools in education (formal proofs, solving tasks and organization of classes in the student's notebook). Thus, it was observed that the lack of critical reflection on teaching your belief system resulted in large inconsistencies between their thinking and their practices and the need to critically rethink the traditionalist beliefs in the context of teacher education in mathematics and, also the urgency of reflection about which structures are designed curriculum resources in textbooks and how teachers could broaden capabilities.

Keywords: Mathematics Education. Teachers Beliefs of Mathematics. Relationship between teachers and textbooks. Curriculum materials. Secondary school.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE DIAGRAMAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Quando penso na trajetória que levou essa pesquisa a ser construída, se destacam várias situações vivenciadas não apenas no curso de mestrado, mas também na carreira profissional. O início do trabalho na educação foi também o começo da minha atuação como professor de Matemática na Educação Básica.

Apesar do presente estudo ter várias ligações com as práticas que adotei em sala de aula, ele não surgiu especificamente desse contexto. Surgiu por intermédio de reflexões fomentadas por produções no campo da Educação Matemática, mencionados mais adiante. Por isso, inicialmente falarei sobre como o objeto desta pesquisa foi constituído e depois lançarei um olhar retrospectivo sobre os aspectos da minha carreira profissional que interligaram as experiências vivenciadas ao contexto da investigação desenvolvida.

O que posso afirmar de antemão é que a aproximação que ocorreu no campo da Educação Matemática não surgiu efetivamente durante a minha graduação no curso de licenciatura em Matemática, cursado entre os anos de 2005 a 2008 na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS). O desejo de adentrar a este campo se deu por meio das minhas experiências em sala de aula que, dentre outros aspectos positivos e negativos, incluíram diversos fracassos no processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Vivências que me permitiram perceber que a prática adotada como educador matemático se apresentava de modo incoerente ao que orientavam as propostas atuais de ensino. Isso fez surgir a necessidade e o desejo de estudar e de aprofundar o conhecimento sobre os aspectos didáticos que se relacionam com a Matemática escolar.

Outras reflexões sobre a prática e a formação docente fluíram mais intensamente durante o ano de 2011, quando cursei duas disciplinas (Formação de Professores de Matemática e Tópicos Fundamentais de Cálculo) do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS).

No ano seguinte, 2012, tomei parte do curso como aluno regular e tive a convicção de que isso traria grandes contribuições para minha formação acadêmica. Foi uma percepção que se consolidou devido ao conhecimento obtido no ano anterior, decorrente de alguns estudos do Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva na linha de pesquisa “Formação de Professores de Matemática”. As duas disciplinas mencionadas no parágrafo anterior foram ministradas pelo docente e deram o lastro inicial para o interesse e engajamento no tema selecionado.

Um trabalho significativo do Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva foi a sua tese de doutorado, que apresentou excelentes apontamentos sobre os currículos de Matemática e os critérios para a escolha e a organização de conteúdos do Ensino Médio a partir de teorias curriculares pós-modernas (SILVA, 2009). Não somente seus trabalhos me encantaram, mas seus procedimentos de ensino e sua postura como educador tiveram igual efeito. Por tais motivos, pessoalmente, foi um privilégio ser seu orientando.

Foi nesse ponto que comecei a pintura da "tela" desta pesquisa. Mas, as ideias subjacentes dessa construção surgiram no início da formação do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Currículo (GPCEM ou GP100), do qual faço parte, em fevereiro do ano de 2012. As discussões iniciais e as leituras de textos realizadas no grupo forneceram ótimas problematizações e promoveram indagações sobre a relação entre os professores e os materiais curriculares (BROWN, 2002; 2009).

No Brasil, há muito poucas pesquisas sobre essa temática. Isso inclui as discussões curriculares e as questões sobre como o professor interage com livros e guias didáticos, documentos curriculares, material concreto, materiais digitais, computadores e assim por diante (REMILLARD *et al.,* 2009; GUEDET *et al.,* 2012).

Diante dessa realidade, o GPCEM passou a se interessar pela compreensão das interações estabelecidas pelos professores de Matemática quando utilizavam livros didáticos, tanto em seus planejamentos quanto em sala de aula, especificamente no Ensino Médio e no campo das escolas públicas. Esse interesse orientou o olhar investigativo para as escolas públicas estaduais da cidade de Campo Grande, capital de Mato Grosso do Sul (MS). Como grupo, pensamos que a escolha desse nível de escolaridade seria interessante, uma vez que possibilitaria certas intercessões entre as produções[1] realizadas pelo Prof. Marcio sobre os currículos da Matemática do Ensino Médio.

Além das perspectivas teóricas estadunidenses sobre a relação entre professores e materiais curriculares, nas reuniões do GPCEM também foi estudado o desenvolvimento profissional docente. Isso correu abordando conteúdos como, por exemplo, as reflexões sobre as maneiras pelas quais crenças, concepções, conhecimentos e tempo de experiências docentes (professores novatos e experientes) se relacionavam com as práticas profissionais adotadas na *práxis* cotidiana.

[1]O leitor poderá encontrar alguns textos sobre currículos do Ensino Médio e outros temas da Educação Matemática no sítio do nosso grupo de pesquisa: www.gpcem.com.br. Este grupo é coordenado pelo professor Marcio Antonio da Silva.

Dentre essas temáticas, a que mais chamou minha atenção foi "crenças docentes". Quero aqui explicar o motivo dessa escolha, iniciando pela menção de algumas experiências ocorridas entre os anos de 2009 a 2011, durante o trabalho como Coordenador da área de Matemática em uma escola pública da Rede Estadual de Ensino do Município de Nova Andradina/MS. Uma das minhas funções era o desenvolvimento de oficinas de Matemática e capacitações mensais para professores pedagogos das séries iniciais do Ensino Fundamental. Durante esse trabalho, se tornaram evidentes vários pensamentos e atitudes docentes que indicavam a presença de algo mais que uma mera escolha aleatória para a definição de suas práticas de ensino e aprendizagem.

Um exemplo: lidei com uma professora do 2º ano do Ensino Fundamental que sempre se questionava a respeito da necessidade de trabalhar as questões de Geometria do livro didático. Em sua concepção, a Geometria não lidava com objetos matemáticos, mas com conteúdos de Artes e o estudo da matemática era, basicamente, a resolução de contas mecanizadas com as quatro operações.

Outro caso: uma docente que insistia em reagir com castigos sempre que percebia um erro conceitual na atividade de um aluno. Para um erro banal de uma atividade matemática, o aluno deveria reproduzir exaustivamente o procedimento correto. A docente acreditava que dessa forma, ele não viria a esquecer e não erraria novamente.

Depoimentos e práticas similares a esses dois episódios ficaram registrados em minha mente e, atualmente, são interpretados pessoal e profissionalmente como crenças, visões, preferências e julgamentos errôneos sobre a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem, conforme definiu Thompson (1992).

Ainda posso dizer que tais atitudes apresentam vínculos com crenças, uma vez que são convicções pessoais que extrapolam até mesmo o senso comum. Crenças que pareciam estar cristalizadas no cotidiano daquelas e de outras professoras e professores de tal modo que, por mais que fossem realizadas intervenções, a exemplo das oficinas semanais, as práticas permaneciam inalteradas. Então, comecei a perceber que ouvir o professor e compreender aspectos de seu pensamento relacionados as práticas que adotavam eram importantes para a eficiência das formações continuadas. As diversas situações vivenciadas com aqueles docentes mais tarde acentuaram ainda mais meu desejo de pesquisa e de conhecimento do pensamento de profissionais que ministram aulas de Matemática.

Outro fato que despertou minha atenção foi a distância entre a teoria e a prática docente. Tinha como pressuposto que o trabalho docente deveria ser orientado por uma corrente teórica bem delimitada, mas, os estudos de Alba Thompson mostraram que o pensamento e a ação docente não se fundamentam em uma pedagogia educacional coerente, mas em uma "agregação eclética de causa-efeito, proposições de várias fontes, regras de ouro, generalizações extraídas da experiência pessoal, crenças, valores, conceitos e preconceitos" (CLARCK, 1998, p. 6 *apud* THOMPSON, 1992, p. 135).

Pois bem: voltando o olhar para as minhas experiências, um problema surgiu de imediato: na coordenação de área, o trabalho desenvolvido envolvia justamente a formação docente. Alguma bagagem a respeito dos conhecimentos pedagógicos eu trazia da minha formação inicial, mas não era suficiente para resolver os conflitos que emergiam sobre o ensino da Matemática na prática. Então, comecei a estudar as orientações curriculares, os manuais docentes e os Parâmetros Curriculares das séries iniciais, dentre outros textos, que forneciam argumentos para tratar os conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental com os professores. Por mais que esses materiais curriculares oferecessem apoio, eu percebia que estava sozinho na batalha para adquirir mais conhecimentos didáticos.

Foi nesse ponto que, no ano de 2010, retornei à Universidade em busca de orientação, não somente para melhorar meu desempenho como educador, mas para alcançar uma realização profissional. Com esse objetivo, procurei o Prof. Dr. Antonio Sales, que havia participado da minha formação inicial e, mais tarde, se tornou um grande amigo. Ele disponibilizou semanalmente um momento de estudo na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS, unidade Nova Andradina), para que discutíssemos a Didática da Matemática em uma perspectiva teórica francesa. Esses momentos de aprendizado despertaram em mim o desejo de imergir no campo da Educação Matemática.

É importante reiterar que, no ano de 2011, além de atuar na coordenação da área, fui contratado pela UEMS (Unidade Nova Andradina) para ministrar aulas de Álgebra e Geometria no curso de Matemática. Com essa última experiência na licenciatura, passei a me preocupar ainda mais com as questões versando sobre a formação docente.

Atualmente, reflito sobre pontos de vista que, no passado, sustentaram grande parte das ações que desenvolvi em sala de aula. Logo no início da carreira, no ano de 2008, ainda como professor leigo em uma escola particular, acreditava que um ensino eficaz era fruto da capacidade de lidar com os objetos matemáticos (propriedades, teoremas, axiomas, fórmulas, etc.). Por esse viés, também acreditava que, em posse desses conhecimentos, o docente seria sempre capaz de fazer com que um aluno aprendesse. Igualmente, acreditava que ensinar era expor o conteúdo no quadro e explicar oralmente. Presumia que isso produziria ótimos efeitos na aprendizagem.

Mas, atualmente, essa visão não condiz mais com meus pensamentos, pois os estudos realizados no grupo GPCEM e as disciplinas cursadas na pós-graduação influenciaram meu avanço acadêmico e trouxeram a reformulação de alguns conceitos da Didática da Matemática, bem como da formação docente.

As leituras que fiz de pesquisas como as de Thompson (1982, 1992), Pajares (1992) e Paiva (1999), dentre outras que abordavam os temas de concepções e crenças docentes, me proporcionaram uma visão mais esclarecedora sobre a complexa relação existente entre o pensamento docente e as práticas que o professor adota em sala de aula. No entanto, compreendi também que o problema não estava resolvido: existiam, bem como ainda existem, muitas questões e dilemas sobre essa prática. Junto com tais estudos, as reflexões relacionadas às práticas educacionais, inclusive as pessoais, modificaram muitas das crenças que afetavam a minha ação educativa. Em contrapartida, o conhecimento que foi adquirido acrescentou novas dúvidas e inquietações que, por sua vez, me impulsionaram ao pensamento crítico que resultou nesta pesquisa.

Assim, a compreensão das crenças e das experiências particulares dos professores de Matemática se tornou meu objeto de investigação. Aos poucos, dei forma ao trabalho, conforme a pesquisa de campo se desenvolvia e permitia observar as diferentes práticas dos docentes de Matemática. As motivações surgiram naturalmente desse contexto, de modo que permitiram lançar esforços na investigação sobre como as crenças imergiam nas experiências do professor de Matemática em suas interações com os livros didáticos. Junto disso, a interação entre o professor e o livro didático foi o eixo adotado como ponto de partida para a investigação de crenças.

Logo, a articulação das vertentes mencionadas, somadas às minhas escolhas, direcionaram a um caminho com o seguinte objetivo: investigar as crenças de um professor de Matemática, que emergiram de suas interações com os livros didáticos em suas práticas profissionais.

A partir disso busquei, neste trabalho, responder às seguintes questões: como crenças de um professor de Ensino Médio emergem no ensino de conteúdos matemáticas e em suas interações com os livros didáticos? Por qual(is) razão(ões) elas vêem à tona? Por que tais crenças? Qual(is) sua(s) origem(ns)?

Uma discussão fundamental foi estruturada neste estudo: com respaldo nos trabalhos de Thompson (1992), atuei no sentido de desvelar o pensamento a ação docente, para conhecer o que esse profissional define como desejável para o ensino e para a aprendizagem da Matemática. Dessa forma, foi importante também para este trabalho o registro das nossas convicções, minhas e de meu orientador enquanto educadores matemáticos, de tal modo que o leitor pudesse conhecer sobre quais concepções a respeito do ensino e da aprendizagem da Matemática foram fundamentadas as inferências realizadas. Por isso, a respeito desse tema, será utilizada aqui a voz plural, por ser o discurso conjunto e a visão de orientador e orientando.

As concepções apresentadas na sequência foram constituídas por intermédio dos estudos por nós desenvolvidos no grupo GPCEM, em colaboração com outros pesquisadores. Dentre as leituras que realizamos, tiveram destaque que trataram de estudos culturais (Costa, 2010; Paraíso, 2012, Silva, 2011) e currículos da Matemática (Silva 2009; Silva, 2014), dentre outras, que proporcionaram ao grupo e a nós a construção da visão sobre os espaços educativos da contemporaneidade.

Segundo Costa (2010), os estudos culturais surgiram da movimentação teórica e política articulada contra as concepções elitistas e hierárquicas de cultura. Com o propósito de romper as desigualdades entre os povos, a problemática da sociedade atual se revelaria principalmente nas questões étnicas e raciais, pautas de destaque em discussões sociais, políticas e econômicas.

Dentro da perspectiva dos estudos culturais, também está a compreensão de que os processos de formação humana aconteceriam dentro das diversas organizações socioculturais, independentemente do controle escolar ou acadêmico. Defendemos, como educadores matemáticos, a educação como prática social (Freire, 1996), portanto, não limitada a uma instituição, ao passo que extensiva ao contexto em que ocorrem as transformações sociais de uma comunidade, modos de vida, trabalho, relações entre as pessoas, experiências individuais e coletivas e diversas atividades colaborativas entre sujeitos que vivem em espaços distintos.

Essas extensões da educação corroboraram, dentre outros fatores, para o ensino e a aprendizagem. Frente a isso, chegamos aos seguintes questionamentos centrais: quais os "legítimos" processos de ensino e de aprendizagem? Quem os detém (seria a escola, seria a universidade, seriam os diferentes grupos sociais)? Também foi considerada outra questão que, *a priori*, se parece bastante ingênua[2]: seria possível definir, por intermédio de uma frase, o significado do processo de ensino e a aprendizagem?

---

[2] Mas não o é. Lembro-me que realizei essa pergunta tempos atrás, logo que comecei a lecionar, no ano de 2008. Eu buscava respostas para explicar as deficiências que emergiam em minhas práticas pedagógicas. No meu entender, a solução consistia em uma única frase: faça "isso...", que vai dar certo! Nunca faça "assim...",mas, se

São indagações que certamente fogem da alçada deste estudo, mas que foram destacadas porque despertaram o interessem em caminhar rumo a novas[3] concepções sobre o ensino e a aprendizagem. Portanto, para esse fim, os estudos culturais forneceram algumas pistas sobre as questões elencadas e sobre novas formas de produção do conhecimento no contexto escolar e não escolar da sociedade atual.

Por essa perspectiva, Paraíso (2012, p. 24) afirmou que "existe pedagogia, modos de ensinar e possibilidades de aprender nos mais diferentes artefatos culturais, que se multiplicam em nossa sociedade, e vem ampliando os nossos objetos curriculares". De igual modo, Costa (2010, p. 144) apontou que os estudos contemporâneos retratam o termo "pedagogias culturais" para significar a existência de novas configurações educativas, nas quais a "[...] coordenação e a regulação das pessoas não se daria apenas pelos discursos circulantes nos espaços pedagógicos institucionalizantes como escolas e seus similares". Por exemplo: um aluno poderia aprender vários conteúdos fora da escola, em sua comunidade, programas de televisão, filmes, brincadeiras, ambientes digitais, relações sociais e assim por diante. "Isso significa que há *pedagogias culturais* [...] dentro e fora das instituições educacionais, estruturadas de acordo com as forças que regem a dinâmica comercial, política e cultural predominante do mundo contemporâneo" (COSTA, 2010, p. 144).

Assim sendo, pressupomos que, dentro das relações socioculturais de uma comunidade ocorra a produção autônoma de saberes em sua diversidade de conteúdos.

A evolução e a transmissão cultural desses saberes promoveriam, quase que naturalmente, processos de ensino e de aprendizagem diferentes daqueles planejados e sistematizados nas escolas. Os alunos estão inseridos neste contexto social e possuem uma identidade formada por intermédio de tempos e de espaços alheios às instituições formativas. É nesse sentido que a formação humana acontece, bem como sua (trans)formação. A escola, de um modo generalizado, seria apenas parte desse processo. Na verdade, a escola fica isolada das pedagogias culturais quando não reconhece e não valoriza as diferentes formas de produção de saberes.

---

fizer "aquilo..." os alunos certamente aprenderão. Passados seis anos, concluo que essas respostas prontas não existem. Os estudos culturais me proporcionaram a compreensão de que nós, educadores, temos muito a aprender sobre a produção de conhecimento nos diferentes grupos sociais. Esses processos são dinâmicos e, quando se articulam ao contexto educacional, produzem uma multiplicidade de práticas e de métodos de ensino que, no entanto, nada nos garantem sobre a efetivação da aprendizagem. Mas, nos fornecem algumas pistas e aproximações sobre as novas formas de ensino e de aprender da sociedade atual. Isso requer, acertadamente, inovações de práticas pedagógicas, de projetos educativos e de currículos que rigidamente são concebidos em nossas escolas.

[3] São novas para o próprio autor da pesquisa.

É possível acrescentar ainda que, na concepção da educação como prática social, ocorra o rompimento dos muros das instituições educacionais, até em razão do espaço escolar se apresentar resistente às mudanças que as demandas sociais almejam. As instituições educacionais, nessa visão, têm exercido o controle sobre os "legítimos" modos de produção de conhecimento da sociedade. Mais ainda: proporiam constantemente currículos e práticas desvinculados dos modos de vida dos aprendizes, impedindo dessa forma a significação dos conteúdos científicos dentro das diversidades culturais.

No Brasil, em contrapartida, na última década ocorre uma inovação nos processos pedagógicos em diversas organizações sociais. Os diferentes povos brasileiros não se acomodaram diante das questões polêmicas de ordem ambiental, social, cultural, política e econômica. Um exemplo são os grupos sociais em sua diversidade (quilombolas, povos indígenas, ribeirinhos, extrativistas, trabalhadores rurais e urbanos e outros), que tiveram seus direitos negligenciados ao longo da história. Estes buscam implementar nas instituições de ensino uma nova pedagogia originada de suas culturas, que visa principalmente a igualdade social e melhores condições de vida. A escola, nesse contexto, deveria vivenciar essa realidade social por intermédio de estruturas inclusivas e de um projeto político-pedagógico vinculado aos interesses e objetivos de cada comunidade (MOLINA, 2006).

Contudo, as instituições educacionais caminham lentamente e não incorporaram em seus currículos a totalidade dessa dinâmica mobilizada pela população brasileira, por intermédio da expressão de suas diferentes culturas, trabalho, produção de saberes e modos de vida. Tem sido um grande desafio para os trabalhos pedagógicos em Educação Matemática se inserirem satisfatoriamente no mundo cultural, em virtude das várias etnias que existem no Brasil e que vivenciam e externam diferentes modos de vida, valores, crenças e conhecimentos (BRASIL, 1998).

Foi pensando no distanciamento entre escola e sociedade, bem como nas questões polêmicas atuais que envolvem as diferenças sociais/étnicas/raciais que, concordamos com Silva (2014, p. 8), quando advertiu que a educação pelos caminhos da Matemática deve objetivar "a promoção da igualdade social por intermédio de uma formação crítica de cidadãos que busquem uma transformação profunda na realidade que vivenciamos atualmente, marcada pela desigualdade, intolerância e individualismo".

Por essa direção, a Educação Matemática no âmbito institucional pode corroborar para a transformação social de uma comunidade. Para isso, o ponto de partida é o pressuposto de que a escola "[...] uma vez inserida em um determinado *lócus*, deve assumir como responsabilidade a intervenção social nas questões inerentes à vida das pessoas do lugar, no sentido de melhorá-la, dando significado ao conceito de educação institucional" (MUELLER *et al.,* 2012).

Assim, a admissão de que há diferentes espaços de ensino e de aprendizagem que se movimentam nos segmentos sociais torna possível a concepção de outras questões, que vão além das ações didáticas e pedagógicas projetadas em sala de aula. É preciso admitir os processos formativos que ocorreriam no contexto não-escolar. Essa reflexão também propõe o rompimento de modelos de formação humana que promoveriam conteúdos descontextualizados dos objetivos da sociedade.

Essa questão foi abordada por Silva (2009, p. 14), quando advertiu sobre a necessidade de buscar critérios para a escolha e a organização dos conteúdos[4] da Matemática:

> [...] estes [critérios] devem levar em conta características culturais e os objetivos próprios de cada comunidade, para atender aos objetivos de uma escola comprometida com a busca pela igualdade, por meio da transformação social e, ao mesmo tempo, valorizando os conhecimentos científicos construídos por várias civilizações, ao longo da história da humanidade.

Outra concepção importante defendida neste trabalho, sob a perspectiva dos Estudos Culturais, foi a de que o processo de ensino no contexto escolar não implicaria necessariamente em aprendizagem. Essa visão foi pontualmente elucidada por Gallo (2008, p. 84, aspas do autor):

> Devemos desconfiar da certeza fácil de que aquilo que é ensinado é aprendido. Ou de que aquilo que é transmitido é assimilado. Já nos tempos bíblicos se falava que as sementes podem germinar ou não germinar, dependendo do solo em que caem. Pois bem: ensinar é como lançar sementes, que não sabemos se germinarão ou não, já aprender é incorporar a semente, fazê-la germinar, crescer e frutificar, produzindo o novo. Disso podemos concluir que não necessariamente o que é ensinado é aprendido. A aprendizagem é um processo sobre o qual não se pode exercer absoluto controle. Podemos planejar, podemos executar tudo de acordo com o planejamento, tomando todos os cuidados inimagináveis; mas sempre algo poderá fugir do controle, escapar por entre as bordas, trazendo à luz um resultado insuspeitado, inimaginável. [...] Uma aula pode "funcionar" muito bem em nossas cabeças, mas produzir situações e resultados completamente distintos nos alunos. Ou mesmo até produzir os resultados esperados, mas quem sabe meses, ou até anos depois.

No foco específico sobre a realidade escolar, campo deste estudo, o que consideramos[5] foi que o ensino poderia ser conduzido por diversos métodos. Nesse sentido,

---

[4] Silva (2009) tratou especificamente de conteúdos da Matemática para o ensino médio, no entanto, podemos deslocar suas compreensões para os diferentes níveis de ensino, desde a educação básica ao ensino superior.

uma proposta de ensino adotada pelo docente produziria efeitos positivos ou negativos na aprendizagem adquirida pelos alunos. Contudo, não existiria caminho certo ou errado: apenas o fato de que a ação didático-pedagógica seria a concentradora da reflexão, experiência significativa e produção do aluno. Nessa concepção, o ensino não se reduz a algo puramente sequenciado, seguro e bem planejado. Ao contrário: aqui advém a compreensão desse processo como uma analogia a uma estrada desconhecida, que se revela aos poucos ao longo de uma viagem, seja na sala de aula (ou fora dela) ou no diálogo com os alunos.

Esse processo pode ter várias curvas e bifurcações que nem mesmo professor poderia determinar, *a priori*, em seu planejamento. Se não fosse dessa forma, a interpretação da aprendizagem estaria submetida a um conhecimento mecanizado e sequencial, puramente cego e direcionado pela metodologia maçante que quantifica em um mesmo patamar as diferenças do pensar de cada aluno.

Partindo dessa consideração, foi buscada a compreensão do ensino como um movimento que daria vida ao conteúdo curricular, que não seria limitado às situações planejadas mas que abriria portas para o aluno arquitetar suas ideias. Para isso, o professor deveria realizar adaptações e improvisos de suas estratégias didáticas condizentes a realidade dos estudantes - quando interage seus recursos pessoais (como os conhecimentos, as crenças e os objetivos) aos recursos do material curricular (atividades de um livro ou manual didático, orientações didáticas de um plano de aula e outros) em uso.

Nessa ótica, o docente teria suas responsabilidades (como orientar e favorecer o espaço para discussões) e no momento de sua realização não exerceria o controle sob os processos de pensamento dos alunos. Nesse contexto, o aluno aprenderia quando se colocar efetivamente em uma relação com a atividade Matemática, situação que iria além da centralidade na técnica de ensino do professor. Frente a isso, as interpretações desse trabalho são alinhadas com as ideias de Gallo (2008, p. 84-86), quando, inspirado pelos trabalhos do filósofo Gilles Deleuze, afirmou que não existiria um método para aprender, conforme adiante:

> Pode até haver métodos para ensinar (eles pelo menos servem para tranquilizar as consciências perturbadas dos professores), mas não há métodos para aprender. O método é uma máquina de controle, mas a aprendizagem está para além de qualquer controle, a aprendizagem escapa, sempre.
>
> O aprendizado não pode ser circunscrito nos limites de uma aula, da audição de uma conferência, da leitura de um livro; ele ultrapassa todas essas fronteiras, rasga os mapas e pode instaurar múltiplas possibilidades.

---

[5] Orientador e orientando.

O aluno poderia, dessa forma, adquirir um conhecimento matemático por via da instrução do professor, mas, de um modo geral a aprendizagem não se submeteria a um processo metódico. O ensino de procedimentos mecanizados ou padronizados não seria favorecedor da aprendizagem de conceitos matemáticos, em extensão e interpretação às afirmações do autor.

No início da década de 1990, pesquisas em Educação Matemática já denunciavam práticas de ensino da Matemática pautadas na reprodução de modelos padronizados, conforme expôs D'Ambrosio (1993, p. 35):

> As pesquisas sobre a ação de professores mostram que em geral o professor ensina da maneira como lhe foi ensinado. Predomina, portanto, um ensino em que o professor expõe o conteúdo, mostra como resolver alguns exemplos e pede que os alunos resolvam inúmeros problemas semelhantes.
> Nessa visão de ensino o aluno recebe instrução passivamente e imita os passos do professor na resolução de problemas ligeiramente diferentes dos exemplos.

Em contrapartida, D'Ambrosio (1993, p. 38) também enfatizou a necessidade dos professores refletirem sobre suas concepções acerca da Matemática e os modos de concebê-la no processo de ensino:

> Há uma necessidade de os [...] professores compreenderem a Matemática como uma disciplina de investigação. Uma disciplina em que o avanço se dá como consequência do processo de investigação e resolução de problemas. [...] [A] Matemática evolui através de um processo humano e criativo de geração de ideias e subsequente processo social de negociação de significados, simbolização, refutação e formalização. [...] [Nessa direção,] o conhecimento matemático evolui da resolução de problemas provenientes da realidade ou da própria construção Matemática. O grande desafio da Educação Matemática é determinar como traduzir essa visão da Matemática para o ensino. Nossa sociedade em geral, e nossos alunos em particular, não veem a Matemática como a disciplina dinâmica que ela é, com espaço para a criatividade e muita emoção.

Portanto, no processo de ensino o professor deveria conduzir e incentivar o aluno na tomada de decisão frente às situações-problema propostas. O estudante deve, por sua vez, disporia de seu raciocínio lógico para argumentar e para divulgar suas próprias ideias. Para isso, o caminho do professor necessita estar aberto às múltiplas possibilidades de aprendizagem.

O esperado é que seja dessa forma, mesmo porque não se tem conhecimento exato sobre como funcionaria o pensamento do aluno diante da proposição da resolução de um problema, por exemplo. Também não seria possível indicar em que momento o aluno adquire determinado conhecimento. Pode ser que busque relações com elementos que não sejam ligados com a situação que o método docente estabelece, ou ainda faça interligação com suas próprias experiências e, sobre essas, não se pode ter previsão.

Nessa direção, a aprendizagem de um conceito matemático envolveria o trabalho do aluno na reconstrução do mesmo. É como se tal objeto histórico e cultural ainda não se encontrasse institucionalizado e o aluno tivesse de dar vida a esse novo saber. No entanto, o que subjaz essa construção é ter algo para ser resolvido, um problema para si. O aluno teria de entrar na situação a ponto de não somente resolver um problema e encerrar com isso. Pelo contrário: a aprendizagem deveria alavancar outros problemas e é dessa relação que surge a necessidade de agregar novos conhecimentos aos que já foram adquiridos.

Portanto, o aluno que passa horas em aulas de Matemática resolvendo um problema que é somente do professor, produziria um conhecimento estático e infrutífero para o seu desenvolvimento intelectual.

Também não se afirma nesta pesquisa que o processo histórico de desenvolvimento de conceitos deva ser reproduzido fielmente pelo aluno. Mas, deveria gerar estratégias idiossincráticas independentemente disso. Nesse sentido, "reconstruir" não seria o verbo adequado, mas sim a própria construção do conceito matemático conforme o nível intelectual do aluno. A cada construção realizada no pensamento se produzem novos significados, novas versões, mesmo se tratando de conceitos já sistematizados. A atividade Matemática não poderia se basear somente na prática do professor, nem somente na do aluno, mas de modo completo na troca dessas experiências e entre os próprios estudantes. Cabe aqui a noção de multiplicidade, na qual a aprendizagem se tornaria um processo que coloca em movimento múltiplas informações, interesses, interseções e conexões diversas entre ideias (GALLO, 2008).

O docente deve projetar atividades matemáticas de modo que o aluno possa conjecturar, levantar e testar hipóteses, descobrir e criar padrões matemáticos, argumentar, reconhecer e aplicar as informações em situações diferenciadas, comunicar suas ideias com outros colegas e assim por diante. Portanto, o estudo de um campo conceitual, neste viés, poria em movimento um conjunto de situações diferenciadas que abriga no centro da atividade Matemática a participação efetiva do aluno por intermédio da resolução de problemas.

Em nível de discurso, para esta pesquisa, essas noções sobre metodologia de resolução de problemas sem dúvidas se tornaram repetitivas e saturadas na Educação

Matemática. Por mais que sejam divulgadas de modo exacerbado, muitos professores argumentam nos corredores das escolas que tal proposta é uma utopia. Assim, a dimensão adotada foi a de que tal proposta não seria totalmente utópica, embora não possa ser seguida à risca, já que isso nem sempre seria possível na realidade. Antes disso, haveria a necessidade de refletir sobre qual o tipo de formação que os alunos receberiam pelas vias práticas docentes. Pois é conhecido que os procedimentos e as atitudes adotadas para a promoção do ensino e da aprendizagem se apresentariam revestidos de intencionalidades que permeariam intrinsecamente as crenças e as concepções docentes.

Uma vez discorridas as concepções sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, o tema passa à abordagem específica da estruturação prática desta pesquisa, o seu esqueleto formativo.

COMO A PESQUISA FOI ORGANIZADA

Norteado pelos problemas de pesquisa já reportados, este estudo foi estruturado da seguinte forma:

No primeiro capítulo está a temática da pesquisa, com a finalidade de localizar o leitor sobre onde repousam as raízes do interesse de estudo e da construção dos objetivos específicos e questões de investigação. São apresentadas também algumas pesquisas sobre crenças de professores de Matemática que descrevem os resultados mais relevantes ao campo de pesquisa e ao objeto de investigação. Ao final, é reportada a importância da investigação sobre as crenças no cenário da Educação Matemática.

No segundo capítulo são apontados os referenciais teóricos que forneceram suporte para as análises que foram realizadas neste estudo. Com essa finalidade, o capítulo tem início com a discussão da relação entre os professores e os livros didáticos, com base nos pressupostos de Matthew Willian Brown. Na continuidade do mesmo capítulo, são mencionadas algumas tendências internacionais de pesquisas sobre crenças em educação Matemática, seguidas de uma revisão de literatura que descreve as diversas definições teóricas de crenças docentes. No entanto, a condução da interpretação sobre a natureza e as propriedades de crenças, dos sistemas de crenças e da relação entre tais crenças e as práticas de ensino foi realizada conforme os pressupostos teóricos de Alba Gonzales Thompson (1992).

No terceiro capítulo são discutidos os aspectos metodológicos da pesquisa, com a apresentação da natureza qualitativa que conduziu a abordagem indireta na investigação de crenças. Por este caminho, o estudo também apresenta no capítulo a triangulação dos dados produzidos no campo de pesquisa por meio de observações e filmagens de aulas, entrevistas semiestruturadas sobre a carreira profissional, o planejamento e os resultados das aulas observadas. O capítulo também contém uma breve descrição do livro didático utilizado pelo professor investigado, em que se explicita a metodologia predominante de ensino e os recursos curriculares referentes aos conteúdos “propriedades operatórias de logaritmos” e “trigonometria”, temas das aulas observadas.

Ao final do capítulo em questão, é descrita a realização do processo de análise pela perspectiva teórica dos autores Powell *et al.,* (2004), que forneceu suporte para coletar e interpretar os dados em vídeo. Neste contexto, foram elucidadas sete temáticas de análise referentes às práticas profissionais de um professor de Matemática, chamado neste estudo de Roberto, por questões de confidencialidade.

O quarto capítulo contém a descrição das práticas de sala de aula adotadas por Roberto, analisadas à luz do referencial teórico de Brown (2002) e Thompson (1992). Tomando por norte as categorias de análise, o capítulo explicita como as crenças deste professor emergiram no processo de ensino a partir das interações estabelecidos com um livro didático aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Por último, são discutidos alguns resultados sobre os padrões característicos do comportamento pedagógico do docente Roberto, que conduziram a uma aproximação sobre como suas crenças se organizavam em seu pensamento e nas práticas de sala de aula.

CAPÍTULO 1
CONTEXTUALIZAÇÃO DA TEMÁTICA DE PESQUISA

1.1 DELINEANDO O ESTUDO EM UM PROJETO MAIOR

Para contextualizar e delinear os objetivos e a problemática desta investigação, é importante destacar que ela é uma das partes do projeto "Investigações sobre o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, por intermédio de suas relações com os livros didáticos"[6]. Este projeto, coordenado pelo Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva, conta com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

O referido projeto está vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (PPGEduMat-UFMS) e envolve a participação de pesquisadores (mestres, doutores, mestrandos e doutorandos) de outros três programas de Pós-Graduação, a saber: Educação, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS); Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e de Ensino em Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA – Canoas).

O desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática é a temática central que norteia os estudos sobre as relações e interações entre os docentes e os livros didáticos, por intermédio do qual o projeto foi construído. Nesta perspectiva o objetivo geral do projeto maior se delineou: investigar como as relações e interações estabelecidas entre os docentes e os livros didáticos influenciam o desenvolvimento profissional dos professores que ensinam Matemática.

Os estudos que foram inseridos nesse contexto também visaram discussões sobre o currículo, uma vez que o interesse foi a investigação das relações entre duas vertentes do processo curricular, segundo a perspectiva teórica de Sacristán e Pérez-Gómes (1998): o currículo planejado e o currículo em ação.

[6] Projeto aprovado na Chamada MCTI /CNPq /MEC/CAPES Nº 18/2012 - Ciências Humanas, Sociais e Sociais Aplicadas (Processo 405779/2012-7).

Esta última categoria se refere às reelaborações desenvolvidas dentro das práticas docentes em relação ao que seria apresentado nos materiais didáticos, nos manuais docentes, na organização do currículo escolar, nos documentos prescritos, dentre outros. Já para a noção de currículo planejado, a título de exemplo, é possível[7] mencionar os diversos materiais didáticos desenvolvidos para o uso de professores e de alunos. Na instância do currículo planejado, o referido projeto destaca os livros didáticos.

Portanto, do ponto de vista curricular, o projeto que alicerça esta pesquisa foi e é destinado a compreender como o professor interage com parte do currículo planejado, ou seja, o livro didático e como essa interação reflete no currículo em ação.

Com efeito, este projeto maior se orientou para o conhecimento de como essas interações se relacionariam com o desenvolvimento profissional docente. Foi considerado que essa última temática abarcaria um contexto mais abrangente em torno da relação entre o professor e o livro didático. Diversas vertentes teóricas delineadas na educação (Nóvoa, 1995) e na educação Matemática (Ponte, 1994b; Passos *et al.*, 2006) discutiram essa perspectiva, mas, aqui foi mantido o interesse no fato de que o desenvolvimento do professor de Matemática implicaria na retratação, por meio de entrevistas, de características da carreira profissional docente sobre o uso de livros didáticos que refletem em suas escolhas e práticas atuais. Contudo, é importante lembrar que no projeto maior que sustentou esta pesquisa, foram ressaltadas as limitações referentes à análise de características do desenvolvimento profissional:

> É evidente que a limitação do tempo da pesquisa é um fator que nos preocupa, principalmente porque o projeto buscará investigar o desenvolvimento profissional do professor. No entanto, esse desenvolvimento pode ser reconstruído por intermédio das entrevistas com os docentes, pois, a partir delas, analisaremos características desse desenvolvimento profissional, sempre ligado às relações dos professores com os livros didáticos (SILVA, 2012, p. 7).

O diagrama abaixo expõe alguns elementos da educação e/ou educação Matemática que dariam forma ao projeto maior e representam as possibilidades de pesquisas que poderiam ser elaboradas neste contexto, particularmente a problemática adotada por este estudo e seus objetivos, foram delineados e construídos por essa perspectiva.

[7] Ao contrário da parte introdutória desta pesquisa, a abordagem das questões teóricas é realizada com linguagem impessoal.

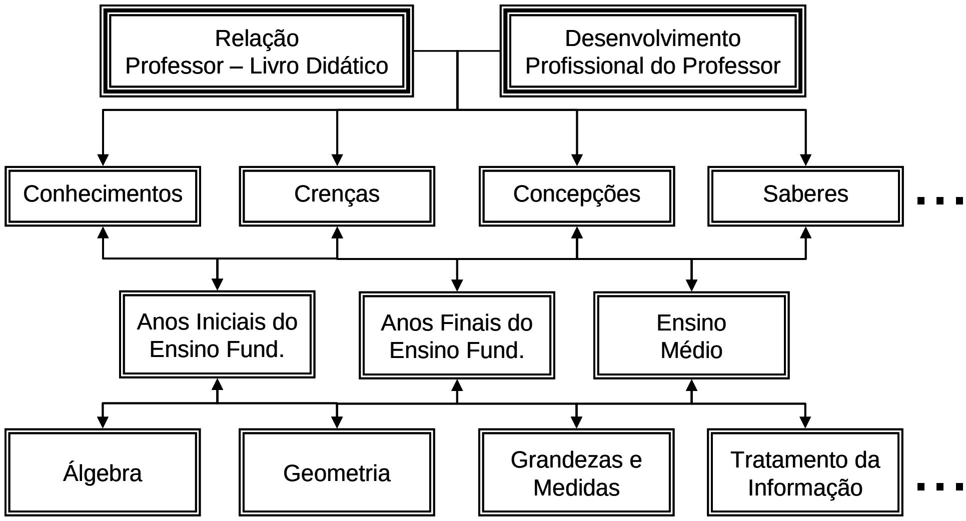


Diagrama 1- Possibilidades de pesquisas do projeto sobre o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, por intermédio de suas relações com relações com os livros didáticos. Fonte: Silva (2012).

No contexto do projeto, enfatiza-se que muitas pesquisas analisam abordagens de livros didáticos, mas não consideram as interações que os professores realizariam com as mesmas. Por outro lado, há investigações sobre crenças, concepções, conhecimentos e saberes docentes que ignoram a influência dos livros didáticos sobre a construção de perfis profissionais. Por essa razão, foi considerada nesta produção as implicações de duas vertentes, a saber: as crenças educacionais que emergiriam na relação entre professores e livros didáticos.

Essa última temática, os livros didáticos, foi fundamentada nas concepções de Brown (2002), autor que possui uma perspectiva mais abrangente e que teorizou a "relação entre professores e materiais curriculares".

Neste estudo, quando se faz referência à expressão "materiais curriculares", igualmente se utilizam as mesmas noções de Brown (2002), que aplicou o termo para significar uma variedade de recursos didáticos utilizados por professores em suas práticas profissionais. Como exemplo, podem ser citados os livros didáticos, os guias docentes, os documentos prescritos, os planejamentos, os *softwares* educacionais, os jogos, os materiais concretos (material dourado, blocos lógicos, ábaco, dentre outros), os materiais digitais e afins. Sumariamente, são as ferramentas físicas (que expressam e transmitem modos de ação para o trabalho docente) utilizadas pelos professores ao planejar ou desenvolver a aula. Todavia, como já mencionado, o foco deste estudo é o livro didático. Este é o tipo específico de material curricular para o qual foi dirigido seu foco investigativo.

Dentre as possibilidades de investigação dos aspectos do pensamento do professor de Matemática que emergiriam em suas práticas com livros didáticos, a investigação de crenças assumiu particular importância neste estudo. Para essa abordagem, foram utilizados os pressupostos de Thompson (1986; 1992).

Cabe lembrar que este projeto incluiu seis professores de Matemática que lecionavam em salas de aula do Ensino Médio, de escolas da Rede Estadual de Ensino. O critério de seleção levou em conta que estes professores deveriam utilizar livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) em suas práticas. No entanto, para as análises aqui desenvolvidas, foi selecionado apenas um deles, o Prof. Roberto, posto que foi possível identificar neste docente variadas crenças educacionais que respondiam diretamente aos problemas de pesquisa.

Os conteúdos matemáticos específicos tratados no estudo emergiram da pesquisa de campo, por intermédio dos planejamentos e das aulas presenciadas que foram ministradas pelo Prof. Roberto. Portanto, os assuntos abordados fazem parte dos blocos de conteúdo do Ensino Médio, a saber: Logaritmos, Matemática Financeira e Trigonometria.

A partir dessa linha de ideias do projeto maior foram tecidas as discussões sobre "quais e como as crenças de um professor de Matemática emergem no ensino de conteúdos matemáticos em suas interações estabelecidas com um livro didático".

Uma vez explicitada a temática que forneceu o direcionamento desta investigação, na sequência serão tratadas as motivações que levaram à construção do problema de pesquisa e de seus objetivos específicos, que conduziram os argumentos no desenrolar desta investigação.

1.2 ENCAMINHANDO O PROPÓSITO DA INVESTIGAÇÃO

É indiscutível que os projetos educacionais do Ministério da Educação (MEC) e das Secretarias Educacionais – fundamentados nos novos Parâmetros Curriculares Nacionais – subsidiem os professores com diversos recursos físicos (livros didáticos, manuais, computadores, *laptops*, *Datashow*, material digital e documentos curriculares, dentre outros). No entanto, propõem um regime autoritário, um conjunto de orientações que inclui uma lista de conteúdos (com suas respectivas competências a serem desenvolvidas nos alunos) e recursos curriculares que devem ser utilizados em prol de melhorias educacionais, como se estes "falassem" por si em sala de aula, por via da instrução do professor.

Pires e Curi (2013), quando abordaram as relações entre professores e as prescrições curriculares, argumentaram que os documentos prescritos parecem ter pouco impacto nas práticas docentes, uma vez que são mais influenciados por outros materiais curriculares. Por exemplo, Romanatto (2004), colocou que o livro didático seria um tipo de material curricular que tem acompanhado o processo de escolarização do Brasil e ressaltou o seu protagonismo dentre os recursos disponíveis aos professores e alunos nas instituições de Ensino Público. Ademais, seu uso em sala de aula não se reduziu mesmo diante das diversas possibilidades de ensino que foram proporcionadas pelas novas tecnologias[8]. Como apontou Eisner (1979, p. 144) *apud* Sacristán e Pérez-Gomes (1998, p. 290):

> [...] quando uma escola adota um livro didático em Ciências Sociais, Ciências ou Matemática esse livro, de fato, define uma parte significativa do conteúdo que os alunos estudarão. Os livros didáticos nessas áreas também contêm sugestões de atividade suplementares para estudantes e professores, e desse modo, definem o que os estudantes farão nas aulas.
> Além disso, os guias do professor que acompanham muitos livros didáticos proporcionam orientações quanto a perguntas e temas que podem ser tratados numa discussão, e até contém provas que podem ser utilizados para comprovar se os alunos aprenderam o que eles ensinam.

Dado o exposto, muitos são os pressupostos de que esse material curricular delinearia grande parte do que se passa nas práticas evocadas no campo de ensino e aprendizagem da Matemática. No entanto, é importante salientar que as formas de uso do livro didático em sala de aula ficariam a cargo do professor e de suas definições a respeito da metodologia de ensino, da seleção dos tópicos dos conteúdos e as atividades para os estudantes.

Portanto, nesta pesquisa se problematizou a prática docente aliada ao uso de livros didáticos tomando por foco a investigação do pensamento docente na retratação relativa de suas crenças: quais as crenças que o professor de Matemática traria para as interações com livros didáticos? Seus pensamentos e práticas seriam coerentes com as ideias centrais dos recursos curriculares dos quais faz uso? Quando os resultados de ensino divergem dos objetivos instrucionais do livro didático, quais os reflexos que surgiriam dessa condição na aprendizagem dos alunos?[9] Quais as apropriações com os recursos do livro que poderiam favorecer um ensino produtivo? Como os tipos de "deficiências" em livros didáticos e seus

---

[8] A compreensão sobre novas tecnologias, aqui reportada, fundamenta-se nas ideias de Vani Moreira Kenski defendidas na obra "Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação", publicada no ano de 2007 pela editora Papirus.

[9] Não foi a intenção deste trabalho analisar o processo de aprendizagem. Apesar das análises das aulas reportarem algumas relações entre alunos, professor e conteúdo, ficam implícitas as questões de aprendizagem, que não foram aprofundadas no estudo. Mas, certamente, as crenças do docente tiveram alguma influência na aprendizagem de seus alunos.

pressupostos epistemológicos poderiam gerar efeitos didáticos em sala de aula, quando o professor interpreta e apropria, por intermédio de suas crenças e objetivos, as tarefas e conceitos deste material?

Desta forma, esta pesquisa enfatizou a importância de se compreender o uso deste recurso quando os professores de Matemática planejam e ministram suas aulas. Além disso, conforme argumentado adiante, empreendeu este interesse em razão da escassez de estudos que abordassem esta temática e, quando a abordam, seus aportes teóricos se apresentam com carência de uma base teórica e de conceitos que versem sobre as interações docentes com materiais curriculares.

Portanto, foram essas motivações que conduziram à composição dos caminhos desta pesquisa, bem como o fato de que não haveria estudos na literatura nacional que retratassem as crenças dos professores de Matemática quando inseridos em contextos de aula, especificamente nas interações entre docentes, recursos curriculares, alunos e conteúdo matemático.

Entre educadores matemáticos houve crescente preocupação com questões qualitativas que envolvem o saber matemático em coleções de livros didáticos. É expressivo o número de estudos na literatura nacional e internacional que analisa a organização Matemática de conteúdos e metodologias de ensino reportadas em livros.

Um exemplo é a pesquisa de Atayde (2011), que investigou três coleções de livros didáticos do 1º ano do Ensino Médio a fim de elucidar as noções de "função polinomial do 1º grau" a fim de verificar se estavam em consonância com as recomendações propostas nas orientações curriculares. Já Varella (2010) abarcou a produção de autores de materiais curriculares – livros didáticos do Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e apostilas elaboradas pela Secretaria Estadual de Ensino – que abordavam as provas e demonstrações do conteúdo "geometria analítica".

Também é possível mencionar o estudo de Neto (2008), que abordou a organização Matemática de conceitos estatísticos em seis coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovados pelo PNLD de 2006, bem como Almeida (2011), que investigou os tipos de problemas sobre equações polinomiais do 1º grau apresentados em livros didáticos de Matemática do 7ª ano, das dez coleções aprovadas pelo PNLD – 2011.

Estudos internacionais, como o dos pesquisadores Li *et al.*, (2009), que apresentaram as formas pelas quais autores conceberiam e organizariam o conteúdo de divisão de frações em livros didáticos da China, do Japão e dos Estados Unidos. Já o estadunidense Conklin (2004), comparou a estrutura e a abordagem de conteúdos, tópicos e características de exercícios com foco no Teorema de Pitágoras em livros didáticos de Matemática da Alemanha, do Japão e dos Estados Unidos.

Junto dessas referências, é possível incluir o investigador árabe Alajmi (2011), que analisou a apresentação de frações em livros didáticos de Matemática no Ensino Fundamental de três países: Estados Unidos, Japão e Kuwait. O foco do estudo foi a descrição de características físicas, estruturas de atividades e natureza dos problemas matemáticos apresentados nos livros didáticos.

É importante destacar que algumas investigações orientaram o foco a discussões sobre a função e a importância do livro didático na prática profissional do professor de Matemática (LOPES, 2000; BELFORT, 2003; ROMANATTO, 2004; JUNIOR, 2005; JUNIOR RÉGNIER, 2011).

Também foram notados alguns estudiosos preocupados em saber quais os critérios adotados pelos professores de Matemática da educação básica ao selecionar os livros didáticos para o ensino como Bastos (2001) e Giani (2004) e alguns pesquisadores como Barbosa (2006), que visaram compreender como os docentes fariam a seleção e a organização dos conteúdos do livro didático.

Essas investigações descritas, assim como os estudos brasileiros de Rosas (2008) e Costa e Allevato (2010) discutiram a respeito de livros didáticos e mencionaram as práticas de professores de Matemática, mas não reportaram questões referentes aos diferentes usos de livros didáticos por professores.

Ademais, na literatura nacional relativa às crenças de professores que ensinam Matemática (Paiva, 1999; Suleman, 2008; Ferreira, 2009; Redling, 2011; Zatt, 2012), foram evidenciados poucos estudos orientados ao Ensino Médio. Também foi notável a carência de pesquisas relativas às práticas docentes em sala de aula, pois os procedimentos metodológicos da maioria delas foram limitados ao uso de entrevistas com os docentes investigados. Nenhum dos estudos mencionou especificamente as crenças docentes ligadas às interações do professor com o livro didático em episódios instrucionais.

Certamente não é a intenção desta pesquisa desconsiderar o que já foi produzido com outros objetivos e perspectivas teóricas, nem mesmo os estudos que investigam somente os livros didáticos, bem como a estrutura das lições e dos tópicos, a organização Matemática de seus conteúdos e atividades (CONKLIN, 2004; NETO, 2008; LI *et al.*, 2009; VARELLA, 2010; ATAYDE, 2011; ALMEIDA, 2011; ALAJMI, 2011). Por meio do estudo desses autores, é possível reconhecer que tais produções sejam pertinentes e apresentem contribuições significativas para o campo da Educação Matemática.

Sendo assim, é relevante a busca por subsídios teóricos que deem suporte para o aprofundamento do estudo dessas interações (professor – livro didático) nos processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula. Nesse sentido, a intenção desta pesquisa foi acrescentar outro viés a esse conjunto de produções brasileiras, visando às interações entre professor e livro didático e as crenças docentes associadas a este processo.

Para esse fim, as motivações e aportes teóricos foram extraídos de pesquisas internacionais. Na literatura estadunidense, especificamente no livro publicado em 2009, "*Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction*[10]", as editoras Janine T. Remillard, Beth A. Herbel-Eisenmann e Gwendolyn M. Lloyd apresentaram um conjunto de pesquisas produzidas nos Estados Unidos (EUA) sobre o uso de materiais curriculares por professores de Matemática.

O primeiro capítulo do livro citado destacou o estudo de Brown (2009), intitulado "*The teacher–tool relationship: theorizing the design and use of curriculum materials*"[11]. Nele, a partir de uma perspectiva sociocultural, segundo as noções de Lev S. Vygotsky – Matthew Willian Brown conceituou e teorizou a relação entre professores e livros didáticos, com o objetivo de compreender as diferentes maneiras pelas quais os professores usam, percebem e interpretam os recursos dos materiais curriculares em suas práticas profissionais.

As motivações deste estudo foram mencionados pelo autor (Brown, 2009, p. 17, tradução e grifo nosso) com o seguinte argumento:

> [...] é importante compreender as *maneiras que os professores transformam as idéias centrais dos materiais currículares* dentro de suas práticas, devido que frequentemente estes materiais são usados em reformas curriculares e políticas públicas como ferramentas para influenciar o ensino.
> Nesse sentido, os materiais curriculares vêm desempenhando um papel central nas reformas educacionais [...] . [...] Atualmente, os pesquisadores têm dedicado maior atenção às *maneiras que professores interpretam e utilizam recursos curriculares* inovadores [...], assim como os autores desses materiais elaboram recursos que melhor se adaptem às práticas de ensino[12].

[10]Professores de Matemática em Ação: Conectando Materiais Curriculares e Instrução em Sala de Aula.
[11] A Relação Professor-Ferramenta: Teorizando o Design e Uso de Materiais Curriculares.
[12]*Understanding the ways that teachers transform the core ideas of curriculum materials into practice is important, given how frequently curriculum materials are used by reformers and policy-makers as tools to influence instruction. Indeed, curriculum materials have long played a central role in educational reform [...]. [...] Recently, researchers have devoted increased attention to the ways teachers interpret and use innovative curriculum resources [...], as well as how designers might create resources that better accommodate instruction.*

De um modo geral, as preocupações de pesquisadores estadunidenses apontaram para as formas pelas quais os professores de Matemática utilizariam os recursos curriculares em sala de aula, como transformariam as principais ideias desses recursos dentro de suas práticas pedagógicas e didática e como essas ações interferem na aprendizagem dos alunos. Ademais, alguns estudos visaram compreender como esses materiais influenciariam as práticas de ensino em sala de aula e como poderiam causar as mudanças pretendidas pelas reformas curriculares.

Na literatura internacional, muitos trabalhos foram produzidos sobre as interações entre professores e livros-texto (Remillard e Bryans, 2004; Remillard, 2005) e como as crenças docentes se relacionariam com os usos de materiais curriculares (LLOYD, 2002; MAWYER; EDELSON, 2007).

Em obra publicada no ano de 2012, no campo da educação Matemática dos Estados Unidos da América (EUA), "*From text to 'lived' resources mathematics curriculum materials and teacher development*[13]*",* foram encontrados 17 artigos que evidenciaram a grande expansão de estudos acerca das interações docentes com materiais curriculares. Os editores desta obra - Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin e Luc Trouche – situaram as interações docentes com recursos curriculares como partes do processo de desenvolvimento profissional do professor de Matemática. Estes estudiosos destacaram, além dos livros didáticos, o uso de materiais digitais e como tais recursos podem se transformar em instruções e ganhar vida quando inseridos nas dinâmicas de sala de aula (GUEUDET *et al.*, 2012).

Apesar desta temática ter aflorado com maior intensidade na primeira década do século XXI, nos Estados Unidos, os estudos sobre professores usando materiais curriculares (incluindo livros didáticos de Matemática) e as influências destes no currículo surgiram por volta da década de 1970 (REMILLARD *et al.*, 2009).

De acordo com Remillard *et al.*, (2009, p. 3), este campo apresentou nos últimos anos um expressivo crescimento, sinalizando aumento no interesse sobre questões específicas sobre como os professores interagiriam com o currículo e como novos projetos curriculares ligados ao uso de materiais curriculares poderiam influenciar as práticas em sala de aula e o ensino de forma mais ampla.

Por volta da década de 1980 já havia estudos que explicitavam questões particulares sobre o uso de materiais curriculares por professores. Por exemplo, ao propor meios de investigar o conhecimento docente em suas práticas pedagógicas, Shulman (1986, p. 8,

[13] Partindo do texto, os professores "vivenciam" os recursos dos materiais curriculares e seu desenvolvimento profissional.

tradução nossa) fez os seguintes questionamentos: “como [as] deficiências nos materiais curriculares são percebidas e tratadas por professores? Como é que professores adotariam uma parte do texto e transformariam sua abordagem em instrução de forma que os alunos possam compreender”?

Esta estratégia de investigação centrada na relação entre professor e material curricular, apontada por Shulman (1986), não apenas informava os aspectos do conhecimento docente mas também os tipos de crenças que os professores de Matemática preservariam ao desenvolver seus planejamentos e os colocar em ação em suas aulas, juntamente com os estudantes. Pois, segundo Thompson (1992), quando os professores promulgariam o currículo da Matemática em sala de aula, exemplarmente com o uso do livro didático, fariam isso baseados principalmente em seus conhecimentos e crenças.

Por todas essas ideias apresentadas e inspiradas pela teoria de Brown (2002) sobre a relação entre professores e materiais curriculares, foi considerado um passo importante o aprofundamento das investigações sobre os usos dos livros didáticos, analisando seus resultados com base neste referencial teórico aplicado a contextos específicos do sistema educacional brasileiro.

Portanto, esse foi um dos motivos de fundo para a realização desta pesquisa, que toma como viés os reflexos das relações existentes entre professores de Matemática e livros didáticos do Ensino Médio, tomando o currículo em ação como ponto de partida da análise das crenças docentes.

Entretanto, não foi o objetivo deste estudo investigar se houve ou não aprendizagens. Por isso, independentemente da compreensão dos alunos, o interesse foi centrado nas formas pelas quais os docentes transformaram as abordagens de conteúdos matemáticos e as atividades de livros didáticos do Ensino Médio em instruções. Além do mais, ganham destaque aqui outros aspectos relevantes: as reflexões, os julgamentos e as decisões que o docente realiza em suas práticas didático-pedagógicas. Assim, esta pesquisa pressupõe que as relações entre professores e livros didáticos podem conduzir à aproximação daquilo que muitos pesquisadores definem como crenças docentes.

Vários resultados de pesquisas apontam que os professores preservariam crenças educacionais bem articuladas, as quais desempenhariam um papel estruturante em seu pensamento e em suas práticas pedagógicas (THOMPSON, 1986; PONTE, 1994a; FURINGHETTI e PEHKONEN, 2002; ADAM, 2012).

Além disso, as crenças pareceram funcionar como filtros dos quais os professores se utilizavam para fazer escolhas pessoais em vez de depender somente de seus conhecimentos (do conteúdo ou pedagógico), da metodologia de livros didáticos ou das orientações curriculares (THOMPSON, 1992).

Foi no final da década de 1980 que emergiu o interesse de pesquisadores em ter "acesso à 'vida mental' dos professores, conhecer os vários aspectos do seu pensamento e conhecimento, bem como as relações desse aspecto com a sua atuação ou comportamento" (GUIMARÃES, 2010, p. 82).

Atualmente, o assunto tem sido apreciado por pesquisadores da Educação Matemática no contexto nacional e internacional. Na obra publicada nos Estados Unidos da América (EUCA), no campo da Educação Matemática, em 2003, intitulada *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?*[14], os editores Gilah Leder, Erkki Pehkonen e Gunter Turner apresentaram um conjunto de pesquisas internacionais com a finalidade de reportar diversas perspectivas a respeito das crenças sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem. Estes estudos foram organizados em três temáticas: conceitos de crenças, crenças de professores e crenças de estudantes (LEDER *e. al.*, 2003).

Já no 12º Congresso Internacional em Educação Matemática (*International Confress on Mathematics Education* - ICME-12), realizado no mês de julho do ano de 2012, foram publicados no grupo de discussões *motivation, beliefs and attitudes towards mathematics and its teaching*[15] vinte e dois artigos, dos quais nove deles[16] abordavam crenças de professores de Matemática.

No Brasil, esse tema também ganhou espaço nas discussões no final da década de 1990. Em uma revisão de literatura, especificamente sobre crenças de professores de Matemática, os pesquisadores Anjos e Silva (2012) identificaram algumas tendências nacionais em Educação Matemática. O estudo identificou as seguintes categorias: (i) crenças de professores acerca do que é a Matemática como uma disciplina escolas; (ii) crenças de professores sobre conteúdos da Matemática; (iii) crenças docentes sobre o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática; (iv) crenças dos alunos sobre os conteúdos da Matemática; (v) influências de crenças docentes na aprendizagem dos alunos; (iv) relações entre crenças de professores e crenças dos alunos; (vii) relações entre crenças de professores e suas práticas e (viii) mudanças de crenças docentes.

[14] Crenças: uma variável oculta em Educação Matemática?
[15] Motivação, crenças e atitudes em relação à Matemática e seu ensino.
[16] Ryang (2012) - The University of North Carolina at Greensboro (EUA), Hedrick, Baldinger (2012) - Stanford University (EUA), Cross, Hong (2012) - Indiana University/University of Oklahoma (EUA), Dreher, Kuntze (2012) - Ludwigsburg University of Education (Alemanhã), Janne Fauskangeri (2012) - University of Stavanger (Noruega), Pepin (2012) - Sør-Trøndelag University College (Noruega), Chen, Leung (2012) - Centre for International Comparative Studies (Singapura), Erens, Eichler (2012) - University of Education Freiburg (Alemanhã) e Hobden (2012) - University of KwaZulu-Natal (África do Sul).

Uma vez discorridas as motivações em relação à pesquisa, na sequência segue a argumentação sobre o que se entende neste estudo na forma de usos e não usos de livros didáticos, uma vez que esse conteúdo apoiará a composição dos objetivos desta pesquisa.

1.2.1 Usos e não usos de livros didáticos

Para este estudo, a abordagem selecionada sobre os diferentes tipos de usos e de não usos de livros didáticos foi fundamentada nos pressupostos de Brown (2009). Seu modelo teórico forneceu o aporte para esta pesquisa proceder a investigação das relações entre professores de Matemática e livros didáticos. Um dos principais aportes teóricos utilizados foram os diferentes graus de apropriação com livros didáticos em processos de ensino.

Segundo Brown (2009), quando os professores exploram os tópicos, os capítulos ou as sessões de livros didáticos, pode ocorrer três tipos de apropriação: os professores podem seguir à risca (transferência[17]), improvisar ou adaptar[18] a abordagem do material curricular em uso.

Quando se enfatiza o não uso, a pressuposição é de que dentro da relação professor-livro didático muitas vezes os docentes adaptam e/ou improvisam as abordagens e instruções metodológicas dos livros. Além disso, esse processo também pode se relacionar com as crenças docentes sobre a Matemática e o seu ensino e aprendizagem e, por consequência, o professor poderia não seguir à risca a abordagem dos conteúdos, dos exemplos e das atividades propostas nos livros didáticos “adotados” por ele. Portanto, quando o docente se distanciar da proposta original do livro didático, aqui se reportará esse fenômeno como o não uso do mesmo.

Já os usos implicariam em uma variedade de atividades pedagógicas que mantém relações com as práticas docentes e aqui se pretende conhecer como esses usos interagiriam com os livros didáticos, a ponto de depender deles. Como apontou Romanatto (2004), muitas vezes esse recurso didático deixaria de ser um apoio à prática profissional e passa a desempenhar o papel de “substituto” do professor. Assim, os conteúdos e métodos utilizados em sala de aula dependeriam da proposta do livro didático.

---

[17] *Transferências*, na perspectiva de Brown (2009), se referem a uma reprodução fiel dos recursos curriculares do material curricular utilizado pelo docente.

[18] *To offload, improvise, or adapt* (BROWN, 2009).

Nesse mesmo sentido, Lajolo (1996, p. 4) colocou que tal recurso terminaria “[...] determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina”. Entretanto, ainda assim, é relevante a compreensão dos significados mobilizados pelo professor em relação à proposta do livro didático, mesmo quando o seguem à risca.

Segundo Junior (2011), para alguns professores de Matemática, o uso do livro didático influenciaria diretamente o seu planejamento – a sequência de conteúdos, a seleção de textos, os exemplos e as atividades – e pode até mesmo ser a única referência de onde buscam as sugestões didáticas e as conciliam aos seus objetivos de ensino. Esses pesquisadores afirmaram que cada docente teria suas próprias intenções: alguns utilizariam os livros didáticos, por exemplo, para a seleção de exercícios, outros para seguir a função didática de cada lição e outros ainda como complemento disciplinar, dentre outras intenções.

Os tipos de uso podem ocorre com mais ou menos intensidade e os níveis manifestos podem ter relação com o que os professores definem como desejável para o ensino e para a aprendizagem da Matemática ou sobre os próprios conteúdos.

Esta pesquisa considerou que as ações realizadas com o uso de livros didáticos não seriam praticadas de modo aleatório pelo docente em sua rotina profissional. Há certos modelos característicos de ensino nessas interações entre o professor e o livro didático que podem informar tipos de crenças implementadas no processo no qual o professor coloca em ação as propostas dos livros didáticos aos quais utiliza.

A análise das interações entre professor e livro didático possibilitaria um caminho e compreensão sobre como os docentes conceberiam os conteúdos matemáticos para o ensino e como interpretariam as práticas, bem como de que maneira isso seria transformado em instrução para os alunos.

No processo de planejamento e na execução de aulas existe a pressuposição de que as crenças educacionais possam emergir quando o professor escolher tipos específicos de exercícios e quando enfatiza alguns tópicos do livro didático em detrimento a outros. Há ainda outros fatores como o conhecimento docente e o contexto sociocultural da escola, do aluno e do professor, que podem de alguma forma influenciar as decisões em relação aos usos dos livros didáticos.

Por todas essas visões apresentadas, este estudo não se limita às maneiras de uso. Lança um olhar prioritário para as interpretações subjetivas que o professor de Matemática atribui aos conteúdos matemáticos ao transformar lições estáticas[19] de livros didáticos em instruções para os alunos. Em segundo plano, foca os planejamentos de aula e os documentos prescritos que norteiam as escolhas do professor em relação ao currículo da Matemática que é aplicado em sala de aula.

De mesmo modo, aqui se reflete a respeito se os graus de apropriações (transferência, improviso e adaptação) com livros didáticos têm relação com as crenças docentes no ensino da Matemática. As características dos livros utilizados influenciariam na mobilização e na construção de suas crenças? Ou, ao contrário, seriam as crenças que delineariam as escolhas docentes em relação aos tipos de usos dos livros? Quais as características e a natureza das crenças que seriam predominantes no processo de ensino quando o professor faria a seleção dos tópicos, conteúdos e atividades dos livros didáticos?

Assim, o cerne desta pesquisa, o "problema" foi construído conforme o pensamento de Rey (2012, p. 91), literalmente citado adiante, que serviu para a delimitação do foco inicial de investigação e permitiu organizar o conjunto de aspectos que deu a definição sobre o processo de investigação:

> Por meio do problema de pesquisa, o pesquisador não consegue apenas a representação teórica orientadora da pesquisa, mas também a capacidade de localizá-la em um contexto, pensando o problema tanto em termos de cenário de pesquisa, como em termos das alternativas instrumentais que guiariam a produção de uma informação relevante no tema pesquisado.

Tendo em vista essas considerações, neste estudo o problema de pesquisa orientou as escolhas teóricas e metodológicas de forma sistêmica, bem como apoiou a localização de um cenário e contexto educacional específico. O problema não foi uma "camisa-de-força" adotada *a priori*, nem mesmo um momento formal. Desde a elaboração do projeto de pesquisa, as escolhas sofreram modificações, à medida que o processo de pesquisa avançou.

1.2.2 Objetivos e problema de pesquisa

---

[19]Aqui foram consideradas como *lições estáticas* as propostas apresentadas nos livros didáticos organizadas em sessões, capítulos ou módulos pelas quais se distribuem os conteúdos, atividades, textos, exercícios resolvidos, tarefas, sugestões de projetos, pesquisas e outros aspectos elaborados a partir das crenças e concepções de ensino e de aprendizagem que o(s) autor(es) do livro didático possui(em).

A busca por compreender as interpretações subjetivas de professores de Matemática articuladas aos diferentes usos e não usos de livros didáticos, conduziu esta pesquisa às questões motivadoras de investigação, a saber: como as crenças de um professor do ensino médio emergem no ensino de conteúdos matemáticos em suas interações com livros didáticos? Por qual(is) razão(ões) emergem? Quais os fundamentos dessas crenças? Qual(is) sua(s) origem(ns)?

Portanto, aqui se buscou responder aos problemas de pesquisa delineados na sequência, que trilharam o seguinte objetivo geral:

a) investigar as crenças de um professor de Matemática que emergem em suas interações estabelecidas com os livros didáticos e em suas práticas profissionais.

Em suporte a esse objetivo central, foram elaborados quatro objetivos específicos, que não seguiram uma cronologia, dado que sua exploração ocorreu de modo articulado aos eventos manifestos no estudo. Esses objetivos consolidaram a conquista do eixo central e, para tanto, esta pesquisa também se propôs a investigar:

a) crenças de um professor de Matemática que emergem nas maneiras de usos e não usos de livros didáticos quando planeja e ministra aulas;
b) crenças do docente sobre como percebe e concebe o ensino de conteúdos matemáticos do Ensino Médio;
c) se as características dos livros didáticos influenciam na mobilização de crenças quando o docente se apropria dos recursos desse material curricular ou, ao contrário, são as crenças que influenciam nas maneiras de usos de livros didáticos.

Na tentativa de alcançar a esses objetivos, foram produzidos dados com atenção centrada nas práticas de um professor de Matemática, chamado de Roberto, nome fictício. As análises incidiram em suas atividades profissionais em uma sala de aula do 1º ano do Ensino Médio.

1.3 REVISÃO DE LITERATURA

O papel de crenças dos professores no processo de ensino e aprendizagem da Matemática tem atraído a atenção de diversos pesquisadores brasileiros (PAIVA, 1999; FREITAS, 2001; GIANI, 2004; SULEMAN, 2008; FERREIRA, 2009; REDLING, 2011;

ZATT, 2012). Essas pesquisas retrataram as práticas de professores de Matemática fundamentadas no pressuposto de que "para compreender o ensino a partir de perspectivas de professores, [é fundamental estudar] as crenças com as quais definem seu trabalho[20]" (NESPOR, 1987, p. 323 *apud* THOMPSON, 1992, p. 129).

Muitos são os estudos sobre crenças docentes registrados na literatura nacional e internacional, por esse motivo, há várias conceituações de crenças que se distinguem entre si. Além disso, é possível perceber algumas pesquisas que mostram a natureza das crenças associadas a que é adotada para definir concepções.

Essa associação ocorreria, às vezes, por escolha própria do pesquisador ou porque as perspectivas teóricas que fundamentaram o estudo apresentariam a ligação entre os termos como componentes cognitivos, e por isso ocorreriam dificuldades em diferenciá-los. Portanto, muitos estudiosos evitam tomar crenças disjuntas de concepções. Todavia, não é a intenção desta pesquisa abarcar, neste momento, tais discussões teóricas.

Frente a isso, o tópico seguinte tem o propósito de apresentar algumas pesquisas sobre crenças docentes e seus principais resultados e perspectivas teóricas que, de alguma forma, fornecem pistas relevantes para a identificação de crenças em práticas pedagógicas do professor de Matemática investigado por este estudo. Sempre que se mostrar interessante, também serão abordados os aspectos metodológicos do estudo.

1.3.1 Estudos sobre crenças

A pesquisa de Paiva (1999) investigou as crenças e concepções de Geometria e de seu ensino a aprendizagem entre três professoras de Matemática dos últimos anos do Ensino Fundamental. A partir das observações de práticas em sala de aula, seu estudo abrangeu as seguintes questões: quais as crenças de cada professor sobre Geometria? Qual a crença de cada uma delas sobre o processo de ensino e de aprendizagem? Como se dá a relação entre suas concepções e a prática de sala de aula?

À luz dos referenciais teóricos de Thompson (1992) e Ernest (1991), Paiva (1992, p. 21) argumentou sobre diferentes visões da Matemática, dentre elas a visão Absolutista e a Falabilística, bem como suas diferenças. Nas palavras da autora:

---

[20][…] *to understand teaching from teachers' perspectives we have to understand the beliefs with which they define their work.*

> Segundo a visão absolutista, o conhecimento matemático é feito de certezas absolutas e incontestáveis. De acordo com essa visão "o conhecimento matemático representa o domínio único de conhecimento verdadeiro" (Ernest, 1991, p. 7).
> Suas verdades são imutáveis e seus métodos irrefutáveis. Dessa forma os conceitos matemáticos não se desenvolvem e não são construídos, eles são descobertos, possuindo uma estrutura na qual não se faz mudanças.
> A visão Falabilística, por outro lado, considera o conhecimento matemático falível, sujeito a correções e a contínuas mudanças.
> Nessa visão, acredita-se que o importante são os problemas a serem resolvidas, as diversas estratégias utilizadas em suas resoluções, as conjecturas e as refutações.

Um dos pressupostos de Paiva (1999) para uma minuciosa análise sobre as visões da Matemática em uma perspectiva filosófica foi pautada nos argumentos de Thompson (1992, p. 127 *apud* Thom, 1973, s.p.), quando mencionou que "toda pedagogia Matemática mesmo que pouco coerente, repousa sobre uma Filosofia da Matemática". Esta última autora também colocou que qualquer discussão e/ou divergência sobre o que se constitui um bom ensino da Matemática não pode ser retratada com maior profundidade se não abarcar as questões inerentes à natureza da Matemática, ou seja, é relevante compreender as concepções (incluindo naturalmente as crenças) do professor sobre como concebe os conteúdos específicos de sua disciplina.

Na visão das docentes investigadas, segundo Paiva (1999), a Matemática seria um campo de verdades absolutas, um conhecimento estático inquestionável e seu enfoque privilegiava sempre a apresentação de informações e de fatos lineares e corretos, sem espaços para discussões e erros dos estudantes. A resolução de problemas se apresentaria como objetivo final, no qual poderiam ser aplicados os conhecimentos adquiridos no ensino, mas não como algo inerente à Matemática.

A pesquisadora concluiu que tais crenças seriam constituídas a partir das experiências das pesquisadoras como alunas, depois como professoras e de seus conhecimentos de Matemática e de outras disciplinas, bem como de suas crenças sobre o que seria a Matemática e qual tipo de Matemática seria fundamental para a formação social do aluno.

Relatou em seu estudo que uma das professoras detinha uma visão sobre o ensino e a aprendizagem centrada na autoridade em sala de aula, cuja finalidade era o repasse de fatos e teoremas da Geometria para que fossem memorizados pelos alunos. A Matemática foi, nessa perspectiva, uma ferramenta a ser dada, que podia ser aplicada em questões práticas. O papel do professor se reduzia ao de um bom expositor que teria o papel de mostrar as belezas da Matemática para seus alunos.

Embora retratasse diferenças entre os pontos de vista das professoras, incluindo as crenças sobre a sociedade, valores pessoais, objetivos educacionais, valores morais, seus medos, características pessoas e visão de mundo, Paiva (1999) identificou no trio similaridades entre crenças sobre a Matemática. Suas abordagens do conteúdo de Geometria do livro didático se apresentavam como um conjunto de fatos prontos e verdadeiros. Também tinham visões semelhantes sobre seus papéis no processo de ensino e na aprendizagem e o papel do aluno na aquisição do conhecimento. Segundo a autora, as professoras se assumiram como detentoras do conhecimento, sem demonstrar uma reflexão crítica sobre a finalidade dessas informações Matemáticas na formação do estudante.

Notou também no estudo que, embora uma professora tivesse a concepção de que o aluno seria o construtor de seu conhecimento e aprenderia nas interações com as situações-problema, essa compreensão não se mostrava com êxito nas práticas, devido à preponderância de crenças sobre a Matemática e uma formação autoritária e rígida.

No artigo intitulado *Buscando um perfil da população: quais as crenças dos professores de Matemática?*, Sztajn (1998) apresentou os resultados de sua pesquisa que buscou investigar as crenças de professores que ensinam Matemática a partir de seus posicionamentos sobre a *visão tradicional* da Matemática e seu ensino e aprendizagem.

Para caracterizar o que é denominado por *visão tradicional da Matemática* ou *professor tradicional*, a autora se baseou nos estudos do campo da Educação Matemática. Por meio do estudo de Raymon (1993)[21] teceu discussões sobre a natureza *tradicional* do ensino. Já os autores[22] Scharam e Wilcox (1988) e Scharam *et al.*, (1989) lhe forneceram argumentos sobre visões tradicionais acerca do ensino-aprendizagem da Matemática.

Em suma, na concepção dos dois últimos trabalhos citados, segundo Sztajn (1998), os pesquisadores investigaram crenças de futuros professores do Ensino Fundamental com base em três perguntas norteadoras: o que significaria saber Matemática; como os alunos aprenderiam Matemática e qual o papel do professor na criação, em sala de aula, de experiências Matemáticas efetivas para o aprendizado das crianças?

---

[21]RAYMOND, A.M. **Understanding the relationship between beginning elementary teachers' mathematics beliefs and teaching practices**. Tese de Doutorado, Indiana University, Bloomington, 1993.

[22] SCHRAM, P. ; WILCOX, S.K Changing preservice teachers' conceptions of mathematics learning. In BEHR, M. J., LACAMPAGNE, C. B.; e WHEELER, M.M. (Org.).**Proceedings of the 10th annual meeting**, PME-NA (pp. 349-355). Dekalb, ll: Northern University, 1988; SCHRAM, P. ; WILCOX, S.; LAPPAN, G.; LANIER, P. Changing preservice teachers' beliefs about mathematics education. In MAHER, C.A., COLDIN G. A. e DAVIS, S. B. (Org).**Proceedings of the 11th annual meeting**, PME-NA (Vol. 1) (pp. 196-302), New Brunswick, Rutgers, 1989.

Sobre a relação entre crenças docentes e a natureza tradicional do ensino e da aprendizagem da Matemática, estas pesquisasconcluíram, segundo Sztajn (1998, p. 92), que alguns professores acreditariam que saber Matemática significava ser capaz de fazer contas rapidamente, de memorizar os procedimentos corretos que produzem os resultados certos e de resolver problemas isolados, por exemplo. Para a aprendizagem Matemática, esses professores defenderam posições favoráveis para a memorização, acumulação de fatos isolados e regras, bem como para uma sequência linear de instrução direcionada pelo professor.

Ainda no estudo referenciado, foram evidenciados casos em que os professores preservaram a crença de que o ensino da Matemática seria pautado na execução da mesma sequência dos conteúdos e metodologia proposta pelo livro didático, isto é, seguir à risca o livro. Nessa perspectiva, foram apresentados aos alunos os exemplos de atividade de forma semelhante ao que realizariam durante a aula, como meio de seguirem o modelo de resolução explorado pelo professor.

Quanto a outra classificação para professores tradicionais, Sztajn (1998) citou o estudo de Raymond (1993), que caracterizou as práticas de ensino tradicional como as conduzidas por aulas expositivas e atividades mecanizadas para os alunos. Esses últimos foram vistos neste cenário como receptores passivos que precisam praticar suas atividades individualmente. Seria dispensada qualquer natureza de conhecimento por parte do aluno, já que somente o professor o deteria.

Os resultados das pesquisas mencionadas, dentre outros, ajudaram Sztajn (1998) a definir como perguntas norteadoras as seguintes questões: ideias tidas como tradicionais levantadas a partir de estudos com alguns poucos professores, são compartilhadas pelos docentes de forma geral? Será que, considerando a população daqueles que ensinam Matemática, seria possível afirmar a presença de uma tendência forte em concordar com certas colocações que representam o que hoje é chamado de tradicional dentro da Educação Matemática?

Com o objetivo de responder a esses questionamentos, a pesquisadora utilizou uma amostra-piloto formada por 100 professores que atuavam na área de ensino da Matemática em escolas públicas e privadas do Rio de Janeiro, em diferentes etapas da escolaridade, da alfabetização ao Ensino Médio. O estudo envolveu professores com formação em Magistério, Pedagogia, Matemática ou outros segmentos, que variaram de Direito e Filosofia a Física e Arquitetura.

Foram construídas escalas do tipo Likert[23] com a finalidade de posicionar os professores acerca de seis afirmações que representavam crenças tradicionais sobre a Matemática e o seu ensino e aprendizagem: (i) saber Matemática significa ser capaz de fazer contas rapidamente; (ii) saber Matemática significa ser capaz de aplicar fórmulas e algoritmos; (iii) Matemática se aprende memorizando; (iv) Matemática se aprende trabalhando individualmente; (v) Matemática se ensina seguindo o livro-texto; (vi) Matemática se ensina resolvendo para os alunos modelos dos exercícios.

Os dados foram produzidos considerando os discursos docentes, Sztajn (1998) concluiu que todos os professores discordaram das afirmações apresentadas no questionário. No entanto, a autora apontou possibilidades de emergir crenças tradicionais na prática didático-pedagógica de alguns desses professores, que discordaram das afirmações propostas.

Portanto, a pesquisadora finalizou o artigo apontando a necessidade de ir além dos discursos e investigar como ocorre a prática em sala de aula desses professores que discordaram das crenças tradicionais. Ressaltou também a necessidade de investigar como formadores podem contribuir para a prática docente na implementação das ideias mais atuais sobre o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Isso, segundo a autora, remeteria a um discurso consensual entre professores e pesquisadores e, consequentemente, o diálogo entre escola e pesquisa.

Ferreira (2009), em sua dissertação de mestrado, analisou como os professores dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio compreendiam a Álgebra e quais as concepções e crenças que eles possuíam sobre este conhecimento. A investigação teve três objetivos: (i) descobrir como os professores percebiam a álgebra e o seu ensino; (ii) compreender como a aprendizagem dos alunos pode ser influenciada pelas crenças dos professores e (iii) alertar, caso necessário, os professores para a necessidade de reflexão e tomada de consciência sobre as próprias crenças sobre Álgebra e seu ensino.

Um dos resultados que mais se destacaram na pesquisa diz respeito às crenças que caracterizam a Álgebra relacionada ao uso de "letrinhas", como foi dito pelos docentes. Conforme Ferreira (2009), isso revelou a tendência letrista, segundo a qual o estudo da Álgebra sempre é vinculado à manipulação de símbolos e notações. Na pesquisa em questão, foi concluído que os pontos de vista docentes sobre Álgebra e seu ensino não se caracterizavam de forma coerente em uma filosofia da Matemática, concepção outendência. A

[23] É um tipo de instrumento metodológico baseado em escala de resposta usada em questionários que visam o levantamento de opiniões. Segundo Sztajn (1998): "em escala Likert, o sujeito responde a vários itens que dizem respeito ao mesmo quesito e o resultado final é dado pela soma das respostas dadas a cada um dos itens" (p. 94).

título de exemplo sobre a Álgebra e seu ensino, os professores investigados relataram os seguintes pontos de vista: aritmética generalizada, pensamento formal, representação Matemática do raciocínio humano, estudo das notações, de estruturas de linguagem Matemática, de procedimentos para resolver certos tipos de problemas e das relações entre grandezas. No entanto, dentro dessas diferentes perspectivas, o pesquisador identificou uma visão comum na consideração de que o estudo de técnicas de resolução de exercícios como uma das prioridades.

Ferreira (2009) também evidenciou três visões da Matemática, baseadas em Ernest (1989): a visão utilitarista, a platônica e a de resolução de problemas, dentre as quais a primeira se destaca de um modo geral nos discursos e nas práticas docentes. Alguns professores priorizam no ensino da Matemática aspectos da realidade e do cotidiano dos alunos, porém, esse ponto de vista muitas vezes não pareceu ter relação com a visão de resolução de problemas.

Na seleção de livros didáticos pelos docentes também emergiram crenças das diversas naturezas, conforme já mencionado nesta pesquisa. Entretanto, a autora também identificou, nos critérios de escolha, a prioridade para livros didáticos que apresentavam uma série de exercícios, pois isso ajudaria a memorizar a teoria segundo a suas interpretações.

Já o estudo de Redling (2011) revelou interesse pelas concepções e pelas crenças de professores em relação à resolução de problemas. Na produção dos dados, a pesquisadora utilizou questionários, entrevistas informais semiestruturadas e observações de aulas de professores de Matemática, com o objetivo de responder às seguintes questões: qual a compreensão dos professores de Matemática do Ensino Fundamental sobre e resolução de problemas e sua importância no processo de ensino-aprendizagem de Matemática? Quais suas ações de ensino envolvendo a resolução de problemas?

A partir da pesquisa de Thompson (1992), Redling (2011) apresentou crenças como parte das concepções docentes. Sendo assim, quando a autora fez menção ao termo concepções, deixou implícita a preocupação com as crenças. Por esse motivo foi feito o uso neste trabalho da mesma nomenclatura aplicada por esta autora: concepções / crenças.

Ela considerou em seu estudo que uma "situação-problema deveria comportar a ideia de novidade, de algo ainda não compreendido, mas que traz, em sua estrutura, as condições suficientes para investigar, questionar e elaborar novas ideias e novos conhecimentos" (REDLYNG, 2011, p. 26). Segundo a pesquisadora, nos discursos de muitos professores, estariam evidentes os argumentos favoráveis à resolução de problemas com uma metodologia viável na introdução de novos conhecimentos. Entretanto, ressaltou que nas ações em sala de aula, em nenhum momento essa estratégia se mostrava na apresentação de novos conceitos matemáticos. Nesse sentido, a resolução de problemas seria uma forma de verificar o aprendizado após a formalização tradicional dos conteúdos.

A autora evidenciou a concepção/crença de que o ensino de Matemática teria como finalidade a resolução de problemas e, dessa forma, a situação-problema para muitos professores seria um instrumento para ser utilizado como aplicação da teoria. Além disso, Redlyng (2011) ressaltou que, na visão dos professores, "[...] todo o ensino estrutura-se primeiro em formalizar o conteúdo, para que depois o aluno possa resolver os problemas a partir das informações e os conceitos envolvidos na resolução" (p. 141), e prosseguiu: "[...] trata-se da concepção/crença de que se ensina Matemática para resolver problemas" (p. 141).

Já Freitas (2001) apresentou algumas crenças que permeariam de modo geral os âmbitos educacionais e, por conseguinte, as posturas e práticas pedagógicas dos professores de Matemática. Ele caracterizou crenças como "opiniões vagas, as visões e preferências dos professores, predominantemente instintivas e subjetivas, carentes de validação por pesquisas sistematizadas" (p. 2). Segundo o autor, haveria um conjunto de crenças muito comum entre professores e concluiu que elas podem emergir em todas as etapas da escolaridade, desde a Educação Básica ao Ensino Superior. Para tal, o autor argumentou oito teses que versam tipos específicos de crenças sobre a Matemática e seu ensino e aprendizagem. São elas:

Quadro 1 - Tipos de crenças sobre a Matemática e seu ensino e aprendizagem.

(i) A organização e estruturação dos conteúdos matemáticos ocorrem quase sempre de forma linear (p.3);
(ii) Se aprende Matemática e também outros conteúdos de outras áreas através de repetição e treino (p.4);
(iii) O processo de aquisição do conhecimento matemático ocorre "num sentido único", indo sempre do concreto para o abstrato (p.6);
(iv) Relativa à aprendizagem Matemática, é sobre a universalidade na forma de abordagem dos conteúdos, ou seja, que a mesma Matemática deve ser ensinada a todos da mesma maneira (p.7);
(v) É possível medir [a aprendizagem] com alto nível precisão (p.8);
(vi) A aprendizagem de um determinado conteúdo ocorre num intervalo de tempo fixado (p.9);
(vii) O programa escolar se constitui apenas de uma listagem de conteúdos que devem ser desenvolvidos num tempo pré-determinado (p.10);
(viii) O professor de Matemática é neutro em relação à estrutura de poder e de funcionamento da sociedade. A relação da Matemática com o mundo [nessa visão] geralmente está associada às ideias de exatidão, precisão, rigor, ordem e certeza entre outros (p.10).

Fonte: FREITAS (2001, p. 3-10)

Freitas (2001) pontuou a necessidade de compreensão da natureza dessas crenças e de sua desmistificação a partir da análise crítica de resultados de investigações mais detalhadas sobre a temática. Acrescentou ainda que a implementação de novas propostas e orientações para o ensino dependeria de mudanças em posturas e crenças pautadas na pedagogia tradicional que muitos professores de Matemática ainda preservariam em suas práticas em sala de aula. Nesse sentido, o autor buscou motivações capazes de levar mais pesquisadores a apreciaro estudo das crenças docentes como objeto de investigação.

Alba Gonzales Thompson, no ano de 1982, defendeu sua tese de doutorado sobre crenças e concepções de três professores de Matemática da "*Junior High School",* equivalente ao quarto ciclo do Ensino Fundamental, 8º e 9º ano. A pesquisa, intitulada *"teacher's conceptions of mathematics and mathematics teaching: three case studies"* (concepções de professores sobre Matemática e ensino da Matemática: três estudos de caso) foi divulgada em artigo publicado em 1984 com o título de *"the relationship of teacher's conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice"* (a relação entre concepções de Matemática e do ensino de Matemática de professores na prática pedagógica) (THOMPSON, 1982).

O estudo revelou que os professores desenvolveriam certos padrões de comportamento que caracterizariam suas práticas em sala de aula. Thompson (1984, p. 105), afirmou que estes padrões poderiam ser entendidos como manifestações de noções, de crenças e de preferências sustentadas conscientemente ou não, que atuam como uma "força motriz" na formação do comportamento docente.

A autora apresentou as concepções docentes com um sentido mais abrangente, que dentre outros aspectos incluiu o conteúdo das crenças. Isso ficou claro quando afirmou que as concepções docentes poderiam ser manifestações de crenças, de visões e de preferências sobre o conteúdo matemático, seu ensino e sua aprendizagem.

Thompson (1984) partiu do pressuposto de que qualquer que fosse o esforço dos pesquisadores para melhorias no ensino da Matemática em escolas, o início deveria partir de uma melhor compreensão das concepções/crenças sustentadas pelos professores e como tais aspectos se relacionam com suas práticas.

Assim, no início da década de 1980, Thompson (1984) teve a necessidade de estudar os processos mentais dos professores, com ênfase em suas crenças e concepções. Naquele período, os estudos educacionais estavam largamente centrados no desempenho do professor em sala de aula. Por esse motivo, seu trabalho ainda é considerado um dos pioneiros nessa área, o pensamento do professor de Matemática.

Em uma revisão de literatura, alguns resultados de pesquisas da década de 1970 já contribuíam para a construção dos objetivos de sua pesquisa. Dentre eles, a citação do

Nacional Institute of Education (1975, p. 7) *apud* Thompson (1984, p. 106, *tradução nossa*): "embora seja possível e até mesmo popular falar a respeito do comportamento do professor, é óbvio que o que os professores fazem é direcionado, de modo considerável, pelo que eles pensam"[24].

A pesquisadora conduziu sua pesquisa por intermédio do seguinte objetivo: investigar as concepções de Matemática e do ensino de Matemática, sustentadas por três professoras do quarto ciclo do Ensino Fundamental e examinar a relação entre as concepções dos professores e sua prática pedagógica. Buscou responder a duas questões: se as crenças, os pontos de vista e preferências sustentados pelos professores sobre a Matemática e seu ensino se refletiriam em sua prática pedagógica e se o comportamento dos professores seria influenciado por suas concepções.

Como critério para selecionar as três professoras (Jeanne, Kay e Lyn)[25], Thompson (1984) colocou como corte a presença de mais de três anos de carreira profissional. A produção dos dados da pesquisa envolveu os seguintes aspectos: depoimentos dos professores sobre os episódios específicos das aulas observadas; respostas escritas produzidas por questionários e observações e gravações em vídeo das atividades realizadas em sala de aula.

Além de reportar tipos de crenças sobre a Matemática e o seu ensino e aprendizagem, Thompson (1984) também revelou a preocupação em analisar as consistências (e inconsistências) na relação entre pontos de vista e ações didáticas das professoras investigadas. Nessa direção, a autora concluiu que as crenças poderiam ou não ter ligação com um sistema conceitual coerente. Segundo ela, a coerência depende dos níveis de reflexão que cada professor atribui às suas crenças sobre o papel de seus estudantes e o conteúdo da disciplina. Portanto, a autora colocou que a reflexão do professor de Matemática sobre suas próprias crenças pode contribuir para a consistência entre o seu pensamento e as práticas pedagógicas.

Além disso, a pesquisadora reportou algumas recomendações metodológicas importantes para futuras investigações sobre crenças. Segundo Thompson (1992, p. 126), seria fundamental empregar uma combinação de métodos na produção de dados:

> São necessários estudos empregando intensas gravações audiovisuais e documentação do comportamento pedagógicos dos professores, seguido de análises sistêmicas que sejam contrastadas com dados recolhidos em

---

[24] *Though it is possible, and even popular, to talk about teacher behavior, it is obvious that what teachers do is directed in no small measure by what they think.*

[25] Nomes fictícios.

> entrevistas informais, a fim de obter acesso aos pensamentos e processos mentais que acompanham as ações dos professores.

Esse argumento justificou as escolhas metodológicas deste estudo, pois, em concordância com esta autora esta pesquisa busca evidenciar crenças primeiramente nas práticas em sala de aula, utilizando um método adequado para a coleta e a análise de dados em vídeo. A partir das crenças identificadas nas atividades de sala de aula, foi investigado se existiriam relações diretas ou discrepâncias com as visões docentes relatadas em entrevistas.

As entrevistas que a presente pesquisa trouxe reportaram vários contextos da Educação Matemática. Permitiram a tessitura de discussões de crenças sobre a Matemática, da estrutura dos conteúdos matemáticos, das metodologias, da abordagem de um conteúdo específico, das situações problemas e de sua resolução, do ensino e da aprendizagem da Matemática, da avaliação da aprendizagem, do currículo e da importância da Matemática em questões sociais.

Pesquisadores apontaram a necessidade de conhecer mais detalhadamente as crenças dos professores de Matemática, uma vez que seu conhecimento pode trazer benefícios para as melhorias no ensino. Nesse sentido também se justificou um dos propósitos da pesquisa empreendida, que foi o de conhecer um pouco mais sobre o "que" e o "como" o professor de Matemática pensa e faz em suas práticas de ensino, compreendendo as possíveis relações entre esses dois aspectos.

Uma situação se evidenciou entre os estudos e observações nesse sentido: a de que muitas crenças moldariam as práticas de sala de aula a ponto de gerar empecilhos para a implementação de novas tendências educacionais divulgadas, por exemplo, em livros didáticos, apostilas, documentos oficiais, cursos de capacitação e assim por diante.

Portanto, a questão não se concentraria na dificuldade de colocar em prática as novas propostas de ensino, pois os pesquisadores relataram que as decisões docentes seriam norteadas primeiramente por suas convicções pessoais, com base nas experiências daquilo que deu certo ou não ao longo da carreira profissional. Assim, os professores conciliariam geralmente suas crenças sobre os diversos aspectos que envolvem o ensino e a aprendizagem e, a partir disso, seriam desenvolvidos seus planejamentos e ações. De um modo geral, os resultados dessas pesquisas convergiram para um único interesse: as melhorias na qualidade do ensino da Matemática nas escolas. No entanto, a apresentação dessas crenças seria pouco para alcançar tal objetivo. A mudança de crenças não ocorreria de modo simples e, por isso, esse objetivo não seria obtido com essa investigação científica ou unicamente com uma intervenção baseada em seus resultados.

Antes de idealizar essas mudanças, é possível questionar as crenças apresentadas mediante um olhar mais crítico sobre os processos formativos e a postura docente enquanto educador matemático. Mais: é possível refletir ainda sobre como as convicções definem e conduzem muito do que se passa em sala de aula e como isso pode gerar consequências na aprendizagem dos alunos.

1.3.2 Importância da investigação

São inegáveis as contribuições de pesquisas sobre crenças docentes no cenário da Educação Matemática. Thompson (1992) em sua época mencionou que, embora os contributos destes estudos não fossem evidentes, tais perspectivas eram fundamentais para se pensar a formação de professores e pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. Foram principalmente as pesquisas de crenças que proporcionaram a expansão da literatura sobre a formação docente reflexiva no campo da Educação Matemática.

Estudos nessa perspectiva podem não oferecer um plano de revisão geral dos programas de formação de professores, mas, segundo Thompson (1992), ajudariam os professores a refletir sobre suas próprias crenças e práticas. Consequentemente isso acarretaria efeitos nos processos formativos e apoiaria também os educadores matemáticos na reflexão sobre suas próprias ações, bem como no desenvolvimento de melhores estratégias em cursos de formação inicial e continuada. Clark (1988) *apud* Thompson (1992, p. 141), apontou alguns contributos e ponderações que a investigação do pensamento docente remetem à formação do professor:

> A pesquisa sobre o pensamento do professor não constitui o fundamento para uma revisão radical da configuração e do conteúdo de formação de professores. Algumas das mais importantes contribuições [para essa vertente] podem assumir a forma de racionalizar, justificar, e compreender as práticas que há muito tempo em vigor na formação de professores. Além disso, muitas contribuições da pesquisa sobre o pensamento do professor não farão mais fácil [os processos formativos], mas elas podem fazer a formação de professores mais interessante[26].

---

[26] *Research on teacher thinking does not constitute the ground for radical revision of the form and content of teacher preparation. Some of the most important contributions to teacher education may take the form of rationalizing, justifying, and understanding practices that have long been in place in teacher education.*

Igualmente, Thompson (1992, p. 142) reiterou que embora a investigação sobre crenças docentes “[...] não forneça orientações específicas de como formar professores, ela nos proporciona exemplos de conceitos, ideias e métodos sobre os quais podemos refletir”. Com essa observação, enfatizou a necessidade de mais investigações sobre crenças, uma vez que isso poderia informar sobre os modelos característicos de ensino e proporcionar intervenções bem direcionadas para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática.

Nesse mesmo sentido Freitas (2001, p. 2), em referência direta aos professores em serviço, apontou que o conjunto resultante desses estudos poderia contribuir para o questionamento de posturas e de práticas pedagógicas de docentes de Matemática e, por conseguinte, subsidiar a reelaboração de projetos pedagógicos baseados em novos parâmetros educacionais.

Portanto, o estudo de crenças tem grande relevância no campo da Educação Matemática e poderia agregar novas contribuições, visto que poucas são as investigações nacionais que reportam crenças docentes nos processos de ensino por intermédio das interações que professores estabelecem com livros didáticos.

Furthermore, many contributions of research on teacher thinking will not make teacher education easier, but they may make teacher preparation more interesting.

CAPÍTULO 2
REFERENCIAIS TEÓRICOS

2.1 RELAÇÃO ENTRE PROFESSORES E MATERIAIS CURRICULARES

Este estudo fez uso dos pressupostos teóricos de Matthew Willian Brown (Brown, 2002; 2009), pesquisador que se fundamenta em uma perspectiva sociocultural Vygotskyana e em teorias cognitivistas para conceituar e teorizar a relação entre professores e materiais curriculares. O autor examinou as diferentes maneiras pelas quais os professores poderiam recorrer a um recurso curricular.

É uma teoria construída no contexto educacional dos EUA, que envolve as relações entre professores[27] de Ciências da *middle school* (equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental no contexto brasileiro) e diferentes materiais curriculares (planilhas, planos de aulas, livros didáticos, manuais docentes, dentre outros). Atualmente, seus resultados são utilizados por educadores nos Estados Unidos da América (EUA) em diversas áreas do conhecimento e nos variados níveis de ensino, em particular na Educação Matemática.

Sem o intuito de ser didática, essa abordagem forneceu aporte teórico para interpretar os fenômenos que emergiram das interações entre professores e materiais curriculares. No caso deste estudo, isso incluiu o exemplo das situações que envolveram os processos de ensino de conteúdos matemáticos, dentre outras situações.

Nesta pesquisa, os livros didáticos de Matemática foram o tipo de material curricular para o qual se dedicou maior atenção. Por tal razão, os argumentos utilizados incidem particularemente na relação entre professores e livros didáticos. Com base nesta orientação e referencial teórico foi possível interpretar o uso e o não uso de livros didáticos por professores de Matemática em suas experiências de ensino.

No capítulo inicial, se esclarece que a expressão materiais curriculares é atribuida contextualmente para significar os recursos didáticos que professores frequentemente usam ao planejar ou ministrar as aulas. Na interpretação de Wartofsky (1973) *apud* Brown (2009, p.

[27] Brown (2002) desenvolveu sua pesquisa com três professores de Ciências de escolas públicas de Chicago, quando estes planejavam e ministravam aulas com uso de materiais curriculares específicos de um projeto sobre mudança climática global, denominado *Global Warming Project* (Projeto Aquecimento Global).

21), os materiais curriculares são um recurso de comunicação. Comprendem com frequência, por exemplo, os textos, as representações de conceitos das quais um livro didático se serve para elucidar as ideias e as práticas que constituem as atividades que o professor pode mobilizar em sala de aula.

Nessa teoria, existe a admissão de que os materiais curriculares proporcionam recursos que apoiam a prática do ensino em várias formas. Os recursos são interpretados como objetos físicos em si, mas, em aspectos mais específicos (como é o caso do livro didático), a estrutura dos conteúdos, a sequenciação de tarefas, os procedimentos metodológicos, as organizações e as representações de conceitos são recursos que compõem parte de uma estrutura curricular. Estrutura essa que ganharia vida nas interações entre professores e alunos. Brown (2002) elucidou quatro classes de recursos, chamados também por ele de artefatos[28] curriculares. São eles:

(i) os objetos físicos, que expressariam os tipos de materiais curriculares em si, em seus recursos complementares e em sua qualidade física. É o caso, por exemplo, de programas curriculares que disponibilizam um conjunto de *objetos físicos* para a transmissão dos conteúdos do currículo, das coleções de livros didáticos, de seus respectivos manuais docentes e de seus suprimentos (materiais concretos e digitais, apostilas, CD's, DVD's, planilhas, fichas de planejamento para professores, papel quadriculado, mapas e outros de mesma natureza funcional);

(ii) as representações de objetos físicos, que seriam os materiais recomendados para o uso docente, mas que não estariam inclusos no material curricular em uso. Por exemplo: em muitos livros didáticos de Matemática há atividades que requerem o uso de recursos como calculadoras, *softwares* educacionais, instrumentos de construção geométrica (régua, compasso, esquadro e transferidor, dentre outros) e afins. Assim, representariam os recursos que aparecem em suas representações físicas nas atividades dos alunos e/ou como sugestões nos manuais docentes;

(iii) representações de tarefas (procedimentos), que envolveriam as instruções de manuais didáticos, roteiros (que norteiam a sequência de atividades) e procedimentos metodológicos desejáveis pelos planejadores de materiais curriculares recomendados para o uso de professores e alunos. Fariam parte também dessa categoria as sugestões metodológicas

[28] Nesta teoria, *artefatos curriculares* são caracterizados em dois sentidos: Brown (2009), utilizando a interpretação de Wartofsky (1973), apresentou primeiramente artefatos como ferramentas físicas usadas para realizar as atividades em sala de aula (livros, réguas, calculadoras, lápis e computadores, por exemplo). A segunda característica dos artefatos aponta para os aspectos que representam e transmitem modos de ação, tais como diagramas, planos de aula, manuais dos professores, textos instrucionais, dentre outros.

sobre como o professor pode estruturar uma lição e as situações e problemas para os alunos resolverem. Tais recursos poderiam ser expressos em forma de atividades em livros didáticos ou nos próprios manuais docentes. Podem ser entendidos como instruções aos professores para o gerenciamento de uma atividade. Um exemplo são as orientações para a divisão dos alunos em grupos, para o levantamento de hipóteses diante de um problema matemático ou para a proposição de questionamentos na introdução de novos conceitos. As representações de tarefas também se configurariam como roteiros de atividades destinadas aos alunos, como é o caso de "calcule o volume de uma esfera", "construa o gráfico de uma função", "demonstre uma propriedade Matemática" e assim por diante. Embora essa categoria pareça dizer respeito somente às ações específicas, na realidade ela envolve também a ordenação das atividades. Segundo Brown (2002) os elaboradores de materiais curriculares "podem criar tarefas sequenciadas de forma que imitam a história de uma determinada descoberta científica, ou a estrutura conceitual de um conteúdo[29]" (p. 55, tradução nossa);

(iv) representações de conceitos, que se refereriam às organizações, representações e relações conceituais de um conteúdo específico. Nessa categoria estariam inclusas as representações de conceitos por meio de explicações que, conforme Brown (2002), podem ser conceituadas como "[...] diagramas visuais, modelos, descrições textuais de fenômenos e analogias verbais que ilustram ou destacam o conteúdo[30]" (p. 55, tradução nossa).

Por essa clasificação, os livros didáticos poderiam ser interpretados como objetos físicos. Fornecem vários tipos de recursos (representações de objetos físicos, representações de tarefas e de conceitos) que apoiariam a prática dos professores. A junção desses recursos curriculares, segundo Brown (2009), abrangeria os aspectos fundamentais do conteúdo e da estrutura de um currículo: suas ideias principais, as atividades realizadas na sua exploração e os objetos que apoiam tal atividade (p. 27).

As quatro categorias de recursos deixam visíveis as características físicas e os modos de ação explícitos que juntos compõem os materiais curriculares. Todavia, eles seriam fundamentalmente inertes e só manifestam seu significado através da ação humana (BROWN, 2002, p. 60). Nessa interpretação, a teoria estaria centrada nos usos que professores fazem desses recursos curriculares.

Ao apresentar um conjunto de pesquisa nesta área, Remillard *et al.*, (2009, p. 3) argumentaram que:

---

[29] *[...] curriculum designers may deliberately sequence tasks in ways that mimic the history of a particular scientific discovery, or in a manner that imitates the conceptual structure of a domain.*

[30] *[...] visual diagrams, models, textual descriptions of phenomena, and verbal analogies that illustrate or highlight the subject matter.*

> [...] um pressuposto deste trabalho é que os professores são os principais atores no processo de transformação dos ideais curriculares, capturados nas formas de tarefas Matemáticas, planos de aula e recomendações pedagógicas, nos eventos reais em sala de aula.

À luz dessa perspectiva, Brown (2002) introduziu as características da relação entre professores e materiais curriculares a partir de uma analogia entre o uso de recursos curriculares pelos professores e o que ocorreria com músicos durante a interpretação de partituras.

Assim, Brown (2009, p. 22, tradução nossa) elucidou que materiais curriculares:

> (i) são representações estáticas de atividades dinâmicas e de conceitos abstratos – um meio de transmissão e produção de atividade, não a atividade em si; (ii) são destinados a transmitir ideias e práticas dinâmicas [...]; (iii) representam uma interface entre o conhecimento, metas e valores do autor e do usuário; e (iv) exigem habilidade em seu uso, pois são objetos estáticos que ganham vida somente por meio de interpretações [subjetivas] e seu uso por um profissional[31].

No mesmo sentido da analogia apresentada, o autor acrescentou outro argumento: "músicos interpretam notas musicais a fim de trazer vida à canção pretendida, do mesmo modo, os professores interpretam as várias palavras e representações dos materiais curriculares para implementar o currículo em sala de aula[32]" (BROWN, 2009, p. 17, tradução nossa).

Essa comparação ressaltou implicitamente as diferenciações e os desafios do trabalho docente ao dar vida aos materiais curriculares em suas práticas. Embora dependa dos instrumentos e de suas representações para alcançar seus objetivos, cada professor traz consigo suas preferências de ensino, conhecimentos, influências culturais e fatores contextuais. É sabido ainda que muitas dessas preferências docentes seriam alimentadas pelas crenças educacionais dos professores (BROWN, 2002).

As variantes da relação entre professor e materiais curriculares promoveriam práticas e resultados diferenciados. Assim sendo, nessa configuração teórica, os docentes usariam os

[31] *They are static representations of abstract concepts and dynamic activities – a means for transmitting and producing activity, not the activity itself. They are intended to convey rich ideas and dynamic practices [...].They represent an interface between the knowledge, goals, and values of the author and the user. They require craft in their use, they are inert objects that come alive only through interpretation and use by a practitioner.*

[32] *Musicians interpret musical notations in order to bring the intended song to life; similarly, teachers interpret the various words and representations in curriculum materials to enact curriculum. In both cases, no two renditions of practice are exactly alike.*

recursos do material curricular de forma exclusiva, equiparada à prática de um artista ou o trabalho de um artesão, que requerem habilidade e criatividade.

Embora o autor considerasse o ensino como arte, ele ampliou essa noção ao conceber o conceito (de ensino) como processo de *design*. Nessa direção, Brown (2009) se posicionou dizendo: "[...] todo o ensino implica um processo de *design*, em que os professores utilizam os materiais curriculares de maneiras exclusivas à medida que criam episódios instrucionais[33]" (p. 18, tradução nossa). Portanto, a criação de processos de ensino com uso de materiais curriculares (o que inclui o planejamento, as dinâmicas de aula, a gestão e as práticas didáticas e pedagógicas envolvidas), nessa perspectiva, seria uma atividade de *design*.

2.1.1 Interpretação do ensino como *design*

Segundo Brown (2009, p. 23, tradução nossa):

> [...] *design* é mais do que o processo de criar algo, isto também envolve a criação de algo com finalidade de resolver um problema humano, para alterar o estado de uma situação particular, de uma condição atual para um desejado, e para alcançar uma meta[34].

Dessa forma, o pesquisador enquadrou *design* como a construção de um processo de ensino, no qual estariam em jogo as estratégias didáticas, o estudo de um conteúdo específico e o uso de ferramentas físicas de auxílio às práticas dos professores e alunos. Conforme Brown (2009, p. 23, tradução nossa):

> [...] o *design* como toda a atividade humana direcionada por objetivo, envolve o uso de ferramentas, sejam elas físicas ou culturais. O ensino envolve uma determinada marca de *design*. Quando os professores utilizam *materiais curriculares* para elaborar episódios de ensino, a fim de atingir os objetivos, quando eles usam materiais como ferramentas para transformar um episódio de sala de aula de um estado existente para aquele estado

---

[33] *[...] all teaching involves a process of design in which teachers use curriculum materials in unique ways as they craft instructional episodes.*

[34] *Design is more than the process of creating something; it is about crafting something in order to solve a human problem, to change the state of a particular situation from a current condition to a desired one, and to accomplish a goal.*

> desejado, eles estão se engajando no *design* – com ou sem a intenção de fazê-lo[35] .

Por essa perspectiva, o decorrer do processo de *design* envolveria as parcerias entre o ser humano e as ferramentas físicas, ou seja, inclui as interações entre professores e materiais curriculares. Independentemente dos resultados sobre se houve ou não aprendizagem por parte dos alunos, isso não descaracterizaria o conjunto de atividades e de ações didáticas que foram projetadas pelo professor. O interesse da teoria não reside em questões específicas de aprendizagens: seu foco se direciona ao trabalho docente.

Assim, o pesquisador enfatizou que ao se envolver em uma atividade de *design*, o professor deveria "perceber e interpretar os recursos existentes, avaliar as restrições de configuração da sala de aula, equilíbrios entre vantagens e desvantagens, e planejar estratégias – tudo em busca de seus objetivos instrucionais[36]" (BROWN, 2009, p. 18, tradução nossa). Quanto ao desdobramento, essas atividades poderiam ser dinâmicas e/ou construtivas.

Contudo, pode ser que um *design* seja mais criativo que outro. A esse respeito, o autor se posicionou dizendo: "[...] se o uso de materiais curriculares pelos professores pode ser entendido como um processo de *design*, então é evidente que alguns professores podem ser mais hábeis que outros[37]" (p. 31, tradução nossa). Todavia, não faria sentido classificar o tipo de uso dos materiais como bom, ruim ou razoável, uma vez que a palavra *design* ressaltaria uma atividade de ensino similar ao trabalho artístico, na qual professores se empenhariam em sua elaboração e revelariam as habilidades subjetivas e os procedimentos criativos mobilizados de forma deliberada ou espontânea.

O autor mencionou que a interpretação do ensino como *design* ajudaria a compreender os desafios da prática docente ao lidar com os materiais curriculares. Também apontou reflexões sobre os desafios dos elaboradores de programas curriculares que projetaram suas obras para um grupo de professores que, muitas das vezes, apresentam características diferenciadas.

De acordo com o pesquisador, a interpretação do ensino como *design* seria relativamente nova. Mas a aproximação dos professores como *designers* teria

---

[35] *[...] design, like all goal-directed human activity, involves the use of tools, be they physical or cultural. Teaching involves a particular brand of design. When teachers use curriculum materials to craft instructional episodes in order to achieve goals, when they use materials as tools to transform a classroom episode from an existing state to a desired one, they are engaging in design – whether or not they intend to do so.*

[36] *Teachers must perceive and interpret existing resources, evaluate the constraints of the classroom setting, balance tradeoffs, and devise strategies – all in the pursuit of their instructional goals.*

[37] *If teachers' use of curriculum materials can be understood as a design process, then it follows that some teachers may be more adept than others at designing instructional contexts.*

compatibilidade com várias teorias cognitivistas, como é o caso dos estudos de Wertsch (1998), de Norman (1988), de Pea (1993) e de Hutchins (1996), dentre outros citados por Brown (2009, p. 19, tradução nossa). Essas produções enfatizaram a "[...] parceria vital que existe entre os indivíduos e as ferramentas que eles usam para alcançar seus objetivos.[38]"

É importante observar que, nesta teoria, um sujeito envolvido com materiais curriculares seria um *designer* em dois contextos diferenciados. Primeiramente, *designer* poderia contemplar o autor de materiais ou programas curriculares (incluindo os autores de livros didáticos), que projeta e elabora suas obras para uso de professores e alunos. Por outro lado, *designer* também caracterizaria o docente no uso dos recursos de materiais curriculares e sua atividade ao planejar e executar a aula, uma vez que essa ação também poderia ser entendida como atividade de *design*. Nos dois casos, o uso desse substantivo teria ligação ao sujeito que desenvolve algum tipo de prática com materiais curriculares, mesmo com propósitos diferenciados. No entanto, o interesse dessa pesquisa foram as práticas dos *designers* como referência a professores de Matemática quando interagem com os recursos de livros didáticos no processo de ensino.

Até aqui foi explicitado que os materiais curriculares proporcionam recursos importantes para os professores desenvolverem uma atividade de *design*. No tópico a seguir é feita a argumentação, na perspectiva de Brown (2002), sobre como os recursos docentes - conhecimentos, crenças e objetivos - influenciariam as interações dos professores na utilização dos materiais curriculares. Foi a partir do entendimento da relação entre os recursos curriculares e os recursos docentes que o autor teceu de forma mais esclarecedora a construção teórica que envolveria a relação entre professores e materiais curriculares.

2.1.2 Os recursos docentes nas interações com materiais curriculares

Para melhor compreender a relação entre professores e materiais curriculares, Brown (2009) enfatizou a importância de aprofundar os estudos sobre como os *recursos* dos professores – competências, conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo, crenças e objetivos – influenciam suas interações com os materiais.

[38] *[...] vital partnership that exists between individuals and the tools they use to accomplish their goals.*

Além de ressaltar que os recursos docentes auxiliariam as diversas maneiras pelas quais os professores fariam suas interações com os materiais curriculares, a teoria mencionou quatro características do envolvimento de professores em uma atividade de *design*, descritas na sequência.

Primeiramente, os professores *selecionariam* os materiais curriculares que pretendem utilizar em suas aulas. Sobre isso, Brown (2009, p. 22, tradução nossa) mencionou que:

> Embora a seleção de um programa curricular seja muitas vezes decidida por outros, os docentes tomam decisões diárias sobre quais dos recursos disponíveis serão utilizados. Essas escolhas são ditadas por seus conhecimentos, crenças, habilidades e objetivos[39].

No entanto, uma vez os docentes obrigados a utilizar os materiais curriculares de forma obrigatória, acabariam resistindo à adoção dos mesmos e não se apropriam de seus recursos na íntegra. Em consequência, tendem a modificar a proposta de ensino dos materiais à luz de seus objetivos, crenças e capacidades.

O segundo aspecto da interação seria referente à leitura e interpretação que os professores realizariam no uso dos recursos curriculares do material no planejamento e durante o processo de ensino. A sua percepção e compreensão das diferentes características funcionais dos recursos curriculares dependeria tanto da qualidade do design proposto nos mesmos, quanto da capacidade dos professores e das características do contexto em que se inserem (BROWN, 2002).

Dentre os autores mencionados por este pesquisador sobre interpretação dos recursos curriculares, tiveram destaque os argumentos de Remillard (2005, p. 220, tradução nossa), cuja percepção indicou o fato de que, ultimamente, os pesquisadores que estudariam o ensino versando sobre o uso de materiais curriculares enquadrariam o professor como um intérprete do currículo escrito. Ela se posicionou dizendo:

> Esta perspectiva detém uma visão interpretativa do texto e assume que é impossível existir fidelidade entre a ação em sala de aula e as palavras escritas em um manual docente, porque os professores trazem suas próprias crenças e experiências de seus confrontos com o currículo para criar seus próprios significados e usando materiais curriculares os professores interpretam as intenções dos autores[40].

---

[39] *Although the selection of a curriculum program is often decided by others, teachers make day-to-day decisions about which of the program's available resources to use. These decisions are dictated by their knowledge, beliefs, skills, and goals.*

[40] *This outlook holds to an interpretive view of text and assumes that fidelity between classroom action and written words in a teacher's guide is impossible, that teachers bring their own beliefs and experiences to their*

Aqui é possível exemplificar que o livro didático representa um tipo de currículo apresentado aos professores. Essa interpretação pode ser ampliada para vários tipos de materiais curriculares: o manual do professor, as orientações curriculares e os planos de aula elaborados por *design* de programas curriculares, dentre outros.

A conciliação docente com os objetivos pretendidos no material seria outra característica da interação, uma vez que pode ser tanto uma ação deliberada quanto realizada inconscientemente durante a instrução. Brown (2002, p. 20, tradução nossa) afirmou que os professores conciliam as propostas dos autores de materiais curriculares “[...] com seus próprios objetivos e capacidades, bem como com as restrições do ambiente[41]”. Nesse sentido, a realidade sociocultural dos alunos seria um aspecto importante a ser considerado quando o docente realiza adaptações no material curricular.

Brown (2002) destacou, em quarto lugar, que os professores acomodariam os objetivos, os interesses, as experiências e as limitações de seus alunos. Nesse contexto, realizariam reflexões e a partir delas fariam o ajustamento de suas práticas de ensino com base no desempenho e nas necessidades dos indivíduos ou do grupo de alunos de modo geral. Por esse viés, é possível afirmar que há aprendizagem por parte dos professores no momento do intercâmbio entre os recursos curriculares e seus objetivos de ensino.

Por último, para Brown (2009, p. 23, tradução nossa), os professores:

> [...] se *afastam* do plano destinado [no material] e adicionam seus próprios enfeites, *modificam* a estrutura existente ou omitem partes que não lhes interessam ou estejam além de suas próprias capacidades, ou das capacidades de seus alunos[42].

Brown (2002) também elucidou ser fundamental a compreensão da natureza do conhecimento mobilizado nas interações dos professores com os materiais curriculares. Com base nos estudos de Shulman (1986), Wilson *et al.*, (1987) e Grossman (1990), o autor apontou categorias de conhecimentos do professor, dentre as quais tiveram destaque: o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico geral, bem como do currículo, dos alunos, de como os alunos se relacionariam com o conteúdo, dos recursos disponíveis, dos objetivos educacionais e do contexto.

---

encounters with curriculum to create their own meanings, and that by using curriculum materials teachers interpret the intentions of the authors.

[41] *[...] their own goals and capacities, as well as with the constraints of the setting.*

[42] *[...] depart from the intended plan to add their own embellishments, modify existing structures, or omit parts that do not interest them or are beyond their own capacities or the capabilities of their students.*

No entanto, o *recurso docente* apontado pelo autor que recebeu destaque nas discussões desta pesquisa foram as crenças dos professores. De acordo com Brown (2002, p. 64, tradução nossa): "[...] objetivos e crenças docentes sobre um conteúdo do currículo podem exercer um papel fundamental na forma com a qual desempenham a instrução em sala de aula[43]". Estudos como de Spillane (1998, 1999) e Wilson (1990), mencionados por este autor, apontaram que as crenças docentes sobre a capacidade de aprendizagem dos alunos poderiam ser empecilhos na adoção de novas abordagens de ensino e, consequentemente, resultarem em obstáculos à implementação de reformas educacionais.

Brown (2002; 2009) colocou que a natureza dos objetivos e crenças dos professores seria altamente relevante para a compreensão de como os professores percebem e apropriam os materiais curriculares.

Por essa direção, embora se entenda que nas práticas com uso de livros didáticos o professor de Matemática mobilize seus diversos conhecimentos, neste estudo foi enfatizado o interesse na compreensão de como as crenças poderiam surgir nas interações docentes estabelecidas com os livros didáticos.

2.1.3 Graus de apropriação com livros didáticos

Brown (2002) propôs uma forma de classificar as interações entre professores e materiais curriculares no processo de ensino. Para essa finalidade, caracterizou as diferentes interações por intermédio de graus de apropriação, que são: transferência, adaptação e improviso. "Estes três tipos de uso descrevem os diferenciados graus de apropriações nos quais a responsabilidade de guiar uma atividade instrutiva pode ser distribuída entre o professor e os recursos didáticos disponíveis[44]" (p. 87, tradução nossa).

O pesquisador enfatizou que seu interesse repousou não no resultado final das interações, mas na compreensão de como se desenvolveria o processo de ensino com materiais curriculares e as características dessas interações.

Ao discutir os três casos de *apropriações*, esta pesquisa teve a intenção de interpretá-las no contexto das interações entre professores e livros didáticos, uma vez que este foi o

[43] *Teachers' goals and beliefs about the contents of a curriculum can play an integral role in shaping their orientation to it.*
[44] *These three types of use describe the differential degrees in which responsibility for guiding instructional activity can be distributed between the teacher and available instructional resources.*

recurso utilizado pelo docente participante. No entanto, as mesmas interpretações podem ser utilizadas para outros tipos de materiais curriculares.

Quando os professores "confiam totalmente" nas instruções e nas orientações contidas nos livros didáticos e as reproduzem na íntegra, isso permitiria afirmar que houve *transferência* (BROWN, 2002). Este autor acrescentou que as transferências seriam instâncias nas quais professores contariam significativamente com os recursos dos materiais curriculares para apoiar a instrução, contribuindo minimamente com sua capacidade na implementação do currículo em sala de aula.

Por esse viés, os docentes tenderiam a reproduzir fielmente os roteiros de atividades dos livros didáticos e suas práticas seriam totalmente guiadas pelas orientações contidas neste material.

Brown (2009) enfatizou que os professores poderiam transferir a responsabilidade de ensino para os livros didáticos por dois motivos: quando não seriam dotados de muita experiência para abordar determinado assunto ficando frente à sensação de dificuldade em lidar com algumas situações de ensino e quando, sem o apoio do livro didático, não alcançariam os resultados almejados por conta própria. Em mesmo sentido, Brown e Edelson (2003, p. 6, tradução nossa) reafirmaram que:

> Transferências muitas vezes ocorrem quando um professor tem pouca familiaridade ou certo desconforto ao tratar determinado assunto ou estratégia pedagógica recomendada em uma unidade do material curricular. Por esse motivo, os *recursos curriculares* fornecem estrutura suficiente para apoiar a atividade instrucional[45].

Em segundo lugar, Brown (2009) elucidou que os docentes se tornariam capazes de confiar plenamente no livro didático a partir do momento em que os *recursos curriculares* desse material refletissem seus objetivos de ensino. Esses dois casos de *transferências* não são caracterizados somente porque os professores seguiriam quase que literalmente, por exemplo, as instruções e as atividades dos materiais curriculares, mas também porque os resultados do uso apoiariam a atividade de *design* própria de cada docente e os aspectos processuais das tarefas de sala de aula.

Ao analisar as práticas de ensino de três professores de Ciências dos anos finais do Ensino Fundamental, Brown (2002, p. 276) apontou ser relevante compreender como transferências apoiam ou limitam as possibilidades dos professores de perceber oportunidades

[45]*Offloads often occur when a teacher is unfamiliar or uncomfortable with the subject matter or pedagogical strategies recommended in a curricular unit and the curricular resources provide sufficient structure to support instructional activity.*

de ensino e dos diferentes tipos de usos e restrições[46] dos materiais curriculares que ditariam essas percepções.

Um exemplo de caso de transferência no ensino pode ser evidenciado nos estudos deste pesquisador: uma professora de ciência, a qual Brown (2002) chamou de Janet, utilizou um roteiro estruturado para conduzir uma atividade de Ciências intitulada “Raios do Sol”. A tarefa tinha por objetivo levar o aluno a compreender que a intensidade da luz variava na Terra devido à variação do ângulo de incidência dos raios do sol na superfície terrestre. O contexto da atividade envolvia alguns cálculos e procedimentos matemáticos.

Em aula, o procedimento estruturado no plano ofereceu à professora um roteiro para conduzir a instrução. De acordo com o pesquisador, durante todo o ensino a docente manifestou uma dependência quase total do material curricular, dada a sua compreensão limitada do conteúdo e a incerteza sobre os cálculos matemáticos. Dessa forma, os recursos curriculares do plano de aula apoiaram a produção de uma tarefa e, assim, ajudaram a professora na promulgação do conteúdo que estava além de seu conhecimento.

No entanto, como afirmou Brown (2002, p. 253), ela não conseguiu resolver problemas relacionados às instruções dentro dessa tarefa, principalmente sobre os desafios conceituais que emergiram dos questionamentos dos estudantes.

Embora os recursos oferecessem suporte ao professor, Brown (2002) elucidou que seria impossível fornecer antecipadamente aos professores todos os recursos instrucionais dos quais precisariam para contemplar, por exemplo, as complexidades acerca do conteúdo, as concepções dos alunos sobre os conceitos e a dinâmica de sala de aula, espaço em que surgem as dúvidas dos estudantes.

Como mencionado nesse exemplo, as transferências de materiais curriculares revelariam algumas limitações das ações pedagógicas do professor ao instruir a atividade dos alunos. Em contrapartida, os recursos do material utilizado ajudariam o professor a minimizar essas limitações e potencializar suas capacidades, seja em relação ao conhecimento do conteúdo ou do procedimento metodológico adotado. No entanto, Brown (2002, p. 276, tradução nossa), afirmou:

> Transferências no ensino são interessantes não como substitutos para as deficiências dos professores, mas sim como suporte para as atividades

[46] As *restrições*, nesse contexto, não são concebidas com o sentido de obstáculos, mas, ao contrário, elas visam ressaltar os limites significativos que os *recursos curriculares* trazem para atividades de ensino. As “restrições podem ser interpretadas em termos de como elas definem a natureza da tarefa e como fornecem limites claros que orientam a atividade docente” (BROWN, 2009, p. 20, tradução nossa).

> docentes quando eles se envolvem em tipos de instrução que de outra forma não seria capaz de desenvolver por conta própria.[47].

É verdade que as transferências teriam por objetivo apoiar a prática docente. Mas o pesquisador elucidou que esse tipo de *apropriação* poderia limitar a capacidade docente em perceber e mobilizar outras possibilidades de instrução, diferentes da proposta de ensino prescrita no material curricular. No exemplo anterior, a dificuldade da professora de Ciências em lidar com os cálculos matemáticos restringiu sua capacidade de compreender os objetivos e fundamentos do cálculo e de diagnosticar os erros conceituais para responder de forma construtiva os questionamentos dos alunos (BROWN, 2002).

Assim sendo, é possível afirmar que embora algumas intenções didáticas dos professores possam ser planejadas e realizadas por intermédio de livros didáticos, manuais, roteiros de atividades, ou qualquer que seja o material utilizado, algumas decisões docentes frequentemente seriam tomadas de forma espontânea durante o ensino, sem a presença de uma recorrência assídua aos recursos do material em uso.

O material curricular pode não oferecer soluções que envolvam situações inesperadas. Como as necessidades instrucionais surgiriam das interações dinâmicas com os alunos envolvendo os conceitos estudados, isso poderia provocar a mobilização dos recursos pessoais do professor, como conhecimentos, habilidades, crenças e objetivos (BROWN, 2002).

É neste contexto que emergiria o tipo de apropriação denominado na teoria como *improviso*, dado quando um professor mobiliza uma nova estratégia de ensino durante a aula. As improvisações são casos em que os docentes buscam novos caminhos de instruções no seu próprio *design* (Brown e Edelson, 2003, p. 7), sem depender dos recursos disponíveis nos materiais curriculares.

De acordo com Brown (2002, p. 279), as improvisações dependeriam da presença prévia no docente de conhecimentos de habilidades necessários para a condução do novo método de ensino, pois, conforme o autor:

> Improvisações no ensino representam casos onde o professor se baseia minimamente em materiais curriculares [incluindo os livros didáticos] - talvez em busca de inspiração ou para fornecer um quadro flexível para

[47] *Instructional offloads are interesting not as substitutes for teachers' deficiencies, but rather as supports for teachers as they engage in types of instruction that they otherwise would have been unable to make happen on their own.*

> organizar uma atividade de ensino - e os resultados dessa aula são principalmente as invenções próprias do professor[48].

Neste ponto é importante ressaltar outro episódio da prática de ensino da professora Janet, no qual Brown (2002) reportou a presença de improvisos. A temática da aula ainda envolvia os "Raios Solares" e a professora percebeu que os alunos não compreendiam as relações de conceitos apresentados em atividades de aulas anteriores. Então, decidiu colocar os alunos em grupos e pediu que eles compartilhassem suas ideias entre os membros do grupo.

De acordo com o pesquisador, Janet não sabia como as discussões iriam se desenrolar, mas ao observar o desvelar das discussões dos grupos percebeu que esse método poderia oferecer ferramentas potenciais para o ensino. Foi por intermédio de discordâncias conceituais entre dois alunos que Janet mobilizou uma discussão entre eles e, em consequência, gerou um debate que mobilizou a classe.

Segundo Brown (2002, p. 305), a mobilização do debate teria se caracterizado propriamente pelo *design* de improvisação da professora. Essa estratégia de ensino, segundo o pesquisador, ajudou a professora a alcançar duas metas: (i) proporcionou uma oportunidade para reforçar os princípios básicos de argumento científico e raciocínio baseado em evidências, e (ii) ajudou a envolver a totalidade da classe no assunto em questão.

Sendo assim, a professora mencionada se distanciou de seu roteiro previsto no material curricular para criar uma nova possibilidade de conduzir a aula. Tendo em vista o distanciamento do guia docente, também é possível indagar a função dos materiais curriculares na ocorrência das improvisações: quais seriam os recursos que eles ofereceriam nessa perspectiva? Nesta teoria, os materiais curriculares, nos casos de improviso, são interpretados como matéria-prima e fornecem uma ideia "semente". Uma forma de visualizar este material seria como um embrião para o desenvolvimento do *design*. O professor contribuiria para dar significado e vida à atividade. Nas palavras de Brown e Edelson (2003, p. 7, tradução nossa): "improvisações geralmente ocorrem quando um professor reconhece oportunidades adicionais em uma situação de sala de aula e possui o conhecimento e a habilidade necessários para seguir um novo caminho instrucional[49]".

---

[48] *Instructional improvisations represent cases where the teacher relies on curricular materials only minimally—perhaps for inspiration or to provide a loose framework for organizing a classroom task—and the classroom outcomes are primarily the teacher's own invention.*

[49] *Improvisations generally occur when a teacher recognizes additional opportunity in a classroom situation and possesses the necessary knowledge and skill to depart on a new instructional path.*

Brown (2002) ressaltou que as improvisações envolveriam atividades significativas de *design* por parte dos professores. Aliás, como bem colocou, as improvisações na prática docente seriam capazes de fornecer pistas valiosas aos *designers* sobre as questões conceituais e pedagógicas da percepção e da mobilização de estratégias didáticas, que muitas vezes não são reportadas no material em uso.

A adaptação do material curricular é outro tipo interação entre professores e materiais curriculares. Esse tipo de interação, segundo o pesquisador, emergiria no momento da adoção, pelos professores, de certos elementos da estrutura original do material curricular e também na contribuição com seus recursos próprios para a implementação curricular.

Por esse motivo, as adaptações se caracterizariam por uma responsabilidade compartilhada entre os recursos dos professores e dos materiais. Segundo Brown (2002), os docentes realizariam este tipo de apropriação por quatro motivos: (i) para atender às necessidades específicas de um aluno; (ii) para estar de acordo com certos estilos de ensino; (iii) para atingir metas específicas de aprendizagem e (iv) para se adaptar às demandas específicas de uma sala de aula.

Em sua pesquisa, Brown (2002) relatou um caso específico de adaptação, quando a professora Janet utilizou materiais curriculares de um projeto sobre aquecimento global. Para este episódio de ensino, as orientações apresentadas no roteiro de aula do material curricular instruíram a professora a seguir uma receita preestabelecida quando descreveram cada uma das etapas necessárias para produzir um modelo de laboratório. Além disso, a proposta do *design* original teria orientado a docente a fornecer aos alunos dispositivos pré-construídos, que representariam um modelo que explorava e apresentava aspectos específicos para medir os diferentes ângulos de incidência da luz solar em relação à superfície da Terra.

No entanto, a professora modificou o plano e preferiu envolver seus alunos no *design* experimental, de modo que eles próprios criassem suas experiências. Durante o processo, ela incentivou os alunos a interpretarem os conceitos dos modelos que eles projetaram.

Segundo o pesquisador, a familiaridade de Janet com o conteúdo científico, os métodos experimentais e suas experiências no ensino contribuíram para que percebesse diferentes formas de uso dos materiais curriculares e, por conseguinte, adaptasse a atividade original. O autor ainda ressaltou que foi possível identificar um conjunto de metas e crenças relativas à participação dos estudantes, as quais se diferenciavam muito daquelas mantidas pelos *designers* do material. Por exemplo, a professora afirmou que sua proposta de ensino teria oferecido oportunidade para os estudantes usarem o pensamento criativo na elaboração dos experimentos em laboratório.

Segundo o autor, a docente terminou por mobilizar um caminho personalizado que se adaptou à sua sala de aula (BROWN, 2002, p. 172). No entanto, ela apropriou e integrou dentro de sua instrução os principais elementos disponíveis no *design* original: os objetivos, as estruturas das tarefas, as estratégias e as representações conceituais do conteúdo. Esta interface entre apropriação e modificação no *design* original remeteria às características das interações relativamente conduzidas pela adaptação.

Alguns pesquisadores relataram que muitos professores *adaptariam* os materiais curriculares em suas práticas em função de suas crenças educacionais. A esse respeito, há a produção de Mawyer e Edelson (2007), que investigou como as crenças de professores de Ciências se relacionariam e influenciariam as *adaptações* em materiais curriculares. O estudo se orientou a duas questões: quais as crenças educacionais que os professores possuíam e como os professores recorreriam às suas crenças educacionais para tomar decisões sobre como adaptar os materiais curriculares.

Segundo os pesquisadores, as crenças docentes sobre os alunos e o processo de ensino seriam decisivas na modificação da proposta do material. Os pesquisadores relataram que as *adaptações* aconteceriam com propósito de verificar o que os alunos recordavam e avaliar o conhecimento prévio deles.

Em relação aos três tipos de apropriações, Brown (2002) não avaliou os seus resultados, nem teve a intenção de classificar um tipo de *uso* de *materiais curriculares* como superior ao outro. As três classificações somente revelaram as características das interações e as particularidades de cada docente diante das situações de ensino deliberadas ou não.

Além disso, um mesmo professor poderia realizar vários casos de *adaptações*, improvisos e transferências com materiais curriculares em um único episódio da aula. O que se adotou nesta pesquisa foi a visão de que esse processo não seria linear, podendo acontecer de forma desordenada. Nessa perspectiva teórica, os três graus de apropriação evidenciariam o desenvolvimento da relação entre professores e os materiais curriculares a partir de uma dinâmica entre os recursos pessoais dos professores e os recursos disponíveis nos materiais curriculares por eles utilizados.

2.1.4 Síntese: as interações entre professores e materiais curriculares

As discussões que foram desenvolvidas sobre conceitos teóricos na tese de Matthew William Brown, defendida em 2002 com o título: "*Teaching by Design: Understanding the Intersection between Teacher Practice and the Design of Curricular Innovations*"[50](Ensino como Design: Compreendendo a interseção entre prática docente e o *design* de inovações curriculares), forneceram à esta pesquisa várias pistas sobre como os professores poderiam recorrer aos recursos disponíveis em materiais curriculares. Aliás, este autor argumentou que nos processos de ensino seria estabelecido um intercâmbio entre os recursos docentes e os recursos dos materiais. Por essa direção, Brown (2002) construiu as questões (Figura 1) que nortearam a sua investigação, que teve a finalidade de identificar: (i) os caminhos que os recursos curriculares e recursos docentes contribuem para os resultados instrucionais; (ii) as maneiras que esses recursos se interagem *(*graus de apropriação*)* e (ii) os padrões de similaridades e diferenças nos episódios de instrução.

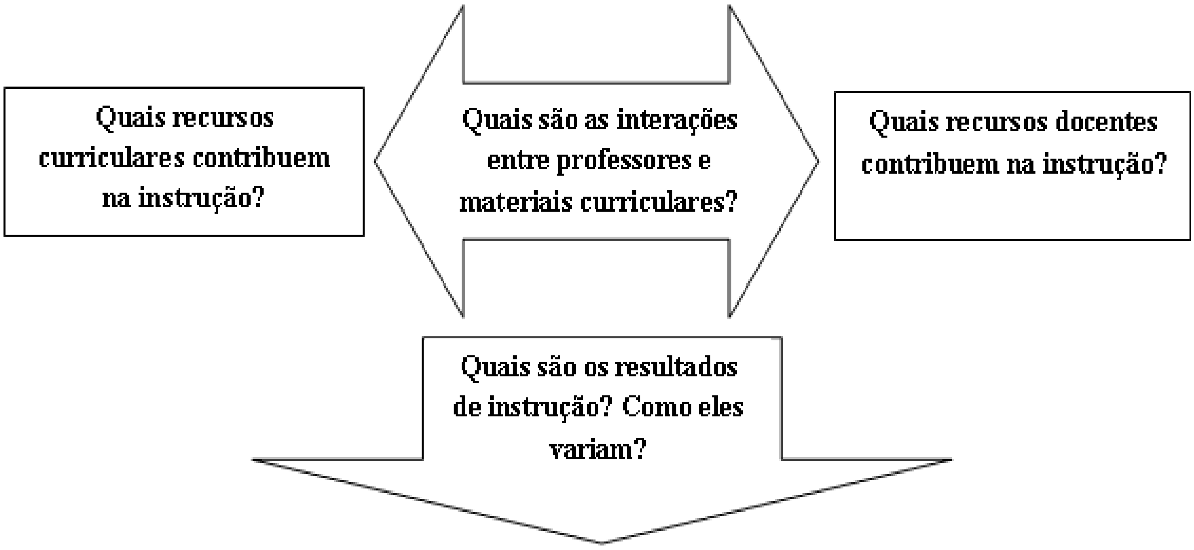


Figura 1 - Questões gerais que nortearam a teoria Relação entre Professores e Materiais Curriculares
Fonte: Brown (2002, p. 39).

Brown (2009) apresentou duas dimensões que se conectariam em uma atividade de *design*. De um lado, a estrutura dos materiais curriculares, o que inclui a natureza e a organização do conteúdo do currículo, os conceitos matemáticos específicos, as metas e os pressupostos pedagógicos. Nesta categoria, o pesquisador identificou três facetas básicas dos materiais que fariam parte de sua composição: (a) os objetos físicos e seus suprimentos de acompanhamento, (b) representações de tarefas (procedimentos) e (c) representações de conceitos. Do outro lado, estariam as capacidades (habilidades, conhecimentos, crenças e

[50] O leitor poderá encontrar esta tese, assim como outras pesquisas de Matthew William Brown, no sítio: <http://www.inquirium.net/people/matt.html>.

objetivos) que os professores aplicaram nas interações, que influenciariam de algum modo as formas de percepção e a apropriação efetivadas dos recursos curriculares, a saber, transferência, adaptação ou improviso. Nesta configura teórica os professores trariam pelo menos, três tipos diferentes de recursos para o uso dos materiais curriculares: (a) o conhecimento do conteúdo, (b) o conhecimento pedagógico do conteúdo e (c) os objetivos e as crenças. O quadro abaixo, que Brown (2009) denominou "*Design Capacity for Enactment Framework*", é um modelo que expressa os principais elementos de sua teoria – Relação entre Professores e Materiais Curriculares.

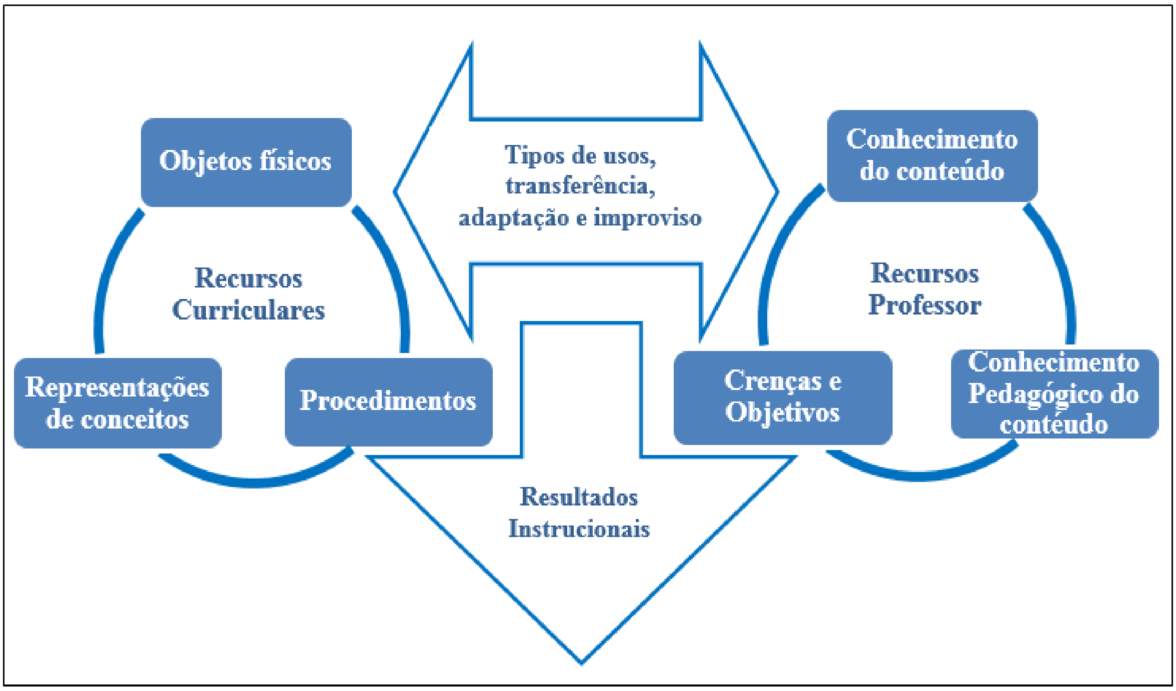


Figura 2 – "*The Design Capacity for Enactment Framework*". Fonte: Brown (2009, p. 26).

Embora o trabalho de Brown (2009) tenha sido projetado em escolas estadunidenses com professores de Ciências, nesta pesquisa foi assumida a possibilidade de que o quadro teórico do autor pode ser conciliado a qualquer atividade de ensino ocorrida com o uso de materiais curriculares, independentemente da especificidade da disciplina.

Com o aporte teórico de Brown (2009), foi possível presumir que as crenças docentes teriam a capacidade de influenciar as construções didáticas (*designs*), os tipos de *apropriações* e, de modo geral, a forma com a qual os professores perceberiam e mobilizariam os caminhos didáticos com os *recursos curriculares* disponíveis em livros didáticos. Assim, esta pesquisa seguiu no sentido de aprofundar as compreensões sobre como as crenças dos docentes se relacionariam ou não nas interações surgidas entre professor e livro didático. Contudo, seria possível o surgimento de crenças em outros contextos distanciados dessas interações, mas, sempre que possível sua verificação será efetivada mediante os possíveis vínculos com os tipos de uso, mesmo porque isso representa o caminho inicial adotado para a identificação de crenças.

No tópico a seguir foi delineado por intermédio de uma revisão de literatura, algumas perspectivas teóricas que tratam de crenças docentes.

2.2 CRENÇAS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Thompson (1992) comentou que, na década de 1920, houve interesse considerável entre psicólogos no estudo sobre a natureza de crenças e suas influências nas ações das pessoas. No entanto, nas décadas subsequentes, esse interesse foi se reduzindo e quase desapareceu na literatura psicológica devido ao surgimento, na década de 1930, de pesquisas que versavam sobre o associacionismo e, posteriormente o behaviorismo.

Por volta de 1960 o interesse no estudo de crenças foi bastante variado entre os psicólogos. Uma década depois, com o advento da Ciência Cognitiva, foi decisivo para que crenças e sistemas de crenças tomassem lugar dentro de outros aspectos inerentes à cognição e ao afeto humano (ABELSON, 1979, p. 355 *apud* THOMPSON, 1992, p. 129). Essa vertente foi mais acentuada ainda no início da década de 1980, quando abarcou estudos de diversas áreas como a Psicologia, a Antropologia, as Ciências Política e a Educação.

Atualmente os pesquisadores em Educação Matemática reconhecem o professor como agente cognoscente (FIGUEIRA, 2008). Muitos pesquisadores admitem que a descrição e análise dos processos cognitivos de professores têm sido um dos fatores de maior relevância para compreender a sua atuação em sala de aula. Esse viés de estudo rompeu a visão da década de 1970 sobre o paradigma processo-produto cuja perspectiva, influenciada pelo behaviorismo, procurava investigar a eficácia do ensino focando principalmente o comportamento do professor em sala de aula.

O propósito dessas pesquisas foi examinar como o método de ensino adotado produzia a aprendizagem dos alunos.

Portanto, a partir da década de 1980, os pesquisadores ao invés de compreenderem somente os resultados do ensino, desvelaram um caminho que lhes informasse o funcionamento desses processos por intermédio do estudo sobre o pensamento do professor. Sobre isso, Clark e Peterson (1986; 1990) *apud* Figueira (2008, p. 1, grifo nosso) frisaram:

> É generalizada a opinião de que o comportamento humano não pode ser globalmente entendido apenas baseado em fatos exteriores e observáveis. Para ser cabalmente entendido há que ter em conta os pensamentos, as cognições, *as crenças do sujeito*, pois são estas que determinam e dão significado ao comportamento e que estruturam e organizam o mundo.

Pesquisadores como Shavelson e Stern (1981) também argumentaram que o modelo exclusivamente comportamental seria conceitualmente incompleto para a compreensão do ensino. Eles afirmaram que "é necessário que as pesquisas sobre o ensino examinem as intenções dos professores e as relações entre intenções e comportamentos, e não somente o comportamento por si só. " (p. 1).

Por essa direção, esta pesquisa valorizou a descrição e a interpretação dos pensamentos dos professores, bem como a busca de relações entre os processos mentais docentes e as tomadas de decisão no desenrolar de sua atividade profissional. Portanto, o foco das investigações educacionais foi deslocado para o paradigma do pensamento do professor. Segundo Thompson (1992), essa mudança centrada na cognição docente teria levado interesse de pesquisadores a investigarem a composição e a estrutura dos sistemas de crenças e concepções, dos quadros mentais de ação da mente (Shavelson, 1988) e das teorias implícitas (Clarck, 1988), que se mostravam subjacentes aos pensamentos e decisões dos professores.

Portanto, esses vieses de investigação levaram em conta não somente as cognições dos professores, mas também a relação entre o pensamento e a ação (FIGUEIRA, 2008). Nessa perspectiva, a Psicologia trouxe novamente influências para a Educação Matemática, de modo que até o presente existe a supervalorização de estudos sobre o pensamento docente, o que inclui o exemplo das decisões, das crenças, das concepções, das atitudes, dos conhecimentos e dos sentimentos do professor de Matemática.

Segundo Thompson (1992), a Psicologia trouxe resultados úteis para a interpretação da natureza da relação entre crenças e comportamento, assim como sobre a função e a estrutura das crenças. A autora fundamentou sua pesquisa nas bases da ciência cognitivista, a partir dos estudos de Abelson (1979) sobre a natureza e as propriedades de crenças. Já Rokeach (1960), Nespor (1987) e Green (1971) forneceram à autora os aportes teóricos para a interpretação dos sistemas de crenças.

Embora muitos pesquisadores argumentem que ocorreu uma expansão desse campo de estudo mais intensa a partir do início da década de 1980, Paiva (1999) colocou que a investigação do pensamento docente teria sido inicialmente reportada em 1968, na obra de Philip Jackson *"Life in classrooms"* (A vida nas salas de aula). Na obra, é possível encontrar a descrição de processos mentais e do planejamento de professores, com o objetivo de compreender suas ações em sala de aula.

Na obra *"Research on teachers' pedagogial thoughts, judments, decisions and behavior"* (Pesquisa sobre o pensamento pedagógico, julgamentos, decisões e comportamentos do professor), publicada no ano de 1981 pelos autores Shavelson e Stern (1981), foram identificados argumentos e ponderações que retrataram o fato de que os estudos dessa natureza não seriam simples, em razão de que a compreensão do ensino exigiria o entendimento minucioso da concretização do pensamento docente em três etapas de suas ações: o planejamento, a instrução (durante o seu desenvolvimento) e após a realização das aulas.

Vários foram os pesquisadores que, a exemplo de Shavelson e Stern (1981) e Clark e Peterson (1986), trouxeram contribuições de estudo sobre o pensamento docente no campo da Educação Matemática. No entanto, os trabalhos desenvolvidos por Thompson (1982, 1984, 1992) têm sido uma referência significativa para a abordagem de crenças e de concepções de professores de Matemática (GUIMARÃES, 2010).

Em sua tese, Thompson (1982) defendeu que o pensamento do professor estaria inextricavelmente ligado ao seu comportamento e, de modo recíproco, as ações profissionais docentes também influenciariam suas cognições. Assim como Shavelson e Stern (1981), ela interpretou a relação crenças – práticas como um processo dialético e não uma simples relação de causa e de efeito (THOMPSON, 1992, p. 140).

Atualmente, essa vertente de pesquisa envolve uma variedade internacional de questões sobre a Educação Matemática. Isso inclui o ensino e a aprendizagem (Adam, 2012), a apropriação docente com materiais curriculares (Looyd, 2002; Remillard e Bryans, 2004; Mawyers e Edelson, 2007; Jamieson-Proctor e Byrne, 2008); reformas curriculares (Handal e Herrington, 2003; Chen, 2010); desenvolvimento profissional docente (Wilson e Cooney, 2002; Roesken *et al.*, 2011); uso de tecnologia em sala de aula (Leatham, 2007); o papel do professor em sala de aula (Skott, 2013) e a relação entre crenças e práticas de ensino (UÇAR, DEMIRSOY, 2010; ZAKARIA, MAAT, 2012; BESWICK, 2012; CROSS, HONG, 2012).

De acordo com Handal (2003), os educadores matemáticos têm apresentado relatos em suas pesquisas sobre como os professores organizariam seus sistemas de crenças sobre: (i) o que seria a Matemática; (ii) a forma como se deveria ensinar a Matemática para a efetivação da aprendizagem e (iii) como o ensino e aprendizagem da Matemática deveria ocorrer de uma forma ideal. As visões (crenças) dos professores que foram relatadas quando pesquisadores investigavam o pensamento de professores por intermédio de aspectos que permeiam as suas práticas, envolviam elementos como a metodologia do ensino, o uso de tecnologias (a exemplo das calculadoras), a seleção e o uso de livros didáticos e o papel do professor e dos alunos no ensino.

Na continuidade do texto, as discussões são norteadas pelos seguintes temas: definições de crenças; a natureza e a propriedade das crenças; sistema de crenças e a relação entre crenças e práticas dos professores.

2.2.1 Definições de crenças

São comuns menções sobre crenças em discursos e em textos educacionais que utilizam esse termo de modo transparente, para fazer referência implícita a uma ideologia ou ideia enraizada no pensamento e/ou na ação. As crenças, nesse sentido, seriam as "coisas" defendidas pelas pessoas com certa convicção e que não são trocadas facilmente, mesmo quando são conhecidas as consequências desse entendimento. As crenças se estabeleceriam por intermédio de conceitos (de caráter pessoal) e de preconceitos concebidos e construídos ao longo das experiências, incluindo as influências de diversos grupos sociais (amigos, escolas, universidades, família, trabalho, instituições religiosas e assim por diante), com os quais o indivíduo mantenha ou estabeleça relações duradouras.

Essas ideias gerais, oriundas do senso comum, já são conhecidas. Mas, para esta pesquisa, além dessa interpretação usual foram admitidas algumas restrições para o termo no contexto da Educação Matemática, uma vez que neste campo há falta de consenso entre os pesquisadores para definir crenças e sistema de crenças (FURINGHETTI e PEHKONEN, 2002).

Portanto, devido às vagas caracterizações que presentes na literatura para o termo, cada pesquisador costuma elaborar seus próprios conceitos que, em razão disso, podem se apresentar contraditórios se comparados uns aos outros. Por causa da existência de muitas definições de crenças, Pajares (1992, p. 208, tradução nossa) afirmou:

> Não será possível para os pesquisadores investigar crenças de professores, sem primeiramente decidirem a conceituação de crenças, e como seu significado será diferente de construções semelhantes. Também será necessário que especifiquem o que eles sabem sobre a natureza de crenças e sistemas de crenças, de modo que a pesquisa possa ser informada pelas premissas que este entendimento irá criar[51].

Além disso, as dificuldades em diferenciar e compreender onde começaria o conceito de crenças e onde terminaria o de concepções seriam os motivos pelos quais esses dois termos geralmente aparecem associados em diversas pesquisas (GUIMARÃES, 2010). Contudo, no presente estudo, o que se acolheu foi que esses dois termos não tratariam das mesmas coisas, conforme é explicitado mais adiante.

Sobre as diferenças e similaridades entre as diversas abordagens de crenças, é importante considerar que dentre os estudos que abordam esse tema, têm destaque nacionalmente os produzidos por pesquisadores da Educação Matemática como Furinghetti e Pehkonen (2002), Guimarães (2010), Ponte (1994a), Pajares (1992) e Thompson (1992), dentre outros.

Em uma revisão de literatura, os pesquisadores Furinghetti e Pehkonen (2002) evidenciaram variados conceitos teóricos e abordagens referentes às crenças e concepções de professores, de um modo geral e em particular docentes de Matemática. Além disso, os autores investigaram o entendimento de dezoito educadores matemáticos sobre a caracterização de crenças, conforme o quadro a seguir ilustra. Furinghetti e Pehkonen (2002) argumentaram que a maioria dos educadores estaria de acordo com as caracterizações de Schoenfeld (1992) e Thompson (1992).

Quadro 2 - Caracterizações de crenças docentes (FURINGHETTI e PEHKONEN, 2002, p. 47, tradução nossa).

Pesquisadores	**Caracterizações**
Hart (1989, p. 44)	Usa-se a palavra crença para refletir certos tipos de julgamento sobre um conjunto de objetos.
Lester *et al*., (1989, p. 77)	Crenças constituem conhecimento subjetivo do indivíduo sobre si mesmo e também sobre Matemática, resolução de problemas e temas tratados em declarações de problemas.
Lloyd e Wilson (1998, p. 249)	Usa-se a palavra concepção para se referir às estruturas mentais gerais de uma pessoa, que englobam conhecimentos, crenças, entendimentos, preferências e ideias.
Nespor (1987, p. 321)	Os sistemas de crenças muitas vezes incluem sentimentos afetivos e avaliativos, memórias vívidas de experiências pessoais e suposições sobre a existência de entidades e mundos

[51]*It will not be possible for researchers to come to grips with teachers' beliefs, however, without first deciding what they wish belief to mean and how this meaning will differ from that of similar constructs. It will also be necessary for them to specify what they know about the nature of beliefs and belief systems, so that research may be informed by the assumptions this understanding will create.*

	alternativos, os quais simplesmente não estão abertos à avaliação externa ou análise crítica no mesmo sentido em que estão os componentes dos sistemas de conhecimento.
Ponte (1994a, p. 169)	Crenças e concepções são consideradas como partes do conhecimento. Crenças são as "verdades" pessoais incontestáveis, realizadas por todos, decorrentes da experiência ou da fantasia, com um forte componente afetivo e avaliativo.
Pehkonen (1998, p. 44)	As crenças são entendidas como um conhecimento subjetivo (que também inclui os sentimentos) de um determinado objeto ou a preocupação de fundamentos defensáveis que nem sempre podem ser encontrados em considerações objetivas.
Schoenfeld (1992, p. 358)	Crenças devem ser interpretadas como suposições e sentimentos que moldam as formas que o indivíduo conceitua e se envolve em seu comportamento matemático.
Thompson (1992,p. 132)	As concepções de um professor sobre a natureza da Matemática podem ser vistas como crenças conscientes ou subconscientes, conceitos, significados, regras, conhecimentos, imagens mentais e preferências sobre a disciplina de Matemática.
Tomer e Gri-Gütsch (1994, p. 213)	Atitude é um estado estável, de longa duração, a predisposição aprendida para responder a determinadas coisas de certo modo. O conceito tem um aspecto cognitivo (crença), um aspecto afetivo (sentimento) e um aspecto conativo (ação).

Segundo Furinghetti e Pehkonen (2002), essa concordância já era esperada em razão desses estudos serem referência em investigações sobre crenças docentes. Em contrapartida, o conceito de Ponte (1994a) obteve menor aceitação, em razão da discordância entre os pesquisadores sobre a relação que definiria as crenças como parte dos conhecimentos docentes.

Contudo, é perceptível que as caracterizações de crenças incluídas do estudo por Furinghetti e Pehkonen (2002) não possuem precisão. Em alguns casos, as crenças foram definidas como elementos cognitivos que fariam parte de outras estruturas consideradas mais abrangentes no pensamento do indivíduo. Foi o caso de Thompson (1992) e de Lloyd e Wilson (1998), que apresentaram crenças incluídas nas concepções e de Tomer e Gri-Gütsch (1994), que definiram as crenças como um dos aspectos cognitivos integrantes da atitude de um indivíduo.

Quando Furinghetti e Pehkonen (2002) apresentaram a definição de Thompson (1992), não foi mais possível dizer algo diferente sobre crenças a não ser que fariam parte das concepções do professor de Matemática. Contudo, isso não implicaria na semelhança desses dois termos, uma vez que Thompson (1992) também incluiu os conhecimentos no âmbito das concepções. Assim, é sabido que as propriedades das crenças, na perspectiva dessa autora, divergiriam do conteúdo de conhecimento, conforme se desenvolve mais adiante.

De um modo geral, os diferentes conceitos de crenças algumas vezes apresentariam outros termos como sinônimos ou ainda como concepções, sentimentos, sentimentos afetivos e avaliativos, experiências pessoais, fantasias, atitudes, conhecimento subjetivo, suposições, conhecimento, julgamentos, aspecto cognitivo, afetivo e conativo e verdades pessoais. Esses diferentes entendimentos sobre as crenças também foram evidenciados por Pajares (1992). Após realizar uma extensa revisão de literatura, este autor se referiu as definições de crenças como um jogo de escolha do pesquisador, devido a sua construção ser confusa e em razão de que "viaja" em um emaranhado de pseudônimos (PAJARES, 1992 p. 309, tradução nossa):

> [...] atitudes, valores, axiomas, opiniões, ideologia, percepções, conceitos, sistemas conceituais, preconceitos, alienações, teorias implícitas, teorias explícitas, teorias pessoais, processos mentais internos, estratégias de ação, as regras de prática, princípios práticos, perspectivas, repertórios de compreensão e estratégia sociais [...][52].

Algumas definições, por mais abrangentes que se apresentassem convergiram em alguns aspectos. Lester *et al.*, (1989), Ponte (1994a) e Pehkonen (1998), citados por Furinghetti e Pehkonen (2002), por exemplo, apresentaram crenças como parte dos conhecimentos do indivíduo. Mas, em todos os casos, parece que a natureza deste conhecimento é interpretada como um conteúdo subjetivo, muito distante daquele conhecimento científico validado por pesquisas sistematizadas.

Consequentemente, isso remeteu à questão da dificuldade em diferenciar crenças e conhecimentos, crenças e concepções. Isso se tornou evidente, por exemplo, nos estudos de Ponte (1994) e de Thompson (1992). O primeiro considerou o conhecimento como algo mais abrangente que incluiria as concepções e crenças. Já Thompson (1992) tratou crenças e conhecimentos como aspectos cognitivos disjuntos. No entanto, nessa configuração teórica, as crenças se constituiriam como subconjuntos das concepções docentes.

Thompson (1992) apresentou uma definição de crenças, que foi elaborada a partir dos dados empíricos de sua tese de doutorado. Ela concluiu que as crenças "parecem ser manifestações de pontos de vista assumidos inconscientemente, [...] para abstrair ideias que podem ser consideradas como parte de uma ideologia geral de ensino[53]" (THOMPSON, 1984, p. 124, tradução nossa). A ideologia nesse sentido se traduziria como uma visão de mundo ou mesmo um conjunto de ideias defendidas em um nível muito elevado de convicção por parte do indivíduo.

A mesma autora caracterizou as concepções como estruturas abrangentes de natureza cognitiva e englobou nessa definição as crenças e seus sistemas conscientes e subconscientes,

[52] *[...] attitudes, values, judgments, axioms, opinions, ideology, perceptions, conceptions, conceptual systems, preconceptions, dispositions, implicit theories, explicit theories, personal theories, internal mental processes, action strategies, rules of practice, practical principles, perspectives, repertories of understanding, and social strategy [...].*

[53] [...] *beliefs seemed to be manifestations of unconsciouslyheld views or expressions of verbal commitment to abstract ideas that may be thought of as part of a general ideology of teaching.*

bem como qualquer aspecto do conhecimento dos professores que emergisse em sua experiência (significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, dentre outros). Apesar do pouco detalhamento, também é possível afirmar que essa mesma interpretação foi admitida igualmente pelos pesquisadores Lloyd e Wilson (1998) *apud* Furinghetti e Pehkonen (2002).

Thompson (1992) evidenciou concordância com os trabalhos de Nespor (1987) e este autor, por sua vez, mencionou que as crenças influenciariam a forma com a qual os professores elaborariam a conceitualização das tarefas e o aprendizado com suas experiências de ensino. Embora o autor tenha se interessado pelo papel das crenças no pensamento e na prática docente, sua definição de sistema de crenças (ver quadro 2) foi generalizada no contexto da Psicologia Cognitiva e da Ciência Cognitiva.

Já a noção de crenças como ideologia geral de ensino (Thompson, 1992) se mostrou mais próxima das noções de Sharp e Green (1975) *apud* Pajares (1992, p. 315), que usaram a mesma definição em seu estudo. Estes pesquisadores chamaram como de ideologia de ensino:

> [...] um conjunto conectado de crenças e ideias sistematicamente relacionadas sobre o sentido que deve ter as características essenciais do ensino, [...] uma definição abrangente de tarefa e um conjunto de prescrições para executá-las, todos mantidos em um nível relativamente elevado de abstração[54] .

Quando discutiu em sua tese de doutorado as influências de crenças na implementação de reformas educacionais na China (especificamente em Hong Kong e Chongqing), Chen (2010) se reportou às crenças distintas dos componentes do conhecimento docente.

O pesquisador considerou adequado utilizar em seu estudo a interpretação que pode ser verificada em Raymond (1994, p. 19) *apud* Chen (2010, p. 28, tradução nossa):

> Crenças são compostas de auto-verdades e refletem como se define a realidade no mundo. Realidade pessoal está sujeita a suas experiências e preconceitos. Portanto, uma crença é um ponto de vista determinado numa base afetiva e/ou cognitiva de acordo com um conjunto de experiências pessoais[55].

[54] *[...] a connected set of systematically related beliefs and ideas about what are felt to be the essential features of teaching ... a broad definition of the task and a set of prescriptions for performing it, all held at a relatively high level of abstraction.*

[55] *Beliefs are composed of self-truths and reflect how one defines reality in the world. Personal reality is subject to one's experiences and prejudices. Therefore, a belief is a point of view determined on an affective and /or cognitive basis according to one's set of personal experiences.*

Chen (2010) argumentou que a definição de Raymond (1994) estaria em concordância com o estudo de Lesage (2005, p. 12) *apud* Chen (2010, p. 28), segundo o qual as crenças seriam:

> [...] auto-verdades idiossincráticas formuladas a partir de experiências de vida, que se realizou com diferentes graus de convicção, e são geralmente susceptíveis de alteração, apenas a título de reflexão cuidadosa e/ou sob condições de perturbação[56]

Um pesquisador que também caracterizou as crenças com base nas experiências do indivíduo foi Sigel (1985, p. 351) *apud* Pajares (1992, p. 313). Para ele, as crenças seriam "estruturas mentais de experiências, frequentemente condensadas e integradas em esquemas ou conceitos, que são preservadas como uma verdade e guiam o comportamento[57]".

Nesse mesmo sentido, Harvey (1986) *apud* Pajares (1992, p. 313), afirmou que as crenças seriam "representações individuais da realidade que tem validade, verdade, ou credibilidade suficiente para conduzir o pensamento e o comportamento".

Alguns pesquisadores adotaram a significação de crenças com base em característica do comportamento ou simplesmente no argumento realizado pelo indivíduo. Foi o caso do estudo de Rokeach (1972) *apud* Pajares (1992), que elucidou três componentes que constituiriam as crenças: o cognitivo (relativo ao conhecimento), o afetivo (versando as emoções) e o comportamental (quando é preciso agir). Para ele, as crenças seriam interpretadas como "proposições simples, conscientes ou inconscientes, inferidas a partir do que uma pessoa diz ou faz, que podem ser precedidas pela frase: 'eu acredito nisso'.[58]" (p. 314).

No entanto, Wilson e Cooney (2002, p. 130) colocaram que a determinação de uma crença dependeria de uma variedade de provas. Se validariam no conjunto do discurso e da ação, ou seja, a validação residiria na fala do indivíduo e em suas atitudes.

Outros autores tentaram relatar crenças em oposição ao significado que atribuíram para "fatos". Yero (2002), por exemplo, considerou fatos como "declarações a partir de perspectivas particulares que fazem parte de uma consensual realidade" e crenças como "julgamentos e avaliações que fazemos a nós mesmos, acerca de outros, e sobre o mundo que nos rodeia, [...] e generalizações acerca das coisas como uma causalidade ou o significado de

---

[56] *Beliefs are idiosyncratic self-truths formulated out of life experiences, held with varying degrees of conviction, and are generally susceptible to change only by way of thoughtful reflection and/or under conditions of perturbation.*

[57] *[...] mental constructions of experience - often condensed and integrated into schemata or concepts.*

[58] *[...] any simple proposition, conscious or unconscious, inferred from what a person says or does, capable of being preceded by the phrase, 'I believe that' . . .*

determinadas ações" (p. 21). Nesse sentido, o autor pareceu interpretar fatos como elementos de domínio público mais próximos do conhecimento e crenças, como baseadas em convicções que generalizariam os resultados das experiências.

Thompson (1992) apontou que os pesquisadores interessados em estudar as crenças de professores poderiam dar atenção para conceitos a partir de uma perspectiva psicológica ou filosófica. Portanto, foram identificados alguns estudos em Educação Matemática que se apropriaram de conceitos da Filosofia para esclarecer a natureza das crenças. Garnica (2008), por exemplo, apoiado nos estudos do filósofo Charles Sanders Peirce, caracterizou as crenças em total dependência das experiências práticas do indivíduo. Segundo ele, a perspectiva peirceniana apresentaria três componentes essenciais de crenças: o indivíduo tem ciência delas; elas acalmam a irritação causada pela dúvida e estabelecem uma regra de ação (um hábito) no comportamento humano. Nesse contexto, é possível admitir que crenças poderiam tanto ser "verdades" pessoais como também um tipo de conhecimento científico. Essa assertiva pareceu se confirmar quando Pierce expôs que a verdadeira crença seria aquela que se encontraria de acordo com pesquisadores que investigam cientificamente.

Segundo Garnica (2008), os hábitos duradouros do indivíduo seriam potenciais para a cristalização das crenças, ao contrário da dúvida, que não produziria efeitos sobre as condutas humanas. Essa compreensão foi ampliada quando Pierce apontou três aspectos de distinção entre crença e dúvida, conforme destacou Garnica (2008, p. 4-5):

> (i) existe uma diferença entre a sensação que caracteristicamente acompanha a dúvida (desejar fazer uma pergunta) e aquela que caracteristicamente acompanha a crença (desejar fazer um julgamento sobre algo); (ii) a sensação da crença é uma indicação mais ou menos segura de que, em nossa natureza, está sendo estabelecido algum hábito que determina nossas ações (a dúvida nunca tem tal efeito); (iii) a dúvida é um estado de insatisfação do qual lutamos para nos livrar, visando a passar para o estado da crença.

Portanto, nessa configuração teórica, o conteúdo das crenças geraria um estado de conforto no indivíduo e o levaria a formar modelos característicos estáveis de comportamento, que não mudariam com facilidade. Por esse motivo, Garnica (2008) apontou questões metodológicas da pesquisa ao mencionar que para a abordagem de crenças seria necessário "determinar qual hábito de ação elas produzem, pois o significado do pensamento está intimamente relacionado aos hábitos que ele permite criar" (p. 6).

Apesar dos argumentos de Garnica (2008) serem fundamentados em uma perspectiva filosófica bem distinta da teoria de Thompson (1992), que se baseou na Ciência Cognitivista, ambos evidenciaram algumas ideias em comum. Por exemplo, Pierce defendeu que crenças produziriam regras de ação e hábitos no comportamento. No mesmo sentido, Thompson (1992) afirmou que as crenças dos professores sobre a Matemática e seu ensino e aprendizagem desempenhariam um papel significativo na formação de padrões característicos do comportamento docente e, por conseguinte, isso geraria um modelo ideal de ensino, baseado no ponto de vista subjetivo de cada professor. No entanto, para esta autora, as crenças poderiam se realizar de forma consciente ou inconsciente, ao contrário do que expressou Garnica (2008), para quem o sujeito sempre teria ciência de suas próprias crenças.

É importante reiterar que crenças podem refletir um padrão de ensino, mas não somente elas, pois, na perspectiva de Thompson (1992), diversos fatores influenciariam a conduta e o pensamento docente. Para ela, seriam as concepções (diferentes tipos de crenças, conhecimentos: pedagógico, conteúdo, preferências, conceitos, preconceitos, etc.) que o indivíduo construiu e organizou ao longo de suas experiências que amparariam um modelo "ideal" de ensino dentro da prática docente.

2.2.2 Nossas escolhas

As definições que foram reportadas anteriormente neste estudo, de um modo geral, indicam as crenças como conteúdos cognitivos estruturados ao longo das experiências pessoais e capazes de fornecer pistas relevantes dos padrões de comportamento humano. Já as naturezas de crenças seriam caracterizadas por componentes afetivos (sentimentos e emoções) e avaliativos (o julgamento que se faz sobre si, sobre os outros e as coisas) que podem estar vinculados aos episódios significativos vivenciados no passado. Este estudo foi desenvolvido com esse lastro teórico de interpretações. No entanto, em somatória, defende que a relação entre as crenças e as práticas docentes não seria submetida a uma lógica relacionada à causa e efeito.

Nessa direção, este estudo se ancora nos argumentos que foram apresentados por Thompson (1992, 1984, 1982), cujas pesquisas são referências internacionais e influenciam pesquisas sobre o pensamento do professor de Matemática em vários países, desde meados da década de 1980. Nesse entendimento, as crenças seriam manifestações de pontos de vista assumidos de forma consciente ou inconsciente, que caracterizariam o pensamento e o modo como o professor de Matemática conduziria as suas práticas profissionais. Elas também seriam aspectos cognitivos com organização em uma estrutura mais abrangente, ou seja, no âmbito das concepções (conhecimentos, crenças, ideias, proposições e preferências).

Com olhar centrado nas definições de Thompson (1992), a presente pesquisa buscou estabelecer um norte para suas análises. Com isso, fincou uma estaca conceitual delimitando o terreno das crenças e o das concepções. Isso foi feito sem a intenção de generalizar as diferenças, mas para explicitar as interpretações próprias resultantes deste estudo no contexto da Educação Matemática.

Um exemplo dessa situação seria o de um professor de Matemática que manifestasse em sua prática o compromisso em tornar os aprendizes competitivos e aptos à realização de testes (vestibular, ENEM, entre outros concursos) e ainda acreditasse que a aquisição do conhecimento se realizasse por intermédio de repetições excessivas, de memorização e da aplicação de regras e de estratégias padronizadas. Este estudo admite casos assim como tipos de crenças, por serem contraditórios com as tendências atuais de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Contudo, caso esse docente inferisse que a atividade Matemática representasse um processo dinâmico que envolve o raciocínio lógico, a criatividade e a participação efetiva do aluno por intermédio de resolução de situações problemas, isso seria interpretado como uma concepção.

Nesta pesquisa foi considerado que mesmo que o docente não tenha preocupações com a formação de suas ideias ou ainda que expresse conscientemente os fundamentos teóricos que norteiam seu trabalho, seu pensamento pode ter vínculos com algum conhecimento específico adquirido, por exemplo, em suas experiências com uso de materiais curriculares (livros didáticos, manuais, documentos oficiais, entre outros), na troca de experiências com outros professores, na formação acadêmica, nos cursos de capacitações ou até mesmo em leituras de teorias educacionais.

Cabe ressaltar, entretanto, que uma suposta concepção em nível de discurso possa se deslocar para uma crença, desde que não tenha relações intrínsecas com as práticas do professor. Frente a isso, se torna um conhecimento sem operacionalidade. Um exemplo disso pode ser encontrado na frase: "Eu sei que as teorias educacionais me informam que o aprendiz pode construir um conhecimento por meio de resolução de problemas, mas, minha convicção (que se manifesta inconscientemente na prática) é que meus alunos não possuem tal capacidade de aprendizagem, e por isso dirijo todos os passos da atividade Matemática".

Seguindo essas ideias, é possível compreender as crenças em separado de outros elementos que comporiam as concepções do indivíduo. Nos exemplos supracitados, os aspectos cognitivos relacionados aos conhecimentos docentes seriam capazes de oferecer pistas poderosas para estabelecer as discrepâncias entre crenças e concepções.

Dessa forma, na subseção a seguir, este estudo tece algumas considerações sobre como Thompson (1992) definiu a natureza de crenças e elucidou suas principais propriedades, reportando visíveis diferenciações com os conhecimentos.

2.2.3 Natureza e as propriedades das crenças

Apesar de Thompson (1992) ter construído suas afirmações no terreno da Educação Matemática, ela discutiu as crenças a partir de conceitos próprios da Ciência Cognitiva[59], embasada nos estudos de Abelson (1979) que, por sua vez, apresentou as seguintes caracterizações para os sistemas de crenças:

- *Incluiriam o interesse na existência ou não de certas entidades conceituais,* ou seja, as pessoas poderiam acreditar ou não na existência de deuses, na vida em outros planetas, em espíritos, em religiões e assim por diante;

- *Dependeriam muito de componentes avaliativos e afetivos* (sentimentos, emoções e humores). Por exemplo, ao instruir um conteúdo, o professor poderia realizar avaliações subjetivas sobre a ênfase a determinados conceitos, poderia achar a abordagem do conteúdo do livro didático boa ou ruim. Tais escolhas poderiam resultar de sentimentos e emoções a respeito de suas experiências como estudante ou até mesmo de suas práticas profissionais;

- *Apresentariam armazenamento episódico,* ou seja, podem ser provenientes de experiências pessoais.

Nespor (1987), quando interpretou esse componente das crenças no contexto educacional, afirmou que uma experiência marcante ou um professor antigo produziria uma memória episódica ricamente detalhada que mais tarde poderia servir como fonte de inspiração e modelo para o aluno desenvolver em sua prática de ensino. A esse respeito Pajares (1992) argumentou que, além dos professores do passado, a literatura ou mesmo os meios de comunicação ajudariam na formação de crenças. No entanto, a importância de episódios críticos, de memórias e de imagens vivenciadas quando criança, segundo este

[59] A Ciência Cognitiva agrega um estudo interdisciplinar da cognição, que envolve o comportamento, a mente e o cérebro. Nesse sentido, seus estudos científicos combinam conceitos, métodos e ideias de várias áreas da Psicologia, Neurociência, Linguística, Filosofia, Antropologia, dentre outras ciências sociais.

pesquisador, seriam fundamentais para explicar como os professores desenvolveriam sua estrutura de crenças educacionais.

- *O conteúdo presente em um sistema de crenças geralmente é limitado*. Em um sistema de crenças, não seria possível demarcar os limites, pois, crenças estariam ligadas a várias fontes (padrões culturais, costumes, instituições de ensino, família, experiências pessoais), eventos episódicos e situações contextuais;

- *Sua formação ocorreria na alternatividade*. Segundo Abelson (1979, p. 357), "sistemas de crenças incluem representações de 'mundos alternativos'". Um professor poderia, dessa forma, idealizar situações que ainda não vivenciou, de modo muito distante da realidade. Como mencionou Chen (2011), esta perspectiva poderia ser entendida como ideologias utópicas;

- *Permitiriam diferentes níveis de intensidade* ou graus de convicção no pensamento e na ação;

- *Nem sempre seriam consensuais*.

Apesar de todas essas premissas apresentarem concordância com as afirmações de Thompson (1992), para diferenciação entre crenças e conhecimentos de professores, ela se apropriou somente de duas características fundamentais: os graus de convicção e a não consensualidade de crenças.

A primeira delas aponta que algumas crenças emergiriam com diferentes graus de convicção. Isso quer dizer que seria possível preservar certas crenças com maior força no pensamento e na ação, ao passo que outras poderiam ter menor força nesse sentido. Já o conhecimento não admitiria esse grau de certeza subjetiva (GUIMARÃES, 2010).

Segundo Furinghetti e Pehkonen (2002), os graus de convicção variariam de acordo com cada tipo de crença preservada no sistema. Essa noção se aporta no conceito de crenças centrais e periféricas. Para Rokeach (1968) *apud* Furinghetti e Pehkonen (2002, p. 44), a maioria das crenças centrais do indivíduo emergiria com total certeza. Já as periféricas, seriam suscetíveis a mudanças e reestruturações.

Já sobre a segunda característica, a não consensualidade de crenças, é possível fazer uma analogia: diferentes pessoas poderiam manter seus pontos de vista (crenças) diferentes sobre algo, ainda que tivessem conhecimento da possibilidade de contestação de outras ou de que existiriam pensamentos diferentes dos seus. O conhecimento, em contrapartida, exige acordo geral, consenso entre grupos ou instituições e, diante disso, não poderia haver contradição entre ideias, exceto no caso de conceitos definidos por grupos culturais distintos.

Mas foi aceito que o conhecimento demanda consensualidade, uma vez que necessitaria de representatividade coletiva para sua validação com base em critérios científicos. A crença não teria essa necessidade de submissão de avaliações externas, dependendo unicamente da subjetividade do indivíduo.

Outros pesquisadores notaram distinções entre crenças e conhecimentos considerando seus processos de desenvolvimento. Pajares (1992), recorrendo aos estudos de Nespor (1987) e Abelson (1992), afirmou que as informações do conhecimento estariam armazenadas em redes semânticas, ao passo que o desenvolvimento do sistema de crenças ocorreria na memória episódica (episódios e acontecimentos significativos vivenciados em experiências passadas) emergente das experiências pessoais ou do processo de transmissão cultural, por fontes como instituições escolares. Portanto, algumas crenças educacionais seriam compartilhadas em uma comunidade por heranças socioculturais. Por exemplo, Freitas (2001) identificou tipos de crenças tradicionais que há muito tempo são preservadas no ensino e na aprendizagem da Matemática em diferentes etapas de escolaridade, entre muitos professores que ensinam esta disciplina.

Além disso, dentro de um sistema, as crenças de uma mesma pessoa nem sempre seriam são consonantes (FURINGHETTI e PEHKONEN, 2002, p. 44).

As crenças teriam natureza contestável, ao contrário do conhecimento. A esse respeito, Abelson (1979, p. 356) frisou que:

> Os elementos (conceitos, proposições, regras, etc.) de um sistema de crenças não são consensuais. Isto é, os elementos de um sistema podem ser bastante diferentes daqueles de um segundo no mesmo domínio de conteúdo.
> É um terceiro sistema diferente de ambos. As diferenças individuais desse tipo não costumam caracterizar os sistemas de conhecimento[60].

Por esse motivo, Abelson (1979) mencionou que não haveria lógica no sistema de crenças, ou seja, uma poderia ir de encontro com todas as outras crenças do mesmo indivíduo, em um mesmo momento. Sobre a não consensualidade, Pajares (1992), fundamentado nos estudos de Nespor (1987), concluiu que as crenças individuais não exigiriam uma consistência interna com o sistema de crenças. Este por sua vez, teria uma natureza contestável, mais inflexível e menos dinâmica que a do sistema de conhecimento.

---

[60] *The elements (concepts, propositions, rules, etc.) of a belief system are not consensual. That is, the elements of one system might be quite different from those of a second in the same content domain. And a third system different from both. Individual differences of this kind do not generally characterize ordinary knowledge systems,[...].*

Nesse sentido, o conhecimento concentraria a objetividade das afirmações, que passariam a assumir a satisfação de determinadas condições de "verdade". Em contrapartida, as crenças manteriam associação coma dúvida e com a contestação, carecendo de validação científica, ainda que as pessoas as realizem e pratiquem independentemente da chancela científica ou desses critérios (SCHEFFLER, 1995 *apud* THOMPSON, 1992).

Portanto, as afirmações sustentadas pelo conhecimento científico exigiriam consensualidade sem admissão de variabilidade em graus de convicção. Entretanto, permitiriam constantes alterações ou adaptações baseadas em processos avaliativos. Um exemplo disso é a construção dos conteúdos da Matemática, pois, na concepção dos matemáticos e filósofos, Thompson (1992, p. 127, tradução nossa) apontou que ela:

> [...] Se mostra como uma espécie de atividade mental, uma construção social que envolve conjecturas e refutações, cujos resultados estão sujeitos a mudanças revolucionárias e cuja validade, portanto deve ser julgada em relação a uma configuração social e cultural.

Em contrapartida, a convicção, segundo Guimarães (2010, p. 89) implicaria primeiramente na pessoa - o grau de certeza subjetiva e a consensualidade se ligariam ao confronto com outro indivíduo – assim, entraria em jogo o grau de certeza objetivo. Como exemplo é possível citar o conhecimento matemático sobre geometria euclidiana: o sujeito pode saber ou não saber que em todo triângulo a soma dos ângulos internos resulta cento e oitenta graus. Nesse caso, não se diria que se tem muita ou pouca convicção nessa proposição, uma vez que este é um resultado validado pela comunidade de matemáticos profissionais.

No entanto, como afirmou Thompson (1992), é possível que um conhecimento tido como verdadeiro por um tempo, à luz de teorias posteriores, seja enquadrado como uma crença. Mas, em todo caso, um aspecto característico do conhecimento é:

> [...] o acordo geral sobre procedimentos e critérios para julgar e avaliar sua validade; os conhecimentos devem atender os critérios que envolvem os *cânones de evidência*. Crenças, por outro lado, são frequentemente justificadas por razões que não satisfazem esses critérios, e, portanto, são caracterizadas por uma falta de concordância sobre a forma como elas devem ser avaliadas ou julgadas[61] (p. 130, tradução nossa).

[61] [...] *a characteristic of knowledge is general agreement about procedures for evaluating and judging its validity, knowledge must meet criteria involving canons of evidence. Beliefs, on the other hand, are often held or justified for reasons that do not meet those criteria, and thus, are characterized by a lack of agreement over how they are to be evaluated or judged.*

Para reforçar essa diferenciação entre crença e conhecimento, Thompson (1992) enunciou a definição de sistemas de crenças segundo as noções de Nespor (1987) *apud* Thompson (1992, p. 130, tradução nossa), que elucidou que crenças não se submeteriam às avaliações externas e análises:

> Os sistemas de crenças muitas vezes incluem sentimentos afetivos e avaliativos, memórias vívidas de experiências pessoais, [...] os quais simplesmente não estão abertos à avaliação externa ou análise crítica no mesmo sentido em que estão os componentes dos sistemas de conhecimento[62].

Para muitos pesquisadores, a noção de crenças está intimamente ligada ao conhecimento. É o caso de Furinghetti e Pehkonen (2002, p. 43, tradução nossa), que consideraram como "crenças pertencem ao conhecimento subjetivo dos indivíduos, e quando expressas em argumentos podem (ou não) ser logicamente verdadeiro[63]".

Nessa mesma perspectiva, Pehkonen e Pietilä (2003), ao publicarem um artigo sobre as relações entre crenças e conhecimento em Educação Matemática, afirmaram que as crenças individuais representariam um componente subjetivo, baseado em experiências pessoais e muitas vezes implícito no conhecimento e sentimento sobre algum assunto e, ainda, não viabilizariam avaliações externas. Por esse viés, o conhecimento presente nas crenças teria natureza subjetiva (informal e pessoal). Em contrapartida, o conhecimento objetivo, segundo estes autores, requer formalidade e aceitação por uma comunidade científica.

Já Ponte (1994a) afirmou que as crenças seriam uma parte pouco elaborada dos conhecimentos. Logo, estes autores (Furinghetti e Pehkonen, 2002; Pehkonen e Pietilä, 2003; Ponte, 1994a) incluíram as crenças como parte dos conhecimentos. No entanto, para este trabalho, foi definido que não seria viável a utilização de tais interpretações, uma vez que trariam quase as mesmas ideias de Thompson (1992). A única diferença estaria no fato que, ao considerar essa relação entre os dois termos, os pesquisadores seriam levados a categorizar diferentes tipos de conhecimento.

Portanto, neste trabalho, as crenças não foram utilizadas como um tipo de conhecimento individual. Foram consideradas crenças distintas de qualquer que seja a natureza do conhecimento. Por esse viés, o conhecimento se ligaria à verdade e certeza, algo fundamentado por critérios científicos. Crenças teriam associação a controvérsias e dúvidas,

---

[62] *Belief systems often include affective feelings and evaluations, vivid memories of personal experiences, and assumptions about the existence of entities and alternative worlds, all of which are simply not open to outside evaluation or critical examination in the same sense that the components of knowledge systems are.*

[63] *Beliefs belong to individuals' subjective knowledge, and when expressed as sentences they might be (or might not be) logically true.*

baseadas em experiências pessoais que orientariam os julgamentos e as escolhas do professor em ação; poderiam ser também expressas em argumentos, opiniões vagas, pontos de vista e preferências dos professores; predominantemente instintivas e subjetivas; carentes de validação por critérios científicos (FREITAS, 2001). Por intermédio da revisão de literatura realizada, foi elaborada a tabela a seguir, com as diferenças entre os conhecimentos e as crenças assumidas nesta pesquisa.

Tabela 1 - Diferenças entre crenças e conhecimentos

Crenças	**Conhecimentos**
Possuem diferentes níveis de intensidade;	Não admitem variabilidade em graus de convicção;
Não são consensuais;	Requerem um consenso entre comunidades científicas;
Não exigem uma condição de verdade;	Devem satisfazer "condição da verdade";
Não podem ser avaliadas;	Podem ser avaliados e julgados;
Armazenadas episodicamente por influências de experiências pessoais ou culturais, e de fontes institucionais (escola, universidade, etc.);	Armazenados em redes semânticas;
Estáticas;	Dinâmicos; frequentemente sofrem alterações;
Inconsistências internas; são contestáveis;	Baseados na lógica;

Fonte: Savasci-Acikalin (2009), Thompson (1992) e Pajares (1992).

2.2.4 Sistemas de crenças

A partir dos trabalhos de Green (1971) e Rokeach (1960), Thompson (1992, p. 130) argumentou que os sistemas de crenças seriam uma metáfora para descrever e analisar como as crenças se estruturariam na cognição do indivíduo.

Green (1971) elucidou três dimensões que caracterizariam os sistemas de crenças: estrutura quase-lógica, graus de convicção e agrupamentos. A primeira delas diz respeito às relações de crenças que implicam as influências de uma crença sobre outras, dentro de um sistema individual. Segundo Thompson (1992, p. 130) "uma crença nunca é realizada em total independência de todas as outras crenças, e algumas crenças estão relacionadas com outras da mesma forma que razões estão relacionadas com as conclusões[64]".

[64] *Belief is never held in total independence of all other beliefs, and that some beliefs are related to others in the way that reasons are related to conclusions.*

No entanto, cada pessoa determinaria de forma consciente ou inconsciente a lógica entre crenças e suas relações dentro de seu próprio sistema. Por esse motivo, Green (1971) considerou esta estrutura de crenças quase-lógica e denominou algumas crenças como primárias e outras como derivadas.

A segunda dimensão diz respeito aos graus de convicção e isso informaria como as convicções individuais preservariam certas crenças resistentes às alterações. Green (1971) levou em conta duas hierarquias: as crenças centrais e as periféricas. As centrais dificilmente sofreriam mudanças, estão fortemente acomodadas e têm maior força psicológica. Em contrapartida, as periféricas são mais passíveis e suscetíveis às alterações e exames.

Para Thompson (1992), a mudança de crença aconteceria sempre que o indivíduo lançasse mão de uma reflexão sobre seu próprio pensamento. Ernest (1989), por exemplo, afirmou que uma mudança significativa de uma metodologia tecnicista para uma abordagem de resolução de problemas no ensino não seria tão simples, posto que dependeria, fundamentalmente, dos níveis de consciência e de reflexão que o professor disporia sobre seu sistema de crenças, em particular, de sua concepção acerca da Matemática e dos modelos mentais de ensino e aprendizagem desta disciplina.

Já Furinghetti e Pehkonen (2002) relataram que as crenças periféricas dos professores surtiriam pouco efeito em suas práticas. Eles mencionaram, por exemplo, que um professor poderia expressar a concepção de que a exploração de situações Matemáticas seria mais importante do que a prática de rotina. Mas, frequentemente, costumam atribuir uma quantidade excessiva de exercícios mecanizados para os alunos trabalharem durante a aula.

Esses pesquisadores ainda apontaram que, uma vez conduzidos a utilizar um material didático de modo obrigatório, os professores adaptariam a proposta curricular e interpretariam as ideias do novo material didático em função do antigo estilo de ensino, pautado em crenças. Essas discrepâncias entre crenças aceitas e crenças em ação são chamadas por Pehkonen (1994) *apud* Furinghetti e Pehkonen (2002) como *crenças ocultas em ação*.

Para a última dimensão (os agrupamentos), Thompson (1992) citou o próprio Green (1971, p. 48), quando afirmou que "as crenças podem ser mantidas em agrupamentos, mais ou menos em isolamento com outros grupos e protegidas de qualquer relação com outros conjuntos de crenças[65]" (p. 130).

Em síntese, Green (1971) *apud* Thompson (1992) elucidou três dimensões que organizariam e estruturariam as crenças do indivíduo: (i) crenças podem ser primárias ou

---

[65] *Beliefs are held in clusters, more or less in isolation from other clusters and protected from any relationship with other sets of beliefs.*

derivadas; (ii) os sistemas de crenças preservam uma interdependência entre as crenças centrais e as periféricas; (iii) crenças nunca são mantidas em isolamento, mas podem existir em subconjuntos independentes.

Muitos pesquisadores mencionaram que o estudo dos sistemas de crenças do professor de Matemática ajudaria a explicar as suas práticas de ensino (THOMPSON, 1984; 1992). Segundo Ernest (1989), as ações realizadas por professores de Matemática dependeriam fundamentalmente da forma com a qual fariam a organização de suas crenças, dos significados da Matemática e dos modelos mentais de ensino e de aprendizagem da Matemática. Com base nessas premissas, é possível depreender que a compreensão dos processos de ensino mobilizados a partir da interação professor-livro didático dependa particularmente de uma análise minuciosa dos sistemas de crenças do professor investigado. No tópico seguinte são discutidas algumas implicações de crenças nas práticas docentes.

2.2.5 Crenças e práticas docentes

A compreensão de como as crenças interviriam na forma do professor reorganizar e transformar as representações do currículo em sala de aula está ligada ao entendimento dos planos e das ações docentes. Entretanto, a literatura nacional não define se seriam as crenças que influenciaram a prática docente ou as experiências docentes que influenciariam a construção de suas crenças (HANDAL, 2003).

A condição citada no parágrafo anterior ratifica a natureza complexa dessa relação, na qual muitos fatores mediadores determinariam a direção e a magnitude dessa interação crenças-práticas que seria, em essência, dialética (THOMPSON, 1985).

Segundo Pehkonen e Torner (1999), as crenças teriam relação com as práticas pedagógicas por dois vieses: (i) as crenças regulariam as escolhas e as decisões docentes no planejamento, no desenvolvimento da ação e na avaliação dos processos de ensino e aprendizagem e (ii) as experiências de ensino dos professores influenciariam a mobilização e a construção de suas crenças e essas, por sua vez, mediam sua intervenção educativa.

Para Thompson (1992, p. 138-139, tradução nossa), “as crenças provocam grandes influências na prática em sala de aula [...] e agem como filtros através dos quais os professores interpretam e atribuem significados às suas experiências na medida em que interagem com alunos e o conteúdo[66]".

Thompson (1992) ainda acrescentou que muitas crenças seriam originadas e moldadas dentro dessas experiências em sala de aula, a partir das demandas e problemas que surgiriam nesse processo. Os professores, dessa forma, organizariam e fariam a avaliação de suas crenças a partir de atos reflexivos, no entanto, os níveis de reflexão são distintos para cada docente.

Já Shavelson e Stern (1981, p. 22) situaram os professores como profissionais racionais que efetivariam julgamentos e decisões em situações complexas e incertas. Os autores também argumentaram a favor de uma relação direta entre o pensamento e as ações docentes em sala de aula. Para tanto, quando estes pesquisadores se referiram às características de ensino dos professores, admitiram que as crenças educacionais relativas ao ensino eram fortes componentes cognitivos que guiavam as decisões docentes.

Ernest (1989, p. 1) também considerou que as crenças influenciariam as ações do professor de Matemática. Ele argumentou sobre a existência de uma série de fatores que permeiam a prática de ensino, na qual se destacam três elementos-chave: (i) conteúdos ou esquemas mentais do professor, em particular o sistema de crenças relativo à Matemática e ao seu ensino e aprendizagem; (ii) o contexto social da situação de ensino, particularmente as restrições e as oportunidades que isto proporciona e (iii) o nível dos processos de pensamento e reflexão do professor.

Sobre esse último aspecto, segundo Thompson (1992), afirmar que o professor não examine suas crenças não seria suficiente para entender o conflito entre agrupamentos de crenças e práticas. Em sua época esta autora relatou que ainda não possuía uma compreensão ampla sobre a relação crenças-práticas.

Thompson (1992, p. 135, tradução nossa), a esse respeito, frisou:

> [...] as explicações dadas pelos professores podem revelar várias fontes de influência sobre suas práticas de ensino, levando-os a subordinar suas crenças. No caso em que a consistência é observada, as informações sobre a forma como os professores chegaram às crenças e práticas atuais podem ser valiosas. Só quando chegarmos a uma visão mais clara de como os professores modificam e reorganizam suas crenças a partir das demandas e problemas da sala de aula, e, inversamente, como sua prática é influenciada

[66] *[...] beliefs influence classroom practice, teachers' beliefs appear to act as filters through which teachers interpret and ascribe meanings to their experiences as they interact with children and the subject matter.*

> por suas crenças sobre a Matemática, que poderemos afirmar que compreendemos a relação entre crenças e práticas[67].

Nesse mesmo sentido, Wilson e Cooney (2002, p. 130, tradução nossa) colocaram que a determinação de uma crença dependeria de uma variedade de tipos de provas, que envolveria o que o indivíduo diz, mas também o que ele faz, pratica. Estes autores afirmaram:

> O que podemos concluir, por exemplo, quando um professor defende com firmeza que a essência da Matemática é a resolução de problemas, mas vemos apenas o conhecimento processual sendo enfatizado em sala de aula? Normalmente, o pesquisador afirma que existe uma inconsistência entre a crença e a prática do professor[68].

Para além dessa conclusão, Wilson e Cooney (2002, p. 130-132, tradução nossa), pontuaram mais três posições sobre as interpretações que podem ser efetivadas quando um investigador identifica incongruências entre crenças:

> (i) Não entendemos completamente o que o professor quer dizer sobre a resolução de problema;
> (ii) O professor não pode agir de acordo com sua crença devido às circunstâncias práticas, ou
> (iii) O professor mantém a crença sobre a resolução de problemas subordinada à crença de que o ensino da Matemática é baseado na certeza e no conhecimento processual[69].

Portanto, qualquer que seja a interpretação considerada sobre crenças suas práticas, ela partiria da significação dada pelo professor. No entanto, Wilson e Cooney (2002) também colocaram que isso poderia não ser suficiente para a conclusão das incoerências existentes.

Assim sendo, essas implicações sobre pontos de vistas docentes e as práticas de ensino teriam sua relevância centrada na informação de que, para o estudo de crenças, seria preciso

---

[67]*In other cases, the explanations offered by teachers may reveal various sources of influence on their instructional practice, causing them to subordinate their beliefs. In the case where consistency is observed, information about how teachers arrived at current beliefs and practice can be valuable. It is not until we have a clearer picture of how teachers modify and reorganize their beliefs in the presence of classroom demands and problems, and, conversely, how their practice is influenced by their conceptions of mathematics, that we can claim to understand the relationship between beliefs and practice.*

[68]*What do we conclude, for example, when a teacher steadfastly maintains that the essence of mathematics is problem solving, yet we see only procedural knowledge being emphasized in the classroom? Typically, the researcher claims that there exists an inconsistency between the teacher's belief and his or her practice.*

[69] *(i) We do not have a viable interpretation of what the teacher means by problem-solving; (ii) The teacher cannot act according to his or her belief because of practical or logistical circumstances; (iii) The teacher holds the belief about problem solving subservient [...], to the belief that the teaching of mathematics is about certainty and procedural knowledge.*

realizar escolhas metodológicas coerentes, que levassem em conta a investigação do pensamento docente a partir de uma análise dialética entre discursos e ações.

Em concordância com Thompson (1992), este estudo se propôs a analisar os sistemas de crenças de um professor de Matemática por intermédio de suas práticas de ensino, a fim de compreender como seus sistemas de crenças se estruturariam e como isso poderia informar os padrões característicos do seu comportamento.

A análise será conduzida primeira por intermédio da relação entre os professores e livros didáticos (BROWN, 2002). Nesse sentido, o foco de conhecimento escolhido foi o conhecimento sobre como os sistemas de crenças do professor investigado definiriam suas decisões em relação ao uso do livro didático, no momento em que planeja e executa suas aulas. Com esse viés, foi pretendida a informação da natureza das crenças educacionais (sobre Matemática, método de ensino eficaz, aprendizagem, uso do livro didático, papel do professor em sala de aula e assim por diante) implementadas nas práticas de ensino do professor investigado.

No capítulo seguinte, foi efetuado o esclarecimento detalhado da abordagem qualitativa do estudo e do procedimento metodológico adotado, conforme orientações dos referenciais teóricos (Thompson, 1984, 1992; Brown, 2002, 2009) e de acordo com a natureza dos dados construídos.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

Neste capítulo são descritos os detalhes metodológicos que incluem os procedimentos utilizados para coletar e analisar os dados da pesquisa, a escolha do método e dos instrumentos para coleta dos dados, a seleção dos participantes e o procedimento utilizado na análise dos dados em vídeo. Antes de abordar tais aspectos, o capítulo é introduzido com a discussão das questões qualitativas da pesquisa e sobre como o estudo de crenças docentes, nesta perspectiva, requereu a escolha de um caminho indireto para a investigação.

3.1 A DEFINIÇÃO DO CAMINHO

Inicialmente, o estudo foi desenvolvido com a proposição de responder às seguintes questões: como crenças de um professor do Ensino Médio emergem no ensino de conteúdos matemáticos em suas interações com livros didáticos? Por qual razão emergem? Por que essas crenças? Qual(ais) sua(s) origem(ns)?

Assim, para responder as questões acima elencadas, esta pesquisa seguiu a mesma linha de Thompson (1992), quando afirmou que se deveria empregar, nas pesquisas sobre crenças, uma combinação de métodos em vez de uma única técnica. Isso se daria em razão desses estudos possuírem natureza interpretativa e empregam métodos qualitativos de análise.

A escolha de métodos para a investigação envolveu o reconhecimento de que a identificação e análise de aspectos do pensamento do professor, particularmente, as crenças, não seriam simples. Na literatura foram identificados argumentos enfáticos de pesquisadores que situaram as crenças com relação aos aspectos cognitivos intimamente relacionados com as práticas profissionais dos professores. Surgiu assim a necessidade da escolha de um percurso que se mostrasse sistematicamente adequado e que fosse ao encontro dos objetivos delimitados. Também serviu para tal orientação o seguinte questionamento: qual o caminho e os instrumentos metodológicos mais adequados para ajudar a estudar crenças de professores de Matemática?

É conhecido que não há uma resposta fechada para tal questão. Além disso, é necessário primeiramente admitir as implicações teóricas que versam sobre as propriedades das crenças que levam a refletir sobre os procedimentos da pesquisa. Segundo Ponte (1992, p. 189), aspectos referentes às estruturas cognitivas, relativamente às concepções e crenças, não seriam suscetíveis de ser investigados por observações simplistas do comportamento. Além disso, não se revelariam com tanta facilidade, nem para o investigador e nem para o próprio sujeito pesquisado.

O autor acrescentou que os constructos do pensamento docente seriam questões complexas para serem definidas diretamente e sua interpretação deveria ser como de substratos de natureza diferente dos conceitos específicos. Ainda: "não dizem respeito a objetos ou ações bem determinadas, mas antes constituem uma forma de organizá-los, de ver o mundo, de pensar" (PONTE, 1992, p. 189).

Nessa mesma direção, quando levantou questões sobre a escolha do método na investigação sobre crenças docentes, Pajares (1992, p. 314, tradução nossa) se posicionou:

> Compreender crenças exige que o pesquisador faça inferências sobre os estados subjacentes dos indivíduos, inferências repletas de dificuldades, porque as pessoas, muitas vezes, são incapazes ou não querem, por muitas razões, representar precisamente suas crenças. Por esta razão, as crenças não podem ser diretamente observadas ou mensuradas, mas devem ser inferidas a partir do que as pessoas dizem, intencionam e fazem[70].

A pesquisadora Thompson (1992) afirmou que certas crenças professadas pelos docentes se revelariam inconsistentes com suas práticas instrucionais e, na maioria dos casos, seriam realizadas inconscientemente. Segundo a pesquisadora, qualquer tentativa para caracterização de crenças não deveria se limitar à análise exclusiva dos pontos de vista docentes, ou seja, o uso de entrevistas, qualquer que seja o seu tipo. Como relatou Stajn (1999) em seu estudo, ao nível dos discursos, os professores participantes de sua investigação, discordavam de modo geral de métodos tradicionais de ensino da Matemática. No entanto, como ela bem colocou, para obter informações mais detalhadas - se tal discurso também nortearia as interações dos professores com os alunos – seriam necessárias observações em sala de aula e a combinação de outras técnicas que mostrassem suficientes.

---

[70] *Understanding beliefs, [...] requires making inferences about individuals' underlying states, inferences fraught with difficulty because individuals are often unable or unwilling, for many reasons, to accurately represent their beliefs. For this reason, beliefs cannot be directly observed or measured but must be inferred from what people say, intend, and do [...].*

Esse aspecto discutido por Stajn (1999) reforçou, novamente, outro argumento de Thompson (1992, p. 135):

> No mínimo, as investigações sobre crenças de professores de Matemática devem examinar os dados verbais dos professores, juntamente com dados de observações de suas práticas de ensino [...], não será suficiente depender exclusivamente nos dados verbais.

Para tal, esta pesquisa se alinhou com essa perspectiva metodológica e situou a etapa de pesquisa de campo nos seguintes aspectos: análise do cenário de instrução (a sala de aula); caracterização das práticas de ensino e análise da relação entre pontos de vista e ações docentes (THOMPSON, 1992, p. 134). Como pontuaram Bauer e Gaskell (2008), a investigação da ação empírica exigiria a observação sistemática dos acontecimentos, das técnicas de entrevistas e a interpretação dos vestígios materiais deixados pelos participantes exigiria uma análise sistemática.

Em concordância com Thompson (1992), o pesquisador Garnica (2008) também apontou que o estudo das crenças deveria ser conduzido pela análise das práticas efetivas dos professores. Para este autor, os discursos poderiam fornecer poucas pistas sobre como crenças orientam as práticas, uma vez que, no cenário educacional seria frequente o uso de frases pré-elaboradas.

Por exemplo, ao ser questionado sobre um método mais coerente para conduzir o Ensino da Matemática, qualquer professor provavelmente retornaria expressões como: "situações problematizadoras", "investigações em sala de aula", "construção do conhecimento matemático por parte dos alunos" e assim por diante. Essa situação foi sintetizada no entendimento de Garnica (2008, p. 2), na sequência:

> Frases que insistentemente transitam nos corredores das escolas e tornam-se jargões, toadas que vão perdendo seu encanto motivador e tornam-se sentenças sem significado que só atestam nossa capacidade de nos reconhecermos como membros de uma determinada comunidade que nos aceita por repetirmos, insistentemente, esses mantras obrigatórios. [...] Nós as reproduzimos, as divulgamos, as potencializamos sem que nada em nossa prática seja efetivamente alterada [...].

Para tal situação, o estudo do pensamento docente deveria ser guiado por outras estratégias. Não bastaria o depoimento docente a respeito de "algo", mas sim como ele interpretaria este "algo" em sua prática. Para essa finalidade, Garnica (2008, p. 3), na sequência, afirmou ser necessária uma *abordagem indireta* que fornecesse pistas mais seguras das crenças, tendo como principal foco as ações dos investigados:

> Não se trata meramente de "desconfiar" daqueles agentes dos quais queremos conhecer [...] [as crenças] supondo que falsearão "a verdade" se interrogados diretamente sobre elas. Trata-se de buscar a descrição de algo (um ambiente, uma postura, uma estratégia, uma abordagem), cuja manifestação ocorre na prática efetiva, cotidiana, buscando configurar um ambiente de ação direta, familiar, confortável e seguro, em que tais [...] [crenças] são efetivamente implementadas, um "espaço" de certo modo mais livre, menos aprisionado naquela teia de mantras oficiais que tendemos a entoar. Também não adiantaria, portanto, segundo essa abordagem, solicitar dos agentes uma reflexão sobre suas práticas (essa reflexão, ela própria, muito frequentemente inoculada do germe discursivo gerenciado pela comunidade): a intenção é coletar relatos sobre a prática e, se possível, acompanhar a efetivação dessa prática relatada.

Por essa perspectiva, a identificação e a análise das crenças demandariam a entrada do pesquisador no mundo das práticas docentes. Além do mais, por se tratar de uma pesquisa qualitativa, os procedimentos metodológicos adotados exigiriam o ingresso "no sistema de representações e comportamentos dos indivíduos, a fim de apreendê-lo de uma forma mais minuciosa possível [...]" (ALAMI *et al.*, 2010, p. 92).

Portanto, existem certas ponderações metodológicas para o estudo das crenças, pois, como apontou Garnica (2008), seria inadequado fazer apelo direto a elas. Nesse mesmo sentido, Thompson (1992) questionou: "como vamos determinar quais são as crenças dos professores? Uma resposta imediata deveria ser: pergunte a eles!" (p. 134). No entanto, a autora também relatou que, por mais tentadora que seja essa resposta, ela não seria adequada. Além disso, seria muito inconveniente abordar um professor em sua rotina de trabalho e entrevistá-lo com questões apelativas.

Sendo assim, foi necessário adotar um caminho estratégico capaz de informar as definições e as tomadas de decisões docentes em relação às suas programações e práticas realizadas em sala de aula. Para essa finalidade, nesta pesquisa se optou pelas interações entre professores e livros didáticos como viés para identificação de crenças docentes.

Como mencionado anteriormente, foi procedida a abordagem qualitativa, com prioridade para a sala de aula como cenário central de investigação, uma vez que seria o ambiente natural onde se encontram os investigados e os contextos mais periféricos, que informam as práticas profissionais docentes envolvendo o uso de livros didáticos, como por exemplo, os planos de aulas, seus cadernos de planejamento e assim por diante.

Conforme a classificação de Stake (2011), esta pesquisa se caracteriza como qualitativa, uma vez que é baseada principalmente na percepção interpretativa e compreensão sobre as experiências pessoais dos investigados. Segundo Denzin (2001, p.1) *apud* Stake, (2011), a pesquisa interpretativa busca capturar as vozes, as emoções e as ações das pessoas investigadas e tem o foco nas "experiências de vida que alteram e moldam radicalmente os significados que as pessoas atribuem a elas mesmas e às suas experiências" (p. 48).

Tendo em vista essas caracterizações, a construção deste estudo foi alicerçada na perspectiva interpretativa, uma vez que baseou em definições e redefinições sobre os significados atribuídos nesta pesquisa para os dados coletados por intermédio das experiências pessoais de um professor de Matemática, quando este ministrava suas aulas.

Bogdan e Biklen (1994, p. 47-51) apresentaram cinco características da pesquisa qualitativa educacional que também contemplaram a natureza deste estudo. São elas:

- *Na pesquisa qualitativa a fonte de dados é o ambiente natural*, sendo o investigador o instrumento principal. O pesquisador fica inserido durante um grande período de tempo no ambiente onde se encontram os pesquisados. Neste estudo, esta etapa compreende o período de visita às escolas, no qual foi mantido contato com os professores em situações de aula, nas entrevistas e conversas informais nos corredores da escola. Nesse sentido, o próprio pesquisador foi um instrumento no momento em que observou o desenvolvimento das ações e o seu contexto.

- *A investigação qualitativa preserva o aspecto descritivo*. Os dados recolhidos pelo pesquisador são descritivos, em forma de palavras ou imagens. O pesquisador analisa minuciosamente os dados, por intermédio das descrições, respeitando a maneira que eles foram registrados ou transcritos. A descrição do cenário, dos objetos físicos e das práticas verbais e gestuais dos professores de Matemática, no contexto desta pesquisa, foram aspectos admitidos com certo potencial. Os dados incluíram transcrições de entrevistas, episódio de vídeos, documentos pessoais dos professores, imagens dos registros do quadro e trechos de livros didáticos.

- *Os pesquisadores qualitativos priorizam mais o desenrolar do processo do que simplesmente os resultados.* Ao contrário do paradigma processo-produto, o pesquisador qualitativo, ao determinar seu problema de pesquisa, não busca respostas diretas baseadas em resultados. Igualmente, busca entender o desenrolar das práticas docentes em sala de aula, quando o professor interage com o livro didático e o conteúdo matemático.

- *Os pesquisadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma indutiva.* Os pesquisadores qualitativos, "não recolhem dados ou provas com o objetivo de confirmar ou afirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos vão se agrupando” (p. 50). Ao proceder esta pesquisa, no paradigma qualitativo, primeiramente foi feita a destinação ao campo de partida com um tema central: o estudo das crenças por intermédio das interações do professor com o livro didático. Então, as informações que foram produzidas no contexto das práticas da pesquisa de campo, no decorrer da investigação e das reflexões analíticas, conduziram às questões com focos cada vez mais restritos.

- *O significado atribuído pelos investigados recebe destaque na abordagem qualitativa.* O pesquisador qualitativo em educação se preocupa em questionar os sujeitos de investigação, com o objetivo de compreender como expressam seus pensamentos e suas definições, o modo como interpretam suas experiências e como estruturam o mundo social em que vivem (PSATHAS, 1973 *apud* BOGDAN e BIKLEN, 1994). Esse aspecto é de grande relevância para esta pesquisa porque, particularmente, o estudo das crenças docentes estaria centrado nas definições e nos sentidos que os professores atribuiriam às “coisas” concernentes a sua profissão.

Outras questões importantes envolveram as próprias limitações da abordagem qualitativa. Ao defender o caráter construtivo-interpretativo do conhecimento, para a epistemologia qualitativa, Rey (2012, p. 5) destacou o conhecimento como uma produção humana inacabada e não como a apropriação linear e ordenada da realidade feita pelos sujeitos pesquisados. O autor relatou que “a realidade é um domínio infinito de campos inter-relacionados que são constituídos independentes de nossas práticas” científicas. Por esse motivo, ao proceder metodologicamente sobre o objeto de estudo, esta pesquisa obteve resultados que se traduziram no acesso parcial e limitado desta realidade. No entanto, há sempre possibilidade de aprofundar o estudo e, assim, agregar novas interpretações.

Assim, a abordagem qualitativa se mostrou um processo aberto com múltiplas possibilidades e esta pesquisa se enquadrou como uma construção parcial na significação de fenômenos educacionais que envolvem as interações entre três elementos fundamentais: o professor, o conteúdo matemático e os livros didáticos. Neste contexto, a generalização foi um aspecto desconsiderado, porque a perspectiva qualitativa trata prioritariamente dos significados e singularidades de cada investigado, valorizando os contextos mais específicos onde práticas são elaboradas e executadas.

Tendo em vista os aspectos sobre metodologia qualitativa, a produção de dados foi delimitada em três momentos da prática profissional: ao planejar, ao executar as aulas e após as aulas, por intermédio das reflexões sobre o planejamento e sobre as aulas. É importante dizer que não se teve a intenção de analisá-los de forma disjunta ou temporalmente, mas sim, sempre que possível, articulando as informações mais significativas.

Na reflexão sobre as implicações metodológicas de pesquisadores como Thompson (1992), Ponte (1992), Garnica (2008), Bogdan e Biklen (1994), Rey (2012), Stake (2011) e sobre o propósito desta pesquisa, a escolha dos instrumentos adequados para o "registro" do comportamento docente é primordial.

Nessa direção, o vídeo foi priorizado como um instrumento principal na coleta dos dados, tanto nas entrevistas quanto no registro das ações dos professores em sala de aula. Uma das justificativas para o uso desse instrumento pode ser encontrada nos argumentos de Erickson (1992, p. 204-205) *apud* Powell *et al.,* (2004, p. 98):

> Quando [...] os eventos são raros ou fugazes, ou quando sua forma marcante e característica se revela momento a momento, durante os quais é importante ter informação precisa sobre a fala e o comportamento não verbal de participantes específicos na cena [...] quando se deseja identificar sutis nuances de significado que ocorrem na fala e na ação não verbal – sutilezas que podem ser deslocadas no curso da atividade que ocorre.

Embora as observações e os registros no diário de campo sejam importantes, esta pesquisa considerou que as informações minuciosas expressas de forma sutil na fala e nas ações não verbais dos professores só poderiam ser bem detalhadas com uso de vídeo.

No tópico seguinte, dessa forma, é esclarecida a definição do ambiente de estudo e como os participantes colaboraram para essa finalidade, retratando como se deu o processo da pesquisa de campo.

3.2 A PESQUISA DE CAMPO

O campo de pesquisa, conforme expressou Rey (2012, p. 81) seria um "cenário social no qual teria lugar o fenômeno estudado em todo o conjunto de elementos que o constitui, e que, por sua vez, está constituído por ele".

Ainda nas palavras de Rey (2012) *apud* Bourdieu (2004, p. 82): "a noção de campo é, em certo sentido, uma cenografia conceitual de um modo de construção do objeto que vai comandar – ou orientar – todas as práticas da pesquisa".

Partindo dessas considerações, como já ressaltado, nesta pesquisa as crenças que emergem nas interações professor-livro didático serão o objeto de estudo. O foco principal de interesse foram as informações que permeiam essas interações no ambiente natural onde o professor de Matemática realiza suas atividades profissionais, a sala de aula do Ensino Médio no caso específico deste estudo. Foi a partir da interpretação e compreensão desta complexa realidade e do seu funcionamento que esta pesquisa constitui a busca da resposta do problema.

Esse processo foi desenvolvido segundo a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994, p. 113), quando destacaram que:

> [...] o trabalho de campo refere-se ao estar dentro do mundo do sujeito [investigado] [...] – não como alguém que faz uma pequena paragem ao passar, mas como quem vai fazer uma visita; não como uma pessoa que sabe tudo, mas como alguém que quer aprender; não como uma pessoa que quer ser como o sujeito, mas como alguém que procura saber o que é ser como ele.

Este trabalho em campo incluiu observações e gravações em vídeo das práticas de seis professores de Matemática que ministraram aula em séries do Ensino Médio em escolas públicas da cidade de Campo Grande/Mato Grosso do Sul (MS).

Na tabela a seguir está identificada a totalidade dos professores investigados. Foram atribuídos nomes fictícios com intuito de garantir o anonimato dos mesmos.

Tabela 2- Identificação dos professores participantes do projeto maior

Continua

Professores	**Formação Acadêmica – Instituição**	**Tempo de Atuação Profissional**	**Níveis e/ou Modalidades de Ensino que Leciona**
Bete	Ciências com Aplicação em Matemática – Faculdade de Presidente Venceslau (FAPREV).	12 anos	Ensino Fundamental e Ensino Médio
Geovane	Matemática Licenciatura Plena – Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal (UNIDERP).	1 ano	Ensino Fundamental, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos (EJA)
João	Matemática Licenciatura Plena com Ênfase na Ciência da Computação – Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal (UNIDERP).	1 ano	Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Técnico

Tabela 2 - Identificação dos professores participantes do projeto maior

Continuação

Professores	Formação Acadêmica – Instituição	Tempo de Atuação Profissional	Níveis e/ou Modalidades de Ensino que Leciona
Leonardo	Licenciatura Plena em Ciências com Habilitação em Matemática – Faculdades Integradas de Jales (FAIJALES).	6 anos	Ensino Fundamental e Ensino Médio
Luiz	Licenciatura e Bacharelado em Matemática – Universidade Federal de Uberlândia (UFU)	14 anos	Ensino Médio
Roberto	Licenciatura Plena em Matemática – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)	18 anos	Ensino Fundamental, Ensino Médio e EJA

Cabe lembrar que, para este estudo, foram selecionadas apenas as aulas observadas do professor Roberto. Na sequência estão relatados de modo minucioso os critérios que foram utilizados para a seleção desse docente, bem como para a realização do trabalho de campo de um modo geral.

3.2.1 Escolha das escolas e dos professores participantes do projeto de pesquisa

A construção dos dados desta pesquisa se estendeu por um semestre letivo (agosto a dezembro de 2012). Esse processo ocorreu de forma coletiva e envolveu a participação de três mestrandos (incluindo o proponente desta pesquisa) participantes do Grupo de Pesquisa Currículo e Educação Matemática (GPCEM). As pesquisas foram construídas a partir dos ideais do projeto *"Investigações sobre o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, por intermédio de suas relações com os livros didáticos"*, mencionados no capítulo introdutório.

O início da pesquisa foi no mês de agosto de 2012, com o primeiro contato com a direção escolar de algumas instituições da rede estadual de ensino do município de Campo Grande/MS. Para obter acesso ao campo de pesquisa - a sala de aula dos professores de Matemática - foram explicitados os interesses à direção escolar das unidades. Na sequência, foi apresentado um "Termo de Consentimento Livre e Esclarecido" (apêndice 1) sobre o propósito em relação à pesquisa, os benefícios do estudo e sobre como se procederia a produção dos dados em colaboração com os professores que demonstrassem interesse e disponibilidade. As informações disponibilizadas aos professores e à direção escolar relataram a respeito do estudo sobre as interações do professor com o livro didático. Dessa forma, foi evitada a divulgação na íntegra do foco de investigação, as crenças docentes, em razão da suposição de que esta informação poderiam influenciar o processo de construção dos dados. Poderia, por exemplo, deixar os professores apreensivos mediante as observações e gravações em sala de aula e minimizar as minúcias dos depoimentos em entrevistas.

Ainda sobre as questões éticas da pesquisa, o consentimento (apêndice 2 e 3) pactuado consistiu prioritariamente em informar os professores que, além das observações de aulas e registro no diário de campo, os depoimentos em entrevistas e atividades de aulas seriam todos gravados em vídeo. Sendo assim, foi realizada a leitura dos termos, com objetivo de os investigados compreenderem o "significado de suas participações, e que percebessem as implicações potenciais de terem suas vozes e imagens capturadas no vídeo" (POWELL *et al.*, 2004, p. 89).

Com objetivo de ajustar as escolhas ao objeto de pesquisa, foram estabelecidos dois critérios para qualificar a seleção dos docentes: (i) que utilizassem ao planejar e/ou executar as aulas o livro didático de Matemática do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) adotado pela instituição escolar; e (ii) os alunos desses professores deveriam utilizar o livro didático adotado pela escola em sala de aula. Na verdade, o sentido de estabelecer tais critérios de uso do material didático, sabendo que todas as escolas da rede estadual recebem anualmente o livro didático aprovado pelo PNLD, teve a ver com o fato de que cada professor deter certa autonomia ao optar pelo uso em suas atividades ou escolher livros didáticos.

É valido ressaltar que, antes da escolha definitiva dos professores investigados, foi realizada participação em suas aulas durante uma semana do mês de setembro/2012, sem o objetivo de coletar informações. Neste processo foi realizada reflexão sobre os argumentos de Bogdan e Biklen (1994, p. 68):

> Como os investigadores qualitativos estão interessados no modo como as pessoas normalmente se comportam e pensam nos seus ambientes naturais, tentam agir de modo a que as atividades que ocorrem na sua presença não difiram significativamente daquilo que se passa na sua ausência.

Então, o período inicial da pesquisa de campo objetivou somente a familiarização com as práticas em sala de aula, para que no processo efetivo das observações o professor e seus alunos agissem com maior naturalidade e, assim, minimizassem aos poucos a influência da presença observadora em sala de aula. O interesse foi provocar o mínimo possível de alterações no comportamento do professor observado. Certamente que nem todos os professores agiram com espontaneidade no processo inicial, e quanto a isso as palavras de Gil (2011, p. 101) se encaixaram para a condição quando informaram que:

> As pessoas, de modo geral, ao se sentirem observadas, tendem a ocultar seu comportamento, pois temem ameaças à sua privacidade. [Por esse motivo,] as reações das pessoas à observação por parte de terceiros devem ser levadas em conta no processo de investigação.

Sendo assim, nesse processo inicial, também foi observado se o grau de influência, atentando se as observações alteravam muito as ações do professor em sala de aula. Também foi verificado se o perfil docente se enquadrava nos critérios mencionados anteriormente sobre o uso do livro didático.

Como a pesquisa não objetivou o envolvimento nas práticas dos investigados, uma vez que as observações não eram do tipo participante, a postura do observador foi de expectador[71] das interações em sala de aula entre o professor e os alunos. No entanto, cabe ressaltar que o foco principal do estudo foi a prática docente.

No período das escolhas aconteceram alguns imprevistos. Um dos professores escolhidos concordou em participar e estava de acordo com os propósitos do projeto de pesquisa. No entanto, durante as aulas, foi percebido que as observações afetavam diretamente o desenrolar de suas práticas diante dos alunos. Embora, na entrevista inicial, o professor tivesse enfatizado o uso do livro didático, em suas aulas foi possível notar que ele e seus alunos raramente faziam uso do mesmo.

Cabe ressaltar que a maioria dos professores abordados nas entrevistas iniciais não utilizava o livro didático aprovado pelo PNLD por vários argumentos, como por exemplo: não haver material suficiente para a demanda de alunos; por acreditar que a linguagem do livro seria muito complexa para seus alunos ou pela utilização de uma variedade de livros didáticos que possibilitaram a construção da aula.

---

[71]Embora alguns professores, durante a pesquisa, pedissem auxílio sobre como realizar abordagens de conteúdos, nos colocamos neutros diante dessa situação. Nós deixamos claro, desde o início da seleção dos mesmos, que não tínhamos o propósito de oferecer sugestões didáticas e nem mesmo nos envolver nas atividades em sala de aula, somente para esse momento da produção de dados da pesquisa. No entanto, argumentamos que, ao concluirmos a investigação, poderíamos refletir sobre seus resultados e, a partir disso, desenvolvermos seminários específicos mediante o interesse dos mesmos.

Ainda, foram reportados discursos que afirmaram que o livro didático seria muito pesado para que os alunos o carregassem para todas as aulas. Nesse sentido, não foram selecionados os professores que apresentaram esses argumentos, uma vez que não utilizavam livros didáticos em sala de aula. Por mais que utilizassem uma variedade de livros ao planejarem as aulas, foram priorizados os professores que levavam esse recurso para sala de aula, mesmo que fosse para selecionar exercícios para os alunos.

Para contemplar os critérios de seleção dos professores, foram necessárias visitas a muitas escolas da rede estadual de ensino. Nas entrevistas iniciais, o interesse foi entender como era realizado o trabalho em sala de aula e como o livro didático era utilizado nesse processo.

É importante mencionar que, antes de conhecer o campo efetivo de pesquisa, a observação partia do pressuposto de que os professores utilizariam o livro didático desde a explicação da teoria até a exploração de exercícios em sala de aula, mas a realidade foi diferente. Então, a partir dos depoimentos dos professores o uso do livro foi interpretado em vários sentidos, por exemplo, como fonte de exercícios para os alunos desenvolverem durante as aulas; como fonte para leitura dos textos e como definições e propriedades Matemáticas, dentre outros sentidos.

Outra questão considerada na seleção disse respeito aos horários de aulas semanais. Alguns professores até se enquadravam aos critérios de escolha, porém não foi possível conciliar seus horários de aulas com os de outros professores já selecionados de modo que a presença de observação fosse semanal.

Então, essa problemática desencadeou, durante o mês de agosto de 2012, uma nova busca de professores de Matemática dispostos a colaborar com o estudo. Assim, houve a necessidade de procurar e selecionar professores em turnos diferenciados.

No final do mês de agosto de 2012, foi encerrada a primeira etapa de seleção, com a participação de seis professores de Matemática que lecionavam em turmas do Ensino Médio. Então, considerando esse grupo de professores, o estudo envolveu cinco escolas públicas da rede estadual de ensino.

Os professores concordaram em participar do projeto de pesquisa e, por conseguinte, do projeto maior referido na introdução. No entanto, foi necessário, no decorrer da produção dos dados, refinar ainda mais as escolhas[72] em consonância com o objeto de estudo específico da pesquisa.

[72] A princípio, por sugestão dos membros da banca na qualificação desta pesquisa, havia o propósito de analisar práticas de dois professores, no entanto, não foi possível em razão da necessidade de afastamento do pesquisador

Portanto, a pesquisa apresenta apenas os dados construídos em uma sala de aula de uma escola da rede Estadual de ensino, localizada em um bairro central da cidade de Campo Grande/MS. As razões para a seleção desta instituição se deveram ao fato de o professor que nela leciona desenvolver práticas capazes de gerar dados significativos e úteis para responder às questões desta pesquisa. Nesta direção, foram priorizadas as práticas do docente que revelou diferenciados tipos de crenças.

Portanto, foi por este caminho que se realizou a seleção dos dados construídos, por intermédio das práticas profissionais do professor Roberto. É importante destacar que foi obtida grande quantidade de informações, uma vez que foi feito uso de uma combinação de instrumentos para produção de dados, sendo eles: entrevistas semiestruturadas, registros no diário de campo, observações, gravações em vídeo de aulas e análise de documentos (livros didáticos, cadernos de planejamento e planos de aula).

No desenvolver desse processo de produção dados, até as análises, foi realizada a triangulação, ou seja, a produção de informações recorrendo a diferentes fontes (DENZIN, 1970 *apud* THURMOND 2001).

3.2.2 Triangulação dos dados

A triangulação realizada no desenrolar da pesquisa de campo envolveu os seguintes aspectos: tempo, lugar, e configuração de quem os dados foram obtidos. Sobre essa questão, Fielding e Fielding (1986) *apud* Thurmond (2001, p. 254) se posicionaram dizendo: "as variações em eventos, situações, tempos, lugares e pessoas contribuem para o estudo porque podem revelar dados atípicos ou o potencial de identificar padrões semelhantes, aumentando assim a confiança nos resultados".

Nesse mesmo sentido, esta pesquisa seguiu as orientações de Stake (2011, p. 47), quando afirmou ser importante triangular os dados para fortalecer os significados atribuídos às coisas e ainda ter convicção de uma interpretação correta sobre seu funcionamento.

---

no segundo semestre de 2013 para realizar um tratamento de saúde. Mas, foi selecionado um professor de modo que as análises contemplassem as questões de pesquisa.

> Em alguns casos nossas visões são falhas porque são muito simplistas. [...] O funcionamento das coisas pode ser mais complicado do que aparenta ser à primeira vista. A triangulação ajuda a reconhecer que as coisas precisam de uma explicação mais elaborada do que pensamos inicialmente.

A triangulação de tempo, não foi utilizada para identificar as mudanças de um determinado fenômeno ao longo de um período, mas para determinar se resultados semelhantes ocorreriam com frequência na observação das aulas em momentos diferentes.

Cabe reiterar que a interpretação da triangulação não foi feita como fator de garantia das informações e nem como validação dos resultados, pois, a atenção deste estudo repousou em seus efeitos sobre o "controle de qualidade" (FIELDING e SCHREIER, 2001 *apud* DUARTE, 2009) ao proceder à análise dos dados.

3.2.3 As atividades em campo

Sob a condução de apenas um pesquisador, a realização da pesquisa de campo seria impossível, no período de dois meses. No entanto, como mencionado anteriormente, os professores de Matemática que participaram deste estudo também integram um projeto em comum de pesquisa maior do GPCEM, então, foram distribuídos entre o grupo de pesquisa as atividades de coleta dos dados.

Embora cada pesquisador participante tivesse referenciais teóricos e objetivos diferentes, um aspecto comum das pesquisas foram as interações entre professores e livros didáticos e, neste caso, os três integrantes utilizaram, na interpretação dos dados, o referencial teórico de Brown (2009), "A Relação entre Professores e Materiais Curriculares". Assim, foi possível a produção dos dados em conjunto tendo em vista essa perspectiva teórica.

Nesse sentido, para condução das entrevistas, foram elaborados roteiros e questionários em conjunto, com aspectos gerais que, de algum modo, contemplaram os objetivos de cada pesquisador.

Cada um teve focos diferenciados, sendo que o utilizado por esta pesquisa se orientou nas crenças docentes, já as outras duas pesquisadoras (Furoni, 2014; Oliveira, 2014) se orientaram, respectivamente, ao conhecimento mobilizado pelo professor de Matemática e na influência do tempo de experiência dos docentes nos usos dos livros didáticos. Apesar da especificidade de cada pesquisador, as três investigações (incluindo este estudo) partiram de um mesmo princípio: a investigação de aspectos da profissionalização docente, a partir da relação do professor com os livros didáticos.

Assim, para realizar as observações e gravações em sala de aula, no mês de outubro de 2012, foi necessária a elaboração de um cronograma (apêndice 4) e a organização dos horários de aulas de cada professor, de modo que cada um pudesse observar a mesma quantidade de aulas. Para que o desenrolar desse processo fosse possível, foram escolhidos professores de Matemática com horários e turnos diferenciados: quatro professores lecionavam no turno matutino, uma professora no vespertino e um professor no noturno.

Um dos critérios de coleta de dados foi que as observações e gravações fossem desenvolvidas em duplas, afinal, seria necessário manipular a câmera de vídeo e também registrar detalhes importantes da aula no diário de bordo. Certamente houve imprevistos e, em alguns casos, a aula foi observada somente por um pesquisador, mas, de qualquer forma, todas as aulas foram registradas em vídeo. Além disso, o grupo compartilhou o diário de campo com registros da lousa e de acontecimentos considerados como mais significativos em relação às interações docentes com o livro didático.

3.3 A PRODUÇÃO DOS DADOS

3.3.1 Entrevista inicial

As atividades efetivadas da pesquisa a campo foram iniciadas em agosto de 2012. Após a seleção dos professores que se enquadravam aos critérios e objetivos da pesquisa, foi dada sequência para a segunda etapa da pesquisa, que consistiu em conhecer as características profissionais dos professores. Para o desenvolvimento desse processo, foi elaborado um roteiro de questões que norteou as entrevistas.

Este roteiro (apêndice 5) abarcou questões referentes à formação universitária, trajetória profissional e sobre como o uso do livro didático permeou esse processo até a prática docente atual. Para este último aspecto, foram formuladas perguntas gerais sobre como o livro didático era utilizado nas práticas de planejamento e no processo de ensino em sala de aula.

As entrevistas foram um procedimento muito útil para a melhor compreensão do problema de pesquisa e também do processo de construção de hipóteses. A partir delas, foi possível desvelar coisas novas e complementar os dados obtidos nas observações e gravações de aulas. Esse instrumento não somente ajudou na complementaridade dos dados, pois foi ampliado tal argumento pela apropriação do pensamento de Selltiz *et al.*, (1967, p. 273) *apud* Gil (2011, p. 109) quando mencionam que as entrevistas proporcionariam "informações acerca do que as pessoas sabem, creem, esperam, sentem ou desejam, pretendem fazer, fazem ou fizeram, bem como acerca das suas explicações ou razões a respeito das coisas precedentes".

Ao desenvolver as entrevistas iniciais e também aquelas acerca do planejamento de aula, foi evitado o diálogo semelhante a uma sessão formal de perguntas e respostas entre um pesquisador e um sujeito. Em vez disso, foi buscada a formação de uma situação agradável na qual o professor se sentisse à vontade para fornecer informações sobre suas experiências pessoais e situações particulares relacionadas ao objeto de estudo.

Embora as entrevistas realizadas fossem orientadas por um roteiro, esta pesquisa foi orientada pela possibilidade de ser flexível e admitir outras questões não pontuadas *a priori*. Nesse sentido, foi adaptada a lógica da entrevista enquanto se seguia o itinerário das práticas evocadas pelos depoentes (ALAMI *et al.*, 2010). Assim, foram elaboradas questões no desenrolar do diálogo com o professor, de tal modo fossem ao encontro desta investigação. Além disso, os assuntos foram conduzidos de modo a fluir com naturalidade, sem perder o foco da entrevista e o tipo de informação pretendida.

Tendo em vista essa maneira de conduzir os depoimentos dos professores investigados, foi julgada como mais adequada aos propósitos do estudo a modalidade semiestruturada de entrevistas. Sobre essa questão, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 121) se posicionaram dizendo que este tipo de entrevista é muito adotado em pesquisas educacionais, em razão de que:

> [...] o pesquisador, pretendendo aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica, organiza um roteiro de pontos a serem contemplados durante a entrevista, podendo, de acordo com o desenvolvimento da entrevista, alterar a ordem deles e, até mesmo formular questões não previstas inicialmente.

É importante mencionar que as entrevistas foram realizadas com a utilização de uma câmera de vídeo. Nas entrevistas iniciais houve certo constrangimento dos professores ao perceberem que estava sendo filmados. No entanto, com o desenrolar da conversa, passaram a agir com mais naturalidade.

3.3.2 Entrevista sobre o planejamento e resultados de aulas

Na terceira etapa da pesquisa, o objetivo foi conhecer, com maior clareza, o conteúdo que seria ministrado nas aulas bem como as escolhas do professor em relação ao conteúdo e os livros didáticos que seriam utilizados nas aulas. Para esse propósito, foram realizadas antes das observações das aulas, entrevistas sobre o planejamento (apêndice 6) e, somente após o processo de observações/gravações do conjunto de aulas foram procedidas as entrevistas sobre seus resultados (apêndice 7), pontuando episódios que precisavam ser esclarecidos.

Nessas etapas da pesquisa houve a reflexão sobre a colocação de Thompson (1992), quando afirmou que os pontos de vista, as crenças e as preferências dos professores se manifestariam na verbalização do seu pensamento quanto ao que considerariam como metas desejáveis do programa curricular; ao seu próprio papel no ensino; às atividades de sala de aula adequadas; às abordagens instrucionais e às ênfases desejáveis; aos legítimos procedimentos matemáticos e aos resultados aceitáveis de instrução.

Sendo assim, o roteiro das entrevistas sobre o planejamento conteve 12 questões que versaram aspectos de um conteúdo específico, sempre relacionado ao *uso* e *não uso* de livro didático. Isso incluiu o esclarecimento de vários aspectos, como os objetivos de ensino, a influência do livro didático ao planejar, a utilização do livro didático do PNLD (questionando também se houve utilização de outros livros didáticos), os tópicos e exercícios que seriam selecionados, quais seriam ignorados e por qual motivo. No caso de relatos de modificações, o interesse foi o de compreender de que forma seria abordado o conteúdo e se haveria a produção de registros pelo professor que evidenciasse essas mudanças.

Perguntas sobre as mudanças no planejamento em relação à trajetória profissional foram também feitas com o objetivo de proporcionar elementos para discussões sobre o desenvolvimento profissional com uso do livro didático. Esse aspecto também incluiu indagações sobre como crenças se relacionavam ou não com as experiências de ensino ao longo da carreira docente, com a formação universitária (graduação, pós-graduação, entre outros) ou com cursos e capacitações em serviço. Esse aspecto foi acolhido pelo potencial eventual que apresentou de auxiliar a responder as origens e razões de certas crenças emergirem na prática do professor.

Tendo em vista que cada planejamento contemplou uma quinzena de aula e as observações e gravações ocorreram durante dois meses (outubro a novembro de 2012), foram necessários em alguns casos realizar mais de duas entrevistas sobre o planejamento de aula.

Já as entrevistas sobre os resultados das aulas foram realizadas após o processo de observações e gravações de aula. Para cada professor, foram elaborados roteiros específicos sobre aspectos que contemplavam as aulas observadas.

Para elaborar esse roteiro, foi necessário recorrer ao diário de campo e às gravações de aulas em vídeo, com objetivo de levantar questionamentos sobre ações desenvolvidas em sala de aula que, frente aos objetivos desta pesquisa, precisavam de uma explicação mais detalhada.

Assim, foram elaborados os roteiros e os questionários para pontuar questões bem objetivas no momento do diálogo com os professores. Em alguns casos, as entrevistas foram realizadas por dois mestrandos, no entanto, esse não foi um critério adotado rigorosamente, uma vez que os roteiros foram construímos pelo grupo. Assim, na maioria das vezes, o diálogo das entrevistas foi realizado somente por um pesquisador e o professor investigado.

Os roteiros foram construídos de modo que permitissem o gerenciamento do tempo e o não incômodo ao professor. Assim sendo, cada entrevista teve duração mínima de vinte minutos e máxima de uma hora e meia, sendo que os professores decidiam a data e o horário mais adequados. Uma vez que a entrevista ultrapassasse o tempo previsto de 20 minutos, era feita uma pausa e após era realizada uma segunda sessão.

As entrevistas ocorreram sempre na escola onde o professor lecionava. A biblioteca, a sala dos professores, as salas de coordenação pedagógica e o laboratório de informática foram os ambientes de diálogo.

O pesquisador decidiu antecipadamente o local mais adequado para a condução da entrevista, sempre visando um ambiente físico agradável e no qual não houvesse interferências ou interrupções durante o depoimento do entrevistado.

As análises consistiram em transcrições das entrevistas sobre carreira profissional, planejamentos e resultados aulas versando os conteúdos *Propriedades Operatórias de Logaritmos, Trigonometria* e *Matemática Financeira*.

A tabela a seguir apresenta, de modo geral, a data, a temática e o tempo de gravação de cada entrevista realizada com o professor Roberto.

Tabela 3 - Temáticas das entrevistas realizadas com o professor Roberto

Data	**Tema da entrevista**	**Tempo* de Gravação**
30/08/2012	Entrevista inicial - Carreira profissional	01:23:00
27/09/2012	Planejamento - Propriedades de Logaritmos	00:50:09
11/10/2012	Planejamento - Matemática Financeira	00:22:42
22/11/2012	Planejamento - Trigonometria	00:20:00
06/12/2012	Resultado das aulas	01:11:00

*O tempo de gravação está representado pela hora, minuto e segundo (hh:mm:ss).

3.3.3 As observações, gravações em vídeo e diário de campo

As observações e gravações em vídeo de aulas que formaram a quarta etapa do estudo, foram realizadas com o objetivo de aprofundar a compreensão das atividades interativas desenvolvidas pelos professores em sala de aula e ocorreram no decorrer do mês de outubro a novembro de 2012. A etapa foi constituída sob o referencial de Lüdke e André (1986, p. 26), quando argumentaram que:

> A observação possibilita um contato pessoal e estrito do pesquisador com o fenômeno pesquisado. [...]
> Na medida em que o observador acompanha *in loco* as experiências diárias dos sujeitos, pode tentar apreender a sua visão de mundo, isto é, o significado que eles atribuem à realidade que os cerca e às suas próprias ações.

Assim sendo, as crenças emergentes das interações entre professores e livros didáticos só poderiam ser bem compreendidas por intermédio da participação no “mundo” em que os investigados desenvolviam suas práticas profissionais, ou seja, a sala de aula.

É importante ressaltar que as observações e os registros em diário de campo, por mais detalhados que se apresentem, seriam limitados pois muitos elementos passariam despercebidos aos olhos e ouvidos observadores. Segundo Powell *et al.,* (2004, p. 86), haveria “dificuldades em monitorar detalhes simultâneos e diferentes dos comportamentos que se desenvolvem”. Sendo assim, neste estudo foi primordial o uso de vídeos, pois permitiram capturar, a partir deles, “dois fluxos de dados - auditivo e visual - em tempo real”.

Sobre a produção e a interpretação de dados em vídeo, Powell *et al.*, (2004, p. 85) afirmaram que atualmente há uma preocupação em utilizar métodos adequados que proporcionem ao pesquisador o registro detalhado das informações verbais e gestuais de práticas educacionais. Segundo esses autores:

> A capacidade de gravar em vídeo o desvelar momento-a-momento de sons e imagens de um fenômeno tem se transformado numa ampla e poderosa ferramenta da comunidade de pesquisa em Educação Matemática. Utilizando os registros de vídeo como dados, pesquisadores têm produzido descrições fascinantes de professores e estudantes em cenários clínicos e de sala de aula envolvidos numa matriz de tarefas Matemáticas.

Nesta pesquisa, foram assistidas e gravadas nove aulas do professor Roberto, com duração média de quarenta e cinco minutos. No entanto, o tempo de gravação variou de aula para aula. Na sequência, uma tabela com algumas informações (a data, a temática da aula e o tempo de gravação) referentes à totalidade de aulas observadas de Roberto.

Tabela 4 - Observações e gravações de aulas do professor Roberto

Data	**Temática da aula**	**Tempo* de Gravação**
03/10/2012	Propriedades de Logaritmos;	43:47
08/10/2012	Atividades sobre propriedades de Logaritmos;	39:39
08/10/2012	Correção de exercícios sobre propriedades de Logaritmos;	35:56
10/10/2012	Atividades avaliativas – propriedades de logaritmos;	25:46
17/10/2012	Introdução à Matemática Financeira;	35:16
31/10/2012	Atividades sobre Matemática Financeira;	39:16
05/11/2012	Revisão para avaliação: Resolução de atividades do livro didático;	33:56
26/11/2012	Trigonometria;	44:48
26/11/2012	Atividades sobre Trigonometria	38:04
Número total de aulas: 9	**Conteúdos abordados:** Propriedade de Logaritmos Matemática Financeira e Trigonometria	**Tempo Total de Gravação:** 5,6 horas (Aproximadamente)

* O tempo de gravação está representado pelo minuto e segundo (mm:ss).

Na sequência do texto é apresentada uma breve análise do livro didático utilizado pelo professor Roberto, retratando principalmente os tópicos abordados em aulas que analisamos.

3.4 OS RECURSOS CURRICULARES DO LIVRO DIDÁTICO

Nesta pesquisa, ao abordar as crenças de um professor de Matemática, foi considerado fundamental inicialmente lançar um olhar para as atividades que o docente realizava no planejamento e durante as aulas com uso de um livro didático. Por isso, foi considerado relevante, primeiramente, conhecer as características do livro por ele selecionado no processo de ensino.

Na abordagem dos *designs* de livros didáticos, não se pretendeu neste estudo concluir que as mesmas possibilidades de uso objetivadas no material sejam admitidas pelo professor. Ao contrário: é sabido que as crenças e experiências de ensino seriam decisivas no processo e que os docentes leem e interpretam as intenções dos autores. Dessa forma, compreender os *designs* do livro didático foi um dos objetivos iniciais. Mas, se tal abordagem é admitida, modificada ou ignorada pelo professor, essa é outra parte da história, que será vista mais adiante nesse estudo, na etapa das análises.

O professor Roberto usa no planejamento e nas aulas obra aprovada pelo PNLD/2012, a qual foi adotada pela escola, livro escrito pelos autores Iezzi *et al.*, (2010), intitulado *Matemática Ciência e Aplicações* (figura 3).

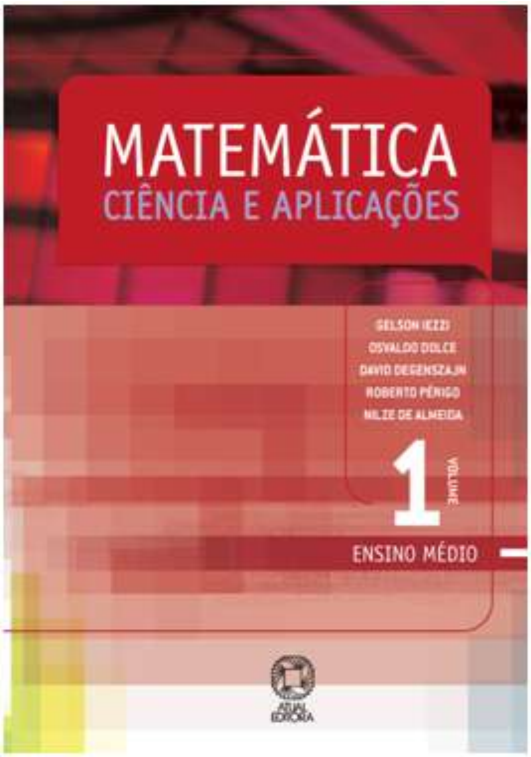


Figura 3- Livro Didático: Matemática: Ciência e aplicações

Para proporcionar uma visão mais geral desta obra, é importante compreender qual a metodologia predominante do livro didático e como os autores estruturaram os tópicos. Para ampliar o olhar analítico, esta pesquisa se baseou na ficha de avaliação de livros didáticos PNLD/2012 e na resenha expressa no guia do livro didático, elaborada por estudiosos do PNLD/2012.

De modo mais específico, este estudo procurou compreender quais os recursos curriculares dos livros didáticos e como eles proporcionavam caminhos para o *design* docente. Além disso, o olhar foi centrado em três categorias dos recursos curriculares, a saber: *as representações de objetos físicos*, *os procedimentos metodológicos* e as *representações conceituais* (BROWN, 2002). Na análise desses três quesitos, foi admitida a seleção somente dos capítulos dos livros que versavam sobre os conteúdos abordados nas aulas selecionadas para análise. Portanto, para realizar as análises foram acolhidas três categorias: *seleção de conteúdos; metodologia geral e abordagem de conteúdos.*

É importante salientar que a intenção não foi realizar uma análise minuciosa do conteúdo e das atividades da obra em questão, mesmo porque o foco nesta pesquisa foi orientado às interpretações que o professor atribuiu aos *recursos* disponíveis no livro didático.

3.4.1 Seleção de conteúdos

A obra dos autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgoe Nilze de Almeida (Iezzi *et al.*, 2010), foi editada em 2010 pela Editora Saraiva. O volume em questão foi destinado à 1ª série do Ensino Médio.

Antes de introduzir o sumário, os autores fizeram uma apresentação da obra ao aluno e ao professor, mencionando de modo geral os conteúdos que serão abordados nos três volumes. A obra em questão contemplou três campos[73] da Matemática escolar: Números e Operações, Funções e Geometria.

O livro tem o formato 21 cm x 28 cm, 304 páginas, pelas quais se distribuem os 13 capítulos, cada qual destinado à abordagem de um conteúdo específico, a saber: (1) *Teoria dos conjuntos;* (2) referenciais teóricos; (3) *Funções*; (4) *Função afim;* (5) *Função*

[73]Os campos da Matemática escolar do ensino médio foram por classificados neste estudo de acordo com o PNLD/2012. São eles: números e operações, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidades (BRASIL, 2011).

quadrática: (6) *Função modular*; (7) *Função exponencial*; (8) *Função logarítmica*; (9) *Complemento sobre funções*; (10) *Progressões*; (11) *Matemática comercial e financeira*; (12) *Semelhança e triângulos retângulos*; e (13) *Trigonometria no triângulo retângulo;*

Ao finalizar os capítulos, os autores apresentam três sessões: respostas aos exercícios, tabela trigonométrica e um índice remissivo.

De acordo com o PNLD/2012, a obra em questão apresentou um desequilíbrio na distribuição dos conteúdos matemáticos, por exemplo, a temática *Funções* constitui 70% das páginas do volume. Já os campos sobre *Números/Operações* e *Geometria,* cada um deles corresponde a 15% das páginas do livro.

3.4.2 Metodologia geral

Os capítulos são introduzidos sempre por intermédio de exemplos resolvidos, seguidos de alguma sistematização, de exercícios resolvidos e de atividades (BRASIL, 2011, p. 81).

Os exercícios, segundo os autores, foram sequenciados em uma ordem crescente de dificuldade. Explicam que cada conteúdo inicia com exercícios mais simples, ditos como de "mecanização", ou seja, aplicação direta de fórmulas e/ou procedimentos ou técnicas, intercalados com situações-problema. Ao final de cada capítulo, são apresentadas sugestões de exercícios complementares que retomam os conceitos explorados sobre o conteúdo em questão. Estes, em sua maioria, são problemas que requerem um nível mais avançado de abstração dos conceitos e envolvem a articulação entre os campos da Matemática, e/ou outras áreas do conhecimento (como Física, Química, Economia e Arte). No Anexo 1 deste trabalho estão os exercícios complementares que versam sobre o conteúdo *logaritmos* , pois são importantes para a compreensão das discussões que serão efetivadas na análise dos depoimentos do professor investigado.

Dada a preocupação do autor em contemplar uma diversidade de exercícios, ficou visível a quantidade excessiva de atividades apresentadas ao longo da obra. No capítulo 10, sobre *progressões,* constam 111 exercícios distribuídos em sessões que constituíam 26 páginas do livro. Já no capítulo 8, que versa sobre o conteúdo *Logaritmo,* foram identificados 61 exercícios distribuídos em cinco sessões denominadas: *logaritmos*, *propriedades operatórias*, *mudança de base*, *função logarítmica* e *equações exponenciais*. Ao final do capítulo, os autores apresentam 21 exercícios complementares e uma situação-problema denominada como *desafio*.

No manual do professor, os autores também sugerem atividades. Estas, por sua vez, requerem que o professor gerencie uma proposta de ensino a partir de grupos, com objetivo de permitir que os alunos socializem suas ideias e possam, na proposição de ensino, interagir com os colegas.

Iezzi *et al*., (2010) mencionaram que as situações-problema que introduzem os capítulos teriam por objetivo levar o aluno a buscar soluções e, assim, motivá-lo para a construção dos conceitos envolvidos. Também recomendaram que o professor realizasse discussões sobre os diferentes caminhos utilizados pelos alunos na resolução dos problemas. No entanto, esse método não seria o característico da obra, pois as atividades geralmente não proporcionam maior autonomia de construção do conhecimento pelo aluno, uma vez que a maioria dos exercícios exige a aplicação de técnicas e de cálculos com base em fórmulas apresentadas na exploração do conteúdo (BRASIL, 2011, p. 81).

Os autores se preocuparam com questões históricas sobre os conceitos abordados, mas, muitas vezes, elas se apresentam como meros textos sobre nomes de matemáticos, suas descobertas e datas. Por exemplo, sobre o estudo de logaritmos, o manual do livro orienta o professor a realizar um resgate histórico sobre a importância deste conceito como instrumento de cálculo na Antiguidade. Por esse viés, procuraram somente justificar a finalidade das invenções de conceitos matemáticos a partir de suas contribuições para o desenvolvimento de outras áreas do conhecimento.

Foi possível identificar, em alguns tópicos do livro, que o contexto histórico apresenta uma situação-problema precedida de uma resolução que evidenciava a descoberta. Essa abordagem, além de não ser bem articulada com a proposta de ensino do livro, ofereceu pouca oportunidade para o aluno desenvolver o pensamento criativo a partir de problemas da Antiguidade que conduzem à formulação de hipóteses e conjecturas.

Em relação às *representações de objetos físicos*, algumas propostas de ensino procuraram potencializar o uso da calculadora, há também recomendações de sites que oferecem *softwares* educacionais (*Winplot*, *Graphmatica*, dentre outros) e sugestões de leituras de livros de Matemática para aprofundar o conteúdo, de livros paradidáticos e de obras em Educação Matemática sobre o ensino e aprendizagem.

3.4.3 Abordagem do conteúdo logaritmos e suas propriedades operatórias

Iezzi *et al.*, (2010) apresentaram este assunto no capítulo 8, intitulado *função logarítmica*. O *design* do livro, de forma implícita, teve por objetivo estudar as funções logarítmicas e suas relações com as funções exponenciais. Mas antes disso, apresenta algumas definições e propriedades versando os logaritmos.

Os autores introduziram o capítulo com um problema que envolveu equações exponenciais por intermédio de uma situação em que não seria possível reduzir todas as potências à mesma base, por exemplo, $(0{,}9)^x = 0{,}2$. A partir disso, problematizam a necessidade do estudo de logaritmos e, posteriormente, abordam a definição formal de logaritmo (figura 4), seguida de exemplos resolvidos.

Sendo a e *b* números reais e positivos com $a \neq 1$ chama-se **logaritmo de *b* na base a** o expoente *x* ao qual se deve elevar a base a de modo que a potência a^x seja igual a *b*.

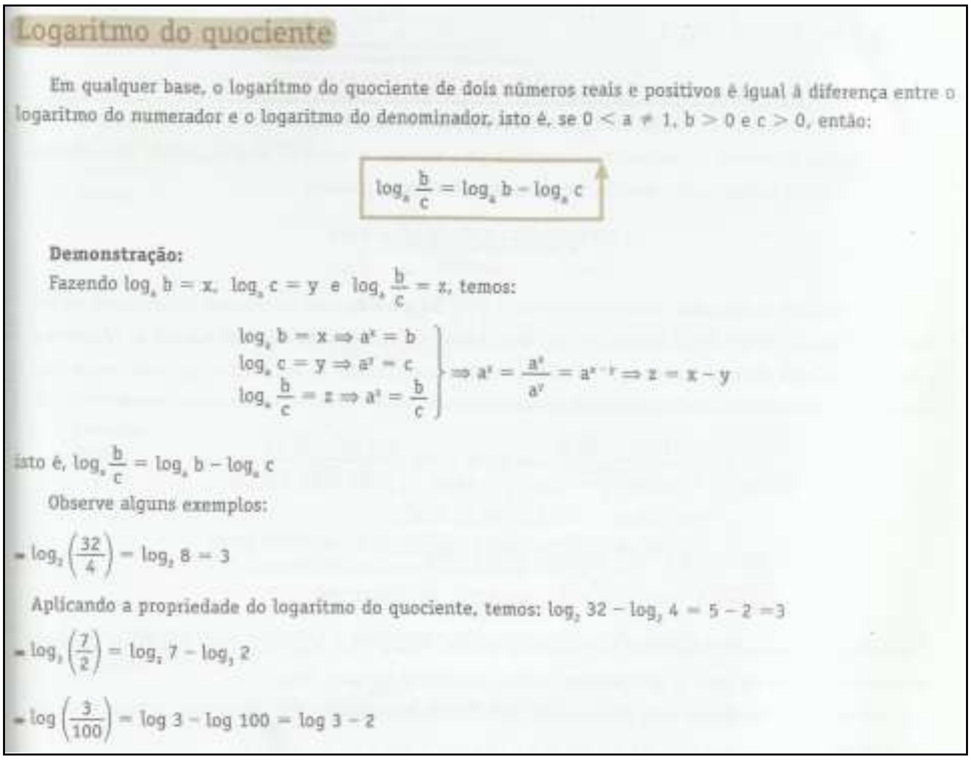
$$\boxed{\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b}$$

Figura 4- Definição de logaritmos.
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 151)

No tópico seguinte, os autores exploram algumas propriedades consequentes desta definição (figura 4), e então apresentam uma exaustiva lista de exercícios convencionais (anexo 1) (IEZZI *et. al.,* 2010, p. 154).

Na continuação do texto apresentam um contexto histórico, com nomes de matemáticos e suas invenções, retratando principalmente as ideias de John Napier. Depois foi apresentado o significado de sistema de logaritmos, ressaltando os sistemas de logaritmos decimais e neperianos. Nessa mesma sessão, orientaram sobre como utilizar uma calculadora científica para os cálculos destes dois últimos sistemas de logaritmos.

Para tratar as propriedades de logaritmos, primeiramente, os autores enunciam o resultado da propriedade em uma linguagem natural e evidenciam também as restrições conceituais para os valores assumidos na base do logaritmo e nos valores do logaritmando. Depois, apresentam o resultado algebricamente. Na sequência, a demonstração algébrica é o ponto de partida para validar a propriedade.



Logaritmo do quociente

Em qualquer base, o logaritmo do quociente de dois números reais e positivos é igual à diferença entre o logaritmo do numerador e o logaritmo do denominador, isto é, se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então:

$$\boxed{\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c}$$

Demonstração:

Fazendo $\log_a b = x$, $\log_a c = y$ e $\log_a \frac{b}{c} = z$, temos:

$$\left.\begin{array}{l} \log_a b = x \Rightarrow a^x = b \\ \log_a c = y \Rightarrow a^y = c \\ \log_a \frac{b}{c} = z \Rightarrow a^z = \frac{b}{c} \end{array}\right\} \Rightarrow a^z = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \Rightarrow z = x - y$$

isto é, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

Observe alguns exemplos:

- $\log_2 \left(\frac{32}{4}\right) = \log_2 8 = 3$

Aplicando a propriedade do logaritmo do quociente, temos: $\log_2 32 - \log_2 4 = 5 - 2 = 3$

- $\log_3 \left(\frac{7}{2}\right) = \log_3 7 - \log_3 2$
- $\log \left(\frac{3}{100}\right) = \log 3 - \log 100 = \log 3 - 2$

Figura 5 - Demonstração da propriedade operatória: logaritmo do quociente.
Fonte: Iezzi et al., (2010, p. 157)

Ao finalizar, apresentam uma linguagem numérica por meio de exemplos resolvidos para que os alunos compreendam a aplicação do resultado e informaram, por essa perspectiva que o resultado do logaritmo de um produto seria a soma dos logaritmos dos fatores; o logaritmo de uma fração resultaria na diferença entre os logaritmos do numerador e denominador da fração e o logaritmo de uma potência sendo o produto do expoente da potência pelo logaritmo da base. A figura 5 mostra as *representações conceituais* que versam sobre a propriedade do quociente.

A visão dos autores sugeriu que o conteúdo seria um conhecimento consolidado e bastariaao aluno compreender os procedimentos formais para que alcançasse a aprendizagem dos conceitos e das definições. Seria uma abordagem mais próxima da apresentação clássica dos conceitos matemáticos, que transparece a valorização das generalizações algébricas e simbólicas.

Ainda é possível depreender do texto dos autores que a condução do ensino por essa perspectiva seria condizente com os argumentos de Sales (2010, s.p):

> [...] na forma clássica quase sempre se define um objeto, anunciam-se as suas propriedades e, em seguida, são demonstradas essas propriedades. Muitas vezes tudo isso ocorre antes mesmo que o estudante tenha a oportunidade de refletir sobre elas e entender o que está sendo demonstrado.

Após essa apresentação formal das propriedades, seguidas de seus respectivos exemplos, Iezzi et al.,(2010, p. 159-160) propuseram um conjunto de atividades que levariam o aluno à exploração mecânica dos resultados de cada propriedade (ver Anexo 1).

O manual do livro didático ofereceu poucas indicações sobre os *procedimentos* que o professor poderia adotar para explanar este conteúdo em sala de aula. Apenas citou que seria importante para o professor ter cuidado com a ênfase pretendida a exercícios que envolvessem muitos cálculos em sua resolução.

Nos tópicos subsequentes deste capítulo os autores retrataram os seguintes conteúdos: função logarítmica; propriedade do gráfico da função; equações exponenciais; equações e inequações logarítmicas.

3.4.4 Abordagem do conteúdo trigonometria

O capítulo 13 é o último capítulo da obra, no qual são expostos os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo. O tema foi introduzido com um texto sobre aspectos históricos do conteúdo (figura 6 e 7), no entanto, era em realidade formado por comentários bem superficiais que retratavam as civilizações (egípcia, grega e babilônica) que contribuíram para o desenvolvimento da trigonometria, bem como as contribuições do conteúdo para a evolução da própria Matemática ede outras áreas do conhecimento, como a Engenharia e a Astronomia.

Após essa contextualização histórica, o livro trouxe o tema *razões trigonométricas*[74], explorando o conceito de tangente em uma situação-problema. Primeiramente, foram abordadas as relações entre grandezas por meio do estudo de razões e, ao finalizar a exploração dessas ideias, se apresenta a definição para tangente e a invariância do valor obtido em razões trigonométricas quando se trata de triângulos semelhantes, com a exemplificação de um caso dessa invariância para a definição de tangente.

[74] Maiores detalhes dos tipos de tarefas e das suas resoluções serão apresentados ao longo das análises de episódios de aulas.

Um pouco de História

A Trigonometria

O significado da palavra trigonometria (do grego *trigonon*, "triângulo", e *metron*, "medida") remete-nos ao estudo dos ângulos e lados dos triângulos – figuras básicas em qualquer estudo de Geometria.

Mais amplamente, usamos a trigonometria para resolver problemas geométricos que relacionam ângulos e distâncias. A origem desses problemas nos leva a civilizações antigas do Mediterrâneo e à civilização egípcia, em que eram conhecidas regras simples de mensuração e demarcação de linhas divisórias de terrenos nas margens dos rios. Há registros de medições de ângulos e segmentos datados de 1500 a.C. no Egito, usando a razão entre a sombra de uma vara vertical (*gnomon*) sobre uma mesa graduada. Algumas dessas medições encontram-se no Museu Egípcio de Berlim.

Também teria surgido no Egito um dos primeiros instrumentos conhecidos para medir ângulos, chamado groma, que teria sido empregado na construção das grandes pirâmides.

Figura 6 - Texto de abertura do capítulo "Trigonometria no triângulo retângulo"
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 262)

Os teodolitos – aparelhos hoje usados por agrimensores e engenheiros – tiveram sua "primeira versão" (com esse nome) no século XVI.

Teodolito moderno, usado para medir ângulos horizontais e verticais em trabalhos topográficos.

Durante muito tempo, a Trigonometria esteve ligada à Astronomia, devido à dificuldade natural que ela apresenta com relação às estimativas e cálculo de distâncias impossíveis de medir diretamente. A civilização grega, dando continuidade aos trabalhos iniciados pelos babilônios, deixou contribuições importantes nesse sentido. Por exemplo, a medição das distâncias entre o Sol e a Terra e entre o Sol e a Lua, feita por Aristarco, por volta de 260 a.C. – mesmo que seus números estivessem muito longe dos valores modernos — e a medição do raio da Terra, feita por Eratóstenes, por volta de 200 a.C. (veja texto no Volume 2 desta coleção).

No entanto, o primeiro estudo sistemático das relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e o comprimento da corda correspondente, que resultou na primeira tabela trigonométrica, é atribuído a Hiparco de Niceia (180-125 a.C.), que ficou conhecido como o "pai da trigonometria".

Somente no século XVIII, com a invenção do cálculo infinitesimal, a Trigonometria desvinculou-se da Astronomia, passando a ser um ramo independente e em desenvolvimento da Matemática.

Nesta coleção, a abordagem da Trigonometria (plana) ocorrerá da seguinte forma:

- o estudo dos triângulos retângulos, em que aparecem as razões trigonométricas, será feito no Volume 1; no Volume 2, serão estudados os triângulos não retângulos (acutângulos ou obtusângulos);
- o estudo das funções trigonométricas (ou circulares), em que aparecem os movimentos periódicos, será feito também no Volume 2.

Para saber mais sobre esse assunto, você pode pesquisar em:

- www.fenea.org.br/agrim_historia.htm. *Site* da Federação Nacional dos Engenheiros Agrimensores – Acesso em: 18/6/2008.
- BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Tradução Elza Gomide. Editora Edgard Blücher, 1974.
- KENNEDY, Edward S. *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula*. Tradução Hygino H. Domingues. Editora Atual, 1994.

Figura 7 - Texto de abertura do capítulo "Trigonometria no triângulo retângulo"
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 263)

Na sequência, são repassadas orientações sobre como utilizar a tabela trigonométrica ao estabelecer relações entre os valores decimais, das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) aos seus respectivos ângulos.

Depois disso, as noções de seno e cosseno de ângulo agudo são exploradas por meio de um simples contexto que versa sobre as relações entre deslocamentos que podem ser realizados em uma rampa (representada pela figura de um triângulo retângulo). Os autores finalizam essa abordagem com as definições sistematizadas.

O trabalho com calculadora científica é tratado logo em seguida, com as orientações sobre o procedimento que pode ser utilizado para encontrar os valores decimais das razões trigonométricas de modo que o aluno possa utilizar essa ferramenta, em vez de recorrer à tabela trigonométrica.

Depois, os autores exploram exercícios resolvidos e em seguida apresentam um roteiro de tarefas que envolvem situações convencionais e problemas contextualizados. O capítulo é finalizado com tópicos que versam as relações entre razões trigonométricas, ângulos notáveis, bloco de exercícios, e atividades complementares (situações-problema).

3.5 PROCESSO DE ANÁLISE

A análise foi realizada em uma perspectiva qualitativa (Stake, 2011), que se pautou prioritariamente em um processo cíclico, pelo qual foram estabelecidas relações entre informações obtidas por intermédio de observações e registros no diário de campo, descrição de trechos de entrevistas e descrição e transcrição de episódios de aulas gravadas em vídeo. Os registros do professor em cadernos de planejamento e os livros didáticos utilizados em suas atividades foram aproveitados como fontes, sempre com o objetivo de buscar evidências para melhor compreender as crenças e práticas de ensino.

Por essa perspectiva, foi elaborado o modelo cíclico a seguir, que agrega os métodos de produção dos dados da pesquisa.

Figura 8 - Relações entre os métodos de produção de dados da pesquisa – Fonte: Autor da pesquisa

Ao mobilizar esses dados, as análises envolveram a identificação de temas centrais, a construção de categorias e a interpretação dos mesmos. A análise de um episódio de aula envolveu as atividades desenvolvidas pelo professor; um intervalo de tempo com a sequência de suas práticas; a sala de aula como local onde as atividades foram desenvolvidas; o professor e seus alunos como sujeitos envolvidos e o contexto da aula onde um conteúdo matemático foi abordado.

Em concordância com Powell *et al.*, (2004), não foi analisada a totalidade de aulas gravadas, pela decisão metodológica de que seria mais adequado selecionar os aspectos dos comportamentos gravados mais relevantes para o propósito e contexto do estudo. Nesse sentido, o foco de análise foi a seleção de episódios de aulas que apresentaram tipos de crenças, aspectos das interações do professor com os livros didáticos e relações entre essas duas vertentes.

Ademais, a opção para a realização das análises foi sob à luz do modelo teórico dos pesquisadores Powell *et al.*, (2004), que pontuaram a respeito de que que as gravações em vídeo são primordiais na produção dos dados de pesquisas de natureza similar a este estudo, o que representa a priorização de uma técnica que vai ao encontro das especificidades desse instrumento metodológico.

O uso de vídeo traria muitas vantagens no processo de análise de dados, porque conforme Powell *et al.*, 2004 (p. 91):

> [...] o pesquisador pode visualizar eventos gravados com a frequência que for necessária e em formas flexíveis, tais como "tempo real, câmera lenta, quadro a quadro, para adiante, para trás', e podem se ocupar com suas diferentes características.

Assim, para proceder a análise de dados em vídeo, o referido modelo propôs uma sequência de sete etapas interativas, sendo elas: (i) *observar atentamente aos dados do vídeo;* (ii) *descrever os dados do vídeo;* (iii) *identificar eventos críticos;* (iv) *transcrever;* (v) *codificar;* (vi) *construir o enredo;* e (vii) *compor a narrativa.*

Os autores comentaram que essas fases não seriam lineares nem mesmo teriam o propósito de ser como uma "camisa de força", ao ponto de o pesquisador ter de seguir, obrigatoriamente, todos os passos. Na presente pesquisa foi admitido que o processo de análise seria uma fase dinâmica quase impossível de ser seguida à risca, qualquer que fosse o conjunto de etapas estabelecidas, *a priori.* Então, foi selecionada a adoção metodológica de um caminho com certa flexibilidade e não necessariamente na mesma sequência do referido modelo.

Dessa forma, não faria também sentido elencar fases com momentos fixos para cada procedimento realizado nas análises. Em vez disso, o que se buscou foi a justificativa dos aspectos funcionais da técnica adotada. Por exemplo, a etapa *"observar atentamente os dados do vídeo"* foi realizada em conexão com a transcrição e a codificação dos dados.

No entanto, repetidas observações foram feitas, sempre que necessário, no desenrolar de todas as fases da pesquisa. A esse respeito foi o posicionamento dos pesquisadores Powell *et al.,* (2004, p. 106), quando afirmaram que:

> [...] as observações repetidas, permitem aos pesquisadores visualizar os dados tantas vezes quanto necessário antes de decidir a sinalizar um episódio do vídeo como um [momento significativo] ou descartar outro previamente escolhido.

Nos tópicos a seguir, é descrito como foi realizado o procedimento das análises ao adaptar os aspectos do método mencionado.

3.5.1 Como organizamos e analisamos os dados

A análise formal dos dados em vídeo foi iniciada com ênfase na observação e na transcrição das falas, respectivamente, em correspondência com a descrição das ações do professor realizadas durante a aula. Esse processo inicial permitiu realizar inferências na tentativa de caracterizar as crenças do docente com base somente em suas práticas de aulas, sem a preocupação com seus pontos de vista evocados em entrevistas.

Mas, antes de selecionar as aulas para as transcrições, as gravações foram assistidas. Como critério para escolha de aulas, primeiramente, foram consideradas as ações que informavam características predominantes do *design* docente e isso envolvia os *graus apropriações* com livros didáticos. E, principalmente, foram admitidas as crenças que emergiam nesse processo.

Depois disso, foi realizada a transcrição integral das mesmas (apêndice 8), em razão da convicção de que a eliminação precoce de algum episódio poderia reduzir a capacidade de obter uma compreensão completa do contexto das mesmas. Foi no desenrolar deste processo que ocorreu a familiarização dos atores ativos da pesquisa (pesquisadores) com o conteúdo do vídeo.

Esta pesquisa concordou com Powell *et al.,* (2004, p. 113) quando afirmaram que "as transcrições seriam, para propósitos práticos, um registro permanente e podem revelar categorias importantes que não são sempre passíveis de serem discernidas por meio da visualização das imagens [...]". No entanto, nesta pesquisa foi considerado que isso não seria uma transcrição genuína das ações (falas, registros, gestos e movimentos) evocadas pelo professor, mas antes, este processo foi guiado pelos objetivos e referenciais teóricos da pesquisa.

Na leitura minuciosa das transcrições de todos os episódios da aula e na revisão cuidadosa do vídeo, foram selecionados para a análise somente aqueles episódios julgados mais significativos, identificados como *eventos críticos* (POWELL *et al.*, 2004). Foram identificados "*eventos*" neste estudo, na mesma perspectiva que informaram esses pesquisadores: "como sequências conectadas de expressões e ações, que dentro do contexto de nossas [...] questões de pesquisa, requerem uma explicação [...]" (Maher e Speiser, 2001 *apud* Powell *et al.,* 2004, p., 104) bem detalhada.

Segundo Powell *et al.,* (2004, s.p.) um *evento* seria denominado *crítico*, "quando demonstra[sse] uma significativa ou contrastante mudança em relação a uma compreensão prévia, um salto conceitual em relação a uma concepção anterior". Neste estudo, os momentos contrastantes e significativos foram admitidos por intermédio do problema de pesquisa e dos referenciais teóricos. Dessa forma, primeiramente, o interesse repousou nos aportes teóricos que versavam a *relação entre professores e livros didáticos:* os tipos de *recursos curriculares* do livro didático utilizados em aula e no planejamento, a construção da atividade de *design* e os *graus de apropriações*. Em segundo lugar, foi buscada a evidenciação de como esses elementos das *interações* com os livros didáticos forneciam pistas sobre como os diferentes tipos de *crenças docentes* eram implementados no ensino.

Após identificar esses aspectos em aulas, o olhar do estudo se dirigiu à significação deles nos depoimentos do professor nas gravações relativas às entrevistas sobre o planejamento e os resultados de aulas. Os discursos ajudaram a explicar o conteúdo subjetivo de algumas ações desenvolvidas em aulas, e reciprocamente, a observação da prática docente em aula contribuiu para melhor interpretar os depoimentos. No entanto, apesar do conhecimento visual na íntegra, aos vídeos das entrevistas, houve a transcrição unicamente dos *eventos críticos* que, de algum modo, contribuíram para a triangulação dos dados e a construção de temáticas de análise.

Então, houve algumas diferenciações na forma de analisar as práticas de aulas e os depoimentos em entrevistas. Por exemplo, para organizar as transcrições do conteúdo das aulas, o procedimento adotado foi a separação do tempo em intervalos entre 1 ½ minuto a 5 minutos. Essa fragmentação temporal facilitou a localização de *eventos críticos* e sua codificação. Já para as entrevistas, não foi encontrada necessidade de distribuí-las em intervalos de tempo, mesmo porque não foi propósito transcrevê-las na íntegra.

As informações das aulas, os dados verbais (falas dos professores) e alguns registros do quadro foram transcritos. Mas, de modo geral, as anotações (esboços, representações geométricas, lembretes, diagramas, textos e assim por diante) elaboradas no quadro foram representadas por imagens (capturadas do vídeo), codificadas no tempo em sincronia com as transcrições do desenrolar da aula, conforme pode ser verificado no Apêndice 8.

Além disso, juntamente com as transcrições, foi descrito o comportamento do professor, o que incluiu a descrição dos movimentos entre as carteiras, expressões faciais, entonações da fala, gestos, encenações, pela percepção de que tais aspectos se revelaram significativos para o *design* docente. Portanto, as transcrições, às vezes, seguem articuladas por descrições que proporcionam significado ao desenrolar de acontecimentos do cenário e do contexto da aula.

Esse processo inicial, de modo geral, ajudou a identificar os contextos onde os *eventos críticos* emergiam e a analisar mais cuidadosamente a linguagem e o fluxo de ideias (POWELL, *et al.*, 2004). Foi por intermédio desses dados (falas, registros, expressões e movimentos) que foram construídas as considerações fundamentais em busca de responder as questões de pesquisa.

3.5.2 Codificação, construção do enredo e da narrativa

A construção de códigos diz respeito às temáticas de análise, outro processo do método adotado, que se desenvolveu a partir de análises e reflexões centradas relativamente no conteúdo dos *eventos críticos* presentes nas transcrições/descrições de aulas e entrevistas, bem como os documentos que o professor utilizou.

Cada temática de análise abarcou um conjunto de *eventos críticos* os quais apresentavam elementos em comum e assim constituíam uma unidade analítica. Além disso, um *evento crítico*, às vezes, envolveu mais de uma temática e, consequentemente, as suas relações.

As temáticas elencadas foram construídas pelas questões emergentes das interações entre professores, alunos e livros didáticos que, de algum modo, convergiram para a questão de pesquisa. Mas também foram consideradas algumas temáticas que, *a priori,* versavam sobre os *graus de apropriação com livros didáticos.*

Com base nessas premissas, foi construído o *enredo* a partir da organização criteriosa e articulação das temáticas e seus respectivos *eventos críticos*. Em concordância com Powell *et al*,. (2004), esse processo analítico incluiu as interpretações e inferências do estudo empreendido e resultou a articulação e lógica dos dados, com atenção particular nos temáticas de análise.

Já a construção da *narrativa* é considerada a última fase analítica do modelo de Powell *et al.*, (2004), no entanto, esses autores mencionaram que este processo começaria desde o início da pesquisa e, no caso desta pesquisa, foi constituído a partir do olhar sobre as diversas inferências pautadas na totalidade de informações obtidas por intermédio dos enredos de eventos críticos. A esse respeito, Powell *et al.*, (2004, p. 129) com base nos estudos de Erickson (1992), se posicionaram dizendo que o investigador:

> [...] decompõe [a] totalidade [de informações] em seguimentos menores, interpretam estes segmentos à luz do todo, recompõe o todo à luz de um enredo e exploram uma interpretação particular do todo usando os dados como evidência, produzindo, dessa forma, uma narrativa escrita.

Em suma, a análise de cada evento crítico foi organizada em uma tabela com quatro colunas, nas quais foram incluídos fatores como tempo, transcrição/descrição de aula, enredo, e, por fim, temáticas (referente às crenças e os graus de apropriações) de análise do episódio em questão.

Tabela 5 - Processo de análise de eventos críticos

Tempo	**Comentários/ Descrição**	**Análise do Evento Crítico**	**Graus de Apropriação/ Crenças**
Intervalos de 1,5 a 5 minutos;	Transcrição/ Descrição do evento crítico;	Construção do *enredo* de acordo com o curso dos acontecimentos do episódio de aula;	Temáticas de análise e os tipos de crenças emergentes do processo de ensino;

É importante mencionar que os códigos foram utilizados somente no processo inicial (ver apêndice 8), pois, na exposição formal da análise eles aparecem na última coluna da tabela 5, descritos conforme suas respectivas temáticas. Isso ocorreu pela pressuposição no estudo de que o uso de códigos poderia de algum modo dificultar a leitura e interpretação do leitor.

3.5.3 Temáticas de análise

Algumas temáticas emergiram das análises realizadas por intermédio de depoimentos dados pelo professor em entrevistas como, por exemplo, a *seleção e uso de livro didático* e *avaliação contínua*. Já as outras são específicas das práticas em sala de aula. A seguir é feita uma breve descrição do que se trata cada temática.

3.5.3.1 Seleção e uso do livro didático

Nesta temática estão incluídas as justificativas que o professor manifesta quando questionado em entrevistas sobre o processo de seleção e uso do livro didático. Ele relata suas experiências sobre usos de livros didáticos ao longo de sua carreira profissional.

Justifica os critérios que são levados em conta quando seleciona uma obra. Explicita suas visões (crenças) sobre o ensino que remetem a apropriações ou não dos recursos curriculares de livros didáticos que já utilizou em suas experiências de ensino.

3.5.3.2 Aula Centrada no Professor - Questionamentos e Respostas

Os questionamentos foram bem pontuais e realizados quando o docente desejou obter um resultado imediato sobre o desenvolvimento de cálculos ou a aplicação de definições e propriedades em uma situação particular. Os alunos ficaram atentos às perguntas, mas não exibiram interesse em respondê-las, uma vez que os questionamentos do professor eram realizados e simultaneamente respondidos por ele próprio.

Em muitos casos, o professor respondeu sua própria pergunta fazendo o papel de um(a) aluno(a). Esta temática tem relação com a temática *gestão das práticas da classe*, porque, em muitos casos, o professor usaria essa estratégia (questionamento/resposta) simplesmente para chamar a atenção dos alunos para a aula.

3.5.3.3 Regras e Procedimentos Sintetizados/Padronizados

Está temática evidenciou as práticas do professor ao apresentar conceitos e propriedades Matemáticas a partir de regras e procedimentos sintetizados. Frequentemente isso aconteceu quando ele se deparou com situações do livro didático que solicitaram uma explicação mais aprofundada como, por exemplo, as demonstrações, os detalhamentos conceituais e as restrições conceituais envolvidas no conteúdo.

Os exercícios de aplicação direta de técnicas, apresentados no livro, foram priorizados pelo professor, porque favoreceram o uso de um processo mecânico e padronizado sem que necessariamente o aluno compreendesse a sua validade.

3.5.3.4 Graus de apropriação com o livro didático

Na construção do seu *design*, o professor interagiu com o livro didático às vezes para introduzir um novo conteúdo e, em momentos específicos da aula para a exploração de exercícios. Ele exibiu interesse em utilizar o livro didático para a busca de recursos curriculares que proporcionassem sequência de exercícios resolvidos. Os *graus de apropriações* foram realizados de forma desordenada durante a aula, o que levou este estudo a considerar três subtemáticas ligadas às *interações professor-livro didático*:

3.5.3.4.1 Transferência

A reprodução de recursos curriculares do livro didático, quando o docente adoptou a ordenação e as representações das atividades como, por exemplo, o enredo e a sequência de algumas tarefas específicas, foram admitidas sem alterações. As transferências também ocorreram com a leitura do enredo de um exercício específico Já as resoluções das mesmas não foram adotadas com tanto rigor. Nesse sentido, o desenvolvimento do conteúdo e a resolução de atividades, em muitos casos, foram realizadas por intermédio de *adaptações* e/ou *improvisos*.

3.5.3.4.2 Adaptação

Esta apropriação foi mais frequente, visto que o docente constantemente omitia e/ou modificava as representações conceituais e a estrutura de resolução das atividades, mediante sua própria experiência, crenças e estilo de ensino.

Algumas adaptações surgiram quando o professor Roberto percebeu que os alunos não estavam compreendendo algum conceito em questão ou sentiu necessidade de explorar uma situação-problema mais próxima à realidade deles.

No entanto, utilizou os mesmos objetivos e a estrutura da lição do livro didático. Mas, modo geral, as adaptações evidenciaram a supervalorização de *regras e procedimentos sintetizados/padronizados*.

3.5.3.4.3- Improviso

Os improvisos foram raros, mas emergiram quando o docente almejou problematizar uma situação-problema por meio de questionamentos e ouvir as sugestões dos alunos.

Entretanto, esta apropriação não trouxe respaldos significativos em aula, no que diz respeito a uma participação efetiva dos estudantes e a integração de suas ideias ao longo do ensino, visto que as crenças do docente estavam centradas em uma instrução diretiva.

3.5.3.5 Gestos e Movimentos no Processo de Ensino

Os gestos e movimentos foram analisados em duas perspectivas. Em primeiro lugar, no momento em que as representações gestuais com as mãos e dedos são usadas pelo professor quando enfatizou aspectos do conteúdo representado na lousa.

Seus argumentos verbais, conciliados aos gestos, pareceram ajudar o professor a expressar suas ideais e também serviram para mostrar como as representações conceituais seriam organizadas ao longo do quadro negro. Em segundo lugar, o tópico foi considerado como relacionado à necessidade que o professor teria de manter os alunos centrados em suas exposições orais durante a aula.

As expressões corporais e seus movimentos entre as carteiras foram considerados como aspectos que chamaram a atenção dos alunos. Dessa forma, esta temática se apresenta conectada à *gestão das práticas da classe*, pois gestos e movimentos pareceram ajudar o professor a gerenciar a turma de alunos.

3.5.3.6 Avaliação Formal e Contínua

As práticas do professor que elucidaram questões sobre a avaliação formal surgiram em vários contextos e situações. Primeiramente, quando buscou justificativas para introduzir o ensino de um determinado conteúdo. O professor também mencionou o referido assunto para enfatizar os tipos de atividades que caem na prova.

Ao fazer isso, tentou resgatar o interesse do aluno e a atenção na aula. Em outras situações, enfatizou os tipos de questões que não seriam exigidos na prova, porque percebeu que as relações conceituais estariam além da capacidade dos alunos ou demandariam um maior aprofundamento. Em outros casos, a avaliação foi um instrumento regulador do comportamento dos alunos e, nesse sentido, a *avaliação formal* também apontou relações com a *gestão das práticas em sala de aula*.

Já a *avaliação contínua* se referiu aos métodos avaliativos informais que priorizados em aulas, como por exemplo, a resolução de tarefas do livro didático, a organização do conteúdo no caderno e as correções das atividades escritas dos estudantes.

3.5.3.7 Gestão das Práticas da Classe

Na prática docente, o gerenciamento de aula aconteceu em vários momentos, sendo um requisito o investimento do tempo necessário pelo professor. Isso ficou evidente quando ele procurou administrar o tempo da aula, a disciplina dos alunos e a condução das atividades. Nesta temática, foi considerado o controle docente sobre como o aluno deve se comportar durante a aula e como organizar os registros do caderno.

3.5.4 O processo de análise em síntese

Foi argumentado que as sete etapas de análise dos dados em vídeo, propostas por Powell *et al.*, (2004), não seriam fixas e o pesquisador poderia ir e vir entre as etapas, em uma sequência não linear, de acordo com seus próprios objetivos. Nesse sentido, foi elaborada a Figura 9, um ciclo que mais se aproximou das condutas desenvolvidas neste estudo, que incluiu seis etapas interativas: (i) observação minuciosa dos dados do vídeo; (ii) transcrição; (iii) identificação de eventos críticos; (iv) construção de temáticas e codificação; (v) descrição de eventos críticos; e (vi) construção do enredo e da narrativa. É importante salientar: o que perfaz nesta pesquisa é a interpretação da prática de análise como um processo dinâmico. Por exemplo, na construção das temáticas de análise foram realizadas releituras constantes não somente dos *eventos críticos*, mas da totalidade das transcrições e a observação atenta de algumas partes do vídeo. Certamente, isso envolveu tanto os vídeos pertinentes às aulas, como também das entrevistas.

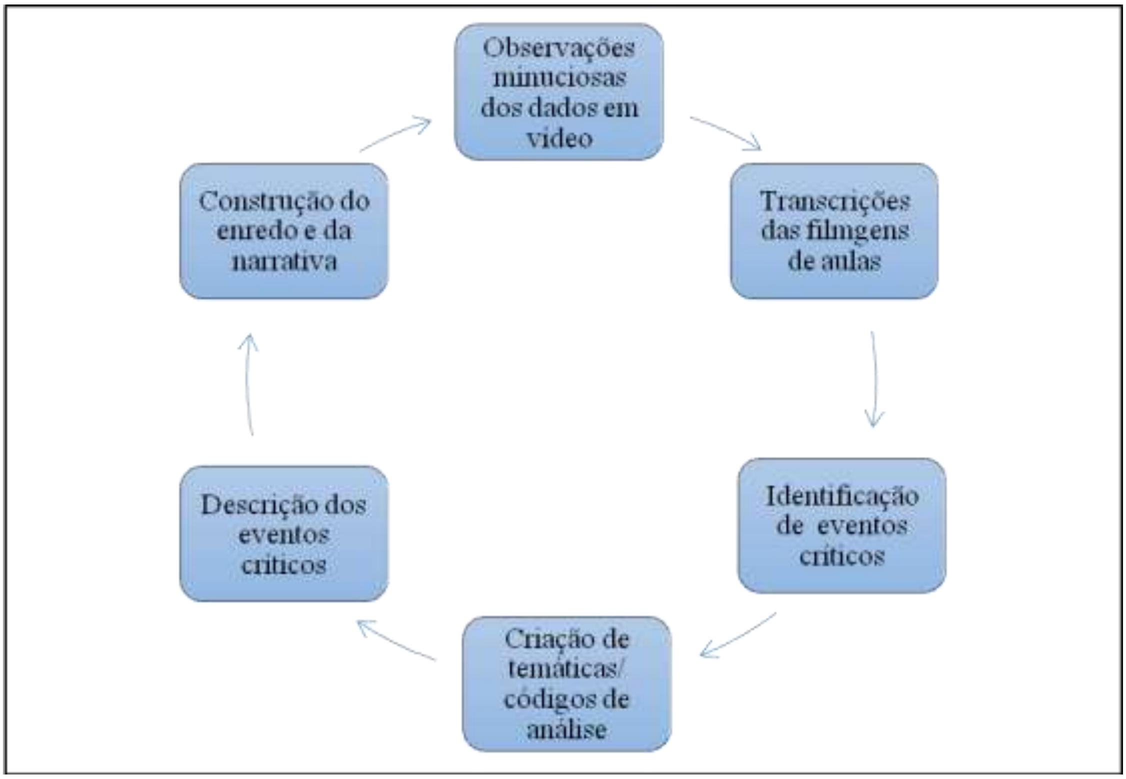


Figura 9 - Processo de análise dos dados.
Fonte: Autor da pesquisa.

Ao trabalhar a dinâmica deste processo, constantes ajustes foram necessários, principalmente nas transcrições, descrições, enredo e narrativa. Com isso, novas interpretações dos dados surgiam e, consequentemente, a criação de temáticas, e a busca de um conjunto de eventos críticos que evidenciassem as inferências propostas.

CAPÍTULO 4
PRÁTICAS DO PROFESSOR ROBERTO: INTERAÇÕES COM LIVROS DIDÁTICOS E CRENÇAS

Embora as análises iniciais deste estudo tenham se conduzido pela prática docente, este capítulo tem início com a discussão de aspectos mais gerais sobre a formação acadêmica do professor Roberto, as características dos livros didáticos que o docente tende a usar e como ele estabeleceu interações com estes materiais ao longo de suas experiências.

Seus relatos sobre a seleção e uso do livro didático forneceram uma compreensão de como crenças sobre o ensino e aprendizagem da Matemática subjazem as suas escolhas ao tratar os recursos curriculares do livro didático. As evidências são retratadas a partir de eventos críticos identificados na entrevista inicial sobre a carreira profissional docente e em discursos sobre planejamentos de aulas.

Na sequência do texto, são reportadas crenças mais pontuais, referentes às práticas do professor em uma classe do 1º no do Ensino Médio. A análise foi baseada nos eventos críticos identificados em aulas relativas aos conteúdos propriedades operatórias de logaritmos e trigonometria no triângulo retângulo.

Aliadas a isso, as entrevistas sobre os planejamentos e resultados destas aulas complementaram as inferências deste estudo. Para essa finalidade, as seguintes temáticas serviram como orientação:

a) Graus de apropriação com livro didático: transferência, adaptação e improviso;

b) Aula centrada no professor – questionamentos e respostas;

c) Avaliação formal e contínua;

d) Regras e procedimentos sintetizados;

e) Gestos e movimentos no processo de ensino;

f) Gestão das práticas da classe.

4.1 SOBRE O PROFESSOR

O professor Roberto se formou em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) no ano de 1998. Em 2006, fez uma especialização no curso *Ensino da Matemática* pela Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal

(UNIDERP). Iniciou sua carreira profissional como professor leigo, antes mesmo de ingressar na licenciatura. Até a realização da entrevista, no ano de 2012, o docente possuía dezoito anos de experiência. Já atuou em colégios particulares e, no período de desenvolvimento deste estudo, lecionava Matemática em duas escolas públicas na cidade de Campo Grande/MS.

É concursado desde de o ano de 2000 em uma instituição de ensino estadual, na qual ministra aulas de Matemática para o Ensino Médio e a Educação de Jovens e Adultos (EJA). Além disso, o docente também leciona na Rede Municipal de Ensino (REME), em sala de aulas do Ensino Fundamental de 6º ao 9º ano.

Antes de iniciar a Licenciatura em Matemática, Roberto mencionou que seu ideal era ser médico, para exercer a profissão em campo missionário, mas não conseguiu passar no vestibular. Desiludido com os resultados, decidiu ingressar no bacharelado de Física, na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) e permaneceu por três anos nesse curso (de 1992 a 1994). No entanto, naquele período ainda não tinha decidido sua profissão e, segundo ele, por não levar a sério a faculdade, durante os três anos que permaneceu não concluiu as disciplinas do primeiro ano do curso. Então, em meio às indecisões, interrompeu a graduação. Outro motivo da desistência foi o fato que, no final de 1994, começou a lecionar aulas de Matemática como leigo em escolas públicas e com isso percebeu que o bacharelado em Física pouco contribuía para o seu novo objetivo, que era exercer a atividade docente.

Nesse período, havia decidido ser professor. Ao relatar esse fato, se lembrou de uma frase que naquela época lhe veio à mente: “minha praia é educação”. Então, prestou vestibular em 1994 e, no ano seguinte, ingressou no curso de licenciatura em Matemática.

4.2 SELEÇÃO E USO LIVRO DIDÁTICO: EXPERIÊNCIAS DE ENSINO

Em relação ao uso do livro didático em suas práticas de sala de aula, em entrevista o professor relatou que este era o principal e único recurso que o aluno possuía para consulta e apoio durante as aulas e na realização de tarefas de casa. Ele enfatizou que, apesar dos alunos terem recursos financeiros para obter outras fontes, eles ainda preservavam um pensamento “pobre” de pessoas que vivem em um país de terceiro mundo. Nesse sentido, mencionou que, pelo fato dos estudantes não investirem em outros recursos, o livro se tornou a única ferramenta para conduzir os estudos em sala. Em suas palavras: *“Como o livro didático é o* *mais importante. Porque mais importante? É o que está na mão do aluno. É recurso em abundância! Então, vamos trabalhar!”.* Notamos que Roberto justificou o uso do livro com o argumento de que seria o recurso que os alunos teriam disponível na escola. Por isso, acreditava ser fundamental explorá-lo nas aulas.

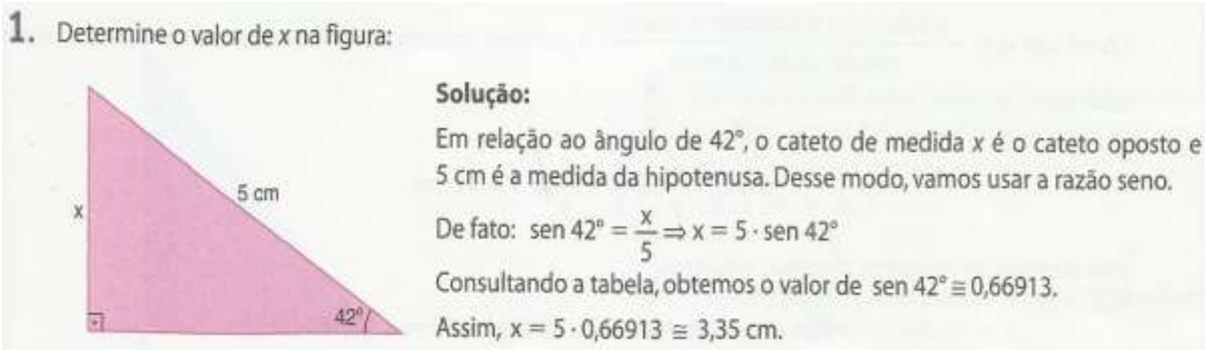
Em relação à escolha do livro didático aprovado pelo PNLD, ele participou do processo de seleção e ficou satisfeito com a coleção adotada pela escola, a saber: *Matemática: Ciência e aplicações*, dos autores Iezzi *et al.*, (2010). Na visão do docente a obra seria “perfeita”, principalmente para o uso na primeira série do Ensino Médio, uma vez que os tópicos abordados coadunariam com os conteúdos exigidos no referencial curricular do Estado de Mato Grosso do Sul (MS). Nesse sentido, o docente demonstrou a crença de que o livro adequado, em sua visão, seria aquele que contemplaria um conjunto de conteúdos matemáticos exigidos em documentos oficiais. O discurso não levou em consideração questões qualitativas do conteúdo e, por conseguinte, do ensino e da aprendizagem da Matemática. O professor foi enfático quando mencionou que, para a seleção do livro didático, o critério mais importante privilegiado pelos professores dizia respeito ao roteiro de conteúdos apresentado pela obra.

No entanto, em uma entrevista sobre o planejamento do conteúdo *Trigonometria*, o professor relatou outros aspectos relevantes de seu processo de seleção de um livro didático e retratou algumas questões de conteúdo. Primeiramente, se mostrou insatisfeito com a linguagem dos livros didáticos atuais, inclusive o adotado em sua prática, devido ao fato de que seus alunos não conseguiam acompanhá-lo quando propunha atividades que demandavam empenho individual dos mesmos. Então, o docente fez uma reflexão:

> Será que os livros estão com a linguagem muito acima dos alunos ou será que os alunos têm pouca leitura para acompanhar o livro? Eu me questiono. Não sei se é por defeito do livro, mas nenhum livro, de todos que já usamos, nenhum livro o aluno dá conta de estudar sozinho (Roberto em entrevista sobre o planejamento de aula).

Sobre a escolha do livro dos autores Iezzi *et al.*, (2010), utilizado frequentemente em sua prática, ele afirmou:

> Nós acreditamos que este é o melhor. Por quê? Porque ele tem contextualização. Essa é a preocupação nossa desta escola, quando sentamos junto para escolher o livro. [...] Apresenta exemplos mais tradicionais, como esse aqui (figura 10). É uma questão sem contextualização. Então, [esse livro] contempla as duas coisas (Roberto em entrevista sobre o planejamento).



1. Determine o valor de x na figura:

Solução:

Em relação ao ângulo de 42°, o cateto de medida x é o cateto oposto e 5 cm é a medida da hipotenusa. Desse modo, vamos usar a razão seno.

De fato: $\text{sen } 42° = \dfrac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \cdot \text{sen } 42°$

Consultando a tabela, obtemos o valor de $\text{sen } 42° \cong 0{,}66913$.

Assim, $x = 5 \cdot 0{,}66913 \cong 3{,}35$ cm.

Figura 10 - Exercício resolvido sobre trigonometria
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 267)

Portanto, além da questão do rol de conteúdos que o livro deve contemplar, Roberto também reportou outros critérios também importantes para o docente na seleção de um livro didático: ele mostrou priorizar as coleções que apresentam ilustrações coloridas e situações contextualizadas, ditas por ele como "situações práticas". Entretanto, defendeu com maior ênfase roteiros de tarefas repetitivas e desprovidas de um contexto. Estas foram consideradas como exercícios tradicionais. Sua fala sobre o livro didático, portanto, evidenciou traços importantes de suas escolhas e preferências no ensino da Matemática. De imediato, um ponto de vista que pode ser inferido é que o livro didático de Matemática adequado, para Roberto, deveria apresentar uma grande quantidade de exercícios repetitivos. Em contrapartida, um livro didático que apresentasse o raciocínio lógico e a resolução de problemas como componentes centrais da Matemática receberia menor ênfase em seu trabalho. Essas visões pareceram ser confirmadas em outro discurso sobre a *seleção do livro didático*:

> Esse livro apresenta bastante exercícios para o aluno fazer. Essa foi uma preocupação nossa quando fomos escolher. Bastante exercícios parecidos. Quando outra coleção apresenta só questões desse tipo (Roberto indica no livro didático algumas questões do livro didático - figura 11), que não tem exercícios semelhantes, o aluno não dá conta. Ele faz a primeira questão e pergunta: professor como eu faço a próxima? Professor como eu faço a próxima? Ele não dá conta de seguir a sequência do livro. Isso aconteceu em anos anteriores, não é um chute. Então, toda vez que a gente escolhe o livro temos essa preocupação. Escolher um livro colorido também, [...] com figuras, [...] que tenha situações práticas, mas também que tenha uma sequência de exercícios semelhantes, porque se o aluno não der conta de resolver as situações práticas, pelo menos ele vai resolver as semelhantes (Roberto em entrevista sobre o planejamento de aula).

11. Um pequeno avião voa a uma altura de 3 km. O piloto planeja o procedimento de descida de modo tal que o ângulo formado pela horizontal e pela sua trajetória seja de 20°. Que distância, aproximadamente, o avião percorrerá até o pouso?

12. Em um trecho inclinado de uma estrada, as distâncias referentes aos deslocamentos horizontal e vertical de um veículo são ambas iguais a *d* unidades de comprimento (u.c.).

a) Qual é a medida do ângulo de inclinação que esse trecho da estrada faz com a horizontal?

b) Qual é, em função de *d*, a distância que o veículo percorre?

13. Duas vias de contorno retilíneo interceptam-se em um entroncamento *E*, formando um ângulo de 75°. Determine a menor distância entre uma das vias e uma área de refúgio, situada na outra via, a 1 200 m de *E*?

14. Uma região montanhosa foi mapeada por fotografias aéreas: dois pontos, *P* e *Q*, devem ser unidos por um pequeno túnel reto. Considere a reta perpendicular ao traçado do túnel, passando por *P*. Nela, tome o ponto *T*, distante 70 m de *P*; desse ponto, situado no mesmo plano de *P* e *Q*, seria possível avistar as extremidades do túnel sob um ângulo de 55°.
Qual será o comprimento aproximado do túnel a ser construído?

17. Explique por que todos os valores de seno e cosseno constantes da tabela são números reais pertencentes ao intervalo]0; 1[, mas o mesmo não acontece com os valores das tangentes.

Figura 11 - Exercícios sobre trigonometria
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 270)

Partindo desses discursos, já referidos, foi levantado o seguinte pressuposto: possivelmente a falta de autonomia dos estudantes no uso do livro didático e consequentemente na aprendizagem dos conceitos, fosse decorrência da perspectiva de ensino que o professor detém, na qual o trabalho do aprendiz fica totalmente submetido ao seu método. Mais adiante nesta pesquisa, será possível verificar se a prática deste professor corroborou (ou contradisse) com essa interpretação.

Em suas experiências no ensino, Roberto sempre utilizou livros didáticos. Afirmou que prefere trabalhar com materiais sucintos na abordagem dos conceitos matemáticos, porque essa característica pareceu ajudá-lo a administrar o tempo de aula em suas práticas de ensino. Por exemplo, um livro que contempla essa característica é a coleção do Ensino Médio "Matemática: Aula por Aula" dos autores Benigno Barreto Filho e Cláudio Xavier da Silva, que o docente utilizou por doze anos na escola estadual em que lecionava no desenvolvimento deste estudo. O livro, em seu ponto de vista, possuía um conteúdo "pobre" e as questões qualitativas dos conceitos matemáticos deixavam a desejar. No entanto, se ajustava à realidade de suas classes e o ajudava na gestão do tempo de aula.

Foi possível notar que o docente não trocaria este material por outro. Mas, devido às discussões para troca de livros aprovados no PNLD, em consenso com o grupo de professores de Matemática da escola, acabou escolhendo a obra dos autores Iezzi *et al.*, (2010). Talvez o livro "Matemática: Aula por Aula" poderia ser novamente a opção dos professores de modo geral, mas a obra já não constava no conjunto de publicações aprovadas no PNLD/2012.

Já a obra "Matemática Hoje é Feita Assim" do autor Antônio José Lopes Bigode, também foi utilizada nas práticas do professor Roberto, contudo, ele enfatizou que não obteve tanto êxito em seu uso dentro de suas práticas de ensino.

Roberto mencionou que o autor deste livro ofereceu uma palestra na qual explicitou aspectos metodológicos do conteúdo e da utilização da obra. A palestra envolveu todos os professores de Matemática, coordenadores, direção escolar e gestores responsáveis pelas questões curriculares da Rede de Ensino Municipal de Campo Grande/MS. Segundo o docente, mediante a proposta do autor, todos os participantes ficaram entusiasmados com a metodologia de ensino apresentada. A partir disso, o livro foi definitivamente adotado na Rede de Ensino Municipal entre os anos de 2002 a 2007, por decisão da Secretaria Municipal de Educação.

A seguir, são apresentados mais detalhes no depoimento de Roberto, por intermédio de um evento crítico evidenciado na entrevista inicial. Este episódio envolveu a temática *Seleção e uso do livro didático*.

> Qual seria um livro que a gente não gosta? Por exemplo, o livro didático do Bigode! O Bigode tem uma mente muito aberta, os vídeos dele são muito bons, já usei alguns de seus vídeos. Mas, o livro didático dele, em minha opinião, era impraticável, por experiência própria.
>
> Na Rede Municipal adotamos por seis anos (de 2002 a 2007) o livro dele. Mas não dava para utilizar. Nós levávamos esse livro para sala de aula e outro livro debaixo do braço.
>
> Porque não dava para usar, no máximo um exemplo. Porque exigia recursos extra-sala. Por exemplo, você tinha que sair da escola com os alunos, levar trena para medir comprimento, cronômetro para medir tempo, termômetro, vasilha para colocar água e medir volume e assim por diante. Os coordenadores pedagógicos falavam que poderiam oferecer o material que fosse preciso nas aulas. Mas, no dia que a gente pedia, não tinha! Às vezes faltavam coisas básicas, por exemplo, sempre tinha papel quadriculado, mas naquele dia que você precisava não tinha.
>
> Então, essas coisas iam desanimando, assim, preferi ficar no quadro, giz e lousa, e pronto! Os discursos dos pedagogos são muito bonitos! Mas se você tiver experiência, em uma única turma, e trabalhar durante um ano com ela, você vai falar: Eu vou ficar só no giz e lousa! Na prática a proposta do livro não funcionava.

> É claro que a gente tem que reconhecer também que a nossa formação..., não por culpa da universidade, por nossa culpa, nós ficamos devendo também, faltava... [inaudível], nós precisávamos de uma bagagem pedagógica por trás (Roberto em entrevista inicial).

Na prática observada, se tornou evidente que as *representações de tarefas* (por exemplo, atividades fora do ambiente escolar) e *representações de objetos físicos* do livro didático (termômetro, trena, papel quadriculado e assim por diante), recomendadas para o *design* docente no livro foram empecilhos em seu uso. Isso pareceu confirmar o que já foi observado por Brown (2002), quando afirmou que no momento em que um professor é obrigado a utilizar um material, ele tenderia a resistir à adoção do mesmo. Roberto não se apropriou dos recursos curriculares que compunham o material. Então, selecionou outros livros e os conciliou com alguns exercícios do material adotado pela instituição. Foi possível notar que o professor percebeu diversos tipos de uso de recursos curriculares do material, no entanto, a possibilidade de explorá-los foi reduzida à seleção de alguns exercícios que se converteu na única propriedade funcional do livro didático em sua atividade de *design*.

Também se pode perceber que suas crenças sobre a metodologia de ensino influenciaram no uso do livro didático ao ponto dele ignorar por completo os procedimentos metodológicos e as *representações conceituais* que o mesmo oferecia. Isso pode ter ocorrido em razão da proposta metodológica do livro estar muito distante de sua rotina de ensino tradicional, que consistia em exposição oral e uso de lousa e giz.

Ao falar sobre suas limitações ao usar o livro didático, também mencionou as deficiências de sua formação profissional. Manifestou a necessidade de uma capacitação que proporcionasse conhecimento pedagógico mais consolidado para lidar com os recursos do livro, o que na época lhe faltou. A partir dessa análise, surgiu o questionamento: será que este material curricular seria adotado em suas práticas atuais? O que se pode depreender foi que essa reflexão docente sobre o uso do livro fazendo apelo à sua formação acadêmica conduziria à identificação de novos tipos de usos e de apropriações com o material curricular relativas às ações atuais presenciadas durante as observações em sala de aula.

4.3 USO E O NÃO USO DOS RECURSOS CURRICULARES DE LIVROS DIDÁTICOS

O professor tentou mensurar o nível de uso do livro didático em suas práticas quando mencionou que 90% (noventa por cento) de suas *atividades de design* eram realizadas com o material (livro). No entanto, ele não fez ou mostrou fazer *transferências* da forma que o livro propunha. Em suas palavras: "eu só utilizo aquilo que me interessa. [...] Eu acho que o professor tem que ter essa consciência: o que ele quer que o aluno aprenda? O que seria bom? Então deve administrar isso, para o livro ser usado!". Portanto, esse discurso levou à conclusão de que suas convicções estariam fundamentadas na forma pela qual concebia o currículo em suas práticas, especificamente sobre o que era para ser ensinado, as maneiras de ensinar, as formas de conceber a aprendizagem dos estudantes, os critérios para a seleção de atividades em materiais curriculares e os aspectos dos conteúdos que deveriam ser apreendidos pelos estudantes.

Foi possível perceber ainda que as escolhas do professor em relação aos recursos do livro didático incluíram várias questões que versavam sobre seus principais objetivos de aprendizagem e suas crenças sobre o ensino da Matemática.

Primeiramente, mencionou que o fator tempo era uma das limitações que impediam a exploração do livro de uma forma mais detalhada. Essa foi uma das justificativas, por exemplo, para a não exploração de situações-problema durante a aula. Então, a condução do ensino foi pautada em escolhas que incluíram critérios ajustados ao modelo de ensino docente. Sobre as partes do livro que coadunavam com suas aulas, Roberto disse:

> Isso é uma coisa que eu me preocupo em sala. Priorizo questões com soluções rápidas porque os alunos têm que fazer e eu tenho que corrigir! Não pode acabar a aula sem corrigir, porque os alunos ficam inseguros. Às vezes, acontece! Mas não é bom! O aluno tem que terminar e dizer: Ah é assim que faz! (Roberto em entrevista inicial).

O trecho dessa fala levou à constatação de que a visão (crença) do professor sobre o ensino se resumiu na exploração de exercícios mecanizados (com soluções rápidas) e em sua correção, se possível na mesma aula, para garantir a aprendizagem do conteúdo.

A insegurança do aluno que Roberto mencionou pareceu ter relação com sua metodologia expositiva, centrada na instrução do professor e na formação de um estudante passivo, que receberia atividades formuladas com suas respectivas e estratégias de resolução. Além disso, foi possível concluir que o docente limitava em sua prática a participação e o pensamento dos alunos, uma vez que os mesmos não podiam demonstrar dúvidas em hipótese alguma. Nas interpretações efetivadas neste estudo, esse pensamento e ação docente soaram da seguinte forma: o professor deveria sanar todos os erros da atividade Matemática e para isso teria que mostrar "como fazer" as tarefas, portanto, eliminando as dúvidas e questionamentos dos alunos.

Como visto no capítulo anterior, no *design* do livro didático o autor apresentou exemplificações com exercícios resolvidos na introdução de cada capítulo. Então, durante a aula, frequentemente o professor escolhe somente três ou quatro exemplos para introduzir um novo conceito. No final da aula, propõe um ou dois exercícios (de acordo com o tempo disponível) para que os estudantes explorem o conteúdo abordado.

Normalmente, esses exercícios são de aplicação direta, pois a exploração de situações-problema, na visão docente, seria adequada no caso de mais de três aulas semanais. No entanto, Roberto enfatizou que o tempo disponível para as aulas era insuficiente até mesmo para cumprir o cronograma de conteúdos que constava no referencial curricular. Por isso, acabou priorizando o que acreditava ser mais adequado para a aprendizagem dos alunos, que segundo ele seriam os exercícios de "soluções rápidas", ou seja, aqueles que admitiam aplicações diretas de fórmulas ou regras.

Sobre as representações de tarefas (os tipos de exercícios e suas ordenações) propostas no livro didático, na visão do docente investigado, elas se apresentavam inadequadas para aprendizagem do aluno. Roberto generalizou ainda que os livros atuais, inclusive aqueles aprovados pelos PNLD, apresentavam os exercícios em uma sequência que não proporcionava autonomia ao estudante, de modo que os mesmos pudessem desenvolver as resoluções individualmente, sem tanta dependência do auxílio do professor. Ele disse:

> Todo livro didático tem uma sequência de exercícios que não favorece que o aluno estude sozinho. Porque são diferentes uns dos outros. Não é como antigamente! Também não estou dizendo que é certo ou errado, mas o fato é que, antigamente tinha dez questões parecidas e o aluno fazia todas, pois eram parecidas. Agora não! Uma é diferente da outra. Então ele faz uma e não sabe fazer a outra (Roberto em entrevista inicial).

Roberto considerou como livros antigos aqueles que apresentavam um método linear de ensino e os exercícios em uma sequenciação lógica, sendo também os mais adequados para seus estudantes em sua interpretação. Este foi um dos critérios privilegiados pelo docente quando mencionou o tipo eficaz de atividades Matemáticas para a aprendizagem de seus alunos.

Na visão do professor, seguir à risca o livro didático era um caminho que não proporcionava benefícios para a sua proposta de ensino e nem para a aprendizagem dos alunos. Quando questionado sobre o grau de influência do livro em sua prática, em uma escala de zero a dez (zero: nenhuma influência e dez: total influência), disse: "de oito para nove, vou colocar oito, não coloco dez porque na faculdade que fiz os professores abominavam muito, tinha muito discurso contra o docente que seguia o livro didático".

Ele se lembrou de alguns episódios de aulas da época de sua graduação em Matemática na UFMS, sobre o uso do livro didático, quando seu professor de metodologia de ensino (Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas), dizia: "tem professor que adota o livro didático e tem professor que é adotado pelo livro". Ele mencionou que, atualmente, ainda reflete a respeito desses argumentos sobre o professor que reproduz a proposta do livro didático:

> Eu não sigo totalmente o livro didático porque fica em minha mente o que os professores da universidade falavam: não podemos ser adotados pelo livro! E, de fato, para a aprendizagem do aluno não é viável. Se você verificar, o livro não tem uma sequência de exercícios, por exemplo, parecida, onde o aluno consegue fazer uma e assim resolver todas. Não tem! Parecida, parecida, não tem! Então, o que eu faço: coloco no quadro exemplos, nem sempre exemplos deste livro [adotado pela escola, às vezes eu pego questões parecidas com aquelas que eu acho que é importante, e resolvo! Depois, os alunos tentam resolver exercícios do livro. O que eles não conseguem beleza, mas quando eles resolvem questões parecidas com os exemplos, vai embora! Porque eu faço isso? Por causa do discurso dos professores universitários de seguir religiosamente o livro. O livro é muito importante, mas como material de base (Roberto em entrevista inicial).

É possível perceber que, no discurso contrário à realização de transferências, o docente remeteu primeiramente à sua preocupação de não ser classificado como "o professor adotado pelo livro". Mas, na verdade, pareceu que o docente não reproduzia assiduamente os recursos curriculares do livro somente porque não era algo de acordo com seu estilo de ensino e com suas metas específicas de aprendizagem. Portanto, novamente as explicitações do docente sobre a resolução de exercícios parecidos evidenciaram a crença em relação à aprendizagem Matemática, ou seja, a de que para aprender Matemática seria fundamental explorar exercícios com uma sequência lógica.

Em outra parte da entrevista, o docente explicitou como realizava o trabalho com o livro didático em sala de aula. Deixou claro que inicialmente selecionava e resolvia algumas questões do livro, sempre parecidas entre si. Quando o livro adotado não oferecia esta proposta linear para os exercícios, buscava outros materiais ou criava seus próprios exemplos.

Depois de resolver as atividades selecionadas no quadro, escolhia no livro outros exercícios para os alunos explorarem os procedimentos e as regras elucidadas nos exemplos abordados no início da aula. Ele disse: "se os alunos resolvem questões parecidas com os exemplos, vai embora!".

Ficaram bastante evidentes traços de que a construção do conhecimento, por parte do aluno, aconteceria quando o docente lhes apresentasse exemplos de atividades de forma similar ao que deveriam realizar na exploração dos exercícios. Nessa perspectiva, a aprendizagem seria baseada na regra "siga o modelo".

Já foi mencionado neste trabalho que Roberto ignorava as situações-problema propostas pelo livro referente ao conteúdo abordado por ele durante o período em que foram realizadas as observações de campo. Esse fato foi justificado pelo docente pela falta de tempo. No entanto, as entrevistas e observações evidenciaram que outras questões estavam envolvidas nessa escolha, dentre as quais outros tipos de crenças.

Por exemplo, é conhecido que uma situação-problema é um tipo de atividade que não visa à aplicação de técnicas, mas sim a exploração de estratégias pessoais e que requer a criatividade e a compreensão da parte dos estudantes. No entanto, essa perspectiva colocou em xeque a crença central do professor sobre a metodologia de ensino eficaz. Sua visão (crença) central sobre o ensino era baseada na postura centralizadora do docente, que controla todas as práticas da classe e fornece aos estudantes os procedimentos corretos e necessários para a resolução das atividades que serão propostas. Nesse sentido, parece que durante as aulas, Roberto ofereceu pouca ou nenhuma oportunidade aos alunos para um trabalho criativo e, ainda, a autonomia dos estudantes foi anulada, uma vez que o professor ditava todas as regras do "jogo", bem como os conhecimentos que eram necessários.

A metodologia de Roberto, baseada em prescrições e regras, alcançaria seu objetivo na proposição de atividades que demandariam unicamente o uso de técnicas mecanizadas. Mas, para explorar situações-problema o método já não produziria resultados satisfatórios. O professor mencionou que, para fazer isso, teria que explicar cada problema de forma particular. Neste sentido, questionou: *"qual o objetivo de dar uma lista de vinte questões que eu vou ter que explicar tudo para eles?"*. Este argumento descreveu claramente como seu método de ensino não considerava a exploração de situações-problema. Por esse motivo, ele priorizava em seu trabalho os exercícios com características *"normais"*. Frente a isso, houve o interesse em saber como o professor classificava as atividades do livro didático em relação ao seu *design*. Considerando esses argumentos, o docente foi questionado sobre o que entendia por exercícios "normais":

> Eu vou definir isso. Os "normais" são exercícios propostos no livro didático após os exemplos. [O professor ri e diz]: Os "anormais" [risos], são exercícios complementares.

> Estes estão fora do nível dos alunos! Totalmente! Você pode esquecer que vai conseguir trabalhar em sala, que você não consegue!
> Isso eu não trabalharia nem se tivesse tempo. Esses exercícios complementares, você pode esquecer! Eles não dão conta de fazer! Eles não vão fazer!
> Eles vão ficar um minuto olhando e logo vão começar a conversar! Você vai ter que explicar esse, depois esse, depois esse e assim por diante (Enquanto o professor falava a última frase deste discurso, da entrevista sobre plano de aula, ele indicava os exercícios complementares da página 180 e 181 do livro didático dos autores Iezzi et al., [2010], [anexo 2].

Essa parte do discurso confirmou também que o professor subestimava a capacidade dos estudantes e não favorecia a autonomia dos mesmos, no momento em que dizia que o nível de dificuldade dos exercícios complementares estaria além da realidade da classe. Na verdade, a exploração de situações-problema é um empecilho para conduzir a perspectiva linear de ensino que o professor acreditava ser a mais adequada. Além disso, seus alunos estavam acostumados a receber fórmulas prontas.

O professor argumentou que não explorava nem as situações-problema mais simples, presentes no roteiro de atividades do livro, em razão do tempo das aulas ser insuficiente. Mas, as evidências de seu discurso e observação indicaram no sentido de que ele não recorreu à justificativa anterior relacionada à capacidade de seus alunos. Isso porque teria percepção de que sua prática, por esse viés, não seria condizente com os discursos educacionais tão divulgados por educadores matemáticos.

Portanto, embora seu comportamento fosse caracterizado pelo ensino diretivo e centralizador, o docente mostrou ter conhecimento de outras propostas de ensino e de aprendizagem. Tanto é que afirmou que, desde 1980, os documentos oficiais que versam sobre questões curriculares propuseram uma metodologia de ensino da Matemática guiada por investigações e resoluções de problemas. No entanto, segundo ele, a “problematização”, ou seja, a exploração de situações-problema em suas aulas, era uma prática importante para preparar os alunos para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). A abordagem do conteúdo, por essa perspectiva, não traria potenciais para questões da aprendizagem da Matemática em si, mas para o alcance de um objetivo especifico: preparar os alunos para avaliações externas em larga escala.

Além disso, a expressão do docente tornou possível compreender ainda que a prática de seleção de exercícios que ele categorizou como “normais”, em seu *design*, o conduziu novamente a priorizar atividades com enredos como “calcule, resolva, ache o valor”, e assim por diante.

Em relação à proposta do livro, Roberto aprofundou sua reflexão sobre o que acreditava ser adequado selecionar e o que achava necessário modificar. Com base em suas experiências em sala de aula, admitiu que não somente os exercícios do livro estariam além da capacidade dos alunos, mas também a linguagem teórica.

Por esse motivo, argumentou que cada professor deveria elaborar o seu material curricular de acordo com o contexto dos alunos e seus objetivos de ensino. Ele diz:

> Eu penso assim: o livro ideal seria aquele que a gente construísse. Eu acho que talvez no futuro, o professor vai ter que elaborar seu material. Por exemplo, às vezes eu faço minha lista. Quando eu usava caderno para planejar a aula, eu fazia minha tradução teórica, porque eu sei que aquilo o aluno vai assimilar. A linguagem do livro, para nós professores, nós conseguimos ler, mas o aluno não entende (Roberto em entrevista inicial).

Em muitos casos, a lista de exercícios elaborada pelo professor é um modelo com uma sequência de tarefas que requer aplicação de procedimentos. Pareceu, com isso, haver a crença de que a aprendizagem Matemática demandaria somente o treino de exercícios, ou seja, a exploração repetitiva de regras até o alcance da memorização dos procedimentos em questão.

Esta parte do discurso também pareceu indicar a necessidade do professor interpretar as representações de conceitos (principalmente as explicações e descrições textuais referentes à teoria) do livro propostas pelo autor e traduzi-las para uma linguagem mais adequada e acessível para os estudantes. Isso reforçou o que foi mencionado por Remillard (2005) quando afirmou que o professor seria um tradutor do currículo escrito e, nesse sentido, não existiria fidelidade entre as ações de sala de aula e as intenções dos autores de livros didáticos.

Foi possível constatar ainda que a "tradução teórica" seria realizada com base nas crenças docentes e nas experiências no ensino. O docente mencionou que realizava essas traduções em seu caderno de planejamento. No entanto, nas práticas de sala de aula, foi possível perceber, conforme é citado em um tópico mais adiante, que Roberto não utiliza mais com frequência esse caderno[75], porque já teria internalizado os aspectos do conteúdo que julga ser mais adequado para o aprendizado dos alunos.

O discurso anterior também apresentou outro aspecto relevante: com seu estilo de ensino centralizador, o professor evidenciou que pretendia controlar o processo de aprendizagem dos alunos quando afirmou saber o que os mesmos poderiam ou não assimilar do conteúdo. Com isso, novamente Roberto revelou que subestimava e limitava a capacidade dos estudantes.

[75] Foi evidenciado que o docente utilizava um caderno de apoio somente quando planejava aulas que envolviam muitos cálculos, por exemplo, quando abordou o conteúdo *Matemática Financeira*.

Em síntese, na visão do professor Roberto, a apresentação do conteúdo matemático deveria ocorrer quase sempre de forma linear e a aprendizagem Matemática se desenvolveria por intermédio da repetição e de treino de modelos isolados na resolução de exercícios. As habilidades Matemáticas dos estudantes seriam, dessa forma, determinadas em função da: (i) resolução de exercícios; (ii) aplicação de métodos padronizados e (iii) obtenção de respostas corretas. Essas mesmas crenças educacionais também foram evidenciadas nos estudos de Thompson (1984).

Além disso, os argumentos do docente indicaram a seguinte visão: “os estudantes aprendem principalmente pela observação atenta dos procedimentos de demonstração do professor, por métodos de desempenho de tarefas Matemáticas e pela prática daqueles procedimentos” (THOMPSON, 1984, p. 117).

Com base nessas considerações, este estudo se voltou a seguinte questão: até que ponto a construção do material curricular por parte do professor seria adequada para o processo de ensino e aprendizagem, tendo em vista que ele preservaria diversos tipos de crenças tradicionais sobre o ensino e aprendizagem? Se o professor utilizava o livro do PNLD, então o que ele chamava de “tradução teórica” seria um mecanismo de subversão das orientações metodológicas deste recurso? Outras reflexões foram realizadas e se mostraram similares às de Thompson (1992, p. 142), ou seja, a de que é preciso examinar até que ponto a estrutura e as práticas das aulas de Matemática seriam propícias para serem cultivadas. Seria necessário o exame cuidadoso sobre o uso dos materiais curriculares e a retratação dos conteúdos matemáticos para os alunos.

Em sequência, foi buscada a identificação dos eventos críticos capazes de informar as origens das crenças que emergiram na fala do professor, quando relatou suas experiências profissionais. Nas entrevistas não foram realizadas perguntas diretas a esse respeito, mas o assunto surgiu naturalmente dentro de questões que, a princípio, pareciam que não levariam. Assim, o discurso docente informou as origens de algumas crenças quando o professor respondeu ao questionamento sobre quais seriam os tipos de questões que julgava mais importantes para seus alunos. Ele disse:

> Eu acho assim ... Existe um pouco de crendice! Existe também aquela tradição: ah! Eu aprendi assim! Infelizmente isso está dentro da gente! Por exemplo, eu aprendi calcular o logaritmo da raiz cúbica de 72, então, meu aluno tem que aprender a calcular isso também. Às vezes, eu me questiono até que ponto isso é importante. Então, esse é o conflito que fica em minha mente, quando vou escolher as atividades. Mas, normalmente prevalece o que eu aprendi. [...] Então eu me baseio na história de vida como aluno (Roberto em entrevista do planejamento de logaritmo).

Essa parte dos depoimentos permitiu verificar que muitas das crenças que foram relatadas pelo professor até o momento pareceram ter forte vínculo com as experiências pessoais do professor, que foram vivenciadas como aluno durante a sua formação escolar e acadêmica. Esse mesmo resultado foi mencionado no estudo de Thompson (1992), uma revisão de literatura.

No entanto, os pesquisadores citados por ela, dentre eles Ball (1998), Bush (1983) e Owens (1987) relataram as origens das crenças de professores em início de carreira. Segundo esses pesquisadores, muitas crenças de professores iniciantes eram formadas durante os anos de escolaridade e moldadas por suas próprias experiências como estudantes de Matemática.

Embora algumas crenças de Roberto tenham ligação com suas vivências como aluno, mais adiante nesse trabalho é evidenciado que outras ideologias também são vinculadas com as experiências no ensino que esse docente construiu ao longo do seu desenvolvimento profissional. A esse respeito, Thompson (1992, p. 135) afirmou que "[...] as coleções ecléticas de crenças e opiniões dos professores parecem ser mais o resultado de seus anos de experiências em sala de aula do que qualquer tipo de estudo formal ou informal".

4.4 PRÁTICAS DO PROFESSOR ROBERTO EM SALA DE AULA

Antes de analisar alguns episódios de aulas, são apresentadas, na sequência, informações que conduzem à compreensão sobre quais as visões docentes sobre o ensino do conteúdo que foi tematizado e seus objetivos instrucionais ao planejar a aula.

4.4.1 Sobre o planejamento de aula: Propriedades Operatórias de Logaritmos

O processo de ensino construído por Roberto foi interpretado, neste estudo, em concordância com os argumentos de Brown (2002), como uma atividade de *design*. Isso decorreu do fato de que envolveu a criação de um caminho didático delineado por objetivos bem específicos, que incluiu suas *interações* com o livro didático. Sendo assim, este estudo procurou conhecer como Roberto interpretou os recursos curriculares do livro didático no planejamento e quais as vantagens e desvantagens de suas escolhas sobre os recursos do livro que de alguma forma poderiam ajudá-lo ou não a atingir seus objetivos.

Na entrevista do dia 27/09/2012, o foco foram as escolhas do docente para ensinar o conteúdo "Propriedades de Logaritmos". Roberto foi questionado inicialmente acerca da metodologia que adotaria para introduzir o conteúdo, tendo em vista o uso do livro didático.

O professor mencionou que não reproduziria as demonstrações conforme se apresentavam no material. Em vez disso, levaria os alunos a um processo de raciocínio lógico baseado em conclusões empíricas, por intermédio de exemplos:

> Por exemplo, o certo, certo, certo é você começar com uma situação problema. Só que situação problema com propriedade de logaritmos eu nunca vi! Talvez faltem pesquisas sobre isso. [...] O que eu faço, eu mostro um exemplo para eles, exploração Matemática mesmo. A partir daí exploro: Olha logaritmo de 4 na base 2, é 2. O logaritmo de 8 na base 2, é 3. Isso por definição os alunos sabem. Então quanto é o logaritmo de 32 com a multiplicação deles? Então, eu mostro uns dois, três exemplos.
> E observando os exemplos - isso eu fiz o ano passado - [então os alunos concluem] Ah, então é soma. É a partir daí que [explico] que o logaritmo do produto é a soma. Eu não sei o que o nome dou a isso, não é deduzir, não é demonstrar, mas eles compreendem melhor a propriedade. Então disso aqui [da página 156 e 157 do livro didático dos autores Iezzi *et al.*, (2010)], eu acabo não aplicando nada por causa disso, embora para nós isso é fácil, para eles não é! (Roberto em entrevista sobre o planejamento)

O discurso inicial do professor pareceu indicar que um caminho mais adequado para introduzir um novo conteúdo seria a partir de situações-problema. Porém, ele afirmou a inviabilidade desta prática devido às peculiaridades do conteúdo. Diante disso, foi levantado o questionamento sobre quais seriam os conteúdos matemáticos que o professor adotaria nessa metodologia de ensino, se é que realmente adotaria?

Roberto tentou justificar ainda mais os motivos de não demonstrar nas aulas qualquer que sejam os resultados e as propriedades Matemáticas. Ele afirmou que, em suas experiências de ensino, a exploração de demonstrações foi um fracasso. Segundo ele, não valeu a pena porque não teve significado para os alunos. Ainda sobre esse assunto, o professor se lembrou de suas aulas da época da faculdade, referentes à disciplina Variáveis Complexas. Sua professora frequentemente realizava demonstrações e dizia: "isso é lindo pessoal!", mas não tinha significado nenhum para ele, que estava na condição de aluno.

Por esse motivo, o docente acreditava que as demonstrações Matemáticas não potencializam os significados do conteúdo, uma vez que gerariam mais dificuldades para a compreensão. Assim, esta pesquisa contemplou que esta crença apresenta um armazenamento episódico (ABELSON, 1979), ou seja, resulta das reflexões sobre episódios passados e vivenciados pelo professor na época que cursou a graduação em Matemática.

O professor parece trazer essas experiências vivenciadas como aluno à mente quando planeja suas aulas. Então, explicitou que apresentaria as propriedades por meio de exemplificações numéricas e que isso permitiria ao aluno concluir a validade de cada propriedade naturalmente.

Para além disso, os discursos de Roberto eram também inconsistentes com as atividades desenvolvidas em aula. Certamente não foi o objetivo deste estudo comparar a todo o momento se o que o professor dizia em entrevista era de fato colocado em prática, uma vez que é conhecido que nas dinâmicas com estudantes muitas coisas podem mudar em relação ao que foi planejado. Dessa forma, este estudo pretendeu conhecer se o professor preservaria agrupamentos de crenças isolados que permitissem também a existência de conjuntos de crenças conflitantes entre si.

Roberto discursou que a resolução de problemas seria o método mais adequado para o ensino da Matemática. Relatou também que, em vez de apresentar demonstrações rigorosas, os seus alunos podiam concluir os resultados das propriedades por meio da exploração de exemplos. Nesse sentido, o apelo à intuição dos alunos era a forma de conduzi-los à validação das propriedades, uma adaptação da proposta do livro em favor das limitações e das capacidades deles.

Este método, segundo ele, parecia ser o mais viável por ensinar as propriedades de logaritmo em vez de demonstrá-las a partir do pensamento sistematizado. No entanto, esses pontos de vista pareceram tipos de crenças periféricas, ou ainda somente discursos desprovidos de operacionalidade em sua prática. Conforme os episódios de aula observados, o que prevaleceu na prática foi um método de ensino totalmente controlado pelo professor, com a exploração de regras e de procedimentos sintetizados durante os quais não houve nem mesmo a compreensão intuitiva.

Sendo assim, as crenças periféricas sustentadas por Roberto sobre a resolução de problemas e intuições Matemáticas pareceram não produzir tanto efeito nas escolhas didáticas e, portanto, seriam impotentes quando comparadas a outras crenças que teriam relação direta com suas crenças centrais. Aliás, em concordância com Thompson (1992), essas contradições eram reais no caso do docente, uma vez que Roberto desconhecia a completude de suas próprias crenças e por isso não as examinava. Então, frente a esses dados o questionamento de Thompson (1992, p. 135) se revelou ajustado: até que ponto os professores estariam conscientes de tais discrepâncias?

Roberto também comentou que após a exploração das propriedades iria apresentar alguns exemplos para os alunos. Ele foi enfático ao dizer isso: "você tem que dar alguns exemplos para os alunos, não tem jeito! A partir disso, eu escolho algumas questões. [...] Os professores[76] com característica do mestrado, todo mundo abomina 'siga o exemplo', mas é o que a gente acaba fazendo: siga o modelo!".

No argumento de Roberto ficou explícita novamente a sua crença sobre a aprendizagem: a de que o aluno aprenderia pela reprodução correta de regras. Nesse sentido, caberia ao aluno compreender os procedimentos adequados e explicitados nos exemplos.

Embora o docente tivesse a noção de que esse pensamento ("siga o modelo") não era condizente com os novos parâmetros curriculares defendidos pelos educadores matemáticos, Roberto se mostrou comprometido com seu ponto de vista, independentemente se outros julgariam como inadequado o seu método de ensino.

A característica do *design* de Roberto, quanto à forma pela qual tipicamente apresentava o conteúdo, se tornou mais visível nos episódios de aulas, uma vez que tornou possível a identificação de outras crenças que se relacionavam diretamente com suas práticas.

Outra questão que se procurou responder neste estudo se referiu à seleção de exercícios do livro didático que era utilizada em sala de aula. Segundo Roberto, os exercícios que priorizava eram baseados em suas experiências como aluno e também nas práticas habituais de ensino realizadas nesta escola onde atua. Ele afirmou ainda que em razão do pouco tempo, selecionava poucos exercícios, a quantidade suficiente para ser capaz de corrigir em uma mesma aula. Enquanto Roberto respondia a estas questões, indicava no livro didático o que seria pertinente na aula:

> Provavelmente, o exercício treze, quinze e dezesseis com certeza [eu vou escolher]. Então! Quando escolho, eu me baseio na minha história como aluno mesmo! Meu histórico nesta escola [...] é valorizar essas questões. Por conta do tempo eu não vou trabalhar os outros. Então, eu vou querer trabalhar todos e corrigir, não dá [tempo]. [...] Aqui no [livro didático] tem muitas questões, não dá para fazer tudo, então você tem que selecionar! [...]. E é o que eu vou fazer, vou selecionar esses [três exercícios], [porque] tem mais a ver com meu histórico nesta escola [...], pois sei que os alunos vão aprender (Roberto em entrevista sobre o planejamento).

Neste trecho, outra vez Roberto assumiu que acreditava conhecer o que os alunos poderiam ou não aprender e isso foi relacionado com o que vivenciou enquanto aluno e ao longo de sua carreira profissional. É nesse sentido que apresentou seu ponto de vista sobre o

---

[76]Ele se referiu aos professores com título de Mestre e Doutor no campo da Educação e/ou Educação Matemática.

que seria adequado para a aprendizagem dos alunos. As três atividades (13, 15 e 16) mencionadas por ele são parte do livro didático adotado pela escola, frequentemente utilizado pelos alunos durante as aulas.

No entanto, na maioria dos casos, as interações do professor com este material visavam o uso com um único objetivo: a seleção de exercícios. As figuras a seguir mostram os tipos de exercícios priorizados para os alunos.

13. Sejam *x* e *y* positivos e $0 < b \neq 1$. Sabendo que $\log_b x = -2$ e $\log_b y = 3$, calcule o valor dos seguintes logaritmos:

a) $\log_b (x \cdot y)$

b) $\log_b \left(\frac{x}{y}\right)$

c) $\log_b (x^3 \cdot y^2)$

d) $\log_b \left(\frac{y^2}{\sqrt{x}}\right)$

e) $\log_b \left(\frac{x \cdot \sqrt{y}}{b}\right)$

Figura 12 - Exercícios sobre propriedades operatórias de logaritmos
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 159)

15. Sabendo que $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, calcule, em função de *a* e *b*:

a) $\log 6$

b) $\log 1{,}5$

c) $\log 5$

d) $\log 30$

e) $\log \frac{1}{4}$

f) $\log 72$

g) $\log 0{,}3$

h $\log \sqrt[3]{1{,}8}$

i) $\log 0{,}024$

j) $\log 0{,}75$

16. Sejam *a*, *b* e *c* reais positivos. Em cada caso, obtenha a expressão cujo desenvolvimento logarítmico, na respectiva base, é dado por:

a) $\log a + \log b + \log c$

b) $3 \log_2 a + 2 \log_2 c - \log_2 b$

c) $\log_3 a - \log_3 b - 2$

d) $\frac{1}{2} \cdot \log a - \log b$

Figura 13 - Exercícios sobre propriedades operatórias de logaritmos
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 160)

É importante notar que os exercícios exigiam apenas aplicação dos resultados de cada propriedade. Cabe mencionar também que as outras opções de atividades da sessão específica do livro apresentavam esse mesmo objetivo (ver anexo 1) (IEZZI *et al.*, 2010, p. 159-160).

Como mencionado por Roberto, antes de propor tais exercícios, ofereceu alguns exemplos no quadro, para que os alunos pudessem seguir o procedimento explorado por ele. Esses exemplos, normalmente, eram abordados a partir dos exercícios resolvidos na introdução de cada conteúdo do livro didático.

O tópico seguinte elucida como se desenvolveram as práticas de Roberto em sala de aula.

4.4.2 Introdução do conteúdo Propriedades Operatórias de Logaritmos

Neste tópico são relatadas algumas atividades de Roberto realizadas no dia 03/10/2012 durante uma aula de Matemática, na qual ministrou o conteúdo *propriedades operatórias de logaritmos*. Ao analisar os episódios, o foco foi *design* docente, nos *graus de apropriação* com *recursos curriculares* do livro didático e, principalmente, os tipos de crenças que emergiram deste contexto.

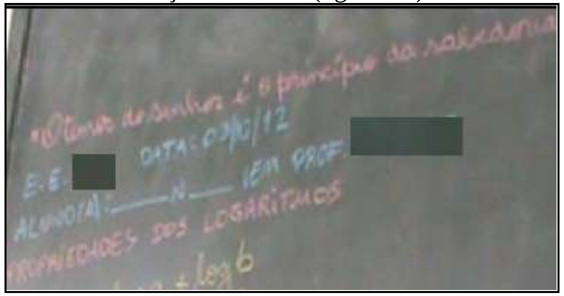
4.4.2.1 Episódio 1- Justificativas no processo de ensino

O evento crítico a seguir apresenta a relação entre duas temáticas: Avaliação formal e gestão das práticas da classe.

Tabela 6 - Evento crítico: Justificativas ao introduzir o conteúdo propriedades operatórias de logaritmos

Tempo	Comentários/Descrição	Análise do Evento Crítico	Graus de Apropriação/ Crenças
00:00-05:00	O professor Roberto se sentou em sua cadeira e iniciou a chamada da classe. Em seguida, se posicionou de frente para os alunos, que se encontravam enfileirados em suas carteiras[77]. Fez uma ressalva em relação ao novo conteúdo que seria apresentado na aula. Argumentou que o conteúdo "propriedade de logaritmos" seria avaliado em todas as provas daquele semestre e enfatizou, com base em suas experiências de ensino, que os alunos de outras turmas acharam o conteúdo complexo, pois tiveram dificuldades na aprendizagem do mesmo. Em suas palavras: "*Turminha, igual eu falei no 1º F e 1º D: hoje começaremos um assunto novo, que vai estar com certeza na prova mensal, bimestral, exames e em todas as avaliações de agora em diante. Propriedades de logaritmos. Os alunos [de outras turmas] acharam a aula fácil? Não! Então turminha, máxima atenção! Mas, não é coisa de outro mundo! Mas a garotada não achou muito fácil não. Mas atenção que nós*	O docente, na abertura do conteúdo, conduziu os alunos em uma visão de que certos conteúdos da Matemática possuiriam por si próprios um grau elevado de complexidade, e a aquisição do conhecimento, nesse caso, dependeria de um árduo trabalho, que inclui principalmente a máxima atenção nas informações teóricas que o professor irá transmitir. Portanto, nesse episódio, foi possível identificar algumas crenças do professor. Sugere-se que *avaliação formal*, em sua visão, seria um ótimo instrumento para justificar o ensino de conteúdos matemáticos, exercer o controle no comportamento da classe e assegurar a atenção dos alunos durante a aula. Sua fala ainda pareceu indicar que argumentações sobre o nível de dificuldade na aprendizagem de um novo conteúdo poderia aumentar o empenho e a atenção dos alunos. Nessa direção, foi possível identificar outra crença, interpretada da seguinte	Aprendizagem de conteúdos mais complexos requer máxima atenção, esforço e autodisciplina; Avaliação formal: Justifica o ensino dos conteúdos; Controla o comportamento dos alunos;

[77] Raramente a sala de aula é organizada em outra configuração.

vamos se (sic) sair bem! [...]”	forma: um meio de disciplinar o comportamento dos alunos é deixá-los apreensivos sobre as complexidades da aprendizagem de um novo conteúdo.	A organização do caderno produz efeitos na aprendizagem;
Em seguida, foi até o quadro negro, apagou os registros deixados pelo professor da aula anterior, retornou para sua mesa, pegou o giz e então escreveu na lousa o cabeçalho da aula (figura 14).  Figura 14 - Cabeçalho de aula do dia 03/10/2012. Tempo - 04:20	Após finalizar as justificativas do ensino, o docente escreveu o cabeçalho da aula, como de costume. Ele fez questão que os alunos copiassem no caderno os registros do quadro, impreterivelmente o cabeçalho de cada aula. Na visão de Roberto, a organização do caderno tem fortes vínculos com o processo de aprendizagem. Portanto, na continuidade do texto, são explicitados maiores detalhes deste registro do quadro (figura 14), incluindo as compreensões de Roberto sobre a organização do caderno do aluno.	Gestão das práticas da Classe.

4.4.2.2 Episódio 2 - Cabeçalho de aula e a organização do caderno dos estudantes

Durante os dois meses de observação das aulas do professor Roberto foi constatado que suas aulas eram divididas em quatro momentos: a introdução teórica, a exploração de exercícios, as atividades para os alunos e as correções. Antes desses quatro momentos, o professor normalmente iniciava a aula escrevendo no quadro o cabeçalho (Figura 14) com os seguintes itens: um versículo bíblico, a data, espaço para o nome do aluno seguido da numeração de matrícula, série da turma, o nome do professor e, por fim, o assunto a ser ministrado naquele dia. Esse roteiro é repetido na lousa mesmo se houver duas aulas de Matemática em um mesmo dia.

O professor exigia como regra que seus alunos copiassem o cabeçalho em todas as aulas, pois, segundo ele, isso representaria organização do aluno quanto ao seu material de estudo. Por isso, pontuava e avaliava esse quesito. Em sua prática cotidiana, Roberto mostrou buscar o controle de várias práticas dos alunos. Por exemplo: gerenciava e avaliava as anotações no caderno (em relação ao que foi escrito na lousa), incluindo as atividades que os estudantes realizaram na sala e, no término de cada aula, vistava o caderno de todos os alunos.

A seguir, é relatado um *evento crítico* identificado em entrevista que evidenciou tais aspectos referentes à *gestão das práticas da classe.* A transcrição apresenta os pontos de vista de Roberto referentes aos seguintes temas: cabeçalho da aula, registro no caderno do aluno e visto no caderno. Foi constatado que essas práticas estavam vinculadas com crenças de Roberto sobre o ensino da Matemática

> **Pesquisador CSA[78]:** *Qual o objetivo do aluno escrever no caderno o cabeçalho das aulas?*
> **Professor Roberto:** o objetivo é organizar o caderno. Em cada aula, se o aluno fizer isso, ele vai saber o começo e o fim daquela aula. Às vezes o aluno chega para mim e fala que eu não dei um determinado conceito. Então, vamos verificar a aula no dia tal. Se o caderno dele tem o cabeçalho, acha rapidão! Eu falo para eles, não é bom só para mim, mas para eles. Eu falo você não fez tarefa neste dia, você não veio, o aluno diz: vim sim, cabeçalho do dia, visto do senhor. Então eu falo para eles, o objetivo maior, é me organizar, mas também criar neles o compromisso, eles têm como comprovar que fez a atividade. O pai do aluno pode policiar melhor o aluno, o coordenador se quiser pode policiar o professor é bom por todos esses motivos, embora perde-se muito tempo, mas ainda eu acho importante (entrevista sobre o resultado da aula).
> **Pesquisador CSA:** *Essa prática tem relação com o que você acredita ser adequado no ensino da Matemática?*
> **Professor Roberto:** Às vezes eu penso que perco muito tempo, mas é o que eu falo: se o aluno não faz a atividade não tem ensino, não tem aprendizagem. Se ele tem o caderno registrado eu acho que fortalece o ensino, pelo menos, pelo fato do aluno registrar. É interessante você verificar, os bons alunos, o caderno deles é um brinco! Eles são acostumados a fazer aquilo sem exigência, eles vão poder pegar algo que eu comentei na aula, vão ver com riqueza os detalhes do caderno. O mesmo exemplo do livro que está resolvido, no caderno tem mais detalhes, então eu acho que ajuda. O visto vale a pena, porque está contando ponto. Se você pegar o caderno de um aluno que não tem cabeçalho, não tem começo nem fim. Está uma bagunça! (entrevista sobre o resultado da aula).

O discurso do professor indicou que o registro no caderno traria vários benefícios para os estudos do aluno. Segundo ele, o caderno apresentaria os detalhes abordados nas aulas, que muitas vezes não estariam ou constariam no livro didático. Aspectos avaliativos

[78] Esta sigla refere ao nome do autor da pesquisa.

também foram abordados no discurso, uma vez que a organização do caderno conferiria ao aluno pontuações positivas na avaliação referente à “participação” dos estudantes[79]. Roberto se mostrou bem exigente com esses detalhes e afirmou acreditar ser fundamental que os registros do caderno fossem correspondentes ao esquema das anotações apresentadas na lousa. Isso incluiria evidentemente o cabeçalho inicial. Os resultados dessa organização do aluno, na visão do docente, contribuiriam para justificar a sua responsabilidade e o compromisso em relação às atividades desenvolvidas em sala de aula, caso seja questionado pela direção ou pela coordenação pedagógica. Nesse sentido, Roberto pareceu comprovar os resultados do seu trabalho por intermédio das anotações no caderno dos alunos.

Foi possível perceber que a justificativa principal para a prática apresentava ligação com um tipo de crença que o professor admitiu no processo de ensino. Ao mencionar que somente o ato do aluno registrar já seria um fator relevante para o processo, indicou que acreditava que se os alunos não registrassem no caderno as atividades desenvolvidas durante a aula, então o professor não estaria ensinando e, consequentemente, não haveria aprendizagem. Ou seja, na visão de Roberto, o resultado da aprendizagem do aluno dependeria somente da instrução eficaz do professor.

Cabe reiterar que Roberto classificou seus alunos como bons e ruins, conforme foi possível notar no trecho com a seguinte fala : “[...] *é interessante você verificar, os bons alunos, o caderno deles é um brinco!*”. Ou seja, o aluno bom é obediente aos comandos do professor e segue todas as regras estabelecidas, o que inclui a cópia do cabeçalho e do conteúdo registrado no quadro.

Na continuidade, o docente evidenciou suas percepções a respeito do ensino prescritivo que, em sua visão, representaria um instrumento potencializado para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. Embora o professor argumentasse que a aprendizagem requereria do aluno uma ação efetiva na realização de atividades, foi possível notar como essa prática se tornou instrutiva e, consequentemente, gerou uma dependência professor-aluno. Portanto, a concepção de Roberto sobre o ensino e a aprendizagem trouxe várias implicações no funcionamento de suas aulas. Assim, no episódio a seguir explicita como o professor desenvolveu o conteúdo na lousa e conduziu a explicação do conteúdo com uso do livro didático.

---

[79] Esta avaliação inclui vários aspectos da atividade do estudante na escola, como por exemplo a disciplina durante as aulas, o uso do uniforme, o uso do livro didático, a organização do caderno e a execução de atividades, dentre outros.

4.4.2.3 Episódio 3 - Apresentação teórica do conteúdo propriedades operatórias de logaritmos: caso de adaptação

Ao apresentar o evento crítico a seguir, esta pesquisa foi conduzida pelas seguintes temáticas: Gestos e movimentos no processo de ensino; Regras e procedimentos sintetizados; Interações Professor - Livro Didático: Adaptação.

Tabela 7 - Evento crítico: apresentação do conteúdo propriedades operatórias de logaritmos.

Tempo	**Comentários/Descrição**	**Análise do Evento Crítico**	**Graus de Apropriação/ Crenças**
05:00-10:00	Após justificar o ensino fazendo apelo aos processos avaliativos, o professor se direcionou até a lousa e escreveu as três *propriedades de logaritmos* (Figura 15). No entanto, neste momento inicial não recorreu aos recursos do livro didático. Parece que suas experiências no ensino o levaram a internalizar uma determinada estrutura para este conteúdo. O professor terminou de escrever as três propriedades no quadro e se aproximou dos alunos, caminhando entre as carteiras mais próximas da lousa.	Ao observar o comportamento docente durante aula, foi notado que ele não permaneceu por muito tempo em um único local da sala, principalmente quando estava explicando o conteúdo no quadro. No curso da aula, ele se movimentou constantemente entre as carteiras. Fazendo isso, gerenciou a classe, analisando se todas as práticas estavam sob o seu controle, ou seja, se a turma estava atenta na explicação e copiando o esquema registrado da lousa. Roberto evitou ao máximo que os alunos perdessem o foco de sua exposição, por isso buscou a todo custo um meio de atrair e assegurar a atenção dos mesmos. Para essa finalidade, empregou diversas táticas, dentre as quais os movimentos e os gestos como ações evocadas inconscientemente. Em outras ocasiões, os gestos pareceram contribuir para o *design* de Roberto, por exemplo, para indicar quais e como as representações do quadro seriam admitas em seus argumentos. Mas de qualquer forma, as expressões gestuais, fortaleceram suas intenções de gerenciar a aula e atrair os alunos para sua	Gestos e movimentos no processo de ensino; Gerenciar e atrair atenção dos alunos;

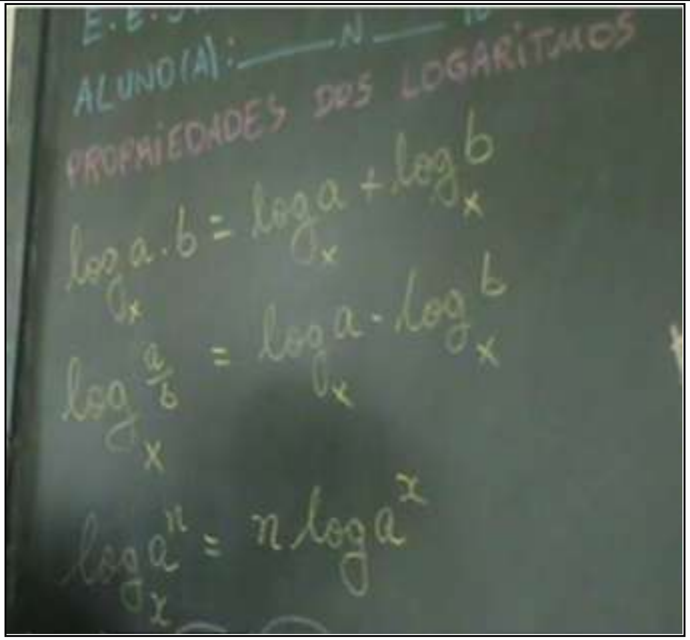


Figura 15 - Registros na lousa: Propriedades de logaritmos. Tempo - 05:08

exposição oral.

Sobre a abordagem do conteúdo, a exploração teórica foi a porta de entrada para Roberto introduzir o novo conceito. No entanto, a ênfase do trabalho foi um processo puramente mecânico, desprovido de significado para os alunos, pois as regras de cada propriedade foram apresentadas como "verdades" absolutas, a serem aplicadas em exercícios convencionais do livro didático. Aparentemente o professor consideraria as propriedades Matemáticas como um conhecimento pronto e acabado, restando ao aluno obter essa informação a partir de uma exposição oral.

Regras e procedimentos sintetizados;

"*Bom, turminha! Vamos relembrar na aula de hoje, o que nós aprendemos com logaritmo? Logaritmos por definição, é... ? Como se calcula? Lembra aquela experiência que eu falei para vocês? Estava eu no balcão do açougue, domingo de manhã, chega uma aluna e diz: PROFESSOR, EU QUERIA TE VER! PROFESSOR, O QUE É LOGARITMO?* (Roberto imita o tom de voz da aluna) [...] *Qual que foi a minha resposta? [...] Lá não tinha lousa no balcão do açougue, não tinha nada, não tinha caderno. O que eu disse para ela?*"

Na sequência da aula, retomou a definição de logaritmo por intermédio do exemplo: $log_2 8$, e depois contornou este exemplo na lousa na forma de um balão (Figura 16).
Roberto disse: *"Logaritmo, por exemplo, de 8 na base 2. Igual como nós fazíamos na prova! Oh... 2 elevado a quanto que dá 8?"*

A princípio, seu objetivo na aula seria de imediato, explicar a existência das três propriedades e realizar suas aplicações a partir de exemplos do livro didático, mas antes disso, ele percebeu a necessidade de retomar a definição de *logaritmo*. Para esse propósito, lembrou os alunos de um episódio que lhe aconteceu em um domingo de manhã, quando uma aluna lhe abordou no balcão de um açougue e perguntou o que era logaritmo. Ele, então, lembrou de ter dado a seguinte resposta: "*logaritmo é um expoente!"* Ao realizar a transcrição de aula, foi possível perceber que o professor não concluiu a sua fala sobre esse assunto, uma vez que já havia contando essa experiência em outra ocasião. O que se tornou aparente foi que Roberto havia inventado essa fala para dinamizar a aula, mas ele explicou em entrevista que este acontecimento no açougue foi verídico.

As propriedades Matemáticas são verdades absolutas e incontestáveis;

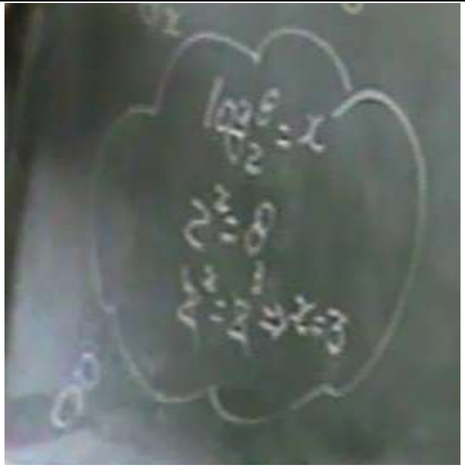


Figura 16. Registros na lousa: Exemplo de logaritmo. Tempo - 06:44

O professor olhou para os alunos e aguardou respostas. Alguns alunos responderam: *"três"*. Então o professor confirmou a resposta e disse: *"Isso, 3! Isso nós vimos, basicamente!"*

Se distanciou do quadro, se virou para os alunos, se posicionou em frente às primeiras carteiras e, então, explicou o motivo de usar as propriedades de logaritmo: "*Agora, na sequência da aula, nós vamos ver casos, [...] que não dá para fazer por definição. Então, nós vamos usar propriedades de logaritmos!".*

Voltou até a lousa e questionou os alunos sobre quais eram as propriedades. Depois, apontou com o dedo indicador as propriedades registradas na lousa e começou a enunciá-las, dizendo:

"Log de a vezes b é log de a mais log de b. Ou seja, quando tiver multiplicação transforma o logaritmo em soma. Log de a sobre b, é log de a menos log de b. Ou seja, quando tiver divisão transforma o logaritmo em subtração. Logaritmo de a elevado a m, é m log de a. Ou seja, o expoente vem para frente."

Em entrevista, o professor Roberto enfatizou que as retomadas de conteúdos anteriores são uma rotina em seu *design*. Ele disse: *"frequentemente eu retomo [alguns conceitos] para dar significado para o aluno."* Outro argumento que justificou essa prática foi evidenciado quando ele disse: *"algum pensador diz que a aprendizagem é em espiral"*. O professor não fez questão de dizer o nome do pesquisador, mesmo porque ele não se lembrava da teoria e nem do autor que fundamentaram seu discurso.

Após desenvolver o cálculo $log_2 8$, ele mencionou que, na continuidade da aula, alguns casos não seriam possíveis de serem calculados usando somente a definição de logaritmo e, por esse motivo, recorreria às propriedades.

Após esta observação inicial sobre o que é logaritmo, Roberto se sentiu seguro para explanar os aspectos das três propriedades (Figura 17). Então, foi até a primeira parte do quadro e enunciou o desenvolvimento de cada uma delas. Entretanto, sua abordagem teórica foi bem resumida e as demonstrações para justificar a validação das propriedades, não foram realizadas nem mesmo utilizando o pensamento intuitivo, com a verificação de alguns casos em exemplificações numéricas, conforme havia dito no discurso sobre o planejamento.

Para o ensino de um novo conteúdo, Roberto teve por objetivo desenvolver habilidades básicas nos estudantes sem fazer apelo ao rigor teórico. Os aspectos mais importantes do conteúdo, por via de regras e procedimentos, normalmente, deveriam ser memorizados e aplicados em situações repetitivas. Foi com o propósito de alcançar este objetivo que o professor *adaptou* a proposta do livro.

Esse resultado pareceu estar em consonância com os estudos de Brown (2002), pois, Roberto ajustou a abordagem do conteúdo, para estar de acordo com seu estilo de ensino prescritivo e suas metas específicas de aprendizagem: a reprodução coerente do resultado de cada propriedade em exercícios de aplicação direta. Aliado a isso, o professor levou em conta as limitações dos seus

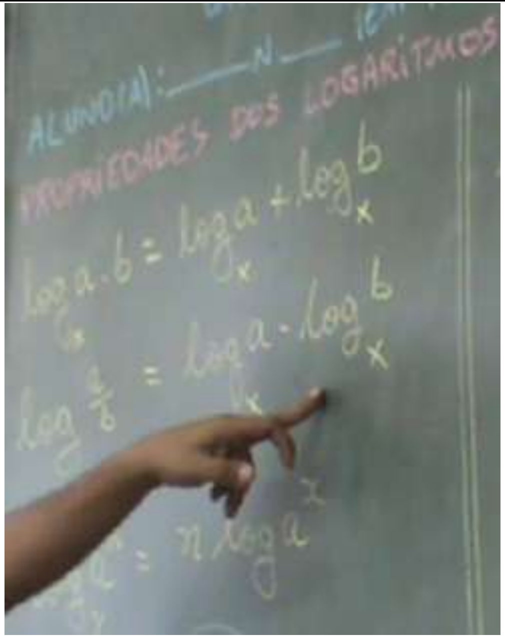


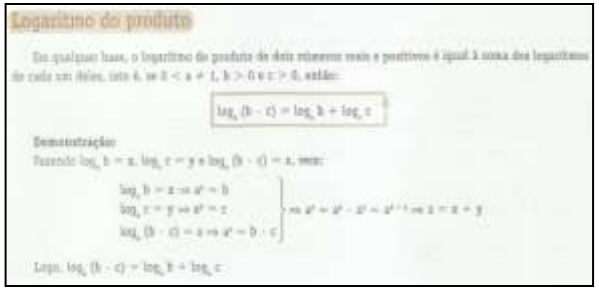
Figura 17. Registros na lousa: Propriedades de logaritmos. Tempo - 07:30

Roberto se distanciou da lousa, caminhou entre as carteiras dos alunos e enfatizou que iria usar durante toda a aula essas três propriedades.

alunos na compreensão de demonstrações, mas, na verdade ele subestimou a capacidade dos mesmos.

Tendo em vista essa apropriação docente aos recursos do *material curricular*, foi possível verificar como os autores da obra propuseram a abordagem desse conteúdo que o professor *adaptou* em sua aula. O *design* proposto no livro abordou a demonstração de cada propriedade. Por exemplo, como mostra a Figura[80] 18, para a propriedade operatória "*logaritmo do produto*", Iezzi *et al.*, (2010, p. 156) apresentaram as restrições dos valores representados por letras *a*, *b* e *c*, e ainda realizaram a demonstração, utilizando, para isso a definição de logaritmo e de propriedades de potenciação.

Ao comparar a abordagem do livro com o que foi apresentado na lousa por Roberto, se tornou aparente grande diferença entre a intenção de ensino dos autores do livro e o *design* docente.
Também foram presenciados depoimentos do professor onde ele argumentou que frequentemente realizaria uma "tradução" teórica da proposta do livro didático em prol das limitações dos seus alunos. Nesse sentido, sempre *adaptou* a proposta do material e conciliou os recursos curriculares que acredita serem mais importantes para a aprendizagem dos mesmos.



Logaritmo do produto

Em qualquer base, o logaritmo do produto de dois números reais e positivos é igual à soma dos logaritmos de cada um deles, isto é, se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então:

$$\boxed{\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c}$$

Demonstração:

Fazendo $\log_a b = x$, $\log_a c = y$ e $\log_a (b \cdot c) = z$, temos:

$$\left.\begin{array}{l} \log_a b = x \Rightarrow a^x = b \\ \log_a c = y \Rightarrow a^y = c \\ \log_a (b \cdot c) = z \Rightarrow a^z = b \cdot c \end{array}\right\} \Rightarrow a^z = a^x \cdot a^y = a^{x+y} \Rightarrow z = x + y$$

Logo, $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

Figura 18. Demonstração da propriedade operatória: logaritmo do produto
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 156)

Adaptação;

[80] O leitor poderá ver esta figura ampliada na sessão do livro didático - anexo 1.

	Por esse motivo, o professor não realiza muitas *transferências* do livro no que diz respeito à exploração teórica, principalmente quando o conteúdo requer justificativas Matemáticas mais formais, como demonstrações. Parece que ele tem internalizada uma estrutura (regras e procedimentos sintetizados) e as representações conceituais do conteúdo abordado. Embora tenha conhecimento do *design* do livro, Roberto não se preocupa com todas as *representações conceituais* do material, nem mesmo se isso trouxer implicações importantes para a significação do conteúdo. Em seu *design*, os aspectos teóricos do material curricular que requerem maior aprofundamento foram ignorados, por exemplo, as restrições conceituais ($0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$) e a demonstração das propriedades. Sua interpretação do texto teórico do livro didático, no processo de ensino, se resumiuà exposição de *regras e procedimentos sintetizados*. Na visão de Roberto, as justificativas de propriedades Matemáticas não seriam aspectos tão significativos para a aprendizagem do conteúdo, uma vez que o mais importante seriam seus resultados e aplicações. Segundo ele, os detalhes apresentados no livro não ajudam muito, pois, seus alunos não entendem nada. Silva (2009) apontou que muitos professores do Ensino Médio, por encontrarem dificuldades em propor um ensino que privilegie o rigor de demonstrações, [...] "acabam por deixar de lado a linguagem Matemática para optarem por maneiras de ensino de conteúdos através de receitas que consistem em listas de passos a serem seguidos pelos alunos." (p. 217). Aliás, este pesquisador argumentou que tal perspectiva de ensino levaria também à implicações na forma de conceber as questões curriculares da Matemática, como por exemplo, a linearidade na organização do currículo. Portanto, a "tradução" da teoria do livro resultou em uma receita constituída de regras a serem aplicadas em exercícios. Quando o docente foi questionado sobre as práticas realizadas neste episódio, tentou novamente expandir os discursos anteriores sobre o planejamento, e novamente explicou o motivo de não ter realizado as demonstrações. Obviamente que não	Regras e procedimentos sintetizados;

	foram feitas perguntas direta a esse respeito, uma vez que isso poderia constrangê-lo. Foi preferido então interpelar pela abordagem do livro didático. O docente foi questionado sobre as partes do livro didático que selecionou para a aula e as ignoradas. Diante disso, argumentou que suas experiências vivenciadas em anos anteriores contribuíram para que omitisse os detalhes do conteúdo que o livro didático abordava: *Eu não me lembro, se foram dois ou três anos atrás que eu fiz demonstrações. A partir da definição a gente fazia a demonstração. Porque eu parei? Primeiro, os alunos não entenderam! Então eu achei a aula linda para mim, mas para eles não. Eles não entendiam o que estava acontecendo ali. Você terminava de fazer uma demonstração como esta (figura 18), então eu perguntava: dúvidas? Eles não entendiam nada, isso era muito comum, muito comum. Então, eu falei poxa vida! Para que eu estou fazendo uma coisa...(não completou a frase). Isso não foi só um ano, foram dois anos! Eu lembro que eu fazia, o professor "L" não fazia, a "J" não fazia. Então eu sou o "E.T." [...] da história, porque ninguém entendia nada! Qual a finalidade de passar uma coisa que ninguém entende? Mas eu repito, eu acho assim que, seria bom, se a gente conseguisse trabalhar as particularidades, seria bom se a gente demonstrasse tudo! Mas no caso de três anos atrás, eu tinha três aulas por semana, então eu via, eu perdia tempo, aluno não entendia, só eu que fazia aquilo. Todo esse conjunto de situações, então, [eu decidi] não fazer mais. Não vou cobrar em prova, porque se eu cobrar ninguém vai fazer! (Roberto em entrevista sobre o resultado da aula)* Essas experiências que Roberto comentou levam a constatar que a natureza de suas crenças possui *componentes avaliativos e afetivos*, bem como apresentam um *armazenamento episódico* (ABELSON, 1979; THOMPSON, 1992). As crenças avaliativas envolvem o fato de o docente julgar a capacidade dos alunos terem acesso ou não a determinados conceitos e atividades, bem como os níveis de aprofundamento que deveriam ser dados aos tópicos do livro didático. Esses julgamentos e escolhas se conciliam aos sentimentos e emoções	Baixa expectativa em relação à capacidade intelectual dos alunos;

(componentes afetivos de crenças) resultantes de suas experiências em sala de aula, as quais deixaram registradas em sua mente os êxitos e fracassos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Por exemplo, as práticas de demonstrações no ensino geraram no docente uma cadeia de pensamentos e recordações desagradáveis. Isso inclui a baixa expectativa em relação à capacidade intelectual dos seus alunos, que o levou o a criar um "jeito" de ensinar que facilitasse uma suposta aprendizagem, mesmo sabendo que isso poderia causar várias falhas conceituais na estrutura dos recursos curriculares do livro.

Sobre essa questão Remillard (2012) afirmou que os professores estabelecem relações com livros a partir de suas próprias expectativas, crenças e rotinas, as quais moldam seus modos de se envolver com os recursos curriculares. Na maioria das vezes, esses modos de engajamento são formados em resposta às experiências do passado com uso destes materiais.
É a partir dos "retalhos" de experiências (constituídos de fatos e informações sobre a época de graduação e sua trajetória profissional) arquivadas em seu inconsciente que Roberto demonstrou conduzir sua prática.

A interpretação deste estudo é que essa perspectiva de ensino proporcionaria uma compreensão limitada do objeto matemático e se tornaria uma atividade sem sentido para o aluno.
Com respaldo nos trabalhos de Thompson (1992), foi possível concluir que dificilmente esse professor desmistificará sua convicção sobre demonstrações Matemáticas, a menos que disponha de uma reflexão coerente com as propostas de ensino atuais, tendo em vista as consequências que tal crença surtirá na aprendizagem dos seus alunos.

Em outro discurso, ainda sobre este assunto, o professor fez uma reflexão sobre os detalhes do conteúdo apresentado no livro que foram ignorados em sua prática. Roberto reconheceu que sua abordagem do conteúdo não foi coerente. No entanto, justificou essa falha pensando em facilitar o processo de aprendizagem do aluno, uma vez que os detalhes seriam fatores que impediriam o engajamento dos alunos na aquisição do conhecimento. O professor afirmou:

Olha, é uma falha, às vezes o professor quer encobrir, é uma falha! É um vício! Por que quando você vai começar a trabalhar, a primeira ideia é apresentar de uma forma fácil para o aluno. Então, quando você apresenta as definições sem as restrições, os alunos entenderam ótimo, beleza, então vamos para a próxima. Então, muitas vezes você apresenta as restrições e eles já começam a achar difícil. Então por esse vício a gente não faz. Mas é uma falha. Tanto é que em alguma questão, não foi em todas as salas, que havia um x na base e eu tive que falar as restrições. Mas foram coisas pontuais. [...] Nós estamos muito acostumados, muitas vezes a gente não trabalha o objeto de estudo como um todo. A gente não trabalha com [os alunos], essas questões mais específicas, mais particulares, os detalhes. São importantes, é definição! Mas o que a gente pensa? Não! Você tem que saber que logaritmo de a vezes b é logaritmo de a mais logaritmo de b, fez, beleza, e vamos para frente! Mas é uma falha! [...] O ano que vem eu quero corrigir! (Roberto em entrevista sobre o resultado da aula).

Omitir os detalhes do conteúdo facilita a aprendizagem;

Memorização de regras e procedimentos;

Ao final deste discurso, outra justificativa foi apresentada relativa ao objetivo de sua aula pautada nos aspectos do conteúdo que acreditava serem viáveis para o aluno aprender, ou seja, o aluno teria que saber somente os resultados das propriedades e não o objeto de estudo como todo. Portanto, o processo de construção das propriedades, bem como os detalhes e restrições foram ignorados.

Ao final desse episódio, Roberto explicou como serão apresentados os exemplos na sequência da aula: "<u>primeiro vou colocar alguns exemplos, para usar só a primeira, depois usar só a segunda, só a terceira, e para terminar a aula, dois [exemplos envolvendo as três propriedades]</u>."

Apesar do professor admitir o erro, não evidenciou que fará mudanças significativas em ações posteriores, pois se sabe que essa crença pontual se deriva de outras com características centrais.

Voltando ao episódio em questão, ao finalizar a apresentação do conteúdo, o professor enfatizou que na continuidade exemplificaria cada propriedade. Para essa finalidade, ele recorreu aos recursos curriculares do livro didático, ou seja,

		selecionou os exercícios resolvidos na introdução do capítulo e adotou a mesma sequência que os autores propuseram.	

4.4.2.4 Episódio 4. Resolução de exercícios: caso de transferência

Na sequência, um evento crítico que apresenta a temática *Interação Professor-Livro Didático: Transferência*. Serão apresentados somente os exercícios da primeira propriedade, sobre logaritmo do produto, mas essa reprodução do livro ocorreu também para as outras propriedades. No entanto, será possível perceber que as resoluções do docente não seguiram as mesmas orientações do livro didático: ele *adaptou* a abordagem deste de acordo com seus objetivos, crenças, conhecimentos do conteúdo e experiências. Neste episódio também aparecem argumentos docentes que levam à inferir sobre a *Avaliação Formal*.

Tabela 8 - Evento crítico: ensino centrado no treino de exercícios

Tempo	**Comentários/Descrição**	**Análise do Evento Crítico**	**Graus de Apropriação/ Crenças**
10:00 13:30	Após comentar as três propriedades, o professor terminou de apagar o quadro e se direcionou até sua mesa, pegou o livro didático, caminhou na sala nas proximidades do quadro negro, seguiu em direção à porta, depois parou em frente às carteiras centrais e perguntou aos alunos sobre quem havia trazido o livro didático. Ele disse: "Vamos abrir nas propriedades de logaritmos. [...] Turma que trouxe o livro, por favor, abra na página 156!"	Como visto no episódio anterior, relativamente na parte teórica, Roberto não segue literalmente a proposta do livro. Ele se apoia nos recursos deste material curricular somente quando precisa explorar exemplos de aplicação dos conceitos abordados e também quando atribui exercícios aos alunos. Em relação às *transferências* que aconteceram nesse episódio, Roberto admitiu a sequência e o enredo de exemplos	Transferência

"*Nós já fizemos vários casos, como eu falei na outra sala: nem todos os casos caem na prova! Mas nós vamos treinar as propriedades, então quando eu colocar as questões que caem na prova vocês terão menos dificuldades. Então turma na página 156, está escrito: Propriedades operatórias: Logaritmo do produto. Na página 157 começam os exemplos* (Figura 19)."

Acompanhe alguns exemplos:

- $\log_3 (27 \cdot 9) = \log_3 243 = 5$

Aplicando a propriedade do logaritmo de um produto, temos: $\log_3 27 + \log_3 9 = 3 + 2 = 5$

- $\log_2 6 = \log_2 (2 \cdot 3) = \log_2 2 + \log_2 3 = 1 + \log_2 3$
- $\log_4 30 = \log_4 (2 \cdot 15) = \log_4 2 + \log_4 15 = \log_4 2 + \log_4 (5 \cdot 3) = \log_4 2 + \log_4 5 + \log_4 3$

Figura 19 - Exercícios resolvidos sobre logaritmo do produto
Fonte: Iezzi *et al*, (2010, p. 157)

Figura 20 - Transferência com o livro didático. Tempo – 12:50

Com o livro aberto na página mencionada, segurou-o na mão esquerda e escreveu no quadro os três exemplos (figura 20), a partir disso desenvolveu as propriedades explicitando os procedimentos para os resolvidos os quais foram sugeridos pelos autores Iezzi *et al*., (2010) na introdução do capítulo.

Parece que a ordenação das atividades que os *designers* propuseram estava de acordo com os aspectos processuais das atividades de sala de aula que Roberto frequentemente atribui aos alunos. Essa apropriação pareceu apoiar seus objetivos de ensino, uma vez que os tipos de exercícios são bem parecidos entre si e, portanto, se acoplam às suas preferências e interesses. Logo, os enredos dos exercícios são admitidos sem alterações.

Antes de iniciar a exploração dos exercícios, a fala de Roberto apontou que ele tem um objetivo de ensino a cumprir: treinar juntamente com os alunos os procedimentos para cada propriedade. Nesta aula, de modo geral, ao desenvolver os exemplos resolvidos do livro didático, ele repetiu em sua fala, três vezes o verbo treinar. A primeira delas foi evidenciada nesse evento crítico, e as outras, aconteceram quando ele explorava a terceira propriedade. Ele disse: "*Vamos lá turminha! Vamos treinar agora a terceira propriedade!*", e ao final da aula ao apresentar um exercício que envolvia as três propriedades.

Aprende-se Matemática por meio de repetição e métodos padronizados

Em suas palavras: "*Vamos treinar as três propriedades. Então, o que a gente vai fazer agora? Treinar as três ao mesmo tempo*!"

Certamente que este trabalho se torna mecanizado por conta da característica do exercício, o qual não possibilita tantas estratégias diferenciadas por parte dos alunos.

Mas, estamos enfatizando aqui, uma crença implícita que se manifesta sobre a consolidação da aprendizagem Matemática por via da repetição e treino de exercícios.

Em entrevista o professor tentou explicar suas escolhas no livro didático e ao mesmo tempo justificou o porquê achava importante a repetição e treino por parte dos estudantes. Ele disse:

"Você tem que ter uma sequência de questões mais parecidas

Exercícios parecidos entre si, com sequências

alunos.  Figura 21 - Registros na lousa: exercícios sobre propriedades de logaritmo do produto. Tempo - 13:30	*com as outras para o aluno realmente fazer o exercício de fixação. Como o professor José Luiz Magalhães falava, na época da graduação: 'a gente não pode trabalhar exercícios de fixação, por que você está adestrando o aluno! O aluno tem que raciocinar'. Só que na pós-graduação, se não estou enganado, ele mesmo disse assim: 'é necessária certa repetição'. Então, isso quer dizer que você não pode se basear apenas na repetição, mas para que haja uma compreensão do conceito é necessária [inaudível] alguma repetição. Não muito! Alguma! Teria que haver questões repetidas, bem parecidas, trocando apenas os números*[81]*, isso falta [no livro didático]. Quando falta isso no livro, eu desenvolvo lista de exercícios, ou na hora da aula eu improviso*. Se não bastasse essa visão mecanizada do conhecimento, o seu depoimento fez soar que o ensino foi fundamentado no treinamento com a finalidade de o aluno obter bons resultados na avaliação formal. Isso foi evidenciado quando disse: "*[...] Mas nós vamos treinar as propriedades, então quando eu colocar as questões que caem na prova vocês terão menos dificuldades*". Como se uma prova fosse o único objetivo do processo de ensino e ainda um modo de proporcionar estímulos para o aluno ficar atento à aula. Neste contexto, outra crença inconsciente se manifestou: é importante prestar atenção na aula e aprender os procedimentos matemáticos por via de treino e assim garantir bons resultados na prova. Outro aspecto que deve ser mencionado é a forma que	lógicas favorecem a autonomia do aprendiz. Avaliação formal: instrumento para regular a atenção e a indisciplina;

[81]Reforçando essa fala de Roberto, quando disse preferir questões repetidas, foi evidenciado em aulas observadas sobre *Matemática Financeira*deste docente, um episódio em que ele comentou com os alunos o modo que elaborou sua prova. Ele explicou que mudou somente os números das questões que abordou nas aulas e preservou a mesma estrutura e objetivo das questões. Roberto disse: "*Turminha antes de ontem eu elaborei a prova. [...] O que eu fiz? Peguei [essa questão do quadro] tirei o nome do Miguel e coloquei Daniel, tirei 500 e coloquei 300, tirei 0,8 e coloquei 0,7, é a mesma conta [que acabamos de fazer]*". Fica, portanto, evidente que na atividade Matemática, o professor avalia somente se o aluno é capaz ou não, de reproduzir o método que foi ensinado.

	Roberto se utilizou da avaliação como um instrumento de controle e disciplinados alunos. Houve várias ocasiões em que foi possível observar essa atitude por parte do professor. Por exemplo, antes de finalizar esta aula, alguns alunos estavam conversando e atrapalhando sua explicação, então disse: "*Turma, vamos terminar a aula. Turma olha a responsabilidade, último bimestre! Tem aluno que está brincando, o exame está chegando. Está difícil, hein! Brincando com figurinha, cartãozinho!".* A avaliação, nesse sentido, colocaria o professor em uma posição de poder e consequentemente de domínio sobre a classe. Portanto, há um reducionismo na forma do professor conceber a avaliação quando demonstra ser este um instrumento para gerenciar os alunos e obter a atenção dos mesmos.

4.4.2.5 Episódio 5 - Equívocos na resolução de um exercício;

Em outros momentos, foi evidenciado que o assunto surgia naturalmente durante a aula quando o professor indicava as questões que não cairiam na prova. Roberto indicou fazer isso para reduzir a ansiedade e o questionamento dos alunos sobre aspectos conceituais mais complexos que, por algum motivo, foram ignorados ou não, apenas o docente pretendeu não se aprofundar na exploração do conteúdo.

Assim, o processo de ensino girava em torno daquilo que o professor acreditava ser importante do conteúdo que será cobrado na avaliação. Esse fato foi evidenciado no evento crítico, a seguir.

Tabela 9 - Evento crítico: explicação de exercícios sobre logaritmo do produto

Tempo	**Comentários/Descrição**	**Análise do Evento Crítico**	**Graus de Apropriação/ Crenças**
17:00 21:37	Ao desenvolver o segundo exemplo do livro didático sobre o logaritmo do produto, Roberto se deparou com cálculos que exigiram o estudo sobre mudança de base para determinar o valor do logaritmo. Mas, não era seu objetivo aprofundar o conteúdo naquele momento. Aliás, ele não fez isso, nem mesmo nas aulas subsequentes. Ao dar início a explicação do exemplo: $log_2\ 6$, ele se distanciou do quadro, caminhou entre as carteiras centrais, foi rapidamente até o fundo da sala e se aproximou de alguns alunos que estavam conversando. Prosseguiu a explicação e disse: "*seis pode ser decomposto em uma multiplicação!*" Posteriormente retornou ao quadro dizendo: "*Oh, qual a multiplicação que resulta em seis?*" Um aluno respondeu 2. Roberto disse: "*três vezes dois, muito bem! Então turma, porque eu estou fazendo isso? É porque eu não sei, oh, dois elevado a quanto que é seis? Eu não sei!*" Com os braços abertos, ele ressaltou: "*Eu não sei! Então tem que decompor!*" Depois, registrou no quadro: $log_3\ 2.3$, e falou: "*Oh, propriedade! ADONAI!*" (Neste momento ele chamou a atenção de um aluno que estava conversando durante a explicação). Em seguida, mostrou a primeira propriedade registrada na parte inicial do quadro e falou: "*quando tem vez põe? Mais!*" Conforme perguntava aos alunos, ele registrava no quadro o desenvolvimento da propriedade: "*Então, log de dois mais log de? Na base?*" Roberto apontou com os dedos o registro $log_3\ 2$, e disse que aquele valor não era possível saber ainda. Virou-se para os alunos e disse: "*Esse eu não sei quanto que é. Três elevado a quanto que é dois? Não sei! Assim não dá turma! Pela mãe do guarda!*" (Roberto chamou atenção de alguns estudantes distraídos à explicação). "*Oh! Três elevado a quanto que é três?*" Alguns alunos responderam que o valor seria 1.	Neste evento crítico, foi possível perceber que os alunos estiveram insatisfeitos com as respostas dos exercícios devido ao fato de que nem sempre era possível saber o resultado do logaritmo, visto que eles ainda não tinham conhecimentos de técnicas para realizar uma mudança de base. Isso pareceu romper um combinado implícito que regia o processo de ensino e aprendizagem que era de costume na sala de aula, e, portanto, gerou desconforto aos alunos. É sabido que Roberto frequentemente seguia os exemplos do livro didático ao introduzir uma temática, e se pressupôs que ele não esperava que este exemplo particular do material (Figura 22) pudesse dificultar o engajamento dos alunos ao longo da explicação. $\blacksquare\ \log_2 6 = \log_2 (2 \cdot 3) = \log_2 2 + \log_2 3 = 1 + \log_2 3$ Figura 22 - Exemplo resolvido sobre logaritmo do produto: $log_2\ 6$ Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 157) Ele iniciou a resolução do exercício ressaltando que pelo fato de não saber de imediato o valor de logaritmo de seis na base dois, então, seria necessário decompor o número seis. Mas antes de fazer a apresentação no quadro, ele identificou alguns estudantes conversando e se deslocou rapidamente até o fundo da sala, próximo aos alunos indisciplinados. É interessante notar que neste momento da aula ele não chamou a atenção dos mesmos, mas implicitamente seu olhar foi direcionado aos alunos e demonstrou que estava atento e com o controle de qualquer comportamento inadequado que se manifestasse. Na sequência da aula, quando registrou $log_3\ 2$, ficou claro que não era seu objetivo explicar o porquê aquele logaritmo não seria calculado. Disse várias vezes: *"eu não sei quanto que é"*, como	Movimentar-se na sala ajuda controlar o comportamento dos alunos.

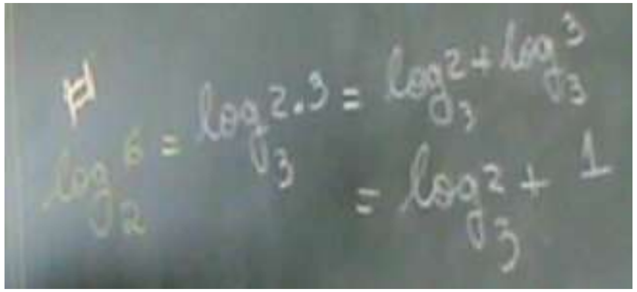


Figura 23 - Registro na lousa: exercício sobre propriedade do produto log_2 6. Tempo – 18:27

Então ele registrou o valor e disse: *“Beleza?”*. Imediatamente, na sequência, uma aluna o indagou sobre o motivo de não ser possível desenvolver o logaritmo de dois na base três.

Ele se direcionou ao quadro, apontou o registro log_3 2 e respondeu: “*porque eu não sei! Três elevado a quanto que é dois?* Distanciou-se do quadro e dialogou com os alunos: *a gente vai ver depois mudança de base, então a gente vai saber responder! Mas, por enquanto, introdução às propriedades, a gente para por ai! [...]”*
Em seguida, outro aluno o questionou se havia concluído o exercício: “*Acabou ali professor?”* Roberto respondeu: “*Isso, acabou! Não é que acabou, a gente não tem instrumento hoje para terminar, eu tenho que passar para vocês mudança de base, então a gente termina.”* Mas, o aluno não ficou satisfeito com a resposta e contrapôs: *“Como o Sr. pode passar uma coisa que a gente não sabe?”*

Roberto disse:*“Calma, filho! É introdução do livro!”*

Na sequência, passou a desenvolver os cálculos do último exemplo: log_4 (30). A esse respeito, os detalhes de um evento crítico serão avaliados mais adiante.

É interessante observar que ao finalizar os três exemplos de logaritmo do produto Roberto percebeu que os alunos não estavam satisfeitos com as resoluções. Então disse:

se tal argumento fosse suficiente para convencer a classe. Contudo, uma aluna ficou inquieta e almejou uma justificativa plausível. Foi então que Roberto se sentiu obrigado a dizer que era preciso conhecer outros procedimentos (mudança de base) para dar continuidade ao exercício.

Merece atenção a fala do outro aluno que ficou intrigado ao perceber que o trabalho não estava completo, afinal, era preciso dominar outra técnica - *“Como o Sr. pode passar uma coisa que a gente não sabe?”*. Então Roberto se justificou novamente, só que dessa vez, disse que as atividades se encontravam na introdução do conteúdo do livro didático e pediu que o aluno ficasse calmo.

Essas inquietações dos alunos mostram claramente que a atividade de *design* de Roberto não produz significações adequadas para o conteúdo, pois as diversas representações Matemáticas permaneceram estanques e desvinculadas de um campo conceitual. Um exemplo disso pode ser encontrado nas situações que o professor seleciona no livro didático, que levam os alunos a interpretar a representação log_3 2 somente como um ente algébrico, desvinculado do aspecto geométrico e aritmético. Isso era presumível em consequência de não ser abordado o estudo das funções exponenciais e logarítmicas, e das relações conceituais destas funções. Roberto colocou uma ênfase indevida na manipulação de símbolos e procedimentos e ignorou por completo os processos construtivos e as ideias Matemáticas.
É importante mencionar que os *designers* do livro didático construíram uma sequência de atividades que mobilizava discussões para tratar o próximo tópico, ou seja, o estudo sobre mudança de base. Em contrapartida, Roberto não percebeu *a priori* que a exploração desses exemplos da forma que ele fez poderia gerar grandes lacunas na aprendizagem dos estudantes e, obviamente, na estrutura das lições projetada no material curricular. Consequentemente, houve uma fragmentação do *design* original do livro.

O professor detém a veracidade do conhecimento matemático;

Cabe reiterar que o docente não se deu conta que cometeu um equívoco no quadro, pois ao registrar log_2 6, se confundiu e trocou o valor da base do logaritmo, considerando o número 3 em

"Quando a nossa conta é um número inteiro ou decimal, caí na prova! Quando termina assim (o professor indicou no quadro, o segundo exemplo, conforme mostra figura 24), *não vai cair na prova! Mas a gente precisa trabalhar para desenvolver as propriedades."*

Figura 24 - Registro no quadro: exercício sobre propriedade do produto log_2 6. Tempo - 21:36

vez de 2, conforme mostra a figura 24. Isso também não foi notado pelos alunos, ou talvez imaginassem que o processo de solução estaria coerente.

Portanto, isso leva a inferir que Roberto, inconscientemente, passa aos alunos a postura de um professor que domina toda a verdade do conteúdo em um regime de autoridade. Sendo assim, a veracidade do conteúdo transmitido no quadro para os alunos se tornou inquestionável, mesmo quando o professor comete um erro banal. Portanto, não há vínculos efetivos entre o professor e os alunos ao lidar com o saber matemático. O professor passa no quadro o que acha relevante do conteúdo e seus alunos copiam no caderno sem questioná-lo ou fazer inferências sobre o que entenderam.

Foi possível perceber, dessa forma, ao final deste episódio, que a parte do conteúdo que não foi aprofundada causou dúvida nos estudantes. Roberto tentou justificá-la por intermédio da avaliação e nesse sentido, o professor forneceu dicas sobre os tipos de exercícios que seriam exigidos ou não na prova formal. Talvez isso tenha sido conveniente, porque reduziu sua responsabilidade de aprofundar o conteúdo e, portanto, não se comprometeu com as necessidades e dúvidas dos alunos que emergiram na aula.
Apesar da agitação inicial dos alunos, ao final do episódio eles pareceram satisfeitos com os argumentos de Roberto quando este ressaltou os tipos de exercícios que seriam admitidos na prova.
Nesse sentido, a avaliação formal foi tratada de forma implícita como um dos seus objetivos de ensino. No entanto, Roberto não apreciou as dúvidas e os questionamentos dos estudantes como instrumentos avaliativos no desvelar da aula. Na verdade tentou barrar todas as dúvidas em prol de seus objetivos de ensino. Afinal, acredita que sua explicação deva sanar todos os equívocos e dúvidas e quando isso não é possível, argumenta que não exigirá na prova aquilo que os aprendizes não compreenderam.

Avaliação formal como objetivo do ensino;

O aluno não pode ter dúvidas durante a aula;

4.4.2.6 Episódio 6 - Questionamentos e respostas no processo de ensino

Durante a exploração desses exercícios foi possível perceber que, de modo implícito, frequentemente Roberto se empenhava em criar motivações superficiais para envolver os alunos na dinâmica da aula. Às vezes, os questionamentos funcionaram somente como estímulos para atrair a atenção dos alunos, uma vez que eram realizados e simultaneamente respondidos pelo próprio professor. Nesse sentido, na sequência, o evento crítico evidencia uma fala de Roberto relacionada com a temática denominada *Aula Centrada no Professor - Questionamentos e Respostas.*

Tabela 10 - Evento crítico: exploração de exercícios sobre propriedade de logaritmo do produto - log_3 (27x 9)

Tempo	**Comentários/Descrição**	**Análise do Evento Crítico**	**Graus de Apropriação/ Crenças**
13:30 - 14:10	Como visto anteriormente, após explanar as três propriedades de logaritmos, Roberto explorou os exemplos resolvidos do livro didático de Iezzi *et al.*, (2010, p. 157- 158, ver anexo 1). Ele disse: *“Oh! Gente, os três exemplos, nós vamos brincar com a primeira propriedade.”* Em seguida, o professor foi até a primeira parte da lousa, indicou com o giz a primeira propriedade que registrou inicialmente e ressaltou:*“quando tiver ‘vezes’ transforma em soma!”* Depois indicou com o giz o primeiro exemplo, se virou na direção dos alunos e perguntou: *“quando tiver vezes, transforma em...?”* Ele mesmo respondeu: *“Soma!”* Na sequência escreveu no quadro a solução do primeiro exemplo: $\log 27 + \log 9$,porém, ao aplicar a propriedade do produto ele não colocou os valores da base. Depois, se posicionou de frente para os alunos, se distanciou da lousa, e disse: *“Turma eu falei na outra sala e vou falar aqui. Erro do professor. Do professor hein, turma! Imagina do aluno! A gente está com pressa, ansioso, quer terminar logo e comete esse tipo de erro. Que erro eu cometi? Vamos ver quem vai perceber!”* Após alguns segundos, como nenhum aluno respondeu, ele apontou uma aluna, aleatoriamente com	O discurso na explicação do professor fornece algumas evidências para concluir que seu método de trabalho seja centrado somente em sua prática, uma metodologia de ensino centrada no professor. Em alguns casos, Roberto se mostrou ansioso por uma resposta imediata do aluno e não obtendo, acabou desempenhando o papel do mesmo. Como visto neste evento crítico, ao levantar questionamentos na classe referentes ao erro proposital que havia cometido no quadro, o docente escolheu aleatoriamente uma aluna pelo nome, e supôs que a mesma apresentou a resposta almejada e até a parabenizou. Em entrevista, quando perguntado sobre o motivo dessa atitude, respondeu: *Se é bom ou ruim eu não sei. Não sei como classificar isso. Mas eu gosto de ser um pouco “palhaço” durante a aula. Eu acho que isso faz a aula ficar menos pesada. Então, por exemplo, no desenrolar da aula eu pergunto:*	Aula centrada no professor Questionamentos e descontrações são ótimos estímulos para atrair

mão esquerda e com entonação de voz mais forte, falou: *"MUITO BEM, TAÍSA! NÃO ESCREVI A BASE!"*.

Imediatamente, voltou ao quadro negro e colocou o número 3 como valor da base: $log_3 27 + log_3 9$, conforme mostra a figura a seguir.

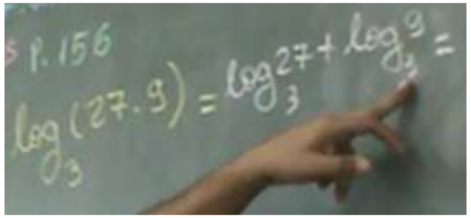


Figura 25-Registro na lousa: Resolução do primeiro exemplo sobre propriedade de logaritmo do produto – Tempo 14:09

Depois, permaneceu de frente para os alunos, e disse: "*Se a gente se esquece de escrever a base, chega uma hora, 'Professor eu não sei fazer. Esqueceu a base!"* Essa última fala foi dita com um tom mais alto do que de costume, de modo que imitasse a voz de uma aluna.

Vamos lá gente! Quanto é três elevado ao quadrado mesmo? Isso, Nove, muito bem! O pessoal ri, mais pessoas se ligam naquele momento, às vezes eu estou falando com a pessoa que está conversando. Então, chama a atenção dele! [...] Eu gosto muito de brincar para chamar os alunos para mim. Se isso é positivo ou não, eu não sei, vai de cada um, tem gente que gosta, e outros que não gosta. Tem sala que dá certo, tem sala que nem tanto. Mas eu prefiro assim a chamar a atenção de um aluno, o constrange, fica chata a aula, então é bem melhor fazer uma coisa assim. Eu gosto de fazer isso para chamar a atenção deles para aula. Além de dar uma descontraída.

Neste ponto foi encontrada a chave da prática deste professor: ele desenvolve diversas estratégias para desempenhar o papel central no processo de ensino. Por exemplo, faz brincadeiras, encenações imitando a voz de um (a) aluno (a) e responde seus questionamentos como se ele próprio fosse um estudante que está atento à aula. Assim, quando se enquadra na posição de aluno, no depoimento em entrevista, ele interpreta isso como um ótimo recurso que dinamiza sua aula e a deixa mais divertida.

Em vários momentos identificamos essa atitude. Aliás, esse recurso é também utilizado como um meio de gerenciar o comportamento dos alunos, quando estes apresentam indisciplina ou falta de atenção no curso da aula. Nesse sentido, os questionamentos são vistos como estímulos para chamar atenção dos alunos. Estes, por sua vez, ficam na posição de telespectadores da prática docente.

atenção

4.4.2.7 Episodio 7: Movimentos no gerenciamento da classe

Em relação ao gerenciamento da classe, este foi um dos critérios decisivos para a aula ocorrer de acordo com o estilo de ensino centralizar de Roberto. Ao gerenciar as práticas dos alunos, o professor implicitamente exigiu obediência, respeito e reconhecimento da parte dos mesmos.

Mas, quando perdeu o controle sobre o comportamento dos mesmos, seus argumentos chegaram até mesmo a constranger aqueles que apresentaram atitudes inadequadas. Na sequência, o evento crítico apresenta o tema Gestão das Práticas da Classe e Gestos e Movimentos no Processo de Ensino.

Tabela 11 - Evento crítico: discussões de Roberto ao disciplinar os alunos

Tempo	**Comentários/Descrição**	**Análise do Evento Crítico**	**Graus de Apropriação/ Crenças**
14:10 15:30	Depois de explorar o primeiro exemplo que versou sobre a propriedade do produto, Roberto interrompeu a explicação, caminhou entre as carteiras do centro da sala e identificou alguns alunos fazendo tarefa de outra disciplina durante a explicação. Ele pegou um livro didático de uma aluna e disse ao pesquisador que presenciava a aula: *"professor Cristiano, eu também uso livro de Língua Portuguesa na minha aula. Você vê que eu sou um professor dinâmico.[...] Turminha pela mãe do guarda! Por isso eu falo para não fazer tarefa na sala."* Caminhou de um lado ao outro, nas proximidades do quadro, gesticulando com as mãos e com olhar de indignação, ele disse: *"Na aula de Português faz tarefa de História, na aula de História faz tarefa de Matemática, na aula de Matemática faz tarefa de Português. Então na outra aula [de Matemática], não faz nada!"* Depois disso, Roberto se expressou com uma fala mais ríspida, colocou a mão direita na cabeça e enfatizou, com tom de voz mais alto, como se estivesse imitando a voz de uma aluna: *"Professor porque eu não entendo essa matéria? Eu sou burra? Não, não é que você é(sic) burra! Pela mãe do guarda!"* Indicando os próprios dedos, como se estivesse os contando, o professor diz: *"Aula de Português faz tarefa de Português! Aula de Matemática, faz tarefa de Matemática!".* Um aluno nas proximidades do quadro se	Em todo momento da aula Roberto não se esqueceu de circular nos corredores entre as carteiras e isso pareceu uma conduta habitual, relacionada com sua forma de gerenciamento e comando da sala. Ao fazer isso, observa de perto se o aluno está desenvolvendo as atividades de acordo com suas orientações e, sobretudo, se está realizando a cópia no caderno de forma assídua aos registros do quadro. Não admite de forma alguma que os alunos se dispersem durante a aula e, nesse caso, busca a todo custo a atenção da classe para si, nem que isso gere um constrangimento para aqueles que apresentam um comportamento inadequado aos seus critérios de disciplina.	Movimentos no gerenciamento da classe; O registro no caderno contribui para a aprendizagem;

	manifestou, pois já estava irritado com as repetições e a argumentação do professor, então disse: "*Tá professor! Ensina logo Matemática, vai!*". Então, Roberto bateu as mãos em suas pernas, ainda com olhar de indignação, parou de falar sobre a questão da tarefa e retomou a explicação do primeiro exemplo. Mas antes, ele ainda disse: *"Vamos lá turminha, vamos ensinar a Quênia, a Camile e todo mundo!"* Nesse caso, destacou os nomes dessas alunas em razão de serem elas as que estavam fazendo tarefas de outra disciplina.	É visível que o professor dispõe do tempo que for necessário para discutir a indisciplina da sala. Um aluno se manifestou durante a aula, por estar saturado com tantos argumentos repetitivos de Roberto quando chamava atenção das alunas que desenvolviam tarefa de outra disciplina.	

4.4.2.8 Episódio 8: exploração de exercícios sobre propriedade de logaritmo do produto: caso de adaptação

Ao final do evento critico seguinte, se tornou evidente novamente a prática do questionamento e resposta quando Roberto desenvolveu os cálculos do último exercício que versava sobre a propriedade do produto: $log_4 30$. Aliás, nesse processo de resolução foi possível perceber que o professor realizou uma *adaptação* na abordagem do livro didático. Conforme a figura 26, o autor propôs para o desenvolvimento do logaritmo de 30 na base 4 a fatoração do logaritmando 30 em um produto de 2 vezes 15. Mas Roberto decompôs o número trinta, de imediato, em fatores de números primos. Na sequência é colocado o episódio sobre o qual versa a temática *Interação professor livro didático – adaptação* (IPLD-A):

Tabela 12 - Evento crítico: exploração de exercícios sobre propriedade de logaritmo do produto - $log_4 (30)$

Tempo	**Comentários/Descrição**	**Análise do Evento Crítico**	**Graus de Apropriação/ Crenças**
19:30-21:30	Ao finalizar o segundo exemplo, ainda versando a propriedade de logaritmo do produto, Roberto deu continuidade e desenvolveu com os alunos o próximo exercício do livro:	Como mencionado anteriormente, Roberto realiza a *transferência* com o livro didático ao admitir os tipos de exercícios resolvidos e sua sequenciação, mas, para explorar as resoluções, acaba *adaptando* a proposta do livro em função do seu estilo de ensino, conhecimentos e habilidades	Adaptação

$\log_4 30 = \log_4 (2 \cdot 15) = \log_4 2 + \log_4 15 = \log_4 2 + \log_4 (5 \cdot 3) = \log_4 2 + \log_4 5 + \log_4 3$

Figura 26 - Exercícios resolvidos sobre logaritmo do produto: $log_4\,(30)$
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 157)

Ele perguntou duas vezes: *"Qual a multiplicação de números primos que é igual a trinta?"* Distanciou-se do quadro, aguardou alguns segundos e respondeu: "*dois, vezes três, vezes cinco"*. Retornou ao quadro e registrou, dizendo: *"dois vezes três, vezes cinco: trinta! Na base? Vamos olhar a propriedade"*. Então, indicou a propriedade da multiplicação na primeira parte do quadro. Depois perguntou: *Quando tem vezes eu coloco?* Uma aluna respondeu: *Maaais!* E ele confirmou. Depois, continuou a desenvolver o exercício, conforme segue a figura:

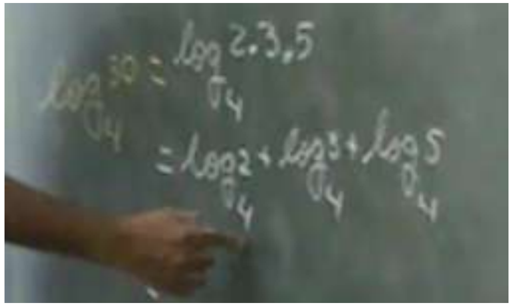


Figura 27 - Registro na lousa: Resolução do segundo exemplo sobre propriedade de logaritmo do produto. Tempo - 20:23

"Log de dois, mais, log de 3, mais, log de ? Na base?"

No mesmo momento que ele escreveu, foi questionando os alunos: *"Vamos lá! Quatro elevado a quanto que é dois?"* Um aluno pediu que ele repetisse a pergunta. Então, ele questionou novamente, aguardou um momento, percebeu que nenhum estudante se posicionou, apontou para uma aluna, supondo que a mesma deu a resposta almejada e disse: *"ISSO! RAIZ DE QUATRO! MUITO BEM CAMILA!"*

Em seguida, ele continuou a resolução e disse: *Quatro elevado a*

adquiridas em suas experiências. A esse respeito, ele disse em entrevista:
"Cálculos eu procuro não seguir [a proposta do livro], eu vou ao meu arquivo de memória, que eu sempre faço, por que tem mil formas de resolver uma questão, então, qual é o caminho mais fácil? Aquele que o aluno vai entender! Por exemplo, para resolver o logaritmo de 30, como ele entende melhor? Às vezes acho que é um erro, porque não é bom ficar mudando muito. Eu falo: o que é trinta? Três vezes dez. Então a gente pode por log de 3 mais log de 10. Qual é o ideal? log de 30, eu vou fatorar? Então vou fatorar sempre! Vou colocar 3 vezes 10, vou colocar sempre!"(Roberto em entrevista sobre resultado da aula).

Método de solução padronizado;

Na verdade quando indagado sobre a forma que desenvolveu o cálculo evidenciado na lousa (figura 27), Roberto não se deu conta que fatorou o número trinta diferentemente da estratégia mencionada neste diálogo em entrevista. Mas de qualquer forma, essa fala foi pertinente e aproximou o estudo de uma crença deste professor: ele defende que não é adequado variar as estratégias nas resoluções de exercícios matemáticos, por isso sempre que possível usa procedimentos padronizadas. Nessa visão, o trabalho dos alunos fica condicionado ao seu método, sem espaço para discussões e comunicação de ideias distintas. Ainda, fica implícito que o docente universaliza a aprendizagem de cada aluno por via de seu método e impede, portanto, a manifestação do pensamento do estudante, uma vez a atividade da classe deve ser coerente ao seu procedimento matemático.

Ensinar métodos padronizados contribui para a resolução de exercícios;

Outro aspecto que é válido ser dito diz respeito ao tipo de questionamento usual realizado durante as explicações. Roberto faz perguntas sempre pontuais, não dando espaço para discussões diferenciadas daquilo que ele já pré-estabeleceu. Por exemplo, quando ele perguntou: *"Qual a multiplicação de números primos que é igual a trinta?"*, é obvio que ele não estava pensando em promover uma discussão, nem mesmo tinha a finalidade de agregar várias estratégias de solução, mas almejava somente uma resposta.

Aula centrada no professor – Questionamento e Resposta *quanto que é 3? Não sei, não sei mesmo! É mais que um, mas eu não sei!* Então registrou $log_4 3$. *Quatro elevado a quanto que é cinco?* Virou-se para os alunos, mexeu a cabeça de um lado para o outro e disse:*eu não sei! É mais que um.* Então registrou $log_4 5$.Finalizando ele disse: *parou por a, falou?*

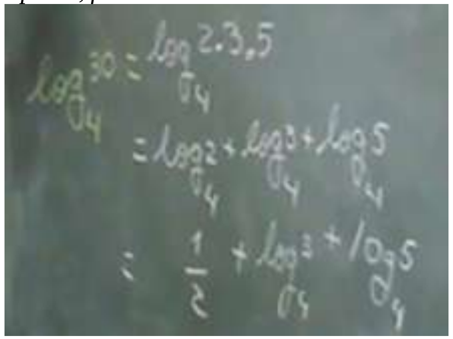


Figura 28 - Registro na lousa: Resolução do segundo exemplo sobre propriedade de logaritmo do produto. Tempo – 21:30

Como se não bastasse o tipo da pergunta, fechada às múltiplas ideias, ele ainda a responde de imediato, antes que alguém se manifeste. Por esse motivo, a participação dos alunos é bem superficial, e pouco influencia o andamento da aula.

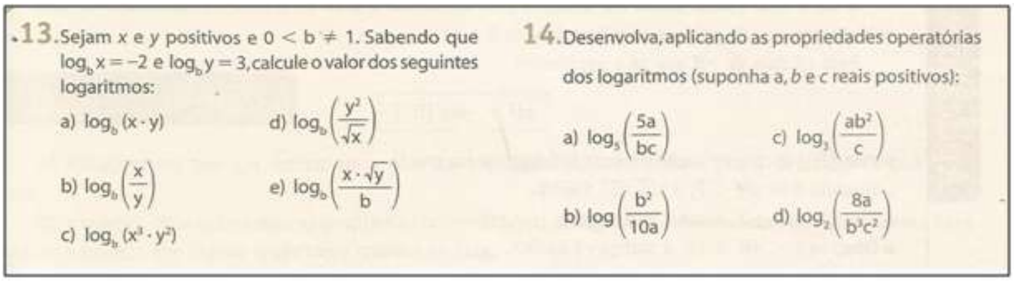
Além disso, ele acredita que existe uma estratégia, ou um procedimento, que é sempre mais fácil para o aluno entender e resolver uma atividade. Essa mentalidade demonstra uma forte crença que este professor tem sobre a aprendizagem da Matemática. Pensamos, portanto, que ele acredita que aquisição do conhecimento por parte do aluno é resultado da escolha que o professor faz, a partir de um método bem definido e delineado.

Percebendo que o docente não havia recordado a solução que fez no quadro, por isso, perguntamos novamente, sobre o porquê ele desenvolveu a decomposição com três fatores, sabendo que a abordagem do livro apresentou somente dois. Ele ficou pensando um pouco e, disse: *"Fica no ar essa questão né? Por que essa propriedade não é para log de a vezes b?"* Ao realizar esse questionamento, refletiu por um momento, e logo percebeu que a propriedade poderia ser ou generalizando, mas isso ficou implícito em sua aula, não foi mencionado. Ao refletir sobre sua prática, disse então que no próximo ano abordaria aquele conteúdo enfatizando as generalizações das propriedades de logaritmos para diferentes decomposições, inclusive para a fatoração com números primos.

O professor é detentor do conhecimento;

Em síntese, na continuidade da aula em questão, o professor Roberto explorou a sequência de exercícios resolvidos do livro didático (IEZZI, *et al.*, 2010, p. 157-158) e versou as propriedades de logaritmo do quociente e da potência. Depois, finalizou a explicação com um exercício que abordava as três propriedades ao mesmo tempo. Antes de encerrar a aula, como era de costume, os alunos foram direcionados em fila até a sua mesa para que seus cadernos fossem vistados. Nesse momento da aula Paulo conferiu, como de rotina, se os cadernos dos alunos estariam rigorosamente organizados de acordo com o que foi passado no quadro: cabeçalho, conteúdo e os exercícios.

Já no dia 08/10/2012 foram presenciadas duas aulas de Roberto, nas quais ele atribuiu aos alunos atividades sobre as propriedades de logaritmos do livro didático, conforme mostra figura a seguir.



13. Sejam x e y positivos e $0 < b \neq 1$. Sabendo que $\log_b x = -2$ e $\log_b y = 3$, calcule o valor dos seguintes logaritmos:

a) $\log_b (x \cdot y)$

b) $\log_b \left(\frac{x}{y}\right)$

c) $\log_b (x^3 \cdot y^2)$

d) $\log_b \left(\frac{y^2}{\sqrt{x}}\right)$

e) $\log_b \left(\frac{x \cdot \sqrt{y}}{b}\right)$

14. Desenvolva, aplicando as propriedades operatórias dos logaritmos (suponha a, *b* e *c* reais positivos):

a) $\log_5 \left(\frac{5a}{bc}\right)$

b) $\log \left(\frac{b^2}{10a}\right)$

c) $\log_3 \left(\frac{ab^2}{c}\right)$

d) $\log_2 \left(\frac{8a}{b^3c^2}\right)$

Figura 29 - Exercícios resolvidos sobre propriedades de logaritmo. Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 159)

Normalmente, após a apresentação de um novo conteúdo Roberto disponibilizava uma aula para que os alunos resolvessem exercícios em dupla e exigia que fizessem em uma folha separada, bem como entregassem as resoluções ao final da aula. No momento em que os alunos se encontravam emprenhados na atividade, o professor ficava literalmente ausente na sala e permanece sentado até o final da aula. No entanto, sempre alguns estudantes iam até sua mesa para tirar dúvidas.

Essa folha com as atividades realizada pelos alunos era devolvida a eles depois da correção pelo professor. Por esse motivo, quando na escola, em seu tempo livre, Roberto sempre tinha atividades para corrigir. Mas a correção geral das mesmas ocorria no quadro, em uma aula seguinte ao dia em que os alunos faziam a tarefa em sala.

O tema da aula observada no dia 10/10/2012 ainda se referia à propriedade de logaritmos. Dessa vez o professor não utilizou o livro didático, entretanto, inventou e escreveu uma atividade no quadro bem parecida com a oferecida na aula anterior. Os alunos, novamente, se reuniram em duplas e entregaram o trabalho ao final da aula.

Roberto adotou uma prática tecnicista ao selecionar atividades sempre muito parecidas entre si, de modo que solicitavam dos alunos apenas a aplicação de uma técnica já explorada por ele. Como é possível observar nos registros do quadro (Figura 30), a atividade que foi sugerida pelo docente é bem semelhante a que o livro didático abordava em aulas anteriores. Era possível perceber, novamente, que as restrições que delimitavam os valores das incógnitas (a, b e c) e da base foram omitidas em sua prática, algo que já foi clareado como prática em seu discurso durante as entrevistas.

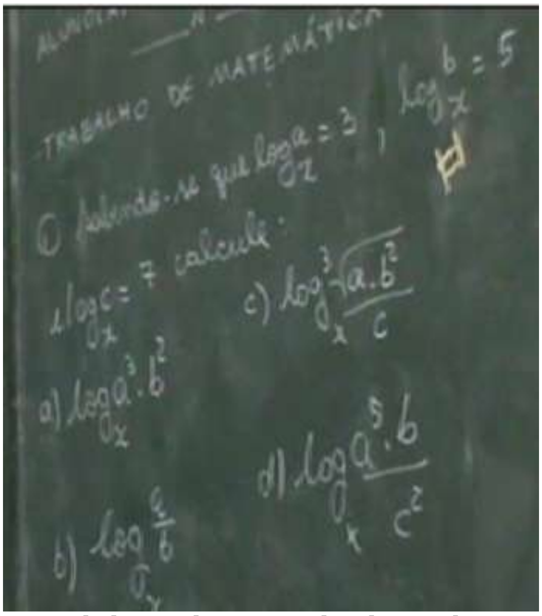


Figura 30 - Registro na lousa: atividades avaliativas realizadas no dia 10/10/2012 –Tempo: 4:20

Nos episódios gerais que foram evidenciados nas aulas sobre *logaritmos* não foi possível inferir aspectos que versassem sobre as *improvisações*. No entanto, foi possível perceber que esse tipo de *apropriação* ocorreu em uma aula de Roberto na qual ministrou o conteúdo sobre *trigonometria*. Então, conforme será possível ver em destaque, no evento crítico apresentado mais adiante, como algumas *improvisações* dependem da especificidade do conteúdo matemático e da capacidade docente em mobilizar seus próprios recursos (conhecimentos, habilidades, crenças e objetivos) para conduzir um novo caminho de ensino, diferente do livro didático.

Em relação às aulas sobre *Matemática Financeira*, não foram observadas apropriações com o livro didático diferentes daquelas já relatadas. A condução do ensino sobre essa temática também se caracterizou por uma metodologia de resolução de problemas centrada na explicação do professor. Ou seja, por uma prática na qual o exemplo do professor ativo e resolvendo os exercícios, como fundamento exemplar, seria suficiente para o aprendizado. O exemplo docente seria elucidador. Além disso, na exposição oral deste conteúdo, o Roberto *transferiu* grande parte dos *recursos curriculares* do livro didático. Aliás, ele fez a reprodução não somente dos enredos de problemas (envolvendo juros compostos), mas também das resoluções que os *designers* propuseram no material. Outra diferença identificada foi o fato de o docente utilizou um caderno de planejamento, no qual realizou todas as contas e procedimentos. Suas resoluções baseadas no livro didático foram utilizadas durante a aula, principalmente para agilizar os resultados de cálculos que exigiam o uso de uma calculadora científica. Por exemplo, ao realizar o cálculo de um montante igual a 500 vezes $(1{,}008)^{96}$, recorreu ao caderno de planejamento, no qual havia desenvolvido todo o processo de resolução. Durante a aula, Roberto disse aos alunos que não seria preciso o uso de uma calculadora científica, porque ele apresentaria o valor da potência necessário para resolver um problema. Inclusive, o professor proibiu o uso de calculadoras científicas nas avaliações. Contudo, aquelas com ferramentas mais simples poderiam ser manipuladas.

Portanto, este estudo não irá se aprofundar sobre a apresentação do conteúdo acima descrito, pois a abordagem realizada por Roberto conduziu a constatação de práticas de ensino (que incluíram os padrões de comportamento) muito semelhantes as que foram presenciadas em aulas observadas anteriormente.

Na sequência, ocorre a discussão das apropriações com o livro didático na atividade de *design* deste professor, mencionando como foram utilizados os recursos curriculares do material no estudo da *Trigonometria*.

4.4.3 Sobre o planejamento de aula: Trigonometria

No dia 11/10/2012 foi realizada uma entrevista semiestruturada com a finalidade de conhecer as escolhas do professor ao abordar o conteúdo *Trigonometria*. Em relação ao objetivo de ensino deste conteúdo, ele mencionou que o principal motivo seria cumprir as orientações do referencial curricular. Em suas palavras:

> Primeiramente, a gente tem esse compromisso de cumprir o referencial escolar. E segundo, é poder utilizar esse conceito para o aluno fazer uma ligação do dia a dia com o estudo da Matemática. Mas, o principal motivo é cumprir o referencial curricular, tem que ser dado! A partir daí eu coloco uma lista para eles desenvolver [...].

Com base nessa afirmação, na visão do docente, pareceu à observação que certos conteúdos matemáticos não trariam implicações relevantes para formação do aluno. Se por um lado ele dizia que o estudo da *Trigonometria* era importante porque proporciona conexões com o dia-a-dia do aprendiz, por outro, essa motivação se esvanecia em um argumento superficial e sem objetividade, uma vez que ficava implícito um trabalho forçado feito simplesmente para cumprir as orientações curriculares. Mas essa preocupação docente em seguir totalmente o rol de conteúdos de documentos curriculares não era um aspecto rígido em sua prática.

Além disso, o argumento de Roberto pareceu ser consistente com a mentalidade de que os conceitos matemáticos seriam meros componentes do programa escolar e se tornariam relevantes somente quando possuíssem relações intrínsecas com o cotidiano do estudante. Foram várias situações nas quais o professor mencionou a importância da Matemática escolar e fez apelo às situações práticas. Nesse sentido, o papel instrumental da Matemática em sua perspectiva de ensino se sobreporia a qualquer outro valor formativo.

Não obstante, o docente pareceu não perceber que os conceitos matemáticos poderiam se concentrar e se tratar dentro de uma concepção didática na qual se atribui à Matemática as características de uma disciplina científica, que traria implicações benéficas para formação do aluno em outras perspectivas mais abrangentes. Por exemplo, ajudaria a estruturar os processos do pensamento e o raciocínio dedutivo.

Roberto relatou que no referencial curricular, o conteúdo *função logarítmica* seria a temática subsequente das aulas. Entretanto, fez algumas mudanças, pois seus colegas, professores de Matemática o influenciaram e lhe deram a sugestão para abordar Trigonometria, uma vez que seria um conteúdo mais ligado à vida do aluno. O docente enfatizou também que a Trigonometria é tematizada com maior ênfase no ENEM. Por esse motivo, preferiu abordá-la em aulas. Entretanto, ressaltou que a exploração deste conteúdo seria bem sucinta, uma vez que o terceiro bimestre estaria terminando e restava apenas uma semana para explorar o tema.

Devido às últimas mudanças na organização de conteúdos no currículo da Matemática, segundo o professor, os conceitos trigonométricos passaram a contemplar o rol de conteúdos do primeiro ano do Ensino Médio e, portanto, seria a primeira vez que exploraria o conteúdo de modo específico no nível de ensino observado. Mas, relatou que já havia o abordado com o 9º ano do Ensino Fundamental e no 2º ano do Ensino Médio.

Roberto referiu que introduziria o assunto propondo aos alunos que apresentassem um seminário em grupo relativamente sobre um texto do livro didático com a temática *"Um pouco de História: A Trigonometria"* (Ver figuras 26 e 27 do capítulo anterior).

No interesse de conhecer a visão que o professor possuía a respeito de aspectos históricos da Matemática no contexto didático, uma vez que agregou este texto em seu planejamento antes de abordar os exemplos resolvidos do livro didático, como costumava fazer. Sobre isso, afirmou:

> O propósito é comentar com os alunos a provável origem da Trigonometria, e o porquê do estudo hoje. Então a importância das leituras das páginas 262 e 263, é mostrar isso para os alunos. Acredito que eles vão ter mais motivações para estudar. Porque sempre eles perguntam: para que nós estamos estudando isso? Onde vou usar isso na vida? Então, com esse texto, quando eles forem estudar trigonometria [...] vão ter mais motivação por saber que houve uma aplicação prática e ainda há.

Certamente que a visão do professor não se aloja muito distante da apresentada no livro didático. O texto não traz elementos com maior aprofundamento que versem sobre situações capazes de levar o aluno a discutir um problema matemático, legítimo do processo de desenvolvimento do conceito. Então, o único motivo dessa abordagem, segundo o professor, seria a questão motivadora pela qual os alunos poderiam compreender como tais conceitos foram utilizados pelas civilizações e quais as áreas do conhecimento se aplicariam e ainda se aplicam a ele.

Quando o professor se mostrou inquieto em dar respostas aos alunos sobre o motivo de estudar os conceitos matemáticos, isso sugeriu a presença de uma crença de que a Matemática seria uma ciência que consistiria somente em fornecer ferramentas a serem aplicadas em problemas surgidos na prática humana. Esse pensamento, no entendimento adotado para este estudo, desvalorizaria o movimento em si da própria Matemática, entendida como uma disciplina científica com autênticos problemas aptos a serem adaptados ao contexto didático, sem que necessariamente demande uma aplicação no cotidiano dos alunos ou em outras áreas do conhecimento. Nessa mesma direção, haveria a possibilidade de, por exemplo, o professor significar os conceitos em problematizações e contextos internos à própria Matemática proporcionando articulações entre Álgebra, Geometria e Aritmética.

Voltando ao planejamento da aula, segundo o professor, cada grupo teria disponível cinco minutos para argumentação. No tempo restante da aula, ele informou que resolveria com os alunos alguns exemplos semelhantes do livro didático, nos quais apresentaria uma incógnita para se calcular. Como já visto em outros momentos, normalmente Roberto selecionava alguns exercícios resolvidos do livro didático e atribuía como atividade os mesmos tipos que foram abordados na explicação. O leitor poderá ver esses exercícios resolvidos em Iezzi *et al.*, (2010, p. 264-268) - anexo 1.

Quando Roberto mencionou que exploraria exercícios semelhantes, se tornou possível interpretar que seriam selecionados por demandar as mesmas técnicas para se resolver. Isso foi evidenciado no discurso a seguir:

> Aqui, na lista de exercícios tem questões semelhantes. Aqueles que puderem ser resolvidos somente com aqueles exemplos serão trabalhados. Lembrando que só temos uma semana para estudar e basicamente, uma ou duas aulas só, e vai vir a avaliação e pronto. [...] Vou acabar fazendo somente os primeiros da lista. Então principalmente os exercícios, 1, 2 e 3 da página 269 (Ver anexo 1) (Roberto em entrevista sobre planejamento).

Deste modo, a conclusão foi de que a condução do ensino para este conteúdo se desdobrou a partir da repetição de procedimentos, ou seja, os alunos seguiram o modelo que o professor apresentou na lousa. A aprendizagem, neste sentido, foi condicionada ao método proposto pelo professor. Novamente, houve a presença da crença de que a aprendizagem Matemática do aluno ocorreria por intermédio da reprodução de técnicas em situações semelhantes ao que foi apresentado pelo professor.

A prática de Roberto transcorreu com seu método linear de ensino. No entanto, dessa vez esta pesquisa identificou na aula de abertura do conteúdo, como se verá adiante, algumas práticas diferentes das já presenciadas até o momento. Isso contou inclusive com a apresentação de seminário pelos estudantes que, na interpretação desta pesquisa, foi uma estratégia de ensino produtiva com uso de textos do livro didático.

4.4.4 Introdução do conteúdo: Trigonometria no Triângulo Retângulo

O episódio de aula a seguir evidenciou três tipos de apropriação com o livro didático realizadas por Roberto no dia 26/11/2012, quando introduziu o conteúdo *Trigonometria*. A atenção deste estudo foi centrada nas seguintes temáticas: *Interações Professor-Livro Didático*, *Transferência*, *Adaptação* e *Improviso*. É importante salientar que a apresentação de seminário pelos alunos não se deu na abertura do conteúdo, como o docente havia mencionado em entrevista sobre o planejamento, mas sim em outra semana de aula, subsequente à explicação teórica.

Portanto, antes de introduzir o assunto da aula, Roberto orientou os alunos sobre como iriam desenvolver o seminário. A esse respeito, serão abordados outros detalhes mais adiante, quando o docente retomou o assunto.

4.4.4.1 Episódio 9. Uma situação-problema para introduzir o conteúdo *Trigonometria*: caso de transferência, adaptação e improviso.

Tabela 13 - Evento crítico: explicação do conteúdo Trigonometria

<table>
<tr><th>Tempo</th><th>Comentários/descrição</th><th>Análise do evento crítico</th><th>Graus de apropriação/ crenças</th></tr>
<tr><td>00:00-05:30</td><td>O professor escreveu no quadro o cabeçalho da aula, em seguida, pegou o livro didático em sua mesa, abriu-o na página 263, se direcionou ao quadro novamente e escreveu o tema que seria tratado naquele dia: Trigonometria.

Neste momento inicial, Roberto reproduziu fielmente as orientações de um problema contextualizado. Este se apresentava resolvido na introdução do conteúdo e tratava relativamente o conceito de tangente, conforme mostra figura a seguir:

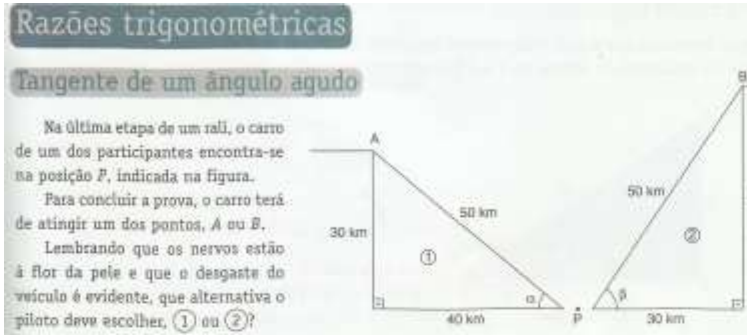


Figura 31 - Situação-problema sobre o conceito de tangente
Fonte: Iezzi et al., (2010, p. 263);

Roberto disse aos alunos: "Aí turma, na página 263 tem um texto!" Não dizendo mais nada, segurou o livro aberto na página do exercício, foi até o quadro e representou geometricamente dois triângulos (figura 32) com seus respectivos valores dos lados,</td><td>Inicialmente Roberto seguiu a abordagem do livro didático, a qual pareceu bem propicia para sua atividade de design. Portanto, a transferência dos recursos curriculares do livro, relativamente sobre tangente de um ângulo agudo, foi o ponto de entrada para o estudo das razões trigonometria. Ao explicar este conteúdo o professor adotou a mesma sequência dos tópicos apresentados na obra, no entanto, fez algumas escolhas, e não abordou todos os recursos curriculares disponíveis. Mas quando introduziu a aula, reproduziu a estrutura da lição, fazendo a leitura do problema e as representações geométricas no quadro.

No momento inicial da aula, não modificou e nem acrescentou outros argumentos, usou somente as informações disponíveis no exercício, com exceção da figura de um carro que fez questão de desenhá-lo na lousa, abaixo do ponto P (figura 33). Aparentemente a proposta do livro didático estava de acordo com seus objetivos de ensino, e assim, produziria os resultados almejados.</td><td>Transferência</td></tr>
</table>

porém as letras que indicavam os vértices ele representou somente depois, conforme desenvolveu a leitura do exercício.

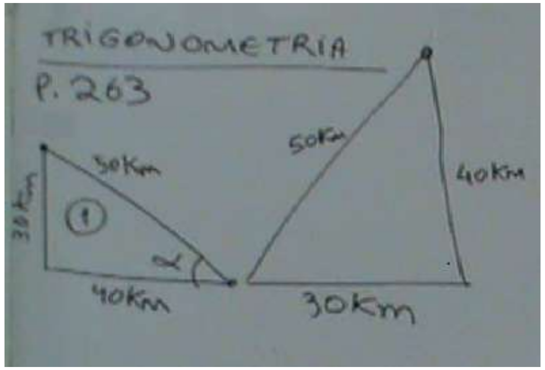


Figura 32 - Registros na lousa: Representações de triângulos retângulos. Tempo- 1:52

O professor disse: “*Então turma olha só, lá na página 263...*”. Depois, parou um pouco a explicação, porque no mesmo momento alguns alunos conversavam a ponto de atrapalhá-lo. Então, ele falou: *“Adonai senta aqui na frente, por favor! Agora, Adonai! Turma, sete horas da manhã! Já comecei a aula”.*

Em seguida, retomou a sua fala: *“Turma, na página 263 tem um texto e a ilustração do texto”.* Ele indicou no quadro as figuras dos triângulos.

Roberto não copiou o enredo do problema, apenas fez uma leitura minuciosa juntamente com os alunos. Ele disse:
“Então turma, o texto é o seguinte: na última etapa de um rali, o carro de um dos participantes encontra-se na posição P. Então aqui, turma, tem um carro participando do rali”.

Estando nas proximidades do quadro, enquanto fazia a leitura, indicou a localização dos pontos A, B e P, seguindo a ilustração da lousa. Em seguida, discutiu cada detalhe com os estudantes.

Já foram relatados episódios de aula nos quais os alunos tiveram de permanecer em total vigilância e obediência, uma vez que, a aula ideal, na visão deste professor, acontece segundo seus comandos e autoridade. Nesse sentido, Roberto lançou todo seu esforço para manter o silêncio na sala. Normalmente, durante a explicação, não pode haver interferência e atrapalho por parte dos alunos. Portanto, a gestão da sala de aula é um fator primordial para o docente realizar a exposição oral. Nesse trecho, Roberto se mostrou autoritário e rapidamente, resolveu o problema, ordenando que o aluno mudasse de carteira para evitar conversas paralelas com outro colega.

Após obter toda atenção da classe e situar os alunos na contextualização do problema, ele mobilizou diversos questionamentos sobre a escolha de um ponto que seria mais adequado para o carro se dirigir. Assim, deu abertura à participação dos estudantes e passou a ouvi-los. Essa estratégia não é muito habitual na prática de Roberto, uma

Gestão das práticas da classe

Desenhou então a representação de um carro abaixo das figuras dos triângulos (Figura 33).

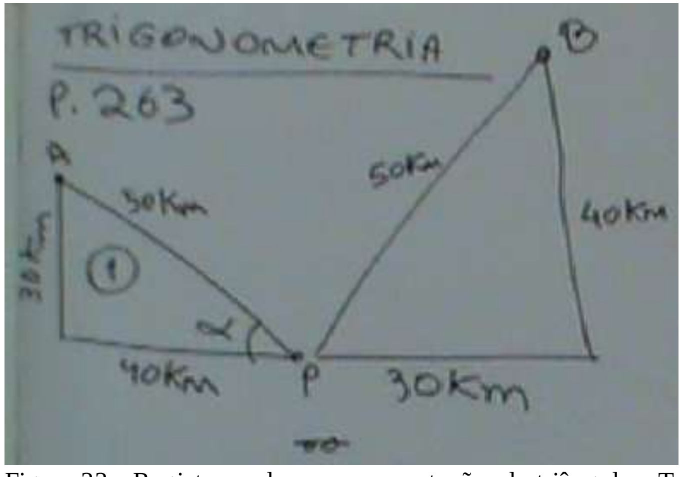


Figura 33 - Registro na lousa: representações de triângulos. Tempo 2:18

"Para concluir a prova, o carro terá que atingir uns pontos. Ou o ponto A, ou o ponto B. Ai, turma, pergunta: qual o ponto que esse carro deve se dirigir? Então, olha só: tem o rali, o carro para concluir o rali, precisa chegar ou no ponto A, ou no ponto B. Qual que vocês acham que é melhor para concluir o rali? Qual o ponto que é melhor para o carro se dirigir?"

Um aluno de imediato gritou: "*o B!*"

O professor diz: *"O Adonai acha que é o ponto B. Vocês concordam com ele? O que você acha Marcele?"* Ela falou: *"o ponto A"*.

Roberto respondeu então, com outra pergunta: *"porque a Marcele acha melhor o ponto A? [...] Olha só turma: o Adonai acha melhor para o carro concluir o rali se dirigir ao ponto B. A Marcele, mais esperta acha melhor o ponto A. A distância é a mesma. Como nós vamos definir qual o ponto que é melhor? Se você estivesse nesse rali, qual seria o mais fácil? [...]. Seria mais fácil, P até o A,*

vez que ele se justificou pelo fator tempo, dizendo que o método de ensino através de discussões prejudicaria seu trabalho, porque reduziria o tempo conclusão de todo o conteúdo que foi planejado em aula.

Mas se acredita que o docente possua mais habilidade ao tratar este conteúdo e perceba outras possibilidades de ensino partindo da proposta do livro. Por esse motivo, a situação inicial do material didático lhe forneceu recursos os quais foram acoplados ao seu conhecimento e seus objetivos instrucionais.

Mas durante a explicação, nem todos os alunos estavam envolvidos na dinâmica de Roberto, entretanto dois deles se posicionaram: um sugeriu o ponto A e o outro, o B. Foi a partir disso que Roberto começou a investigação em aula sobre a escolha que deveria ser tomada frente ao problema, e a justificativa para tal escolha.

Improviso

Na atividade de *design* original do livro didático e no manual docente não foram identificadas instruções referentes ao método que o professor deveria empregar para envolver os estudantes, a não ser a discussão que mostrava um caminho direto para a solução do problema por meio da observação de figuras geométricas e do uso de conceitos básicos - de razões e ângulos. No entanto, não foi feito de imediato apelo à definição de tangente (mais adiante, abordaremos mais detalhes sobre o *design* do material curricular).

Roberto mostrou estar disposto nesta aula a abordar o problema de uma forma mais aberta e utilizar tempo prolongado para discussões. Sendo assim, foi possível interpretar o *improviso* docente quando transformou uma atividade estática do livro em um objeto de estudo e discussão em sala por meio de perguntas. Essa conduta mobilizou um novo caminho de ensino e colocou em movimento o pensamento dos alunos, pois aos poucos Roberto agitou a sala e a maioria se inquietou para

distância de cinquenta quilômetros, ou P até B, cinquenta quilômetros? O Adonai e Marcele, já deram o chute deles. O que vocês acham?" Aos poucos os alunos começam a dar opiniões aleatoriamente, alguns diziam o ponto A, e outros o ponto B. Em seguida, o professor circulou entre as carteiras e questionou: *"Qual o critério que a gente via utilizar?"* Dentre as diversas sugestões, um aluno gritou: *"Trigonometria!"* O professor respondeu: *Um critério prático mesmo!* Percebendo a dificuldade dos alunos em se engajar na problemática apresentada no livro, Roberto percebeu que poderia criar um novo contexto para a lição, que fosse mais próximo da realidade dos alunos. Entretanto, preservou os mesmos dados numéricos e representações gráficas do problema original. Ele disse: *"Vamos pensar em outra situação: Há poucos dias tivemos a 'corrida das nações[82]'.Vamos supor que tivessem chamado esta turma do 1º Ano E para participar da 'corrida das nações'. Então, na parte final da corrida, o juiz fala assim: agora vocês vão ter que escolher, ou vão ter que correr até o ponto A ou ponto B para ganhar o prêmio. Vocês escolhem! Na prática, vocês escolheriam o ponto A, ou o ponto B?"* A maioria dos alunos concluiu que o melhor caminho seria até o ponto A. Roberto concordou com eles e disse: *"Obviamente o ponto A, né turma! Eu quero ouvir de vocês uma resposta prática. O porquê vocês acham que é ponto A, sem Matemática. Por que o ponto A é melhor?"* Em seguida, o professor se direcionou a um aluno no fundo da sala, que se posicionou explicando que a inclinação entre A e P	descobrir o caminho mais adequado. É interessante notar que no meio da discussão, foi ouvido um grito de um aluno dizendo que a trigonometria poderia ser utilizada para resolver a questão. Mas Roberto não deu muita atenção, apenas disse que gostaria de ouvir um critério mais prático, ou seja, um argumento mais simples, como ele mesmo disse, "sem Matemática". Além disso, o professor almejou a totalidade dos alunos participando efetivamente da discussão e não somente aqueles que se posicionaram inicialmente. Por isso, em outro momento da aula, ele intensificou os questionamentos, retomou o enredo do problema e o objetivo desta tarefa. Conforme a discussão aumentou, lançou outras perguntas, como já citado no evento crítico. Ao perceber que o envolvimento dos alunos estava em nível superficial, Roberto já não se viu satisfeito em retomar a mesma situação apresentada no livro. Nessa direção, surgiu então outro caso de apropriação com livro didático: a *adaptação* do problema original. Utilizando a mesma estrutura da atividade, na sequência da aula, Roberto criou um novo contexto para o problema. Sentiu-se seguro por um novo caminho e deu continuidade às discussões, porém agora o problema da corrida não se referia mais aos carros e sim à "corrida das nações". Esta nova contextualização era do conhecimento dos alunos por se tratar de um acontecimento anual da cidade de Campo Grande/MS. Devido Roberto produzir um caminho personalizado que se adaptou à realidade dos seus alunos, a princípio se pensou que essa mudança fosse um tipo de improviso, mas foi considerada uma adaptação pois o docente manteve	Adaptação O estudo da Matemática deve centrar-se no cotidiano do aluno

[82]Corrida das Nações – Meia Maratona Internacional do Pantanal. Reconhecida pelo CBAt (Confederação Brasileira de Atletismo) como a maior corrida de rua do Brasil. Se transformou no principal evento de comemoração do aniversário de criação de Mato Grosso do Sul.

facilitaria o trajeto. Roberto fala: *"Isso! Se você se dirigir até o ponto A, a subida é menos íngreme. Quer dizer é uma subida mais fácil, não é uma subida tão alta, não é isso turma? Vocês concordam?"* Em seguida, Roberto, passou a tratar a definição de tangente, para então, concluir a partir disso, o caminho mais adequado.	certa fidelidade aos elementos-chave do *design* original do livro, uma vez que se apropriou e integrou os dados, as representações, os objetivos conceituais e a estrutura do problema. Portanto, embora se apropriasse desses *recursos curriculares*, o docente percebeu uma nova oportunidade de ensino para envolver os alunos em seu *design* e *adaptou* a situação-problema por intermédio de um exemplo hipotético que julgou ser mais próximo ao cotidiano dos alunos. Agora a competição não envolvia um carro, pois, a nova situação envolvia os próprios alunos como personagens, simbolicamente, como ele disse, a corrida envolvia a turma do 1º ano E. Então, na busca de uma devolutiva ele voltou a indagá-los intensivamente, dizendo: "Na prática, vocês escolheriam o ponto A, ou o ponto B?". A grande maioria dos alunos concluiu que seria o ponto A. Entretanto, Roberto buscava não somente a resposta e sim uma justificativa prática para tal escolha. Para essa finalidade, centrou atenção no argumento de um aluno, que ofereceu uma resposta satisfatória para o problema, dizendo ser o trajeto entre A e P mais fácil devido sua inclinação ser maior e, portanto, seria o melhor caminho. Dando-se por satisfeito com a resposta, Roberto tirou das "mãos" dos alunos a responsabilidade do problema e passou, portanto, a abordar a definição de tangente, a qual lhe forneceria um método correto de solução do problema.

A princípio, esta apropriação - o *improviso* – se mostrou como um excelente recurso didático para conduzir os alunos na liderança do processo de *design*, na busca pelo novo conhecimento. Entretanto, pensar que os alunos foram personagens centrais da aula foi uma interpretação simplista. É inegável que o professor criou uma expectativa surpreendente nos alunos, quando mobilizou intensos questionamentos em relação ao problema que incidia aspectos do novo conteúdo. Mas, o que se tornou evidente foi que as perguntas aplicadas não tinham o objetivo de oferecer oportunidade ao pensamento criativo dos alunos. Na verdade, foi um tipo de estímulo que manteve boa parte da classe como espectadora da exposição do professor, principalmente no momento em que ele enunciou a definição de tangente, conforme consta no próximo episódio. Portanto, essa decisão de adotar uma abordagem aberta para discussão, aos poucos, foi deslocada para um objetivo de ensino prescritivo, do qual emergiram crenças sobre o saber e aprendizagem Matemática. De outros exemplos de aulas assistidos, essa estratégia não integra o repertório habitual no *design* de Roberto e não se evidenciou nem mesmo quando buscou somente a atenção da classe. Mas, mesmo que ele mobilizasse perguntas, não relacionou as ideias dos aprendizes ao abordar os aspectos conceituais do conteúdo.

Outra questão foi que a adaptação docente se apresentou coerente com a visão de que os alunos pudessem compreender melhor um problema quando este se apresentasse articulado ao cotidiano dos mesmos. Essa crença foi o ponto central que conduziu o docente a modificar o contexto do problema e, consequentemente, a modificar a abordagem do livro em função dos suas crenças e objetivos.No evento crítico a seguir é apresentada a evidência em aula sobre como Roberto tratou a ideia de tangente. Por essa direção, novamente adaptou os recursos curriculares do livro didático, uma vez que não reproduziu as orientações dos autores ao resolver o problema.

4.4.4.2 Episódio 10. Abordagem teórica do conteúdo: caso de adaptação;

Tabela 14 - Evento crítico: Adaptação do livro didático na resolução de um problema

Tempo	**Comentários/descrição**	**Análise do evento crítico**	**Graus de apropriação/ crenças**
05:30-15:30	Após as discussões mencionadas no evento crítico anterior, o professor explicou a solução do problema utilizando a definição de tangente. Ele disse: *"Matematicamente, agora sim Matemática, [...] vamos definir, vamos inventar uma grandeza. Essa grandeza vai se chamar tangente, tangente do ângulo alfa. [...]. Tangente a gente vai definir assim, cateto oposto, dividido pelo cateto adjacente. Bom,*	Embora Roberto tenha mobilizado uma interessante investigação na introdução da aula, foi evidenciado que a apresentação propriamente da *razão trigonométrica tangente* surgiu de forma imediatista sem questionamentos e justificativas. Ele propôs um método (cálculo da tangente por meio da razão entre as medidas do cateto oposto e do cateto adjacente ao ângulo agudo) relacionado ao conceito de tangente e o aplicou ao problema, como	Adaptação Definições Matemáticas são verdades absolutas

turma, alguém já estudou isso no nono ano?"

Muitos alunos, já não se lembravam deste conteúdo. Por isso, o docente representou na lousa um triângulo retângulo (Figura 32) e explicou minuciosamente, o significado geométrico dos elementos de um triângulo retângulo: ângulo reto e ângulos agudos, cateto adjacente, cateto oposto e hipotenusa.

Figura 34 - Registro na lousa: representação dos elementos do triângulo retângulo. Tempo - 8:48

Na sequência, ele retomou a resolução do problema e disse: *"Nós vamos, matematicamente, escolher o melhor caminho pela tangente do ângulo. Quando tiver menor tangente é aquele ângulo que vai me mostrar o melhor caminho. Vamos escolher então!",*
Em seguida, Roberto calculou o valor da tangente referente aos ângulos alfa e beta, respectivamente dos dois triângulos envolvidos no problema.

se essa estratégia fosse a "chave central" de resolução do problema. Aliás, um objeto matemático, em sua visão, parece se explicar por si. Essa noção corrobora para a visão de que a Matemática é livre das influências humana e superior aos seres humanos (SKOVSMOSE, 2001, p. 129).

Em contrapartida, o *design* do livro didático prevê que os alunos já tenham conhecimentos sobre razões e ângulos, uma vez que são conceitos tratados no Ensino Fundamental. Nesse sentido, as ideias mais importantes na exploração do conceito envolvido, na perspectiva dos autores do material curricular estavam diretamente vinculadas às relações entre uma razão - envolvendo a altura e o deslocamento na horizontal - e um ângulo agudo, os quais ficam visíveis na representação geométrica dos triângulos. Mas essas noções, na discussão do professor, não obtiveram relevância uma vez que ele abordou o problema com ênfase na definição de tangente. Assim, a transmissão mecânica do conteúdo, internalizada na metodologia docente, criou uma barreira no ato de Roberto integrar um novo conceito àqueles já adquiridos pelos alunos, de modo que os mesmos pudessem percorrer um caminho por conta própria e compreender novas relações conceituais.

Portanto, a *adaptação* do exercício do livro é coerente com a visão de que as definições, bem como as ideias Matemáticas, de modo geral, devem ser enunciadas como verdades absolutas que ajudam a resolver um problema. Nesse sentido, se o *design* do livro apresenta uma abordagem diferente desse ponto de vista, Roberto omite o não lhe interessa e acomoda seus objetivos, interesses e experiências (BROWN, 2002).

Foi possível então perceber, que o trabalho de construção do objeto matemático iniciado com discussões não foi consolidado, pois surgiu rapidamente de forma estanque, como se todas as ideias e relações discutidas pelos alunos não tivessem tanta importância quando Roberto simplesmente diz que a tangente se define como *"cateto oposto dividido pelo cateto adjacente".* Isso sugeriu que a situação inicial propiciaria a exploração de ideias dos alunos até a institucionalização do conhecimento deles. Entretanto, foi possível perceber, somente ao final desse processo, que Roberto tentou

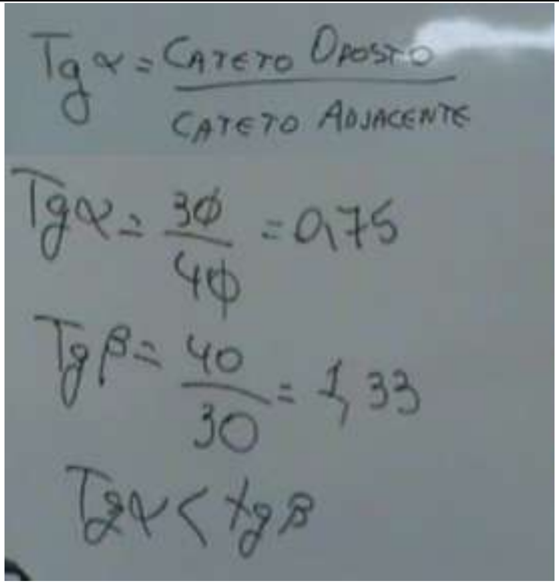


Figura 35 - Registro na lousa: cálculos da tangente dos ângulos alfa e beta. Tempo - 12:40

Ao finalizar os cálculos, ele disse: *"E agora qual é a tangente menor? De alfa ou de beta?"* Os alunos responderam: *"alfa"*. Depois, Roberto continuou a explicação:

"Então a tangente de alfa é menor que a tangente de beta. Nosso grande colega lá do fundo, o Pedro Paulo, falou: professor é melhor alfa. Ele falou no começo da aula, é melhor caminhar até A, porque até B é mais íngreme. Beleza, parabéns! A tangente maior turma mostra o caminho mais íngreme! A menor, menos íngreme, é mais fácil. Então, na prática, na hora da corrida das nações ninguém vai falar: 'vamos calcular a tangente'. Agora matematicamente, porque se estuda tangente? Entre outras coisas, a tangente vai definir o caminho menos íngreme."

Depois disso, o professor falou superficialmente sobre alguns casos de aplicações do conceito de tangente na Física e na superficialmente agregar o pensamento do aluno - um argumento "prático" como ele mesmo disse - ao resultado da tangente dos ângulos (alfa e beta) envolvidos no problema.

Aparentemente, na visão do professor há distanciamento entre o pensamento matemático e os conceitos matemáticos sistematizados. Pois, quando enfatiza na explicação que buscava um argumento "sem a Matemática" e ao final das discussões quando diz "agora sim, matematicamente", ficaram implícitos o esquecimento e a desvalorização das ideias intuitivas que surgiram no diálogo preliminar. As discussões iniciais poderiam alavancar a progressão da aprendizagem se não fossem fragmentadas em função das crenças que Roberto preserva sobre o conhecimento matemático.

Distanciamento entre o pensamento Matemático dos estudantes e os conceitos sistematizados;

Esse episódio remete a um apontamento de Thompson (1992) quando mencionou as noções de Hersh (1986), dizendo que o trabalho de Matemática seria centrado inicialmente na mobilização de ideias, em outras palavras, a atividade Matemática é fundamentada prioritariamente em uma ação do pensamento. Já, a manifestação deste, por sua vez - por exemplo: fórmulas, definições, axiomas e propriedades, em forma de um registro sistematizado (incluindo as diversas representações aritméticas, geométricas, algébricas, da língua natural, entre outras) - vem depois. Claro que todas essas representações auxiliam na construção de ideias, tanto é que o problema da corrida envolveu a relação entre os registros geométricos, aritméticos e a língua natural. Mas aqui, o que se enfatiza é que as definições não podem ser uma forma de realização plena do pensamento lógico, mas sim uma tentativa de descrever as principais propriedades de uma ideia Matemática (HERSH, 1986, p. 18-19 *apud* THOMPSON, 1992, p. 128). Thompson (1992) ainda acrescentou que esse ponto de vista subjaz da noção que consiste em "saber Matemática" no ato de "fazer Matemática": estar envolvido na sua elaboração, em atividades criativas ou nos processos generativos (p. 128).

Ensinar Matemática consiste em enunciar as definições e procedimentos.

Retomando a abordagem de Roberto, pode-se refletir na crença docente sobre o fazer Matemática, quando o professor deixou de lado as variáveis mais relevantes na resolução do problema, que permitiriam ao aluno deslocar de um nível de pensamento empírico

Engenharia Civil.	ao abstrato. Ele desvinculou o pensamento de seus alunos do trabalho sistematizado. O ponto de vista que se manifestou inconscientemente é que a aprendizagem Matemática se consolida por via da enunciação de fórmulas, definições e propriedades, bem como na aplicação mecanizada das mesmas. Essa crença está tão enraizada no pensamento de Roberto que molda grande parte de sua conduta ao tratar os conceitos. Portanto, por mais que ele mobilize *improvisos*, com questionamentos, não dá continuidade a essa proposta, que perde seu encanto quando o aluno percebe que seus argumentos não foram levados adiante na explicação teórica. Portanto, ficou implícito no desenrolar da aula, que o professor estabelece uma ingênua diferença entre as ideias Matemáticas dos alunos e o seu tratamento teórico. No ponto de vista deste estudo, a exploração Matemática, nessa perspectiva, poderia gerar grandes lacunas conceituais no momento que o aluno atribui significado ao conhecimento que adquiriu.

De modo geral, os três graus de apropriação (*transferências*, *adaptações* e *improvisos*) com o livro didático emergiram durante a explanação da atividade que versou o conceito de tangente. As *improvisações*, interpretadas por este estudo a partir da mobilização de perguntas, argumentos e debates entre ideias diferenciadas, ajudaram Roberto a envolver os alunos na proposta do livro didático e colocá-los em ação diante do problema. Nesse sentido, esta apropriação se pareceu bem produtiva nos primeiros momentos da aula.

Mas, em vez de utilizá-la como ponto fundamental para desenvolver o pensamento criativo do aluno, ao longo da instrução Roberto fragmentou essa metodologia em detrimento de sua abordagem tecnicista, dando lugar à sua crença sobre seu papel no ensino: *o professor deve conduzir todas as etapas da atividade Matemática, fornecendo aos alunos as ferramentas (definições, fórmulas, regras, procedimentos, entre outros) que forem necessárias para execução das tarefas em sala de aula*.

É nesse sentido que o sistema de crenças de Roberto produziu, ao longo de suas aulas, a necessidade de *adaptar* os textos do livro didático. Como bem colocaram Mawyer e Edelson (2007), os professores trazem suas crenças e *adaptam* os materiais curriculares para contextos específicos e o resultado da instrução é totalmente diferente do que os *designers* do material projetaram.

Por esse motivo, em vez de *adaptar* o problema do livro didático, foi possível avaliar que se Roberto reproduzisse fielmente a resolução dos autores, teria sido muito mais produtivo. Esse é um exemplo claro de como as *transferências* poderiam respaldar significativamente a atividade Matemática. Certamente que não se faz menção a uma reprodução mecanizada dos recursos curriculares, mas é possível admitir também a *transferência* ocorrendo concomitantemente aos *improvisos* relatados neste evento crítico com a mobilização de questionamentos e investigações em sala de aula.

Este último episódio também forneceu elementos para a reflexão sobre como a condução do ensino por via de *adaptações* (baseadas em crenças) poderia causar deficiências na estrutura conceitual das lições dos materiais curriculares e, por conseguinte, na aprendizagem dos alunos.

No entanto, no livro didático, os autores Iezzi *et al.,* (2010, p. 264) nada disseram a respeito de estratégias didáticas (nem mesmo no manual) para que o professor mobilizasse a aula. Somente propuseram uma solução para o problema. Remillard (2012, p. 112) tratou essa ausência de comunicação entre os autores e os professores, dizendo que seriam poucos os recursos curriculares que expressariam as ideias centrais das lições em materiais curriculares. Essa invisibilidade poderia ser um dispositivo para despersonalizar o texto ou aumentar a sua autoridade. No entanto, a autora afirmou que mesmo não estabelecendo esse “diálogo” recíproco, os recursos curriculares possuiriam uma “voz” que se manifestaria através da forma como eles se comunicam com o professor.

Assim, a leitura literal dos *designers* (do material) ao longo das lições também contribuiria para o estabelecimento, por parte do professor, de seus próprios recursos ao longo do ensino, dando maior abertura para suas crenças e objetivos subverterem a proposta original dos textos. Obviamente, essa visão não é um julgamento das *adaptações* como interações maléficas para o ensino. Ao contrário, conforme é possível conferir no capítulo 2, elas proporcionariam vários benefícios didáticos.

Do mesmo modo, as transferências de *recursos curriculares* podem se reduzir a uma abordagem estanque se não houver um tratamento didático adequado por parte dos autores do livro, com orientações, procedimentos e ideias essenciais que definam os objetivos de cada tarefa e de suas sequenciações. É nesse sentido que se faz necessário um intercâmbio entre os recursos docentes e os recursos curriculares dentro relação professor-livro didático. O desejável é que ambos tragam seus contributos para a atividade de *design*, de modo que nenhum deles fique isolado ao longo da instrução em sala de aula (BROWN, 2009).

Como já mencionado em relação à perspectiva pedagógica do material, muito pouco é conhecido nesse terreno, o que permite somente argumentar sobre as noções matemáticas de Roberto que foram projetadas aso tratar a situação-problema. Ao contrário do que o docente fez, os *designers* desenvolveram a resolução (figura 36) por intermédio de ideias e conceitos matemáticos (razões e ângulo) que já são ou deveriam ser objetos de conhecimentos dos alunos. O objetivo da atividade Matemática, por esse viés, seria ajudar os alunos a compreender o significado de tangente de um ângulo por meio de um problema contextualizado, porém, sem fazer apelo imediato à definição sistematizada.

Assim, ao comparar as razões e os ângulos (alfa e beta), os autores, conduziram os argumentos até a solução do problema. Somente depois disso é que conceberam a institucionalização deste conhecimento, definindo o significado da tangente de um ângulo agudo fundamentados nas ideias da problematização sugerida inicialmente.

Nas duas hipóteses, ele deverá percorrer 50 km, o que parece tornar indiferente sua escolha.

Mas o piloto é muito experiente e deve saber que a relação entre a altura a ser atingida e o deslocamento horizontal é a chave do problema.

Lateralmente, se optar por ①, o participante "percorreria" 40 km; e, se escolher ②, o afastamento horizontal será de 30 km, o que deve aumentar a altura a ser atingida (de fato, *B* encontra-se "acima" de *A*).

Quanto maior a razão *T*, entre as medidas da altura e do deslocamento horizontal, mais dificuldades traz ao piloto:

- em ①: $T_1 = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$
- em ②: $T_2 = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$

$T_2 > T_1$

Note que, em razão disso, temos $\beta > \alpha$: o ângulo de subida (aclive) interfere no desgaste e na velocidade do veículo (observe na figura que, de fato, ocorre $\beta > \alpha$).

Assim, a escolha correta é buscar atingir o ponto *A* para completar a prova.

Os valores obtidos para T_1 e T_2 correspondem, respectivamente, às tangentes dos ângulos α e β. Indica-se:

$$T_1 = \text{tg}\ \alpha = \frac{3}{4} \qquad \text{e} \qquad T_2 = \text{tg}\ \beta = \frac{4}{3}$$

Vamos agora definir a tangente de um ângulo agudo de um triângulo retângulo.

Em um triângulo retângulo, a tangente de um ângulo agudo θ (indica-se: tg θ) é dada pela razão entre a medida do cateto oposto a θ e a medida do cateto adjacente a θ.

$$\boxed{\text{tg}\ \theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \theta}{\text{medida do cateto adjacente a } \theta}}$$

Figura 36 - Situação-problema sobre o conceito de tangente de um ângulo agudo
Fonte: Iezzi *et al.*, (2010, p. 264)

Ao finalizar este exemplo resolvido do livro, Roberto relembrou os estudantes sobre a apresentação do seminário na semana posterior, sobre o contexto histórico da *trigonometria*. Para isso, se baseou em um texto do livro didático, páginas 261 e 262, conforme visto em seu diálogo que versou sobre o planejamento de aula. O docente pediu que os alunos fizessem uma minuciosa leitura do texto e permitiu o acréscimo de outras pesquisas, entretanto, advertiu que não fugissem da temática do material, que trazia o: *"Um pouco de história: a trigonometria"*. Nesse contexto, foi possível identificar novamente a *apropriação com* os recursos curriculares do livro didático, conforme mostra o evento crítico a seguir.

4.4.4.2 Episódio 11 - Apresentação de seminário: caso de adaptação;

Tabela 15 - Evento crítico: apresentação de seminário

<table>
<tr><th>Tempo</th><th>Comentários/Descrição</th><th>Análise do evento crítico</th><th>Graus de apropriação/ crenças</th></tr>
<tr><td>15:33
18:35</td><td>O docente disse: “Vocês vão me apresentar um seminário de cinco minutos sobre esse texto: Um pouco de história”. O professor abriu o livro didático na página do texto, mostrou aos alunos e os orientou sobre como deveriam realizar a apresentação.

Figura 37 - Orientando sobre apresentação de seminário – Tempo 15:53

“Vocês vão ler em grupo, e montar um seminário. Qual o critério de nota: a habilidade do aluno ao falar, sem ler o texto, os recursos utilizados [...] e boa utilização do tempo. O ideal é terminar em cinco minutos. Quem quiser pode usar cartolina, Datashow, retroprojetor, vídeo da internet, outras pesquisas, o que vocês quiserem. [...] Tem que ter a criação de vocês.”</td><td>Neste diálogo, foi possível notar na interação professor-livro didático uma adaptação que mobilizou uma nova perspectiva de ensino ao abordar um tópico do material curricular. Pois, a proposta original do livro visava somente a leitura do referido texto para dar abertura ao novo conteúdo. Em vez disso, Roberto, ampliou esse objetivo e fez com que os estudantes argumentassem suas próprias interpretações sobre a temática. Aliado a isso, eles tiveram de fazer não somente a leitura, mas também buscar outras pesquisas relacionadas ao tema e comunicar suas ideias com a turma.

Foi possível perceber que essa adaptação aconteceu com o propósito de alcançar uma meta específica de aprendizagem, que embora não tivesse relações intrínsecas com as habilidades Matemáticas, o objetivo pedagógico docente corroborou para desenvolver nos alunos habilidades de argumentação e criatividade na apresentação do seminário.

Não foi possível presenciar a aula que aconteceu esse seminário, mas, segundo Roberto, foi muito interessante e produtiva, pois os alunos se empenharam, realizaram argumentações pertinentes e utilizaram diversos recursos, como vídeo, Datashow e cartazes e ainda agregaram ao texto outras pesquisas.</td><td>Adaptação</td></tr>
</table>

Ainda no dia 26/11/2013, foi presenciada mais uma aula de Roberto, a última aula observada pelo estudo. Como de costume, realizou as *transferências* com o livro didático, propondo atividades após a explicação teórica. Para essa finalidade, Roberto escreveu no quadro: "*Tarefa para a sala: Resolver no caderno as questões 1 a 5 - pág. 259*" (ver anexo). Naquela aula, os alunos trabalharam individualmente e conforme surgiam dúvidas, eles se dirigiam até o professor.

4.5 REFLEXÕES DE ROBERTO SOBRE SUA PRÁTICA DE ENSINO

Embora a análise de eventos críticos tenha incluído inferências, é importante citar outros detalhes sobre o resultado das aulas que se relacionam às reflexões que Roberto fez sobre suas práticas em sala de aula. Portanto, as falas que são apresentadas na sequência se referem a uma entrevista realizada no dia 06/12/2012, sobre os resultados do conjunto de aulas observadas, bem como os seus respectivos planejamentos.

A prática de Roberto mostrou seguir quase sempre a mesma lógica: teoria, exemplos, exercícios e correções. Às vezes, o docente introduziu o conteúdo por meio de um problema, de acordo com o *design* original do livro e com obediência à sequenciação das lições, mas ficou evidente que isso não trouxe um respaldo significativo para a construção de conceitos. Foi esse o aspecto percebido na aula de *trigonometria*. O problema inicial serviu apenas como um instrumento motivador e um meio viável para a aplicação das definições.

Assim, foi lançado o interesse no conhecimento das compreensões docentes sobre essas práticas nesta pesquisa, de modo que o professor relatasse como faz a organização e a exploração teórica para a introdução de uma temática. Para isso, o docente foi questionado se articularia em suas aulas itens como: conteúdo, definições, exemplos, exercícios e atividades de treino. Assim, respondeu:

> Exemplo primeiro, mas não exemplo do tipo siga o modelo: exemplo no sentido de aplicação, definição. Depois os exemplos mesmo, conforme os do livro. E depois, os exercícios de treino, que são aqueles que os alunos fazem na sala para fixar o que a gente falou.

Nessa fala foi possível perceber certa relação entre o pensamento e a prática. Parece que Roberto acredita que o conceito matemático seja um instrumento a ser aplicado em uma determinada situação. Tanto é que o termo definição, em seu relato, apareceu entre o exemplo de aplicação e o exercício de treino. Nas aulas, foi possível observar que o saber sistematizado é algo apresentado pelo docente com maior potencialidade, uma vez que é a partir disso que o mesmo estabelece uma técnica de resolução do problema.

Ainda em sua visão, o processo final no qual os alunos se empenhariam na atividade, seria consolidada pelo treino de exercícios. Portanto, nesse ponto se consolidaria o entendimento de uma aprendizagem mecanizada, submetida ao método docente. Isso se confirma em momentos como quando Roberto mencionou que o aluno teria de fixar, a partir do treino, o que fora explicitado em aula. Normalmente, Roberto tem a concepção de uma situação-problema, ou qualquer que seja a atividade contextualizada do livro didático, como um tipo de situação que promoveria a aplicação do saber matemático.

Também foi possível notar nas observações que o conceito matemático institucionalizado, na visão do docente Roberto, seria algo pronto e acabado, sem dependência do pensamento criativo do aluno e de suas significações. A exploração de conceitos, portanto, seria reduzida à enunciação de definições e propriedades e, a partir disso, os resultados seriam obtidos por um processo mecanizado.

Na continuidade do discurso anterior, Roberto elucidou suas compreensões sobre o conceito matemático. No entanto, muitos elementos da fala se apresentaram incongruentes com a prática do docente. Quanto a isso:

> Na maioria das vezes eu gosto de começar pelo exemplo. Para trazer o aluno para o conceito. Trazer o significado para ele, a partir do exemplo, a partir do conceito. [...] Você já deve ter ouvido falar no mestrado que o conceito é formado por S.I.L: S - símbolos, I- invariantes e L- linguagem. Quando a gente traz um exemplo da vida real, esse conjunto de elementos do conceito "pode" começar a se formar na cabeça do aluno. Pode! Depende da base que o aluno tem, depende da bagagem do aluno! Então eu gosto de começar pelo exemplo, mais voltado para a vida real e depois o conceito. Após formar na cabeça do aluno o entendimento daquele assunto, ele começou a compreender? Então nós vamos fazer a definição. Depois, nós pegamos um exemplo do livro e vamos para os exercícios. Eu procuro noventa e nove por cento das vezes fazer isso.

A princípio, no discurso, se apresentou de modo nítido o entendimento de que o aluno se aproximaria do conceito a partir do conjunto de elementos S.I.L., que significa "símbolos, invariantes e linguagem". Nesse ponto, talvez Roberto tenha se referido aos aspectos da teoria dos campos conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud. Entretanto, essa questão não foi aprofundada nem o seu entendimento sobre esse tema (S.I.L). O que ganhou destaque foi que Roberto frequentemente faria reflexões sobre os estudos e leituras realizadas na pós-graduação, dentre elas as questões teóricas que emergiram em sua fala, de forma vaga e superficial, como se tivessem fortes vínculos com sua prática. Contudo, sua perspectiva de ensino sugere o fato de que o conceito esteja totalmente desvinculado de uma construção significativa por parte do aluno. Além disso, a aprendizagem de conceitos, por intermédio do conjunto de elementos chamado por ele de "*S.I. L*" é baseada totalmente na exploração de situações do cotidiano do aluno. Contudo, não foi possível observar em nenhuma situação prática observada em suas aulas apelo exacerbado à exploração de atividades ligadas ao cotidiano dos aprendizes, a não ser os problemas convencionais propostos pelo livro e abordados pelo docente em perspectiva tecnicista. Esse tipo de abordagem tende a se tornar pontual e o aluno se habitua a um tipo de situação muito específica, que requer uma técnica já aprendida. Mas, o que se observa da realidade dessa proposição: os alunos que aprendem por meio dela, ao se verem diante da necessidade de deslocar esse conhecimento para situações diferenciadas (que incluem as situações-problema do livro didático), não obteriam sucesso pela falta de algoritmo ou de um processo de solução correto.

Não obstante, Roberto afirmou que a compreensão do conceito dependeria, em grande parte, da "base" e/ou da "bagagem do aluno". Mas é sabido que a crença de que o engajamento do aluno em um novo conceito e seu progresso na aprendizagem matemática dependeriam principalmente dos pré-requisitos dos mesmos.

O discurso de Roberto pode ser interpretado como uma concepção, um tipo de conhecimento sobre o que seria o conceito matemático do ponto de vista didático. A aquisição de um novo conhecimento se consolidaria por intermédio da mobilização dos elementos componentes do campo conceitual[83], a saber, os conjuntos de situações que significam o conceito, de invariantes operatórias que organizam a atividade matemática e de representações linguísticas e simbólicas. Contudo, essa compreensão, além de se mostrar vaga e errônea na fala do docente, também não trouxe implicações significativas quando foi comparada às implicações que seu método de ensino produziu na aprendizagem de seus

[83]O leitor poderá ver mais detalhes das ideias de Gérard Vergnaud, no artigo - O que é aprender? - do próprio autor, na obra intitulada: *Aprendizagem Matemática na Perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais*, publicada em 2009 pelos organizadores Marilena Bittar e Cristiano Alberto Muniz.

alunos. Ou seja, suas aulas são expositivas: ele escreve no quadro o que julga ser importante sobre o conteúdo, explica de modo minucioso e, por esse viés, instrumentalizaria o aluno com definições, técnicas e receitas prontas. O aluno, por sua vez, teria de escrever tudo em seu caderno e então passaria a fazer exercícios de aplicação, visando a reprodução assídua do modelo docente.

Portanto, o pensamento do docente, além de muitas vezes incongruente com a prática, não seria fundamentado em uma perspectiva pedagógica coerente. Roberto pareceu não dispor de uma reflexão consistente quando discursou sobre o que fazia em aula. Independentemente disso, se mostrou comprometido com esse ponto de vista conflitante. Logo, foi possível concluir que o argumento referente à aprendizagem de conceitos por intermédio de situações que envolveriam "*símbolos, linguagens e invariantes*" seria uma crença periférica que Roberto pressupunha ter fortes vínculos com sua atividade de *design*. Isso geraria conflitos em seus sistemas de crenças com outros conjuntos de crenças em ação, que emergiriam na prática efetiva em sala de aula. Mas ele não evidenciou ter conhecimento dessas incongruências na estrutura de suas crenças.

Outra questão importante diz respeito às convicções que Roberto mostrou sustentar sobre a avaliação. Ele mencionou que possui certas limitações ao conceber a avaliação no seu trabalho, uma vez que não haveria tempo suficiente para corrigir individualmente as atividades que cada aluno desenvolve durante a aula. Ou seja, avaliação contínua, em sua visão, significaria dar uma devolutiva ao aluno sobre o que ele acertou e errou. Isso se reforçou em sua fala:

> Faz muito tempo que eu escutei assim: a avaliação tem que ser diária, avaliação contínua. Embora eu tropece um pouco nessa questão, do entendimento dessa avaliação contínua. Como eu peguei isso para mim? Tenho que avaliar sempre que possível, a partir do momento que o aluno está me entregando [as atividades]. Antigamente [os alunos realizavam os exercícios] individualmente, mas resultava em um mar de folha que eu nunca conseguia corrigir. Então quando eles fazem em grupo de dois ou três, eles vão me entregar menos, e eu vou conseguir corrigir. É uma tentativa de avaliar continuamente. É uma tentativa de dar uma devolutiva do que ele está aprendendo. Eu acho que estou caminhando, a gente precisa avaliar sempre, porque só assim que o aluno vai aprender de verdade.

Foi evidenciada outra crença ainda, quando Roberto finalizou essa fala e com o estabelecimento de uma relação direta entre a avaliação e a aprendizagem, pois, para ele, o aluno só aprenderia se houvesse avaliação contínua, uma devolutiva imediata do professor por intermédio da correção de tarefas que o estudante desenvolveu em sala. Assim sendo, ele atribui ao trabalho escrito uma supervalorização e, em contrapartida, as necessidades e dificuldades que emergem dos discursos dos estudantes em aulas pareceram não ser relevantes na forma de Roberto conceber a avaliação. Essa crença se aproxima da ideia de que os instrumentos avaliativos – trabalhos de sala de aula, provas, dentre outros testes – representariam meios de controlar os resultados das aulas. Portanto, a prática docente seria repensada somente mediante a correção, o ato de corrigir as atividades escritas.

Aliado a isso, o conhecimento matemático de um conteúdo por parte do aluno seria adquirido, na visão do professor, na possibilidade de avaliar continuamente se os procedimentos ensinados foram bem aplicados nas tarefas de sala. Em todos os casos, o mérito na atividade Matemática se desloca do esforço e do pensamento criativo do aluno para a "boa" explicação do professor.

Fazendo menções ao uso do livro didático, o docente relatou com mais detalhes como desenvolve sua prática avaliativa:

> O que eu faço ultimamente: eu passo uma atividade em duplas para eles me entregarem. Eles fazem em duplas algumas questões eu corrijo e devolvo. É uma forma de verificar se eles aprenderam realmente ou não. Eu queria fazer isso todas as aulas, porque você vai acompanhar bem de perto se ele está entendendo ou não. Mas pela falta de tempo, nem sempre conseguimos fazer isso. Essa avaliação é uma tarefa de sala normal, por exemplo, vamos fazer a questão 20 da página 200 do livro didático, em dupla, com consulta, e depois me entregam. Eu penso, assim: se eles conseguiram fazer, eles devem ter compreendido o conceito, deve ter compreendido, se eles não conseguiram fazer, então vou ter que retomar.

Neste ponto, Roberto revelou a crença de que a compreensão do conceito seria relacionada ao êxito na resolução de exercícios a partir da contagem de erros e acertos. A intervenção docente, nesse sentido, seria é realizada somente ao final do processo de ensino. O objetivo da correção estaria centrado no "resultado das atividades Matemáticas dos alunos e não no que tinham em mente quando fizeram seus cálculos" (SKOVSMOSE, 2001, p. 136). Ao esconder os processos que levaram aos resultados, o professor passou a ser visto como uma autoridade em sala de aula. Skovsmose (2001) apontou que esta prática revelaria a crença de que o absolutismo regeria a atividade Matemática, sem espaço para a argumentação e o engajamento crítico dos alunos ao longo das correções.

Os erros, no caso do professor observado, seriam concebidos como fracassos nas atividades dos estudantes e principalmente nos resultados idealizados pelo professor quando lançou esforços ao explicar o conteúdo. O docente mostrou avaliar unicamente a reprodução de técnicas e de modo assíduo, da forma que ele planejou e orientou. Por isso, gastaria o tempo que fosse necessário "falando, falando...", ao explorar suas "receitas". Tomaria essa atitude porque acredita ser inadmissível deixar os alunos com dúvidas ao realizar um exercício, pois as dúvidas certamente gerarão erros e isso, em sua visão, representa um fracasso em sua avaliação de aprendizagem. Não seria diferente tal crença sobre o erro, uma vez que a atividade Matemática fica totalmente vinculada às estratégias que o professor prescreve durante a aula.

Considerando na questão da avaliação contínua no curso das aulas, ou seja, no processo de ensino, o docente foi questionado sobre como conceberia na explicação teórica a participação dos alunos, quando são questionados durante a aula.

Essa pergunta foi feita pois durante as observações, inúmeras vezes o docente fez perguntas e se respondeu. Quanto a isso afirmou:

> Dependendo da resposta do aluno, muda meu planejamento da aula seguinte, para mim é muito importante, mas, como você deve ter observado, não é sempre que eu faço isso. Não é sempre que eu faço isso, por causa de tempo, [...] É bom, eu gosto de fazer isso, que muda meu planejamento, entra como avaliação também. E a avaliação do meu próprio trabalho.

É notável a preocupação de Roberto com o tempo disponível para explicar o conteúdo. Em aulas foram evidenciados vários casos em que ignorou a participação dos estudantes porque tinha por objetivo finalizar a abordagem teórica. Por esse mesmo motivo, quando realizava questionamentos, ficava ansioso por uma resposta imediata e, não obtendo, ele mesmo respondia e apressadamente dava continuidade à explicação. Como pode ser observado, raramente se ouviu a voz do aluno durante a aula e quando essa foi ouvida, foi na forma de argumentos e respostas bem pontuais, que a nível coletivo foram lançadas ao "vento" e, logo, produziram pouco efeito no processo didático.

A avaliação de ideias e discursos dos aprendizes acabaram sem aproveitamento no processo de ensino, uma vez que pareceu existir pelo docente a crença que não se poderia perder tempo com discussões, por ser primordial apresentar a maior quantidade possível de matéria. Para isso, era preciso concluir até o fim e sem interrupções a lição planejada para a aula. Nesse sentido, houve uma minimização de questionamentos e o comportamento dos alunos foi rigorosamente alinhado aos comandos do professor.

É interessante reiterar que Roberto estabeleceu certas comparações avaliativas, o que o levou a classificar um aluno como bom ou ruim de acordo com o seu rendimento e o seu desempenho nas tarefas. Tanto é que a estratégia de trabalho em grupo, segundo ele, representaria uma forma do aluno que não sabe aprender com aquele que sabe. Essa visão se apresentou distante de um entendimento do trabalho em grupo, que visa interações produtivas e trocas de conhecimentos.

Em outra parte da entrevista, Roberto comentou como desenvolve as suas avaliações formativas. Devido ao tempo ser escasso, apontou que preferia fazer provas constituídas por questões de múltipla escolha, porque simplificavam a correção. Afirmou também que no ano de 2011 trabalhou somente com provas desse tipo, mas, no ano seguinte, a coordenação pedagógica não admitiu essa prática. A esse respeito disse:

> [Prova] de marcar x fica muito mais fácil de corrigir. A questão do tempo é muito importante, seria excelente para nós. Nós temos um tempo muito puxado. Então o que eu fiz, fiz a prova meio termo.
> Como eu aplico: três de marcar x, três [inaudível], três de exercícios, três de complete, mas esse complete era uma única palavra e o aluno não poderia colocar outra. Então, você desenvolvia diversas habilidades na mesma prova e não era difícil para você corrigir.

Além do fator tempo, Roberto mostrou evitar ao máximo fazer provas que demandem do aluno o desenvolvimento de estratégias diferenciadas daquilo que ele já estabeleceu. Ele afirmou sobre isso que: "*o professor não pode elaborar prova difícil para corrigir. Por dois motivos: ele não vai ter tempo de corrigir e, segundo, vai dar margem para muito erro e reclamação de aluno*." Portanto, suas provas são elaboradas com critérios que desvalorizam o raciocínio criativo do aluno. Inconscientemente, Roberto acredita que provas constituídas de atividades que permitam estratégias idiossincráticas dificultariam seu trabalho, porque dariam margem para erros e reclamações. É visível que o docente tem dificuldade em tratar o erro do aluno em trabalhos escritos, e isso se torna mais complexo quando se trata de erros manifestos nas explicações orais durante a aula. Ele concebe o erro do aprendiz como uma falha na forma de aplicar o procedimento correto, o qual foi transmitido na explicação do conteúdo.

Nessa visão, a interpretação avaliativa que o professor apresentou da atividade do aluno, de modo geral, foi sempre pela falta de um conjunto de fatores, como: "falta compreender conteúdos anteriores, falta a ele fazer mais exercícios, faltam a eles certos conceitos, falta aprender a operacionalizar certos conceitos ou encaminhar melhor certas operacionalizações, falta a ele ler cuidadosamente o problema, falta um lar estruturado, etc., etc., etc." (GARNICA, 2006, p. 4 *apud* VIOLA, 2007, p. 22). Ao contrário disso, este estudo concorda com o que expôs Viola (2007, p. 22), quando afirmou que a estratégia mobilizada pelo aluno deveria ser tratada como uma "maneira de lidar" com determinado problema, um conhecimento que ele possui ou mobilizou naquele momento e não a falta deste. Portanto, obteve-se nesta pesquisa a percepção de que a manifestação do pensamento do estudante, em palavras ou registros escritos, deva ser tratada como um ótimo caminho para conduzi-lo à aprendizagem. Mas como fazer essa leitura, se o método do professor não dá espaço para o aluno arquitetar suas ideias? O que prevalece é a seguinte visão: *sempre existe uma melhor estratégia para resolver um problema, como eu conheço as necessidades dos meus alunos, sei qual estratégia eles podem ou não aprender. Caso eu identifique o erro, será preciso treinar mais a técnica em exercícios bem parecidos.*

Como Roberto evidenciou valorizar provas de múltipla escolha, a ele foi perguntado se exigia que os estudantes realizassem o procedimento da conta. Sobre isso, afirmou:

> Quando é prova objetiva, não! Só a resposta. Porque no concurso é assim também! Tem gente que me critica. Não exige? Não! Porque no concurso vai ser assim também. O aluno tem que aprender a chutar. Não sei se você já viu, eu ensino eles a chutar. Eles têm que aprender a selecionar as questões, selecionar as alternativas.

É importante notar que Roberto concebe a avaliação fazendo apelo aos processos seletivos, e, por conseguinte, à formação profissional. Em vários momentos de aulas observadas foi possível notar que o docente comentou os procedimentos e as técnicas que supostamente ajudariam os alunos a obter um resultado mais rápido. Em sua visão, isso proporcionaria o melhor desempenho em provas de concurso público, vestibular e ENEM. Nessa direção, uma série de macetes também foi ensinada, mesmo que tivesse pouca potencialidade para desenvolver o pensamento matemático e o raciocínio lógico do aluno. Foi perguntado então se essa visão seria primordial no processo de ensino. Em suas palavras:

> Primordial para o ensino, não! Mas acho primordial para a vida dos alunos. Por que eles vão ter que passar por um vestibular, um concurso. É claro que às vezes a gente ensina o aluno a ser competitivo, mas ele precisa disso! É por causa disso que eu passo alguns esquemas - modos mais rápidos de resolver - então de certa forma é importante, primordial não, mais é importante. Primordial é ensinar o aluno a pensar matematicamente.

Interessante notar que Roberto diz ser importante abordar os “esquemas”, os procedimentos e as técnicas que facilitariam a resolução de um problema. Isso, em sua visão, parece ter respaldo significativo para a “vida” (formação) do aluno, no sentido de torná-los preparados para processos seletivos. Portanto, mesmo que o docente não concorde, sua visão sobre a formação do aluno com habilidades técnicas está intrinsecamente relacionada às suas escolhas didáticas, e reciprocamente. Ainda, ficou explícito que ensinaria “modos mais rápidos” de resolver uma conta, ou um problema matemático qualquer, com o propósito de formar um aluno competitivo e preparado para os concursos. Por essa direção, se o aluno resolve um exercício rapidamente, então seria dono de um maior desempenho.

Como afirmou Paiva (1999), essa visão é coerente com as ideologias que visam formar o cidadão apto para o mercado de trabalho e potencializam no âmbito escolar as diferenças sociais, por intermédio da competitividade. Isso, por sua vez, se tornaria “um elemento motivador na busca de um melhor desempenho nos testes, onde a capacidade do aluno em reproduzir conhecimento e aplicá-lo corretamente é o principal objetivo” (p. 24).

A adoção desse método de ensino, que “enforca” uma compreensão mais detalhada de conceitos, na concepção desta pesquisa, não teria o potencial de instrumentalizar o aluno para o mundo profissional, nem mesmo para o progresso acadêmico, uma vez que ambos, embora tenham um caráter seletivo, exigiriam pessoas criativas que soubessem aplicar seus conhecimentos em diferenciadas situações e problemas. Obviamente que a sociedade atual é altamente tecnológica, e consequentemente, competitiva. Assim, no mercado de trabalho não há espaço para todos e são selecionadas as pessoas mais hábeis. No entanto, essas pessoas precisam dominar conhecimentos específicos e não somente habilidades técnicas, bem como precisam saber se relacionar e inovar.

Aliás, cabe colocar que essa visão específica de Roberto está muito distante dos princípios da Lei de Diretrizes de Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996) que, dentre outras determinações, estabeleceu os objetivos que devem ser contemplados ao longo do Ensino Médio, a saber: (i) aprofundar os conhecimentos construídos no Ensino Fundamental e preparar para estudos posteriores; (ii) preparar para o mercado de trabalho; (iii) formar um indivíduo ético para o exercício da cidadania e (iv) fornecer uma formação científica

Diferentemente do que preceituou este documento, bem como aqueles que se referem ao Ensino Médio[84], a prática pedagógica de Roberto gerou uma série de fracassos na formação dos alunos, principalmente em seu desenvolvimento intelectual no âmbito da disciplina da Matemática. Como mencionou Freitas (2001):

> Podemos deduzir que o exagero em determinados tipos de "decorebas", de "siga o modelo", de "macetes", faz com que os alunos quase não consigam reinvestir conhecimentos em situações fora do contexto, esqueçam com muita facilidade e apresentem enormes dificuldades nos níveis de escolaridade subsequentes (p. 102).

Em outro momento da entrevista, o docente se posicionou novamente e falou sobre a necessidade da rapidez na atividade Matemática, que seria relacionada a bons resultados em concursos e, por conseguinte, à competitividade. O referido assunto foi abordado quando o docente foi indagado se consideraria os macetes (procedimentos mecanizados) relevantes no processo de ensino. Sobre isso, Roberto disse:

> Às vezes sim, às vezes não! Por exemplo, como é o caso da tabuada. Eu não faço parte do grupo de professores que defende o uso da tabuada por meio da decoreba! Mas é claro, [...] tem momentos que tem que ter rapidez. E como faz sem tabuada? [...] Há momentos que tem que ter rapidez! Por causa disso, de vez em quando eu coloco para eles, algumas dicas para caminhar mais rápido. Se ele vai fazer o concurso, não vai poder demorar. Acho que a escola tem esse papel de dar esse recurso para o aluno se dar bem no concurso. Por outro lado, para a Matemática em si, a gente da Matemática, não gosta muito disso.

Novamente, o discurso docente levou à conclusão de que o ensino de regras receberia certa ênfase em seu trabalho, em busca de formar um aluno apto a passar em concursos. Esse objetivo seria tão forte que além de incluir sua disciplina, Roberto também defendeu que um dos objetivos gerais da escola seria "*fornecer recursos para o aluno se dar bem em concursos*". Em contrapartida, num outro discurso, ele expressou certo equilíbrio entre a exploração de técnicas e o registro do pensamento matemático do aluno, quando enfatizou que tais recursos como os macetes são interessantes para a competitividade. Contudo, afirmou também ser primordial que o demonstrasse conhecimentos dos processos lógicos da atividade Matemática. A esse respeito, ele continuou sua fala anterior fazendo menção sobre "rapidez" e "competitividade":

[84] Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (1999), os PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (2002) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006).

> Para [construção do] conceito matemático o ideal é passo a passo. Tanto é que quando eu faço uma prova com questões abertas, os alunos perguntavam assim: professor posso dar só o resultado? Não! Ainda brinco: minha aula não é de magia! É de Matemática. Eu quero saber de onde veio isso. Para mim, é mais importante o desenvolvimento, do que o resultado final. Se o desenvolvimento estiver tudo certo, errou só o finalzinho, beleza! Certo! Se o desenvolvimento é um absurdo e a resposta está certa, está errado! O desenvolvimento é muito importante, mas também tem que desenvolver certa rapidez, porque senão ele não vai ser competitivo. Então sempre estou procurando trabalhar os dois.

Às vezes é complexo estabelecer um conjunto coerente de crenças capaz de expressar o pensamento de Roberto, uma vez que seu discurso se encontra em conflito com sua prática. Por exemplo, quando fala que os macetes são importantes, logo argumenta que isso não é primordial para o ensino e traz argumentos coerentes com as atuais concepções de ensino divulgadas por educadores matemáticos.

Alguns apontamentos do professor levaram à conclusão de que ele possuía conhecimento de algumas propostas de ensino em consonância com os novos parâmetros curriculares. No entanto, essa concepção docente seria deslocada em prol de várias crenças que possui sobre a Matemática escolar, a formação e a capacidade do aluno, o ensino e a aprendizagem, o uso do livro diário e a avaliação, dentre outras. Logo, isso gerou uma série de desordens na estrutura de seus sistemas de crenças e teria levado o professor até mesmo à convicção de que realizaria assiduamente em sua prática as posições assumidas no discurso.

4.6 INTERAÇÕES COM O LIVRO DIDÁTICO E CRENÇAS: ALGUMAS RELAÇÕES

As tabelas a seguir apresentam uma síntese sobre como os graus de apropriações e as temáticas emergentes do campo de pesquisa permitiram retratar as diferentes crenças do docente. Em muitos casos, elas pareceram repetitivas, pois uma mesma crença, de acordo com o seu contexto, proporcionou diferentes significados quando alocada dentro de temáticas distintas. A primeira tabela expressa como os tipos de crenças que emergiram no ensino e a relação que possuem com os eventos críticos (temáticas de análise) identificados em práticas e depoimentos do professor. Ao final, é colocada outra tabela, dessa vez com uma síntese de crenças identificadas e com o novo estabelecimento de relações entre as temáticas de análise.

Tabela 16 - Os tipos de crenças e suas relações com as temáticas de análise

Temáticas de análise	Prática em sala de aula/ Reflexões do professor/ inferências deste estudo	Tipos de Crenças e suas características	Relações entre temáticas
Transferência	Introduz a aula seguindo o mesmo roteiro de tarefas do livro didático; Reproduz (do bloco de atividade do livro) somente os tipos de tarefas semelhantes que requerem técnicas já apresentadas na explicação do conteúdo; O livro didático é uma fonte para exploração de exercícios; Às vezes, faz a leitura do texto de um problema ao introduzir o conteúdo do livro didático; Segue as resoluções do livro quando há cálculos mais complexos.	Exercícios com sequenciações lógicas (parecidos entre si) favorecem a autonomia do aprendiz na aquisição do conhecimento matemático; Aprende-se Matemática por meio da repetição de técnicas em situações e exercícios do livro didático, semelhantes as apresentadas pelo professor; O professor não pode deixar o aluno inseguro durante a aula, por isso deve priorizar questões com soluções rápidas para gerir o tempo de aula e mostrar todos os passos de como as tarefas são feitas; Reproduzir os recursos de livros didáticos não favorece a aprendizagem, uma vez que as coleções atuais não abordam o conteúdo por via de métodos padronizados em situações similares.	**Seleção e uso do livro didático –** seleciona somente coleções de livros do PNLD que contemplem bastante exercícios convencionais e parecidos entre si; **Regras e procedimentos sintetizados/ padronizados –** treino **e** exploração de regras em exercícios; **Avaliação contínua –** avalia se o aluno é capaz de resolver exercícios convencionais do livro didático;

Adaptação	Modifica e/ou omite os *recursos curriculares*, principalmente os aspectos processuais (soluções) das tarefas; Faz um resumo (tradução teórica) no quadro das *representações conceituais*; Omite o rigor teórico: detalhes conceituais e demonstrações formais; Aborda contextos históricos com apresentações de seminários pelos alunos; (Re)contextualiza uma situação original do livro.	Antes de realizar escolhas no livro didático o professor deve ter em mente seus objetivos de ensino e avaliar as partes do conteúdo que são possíveis de o aluno compreender; Não é produtivo reproduzir os *recursos* de livros didáticos visto que o professor: (i) não pode se submeter (ser "adotado") ao material curricular e (ii) sempre conhece um "jeito" de tratar os *recursos curriculares* (conteúdo e resolução de tarefas) de modo que alunos aprendam com facilidade; Os aspectos mais complexos dos conceitos do livro didático impedem o engajamento do estudante nas lições, por isso, é importante fazer *adaptações* que incluam as traduções teóricas (omitindo os detalhes conceituais) coerentes com as capacidades e as limitações dos estudantes; Uma estratégia ideal para validar as propriedades Matemáticas é apelar à intuição dos alunos, evitando o tratamento formal; É importante fazer uma tradução da teórica do livro didático, uma vez que sua linguagem estaria além da capacidade dos alunos; O papel do professor é facilitar a aprendizagem, por isso, deve omitir os recursos curriculares que expressam dificuldades nos alunos, como as relações lógicas e razões que subjazem as regras e procedimentos matemáticos; Futuramente, o ideal para o ensino será o professor elaborar seu próprio material curricular, visto que os alunos não assimilam a linguagem das coleções de livros aprovadas pelo PNLD; Demonstrações Matemáticas não potencializam os significados do conteúdo, pois geram mais dificuldades na compreensão de conceitos; A atividade Matemática deve desenvolver habilidades básicas (reprodução de métodos) nos estudantes, sem fazer apelo ao rigor teórico; Uma compreensão significativa do conceito depende: da articulação do conteúdo com situações do cotidiano do aluno e dos seus pré-requisitos e aplicação de definições em situações do livro didático.	Exploração de **regras e procedimentos sintetizados** é a principal meta do ensino.

Improviso	Problematiza uma tarefa do livro didático por intermédio de discussões e questionamentos; Debate entre ideias diferenciadas e justificativas dos estudantes; Ao longo da instrução o docente desloca a metodologia de investigação (crença periférica) para uma abordagem prescritiva, na qual repousa a centralidade de suas crenças; Os improvisos não produziram resultados significativos no tratamento teórico, visto que as sugestões dos alunos são desvalorizadas ao longo da instrução.	As discussões e debates entre os estudantes e o professor são ótimos recursos motivacionais para atrair os estudantes para a exposição teórica; Os questionamentos produzem estímulos e motivações no comportamento dos alunos; A participação dos alunos ao longo da aula é importante para se repensar o planejamento da aula, mas não há tempo suficiente para discussões, por ser primordial apresentar a maior quantidade possível de matéria em aula; O pensamento dos alunos se constitui por um conhecimento intuitivo e banalizado, portanto se mantém distante das relações conceituais que compõem os conhecimentos institucionalizados; As definições (por via de regras) são verdades absolutas e uma realização plena do pensamento lógico; Os objetos matemáticos são verdades imutáveis e devem ser aceitos sem muitas justificativas, já que basta aplicá-los em um problema; O conceito matemático institucionalizado é algo pronto e acabado, e não depende do pensamento criativo do aluno e nem de suas significações.	**Aula Centrada no Professor: questionamentos e respostas** - o professor que conduz todas as discussões da aula; **Gestão das práticas da classe** – os questionamentos são estímulos para garantir a atenção e o foco dos alunos.
Seleção e uso do livro didático	Prefere livros didáticos que apresentem uma grande quantidade exercícios; Evita selecionar coleções de livros didáticos que: (i) proponham atividade de *design* com recursos curriculares suplementares (termômetro, trena, papel quadriculado, calculadores, etc.); (ii) apresentem o raciocínio lógico e resolução de problemas como objetos centrais da Matemática.	As coleções de livros adequadas são aquelas que apresentam o conteúdo e as atividades bem sequenciadas, pois facilitam que o aluno estude sozinho. Representações de objetos físicos e oficinas sugeridas no livro didático geram transtornos no processo de ensino ao explorar o conteúdo; Os critérios para seleção do livro didático devem levar em conta os seguintes fatores: (i) abordagem do o conteúdo matemático de uma forma sucinta, sem muito rigor (como demonstrações) e detalhes conceituais; (ii) agregação de diferentes tarefas e objetivos; e (iii) contemplação do rol de conteúdos do programa curricular da escola; O ideal para o ensino é que o professor elabore seu próprio material didático de acordo com as necessidades dos alunos;	**Regras e procedimentos sintetizados.**

		Os alunos são incapazes de realizar as tarefas na sequência que o livro didático apresenta, visto que as situações-problema são diferentes umas das outras.	
Aula centrada no professor - questionamentos e respostas;	Cria motivações superficiais como questionamentos e descontrações para atrair atenção dos estudantes para sua exposição; Responde suas próprias perguntas (questionamentos), se fazendo passar por um(a) aluno(a) que está disperso ou indisciplinado(a) no curso da aula.	O professor deve dirigir e controlar todas as práticas da classe, incluindo as etapas da atividade Matemática, fornecendo aos alunos as ferramentas (definições, fórmulas, regras, procedimentos, entre outros) que forem necessárias para execução das tarefas em sala de aula. O resultado da aprendizagem do aluno depende somente da instrução eficaz do professor. A explicação docente deve sanar todos os equívocos e dúvidas dos aprendizes; O professor deve desempenhar o papel central na sala de aula e criar várias estratégias para manter os alunos atentos em seu discurso: (i) deixar as aulas mais divertidas por meio de brincadeiras, (ii) realizar encenações imitando a voz de um (a) aluno e (iii) responder os próprios questionamento se fazendo passar por um (a) aluno (a); A veracidade do conteúdo transmitido em aula deve ser inquestionável para os estudantes, visto que o professor sempre detém a verdade do conteúdo em um regime de autoridade.	**Gestão das práticas da classe.**
Avaliação Formal[85]	Avaliação formal serve como justificativa para introduzir um novo conteúdo e controlar o comportamento dos estudantes; O docente fornece dicas das partes do conteúdo que serão omitidas ou exigidas na prova formal; Ensina regras e "macetes" de modo a preparar os alunos para processos seletivos.	A avaliação formal é um ótimo instrumento para justificar o ensino de conteúdos matemáticos e garantir a máxima atenção dos alunos durante a aula; Explorar situações-problema é relevante quando se almeja preparar os alunos para o ENEM. O aluno deve prestar atenção na aula, aprender os procedimentos corretos e reproduzi-los na avaliação formal; É necessário fornecer dicas sobre os tipos de exercícios que serão exigidos ou não na prova formal para não se comprometer com as necessidades e dúvidas dos alunos que porventura surgirem durante a aula;	**Gestão das práticas da classe.**

[85] Alocam-se nesta temática as crenças versando os testes de sala de aula e de processos seletivos (concursos, vestibular e ENEM).

		O professor não pode elaborar provas complicadas que requeiram estratégias idiossincráticas porque isso dificulta o trabalho. Não há tempo suficiente para corrigir todos os detalhes e essa situação pode oferecer margem para erros e reclamações do aluno; É essencial ensinar procedimentos e técnicas - modos mais rápidos de resolver uma conta ou um problema matemático qualquer - para formar um aluno competitivo e preparado para processos seletivos (concurso, vestibular e ENEM); Um dos objetivos gerais da escola é fornecer recursos para o aluno ter um bom desempenho em concursos; A competitividade é um elemento motivador na busca de um melhor desempenho nos testes.	
Avaliação contínua	Atribui exercícios do livro didático para avaliar as habilidades dos alunos; A avaliação dos resultados do ensino é feita verificando se os alunos são capazes de reproduzir os procedimentos ensinados; Avaliação centrada nos registros escritos (resolução de tarefas específicas); Reprodução dos exercícios convencionais do livro didático.	É necessário corrigir na lousa todos os exercícios da tarefa, porque os estudantes não podem demonstrar dúvidas ao finalizar as atividades da aula; As habilidades Matemáticas dos estudantes são determinadas em função da: (i) resolução de exercícios; (ii) da aplicação de métodos padronizados e (iii) da obtenção de respostas corretas; O aluno só aprende se houver uma avaliação contínua – uma devolutiva imediata do professor – por intermédio da correção de tarefas que o estudante desenvolve em sala; Os instrumentos avaliativos – trabalhos de sala de aula e provas, dentre outros testes – são meios de controlar os resultados das aulas; A compreensão do conceito está relacionada ao êxito na resolução de exercícios, a partir da contagem de erros e acertos; O professor deve avaliar a capacidade do aluno em reproduzir conhecimentos e aplicá-los corretamente. Nesse caso, o erro do aluno sempre está vinculado à falta de compreensão de conteúdos anteriores, à necessidade de se exercitar mais e operacionalizar o procedimento correto;	**Regras e procedimentos sintetizados;** **Transferência.**

		O aluno pode ser classificado como bom ou ruim, de acordo com seu rendimento e desempenho nas tarefas; A intervenção docente deve ser realizada somente ao final do processo de ensino por intermédio da correção de atividades escritas; O desempenho dos alunos nas atividades é resultado da escolha que o professor faz a partir de um método bem definido e delineado.	
Gestos e movimentos no processo de ensino	Caminha entre as carteiras constantemente durante a explicação; Faz diversos gestos para atrair atenção dos alunos;	O professor pode gerir e policiar com mais eficácia o comportamento indisciplinado dos alunos quando se movimenta entre as carteiras; Quando o professor expressa gestos e movimentos durante a aula os alunos ficam mais atentos na explicação.	**Gestão das práticas da classe.**
Gestão das práticas da classe	Mantém-se constantemente atento ao comportamento dos alunos; Verifica os registros do caderno dos estudantes ao final da aula; Exige obediência, respeito e reconhecimento durante a explicação; Constrange os estudantes que demonstram atitudes inadequadas.	Os alunos devem permanecer em silêncio no desenrolar da aula, uma vez que somente assim poderão aprender; O professor tem responsabilidade sobre a organização da aula e deve controlar o nível de intensidade da participação dos alunos. Para isso, é importante estabelecer de forma implícita os limites dentro da sala de aula; A gestão da sala de aula é uma forma de supervisionar as condutas dos alunos; As anotações do caderno similares as que foram registradas na lousa são um fator fundamental para: (i) fortalecer o ensino e a aprendizagem; (ii) organizar as atividades Matemáticas da aula e (iii) comprovar o trabalho do aluno e do professor; Se os alunos não registram no caderno as atividades desenvolvidas durante a aula, então o professor não está ensinando e, consequentemente, não haverá aprendizagem; Uma estratégia para disciplinar o comportamento dos alunos é deixá-los apreensivos sobre as complexidades da aprendizagem de um novo conteúdo; O professor deve gerenciar a classe analisando se todas as práticas estão sob o seu controle e se a turma está atenta na explicação e copiando o esquema registrado da lousa;	**Gestos e movimentos no processo de ensino;** **Avaliação formal.**

		A aprendizagem de conteúdos mais complexos requer máxima atenção, esforço e autodisciplina dos alunos.	
Regras e procedimentos sintetizados/ padronizados	Desconsidera as razões e lógicas que dão significados às propriedades e conclusões Matemáticas; Ensina métodos padronizados de resolução de exercícios; As definições são enunciadas por via de regras e procedimentos;	O ensino de métodos padronizados ajuda a reduzir os questionamentos e dúvidas dos alunos durante as aulas; O professor deve ensinar uma única estratégia de solução de um problema, como verdade absoluta, evitando assim os erros serão evitados na aprendizagem dos estudantes; A construção do conhecimento acontece quando o professor apresenta aos alunos os exemplos de atividades de forma similar a aquela que eles deverão realizar na exploração de exercícios. Nesse sentido, o processo “siga o modelo” é o método mais eficaz; A ênfase do ensino da Matemática é desenvolver nos alunos habilidades básicas em tarefas específicas de modo que eles possam reproduzir procedimentos e regras coerentes e obter as respostas corretas; Apresentar os procedimentos e as regras é fundamental para a aprendizagem Matemática. Nesse sentido, as situações-problema não coadunam com esta proposta, porque o professor precisa explicar quais os passos que devem ser empregados em cada tipo de problema; A enunciação de fórmulas, definições e propriedades, bem como a aplicação mecanizada das mesmas em situações semelhantes, são os aspectos essenciais da atividade Matemática; Matemática é uma ciência que consiste somente em fornecer ferramentas para a aplicação em problemas específicos; As propriedades Matemáticas são verdades absolutas, um tipo de conhecimentos pronto e acabado, portanto, resta ao aluno obter essa informação a partir de uma exposição do professor.	**Adaptação** **Avaliação Formal**

Tabela 17 - Relação entre temáticas de análise e os elementos de crenças

Temáticas e suas relações (→)	Elementos de crenças
Transferências→ Seleção e uso do livro didático, regras e procedimentos padronizados e avaliação contínua.	Aprendizagem eficaz; Uso do livro didático; relação entre o aluno e o professor, papel do professor; tarefas eficazes.
Adaptação→ Regras e procedimentos sintetizados.	Linguagem e uso do livro didático; Matemática (demonstrações); atividade Matemática; Ensino e aprendizagem; O papel do professor; resolução de tarefas; Tratamento do conteúdo.
Improviso→ Aula centrada no professor: questionamentos e respostas, gestão das práticas da classe.	Matemática (conceitos e definições); Pensamento do aluno; Metodologia eficaz na resolução de problema; Relação entre aluno e o saber matemático.
Seleção e uso do livro didático→ Regras e procedimentos sintetizados.	Representações de tarefas e suas sequenciações; Representações de objetos físicos; Abordagem e rol de conteúdos.
Aula centrada no professor: questionamentos e respostas→ Gestão das práticas da classe.	Papel do professor; Ensino e aprendizagem eficaz; Relação entre o professor, aluno e o saber matemático.
Avaliação formal→ Gestão das práticas da classe.	Papel e formação do aluno; Critérios para elaboração de provas; Objetivos do ensino; Objetivos da escola; Provas formais; Avaliação em larga escala; Processos seletivos.
Avaliação contínua→ Regras e procedimentos sintetizados/padronizado; transferência.	Habilidades (Matemáticas); Desempenho e atitudes dos estudantes; Instrumentos avaliativos em aulas; Aprendizagem.
Gestos e movimentos no processo de ensino→ Gestão das práticas da classe.	Comportamento dos alunos; Gestão da sala de aula.
Gestão das práticas da classe→ Gestos e movimentos no processo de ensino; Avaliação formal.	Papel e comportamento ideal do aluno; Papel do professor; Gestão da sala de aula; Organização do caderno do aluno; Ensino e aprendizagem eficazes.
Regras e procedimentos sintetizados/padronizados→ Adaptação.	Matemática (definições e propriedades); Ensino e aprendizagem eficazes; Atividade Matemática; Papel do professor.

CAPÍTULO 5
ALGUMAS CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Já discorremos, ao longo das análises de aulas, vários apontamentos sobre como as crenças do professor investigado emergiram no contexto de suas interações com o livro didático. Entretanto, este tópico tem como objetivo proporcionar uma visão geral sobre a atividade de *design* de Roberto e sobre como os diferentes tipos de crenças se mostraram consistentes ao longo de suas *apropriações (transferência, adaptação e improviso)* com os recursos curriculares do livro. Embora seja relatada uma exaustiva listagem de crenças (tabela 17 do capítulo anterior), a menção não teve o intuito de generalizar as práticas do professor (Roberto), uma vez que as crenças podem ao longo do tempo sofrer alterações. Aliás, as demandas e problemas que surgem no ensino podem levar o professor a organizar e avaliar suas crenças a partir de atos reflexivos. Nesse sentido, o interesse foi tão somente a aproximação da relação entre o pensamento e os padrões do comportamento docente em sala de aula. É relevante, portanto, retomar os problemas de pesquisa propostos neste estudo:

a) Como as de um professor do Ensino Médio emergem no ensino de conteúdos matemáticos, em suas interações com livros didáticos?
b) Por quais motivos elas emergem?
c) Quais as razões dessas crenças?
d) Qual(ais) sua(s) origem(ns)?

5.1 AS INTERAÇÕES ENTRE O PROFESSOR E O LIVRO DIDÁTICO (SELEÇÃO E USO)

As observações de Roberto nas entrevistas, referentes à seleção do livro didático, apontaram várias de suas preferências sobre o uso deste material relacionado ao modelo de ensino que acreditava ser eficaz. Privilegiou a escolha de livros didáticos que se apresentam com figuras coloridas e situações contextualizadas, entretanto, um critério decisivo foi a sequência de exercícios projetada pelo autor na obra. Por esse viés, o livro se torna eficaz ao seu método de trabalho caso o roteiro de tarefas lhe forneça condições de explorar uma sequência lógica com grande quantidade de exercícios convencionais e semelhantes entre si.

Estes também deveriam proporcionar o trabalho com a Matemática a partir de regras e técnicas automatizadas. É nesse contexto, versando a seleção de exercícios, que as *transferências* ocorriam com frequência em suas aulas.

Mas, antes da escolha de qualquer obra ou conteúdo que deve ser ensinado, em discursos interveio a crença de que o livro adequado seria aquele que contemplasse um conjunto de conteúdos matemáticos exigidos em documentos curriculares, como foi o caso do referencial curricular da rede estadual de ensino. Nas entrevistas sobre o planejamento, o docente Roberto fez referência a esse documento como uma “verdade absoluta” ao decidir os conteúdos (e sequências) que deveriam ser estudados. No entanto, a ênfase a ser dada aos conceitos seria submetida aos seus objetivos e crenças.

As mudanças na seleção e na sequenciação do conteúdo só ocorriam por influências dos colegas, professores de Matemática da mesma escola, que sugeriam que tratasse somente os conteúdos que supostamente preservavam vínculos intrínsecos com situações práticas do cotidiano dos alunos e dos processos seletivos (como vestibulares e Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM). Portanto, as crenças compartilhadas e comuns no grupo de professores do ambiente de trabalho de Roberto fortaleciam ainda mais suas crenças.

As resoluções de tarefas e a abordagem teórica do material curricular raramente foram reproduzidas em aulas, já que o docente demonstrava autossuficiência quando dizia ter conhecimento do que era preciso ensinar e de quais os caminhos mais simplificados que conduziriam os alunos a compreender mais facilmente. Mencionou que seguir à risca o material curricular era um péssimo caminho para o ensino, visto que seus professores universitários abominavam a prática daquele docente que se submetia totalmente às orientações do livro. Aliado a isso, em sua visão, a linguagem teórica do material se apresentava além da capacidade intelectual de seus alunos, portanto, essa era a causa mais forte para a negação dos *recursos curriculares*.

Por esse motivo, as *transferências* identificadas na prática docente não preservaram o mesmo significado da teoria de Brown (2002), que seria: *“reproduzir fielmente uma lição do material curricular”,* pois pareceram mais próximas de uma reprodução parcial, de um recorte de tópicos do livro didático. Na verdade, os professores de Matemática que participaram desta pesquisa e projeto, de um modo geral, raramente seguiam totalmente o *design* dos livros didáticos. As transferências se resumiram à seleção de tarefas para introduzir o conteúdo ou para propor atividades aos alunos.

Roberto evita de todas as formas selecionar coleções de livros que apresentem a natureza da Matemática a partir da resolução de problemas e do raciocínio lógico. Relatou que ao longo de suas experiências não obteve êxito com materiais curriculares que propunham o uso de recursos suplementares. Com isso, foi possível relacionar que uma proposta de ensino com *representações de objetos físicos* (recursos não estão disponíveis no livro didático, tais como instrumentos para medições e calculadoras, dentre outros) gerava conflitos com o método de Roberto. Fuga que se faria em razão de a natureza dessa proposta o levaria a projetar situações de aprendizagem por meio de oficinas e de experiências Matemáticas dentro e/ou fora de sala de aula, o que foge completamente de sua metodologia vigente, pautada no ensino diretivo e na transmissão do conhecimento por meio de aulas expositivas e do uso de lousa e giz.

O professor manifestou argumentos favoráveis ao livro didático da escola, visto que participou do processo de *seleção*. No entanto, em concordância com Brown (2002), foi possível perceber que frequentemente *conciliava* e/ou *omitia* a abordagem do material em prol de seus objetivos, preferências e capacidades pedagógicas.

Embora o docente acreditasse que o livro didático devesse ser explorado em aula, por fornecer riqueza de *recursos curriculares* (textos, explicações, sequências de exercícios, conceitos, representações gráficas, procedimentos metodológicos, etc.), aparentemente isso não trouxe respaldo significativo para sua atividade de *design*. Essa interpretação pode ser inferida quando ele explora um conteúdo se afastando totalmente do plano original do livro didático e omite grande parte dos conceitos matemáticos e de sua lógica interna. Por exemplo, o ensino das *propriedades operatórias de logaritmos* foi centrado somente nos resultados e na aplicação das mesmas em exercícios convencionais. Por essa direção, as *adaptações*, aconteciam quando o professor modificava a estrutura dos recursos curriculares ou omitia partes que não lhe interessavam. Sendo assim a proposta do livro, não influenciou de uma forma intensiva a ação didática do professor. Diferentemente do que Brown (2009) propôs, essas *adaptações* não proporcionaram práticas positivas e nenhum acréscimo ao ensino, mas sim uma redução e simplificação do conteúdo projetado no livro.

Pensando também nas limitações dos alunos, o professor evitava ao máximo aprofundar o conteúdo, pois acreditava que sua função era facilitar o processo de aprendizagem. Mas, sua explicação resultou em apresentações incompletas do conteúdo e em pouca oportunidade aos alunos de refletir sobre as relações entre conceitos, bem como estabelecer vínculos com outros conteúdos. Na verdade, o professor demonstrou baixa expectativa em relação à capacidade intelectual dos estudantes, subestimando-os, como ocorreu quando afirmou que seriam incapazes de resolver tarefas na sequência que o livro apresentava (as situações-problema geravam grandes empecilhos), e quando mencionou que não compreendiam de forma alguma as demonstrações formais. Por esse motivo, a negação de recursos curriculares era em favor de um ensino mais prescritivo, sem que necessariamente exigisse o pensamento e a criatividade dos alunos. Essa perspectiva de ensino implicou também na negação de conteúdos matemáticos. O ensino de um campo conceitual ficou totalmente fragmentado. Isso permitiu referir, por exemplo, sobre a quantidade excessiva de aulas que Roberto dispôs ao tratar as *propriedades de logaritmos* por intermédio da reprodução de técnicas: foram quatro aulas improdutivas, que proporcionaram grande desconforto aos alunos. Ao contrário disso, um caminho viável seria o docente retratar as relações conceituais entre funções logarítmicas e exponenciais e suas respectivas representações gráficas. Mas, essa diretriz não foi privilegiada no ensino.

Já as criações didáticas diferentes da proposta do livro, apesar de não representarem uma prática habitual, foram evidenciadas na aula em que o docente tematizou o conteúdo *Trigonometria*. Surgiram *improvisações* relacionadas às estratégias docentes em mobilizar o pensamento dos estudantes, por intermédio de intensos questionamentos em torno de um problema. No entanto, o professor pareceu não possuir conhecimentos didáticos suficientes para conduzir os estudantes ao entendimento de um conceito por conta própria, sem fazer o apelo imediato aos elementos institucionalizados do conteúdo.

Ao contrário do que Brown (2009) definiu como *improviso*, os resultados desta apropriação na prática de Roberto se mantiveram distantes de uma intervenção didática significativa. Em alguns momentos os questionamentos e as ideias diferenciadas dos alunos se pareceram bem articulados com um *design* objetivado a um processo de construção de pensamentos. No entanto, a falta de uma reflexão crítica do docente sobre como seus alunos constroem o conhecimento matemático resultou num *improviso* infrutífero. A metodologia pautada na investigação em sala de aula logo foi deslocada para uma proposta de ensino prescritiva, na qual foram manifestas crenças de que a Matemática seria um produto pronto e acabado, constituída por um conjunto de regras e procedimentos a serem aplicados em determinadas situações e problemas. Nesse sentido, a *improvisação* que emergiu em aula se reduziu a um recurso motivacional para centrar o foco dos alunos nos resultados que a definição formal produziria. A definição, por sua vez, surgiu como uma verdade desvinculada de qualquer tipo de raciocínio, pensamento ou reflexão dos alunos.

5.3 A ATIVIDADE DE ENSINO DO PROFESSOR ROBERTO

Na proposição de considerar o processo de ensino como uma atividade de *design*, nesta pesquisa foi possível pressupor que Roberto mobilizaria procedimentos criativos com uso do livro didático, uma vez que, na perspectiva de Brown (2009), o *design* envolve a criação de algo por intermédio de parcerias entre as capacidades docentes e os recursos disponíveis no material curricular. Frente a isso, foi possível afirmar que as práticas do professor Roberto não se apresentaram dinâmicas, nem mesmo criativas, uma vez que suas crenças subverteram o *design* do material. O docente se afastou totalmente do plano original do livro, modificou a estrutura existente e frequentemente omitiu o que não lhe interessava. Diante disso, foram destacados alguns pontos que foram analisados em outras práticas de ensino: de que forma o professor pode se apropriar dos recursos curriculares do livro didático e retratar os conteúdos matemáticos de forma criativa? Como e quais os tipos de adaptações podem trazer benefícios para a atividade de *design*? Em quais casos as transferências e os improvisos podem ser úteis ao longo das instruções?

Algumas justificativas do professor permitiram concluir que o contexto social e a realidade da classe não favoreciam sua força de vontade em conduzir outro método menos instrutivo e capaz de favorecer oportunidades de trabalho criativo por parte dos alunos. Em somatória a esse fato, sua prática habitual se mostrou coerente com o estilo do professor centralizador que anula a produção dos alunos em favor de regras e procedimentos padronizados.

Em suas práticas, os alunos tiveram poucas oportunidades para intervir, seja para sanar dúvidas ou realizar alguma inferência sobre o conteúdo. Se, por um lado, o professor parece valorizar a participação dos alunos (uma vez que frequentemente realiza questionamentos), por outro, estes não se posicionam porque conhecem as regras e as condutas que regem de forma implícita suas relações com o professor e o conteúdo que está sendo transmitido no quadro. Roberto sempre responde às suas próprias perguntas antes mesmo que alguém se posicione e, caso haja alguma participação, isso parece não surtir tanto efeito ou mudança na condução da aula.

Foi possível perceber também nas observações que o ensino do conteúdo do livro didático, qualquer que seja ele, na proposta de Roberto foi justificado por razões externas à disciplina da Matemática. Dessa forma, a avaliação formal e as exigências dos documentos prescritos foram os principais motivos para os conteúdos serem objetos de estudo no contexto escolar. O primeiro motivo foi mais acentuado durante aula, uma vez que serve como instrumento de regulação do comportamento e, por conseguinte, uma forma de obter toda atenção dos estudantes antes de iniciar a instrução.

A exposição dos conteúdos sempre ocorre no quadro, por via de regras frequentemente desprovidas de um significado. Foi possível concluir que o docente Roberto detém a visão de que o saber matemático possui natureza estática, sendo regido por regras e princípios nunca justificados, uma vez que formariam uma verdade externa ao pensamento do aluno. No entanto, foi também possível notar que essa rigidez da Matemática, expressa em suas práticas, não preserva lógica interna entre os conceitos. Não foram observadas evidências, em aulas, de que o docente tenha uma concepção dos elementos da Matemática de modo interconectado, unidos por estrutura lógica. Ao contrário, seguindo as compreensões de Thompson (1992), a Matemática na visão de Roberto se expressa muito mais dentro de uma visão *instrumentalista*, formada por ferramentas que podem ser acionadas e também por fatos acumulados, regras e também habilidades. Nesse sentido, "a Matemática é [concebida como] um conjunto de regras e fatos não relacionados, mas utilitários." (ERNEST, 1988, p. 10 *apud* THOMPSON, 1992, p. 131).

A postura adotada no ensino de regras, no entender de Roberto, tornaria o aluno mais ágil e competitivo e, portanto, apto a realizar concursos públicos, vestibulares, ENEM e outros testes seletivos.

A atividade Matemática é pensada como uma "receita", um processo linear: ouvir a explicação teórica, apreender os "macetes" e as técnicas, aplicá-los repetidamente em exercícios semelhantes e verificar os erros cometidos a partir das correções do professor. Embora Roberto argumentasse que situações-problema eram importantes para a entrada de um novo conteúdo, sua prática foi coerente com a crença de que o ensino e a aprendizagem da Matemática se desenvolvem em uma sequência linear: teoria (definições, conceitos e resultados de propriedades), exemplos e exercícios de fixação e correção na lousa. Mais que isso: a aprendizagem estaria estava baseada na memorização de resultados, por intermédio da exploração repetitiva de exercícios com base em processos padronizados apresentados, *a priori*, na explanação do conteúdo. No entanto, mesmo o docente sabendo que tal prática era incoerente com as tendências atuais em Educação Matemática, defendeu fielmente o processo "siga o modelo".

Portanto, em sua *práxis* docente, Roberto não forneceu espaço para o "fazer Matemática" em suas aulas, refutando na prática a concepção de que a Matemática é uma criação humana, dinâmica e aberta a novos problemas e significações. Nem mesmo concebeu o pensamento dos estudantes como ponto de partida nos processos construtivos de conceitos. Nas observações realizadas, quando houve participação dos alunos não foi dada continuidade em suas sugestões e foi ignorado, por completo, o desenvolvimento de competências como argumentação, conjecturação, relacionamento entre conceitos, tomada de decisão frente a um problema e assim por diante.

Outra questão importante foi a maneira com a qual Roberto se comportou em sala para chamar atenção dos alunos. Embora os gestos, em muitos casos, fossem utilizados para indicar como organizava os registros e conceitos na lousa, também foram utilizados como meio para atrair atenção dos alunos durante a explicação. Além disso, se movimentava constantemente entre as carteiras, pois ao fazer isso conquistava não somente a atenção como também gerenciava toda a classe, inclusive quando percebia comportamentos inadequados entre os alunos. Quando as ações dos mesmos fugiam ao seu controle, Roberto utilizava em seus argumentos até mesmo os resultados da avaliação formal para "ameaçá-los" e, assim, obter o respeito e a liderança da classe.

5.3 CRENÇAS IDENTIFICADAS NAS INTERAÇÕES PROFESSOR-LIVRO DIDÁTICO

Na análise da relação do professor com o livro didático, esta pesquisa tornou possível admitir a presença de um caminho fértil para a compreensão das convicções (crenças, preferências e julgamentos) do professor no âmbito do *currículo em ação*. Suas visões assinalaram de forma sutil[86] uma ideologia geral de ensino e, por conseguinte, os padrões do comportamento durante a instrução. Nesta pesquisa, retomando as definições, em síntese, as crenças são interpretadas a partir das leituras dos estudos de Thompson (1992,1984).

Para a autora, crenças seriam manifestações de pontos de vista assumidos de forma consciente ou inconsciente, todas mantidas em um nível elevado para abstrair ideias que podem ser consideradas como parte de uma ideologia geral de ensino, e caracterizam de forma sutil o pensamento e o modo como o professor de Matemática conduz suas práticas profissionais.

[86] O termo "sutil" foi utilizado para significar crenças como elementos cognitivos que percorrem as práticas e o pensamento docente sem ser pressentidas.

A princípio, este trabalho se propôs a analisar os sistemas de crenças do docente e compreender suas relações ou incongruências. Sendo assim, é natural o questionamento sobre quais são as crenças centrais e quais se derivam delas. Indo adiante: quais são as crenças periféricas? O que esta pesquisa concluiu foi um entrelaçamento entre crenças com diferentes características que podem ser, conforme as circunstâncias das aulas, classificadas como centrais, derivadas e periféricas. A título de exemplo, é possível assumir como crenças centrais aquelas inerentes à natureza da Matemática e estabelecer as implicações que estas produziram sobre outras nos sistemas de crenças do docente, como por exemplo, suas visões versando as habilidades Matemáticas e o pensamento dos estudantes, o ensino/aprendizagem eficaz e o papel do professor. Essas noções podem ser visualizadas na Figura 38.

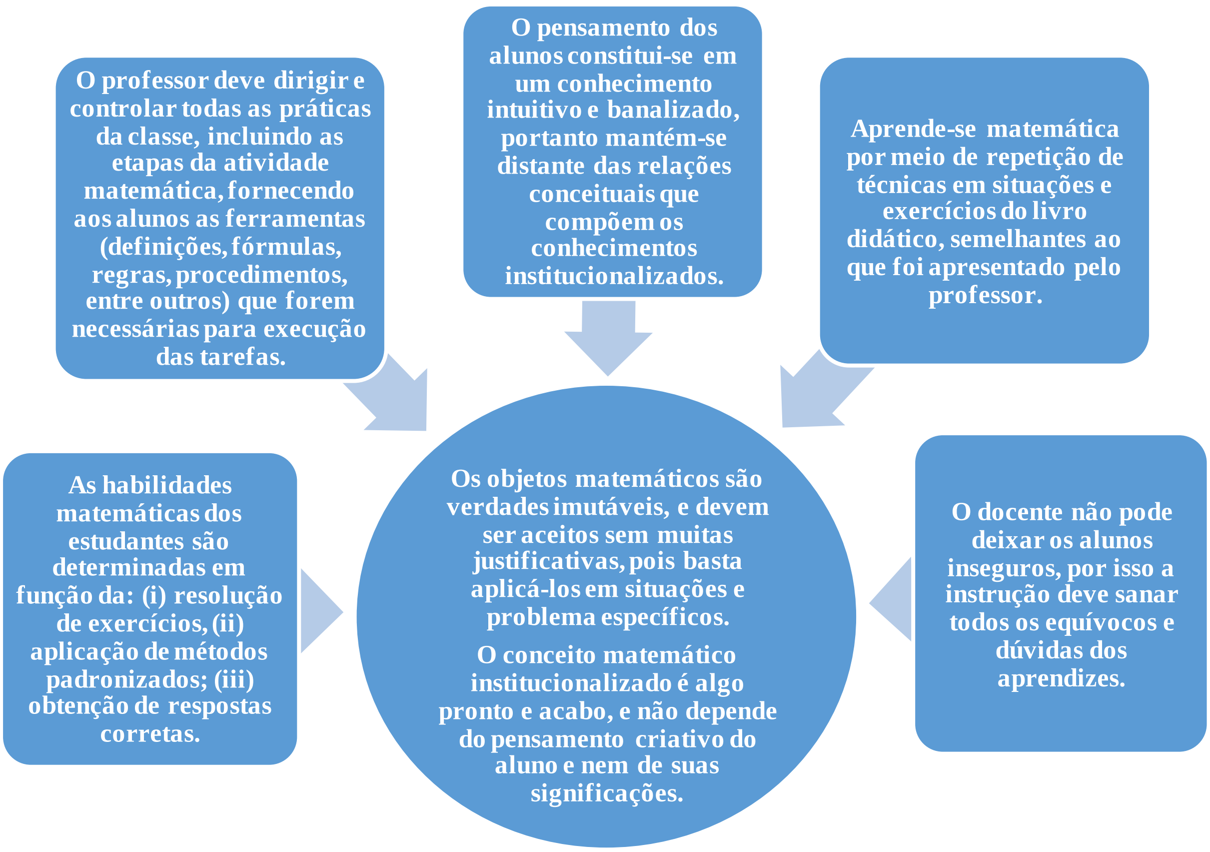


Figura 38- Exemplo de crenças centrais e derivadas que emergiram nas práticas professor investigado

Primeiramente, existe a evidência de que as crenças centrais e suas características, de forma ampla, estavam fortemente alojadas em visões manifestas inconscientemente durante as aulas sobre a Matemática (conceitos, definições, propriedades e demonstrações) e relações eficazes de ensino/aprendizagem (incluindo os objetivos instrutivos e as relações ideais entre professor, aluno e saber matemático). Estas pareciam ter procedência e relações com outras crenças (derivadas), e versavam principalmente as peculiares sobre: avaliação; linguagem e uso do livro didático; uso de recursos curriculares (organização e tratamento didático do conteúdo, tarefas e suas resoluções, representações de objetos físicos); papel do professor; objetivo da escola na formação do aluno (habilidades Matemáticas, desempenho, atitudes e motivações em relação à disciplina); papel, comportamento e pensamento do aluno; gestão da sala de aula; metodologia eficaz na resolução de problemas; avaliações em larga escala (concursos, vestibular, ENEM) e instrumentos avaliativos no ensino (provas formais, resolução de tarefas em aulas e organização do caderno do aluno).

Dentro deste contexto abrangente surgiram as respostas sobre as razões pelas quais as crenças de Roberto emergiram no processo de ensino. Para cada crença existiam argumentos vinculados às práticas específicas em sala de aula, às vezes, sendo necessária uma explicação verbal do professor. Por exemplo, sobre a metodologia eficaz de resolução de problemas, em aulas, Roberto inconscientemente manifestou a crença de que seria primordial munir os alunos com todos os procedimentos necessários para a resolução de tarefas, uma vez que defende o fato de que seus alunos não podem expressar dúvidas em aulas. Outra crença que se conecta às anteriores é a de que o docente possui baixa expectativa em relação à capacidade intelectual dos seus alunos. Portanto, quando são buscadas explicações sobre as razões pelas quais elas emergem, o resultado é uma imbricação de crenças. Assim, como disse Thompson (1992, p. 130) “uma crença nunca é realizada em total independência de todas as outras crenças, e algumas crenças estão relacionadas com outras da mesma forma que razões estão relacionadas com as conclusões”. Portanto, não seria possível generalizar as razões das crenças identificadas emergirem em diferentes episódios de aulas, visto que elas se manifestam em sua diversidade específica de conteúdos, situações e contextos.

Cabe colocar que as crenças também emergem em função de objetivos educacionais mais abrangentes que se distanciam totalmente das questões inerentes à disciplina ensinada. Por exemplo, Roberto se mostrou preocupado com os objetivos da escola na formação dos alunos, no momento em que fez apelo à preparação dos mesmos para processos seletivos (concursos, ENEM e vestibular), numa perspectiva de ensino que proporcionasse o espírito competitivo por intermédio da agilidade em cálculos e procedimentos matemáticos. Tal crença gerava, portanto, consequências na forma do professor retratar o conteúdo como um conjunto de regras a ser treinado e reproduzido fielmente pelos estudantes.

Também foram identificadas nos depoimentos do professor algumas crenças periféricas que tiveram pouco efeito nas práticas em sala de aula. Elas foram inconsistentes com as ações: Roberto defendeu que a resolução de problemas seria o método eficaz para introduzir o conteúdo matemático e afirmou também que, em vez de apresentar demonstrações rigorosas, seus alunos usariam a intuição ao explorar as propriedades em exemplificações numéricas. No entanto, não foi visto em nenhum momento das aulas observadas apelo ao pensamento intuitivo.

Quanto à proposta de resolução de problemas, ela não foi o centro da instrução em momento algum, nem mesmo no *design* do livro didático. O docente se apropriava de uma situação contextualizada do material curricular como forma de aplicar os resultados sistematizados, e não com o objetivo de construí-los.

Essa interpretação condiz com os argumentos de Wilson e Cooney (2002) quando enfatizaram que o professor mantém a crença sobre a resolução de problemas subordinada à crença de que o ensino da Matemática se limita a procedimentos coerentes e ao conhecimento processual. Portanto, muitos discursos estavam entrelaçados às crenças periféricas e mostravam contradições com outras crenças que emergiam nas ações do docente.

Portanto, a epistemologia[87] do docente (concepções sobre a disciplina da Matemática no plano do ensino) se fundamentou em um conjunto de crenças (tabela 16) cristalizadas pelo tempo, incluindo as diversas generalizações (de práticas) que se consolidaram a partir dos resultados de suas experiências. Por exemplo, no caso de Roberto, as demonstrações Matemáticas na instrução revelaram suas frustrações em atividades passadas e isso lhe proporcionou uma visão sobre o que os estudantes podem (ou não) aprender mediante suas capacidades.

Também foi possível constatar que as crenças de Roberto sobre a Matemática e o seu ensino e aprendizagem eram oriundas de suas experiências enquanto aluno do curso de graduação em Matemática e como aluno da educação básica. Por exemplo, relatou que suas algumas de suas crenças sobre a seleção de tarefas e representações conceituais do livro didático eram baseadas em suas vivências como aluno. Aliás, o fato de rejeitar algumas abordagens do livro didático (como os detalhes conceituais e as demonstrações), tinha relação

[87]Neste estudo, a interpretação adotada foi a de que a epistemologia docente no mesmo sentido conferido por Pais (2010, p. 34), para quem tal fator se apresenta: "como sendo as concepções referentes à disciplina com que trabalha esse professor, oriundas do plano estrito de sua compreensão e que conduzem uma parte essencial de sua postura pedagógica, em relação ao entendimento dos conceitos ensinados aos alunos".

com episódios significativos de aulas na graduação, quando os professores universitários apresentavam no quadro as demonstrações Matemáticas desprovidas de um significado, mas como verdades a serem apreendidas sem questionamentos.

Igualmente, esta conclusão foi identificada no estudo de Paiva (1999), quando afirmou que essa visão do Absolutismo na Matemática presente entre muitos professores é repassada por uma cultura implícita nas práticas dos professores universitários, na qual as validações de questões são feitas por meio da autoridade do professor e da transmissão do conhecimento.

Esse ponto de vista sobre a Matemática como uma ciência rígida e "intocável" se espalhou pela sociedade de modo geral de acordo com Skovsmose (2001, p. 129):

> [Essa é] a visão usada pelos programas de televisão sobre ciências, pelos jornais e pelas escolas e universidades. Nesses ambientes, a Matemática é frequentemente retratada como instrumento/estrutura estável e inquestionável em um mundo muito instável. Frases como "foi provado matematicamente", "os números expressam a verdade", "os números falam por si mesmos", "as equações mostram/asseguram que" são frequentemente usadas na mídia e nas escolas. Essas frases parecem expressar uma visão da Matemática como uma referência "acima de tudo", como um "juiz", que está acima dos seres humanos, como um artifício não-humano que pudesse controlar a imperfeição humana.

Além disso, esse ponto de vista causou diversas consequências didáticas no trabalho docente quando retratou os conteúdos *propriedades operatórias de logaritmos, Matemática financeira* e *trigonometria* com uma postura pedagógica centrada na repetição e na reprodução.

Portanto, a partir dessa investigação de crenças com foco na relação entre professores e livros didáticos, foi aberto o campo de reflexão sobre várias questões, dentre as quais destacam-se as seguintes:

- No processo da pesquisa de campo, ao visitar as escolas, embora a direção escolar argumentasse o uso dos materiais curriculares recomendados pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), ficou implícito que muitos professores de Matemática têm autonomia para decidir se usam ou não os livros didáticos aprovados pelo PNLD;

- Durante as experiências e observações de Roberto, parece que as características dos livros didáticos trouxeram algumas implicações em sua forma de conceber o ensino. Ao mencionar o uso do livro didático ao longo de sua carreira profissional, alguns livros deixaram marcas em seu pensamento, principalmente aqueles que o ajudaram a administrar o tempo da aula e expressaram uma organização linear dos conteúdos e do seu ensino e aprendizagem. Mas, em contrapartida, as coleções – como é o caso das aprovadas pelo PNLD - seus recursos curriculares e recomendações metodológicas parecem que sempre foram omitidos, em função de uma apresentação prescritiva da Matemática;

- A epistemologia dos autores do livro didático (Iezzi *et al.*, 2010) pareceu estar fundamentada em uma visão absolutista da Matemática, o que inclui o rigor matemático com demonstrações dessa natureza. No entanto, nas aulas do professor Roberto, o rigor ao tratar esses conceitos foi deixado de lado em detrimento a "receitas" prontas. Portanto, em pesquisas futuras, essas questões se configuram interessantes, pois seria relevante investigar como é que os recursos curriculares *(representações de tarefas, procedimentos didáticos e representações conceituais)* podem contribuir para mudanças no ensino e ampliar as percepções e os modos de apropriação docente quando estes interagem com livros didáticos;

- A obra que Roberto utiliza pareceu contemplar várias preferências, crenças, objetos e métodos de ensino. É um comportamento citado também pela literatura consultada quando, por exemplo, os docentes que não são adeptos às situações problemas podem muito bem omitir certos recursos curriculares que não lhe aprazem e construir seu próprio caminho. Embora o material contemple muitas situações-problema nos blocos de atividades, suas discussões teóricas se apresentaram mais centradas em sistematizações e desvalorizaram, portanto, o pensamento intuitivo subjacente a este processo. Dessa forma, a visão dos autores reforça algumas crenças de Roberto e isso gera deficiências no processo didático, quando o docente explora as ideias Matemáticas desvinculadas dos significados que os alunos construíram;

- Os elementos didáticos da obra em questão não deixam explícitas as relações entre o professor, os alunos e os saberes matemáticos. Por essa direção, quando as possibilidades de envolver os alunos em uma lição do livro ficavam totalmente a cargo do professor, era presumível que os principais objetivos dos autores acabavam divergindo com os resultados instrucionais da sala de aula. Portanto, a ausência de orientações didáticas específicas para cada lição fortaleceu as discrepâncias entre os ideais dos autores e o design do professor, quando este *adaptou* as resoluções de tarefas e omitiu boa parte das representações conceituais. Apesar do livro didático oferecer possibilidades metodológicas no seu respectivo manual, ainda que poucas e muito abrangentes, Roberto não mostrou indícios de preocupação com esse fator e raramente fazia a leitura do manual. Inclusive, o livro utilizado por ele era uma versão destinada ao aluno;

- Em alguns casos as diferenciações entre os ideais do livro didático e os objetivos de ensino docente se mostraram benéficas. Um exemplo disso foi a improvisação, visto que envolveu somente a capacidade do professor e se baseou em suas invenções (BROWN, 2002, p. 318). Mas, é necessário admitir que essa apropriação não prevaleceu no centro da instrução.

A esse respeito, Brown (2002) comentou que as aulas podem ser conduzidas somente por meio das *transferências* e *adaptações*, sem que ocorram deficiências na aprendizagem dos alunos. No entanto, as *improvisações* representam maior potencial para apoiar a construção de novos projetos curriculares, pois fornecem informações valiosas sobre as questões conceituais e pedagógicas capazes de beneficiar a prática docente na elaboração de recursos de materiais curriculares;

- As teorias utilizadas neste estudo proporcionaram suporte às inferências propostas. Mas, ao admitir a *Relação entre Professor e Materiais Curriculares*, na perspectiva de Brown (2002), isso se mostrou além da realidade sociocultural das escolas brasileiras. Assim como Pires e Curi (2013), este estudo também aponta no sentido da necessidade de realizar certas adequações desta teoria ao contexto das pesquisas brasileiras sobre o uso de livros didáticos. Dentro desse propósito é importante frisar que os livros didáticos adotados pelas escolas públicas nacionais, apesar de aprovados pelo PNLD, carecem de sugestões didáticas e de práticas inovadoras. Isso prejudica ainda mais a qualidade das interações docentes com os recursos curriculares que essas obras proporcionam;

- Então, surgiu desses aspectos a reflexão: seriam necessários cursos de capacitação para a instrução sobre o uso e a apropriação dos recursos curriculares que levam o professor a desenvolver *designs* criativos com os materiais curriculares disponíveis na escola? Sobre isso, deve-se levar os professores a refletir sobre suas próprias crenças (e inconsistências) e os efeitos delas na aprendizagem dos alunos? Os cursos de formação inicial devem levar os acadêmicos a refletir sobre a relação entre o pensamento (crenças, conhecimento, concepções, etc.) do professor e suas práticas em sala de aula? Ou devem, ainda, levantar discussões entre os acadêmicos sobre como cada tipo de apropriação *(transferência, improviso e adaptações)* com os recursos curriculares de livros didáticos pode ser útil para o ensino e quando não são?

Como relatado no capítulo 2, essas questões sobre crenças têm grande relevância em Educação Matemática, dado o expressivo número de estudos nacionais e internacionais que retratam crenças docentes por intermédio dos seguintes aspectos: ensino e aprendizagem da Matemática; apropriações docentes com materiais curriculares; reformas curriculares; desenvolvimento profissional; uso de novas tecnologias; papel do professor em sala de aula; relações entre crença e práticas de ensino, dentre tantos outros. Apesar dos educadores matemáticos utilizarem conceitos teóricos distintos, há consenso quando apontam para a necessidade de romper os comportamentos docentes guiados por crenças educacionais, visto que estas prevalecem acima de qualquer orientação curricular ou abordagem de materiais curriculares que objetivam inovações no ensino.

As crenças, assim dizendo, subvertem as propostas pedagógicas inovadoras. Portanto, conhecê-las é somente um ponto de partida para se buscar caminhos de mudanças ou mesmo refletir sobre que tipo de estratégia de formação docente seria suficiente para desmistificá-las.

Mas, não é só isso, ao se retratar as características das crenças - diferentes níveis de intensidade; não consensualidade; não exigência de verdade; base em julgamentos e avaliações; impossibilidade de avaliação; armazenagem episódica por influências e experiências pessoais ou culturais e de fontes institucionais (escola, universidade, dentre outros segmentos); condição estática; presença de inconsistências internas e contestabilidade – se torna possível refletir que uma proposta de formação docente em curto prazo seria ineficaz para o rompimento de posturas rígidas, uma vez que estão vinculadas ao conjunto de tradições experimentadas pelo professor ao longo de sua vida. Além disso, os conteúdos que estão armazenados nos sistemas de crenças são ilimitados e, por isso, seria muito complexo responder a quais situações, experiências ou episódios se referem exatamente as origens das crenças. Portanto, este trabalho aponta no sentido de algumas pistas e aproximações sobre as prováveis situações vivenciadas por Roberto que contribuíram para o fortalecimento de suas crenças.

Outra questão a qual se almejou responder foram as razões desses tipos de crenças (ver tabela 17) e não outras. A conclusão obtida foi de que não faria muito sentido responder a essa questão, visto que cada professor possui identidade profissional, interesses diferenciados, experiências de ensino, turmas de alunos dos mais distintos níveis de escolaridade e muitas outras variáveis que, de modo muito individual, levariam à construção de perfis profissionais distintos. Talvez fosse possível apontar a razão de certas crenças pela comparação de práticas diferenciadas, como foi o caso, por exemplo, da pesquisa de Paiva (1999) e Thompson (1982).

Quando presenciei[88] as aulas de Roberto, estava convicto de que suas práticas eram muito parecidas com as que já havia presenciado na educação básica enquanto aluno. Isso proporcionou uma angústia muito grande, visto que passei a refletir criticamente sobre minha própria formação escolar e acadêmica e pensei sobre como seria o processo e o resultado da formação em Matemática daqueles alunos do Ensino Médio que vivenciaram durante o ano letivo um ritual baseado na reprodução de modelos.

O perfil profissional apresentado por Roberto revela a necessidade urgente de intervenções no processo de construção da identidade do professor de Matemática. Como afirmou Libâneo (2004), a identidade se constitui por meio dos conhecimentos, habilidades, atitudes e valores que definem e orientam as especificidades da profissão docente.

[88] Aqui fala-se em primeira pessoa por se tratar de experiência vivenciada pelo próprio autor da pesquisa.

Já em consenso com Pimenta e Lima (2011), a identidade do professor é epistemológica e ao mesmo tempo profissional, ou seja, se constitui nas relações entre o campo teórico de conhecimento e o contexto das práticas sociais. Assim sendo, seria interessante desenvolver estratégias nos processos de formação docente de modo que os professores incorporem o perfil de um profissional pesquisador de sua própria prática e reflitam constantemente sobre suas escolhas e tomadas de decisão ao resolver problemas que se relacionem ao contexto escolar.

A reflexão sobre os resultados das escolhas didáticas no ensino deve ser um ponto de partida para a mudança das crenças docentes. Por exemplo, ao final de uma aula sobre introdução das *propriedades operatórias de logaritmos* (ver episódios: 1-8), foi questionado se Roberto mudaria as estratégias e decisões tomadas, ao que respondeu: *"Talvez, se eu visse o vídeo, porque normalmente é assim, quando você se vê talvez você fale: nossa fiz tal coisa! Mas, a princípio analisando assim [esta aula], acho que foi normal, mudaria nada não!"* (Roberto, ao final da aula do dia 03/10/2012). Embora sejam conhecidos os resultados que as práticas do docente produziram sobre o ensino de *propriedades de logaritmos,* Roberto se comprometeu fielmente com sua escolha didática que, em seu pensar, foi "normal" como tantas outras. Suas crenças se mostraram tão rígidas que não permitiram ampliar suas compreensões como docente sobre as novas pedagogias, os modos de ensinar e as possibilidades de aprender que a sociedade tem vivenciado nas últimas décadas. Isso indicou alguns elementos relevantes para os processos de formação docente, uma vez que é primordial colocar os professores em confronto com suas ações em sala de aula, em situações reais, para que possam refletir sobre os processos e os resultados de ensino na aprendizagem dos alunos. Dessa forma, desenvolver capacitações por intermédio da análise de aulas gravadas em vídeo pode ser uma excelente estratégia na formação em serviço e nos cursos de Licenciatura em Matemática.

As análises deste estudo mostraram ainda que o professor tem conhecimento de metodologias compatíveis com as novas perspectivas de ensino e de aprendizagem, mas, por conta de seus sistemas de crenças, resiste à incorporação dos processos pedagógicos inovadores. Suas experiências docentes proporcionaram acomodação e autossuficiência profissional, de tal modo que não percebe a necessidade reflexão constante sobre seus sistemas de crenças. Quando interpelado sobre questões específicas do conteúdo matemático expresso no livro didático, o docente concluiu que algumas de suas atitudes eram incoerentes. Mas, em relação ao seu método de ensino, em momento algum se mostrou insatisfeito.

Outra questão que merece destaque é a metodologia de resolução de problemas, sendo esta uma das propostas mais discutidas na formação docente desde a década de 1990, quando houve a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998).

De um lado, estão as discussões atuais em Educação Matemática que apontam várias tendências teóricas e metodológicas para qualificação do processo de ensino e aprendizagem por intermédio da exploração de situações-problema. Por exemplo, a *Educação Matemática Crítica*[89](Skovsmose, 2001)e a *Etnomatemática*[90](D´Ambrosio, 2009) são propostas que caminham na direção de um ensino focado na resolução de problemas que permitem a intervenção sobre a realidade dos sujeitos de uma comunidade. As situações-problema, por essa perspectiva, devem ser suficientes em tratar os aspectos construtivos dos conceitos matemáticos e, sobretudo, vinculá-los aos interesses, aos objetivos e ao contexto dos sujeitos locais. Concomitantemente, deve proporcionar também aplicações Matemáticas para a interpretação de diversos fenômenos, a exemplo de ocorrências ambientais, sociais, econômicas e políticas.

Por outro lado, os resultados obtidos nesta pesquisa conduziram ao entendimento de que a Educação Matemática que se "movimenta" em atividades docentes, muitas vezes, dista até mesmo da metodologia de resolução de problemas por meio de situações artificiais. As metodologias, por sua vez, em sua maioria são conduzidas a partir de *tarefas* de livros didáticos, sem qualquer reflexão crítica sobre os significados produzidos na aprendizagem dos alunos. Talvez esse seja um dos motivos de muitos professores justificarem o ensino da Matemática com argumentos superficiais como "vai cair na prova", "o conteúdo é exigido no referencial curricular", "está na introdução do livro didático" e "isto se aplica na Engenharia

[89] Skovsmose (2001) problematizou os conteúdos matemáticos dentro do cenário social e cultural e apontou a necessidade conceber as temáticas e problemas no ensino da Matemática a partir da realidade local de uma comunidade. Para isso, propôs algumas questões relevantes em uma perspectiva crítica e reflexiva para Educação Matemática, as quais podem contribuir para construção de concepções educacionais nos diversos segmentos, como no processo de ensino e aprendizagem, na implementação de programas curriculares, na formação de professores, no uso de livros didáticos em sala de aula, dentre outros. São elas: "1. A aplicabilidade do assunto: quem o usa? Onde é usado? Que tipos de qualificação são desenvolvidos na Educação Matemática? 2. Os interesses por detrás do assunto: que interesses formadores de conhecimento estão conectados a esse assunto? 3. Os pressupostos por detrás do assunto: que questões e que problemas geraram os conceitos e os resultados na Matemática? Que contextos têm promovido e controlado o desenvolvimento? 4. As funções do assunto: que possíveis funções sociais poderia ter o assunto? Essa questão não se remete primariamente às aplicações possíveis, mas à função implícita em uma Educação Matemática nas atitudes relacionadas a questões tecnológicas, nas atitudes dos estudantes em relação a suas próprias capacidades etc. 5. As limitações do assunto: em quais áreas e em relação a que questões esse assunto não tem qualquer relevância?" (p. 19).

[90] Este programa pode ser dimensionado tanto no cenário da pesquisa como nas propostas pedagógicas, no entanto, não se limita aos programas curriculares e instituições educacionais, visto que busca problematizar as novas formas de produção do conhecimento matemático entre os diferentes povos e comunidades. Nas palavras do próprio autor: "O grande motivador do programa de pesquisa que denomino Etnomatemática é procurar entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidade, povos e nações [...]. Ao insistir na denominação Programa Etnomatemática, procuro evidencia que não se trata de propor outra epistemologia, mas, sim, de entender a aventura de espécie humana na busca de conhecimento e na adoção de comportamentos" (D' AMBROSIO, 2001, p. 17).

Civil e na Física". São frases que frequentemente preenchem o "vácuo" da incapacidade docente de mostrar ao aprendiz que a Matemática é uma ciência dinâmica, que se mostra "viva", sujeita às mudanças e aberta às diversas adaptações no contexto didático, de acordo com a realidade sociocultural dos alunos.

Os resultados deste estudo apontam para a necessidade urgente da construção de novos caminhos para uma formação docente crítica e reflexiva. Em 1992, Thompson (1992) já abordava a relevância dessas questões: "é refletindo sobre suas visões e ações que os professores ganham uma consciência de seus pressupostos tácitos, crenças, visões, premissas e ações, e se tornam conscientes de alternativas viáveis" (p. 139) para o ensino. Portanto, essa pesquisa não encontraria encerramento nestes termos conclusivos: ela continua, a partir do momento em que professores-formadores se tornarem capazes de conceber, dentro da organização curricular para formação docente, as práticas que possibilitam a construção de um perfil profissional reflexivo.

Não é suficiente que estudos concluam a respeito de crenças docentes, pois é conhecido que elas "circulam" em aulas de inúmeros professores e nos mais variados níveis de ensino. A ação deve ser orientada, portanto, na conscientização dos professores formadores a respeito de como crenças educacionais subvertem, de forma sutil, as propostas inovadoras para o ensino da Matemática.

É importante, também, conscientizar os responsáveis pela elaboração de programas curriculares, os autores de livros didáticos e os diversos setores administrativos da educação, como as Secretarias Municipais e Estaduais, que muitas vezes produzem materiais curriculares para o uso dos professores, mas se esquecem de que os materiais físicos não produzem sensibilidade no pensamento docente sobre a aprendizagem dos alunos. As inovações almejadas em materiais curriculares só poderão ser alcançadas se houver um investimento na formação e profissionalização docente, e não somente nos recursos físicos que ele utiliza.

Apesar dessas ideias não serem atuais, a efetivação de um ensino reflexivo, representado na figura do professor reflexivo e professor investigador ainda é um desafio a ser alcançado no cenário escolar (FREIRE, 2001).

Assim sendo, as diversas abordagens teóricas e metodológicas para a formação docente apontam para a necessidade de reflexão crítica como eixo norteador às mudanças do ensino, como frisou Freire (2001, p. 17-18)

> O encaminhamento dos professores para um processo de autorreflexão sobre a sua própria ação visa, por um lado, uma introspecção sobre as concepções de ensino, as crenças e os valores que servem de fundamento às ações e, por

> outro lado, uma reflexão sobre os efeitos das suas ações nos alunos. O processo reflexivo pode fazer emergir outra compreensão da realidade escolar o que pode acarretar mudanças na maneira de pensar e de agir profissional, podendo fazer germinar uma nova ordem pessoal nas práticas profissionais [...].
> Quando o processo reflexivo é crítico, pode transformar a própria compreensão da realidade e, por isso, pode ter como consequência a transformação do próprio sujeito.

As reflexões em ação e sobre a ação, além de produzir uma conscientização docente sobre suas crenças relativas ao ensino e aprendizagem dos alunos, também podem ajudar a promover o seu desenvolvimento pessoal e profissional (FREIRE, 2001). Portanto, enquanto as crenças geram práticas de ensino instáveis e consolidadas pelo tempo, a reflexão que se faz sobre elas, pode conduzir o professor na aquisição de novos conhecimentos e na reatualização constante sobre as formas de ensinar e aprender compatíveis com os novos parâmetros educacionais.

Outra questão é que as inovações pedagógicas só serão uma verdade em nossas escolas se as políticas públicas educacionais estiverem compromissadas com os investimentos na qualificação docente, desde a formação inicial à formação em serviço. Não se refere aqui somente sobre os aumentos salariais aos professores ou investimentos em materiais curriculares, pois, talvez isso não faça diferença para a solução de problemas mais complexos versando o ensino. A referência feita aqui se remete, principalmente, a um investimento qualitativo para a construção de conhecimentos docentes e perfis profissionais que realmente estejam em consonância com os paradigmas da educação atual. Há de se levar em conta que os professores não abstraem ideias essenciais para o ensino em um curso de capacitação aligeirado, pois, aprendem no dia-a-dia com os alunos. Sobre essas aprendizagens que é preciso intervir a partir de capacitações em longo prazo em serviço: o que os professores aprendem nos processos instrucionais? O que aprendem quando usam os livros didáticos? Como esses processos ajudam na construção de suas ideologias sobre o ensino? Essas questões são relevantes, visto que muitos docentes tratam suas aprendizagens como se fosse à totalidade de seus conhecimentos profissionais, mas, na verdade, podem tratar de crenças forjadas por intermédio de "rituais" que se preservam distantes de uma proposta pedagógica crítica e reflexiva.

Assim como Thompson (1992) ressaltou a estreita ligação que existe entre crenças e conhecimentos, Furoni[91] (2014), ao investigar os conhecimentos de professores de Matemática,

---

[91] Pesquisadora integrante do grupo GPCEM. Cabe lembrar que os dados desta pesquisa foram produzidos em um trabalho colaborativo, conforme mencionado no Capítulo 3.

também percebeu a necessidade de situar as crenças como influentes na mobilização dos conhecimentos docentes. Nesse sentido, esta pesquisa considerou que as concepções e crenças docentes sejam estruturas conceituais que interferem diretamente nas aprendizagens dos professores. Entretanto, Freire (2001) advertiu que isso raramente é questionado nos cursos de formação de professores. É relevante, então, compreender como as concepções docentes sobre o ensino, os alunos e a aprendizagem, as matérias de ensino e o contexto de ensino interferem em suas aprendizagens. Em concordância com Thompson (1992), conclui-se que nenhuma intervenção sobre a formação docente e sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática será completa e adequada se eles não incluírem as influências das concepções, das crenças e das intenções dos professores e dos alunos.

Não se sabe ainda qual debate é fundamental para obter mudanças no ensino da Matemática, mas, o que é possível afirmar é que se conhece muito pouco sobre a relação professor-livro didático e sobre como as crenças emergem por esse viés, no desenvolvimento de aulas com contextos diferenciados e por professores com características distintas.

Existe a certeza de que este estudo terá sua continuidade por intermédio das práticas profissionais e a finalização dos argumentos desta etapa se faz apontando outras questões sobre crenças e usos de materiais curriculares que se afiguram relevantes:

- Que resultados os diferentes tipos de crenças docentes produzem na aprendizagem dos alunos?

- De que forma os recursos curriculares de livros didáticos podem ampliar as capacidades docentes e promover melhorias no ensino da Matemática?

- De que forma as *tarefas, procedimentos, representações de conceitos* de livros didáticos proporcionam atividades de *designs* criativas, quando os professores se apropriam desses recursos curriculares?

- Que estratégias devem ser adotadas em cursos de formação inicial e de capacitações para levar os docentes a conduzir seus alunos numa relação crítica com a Matemática por intermédio dos recursos disponíveis em livros didáticos?

- De que forma as interações professor-livro didático promovem práticas compatíveis com as novas propostas de ensino e aprendizagem, baseadas em uma perspectiva de educação crítica?

- Quais as concepções e crenças que os autores de livros didáticos possuem sobre o ensino e aprendizagem da Matemática e sobre os *recursos curriculares* projetados em suas obras?

- Que princípios básicos precisam ser adotados para reformulações de livros didáticos que garantam o raciocínio lógico e a resolução de problemas como componentes centrais da atividade Matemática em sala de aula? Como essas reformulações podem ajudar na desmistificação de crenças docentes?

REFERÊNCIAS

ABELSON, R. P. Differences Between Belief and Knowledge Systems*. **Cognitive science**, v. 3, n. 4, p. 355-366, 1979.

ADAM, M. S**. Primary Teachers' Mathematical Beliefs and Practices in the Maldives**. 2012. Master of Education, Victoria University of Wellington. Disponível em <http://researcharchive.vuw.ac.nz/xmlui/bitstream/handle/10063/2268/thesis.pdf?sequence=2>. Acesso em: 10 jan. 2013.

ALAJMI, A. H. How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. **Educational Studies in Mathematics**, v. 79, n. 2, p. 239-261, 2012.

ALAMI, S.; DESJEUX, D.; GARABUAU-MOUSSAOUI, I. Os métodos qualitativos. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

ALMEIDA, J. R. **Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita: um estudo exploratório nos livros didáticos de Matemática do 7º ano do ensino fundamental**. 2011. Dissertação de Mestrado, Pernambuco: UFP - Universidade Federal de Pernambuco,

ANJOS, C. S.; SILVA, M. A. Crenças de professores de Matemática: tendências, conceitos teóricos e metodologias apresentadas em algumas pesquisas. **Anais do XI Encontro Sul-Mato-Grossense de Educação Matemática**, Nova Andradina: UEMS, 2012**.**

ATAYDE, A. F. A abordagem de noção de função nos livros didáticos: possibilidades de investigação, exploração, problema e exercícios. **Educação Matemática Pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. ISSN 1983-3156**, v. 12, n. 3, 2011.

BASTOS, M. S. O livro didático nas aulas de Matemática: um estudo a partir das concepções dos professores. 2001. Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro: PUCRJ – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

BAUER, M. W.; GASKELL, G. Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático. In: **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Rio de Janeiro: Vozes, 2008.

BELFORT, E. Reflexões sobre o papel do livro texto em Matemática: um Carcereiro ou um Bom Companheiro. In: **Anais do XI Congresso Interamericano de Educação Matemática. Blumenau: FURB-CIAEM**. 2003.

BESWICK, K. Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. **Educational Studies in Mathematics**, v. 79, n. 1, p. 127-147, 2012.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação – MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio.** Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2012**: Matemática. Brasília: MEC, 2011.

BRASIL. Ministério de Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2006.

BROWN, M. W. **Teaching by design: Understanding the intersection between teacher practice and the design of curricular innovations**. 2002. Doctoral dissertation, Learning Sciences, Northwestern University.

BROWN, M. W. The Teacher-Tool Relationship: theorizing the design and use of curriculum materials. In: REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (Eds.). **Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction.** New York: Routledge, 2009, p. 17-36.

BROWN, M.; EDELSON, D. Teaching as design: Can we better understand the ways in which teachers use materials so we can better design materials to support their changes in practice? Design Brief. Evanston, IL: **Center for Learning Technologies in Urban Schools**, 2003. Disponível em <http://www.inquirium.net/people/matt/teaching_as_design-Final.pdf> Acesso: 02 mar. 2014.

CHEN, Qian. **Teachers' Beliefs and Mathematics Curriculum Reform: A Comparative Study of Hong Kong and Chongqing**. 2010. Doctoral dissertation. University of Hong Kong.

CLARK, C. M.; PETERSON, P. L. Teachers' thought processes. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). **Handbook of research on teaching**.3ª ed., New York: Macmillan, 1986. p. 255-296

CONKLIN, M. **Found in translation: A comparison of American, German, and Japanese mathematics texts and exercises**. 2004. Doctoral dissertation, University of Maryland College Park.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. Livro didático de Matemática: análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. **VIDYA. Santa Maria**, v. 30, n. 2, p. 71-80, 2010.

COSTA, M. V. Poder, discurso e política cultural: contribuições dos Estudos Culturais ao campo do currículo. In: LOPES, A. C.; MACEDO, E. (Org). **Currículo: debates contemporâneos.** 3ª Ed.,São Paulo: Cortez, 2010.

CROSS, D. I.; HONG J. Y. I'm not sitting here doing worksheets all day": a longitudinal case study exploring perceived discrepancies between teachers' beliefs and practices**.** 12th **International Congress on Mathematical Education**.8 July-15 July, COEX, Seoul, Korea, 2012.

D´AMBROSIO, U. **Etno Matemática:** elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

DUARTE, T. **A possibilidade da investigação a 3: reflexões sobre a triangulação (metodológica)**. CIESe-WORKING PAPERS N. 060, 2009. Disponível em <http://www.cies.iscte.pt/destaques/documents/CIES-WP60_Duarte_003.pdf>. Acesso em 06 maio 2013.

ERNEST, P. The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In: ERNEST, P. (Ed.). **Mathematics teaching:** The state of the art. Basingstoke: Falmer Press, 1989, p. 249-254.

FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de Matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de Matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003.

FERREIRA, M. L. **Álgebra: como as crenças dos professores influenciam na aprendizagem dos alunos**. 2009. Tese de Doutorado. Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática, Rio de Janeiro: UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro.

FIELDING, N.; FIELDING, J. **Linking Data**. Londres: Sage, 1986.

FIELDING, N.; SCHREIER, M. Introduction: On the Compatibility between Qualitative and Quantitative Research Methods, 2001, In**: Forum: Qualitative Social Research Sozialforschung.** Revista on-line.<http://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/article/view/965/2106>. Acesso em: 06 de maio 2013.

FIGUEIRA, A. P. C. Tal como as outras... que as há, há...: As nossas concepções!(...?) A investigação sobre o ensino por instrumento. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 45, n. 4, p. 1-13, 2008.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREITAS, J. L. M. Uma reflexão sobre crenças relativas à aprendizagem Matemática. **Revista Série-Estudos**, n. 11, 2013.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, A. M. Concepções orientadoras do processo de aprendizagem do ensino nos estágios pedagógicos. **Colóquio:** Modelos e práticas de formação inicial de professores, Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, Universidade de Lisboa. Lisboa, Portugal, 2001. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/recentes/mpfip/pdfs/afreire.pdf> Acesso em 03 de Maio de 2014.

FURINGHETTI, F.; PEHKONEN, E. Rethinking characterisations of beliefs. In: LEDER,G.; PEHKONEN, E.; TÖRNER, G. (Eds.). **Beliefs:** A hidden variable in mathematics education? Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 39-57.

FURONI, S. P. **Conhecimentos mobilizados por professores de Matemática do ensino médio em suas relações com livros didáticos**. 2014. 156f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2014.

GALLO, S. Deslocamentos. Deleuze e a Educação. In: GALLO, S. **Deleuze & a Educação**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008, p. 53-91.

GARNICA, V. M. Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. **Rev. Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 34, n. 3, p. 495-510, set./dez, 2008.

GIANI, L. M. C. **Concepções de Professores de Matemática: considerações à luz do processo de escolha de livros-texto.** 2004. Dissertação de Mestrado, São Paulo, Bauru: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª Ed., São Paulo: Atlas, 2011.

GREEN, T. F. **The activities of teaching**. New York: McGraw-Hill, 1971.

GROSSMAN, P. **The making of a teacher:** Teacher knowledge and teacher education. New York: Teachers College Press, 1990.

GUEUDET, G., PEPIN, B., TROUCHE L. (Eds.). **From text to 'lived' resources:** mathematics curriculum materials and teacher development. New York/Berlin: Springer, 2012.

GUIMARÃES, H. M. Concepções, crenças e conhecimento - afinidades e distinções essenciais**. Quadrante**, v. 19, n. 2, p. 81-101, 2010.

HANDAL, B. T. Teachers' mathematical beliefs: A review. **The Mathematics Educator**, v. 13, n. 2, p. 47-57, 2003.

HANDAL, B.; HERRINGTON, A. Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. **Mathematics Education Research Journal**, v. 15, n. 1, p. 59-69, 2003.

HUTCHINS, E.The social organization of distributed cognition. In: RESNICK L., LEVINE J. M.; TEASLEY, S. D. (Eds.). **Perspectives on socially shared cognition**. Washington, DC: American Psychological Association, 1996.

IEZZI, G. et al. **Matemática**: Ciências e Aplicações. São Paulo: Saraiva, 2010.

JAMIESON-PROCTOR, R.; BYRNE, C. Primary teachers' beliefs about the use of mathematics textbooks. In: **Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA31): Navigating Currents and Charting Directions**. Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), 2008. p. 295-302.

JUNIOR, C. G. **Critérios de adoção e utilização do livro didático de Matemática no ensino fundamental, e a participação do professor na adoção: o caso do Agreste de Pernambuco. 2005**. 2005. Tese de Mestrado, Ensino das Ciências, Recife: UFRP – Universidade Federal Rural de Pernambuco.

JUNIOR, C. G. S. O 'LD' e a formação continuada dos professores de Matemática. **Anais do V Colóquio Internacional, Educação Contemporaneidade**. São Cristovão - SE, 2011.

LAJOLO, M. Livro Didático: um (quase) manual de usuário. **Em Aberto**, ano 16, n. 69, Jan/Mar, p. 3-9, 1996.

LEATHAM, K. R. Pre-service secondary mathematics teachers' beliefs about the nature of technology in the classroom. **Canadian Journal of Math, Science & Technology Education**, v. 7, n. 2-3, p. 183-207, 2007.

LI, Y.; CHEN, X.; AN, S. Conceptualizing and organizing content for teaching and learning in selected Chinese, Japanese and US mathematics textbooks: The case of fraction division. **ZDM**, v. 41, n. 6, p. 809-826, 2009.

LLOYD, G. M. Mathematics teachers' beliefs and experiences with inovative curriculum materials: The role of curriculum in teacher development. . In LEDER,G.; PEHKONEN, E.; TÖRNER, G. (Ed.). **Beliefs:** A hidden variable in mathematics education?Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002, p. 39-57.

LOPES, J. de A. **Livro Didático de Matemática**: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática. 2000. Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP / FE - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária, 1986.

MAWYER, K. K. N.; EDELSON, D. C. **Beliefs, decisions and adaptations: a test case study of a teacher's participation with investigations**. Proceedings of the NARST, 2007.

MOLINA, M. C. **Educação do campo e pesquisa**: questões para reflexão. Brasília, DF: Ministério do Desenvolvimento Agrário, 2006.

MUELLER, E. R.; MELLO, G. J.; OLIVEIRA, V. S.Ensino de ciências e Matemática na Amazônia Legal: o processo de definição dos conceitos da abordagem na Educação do Campo. **Universitas Humanas**, v. 9, n. 1, p. 31-40, 2012.

NESPOR, J. The role of beliefs in the practice of teaching. **Journal of curriculum studies**, v. 19, n. 4, p. 317-328, 1987.

NETO, F. S. **Análise do letramento estatístico nos livros didáticos do Ensino Médio.** 2008, Dissertação de Mestrado, Educação Matemática. São Paulo: PUCSP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

NORMAN, D. A. **The design of everyday things**. New York, NY: Basic Books, 1988.

NÓVOA, A. et. al.(Coord). **Os professores e a sua formação**. 2ª Ed., Lisboa: Dom Quixote, 1995.

OLIVEIRA, J. R. **Relações estabelecidas entre professores de Matemática do ensino médio e livros didáticos, em diferentes fases da carreira. 2014.** 163f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matematica, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2014.

PAIVA, M. A. V. **Concepções do ensino de geometria:** um estudo a partir da prática docente. 1999. Tese de Doutorado. Rio de Janeiro: PUCRJ, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

PAJARES, M. F. Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. **Review of educational research**, v. 62, n. 3, p. 307-332, 1992.

PASSOS, C. L. B. et al. Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante:** Revista Teórica e de Investigação**,** Lisboa, v. 15, n. 1-2, p. 193-219, 2006.

PARAÍSO, M. A. Metodologias de pesquisas pós-críticas em educação e currículo: trajetórias, pressupostos, procedimentos e estratégias analíticas. In: MEYER, D. E.; PARAÍSO, M. A. (Org.). **Metodologias de pesquisas pós-críticas em educação**. Belo Horizonte: Mazza Edições, 2012, p. 23-45.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 3ª ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

PEHKONEN, E.; PIETILÄ, A.On relationships between beliefs and knowledge in mathematics education. In: MARIOTTI, M.A. (Ed.) **Proceedings of CERME 3:** third conference of the European Society for Research in Mathematics Education, 28 February–3 March 2003 in Bellaria, Italy, 2003.

PEHKONEN, E.; TORNER, G. Introduction to the abstract book for the Oberwalfach meeting on belief research.In **Proceedings of the workshop in Oberwalfach on mathematical beliefs and their impact on teaching and learning of mathematics**. Oberwolfach, Germany: Gerhard Mercator Universitat Duisburg, p. 3-10, 1999.

PIRES C. M. P.; CURI, E. Relações entre professores que ensinam Matemática e prescrições curriculares. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática - REnCiMa**, v. 4, n. 2, p. 57-74 , 2013.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. **Estágio e docência**. 6. ed., São Paulo: Cortez, 2011.

PONTE, J. P. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: PONTE, João Pedro. Educação Matemática: Temas de investigação. **Lisboa: Instituto de Inovação Educacional**, p. 185-239, 1992.

PONTE, J. P. Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning. In: BAZZINI L. (Ed.). **Theory and practice in mathematics education:** Proceedings of the V Conference for the Systematic Cooperation Between the Theory in Practice in Mathematics,p. 169-177, Pavia, Italy: ISDAF, 1994a.

PONTE, J. P. O Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática. **Revista Educação e Matemática**. n. 31, p. 9-20, 1994b.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. Tradução de AntônioOlímpio Junior. **Bolema,** v. 17, p. 81-140, 2004.

REDLING, J. P. **A Metodologia de Resolução de Problemas: Concepções e Práticas Pedagógicas de Professores de Matemática do Ensino Fundamental**. 2011. Dissertação de Mestrado. Bauru, São Paulo: UEPJM -Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho.

REMILLARD, J. T. Modes of engagement: Understanding teachers' transactions with mathematics curriculum resources. In: **From Text to' Lived' Resources**. Springer Netherlands, 2012. p. 105-122.

REMILLARD, J. T. Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. **Review of Educational Research**, v. 75, n. 2, p. 211-246, 2005.

REMILLARD, J. T..; BRYANS, M. B. Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. **Journal for Research in Mathematics Education**, p. 352-388, 2004.

REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (Ed.). **Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York : Routledge, 2009.

REY, F. G. **Pesquisa qualitativa e Subjetividade: os processos de construção a informação**. Cengage Learning: São Paulo, 2012.

ROESKEN, B; PEPIN, B.; TOERNER, G. Beliefs and beyond: affect and the teaching and learning of mathematics. **ZDM**, v. 43, n. 4, p. 451-455, 2011.

ROKEACH, M. **The open and closed mind**. New York: Basic, 1960.

ROMANATTO, M. C. O livro didático: alcances e limites. **Encontro Paulista de Matemática**, v. 7, 2004.

ROSAS, M. L. L. **Uso do livro didático de Matemática: analisando a prática docente no ensino do sistema de numeração decimal**. 2008. Dissertação de Mestrado, Pernambuco: UFP - Universidade Federal de Pernambuco.

SACRISTÁN, G.; GÓMEZ, A. P. **Compreender e transformar o ensino**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SALES, A. **Práticas argumentativas no estudo da geometria por acadêmicos de Licenciatura em Matemática**. 2010. Tese de Doutorado. Campo Grande, Mato Grosso do Sul: UFMS - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

SAVASCI-ACIKALIN, F. Teacher beliefs and practice in science education. In: **Asia-Pacific Forum on Science Learning & Teaching**. 2009.

SHAVELSON, R. J.; STERN, P. Research on teachers' pedagogical thoughts, judgments, decisions, and behavior. **Review of educational research**, v. 51, n. 4, p. 455-498, 1981.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, M. A. **Currículos de Matemática no Ensino Médio:** em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos. 2009. Tese de Doutorado. São Paulo: PUCSP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SILVA, M. A. **Investigações sobre o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, por intermédio de suas relações com os livros didáticos**. Projeto aprovado na Chamada MCTI /CNPq /MEC/CAPES Nº 18/2012 - Ciências Humanas, Sociais e Sociais Aplicadas (Processo 405779/2012-7).

SILVA, M. A; PIRES, C.M.C. A riqueza nos currículos de Matemática do Ensino Médio: em busca de critérios para seleção e organização de conteúdos. **Zetetiké**, UNICAMP: 2014. (no prelo).

SKOTT, J. Understanding the role of the teacher in emerging classroom practices: searching for patterns of participation. **ZDM**, v. 45, n. 4, p. 547-559, 2013.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica:** A questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SPILLANE, J. P. **Challenging instruction for" all students": policy, practitioners, and practice**. Institute for Policy Research: Northwestern University, 1998.

SPILLANE, J. P. External reform initiatives and teachers' efforts to reconstruct their practice: The mediating role of teachers' zones of enactment. **Journal of curriculum Studies**, v. 31, n. 2, p. 143-175, 1999.

STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa**: estudando como as coisas funcionam. Porto Alegre: Penso, 2011.

SULEMAN, A. R. **O Jogo e a Educação Matemática: um Estudo sobre as Crenças e Concepções dos Professores de Matemática quanto ao Espaço do Jogo no Fazer Pedagógico**. 2008. Dissertação de Mestrado. São Paulo: UEC - Universidade Estadual de Campinas.

SZTAJAN, P. Buscando um perfil da população: quais as crenças dos professores de Matemática? p. 87-103. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, v. 6, n. 10, p. 87-103, jul./dez., 1998.

THOMPSON, A. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: GROUWS, D. A. (Ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York, NY: Macmillan, 1992.

THOMPSON, A. **Teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching: three case studies**. 1982. Doctoral dissertation, Georgia: Athens.

THOMPSON, A. G. The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. **Educational studies in mathematics**, v. 15, n. 2, p. 105-127, 1984.

THURMOND, V. A. The point of triangulation. **Journal of Nursing Scholarship**, v. 33, n. 3, p. 253-258, 2001.

UÇAR, Z.; DEMIRSOY, N. H. Tension between old and news mathematics teachers' beliefs and practices . Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. **H. U. Journal of Education**. n. 39, p. 321-332, 2010.

VARELLA, M. **Prova de demonstração na geometria analítica: uma análise das organizações didática e Matemática em materiais didáticos**. 2010. Dissertação de Mestrado, São Paulo: PUC - Pontifícia Universidade Católica.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua Produção escrita em Matemática.** 2007. Dissertação de Mestrado, Ensino de Ciências e Educação Matemática. Londrina: UEL - Universidade Estadual de Londrina.

WARTOFSKY, M. **Models**. Dordrecht: D. Reidel, 1973

WERTSCH, J. V. **Mind as action**. New York, NY: Oxford University Press, 1998.

WILSON, S. M. ; COONEY, T.J. Mathematics teacher change and development: the role of beliefs. In: LEDER, G. C.; PEHKONEN, E.; TÖRNER, G. (Ed.). **Beliefs: A hidden variable in mathematics education?**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002, p. 127-147.

WILSON, S. M. A conflict of interests: The case of Mark Black.**Educational Evaluation and Policy Analysis**, v. 12, n. 3, p. 293-310, 1990.

WILSON, S. M.; SHULMAN, L. S..; RICHERT, A. E. " 150 different ways" of knowing: Representations of knowledge in teaching. In: CALDERHEAD, J. (Org.). **Exploring Teachers' Thinking**. London: Cassell Education, 1987. p. 105-123.

YERO, J. L. **Teaching in mind:** How teacher thinking shapes education. Hamilton, MT: MindFlight Publishing, 2002.

ZAKARIA, E.; MAAT, S. M. Mathematics Teachers' Beliefs and Teaching Practices. **Journal of Mathematics & Statistics**, v. 8, n. 2, 2012.

ZATT, A. D. O. **A formação docente e as crenças de professores em relação à Matemática: uma ruptura possível?** 2012. Tese de doutorado. São Leopoldo, Rio Grande do Sul: UNISINOS - Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2012.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 -TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (DIREÇÃO ESCOLAR)

Prezado (a) diretor (a)

Alguns professores de Matemática desta instituição escolar estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Antes, porém, você deve decidir se permite a participação dos docentes ou não. Após a leitura do termo pelo pesquisador Cristiano da Silva dos Anjos você terá a oportunidade de ler e tirar qualquer dúvida que você tiver.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Título do projeto: Relação entre Professores de Matemática e Livros Didáticos
Pesquisador responsável: Cristiano da Silva dos Anjos
Telefones para contato:
Pesquisador participante como Orientador: Marcio Antonio da Silva

A pesquisa se enquadra na linha de *Formação de Professores de Matemática*. Seu objetivo é investigar a relação entre professores de Matemática do Ensino Médio e livros didáticos em contextos de ensino de conteúdos específicos acerca de Álgebra. A pesquisa é de natureza qualitativa, cujos dados serão produzidos durante os processos de ensino em sala de aula, nas interações entre o professor de Matemática, os alunos, um conteúdo específico e livros didáticos. Os procedimentos metodológicos da pesquisa serão desenvolvidos em algumas etapas, os quais contarão com a participação do professor colaborador. Inicialmente, serão realizadas gravações em áudio das entrevistas com o professor em horários agendados previamente pelo mesmo. Aqui algumas informações serão obtidas a partir de questionários respondidos pelo docente. É importante ressaltar que as entrevistas e os questionários respondidos podem ser necessários durante todas as etapas da pesquisa. A segunda fase, contará com a observação das interações em sala de aula envolvendo o professor, os alunos e os recursos didáticos, bem como as gravações em vídeo e áudio das ações desenvolvidas pelo docente. Os dados obtidos a partir desses instrumentos (gravações em áudio de entrevistas, questionários respondidos e filmagens de aulas) serão transcritos mantendo a fiel correspondência com as falas e ações dos professores.

O resultado obtido poderá ser utilizado para fins científicos e educacionais, tais como elaboração de artigos para serem divulgados em revistas ou eventos da área educacional, elaboração de teses, dissertações, monografias ou elaboração de cursos e palestras visando melhorias nos processos de formação inicial e formação continuada de professores de Matemática. Serão divulgadas apenas as informações (registros transcritos dos questionários, observações, falas e imagens; filmagens e gravações) que forem permitidas pelo diretor(a) e professor(es) desta instituição. Portanto, a identidade pessoal dos docentes poderá ou não ser divulgada, bem como o nome da instituição de ensino.

Não haverá nenhuma compensação financeira por sua participação e nenhum prejuízo pela eventual não participação, portanto, a sua participação na pesquisa é inteiramente voluntária. Valerá apenas como contribuição para estudos na área de Educação Matemática.

Assinatura do pesquisador responsável: ______________________________________

Declaro que li e entendi este formulário de consentimento, que todas as minhas dúvidas foram esclarecidas, e, portanto, a instituição escolar se dispõe a tomar parte nessa pesquisa. Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo pesquisador sobre a pesquisa e os procedimentos nela envolvidos.

Marque a opção deseja. Eu concordo que o nome da instituição seja divulgado.

( ) sim ( ) não

Escola Estadual:

____

Local e data: Campo Grande/MS______/ ______/ 2012

Telefone:____

Assinatura do diretor (a):

____

APÊNDICE 2 - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE (PROFESSOR)

Prezado (a) professor (a), você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Antes, porém, deve decidir se quer participar ou não. Após a leitura do termo pelo pesquisador Cristiano da Silva dos Anjos você terá a oportunidade de ler e tirar qualquer dúvida sobre esta participação.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Título do projeto: Relação entre Professores de Matemática e Livros Didáticos
Pesquisador responsável: Cristiano da Silva dos Anjos
Telefone para contato:
Pesquisador participante como Orientador: Marcio Antonio da Silva

A pesquisa se enquadra na linha de *Formação de Professores de Matemática*. Seu objetivo é investigar a relação entre professores de Matemática do Ensino Médio e livros didáticos em contextos de ensino de conteúdos específicos acerca de Álgebra. A pesquisa é de natureza qualitativa, cujos dados serão produzidos durante os processos de ensino em sala de aula, nas interações entre o professor de Matemática, os alunos, um conteúdo específico e livros didáticos. Os procedimentos metodológicos da pesquisa serão desenvolvidos em algumas etapas, as quais contarão com a participação do professor colaborador. Inicialmente, serão realizadas gravações em áudio das entrevistas com o professor em horários agendados previamente pelo mesmo. Aqui algumas informações serão obtidas a partir de questionários respondidos pelo docente. É importante ressaltar que as entrevistas e os questionários respondidos podem ser necessários durante todas as etapas da pesquisa. A segunda fase, contará com a observação das interações em sala de aula envolvendo o professor, os alunos e os recursos didáticos, bem como as gravações em vídeo e áudio das ações desenvolvidas pelo docente. Os dados obtidos a partir desses instrumentos (gravações em áudio de entrevistas, questionários respondidos e filmagens de aulas) serão transcritos mantendo a fiel correspondência com as falas e ações dos professores.

O resultado obtido poderá ser utilizado para fins científicos e educacionais tais como elaboração de artigos para divulgação em revistas ou eventos da área educacional, elaboração de teses, dissertações, monografias ou elaboração de cursos e palestras visando melhorias nos processos de formação inicial e formação continuada de professores de Matemática. Serão divulgadas apenas as informações (registros transcritos das observações, das falas e das imagens; filmagens e gravações) que lhes forem permitidas, portanto, a sua identidade pessoal poderá ou não ser divulgada.

Não haverá nenhuma compensação financeira por sua participação e nenhum prejuízo pela eventual não participação, portanto, a sua participação na pesquisa é inteiramente voluntária. Valerá apenas como contribuição para estudos na área de Educação Matemática.

Assinatura do pesquisador responsável: ___________________________________

Declaro que li e entendi este formulário de consentimento, que todas as minhas dúvidas foram esclarecidas e que sou voluntário (a) a tomar parte nessa pesquisa. Fui devidamente informado e esclarecido pelo pesquisador sobre a pesquisa e os procedimentos nela envolvidos. Foi-me garantido o sigilo das informações.

Escola Estadual: ____

Telefone:___________________celular: _____________________________________

e-mail: ____

Campo Grande/MS______/ ______/ 2012

Assinatura do professor:

____

APÊNDICE 3 - TERMO DE CONSENTIMENTO PARA IMAGENS E/OU GRAVAÇÕES

Eu, ____, professor de Matemática da Escola Estadual ____, permito que os pesquisadores Cristiano da Silva dos Anjos e Marcio Antonio da Silva, obtenham fotografia, filmagem ou gravação de minha pessoa para fins da pesquisa sobre a *Relação entre Professores de Matemática e Livros Didáticos.*

Assinale abaixo as opções pertinentes à proteção de sua identidade pessoal:

(i) O material e informações obtidas relacionadas à minha pessoa podem ser divulgados em aulas, revistas, periódicos ou eventos da área educacional, elaboração de teses, dissertações, monografias ou elaboração de cursos e palestras;

( ) sim ( ) não

(ii) Eu concordo que minha identidade pessoal seja revelada para fins científicos e educacionais;

* Se a resposta for sim, será divulgada a sua identidade pessoal, porém, serão divulgadas somente as informações que você permitir.

**Se a resposta for "não" sua identificação não será revelada sob qualquer hipótese em qualquer uma das vias de publicação ou uso.

( ) sim* ( ) não**

Nome do professor colaborador:

____

Assinatura: ____

Campo Grande/MS, ________/ _______/ 2012

Apêndice 4 - **CRONOGRAMA DE ATIVIDADES REALIZADAS NO CAMPO DE PESQUISA**

CRONOGRAMA OUTUBRO/2012							
		SEGUNDA	TERÇA		QUARTA		QUINTA
	Horário	1	2		3		4
MANHÃ	07:00 - 07:50	Roberto 1ºE (J&C)	Luiz 3ºB (J&S)		Luiz 3ºB (J)		João 2ºE (J&C)
	07:50 - 08:40	Roberto 1ºD (J&C)	Luiz 3ºB (J&S)		Roberto 1ºE (C)		João 2ºD (J&C)
	08:40 - 09:30				Roberto 1ºD (C)		
	09:40 - 10:30	Roberto 1ºE (J&C)	Geovane 2ºB (J)	João 2ºD (S&C)			
	10:30 - 11:20	Roberto 1ºD (J&C)	Geovane 2ºB (J)	João 2ºE (S&C)		João 2ºD (S)	
TARDE	13:00 - 13:50						
	13:50 - 14:40	No dia 3 tem orientação individual. Sugiro:					
	14:40 - 15:30	Jackeline: 9-10h; Cristiano: 10-11h e Shirlei à tarde			Bete 1ºB (J&C)		
	15:40 - 16:30				Bete 1ºB (J&C)		Bete 1ºB (J&C)
	16:30 - 17:20						
NOITE	18:45 -19:30						Leonardo 3ºD (S&J)
	19:30 - 20:15						Leonardo 3ºC (S&J)
	20:15 - 21:00		Leonardo 3ºD (J&C)				
	21:15 - 22:00		Leonardo 3ºC (J&C)				
	22:00 - 22:45						Leonardo 3ºD (S&J)
Total Aulas Semana 1: Roberto-6; Luiz-3;Geovane-2;João-5; Bete-3; Leonardo-5							
	Horário	8	9		10		11
MANHÃ	07:00 - 07:50	Roberto 1ºE (J&C)	Luiz 3ºB (J&S)		Luiz 3ºB (J)		
	07:50 - 08:40	Roberto 1ºD (J&C)	Luiz 3ºB (J&S)		Roberto 1ºE (C)		
	08:40 - 09:30				Roberto 1ºD (C)		Feriado
	09:40 - 10:30	Roberto 1ºE (J&C)	Geovane 2ºB (J)	João 2ºD (S&C)			
	10:30 - 11:20	Roberto 1ºD (J&C)	Geovane 2ºB (J)	João 2ºE (S&C)		João 2ºD (S)	
TARDE	13:00 - 13:50						
	13:50 - 14:40	No dia 10 tem orientação coletiva. Sugiro:					
	14:40 - 15:30	Jackeline: de manhã sozinha; Cristiano e Shirlei a tarde com os demais			Bete 1ºB (J)		Feriado
	15:40 - 16:30	ou posso trocar com o Cristiano →			Bete 1ºB (J)		
	16:30 - 17:20						
NOITE	18:45 -19:30						
	19:30 - 20:15						
	20:15 - 21:00		Leonardo 3ºD (J&C)				Feriado
	21:15 - 22:00		Leonardo 3ºC (J&C)				
	22:00 - 22:45						
Total Aulas Semana 2: Roberto-6; Luiz-3;Geovane-2;João-3; Bete-2; Leonardo-2							
	Horário	15	16		17		18
MANHÃ	07:00 - 07:50	Roberto 1ºE (J&C)	Luiz 3ºB (J&S)		Luiz 3ºB (J)		João 2ºE (J&C)
	07:50 - 08:40	Roberto 1ºD (J&C)	Luiz 3ºB (J&S)		Roberto 1ºE (C)		João 2ºD (J&C)
	08:40 - 09:30				Roberto 1ºD (J)		
	09:40 - 10:30	Roberto 1ºE (J&C)	Geovane 2ºB (C)	João 2ºD (S&J)			
	10:30 - 11:20	Roberto 1ºD (J&C)	Geovane 2ºB (C)	João 2ºE (S&J)		João 2ºD (C)	
TARDE	13:00 - 13:50						
	13:50 - 14:40	No dia 17 tem orientação individual. Sugiro:					
	14:40 - 15:30	Cristiano: 9-10h; Shirlei: 10-11h e Jackeline a tarde			Bete 1ºB (S&C)		
	15:40 - 16:30				Bete 1ºB (S&C)		Bete 1ºB (J&C)
	16:30 - 17:20						
NOITE	18:45 -19:30						Leonardo 3ºD (S&J)
	19:30 - 20:15						Leonardo 3ºC (S&J)
	20:15 - 21:00		Leonardo 3ºD (J&C)				
	21:15 - 22:00		Leonardo 3ºC (J&C)				
	22:00 - 22:45						Leonardo 3ºD (S&J)
Total Aulas Semana 3: Roberto-6; Luiz-3;Geovane-2;João-5; Bete-3; Leonardo-5							
	Horário	22	23		24		25
MANHÃ	07:00 - 07:50	Roberto 1ºE (J&C)	Luiz 3ºB (J&C)		Luiz 3ºB (J)		João 2ºE (J&C)
	07:50 - 08:40	Roberto 1ºD (J&C)	Luiz 3ºB (J&C)		Roberto 1ºE (C)		João 2ºD (J&C)
	08:40 - 09:30				Roberto 1ºD (C)		
	09:40 - 10:30	Roberto 1ºE (J&C)	Geovane 2ºB (S)	João 2ºD (J&C)			
	10:30 - 11:20	Roberto 1ºD (J&C)	Geovane 2ºB (S)	João 2ºE (J&C)		João 2ºD (S)	
TARDE	13:00 - 13:50						
	13:50 - 14:40	Dia 24 tem reunião do GP100, cancelar observação					
	14:40 - 15:30				~~Bete 1ºB (S&C)~~		
	15:40 - 16:30				~~Bete 1ºB (S&C)~~		Bete 1ºB (J&C)
	16:30 - 17:20						
NOITE	18:45 -19:30						Leonardo 3ºD (S&J)
	19:30 - 20:15						Leonardo 3ºC (S&J)
	20:15 - 21:00		Leonardo 3ºD (J&C)				
	21:15 - 22:00		Leonardo 3ºC (J&C)				
	22:00 - 22:45						Leonardo 3ºD (S&J)
Total Aulas Semana 4: Roberto-6; Luiz-3;Geovane-2;João-5; Bete-1; Leonardo-5							
	Horário	29	30		31		
MANHÃ	07:00 - 07:50	Roberto 1ºE (J&C)	Luiz 3ºB (C&S)		Luiz 3ºB (J)		
	07:50 - 08:40	Roberto 1ºD (J&C)	Luiz 3ºB (C&S)		Roberto 1ºE (C)		
	08:40 - 09:30				Roberto 1ºD (C)		
	09:40 - 10:30	Roberto 1ºE (J&C)	Geovane 2ºB (J)	João 2ºD (S&C)			
	10:30 - 11:20	Roberto 1ºD (J&C)	Geovane 2ºB (J)	João 2ºE (S&C)		João 2ºD (S)	
TARDE	13:00 - 13:50						
	13:50 - 14:40						
	14:40 - 15:30				Bete 1ºB (J&S)		
	15:40 - 16:30				Bete 1ºB (J&S)		
	16:30 - 17:20						
NOITE	18:45 -19:30						
	19:30 - 20:15						
	20:15 - 21:00		Leonardo 3ºD (J&C)				
	21:15 - 22:00		Leonardo 3ºC (J&C)				
	22:00 - 22:45						
Total Aulas Semana 5: Roberto-6; Luiz-3;Geovane-2;João-3; Bete-2; Leonardo-2							

	Professores	Roberto	Luiz	Geovane	João	Bete	Leonardo
	Total	30 aulas	15 aulas	10 aulas	21 aulas	11 aulas	19 aulas
	T. experiência	18 anos	14 anos	1 ano	1 ano	12 anos	6 anos

APÊNDICE 5 - ROTEIRO DE QUESTÕES PARA REALIZAÇÃO DA ENTREVISTA INICIAL

Temas abordados:

- Aspectos da carreira profissional;
- Formação acadêmica;
- Uso e seleção de livros didáticos nas experiências profissionais;

1. Em qual instituição se formou? Em qual ano?

2. Quanto tempo atua como professor de Matemática?

3. Quanto tempo leciona nesta escola?

4. Em qual(ais) série(s) lecionou?

5. Qual(ais) escola(s) já lecionou?

6. Fale sobre sua formação acadêmica (nível de formação e quais cursos já fez).

7. Fale um pouco sobre a sua trajetória profissional, quais seus pontos de vista quanto ao uso do livro didático e quais foram os livros que utilizou em suas experiências como professor?

8. Utiliza frequentemente o(s) livro(s) didático(s) em suas aulas? Quais são eles? Qual(ais) dele(s) você prefere?

9. Participou da escolha do livro didático desta escola? Como ocorreu?

10. Como utiliza o livro didático (no planejamento e no trabalho em sala de aula)?

11. Utiliza outros recursos didáticos em sala de aula? Quais?

12. Os alunos utilizam o livro didático para desenvolver as atividades em suas aulas? Por quê?

13. Na formação inicial teve alguma experiência com análise de livros didáticos?

15. Quais conteúdos serão ministrados no segundo semestre?

APÊNDICE 6 - QUESTÕES NORTEADORAS DA ENTREVISTA (SEMIESTRUTURADA) SOBRE O PLANEJAMENTO QUINZENAL

Observação ao professor: todas as perguntas devem ser respondidas tendo vista o planejamento quinzenal, bem como os aspectos versando o conteúdo que será abordado nesse período.

1. Quais são seus objetivos ao ensinar este conteúdo (especificar o conteúdo)?

2. Você já ensinou este conteúdo em anos anteriores? O atual planejamento foi modificado em relação aos anos anteriores?

3. De um modo geral, quais os recursos que você utilizou para preparar as aulas? E quais recursos serão utilizados na aula?

4. Qual a importância que o livro didático desempenha em sua aula (se é que considera importante).

5. Em uma escala de zero (nenhuma influência) a 10 (total influência), qual o grau de influência do livro didático na preparação da sua aula?

6. Em uma escala de zero (nenhuma influência) a 10 (total influência), qual o grau de influência do livro didático na sua prática em sala de aula?

7. Quais os livros didáticos que utilizou na preparação das aulas? O que vai utilizar de cada livro (exercícios, "teoria", atividades, situações-problema e tarefas). Por quê? Qual a sequência que o conteúdo será explorado? Explique o motivo dessa ordem?

8. Você considera a linguagem do(s) livro(s) didático(s) adequada à realidade dos seus estudantes? Quais as adaptações necessárias que sugere?

9. Propõe atividades para casa extraídas dos livros didáticos? Quais são? Quais os objetivos?

10. O livro que você utiliza é do professor ou do aluno? Caso tenha o manual docente: utiliza esse manual durante a preparação da aula? Especifique quais itens do manual utiliza.

11. Durante sua trajetória profissional ocorreu alguma situação (cursos, situação em sala de aula) que mudou sua maneira de trabalho?

12. Como você avalia os alunos? Como o livro didático influencia esse processo (provas, trabalhos). Utiliza os mesmos exercícios do livro ou modifica; quais são os tipos de exercícios?

APÊNDICE 7 - QUESTÕES NORTEADORAS DA ENTREVISTA (SEMIESTRUTURADA) SOBRE OS RESULTADOS DE AULAS SOBRE PROPRIEDADES DE LOGARITMOS, TRIGONOMETRIA E MATEMÁTICA FINANCEIRA

1. Nós percebemos que as propriedades de logaritmos foram apresentadas em um resumo no quadro negro. Por que você não seguiu a abordagem do livro didático, na página 156? Por que não abordou as restrições dos valores assumidos na base e no logaritmando quando apresenta um resumo sobre as propriedades?

2. Quando você se esquece de colocar o valor da base do logaritmo parece ser proposital. Por quê?

3. Percebemos que algumas vezes você propôs perguntar aos alunos. Você considera importante deixar um tempo para que o aluno responda suas perguntas? Por exemplo, no processo de resolução dos problemas, ao explicar o conteúdo, etc.?

4. Os exemplos resolvidos do livro didático sempre são explorados ao introduzir um novo conteúdo? Você considera viável essa abordagem do autor do livro didático?

5. Seguir a mesma estrutura do autor do livro didático é uma forma viável de obter resultados do que foi planejado?

6. Você achou algo no exercício do livro didático que não estava aliado ao que você considera desejável para os alunos?

7. Você acha que seria possível explorar exercícios de aplicações de logaritmos, por exemplo, nas páginas 160 e 161? Explique.

8. Qual seu ponto de vista em relação às demonstrações sobre as propriedades logarítmicas no processo de ensino? Obs.: dependendo da reposta - Você já realizou demonstrações em sala de aula? Quais seriam as condições para você realizar uma demonstração (conteúdo, aluno, nível intelectual dos alunos, série, etc.)? Explique.

9. Durante a aula você busca resgatar os conhecimentos prévios dos alunos sobre assuntos já abordados anteriormente. Por que acha importante fazer isso?

10. O que o levou a modificar o planejamento quando apresentou o estudo sobre Matemática Financeira em vez de Funções Logarítmicas? Por quê?

11. Quando você passa alguns exercícios sempre faz um resumo da abordagem do livro didático. Na página 159, o exercício 13, o texto apresenta os valores que x e y devem assumir. Você acha que essa informação é importante o aluno saber? Explique.

12. Na página 157, você resolveu um exercício de uma forma diferente do livro didático. Quando aplica a propriedade do produto de logaritmo você fatora o número 30 em um produto de três números primos: 2.3.5. Esse processo é uma extensão da propriedade? Isso é sempre válido?

13. Se você fosse sequenciar as palavras: conteúdo, definições, exemplos, exercícios e atividades de treino a seguir, durante suas aulas, explique como você utilizaria se é que elas estão coerentes com o que você acredita ser viável para o ensino da Matemática. Observamos nas aulas assistidas que você sempre inicia algum conteúdo passando no quadro a definição, os exemplos e depois exercícios. É sempre assim? Por que acredita neste método?

14. Notamos que na maioria das aulas você dá visto nos cadernos dos alunos. O que considera importante quando faz isso? Essa prática tem relação com o processo de ensino?

15. Você ficou satisfeito com os resultados obtidos em relação ao que foi planejado sobre logaritmos, propriedades? O que mudaria se é que acha viável fazer isso.

16. Quais são seus objetivos quando propõe atividades em grupo? Sempre pede para os alunos entregarem as resoluções dos exercícios? Por quê?

17. Nós percebemos você dá pontos aos alunos que participam resolvendo na lousa exercícios ou quando respondem alguma pergunta sobre o conteúdo estudado. Qual a importância dessa prática?

18. Às vezes, você ressalta alguns procedimentos que ajudam o aluno a obter os resultados mais rapidamente. As técnicas que facilitam os procedimentos são relevantes quando se ensina Matemática?

19. Quando fala para os alunos sobre processos seletivos (concursos e vestibulares, etc.), considera essa vertente primordial quando ensina os conteúdos matemáticos? O que destaca como principal nesse contexto?

20. Seguir a apresentação do livro didático é um caminho metodológico viável para o ensino dos conteúdos?

21. A proposta de ensino apresentada no livro didático contemplou seus objetivos quando trabalhou as propriedades de logaritmos, Matemática Financeira e Trigonometria?

22. Você sempre faz retomada de alguns resultados que os alunos não se recordam?

23. No dia 10/10 você passou algumas atividades como trabalho no quadro negro. Você que inventou os exercícios ou os retirou de algum livro didático?

24. Percebemos que você adotou em sua prática o livro didático de Iezzi *et al.*, (2010). Você acha que a proposta do autor está de acordo com o que considera satisfatório para o ensino dos conteúdos? Qual conteúdo você considera que o livro didático não trouxe abordagem satisfatória (linguagem, apresentação de conteúdo, exercícios, introdução, atividades para alunos, metodologia de ensino, sequenciamento)?

25. Você acha relevante que os alunos pratiquem bastante exercícios para colocar em prática o conteúdo que foi apresentado?

26. Você mudaria alguma coisa do seu planejamento desse ano para o próximo? Por quê?

27. Com o ano letivo encerrando, o que você leva de importante desse ano? O que mudaria em sua prática para o próximo ano? Por quê?

28. O que tem a dizer sobre a combinação de dar aula e manter a ordem na classe? Comente sobre sua postura diante da turma. E antigamente? Como era?

29. O que mais tem peso na sua atuação como professor: ensinar o conteúdo ou concluir o referencial curricular do Estado?

30. Você acha interessante explicar aos alunos individualmente ou de forma coletiva nas carteiras? Por quê? No seu ponto de vista qual (ais) diferença(s) entre as práticas: corrigir exercícios individualmente e corrigir exercícios de forma coletiva? E antigamente, sempre foi assim?

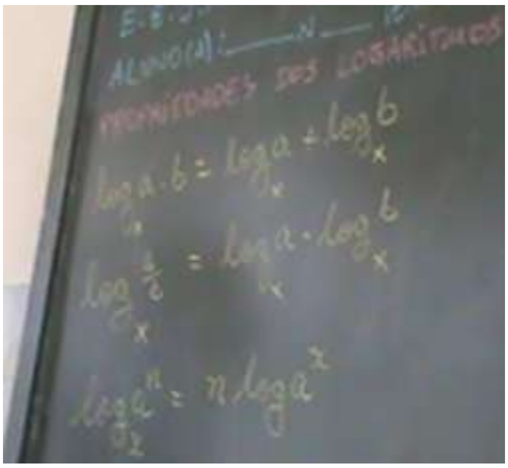
31. O que você acha das situações-problema que envolvem outras áreas do conhecimento que são apresentadas nos livros didáticos? Como você considera essas situações contextualizadas em suas aulas?

APÊNDICE 8 - PROCESSO TRANSCRIÇÃO, DESCRIÇÃO E CODIFICAÇÃO DE AULA *(PROPRIEDADES OPERATÓRIAS DE LOGARITMOS)*

Apêndice 8 – TRANSCRIÇÃO, DESCRIÇÃO E CODIFICAÇÃO DE AULA

Professor Roberto
Aula 1 – Data: 03/10/2012 Turma: 1º ano - Ensino Médio
Tema da aula: Propriedades Operatórias de Logaritmos

Códigos:
Avaliação Formal (AF)
Gestos e Movimentos no Processo de Ensino (GMPE)
Regras e Procedimentos Sintetizados (RPS)
Interação Professor - Livro Didático - Transferência (IPLD-A)
Interação Professor - Livro didático - Adaptação (IPLD-A)
Interação Professor - Livro didático - Improviso (IPLD-I)
Aula Centrada no Professor - Questionamentos e Respostas (ACP/QR)
Gestão das Práticas da Classe (GPC)

Tempo	Descrição/transcrição de aula	Códigos
00:00 - 05:00	O professor Roberto sentou-se em sua cadeira e iniciou a chamada dos alunos. Levantou-se da cadeira, pegou o apagador, o bateu no suporte da janela para tirar o pó de giz e depois fez uma ressalva aos alunos em relação ao novo conteúdo que seria apresentado na aula: "*Turminha, igual eu falei no 1F e 1D: hoje começaremos um assunto novo, que vai estar com certeza na prova mensal, bimestral, exames e em todas as avaliações de agora em diante. Propriedades de logaritmos. Os alunos [de outras turmas] acharam a aula fácil? Não!* *Então, turminha, máxima atenção! Mas não é coisa do outro mundo. Mas a garotada não achou muito fácil não. Mas, atenção que nós 'vai' (sic) se sair bem.* " Um aluno falou: "*Nós vai* (sic)? " O professor respondeu: "*Nós vai!*" Em seguida, foi até o quadro negro, apagou os registros deixados pelo professor da aula anterior, retornou à sua mesa, pegou o giz e então escreveu na lousa o cabeçalho e a temática da aula: Propriedades dos Logaritmos.	AF
05:00-10:00	O professor terminou de passar as três propriedades (conforme mostra figura abaixo) no quadro e se direcionou aos alunos, caminhando entre as carteiras mais próximas da lousa.  Tempo - 05: 08	GMPE RPS IPLD-A
	Prosseguiu a aula, dizendo: *"Bom, turminha! Vamos relembrar na aula de hoje: o que nós aprendemos com logaritmo? Logaritmos por definição, é...? Como se calcula? Lembra aquela experiência que eu falei para vocês? Estava no balcão do açougue, domingo de manhã, chega uma aluna e diz: professor eu queria lhe ver! Professor, o que é logaritmo? [,,,] Qual foi a minha resposta? [...] Lá não tinha lousa no balcão do açougue, não tinha*	

nada, não tinha caderno. O que eu disse para ela?"
O professor voltou para a lousa e fez a figura de um balão, para destacar seu lembrete. Dentro dessa figura, ele escreveu um exemplo de logaritmo. Disse:
"*Logaritmo, por exemplo, de oito na base dois. Igual como nós fazíamos na prova? Oh... dois elevado a quanto que dá oito? "*

 AF

Tempo - 06:43

O professor olhou para os alunos e aguardou respostas. Alguns alunos responderam: *Três*. Então ele confirmou e disse: *"Isso, três! "*

Tempo - 06:44

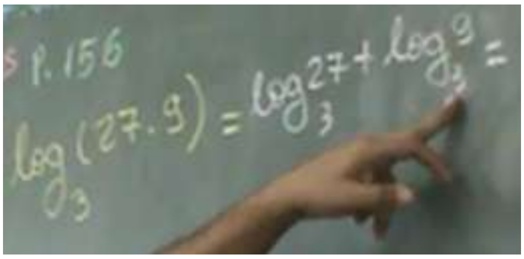
Isso nós vimos, basicamente. Se distanciou do quadro, virou-se para os alunos, se posicionou em frente às primeiras carteiras e então explicou para os alunos o motivo de usar as propriedades de logaritmo: *"Agora, na sequência da aula, nós vamos ver casos, [...] que não dá para fazer por definição. Então, nós vamos usar propriedades de logaritmos! "*
Voltou até a lousa e questionou os alunos sobre quais as propriedades. Aponto com o dedo indicador a primeira propriedade do produto registrado na lousa e falou:
"*Log de a vezes b é Log de a mais Log de b. Ou seja, quando tiver multiplicação, transforma o logaritmo em soma. Log de a sobre b, é Log de a menos Log de b. Ou seja, quando tiver divisão, transforma o logaritmo em subtração. Logaritmo de a elevado a m, é m Log de a. Ou seja, o expoente vem para a frente. "* GMPE
Depois disso, caminhou entre as carteiras dos alunos e enfatizou que iria usar durante toda a aula essas três propriedades. Ele explicou como seria o desenvolvimento da sequência da aula: *"Primeiro, vou colocar alguns exemplos, para usar só a primeira, depois usar só a segunda, só a terceira e, para terminar a aula, dois [exemplos envolvendo as três propriedades]. "* RPS GMPE
Na sequência, a aula foi interrompida por alunos de outras turmas que, depois de pedir um tempo da aula para o professor, entraram na sala para informar sobre atividades cultur da escola. Então, até o final desse episódio, enquanto os alunos comentavam os recados professor aproveitou para pagar o restante do quadro que estava com registros da a anterior.

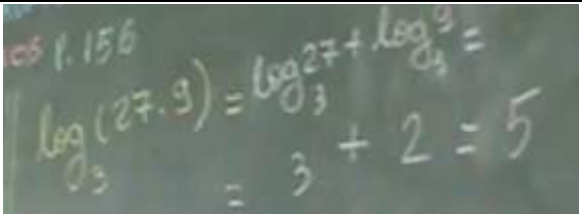
10:00 15:10	O professor terminou de apagar o quadro, se direcionou até sua mesa, pegou o livro didático, caminhou na sala, nas proximidades do quadro negro e segui em direção à porta. Então, parou em frente as carteiras centrais e perguntou aos alunos: *"Quem trouxe o livro*

didático? "
Ele disse:
"Vamos abrir nas propriedades de logaritmos. [...] Turma que trouxe o livro, por favor, abra na página 156. Turma, nós já fizemos vários casos, como eu falei na outra sala: <u>nem todos os casos caem na prova! Mas nós vamos treinar as propriedades, então, quando eu colocar as questões que caem na prova, [vocês] terão menos dificuldades. Então, turma, na página 156 está escrito: propriedades operatórias. "</u> RPS/AF
Com o livro aberto na página mencionada, o professor o segurou na mão esquerda e se posicionou de costas para os alunos. Escreveu no quadro os três exemplos, conforme figura na sequência, para desenvolver e aplicar os resultados das propriedades.

Tempo - 13:23 IPLD-T

Ele disse: *"Oh, gente, os três exemplos nós <u>vamos brincar com a primeira propriedade.</u> "* RPS
Em seguida, o professor foi até a primeira parte da lousa, indicou com o giz a primeira propriedade que passou inicialmente e ressaltou:
"Quanto tiver 'vezes', transforma em soma, tá? ". Depois, indicou com o giz o primeiro exemplo, virou-se na direção dos alunos e perguntou: *"Quanto tiver vezes, transforma em? "*
Ele mesmo respondeu:
"Soma! "
Na sequência, escreveu no quadro a solução do primeiro exemplo:
$\log 27 + \log 9$, porém, ao aplicar a propriedade do produto, o professor não colocou os valores da base. Depois, <u>ele se posicionou de frente para os alunos e se distanciou da lousa.</u> Com isso, disse: GMPE
"Turma, eu falei na outra sala e vou falar aqui: erro do professor. Do professor, hein, turma? Imagina do aluno! <u>A gente está com pressa, ansioso, quer terminar logo e comete esse tipo de erro. Que erro eu cometi? Vamos ver quem vai perceber! "</u> ACP/QR
<u>Após cinco segundos, como nenhum aluno respondeu, ele apontou uma aluna aleatoriamente com a mão esquerda e disse: *"Muito bem, Taísa! Não escrevi a base! "*</u>
Imediatamente, voltou ao quadro negro e colocou o número três como valor da base: $log_3 27 + log_3 9$. Então, ficou de frente para os alunos e disse:
"<u>Se a gente se esquece de escrever a base, chega uma hora ... 'professor, eu não sei o que fazer'. Esqueceu a base!</u>"
Essa última fala foi dita com um tom mais alto do que de costume, de modo que a v soou como a de uma aluna.
<u>Em seguida, ele interrompeu a explicação, caminhou entre as carteiras e identificou algu alunos fazendo tarefa de outra disciplina durante a explicação</u>. Ele disse ao pesquisad que presenciava a aula:
"Professor Cristiano, eu também uso livro de Língua Portuguesa na minha aula. Você vê

	que eu sou um professor dinâmico. [...] Turminha, pela mãe do guarda! Por isso eu falo para não fazer tarefa na sala. " Caminhou de um lado para o outro, nas proximidades do quadro, gesticulando com as mãos e com olhar de indignação, disse: *"Na aula de Português, faz tarefa de História; na aula de História, faz tarefa de Matemática, na aula de Matemática, faz tarefa de Português. Então na outra aula [de Matemática], não faz nada! "* Depois disso, o professor se expressou com uma fala mais ríspida, colocou a mão direita na cabeça e enfatizou, com tom de voz mais alto, como se imitasse a voz de uma aluna: *"Professor, por que eu não entendo essa matéria? Eu sou burra? – Não, não é que você é burra! Pela mãe do guarda! "*	
15:10- 21:36	Indicando com os dedos, como se estivesse os contando, o professor disse: *"Aula de Português, faz tarefa de Português! Aula de Matemática, faz tarefa de Matemática! "* Um aluno, posicionado nas proximidades do quadro, irritado com as repetições e com a argumentação do professor, disse: *"Tá, professor ensina logo Matemática, vai! "* Então o professor bateu as mãos em suas pernas, novamente com olhar de indignação, parou de argumentar sobre o caso da tarefa e retornou até a lousa no primeiro exemplo. Então prosseguiu a explicação: *"Vamos lá, turminha. Vamos ensinar a Quênia, a Camile e todo mundo. "* Nesse caso, destacou os nomes dessas alunas porque eram as que estavam fazendo tarefa de outra disciplina durante a sua aula.	GMPE GPC
	Prosseguindo, ele indicou para o $log_3 27$ e perguntou: *"Três elevado a quanto é vinte e sete? Três! ".* O professor levantou os braços para o alto, de frente para os alunos, indicou três dedos e enfatizou: "*Oh, três vez três, vez três?* " Após aguardar alguns segundos, ele próprio respondeu: *"Vinte e sete! Três elevado a três. "* Voltou para o quadro e apontou para $log_3 27$, quando argumentou: *"Então, oh, este o logaritmo é três. "* Com os dedos nos números registrados na lousa, ele afirmou: *"Três elevado a três é vinte e sete! "* Em seguida ele indicou com os dedos o registro de $log_3 9$, conforme mostra a figura a seguir e perguntou:  Tempo - 15:51 *"Três elevado a quanto é nove? "* Alguns alunos responderam que o valor seria dois. O professor respondeu: *"Muito bem, Camila! Grande Camila! "* Novamente o professor se coloca no lugar de uma aluna, como se ela tivesse respondido sua pergunta. Então disse: *"Agora, turma, até o palmeirense responderá: três mais dois. Vamos palmeirense! Três mais dois? "* Alguns alunos responderam que o valor seria seis. Então, ele foi até o quadro e colocou o resultado: cinco.	GMPE GMPE ACP/QR

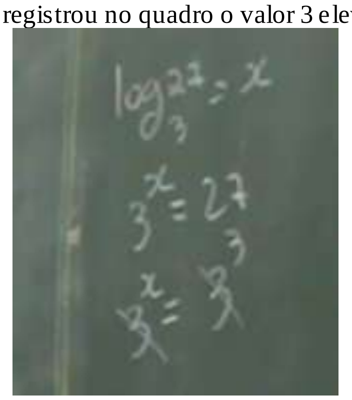


Tempo - 16:14

Nesse mesmo momento, um aluno que estava sentando no fundo da sala disse, em voz alta, que o valor estava errado. Na sequência, o professor disse:
"Vamos ouvir o Senhor Paulo! O que está errado, grande? Pode falar! Pode falar! ".
O aluno não se pronunciou. Pareceu que queria somente chamar sua atenção durante a explicação. Na sequência, o professor disse:
"Não, turma... na boa, às vezes..." (Não completou a frase, mas queria se justificar que poderia ter errado algum procedimento).
Ele tem o costume de chamar os alunos de "grande", em vez de utilizar o nome dos mesmos.

GMPE

<u>Uma aluna que se sentava nas proximidades do quadro perguntou se o resultado não seria três vezes dois.</u> (Parece que o professor não entendeu a dúvida dos alunos).
Até então o professor estava de frente para os alunos discutindo a questão do que estava errado. Na sequência, ele retornou ao quadro e desenvolveu separadamente o cálculo de $log_3 27$. Então, conforme desenvolveu a definição de logaritmo, ele disse:
"Oh, logaritmo! Três elevado a quanto é vinte e sete? Vinte e sete, três vez três vez? " (Não completou a frase, mas registrou no quadro o valor 3 elevado a 3).



Tempo - 16:54

O professor apontou com os dedos para o registro: $log_3 9$. Feito isso, ele disse que, para aquele caso, o cálculo seria da mesma forma. Disse:

GMPE

"Três elevado a quanto é nove? Dois. Beleza? "
Na sequência, ele pegou o apagador e apagou os registros que fez para relembrar o cálculo de logaritmo, conforme ilustrado na figura anterior.
O professor olhou para os alunos e apontou com o dedo mindinho o próximo exemplo. Ele disse:
"Aqui, turma! Seis, oh! "
<u>Se distanciou do quadro e caminhou entre as carteiras centrais, até o fundo da sala.</u>

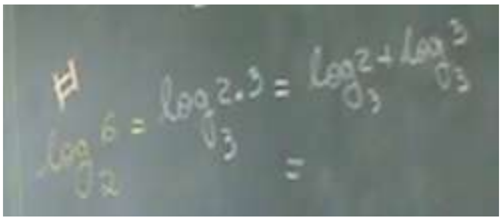
GPC

Continuou falando:
"Seis pode ser decomposto em uma multiplicação! "
Imediatamente retornou ao quadro. Disse:
"Oh, qual a multiplicação que resulta em seis? "
Um aluno respondeu 2 e o professor disse:
"Três vezes dois, muito bem! Então turma, porque eu estou fazendo isso? É porque eu não sei! Oh, dois elevado a quanto que é dois? Eu não sei! "
Com os braços abertos, ele enfatizou:
"Eu não sei! Então tem que decompor! ".
Então, ele registrou no quadro $log_3 2.3$, <u>e disse:</u>

GPC

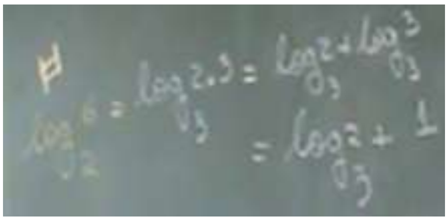
<u>*"Oh, propriedade! Adonai! "* (Um aluno estava tirando sua atenção)</u>. Em seguida, mostrou novamente a primeira propriedade registrada na primeira parte do quadro e disse:
"Quando tem vez, põe? Mais! Então, o logo de dois mais log de? Na base? "

Conforme perguntava aos alunos, ele registrou no quadro o desenvolvimento da propriedade.



Tempo - 18:12

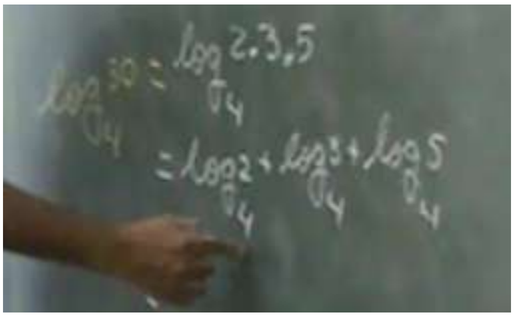
Ele apontou com o dedo indicador o registro $log_3\ 2$ e disse que não era possível conhecer aquele valor ainda, mas não explicou os motivos. Virou-se para os alunos e perguntou:
"Três elevado a quanto é dois? Assim não dá turma! Pela mãe do guarda!(Alguns alunos estavam conversando e tirando sua atenção na explicação). *Oh, log de mais! Três elevado a quanto que é três? "*
Alguns dos alunos responderam que o valor é um. Ele registrou o valor e disse:
"Beleza? "
Em seguida, uma aluna o questionou a respeito das razões de não ter desenvolvido o $log_3\ 2$.



Tempo – 18:27

Ele foi até o quadro e apontou o registro de $log_3\ 2$ e respondeu:
"Por que eu não sei, né? Três elevado a quanto que é dois? "
Distanciou-se do quadro e dialogou com os alunos:
"A gente vai ver depois mudança de base, então a gente vai saber responder. Mas, por enquanto, a introdução às propriedades, a gente para por aqui. Por isso eu peço, abram o livro e olhem aonde o professor parou. 'Ai, professor, o livro está diferente! ' (imitou um aluno falando). *Entendeu, turma? "*
Depois disso, um aluno pergunto qual a página do livro que apresentava os exemplos da aula. Ele apontou com o dedo indicador na lousa:
"Olha lá, oh, página 156. Esse exemplo agora é da página 157". GMPE
Na sequência, voltou ao quadro no terceiro exemplo e disse:
"Oh, logaritmo de trinta na base quatro. Crianças, qual? ".
Afastou-se do quadro e caminhou entre as carteiras. No mesmo momento um aluno perguntou havia acabado o exemplo anterior. Ele retornou ao quadro e disse:
"Isso, acabou! Não é que acabou, a gente não tem instrumento hoje para terminar, eu tenho que passar para vocês mudança de bases". ACP/QR
O mesmo aluno questionou a razão pela qual o professor passou uma coisa que eles não sabiam ainda. O professor pediu que eles ficassem calmos, porque os exemplos estavam na introdução do livro didático.
Ele pediu atenção da turma e continuou a explicar o último exemplo. Disse duas vezes:
"Qual a multiplicação de números primos que é igual a trinta?
Distanciou-se do quadro, aguardou cinco segundos e respondeu:
"Dois vezes três vezes cinco. "
Retornou ao quadro e registrou, dizendo:
"Dois vezes três, vezes cinco, trinta! Na base? Vamos olhar a propriedade. "
Indicou novamente a propriedade da multiplicação na primeira parte do quadro. Então perguntou:
"Quando tem vezes eu coloco? " ACP/QR

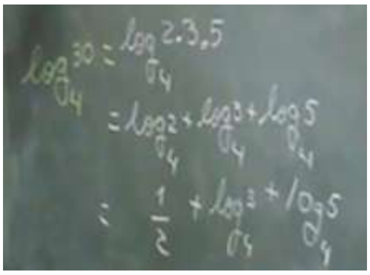
Uma aluna respondeu:
“Mais! ”
Ele respondeu:
“Mais! ”
Então continuou a desenvolver o exemplo:



AF

Tempo - 20:23

Prosseguiu:
“Log de dois, mas, Log de três, mas log de? Na base? ”
No mesmo momento que ele escreveu, questionou os alunos:
“Quatro elevado a quanto que é dois? ”
Um aluno pediu que ele repetisse a pergunta. Ele repetiu, aguardou um momento e disse:
“Isso! Raiz de quatro, muito bem, Camila! ” (Novamente ele se colocou no lugar de uma aluna).
“Turma, raiz de quatro é dois. Raiz de quatro é a mesma coisa de quatro elevado a quanto? Meio, né? Meio! ”.
Foi até o quadro e registrou o valor ½ . Então, continuou a resolver o exemplo e disse:
“ Mas, quatro elevado a quanto que é três? Não sei, não sei mesmo! É mais que, mas eu não sei! ”
Então registrou $log_4 3$. :
“*Quatro elevado a quanto que cinco? ”*
Virou-se para os alunos, mexeu a cabeça de um lado para o outro e disse:
“Eu não sei, é mais que um! ”.
Então registrou $log_4 5.$ e disse:
“Parou por aí, falou? ”



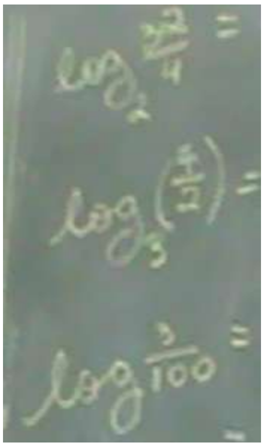
Tempo – 21:30

“Como falei na outra sala, turma: quando a nossa conta é um número inteiro ou decimal, cai na prova. Quando termina assim (o professor indicou no quadro o segundo exemplo, conforme mostra a figura abaixo), não vai cair na prova. Mas a gente precisa trabalhar para desenvolver as propriedades.

Tempo – 21:36

21:37
26:20

Na sequência da aula, o professor foi até sua mesa, pegou o livro didático e abriu na página 157. Com o livro apoiado em sua mão direita, passou três exemplos para desenvolver a propriedade do logaritmo do quociente.



IPLD-T

Tempo – 22:34

Terminou de passar os três exemplos e colocou o livro didático sobre sua mesa. Depois, caminhou na sala de aula, foi até a carteira de um aluno e chamou sua atenção de forma particular e pediu que prestasse atenção na aula. Em seguida, voltou ao quadro e disse:

GMPE
GPC

"Agora eu quero fração, di-vi-são!"

Então caminhou em direção à propriedade registrada na primeira parte do quadro na introdução da aula:

"Qual propriedade a gente usa? Propriedade de dois. Quanto eu tiver logaritmo da divisão, transforma a conta em? Menos, subtração! Então, como que fica a brincadeira? Logaritmo de trinta e dois, menos logaritmo de? O que está faltando?" (Escreveu o logaritmo sem registrar o valor da base). *"Paulinho, você percebeu aquela ora o que está faltando?"*

Ele respondeu:

"A base".

ACP/QR

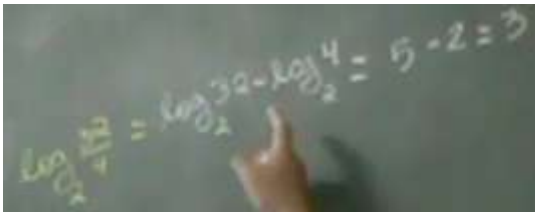
O professor:

"Grande Paulinho! Dois elevado a quanto dá trinta e dois?"

O professor registrou no quadro o desenvolvimento da conta, olhou para trás e perguntou:

"Quanto? Isso, Camila! Cinco! Dois à quinta? Trinta e dois! Dois elevado a quanto é quatro? Dois ao quadrado! Cinco menos dois?"

Registrou o valor três e perguntou aos alunos se estava tudo tranquilo.



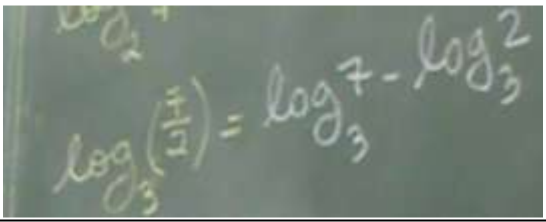
Tempo - 24:12

"Dois elevado a cinco, trinta e dois. Dois elevado a dois, quatro. Diminuiu, deu... três!"

Em seguida, passou a desenvolver o próximo exemplo. Ele enfatizou que o próximo seguiria a mesma linha e disse:

"Quando tem fração, coloca menos. Log de sete menos log de? Na base?".

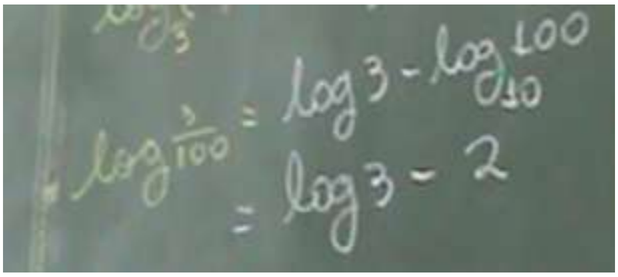
Conforme questionava os alunos, registrava no quadro. A figura a seguir mostra o referido exemplo:



Tempo – 24:41

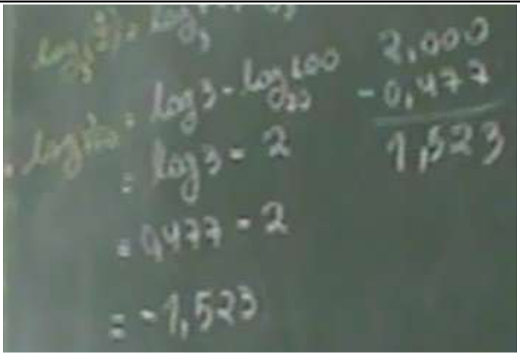
Então disse:
"Turma, não dá para continuar hoje. Então, paro por aqui. Paro por aqui, tá turma? Quando a gente estudar mudança de base, aí dá para continuar, mas sem mudança de base não dá. "
Em seguida, fez o último exemplo em relação à propriedade do quociente. Em suas palavras:
"Log de 3 menos log de 100. Turma, eu falei na outra sala, até pedi para fazer as contas. Ai eu falei assim... (não terminou a fala). *Deixa eu continuar aqui! Log de três. Não tem nada é porque a base é dez. Dez elevado a quanto que é cem? "* ACP/QR
O professor aguardou os alunos responderem e depois de alguns segundos, como não houve resposta, ele respondeu:
"Dez ao quadrado, né, turma? Aí eu falei na outra sala... (não completou a fala).
Depois, foi até a sua carteira e retornou ao quadro, dizendo:
"Oh, então, turma: dez elevado a quanto é cem? " [...]

26:20 O professor continuou:
30:08 *"Oh, turminha, pelo conhecimento que a gente tem hoje, acabou! Terminou! Beleza! A partir da próxima aula nós vamos estudar, ver alguns logaritmos na base dez. Por exemplo: dez elevado a quanto que é três? Zero, quatro, sete, sete. A gente vai decorar o logaritmo de dois, de cinco e aí a gente continua as contas. "*
Nesse mesmo momento da aula, um aluno perguntou se a resolução do último exemplo estaria certa, ou seja, se poderia deixar sem desenvolver o logaritmo de três na base dez.



Tempo - 26:42

O professor respondeu que estava certo. E continuou falando:
"Então está certo, mas na prova nem vai cair desse jeito. Como vai cair? Quanto que é... dez elevado a quanto que dá três? Zero, quatro, sete, sete. Então nós vamos decorar logaritmo de dois, de três e de? Cinco! Tá. A gente vai decorar. De tanto fazer conta a gente vai decorar. No dia da prova também. " AF RPS
Em seguida continuou desenvolvendo as contas do último exemplo:
"Menos dois. Como a gente subtrai, turminha? "
Ele registrou a operação de subtração ao local do exemplo (conforme ilustração abaixo, e pronunciou a operação (2-0,477):
"Dois, menos, zero, quatro, sete".
Um aluno enfatizou que o resultado seria negativo.
O professor confirmou:
"Vai dar negativo! Vamos lá. Dez menos sete? Três. Nove menos sete? Dois. Nove menos quatro? Dois emprestou ficou um. Um menos zero? Igual como ele falou, negativo, um, cinco, dois, três. "
Ele indicou com os dedos os algarismos que representavam o resultado da subtração.



Tempo - 27:48

Prosseguiu: IPLD-T

"Perguntas? Turma, nós estamos preparando questões bem simples para quando eu passar as grandes vocês têm que fazer. [...] Se der tempo, eu falei na aula passada, [...] nós vamos trabalhar esse ano aplicações de logaritmo. Logaritmo está na Biologia. Por exemplo, na questão do sangue a gente pode usar logaritmo. A gente vai ver num projeto se der tempo." RPS

Na sequência da aula, o professor se direcionou à sua mesa, pegou o livro didático e abriu na página 158. Segurou em sua mão esquerda, foi até o quadro e escreveu três exemplos para desenvolver o logaritmo do produto. Deixou o livro didático em sua mesa e voltou ao quadro. Depois disse:

"Vamos lá, turminha! Vamos treinar agora a terceira propriedade!"

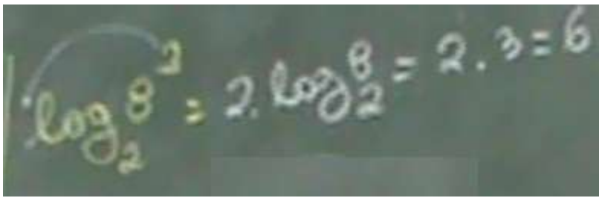
O professor caminhou novamente até a primeira parte da lousa e mostrou a propriedade do produto que escreveu na introdução da aula.

"Olha lá, turma, propriedade da potência. Expoente vem para? Frente! Duas vezes logaritmo de oito na base dois. Vamos lá, turma, fala para mim! Dois elevado a quanto que é oito?"

Esperou alguns segundos e se virou para os alunos. Alguns responderam que o valor seria três. Então o professor registrou no quadro o valor três e depois perguntou:

"Dois vezes três?"

Então escreveu seis como resultado da multiplicação.

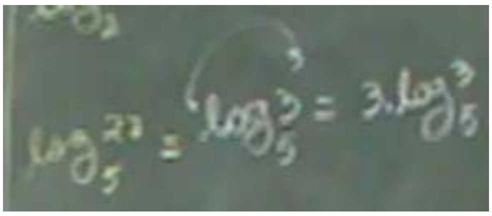


Tempo - 30:08

30:08
35:15

Em seguida, passou para o próximo exemplo. Disse:

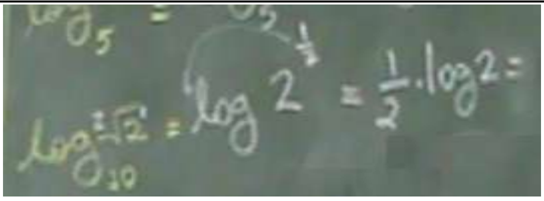
"Aqui, oh, para usar a terceira propriedade tem que fatorar o vinte e sete. Vinte e sete não é três vezes três vezes três? Então quer dizer vinte e sete é três ao cubo! Expoente vem para a frente. Três vezes Log de três na base cinco. Paro por aí? Paro! Porque a gente não sabe calcular log de três na base cinco. A gente vai ver mais para a frente, tá? Cinco elevado a quanto que é três? Não sei! É um vírgula alguma coisa... eu não sei!"



Tempo - 30:38

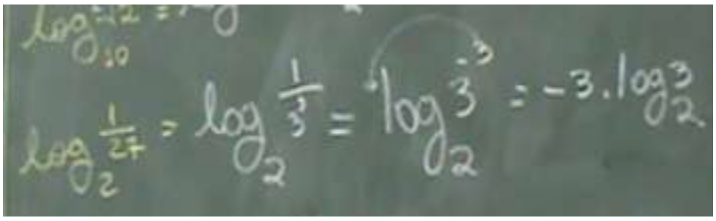
Na sequência, o professor iniciou o desenvolvimento do terceiro exemplo da propriedade do produto.

"Aqui turma, como transformo raiz de dois em potência? Dois elevado a um sobre? Dois! O dez não precisa ser escrito como base, tá? Propriedade! Expoente vem para? Frente! Meio vezes Log de dois, então igual. Pode terminar por ai? Pode. Na outra aula a gente vai usar os números decimais, tá?".



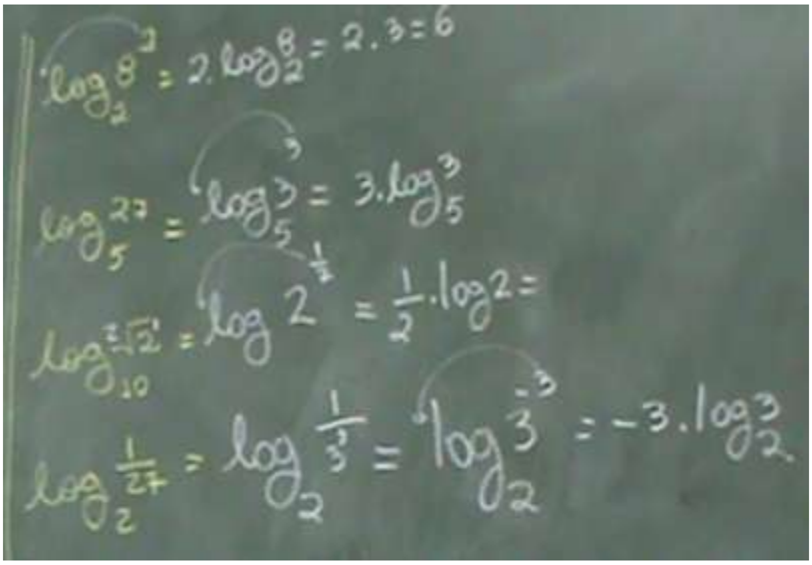
Tempo - 31:19

Em seguida explicou o último exemplo.
"Vinte e sete. Qual potência é igual a vinte e sete, turma? Vinte e sete é três vezes três, vezes três? Certo? Três ao cubo! Então, quem está embaixo sobe, expoente muda de sinal! E agora, expoente vem para a frente. "



Tempo - 32:02

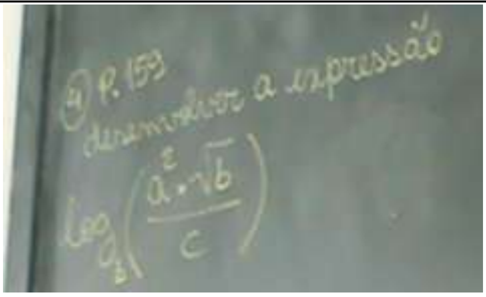
Prosseguiu:
"Tranquilo? Copia ai, que vou apagar aqui depois para colocar a última parte da aula. <u>Treinar as três propriedades. Então, o que a gente vai fazer agora? Treinar as três ao mesmo tempo. "</u> [...]
A figura abaixo mostra o desenvolvimento das respostas dos três exemplos que o professor explorou na lousa:



IPLD-T
IPLD-A

Tempo - 32:11

Os alunos enfatizaram que, devido ao horário, não daria tempo de passar outro exemplo. Era por volta de 9h20 min da manhã. Então, o professor se apressou, apagou rapidamente a primeira parte do quadro. <u>Pegou rapidamente o livro didático em sua mesa, abriu na página 159 e selecionou um exercício que exigia o uso das três propriedades de logaritmos,</u> conforme ilustra a figura abaixo:



Tempo - 35:01

Deixou o livro em sua mesa e disse:

"Bom, turma, vamos terminar a aula. Turma, olha a responsabilidade, último bimestre. Tem aluno que está brincando, o exame está chegando. Está difícil, hein? Brincando com figurinha, cartazinho! " AF

Em seguida, foi até o quadro e disse:

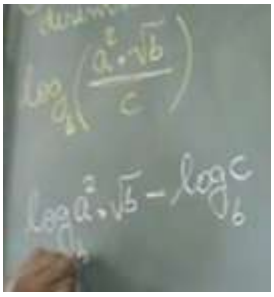
"Agora turma, vamos usar as propriedades juntas".

Nesse momento ele andou entre as carteiras dos alunos até o fundo, aproximou-se de um aluno e chamou sua atenção em particular. Em seguida, voltou até o quadro e disse: GMPE GPC

"Vamos lá, turminha. A gente viu propriedades da multiplicação, com divisão e potência. Então, nós temos todas as contas juntas. E agora? Qual a propriedade que a gente vai usar? Pensa em uma operação que envolva a maior quantidade de números, de elementos? "

O professor indicou com giz o traço da divisão e disse:

"No caso, aqui é a divisão. A gente vai usar a propriedade da divisão. Olha no caderno que vocês copiaram. Quando tem divisão a gente usa mais ou menos? Menos! Logaritmo de cima, menos logaritmo de baixo na base b."



Tempo - 35:27

Prosseguiu:

"Aqui tem vezes, olha no caderno. Quanto tiver... Hoje a turma tá que tá, hein? Vamos lá, turminha...".

Ele andou no corredor das carteiras próximo à paridade das janelas e retornou ao quadro.

"Vamos lá, turminha! Quando tem vezes, tem que colocar o que? Mais! Logaritmo do primeiro mais logaritmo do segundo, menos logaritmo do terceiro. Tem propriedade ainda? Tem! Transformar raiz em potência! ". GPC GMPE

Em seguida, parou a explicação para chamar a atenção de alguns alunos:

"Turma, na boa, vou chamar a Gisela [a coordenadora pedagógica], ela vai vir aqui e levar dois alunos na próxima aula. Prejudica todo mundo que está ao redor deles! Oh, transformando raiz em potência! Log de a ao quadrado, mais Log de b elevado a meio, menos Log de c. Todo mundo na base b, mais meio, Log de b na base de b, menos log de c na base b."

GPC

Tempo -37:15

Finalizou: *"Agora sim turma, pode copiar!"* Conforme os alunos terminavam de copiar, levaram o caderno para que o professor pudesse vistar. Essa prática é realizada com frequência ao final das aulas.

Anexos – SESSÕES DO LIVRO DIDÁTICO:

Iezzi et all (2010): **Matemática Ciência e Aplicações** - Volume 1;

CAPÍTULO 8: Logaritmos;

CAPÍTULO 13: Trigonometria no triângulo retângulo;

Função logarítmica 8

Logaritmos

Um caminhão custa hoje R$ 100 000,00 e sofre uma desvalorização de 10% por ano de uso.

Depois de quanto tempo de uso o valor do veículo será igual a R$ 20 000,00?

A cada ano que passa o valor do caminhão fica sendo 90% do que era um ano atrás. Então, seu valor evolui da seguinte forma:

- após 1 ano de uso:
  90% de R$ 100 000,00, ou seja, R$ 90 000,00
- após 2 anos de uso:
  90% de R$ 90 000,00, ou seja, R$ 81 000,00
- após 3 anos de uso:
  90% de R$ 81 000,00, ou seja, R$ 72 900,00

e assim por diante.

No Brasil, o transporte rodoviário é um dos principais meios de distribuição de cargas.

O valor do veículo em reais evolui, ano a ano, de acordo com a sequência:

$$100\,000;\ (0,9)\cdot 100\,000;\ (0,9)^2\cdot 100\,000;\ (0,9)^3\cdot 100\,000;\ \ldots;\ (0,9)^x\cdot 100\,000$$

em que x indica o número de anos de uso.

Para responder à pergunta feita, devemos resolver a equação $(0,9)^x \cdot 100\,000 = 20\,000$, ou seja, $(0,9)^x = 0,2$, que é uma equação exponencial.

No estudo de equações exponenciais, feito no capítulo anterior, só tratamos de situações em que podíamos reduzir as potências à mesma base. Quando temos de resolver uma equação como $(0,9)^x = 0,2$, não conseguimos reduzir todas as potências à mesma base. Para enfrentar esse e outros tipos de problemas, vamos estudar agora os logaritmos.

Definição

Sendo a e b números reais e positivos com $a \neq 1$ chama-se **logaritmo de b na base a** o expoente x ao qual se deve elevar a base a de modo que a potência a^x seja igual a b.

$$\boxed{\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b}$$

Dizemos que:

- a é a base do logaritmo;
- b é o logaritmando;
- x é o logaritmo.

Vejamos alguns exemplos de logaritmos:

- $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$
- $\log_3 9 = 2$, pois $3^2 = 9$
- $\log_2 \frac{1}{4} = -2$, pois $2^{-2} = \frac{1}{4}$
- $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$
- $\log_4 1 = 0$, pois $4^0 = 1$
- $\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$, pois $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$
- $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$, pois $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$
- $\log_{0,5} 0,25 = 2$, pois $(0,5)^2 = 0,25$

Nesses exemplos, o cálculo do logaritmo poderia ser feito mentalmente. Porém, há casos em que isso não é tão simples, como mostra o exemplo seguinte:

1 Exemplo

Vamos calcular, por meio da definição:

a) $\log_{\sqrt[3]{9}} 3$

Façamos $\log_{\sqrt[3]{9}} 3 = x$. Temos:

$$(\sqrt[3]{9})^x = 3 \Rightarrow (\sqrt[3]{3^2})^x = 3 \Rightarrow \sqrt[3]{3^{2x}} = 3 \Rightarrow 3^{\frac{2x}{3}} = 3 \Rightarrow \frac{2x}{3} = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

b) $\log_{16} 0,25$

Façamos $\log_{16} 0,25 = y$. Temos:

$$16^y = 0,25 \Rightarrow (2^4)^y = \frac{1}{4} \Rightarrow 2^{4y} = 2^{-2} \Rightarrow 4y = -2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

Exercício resolvido

1. Qual é o número real x em $\log_x 4 = -2$?

Solução:

O número procurado x deve ser tal que $0 < x \neq 1$.

Aplicando a definição vem:

$$x^{-2} = 4 \Rightarrow \frac{1}{x^2} = 4 \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \overset{x>0}{\Rightarrow} x = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

Convenção importante

Convencionou-se que, ao escrevermos o logaritmo de um número com a base omitida, estamos nos referindo ao logaritmo desse número em base 10, isto é:

$$\log x = \log_{10} x$$

Assim, por exemplo, $\log 10\,000 = 4$ (pois $10^4 = 10\,000$); $\log \frac{1}{1000} = -3$ $\left(\text{pois } 10^{-3} = \frac{1}{1000}\right)$.

Os logaritmos em base 10 são conhecidos como **logaritmos decimais**.

Observação

As restrições para a ($0 < a \neq 1$) e para b ($b > 0$) indicadas na definição garantem a existência e a unicidade de $\log_a b$.

Pense nisto:

- O que aconteceria se a base do logaritmo fosse igual a 1? Experimente calcular $\log_1 5$ ou $\log_1 4$.
- O que aconteceria se o logaritmando fosse um número negativo? Confira tentando calcular $\log_2 (-4)$.
- E se tivéssemos base e logaritmando iguais a 1? Que problema teríamos ao calcular $\log_1 1$?

Consequências

Sejam a, b e c números reais com $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$.

Decorrem da definição de logaritmo as seguintes propriedades:

- O logaritmo de 1 em qualquer base a é igual a 0.

$$\boxed{\log_a 1 = 0}, \text{ pois } a^0 = 1$$

- O logaritmo da base, qualquer que seja ela, é igual a 1.

$$\boxed{\log_a a = 1}, \text{ pois } a^1 = a$$

- A potência de base a e expoente $\log_a b$ é igual a b.

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

Para justificar essa propriedade façamos $\log_a b = c \Rightarrow a^c = b$. Daí, $a^{\log_a b} = a^c = b$.

Assim, por exemplo, temos que:

$$2^{\log_2 3} = 3; \quad 5^{\log_5 4} = 4 \text{ etc.}$$

- Se dois logaritmos em uma mesma base são iguais, então os logaritmandos também são iguais. Reciprocamente, se dois números reais positivos são iguais, seus logaritmos em uma mesma base também são iguais.

Para justificar a primeira afirmação, temos:

$\log_a b = \log_a c \underset{\text{def.}}{\Rightarrow} a^{\log_a c} = b$ e, pela propriedade anterior, segue que $c = b$.

Para justificar a recíproca, temos que $b = c$ e queremos mostrar que $\log_a b = \log_a c$.

Sejam $\log_a b = x$ e $\log_a c = y$.

Temos: $a^x = b$ e $a^y = c$. Como $b = c$, segue que $a^x = a^y \Rightarrow x = y$, ou melhor, $\log_a b = \log_a c$.

Exemplo 2

Vamos calcular o número real x tal que $\log_3 (2x + 1) = \log_3 (x + 3)$.

Inicialmente, é importante lembrar que os logaritmos acima estão definidos se $2x + 1 > 0$ e $x + 3 > 0$, ou seja, $x > -\frac{1}{2}$ (1) e $x > -3$ (2). Fazendo (1) $\cap$ (2), obtemos: $x > -\frac{1}{2}$.

Da igualdade $\log_3 (2x + 1) = \log_3 (x + 3)$ segue que:

$$2x + 1 = x + 3 \Rightarrow x = 2 \text{ (este valor satisfaz)}$$

Exercício resolvido

2. Qual é o valor de $9^{\log_3 5}$?

Solução:

Como $9 = 3^2$, podemos escrever $(3^2)^{\log_3 5}$ e, trocando a posição dos expoentes, vem:

$(3^{\log_3 5})^2 = 5^2 = 25$

Exercícios

1. Usando a definição, calcule o valor dos seguintes logaritmos:

a) $\log_2 16$
b) $\log_4 16$
c) $\log_3 81$
d) $\log_5 125$
e) $\log 100000$
f) $\log_4 64$

2. Use a definição para calcular:

a) $\log_2 \frac{1}{4}$
b) $\log_{\sqrt{3}} 3$
c) $\log_8 16$
d) $\log_4 128$
e) $\log_{36} \sqrt{6}$
f) $\log 0{,}01$

3. Coloque em ordem crescente os seguintes números reais:

$A = \log_{25} 0{,}2$; $B = \log_7 \frac{1}{49}$; $C = \log_{0,25} \sqrt{8}$; $D = \log 0{,}1$.

4. Calcule:

a) o logaritmo de 4 na base $\frac{1}{8}$;
b) o logaritmo de $\sqrt{3}$ na base 27;
c) o logaritmo de 0,125 na base 16;
d) o logaritmo decimal de $\sqrt[3]{100}$.

5. Calcule:

a) o número cujo logaritmo em base 3 vale -2;
b) o número cujo logaritmo em base $\frac{1}{2}$ vale 3;
c) a base na qual o logaritmo de $\frac{1}{4}$ vale -1;
d) a base na qual o logaritmo de 32 vale 10.

6. Sabendo que $\log a = \frac{1}{2}$ e $\log b = -1$, calcule o valor de:

a) $\log_3 a$
b) $\log_a b$
c) $\log_{\sqrt{a}} b$
d) $\log \frac{a}{b}$
e) $\log (ab)$

7. Qual é o valor de cada uma das expressões?

a) $a = \log_5 5 + \log_3 1 - \log 10$
b) $b = \log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_4 \frac{1}{4}$
c) $5^{\log_5 7}$
d) $3^{\log_3 7} + 2^{\log_2 4}$

8. Em cada caso, calcule o valor de $\log_5 x$:

a) $x = \frac{1}{25}$
b) $x = \sqrt[4]{5}$
c) $x = 5^{11}$
d) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{625}}$
e) $x = 0{,}2$

9. Obtenha o valor de x nas equações seguintes:

a) $\log_4 x = \log_4 7$
b) $\log_3 (4x - 1) = \log_3 x$
c) $\log x^2 = \log x$

10. Qual é o valor de x em:

a) $\log_3 x = 4$?
b) $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$?
c) $\log_x 2 = 1$?
d) $\log_x 0{,}25 = -1$?
e) $\log_x 1 = 0$?

11. Calcule:

a) $4^{1 + \log_4 3}$
b) $5^{1 - \log_5 4}$
c) $8^{\log_2 7}$
d) $81^{\log_3 2}$

12. Qual é o valor de:

a) $\log_8 (\log_3 9)$?
b) $\log_3 (\log_4 64) + \log_4 (\log_3 81)$?

Um pouco de História

A invenção dos logaritmos

Credita-se ao escocês John Napier (1550-1617) a descoberta dos logaritmos, embora outros matemáticos da época, como o suíço Jobst Bürgi (1552-1632) e o inglês Henry Briggs (1561-1630), também tenham dado importantes contribuições.

A invenção dos logaritmos causou grande impacto nos meios científicos da época, pois eles representavam um poderoso instrumento de cálculo numérico que impulsionaria o desenvolvimento do comércio, da navegação e da Astronomia. Até então, multiplicações e divisões com números muito grandes eram feitas com auxílio de relações trigonométricas.

Frontispício da obra de Napier sobre logaritmos datada de 1614.

Basicamente, a ideia de Napier foi associar os termos da sequência (b; b^2; b^3; b^4; b^5; ...; b^n) aos termos de outra sequência (1, 2, 3, 4, 5, ..., n), de forma que o produto de dois termos quaisquer da primeira sequência ($b^x \cdot b^y = b^{x+y}$) estivesse associado à soma $x + y$ dos termos da segunda sequência.

Veja um exemplo:

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024	2 048	4 096	8 192	16 384	32 768

Para fazer 512 · 64 note que:

- o termo 512 de 2 corresponde ao termo 9 de 1;
- o termo 64 de 2 corresponde ao termo 6 de 1;
- assim, a multiplicação 512 · 64 corresponde à soma de 9 + 6 = 15 em 1, cujo correspondente em 2 é 32 768, que é o resultado procurado.

Em linguagem atual os elementos da 1ª linha da tabela correspondem ao logaritmo em base 2 dos respectivos elementos da 2ª linha da tabela.

Em seu trabalho *Descrição da maravilhosa regra dos logaritmos*, datado de 1614, Napier considerou uma outra sequência de modo que seus termos eram muito próximos uns dos outros.

Ao ter contato com essa obra, Briggs sugeriu a Napier uma pequena mudança: uso de potências de 10. Era o surgimento dos logaritmos decimais, como conhecemos até hoje.

Durante um bom tempo os logaritmos prestaram-se à finalidade para a qual foram inventados: facilitar cálculos envolvendo números muito grandes. Com o desenvolvimento tecnológico e o surgimento de calculadoras eletrônicas, computadores etc., essa finalidade perdeu a importância.

No entanto, a função logarítmica (que estudaremos neste capítulo) e a sua inversa, a função exponencial, podem representar diversos fenômenos físicos, biológicos e econômicos (alguns exemplos serão aqui apresentados) e, deste modo, jamais perderão sua importância.

Para saber mais sobre este assunto, você pode pesquisar em:

- www.cepa.if.usp.br
- www.educ.fc.ul.pt
- Boyer, Carl B. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1995.

Sistemas de logaritmos

O conjunto formado por todos os logaritmos dos números reais positivos em uma base a ($0 < a \neq 1$) é chamado **sistema de logaritmos de base a**. Por exemplo, o conjunto formado por todos os logaritmos de base 2 dos números reais positivos é o sistema de logaritmos de base 2.

Existem dois sistemas de logaritmos que são os mais utilizados em Matemática:

a) **O sistema de logaritmos decimais**, de base 10, desenvolvido por Henry Briggs, a partir dos trabalhos de Napier. Briggs foi também quem publicou a primeira tábua dos logaritmos de 1 a 1 000, em 1617.
Como vimos, indicamos com $\log_{10} x$, ou simplesmente $\log x$, o **logaritmo decimal** de x.

b) **O sistema de logaritmos neperianos**, de base e. O nome neperiano deriva de Napier. Os trabalhos de Napier envolviam, de forma não explícita, o que hoje conhecemos como número e. Com o desenvolvimento do cálculo infinitesimal, um século depois reconheceu-se a importância desse número.
Representamos o logaritmo neperiano de x com $\log_e x$ ou $\ell n\, x$. Assim, por exemplo, $\ell n\, 3 = \log_e 3$; $\ell n\, 4 = \log_e e^4 = 4$; etc. É comum referir-se ao logaritmo neperiano de x como o **logaritmo natural** de x ($x > 0$).

As calculadoras científicas possuem as teclas LOG e LN e fornecem, de um modo muito simples, os valores dos logaritmos decimais e neperianos de um número real positivo.

Veja:

- Para saber o valor de log 2 e de ℓn 2, teclamos:

LOG → 2   LN → 2

Obtemos respectivamente: 0,3010 e 0,693

- Para saber o valor de log 15 e de ℓn 15, basta teclar:

LOG → 15   LN → 15

Obtemos, respectivamente: 1,1761 e 2,708

Dependendo do modelo da calculadora, a sequência de operações pode variar.

Propriedades operatórias

Vamos agora estudar três propriedades operatórias envolvendo logaritmos.

Logaritmo do produto

Em qualquer base, o logaritmo do produto de dois números reais e positivos é igual à soma dos logaritmos de cada um deles, isto é, se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então:

$$\boxed{\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c}$$

Demonstração:

Fazendo $\log_a b = x$, $\log_a c = y$ e $\log_a (b \cdot c) = z$, vem:

$$\left.\begin{array}{l} \log_a b = x \Rightarrow a^x = b \\ \log_a c = y \Rightarrow a^y = c \\ \log_a (b \cdot c) = z \Rightarrow a^z = b \cdot c \end{array}\right\} \Rightarrow a^z = a^x \cdot a^y = a^{x+y} \Rightarrow z = x + y$$

Logo, $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

Acompanhe alguns exemplos:

- $\log_3 (27 \cdot 9) = \log_3 243 = 5$

Aplicando a propriedade do logaritmo de um produto, temos: $\log_3 27 + \log_3 9 = 3 + 2 = 5$

- $\log_2 6 = \log_2 (2 \cdot 3) = \log_2 2 + \log_2 3 = 1 + \log_2 3$
- $\log_a 30 = \log_a (2 \cdot 15) = \log_a 2 + \log_a 15 = \log_a 2 + \log_a (5 \cdot 3) = \log_a 2 + \log_a 5 + \log_a 3$

Logaritmo do quociente

Em qualquer base, o logaritmo do quociente de dois números reais e positivos é igual à diferença entre o logaritmo do numerador e o logaritmo do denominador, isto é, se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então:

$$\boxed{\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c}$$

Demonstração:

Fazendo $\log_a b = x$, $\log_a c = y$ e $\log_a \frac{b}{c} = z$, temos:

$$\left.\begin{array}{l} \log_a b = x \Rightarrow a^x = b \\ \log_a c = y \Rightarrow a^y = c \\ \log_a \frac{b}{c} = z \Rightarrow a^z = \frac{b}{c} \end{array}\right\} \Rightarrow a^z = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \Rightarrow z = x - y$$

isto é, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

Observe alguns exemplos:

- $\log_2 \left(\frac{32}{4}\right) = \log_2 8 = 3$

Aplicando a propriedade do logaritmo do quociente, temos: $\log_2 32 - \log_2 4 = 5 - 2 = 3$

- $\log_3 \left(\frac{7}{2}\right) = \log_3 7 - \log_3 2$
- $\log \left(\frac{3}{100}\right) = \log 3 - \log 100 = \log 3 - 2$

Logaritmo da potência

Em qualquer base, o logaritmo de uma potência de base real e positiva é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potência, isto é, se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $r \in \mathbb{R}$, então:

$$\boxed{\log_a b^r = r \cdot \log_a b}$$

Demonstração:

Fazendo $\log_a b = x$ e $\log_a b^r = y$, temos:

$$\left.\begin{array}{l} \log_a b = x \Rightarrow a^x = b \\ \log_a b^r = y \Rightarrow a^y = b^r \end{array}\right\} \Rightarrow a^y = (a^x)^r = a^{rx} \Rightarrow y = rx, \text{ isto é, } \log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

Vejamos alguns exemplos:

- $\log_2 8^2 = \log_2 64 = 6$

Aplicando a propriedade do logaritmo de uma potência, temos: $\log_2 8^2 = 2 \cdot \log_2 8 = 2 \cdot 3 = 6$

- $\log_a 27 = \log_a 3^3 = 3 \cdot \log_a 3$
- $\log_{10} \sqrt{2} = \log_{10} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log_{10} 2$
- $\log_a \frac{1}{27} = \log_a 3^{-3} = -3 \cdot \log_a 3$

Observação

Atualmente, dispomos de calculadora científica para calcular o valor de uma expressão que envolva várias operações (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação), como:

$$x = \frac{(11,2)^5 \cdot \sqrt[7]{2,07}}{(1,103)^{11}}$$

Assim, em poucos segundos, descobrimos o valor de x. No passado, sem os recursos tecnológicos de que dispomos hoje, o cálculo dessa expressão com logaritmos era feito com auxílio das tabelas de logaritmos e das propriedades operatórias, em que as multiplicações transformam-se em adições, as divisões em subtrações, e as potenciações em multiplicações. Exemplo:

$$x = \frac{(11,2)^5 \cdot \sqrt[7]{2,07}}{(1,103)^{11}} \Rightarrow \log x = \log \frac{(11,2)^5 \cdot \sqrt[7]{2,07}}{(1,103)^{11}} =$$

$$= \log [(11,2)^5 \cdot \sqrt[7]{2,07}] - \log (1,103)^{11} =$$

$$= \log (11,2)^5 + \sqrt[7]{2,07} - \log (1,103)^{11} =$$

$$= 5 \cdot \log 11,2 + \frac{1}{7} \cdot \log 2,07 - 11 \cdot \log 1,103$$

As antigas tabelas de logaritmos forneciam os valores de log 11,2, log 2,07 e log 1,103; em seguida, calculava-se o valor de log x e, pela mesma tabela, chegava-se ao valor de x.

Como esse tipo de cálculo está ultrapassado nos dias de hoje, não vamos apresentar as tabelas de logaritmos nesta obra.

Exercícios resolvidos

3. Calcular o valor de $\log_b (x^2 \cdot y)$ e de $\log_b \left(\frac{x^4}{\sqrt[3]{y}}\right)$, sabendo que $\log_b x = 3$ e $\log_b y = -4$.

Solução:

Aplicando as propriedades operatórias, escrevemos:

- $\log_b (x^2 \cdot y) = \log_b x^2 + \log_b y = 2 \cdot \log_b x + \log_b y = 2 \cdot 3 + (-4) = 2$
- $\log_b \left(\frac{x^4}{\sqrt[3]{y}}\right) = \log_b x^4 - \log_b \sqrt[3]{y} = 4 \cdot \log_b x - \log_b y^{\frac{1}{3}} = 4 \cdot \log_b x - \frac{1}{3} \cdot \log_b y = 4 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot (-4) = 12 + \frac{4}{3} = \frac{40}{3}$

4. Supondo a, b, c reais, com $a > 0$, $c > 0$ e $0 < b \neq 1$, desenvolver a expressão $\log_b\left(\frac{a^2\cdot\sqrt{b}}{c}\right)$, usando as propriedades operatórias:

Solução:

$$\log_b\left(\frac{a^2\cdot\sqrt{b}}{c}\right) = \log_b(a^2\cdot\sqrt{b}) - \log_b c = \log_b a^2 + \log_b\sqrt{b} - \log_b c =$$
$$= 2\cdot\log_b a + \log_b b^{\frac{1}{2}} - \log_b c =$$
$$\underbrace{= 2\cdot\log_b a + \frac{1}{2} - \log_b c}_{\text{Dizemos que essa é o desenvolvimento logarítmico da expressão dada, na base } b.}$$

5. Qual é a expressão E cujo desenvolvimento logarítmico (em base 10) é: $\log E = 1 + \log a + 2\log b - \log c$, com a, b, c números reais positivos?

Solução:
Temos:

$$\log E = \underbrace{\overset{1}{\log 10} + \log a + \log b^2} - \log c$$
$$\log E = \log(10ab^2) - \log c$$
$$\log E = \log\left(\frac{10ab^2}{c}\right)$$
$$\text{Então, } E = \frac{10ab^2}{c}$$

6. Considerando a aproximação $\log 2 = 0{,}3$, qual é o valor de $\log\sqrt[5]{64}$?

Solução:
Temos:

$$\log\sqrt[5]{64} = \log 64^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}\cdot\log 64 = \frac{1}{5}\cdot\log 2^6 = \frac{6}{5}\cdot\log 2 \cong \frac{6\cdot 0{,}3}{5} \cong 0{,}36$$

Pense nisto: $\log 2 \cong 0{,}3$ equivale a dizer que $10^{0,3} \cong 2$. Como você explica, sem usar a calculadora, que $10^{0,3} \cong 2$?

7. Admitindo que $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, obtenha o valor de $\log 0{,}48$, em função de a e b.

Solução:

$$\log 0{,}48 = \log\left(\frac{48}{100}\right) = \log 48 - \log 100 =$$
$$= \log(2^4\cdot 3) - 2 = \log 2^4 + \log 3 - 2 = 4\cdot\log 2 + \log 3 - 2 = 4a + b - 2$$

Exercícios

13. Sejam x e y positivos e $0 < b \neq 1$. Sabendo que $\log_b x = -2$ e $\log_b y = 3$, calcule o valor dos seguintes logaritmos:

a) $\log_b(x\cdot y)$
b) $\log_b\left(\frac{x}{y}\right)$
c) $\log_b(x^4\cdot y^3)$
d) $\log_b\left(\frac{y^2}{\sqrt{x}}\right)$
e) $\log_b\left(\frac{x\cdot\sqrt{y}}{b}\right)$

14. Desenvolva, aplicando as propriedades operatórias dos logaritmos (suponha a, b e c reais positivos):

a) $\log_3\left(\frac{5a}{bc}\right)$
b) $\log\left(\frac{b^3}{10a}\right)$
c) $\log_5\left(\frac{ab^2}{c}\right)$
d) $\log_2\left(\frac{8a}{b^3c^2}\right)$

15. Sabendo que $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, calcule, em função de a e b:

a) $\log 6$
b) $\log 1{,}5$
c) $\log 5$
d) $\log 30$
e) $\log\frac{1}{4}$
f) $\log 72$
g) $\log 0{,}3$
h) $\log\sqrt[3]{1{,}8}$
i) $\log 0{,}024$
j) $\log 0{,}75$

16. Sejam a, b e c reais positivos. Em cada caso, obtenha a expressão cujo desenvolvimento logarítmico, na respectiva base, é dado por:

a) $\log a + \log b + \log c$
b) $3\log_2 a + 2\log_2 c - \log_2 b$
c) $\log_3 a - \log_3 b - 2$
d) $\frac{1}{2}\cdot\log a - \log b$

17. Calcule o valor de x usando, em cada caso, as propriedades operatórias:

a) $\log x = \log 5 + \log 4 + \log 3$
b) $2\cdot\log x = \log 3 + \log 4$
c) $\log\left(\frac{1}{x}\right) = \log\left(\frac{1}{3}\right) + \log 9$
d) $\frac{1}{2}\cdot\log_3 x = 2\cdot\log_3 10 - \log_3 4$

18. Qual é o valor de:

a) $\log_{15} 3 + \log_{15} 5$?
b) $\log_3 72 - \log_3 12 - \log_3 2$?
c) $\frac{1}{3}\cdot\log_{15} 8 + 2\cdot\log_{15} 2 + \log_{15} 5 - \log_{15} 9\,000$?

19. Considerando as aproximações $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}48$, calcule o valor de:

a) $\log(2^4\cdot 3^5)$
b) $\log(\sqrt[3]{90})$
c) $\log 0{,}05$
d) $\log 3{,}6$
e) $\log 2000$

20. Admitindo que $\log 8 = p$, obtenha, em função de p:

a) $\log 16$
b) $\log 1{,}28$

21. Classifique as afirmações em verdadeiras (V) ou falsas (F):

a) $\log 17 = \log 8 + \log 9$
b) $\log 25 + \log 40 = 2$
c) $\log 8 = 3\cdot\log 2$
d) $\log_3 45 - \log_3 5 = 2$
e) $\log_2 9 - \log_2 6 = \log_2 3$

22. Considerando as aproximações $10^{0,845} = 7$ e $10^{0,699} = 5$, calcule o valor de:

a) $\log 175$
b) $\log 14$
c) $\log\sqrt[3]{\frac{25}{49}}$

Aplicações

A escala de acidez e os logaritmos

O pH é uma escala usada em Química para expressar o grau de acidez ou basicidade de uma solução aquosa. Os valores do pH variam de 0 a 14.

Para cálculo do pH usa-se a expressão:

$$\boxed{pH = -\log[H^+]}$$

sendo $[H^+]$ a concentração de íons hidrogênio em mol/L.

- Quando $0 \leq pH < 7$, a solução é ácida.
- Quando $pH = 7$, a solução é neutra.
- Quando $7 < pH \leq 14$, a solução é básica.

Exercícios complementares

1. Qual é o valor de:

a) $5^{\log_{25} 7}$?

b) $4^{2 - \log_{16} 9}$?

2. Determine o valor da constante real *m* a fim de que a equação $x^2 + 4x + \log_2 m = 0$, na variável *x*, admita uma raiz real dupla. Qual é essa raiz?

3. Sejam *x* e *y* números reais positivos, tais que:

$$\log (x + y) = \log x + \log y$$

a) Qual é o valor de $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$?

b) Dê um exemplo numérico para o qual vale essa igualdade.

4. (Vunesp-SP) Sejam α e β constantes reais, com $\alpha > 0$ e $\beta > 0$, tais que $\log_{10} \alpha = 0,5$ e $\log_{10} \beta = 0,7$.

a) Calcule $\log_{10} \alpha\beta$, em que $\alpha\beta$ indica o produto de α e β.

b) Determine o valor de $x \in \mathbb{R}$ que satisfaz a equação:

$$\left(\frac{\alpha\beta}{10}\right)^x = (ab)^2$$

5. Dado que $3^a = 4$, qual é o valor de $4^{1 + \frac{1}{a}}$?

6. Considerando a aproximação $\log 2 = 0,3$, calcule:

a) $\log_{1000} 4$

b) $\log_{\frac{1}{10}} \frac{1}{2}$

c) $\log_2 \sqrt{10}$

7. Sejam a e *b* números reais positivos, com $a > b$, tais que $a^2 - b^2 = 27$ e $\log_3 (a + b) = 2$.

Determine o valor de $\log_3 (a - b)$.

8. (UF-RJ) Dados a e *b* números reais positivos, $b \neq 1$, define-se logaritmo de a na base *b* como o número real *x* tal que $b^x = a$, ou seja, $x = \log_b a$.

Para $\alpha \neq 1$, um número real positivo, a tabela a seguir fornece valores aproximados para α^x e α^{-x}.

Com base nesta tabela, determine uma boa aproximação para:

a) o valor de α;

b) o valor de $\log_\alpha \frac{1}{10}$.

x	α^x	α^{-x}
2,0	6,250	0,160
2,1	6,850	0,146
2,2	7,507	0,133
2,3	8,227	0,122
2,4	9,017	0,111
2,5	9,882	0,101
2,6	10,830	0,092
2,7	11,870	0,084
2,8	13,009	0,077
2,9	14,257	0,070
3,0	15,625	0,064

9. As leis seguintes representam as populações (em milhares, indicadas por p(t)) de duas cidades *A* e *B*, dentro de *t* anos, contados a partir de hoje:

cidade *A*: $p(t) = 100 \cdot 1,05^t$

cidade *B*: $p(t) = 40 \cdot 1,2^t$

a) Qual é a população atual de cada uma dessas cidades?

b) Qual é o número *inteiro* mais próximo correspondente ao ano em que essas cidades terão o mesmo número de habitantes?

(Use as aproximações: $\log 2 = 0,3$; $\log 5 = 0,7$ e $\log 7 = 0,85$.)

10. (UF-PR) Um grupo de estudantes resolveu repetir a medição da altura do Pico da Neblina feita na década de 1960. Para isso, escalaram essa montanha e levaram um barômetro. Chegando ao cume da montanha, efetuaram várias medições da pressão atmosférica do local e obtiveram o valor médio de 530 mmHg. A pressão atmosférica p(h) a uma dada altura *h* (em metros, em relação ao nível do mar) é fornecida pela função:

$$p(h) = p_0 \cdot e^{\alpha \cdot h}$$

sendo *e* a base do sistema de logaritmos neperianos, $p_0 = 760$ mmHg a pressão atmosférica no nível do mar, e α um número que depende principalmente da temperatura média no local de medição.

Sabendo-se que, nas condições desse experimento, $\alpha = -0,00012$ e que os estudantes usaram os valores aproximados $\ln (760) = 6,63$ e $\ln (530) = 6,27$, qual foi a altura que encontraram para o Pico da Neblina?

11. Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes equações logarítmicas:

a) $\log_4 \{2 \cdot \log_5 [3 + \log_3 (x + 2)]\} = \frac{1}{2}$

b) $\log \sqrt{x} + \log x = 6$

c) $\log_3 x + \log_9 \sqrt{x} = \frac{15}{4}$

d) $\log (1 + 2^x) + x = x \cdot \log 5 + \log 6$

e) $(\log_5 x)^2 = 8 \cdot \log_x 5$

12. Para que valores da constante real *m* a equação $x^2 - 2x + \log_3 m = 0$ admite duas raízes reais e distintas?

13. Quais são os números inteiros que satisfazem a desigualdade $1 < \log_2 (3x - 1) < 4$?

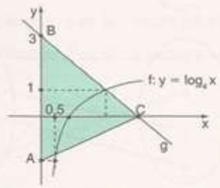
14. (UF-ES) A massa m(t) de um certo material radioativo, no instante *t* anos, é expressa por $m(t) = m_0 a^t$, sendo m_0 a massa inicial e *a* um número real positivo. Em um período de 14 000 anos, a massa do material sofre uma redução de 80%. Calcule:

a) em quantos anos a massa inicial do material reduz-se à metade;

b) o percentual da massa inicial que restará em 100 000 anos.

Obs.: Considere $\log_{10} 2 = 0,3$.

15. As funções *f* e *g* estão representadas a seguir:



a) Qual é a lei que define *g*?

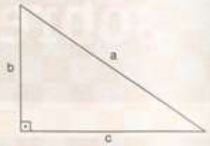
b) Qual é a medida da área do triângulo ABC?

16. Resolva, em R:

a) o sistema: $\begin{cases} \log_{0,25} (x + y) = -1 \\ 2 \log_2 x + \log_2 y = 3 \end{cases}$

b) a inequação: $\frac{1}{4} \cdot \log^3 x < \log^2 x$

17. Na figura, temos que $a - b \neq 1$ e $a + b \neq 1$.



Mostre que $\frac{1}{\log_{a+b} c} + \frac{1}{\log_{a-b} c} = 2$.

18. O número de elementos de uma determinada espécie animal diminuiu à taxa de 10% ao ano. Em quantos anos esse número ficará reduzido à metade de seu valor atual? Indique o número inteiro mais próximo; use as aproximações $\log 2 = 0,301$ e $\log 3 = 0,4771$.

19. Resolva, em $\mathbb{R}$, a equação: $x^{\log_3 x} = 81$.

20. Já vimos que o pH de uma solução aquosa é dado pela relação $pH = -\log [H^+]$, sendo $[H^+]$ a concentração de íons hidrogênio, expressa em mol/L.

Ao adicionarmos *x* litros de uma solução com pH = 1 a *y* litros de uma solução com pH = 4, obtemos uma solução com pH = 2.

Mostre que $x = 0,11\,y$.

Desafio

Houve na China um interessante torneio de tênis de mesa no qual inscreveram-se 1 034 896 527 candidatos. Como nesse jogo não há empates, o perdedor é eliminado e o vencedor segue disputando, quantas partidas foram disputadas até que se apurasse o campeão?

Jogo de tênis de mesa, próximo ao Ninho do Pássaro, em junho de 2009, em comemoração ao 1º aniversário das Olimpíadas de Beijing.

Trigonometria no triângulo retângulo 13

Neste capítulo, antes de iniciar o estudo da Trigonometria no triângulo retângulo, vamos conhecer um pouco da história do desenvolvimento desta importante área da Matemática.

Um pouco de História

A Trigonometria

O significado da palavra trigonometria (do grego *trigonon*, "triângulo", e *metron*, "medida") remete-nos ao estudo dos ângulos e lados dos triângulos – figuras básicas em qualquer estudo de Geometria.

Mais amplamente, usamos a trigonometria para resolver problemas geométricos que relacionam ângulos e distâncias. A origem desses problemas nos leva a civilizações antigas do Mediterrâneo e à civilização egípcia, em que eram conhecidas regras simples de mensuração e demarcação de linhas divisórias de terrenos nas margens dos rios. Há registros de medições de ângulos e segmentos datados de 1500 a.C. no Egito, usando a razão entre a sombra de uma vara vertical (*gnomon*) sobre uma mesa graduada. Algumas dessas medições encontram-se no Museu Egípcio de Berlim.

Também teria surgido no Egito um dos primeiros instrumentos conhecidos para medir ângulos, chamado groma, que teria sido empregado na construção das grandes pirâmides.

Teodolito moderno, usado para medir ângulos horizontais e verticais em trabalhos topográficos.

Os teodolitos – aparelhos hoje usados por agrimensores e engenheiros – tiveram sua "primeira versão" (com esse nome) no século XVI.

Durante muito tempo, a Trigonometria esteve ligada à Astronomia, devido à dificuldade natural que ela apresenta com relação às estimativas e cálculo de distâncias impossíveis de medir diretamente. A civilização grega, dando continuidade aos trabalhos iniciados pelos babilônios, deixou contribuições importantes nesse sentido. Por exemplo, a medição das distâncias entre o Sol e a Terra e entre o Sol e a Lua, feita por Aristarco, por volta de 260 a.C. – mesmo que seus números estivessem muito longe dos valores modernos — e a medição do raio da Terra, feita por Eratóstenes, por volta de 200 a.C. (veja texto no Volume 2 desta coleção).

No entanto, o primeiro estudo sistemático das relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e o comprimento da corda correspondente, que resultou na primeira tabela trigonométrica, é atribuído a Hiparco de Niceia (180-125 a.C.), que ficou conhecido como o "pai da trigonometria".

Somente no século XVIII, com a invenção do cálculo infinitesimal, a Trigonometria desvinculou-se da Astronomia, passando a ser um ramo independente e em desenvolvimento da Matemática.

Nesta coleção, a abordagem da Trigonometria (plana) ocorrerá da seguinte forma:

- o estudo dos triângulos retângulos, em que aparecem as razões trigonométricas, será feito no Volume 1; no Volume 2, serão estudados os triângulos não retângulos (acutângulos ou obtusângulos);
- o estudo das funções trigonométricas (ou circulares), em que aparecem os movimentos periódicos, será feito também no Volume 2.

Para saber mais sobre esse assunto, você pode pesquisar em:

- www.fenea.org.br/agrim_historia.htm. *Site* da Federação Nacional dos Engenheiros Agrimensores – Acesso em: 18/6/2008.
- BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Tradução Elza Gomide. Editora Edgard Blücher, 1974.
- KENNEDY, Edward S. *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula*. Tradução Hygino H. Domingues. Editora Atual, 1994.

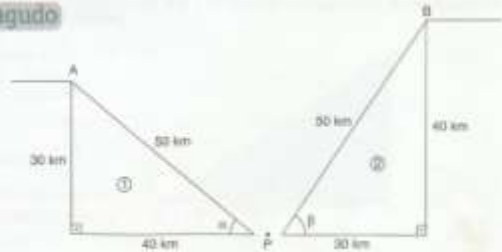
Razões trigonométricas

Tangente de um ângulo agudo

Na última etapa de um rali, o carro de um dos participantes encontra-se na posição *P*, indicada na figura.

Para concluir a prova, o carro terá de atingir um dos pontos, *A* ou *B*.

Lembrando que os nervos estão à flor da pele e que o desgaste do veículo é evidente, que alternativa o piloto deve escolher, ① ou ②?



Nas duas hipóteses, ele deverá percorrer 50 km, o que parece tornar indiferente sua escolha.

Mas o piloto é muito experiente e deve saber que a relação entre a altura a ser atingida e o deslocamento horizontal é a chave do problema.

Lateralmente, se optar por (1), o participante "percorreria" 40 km; e, se escolher (2), o afastamento horizontal será de 30 km, o que deve aumentar a altura a ser atingida (de fato, *B* encontra-se "acima" de *A*).

Quanto maior a razão *T*, entre as medidas da altura e do deslocamento horizontal, mais dificuldades traz ao piloto:

- em (1): $T_1 = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$
- em (2): $T_2 = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$

$T_2 > T_1$

Note que, em razão disso, temos $\beta > \alpha$: o ângulo de subida (aclive) interfere no desgaste e na velocidade do veículo (observe na figura que, de fato, ocorre $\beta > \alpha$).

Assim, a escolha correta é buscar atingir o ponto *A* para completar a prova.

Os valores obtidos para T_1 e T_2 correspondem, respectivamente, às tangentes dos ângulos α e β. Indica-se:

$$T_1 = \text{tg } \alpha = \frac{3}{4} \qquad \text{e} \qquad T_2 = \text{tg } \beta = \frac{4}{3}$$

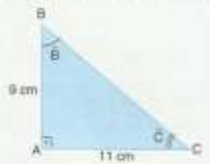
Vamos agora definir a tangente de um ângulo agudo de um triângulo retângulo.

Em um triângulo retângulo, a tangente de um ângulo agudo θ (indica-se: tg θ) é dada pela razão entre a medida do cateto oposto a θ e a medida do cateto adjacente a θ.

$$\boxed{\text{tg } \theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \theta}{\text{medida do cateto adjacente a } \theta}}$$

Exemplo 1

Seja o triângulo ABC retângulo em *A*, cujos catetos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ medem 9 cm e 11 cm, respectivamente.



Os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são agudos. Temos:

$$\text{tg } \hat{B} = \frac{11 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = \frac{11}{9} \quad \text{e} \quad \text{tg } \hat{C} = \frac{9 \text{ cm}}{11 \text{ cm}} = \frac{9}{11}$$

Tabela de razões trigonométricas

Na figura *A* notamos que a cada deslocamento horizontal (à direita) de 5 u.c. (unidade de comprimento) corresponde um deslocamento vertical de 3 u.c. (para cima).

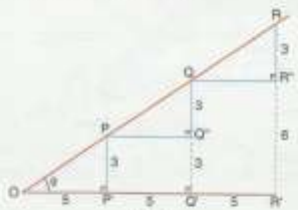


Figura A

A figura *A* mostra, através da semelhança entre triângulos ($\triangle OPP' \sim \triangle OQQ' \sim \triangle ORR' \ldots$), a invariância da tangente do ângulo θ:

$$\begin{cases} \triangle OPP'\text{: tg } \theta = \frac{3}{5} \\ \triangle OQQ'\text{: tg } \theta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \\ \triangle ORR'\text{: tg } \theta = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

O valor de tg θ é sempre o mesmo, independentemente do triângulo retângulo considerado.

Isso sugere a possibilidade de construção de uma tabela; a cada medida de ângulo agudo corresponde um valor: o da respectiva tangente.

Há, de fato, uma tabela (ver página 298). Ela traz, além dos valores das tangentes, também os valores de outras razões trigonométricas, que serão estudadas a seguir.

Exemplo 2

Considerando o problema proposto na introdução deste capítulo, é possível, com o auxílio da tabela, determinar as medidas dos ângulos α e β.

Vimos que:

$$\text{tg } \alpha = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Procuramos, no corpo da tabela, o valor mais próximo de 0,75 na coluna "tg": é o valor 0,75355, correspondente a 37°. Assim, a medida de α é 37°, que indicamos por $m(\alpha) = 37°$.

Analogamente, se tg $\beta = \frac{4}{3} = 1{,}333\ \ldots$, temos que $m(\beta) = 53°$.

Exemplo 3

Voltando à figura *A*, temos:

$\text{tg } \theta = \frac{3}{5} = 0{,}6$

O valor mais próximo de 0,6 é 0,60086, correspondente a 31°.

Assim, $m(\theta) = 31°$.

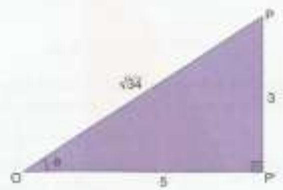
Seno e cosseno de um ângulo agudo

Na situação da figura *A*, qual seria (sobre a "rampa") o deslocamento correspondente a um deslocamento horizontal de 5 u.c.?

O teorema de Pitágoras responde:

$$OP^2 = d^2 = 5^2 + 3^2 \Rightarrow d = \sqrt{34} \text{ u.c.}$$

Fixado o ângulo θ, a cada 5 u.c. de afastamento lateral (ou a cada 3 u.c. de deslocamento vertical) corresponde um deslocamento, sobre a rampa, de $\sqrt{34}$ u.c.



$m(\theta) = 31°$

Podemos também relacionar essas grandezas por meio das seguintes razões:

- $\frac{3}{\sqrt{34}}$ exprime a razão entre as medidas do deslocamento vertical e do deslocamento sobre a rampa;
- $\frac{5}{\sqrt{34}}$ exprime a razão entre as medidas do deslocamento horizontal e do deslocamento sobre a rampa.

A primeira razão recebe o nome de seno de θ e é indicada por $\text{sen } \theta = \frac{3}{\sqrt{34}}$.

A segunda razão recebe o nome de cosseno de θ e é indicada por $\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{34}}$.

Definição

De modo geral, em um triângulo retângulo, definimos o seno e o cosseno de cada um dos ângulos agudos.

medida da hipotenusa: *a*
medida dos catetos: *b* e *c*

- O seno de um ângulo agudo é dado pela razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\boxed{\text{sen } \theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \theta}{\text{medida da hipotenusa}}}$$

- O cosseno de um ângulo agudo é dado pela razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\boxed{\cos \theta = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \theta}{\text{medida da hipotenusa}}}$$

Considerando θ o ângulo agudo assinalado no triângulo acima, temos que:

$$\boxed{\text{sen } \theta = \frac{b}{a}} \quad \text{e} \quad \boxed{\cos \theta = \frac{c}{a}}$$

Pense nisto: As razões seno, cosseno e tangente são expressas em alguma unidade de medida?

Exemplo 4

No triângulo retângulo ao lado, temos:

$$\text{sen } \hat{P} = \frac{5}{13} \quad \text{e} \quad \text{sen } \hat{R} = \frac{12}{13}$$

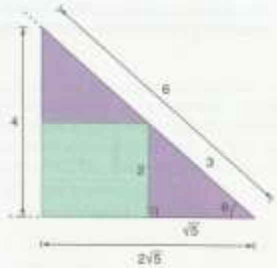
$$\cos \hat{P} = \frac{12}{13} \quad \text{e} \quad \cos \hat{R} = \frac{5}{13}$$

Pense nisto: $\text{sen } \hat{P} = \cos \hat{R}$ e $\text{sen } \hat{R} = \cos \hat{P}$

Também são invariantes o seno e o cosseno de um determinado ângulo: independentemente do triângulo retângulo tomado, cada uma das razões tem sempre o mesmo valor.

No caso da figura ao lado:

- $\text{sen } \theta = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \ldots$
- $\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \ldots$



Por isso, a tabela trigonométrica apresenta também um único valor para o seno (e para o cosseno) de um ângulo.

Vamos tomar, por exemplo, um ângulo θ de medida 40°. Na tabela, verificamos que:

$$\text{sen } 40° = 0{,}64279 \qquad \cos 40° = 0{,}76604 \qquad \text{tg } 40° = 0{,}83910$$

Esses valores contêm arredondamentos e, eventualmente, dependendo do problema, podem ser arredondados ainda mais; por exemplo, utilizar a aproximação tg 40° = 0,84 não traz problemas ao nosso estudo.

Além da tabela, é possível obter também as razões trigonométricas de um ângulo agudo com uma calculadora científica.

O primeiro passo é colocá-la em uma configuração em que a medida do ângulo esteja expressa em graus (no Volume 2, será apresentada uma outra unidade de medida de ângulo). Para isso, apertamos:

MODE → DEG

(A abreviação DEG vem do inglês *degree*, que significa "grau".)

A partir daí, digitamos a medida do ângulo e sua correspondente razão trigonométrica. Por exemplo:

- Para saber o valor de tg 40°, apertamos:

4 0 → TAN → = → 0,83910

tg 40° = 0,83910

- Para conhecer o valor de sen 40°, apertamos:

4 0 → SIN → = → 0,64279

sen 40° = 0,64279

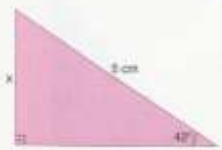
- Para obter o valor de cos 40°, apertamos:

4 0 → COS → = → 0,76604

cos 40° = 0,76604

Exercícios resolvidos

1. Determine o valor de *x* na figura:



Solução:

Em relação ao ângulo de 42°, o cateto de medida *x* é o cateto oposto e 5 cm é a medida da hipotenusa. Desse modo, vamos usar a razão seno.

De fato: $\text{sen } 42° = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \cdot \text{sen } 42°$

Consultando a tabela, obtemos o valor de sen 42° ≅ 0,66913.

Assim, $x = 5 \cdot 0{,}66913 \cong 3{,}35$ cm.

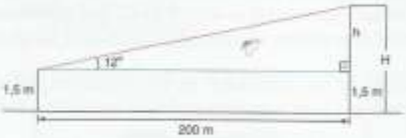
2. Uma mulher, cujos olhos estão a 1,5 m do solo, avista, em um ângulo de 12°, um edifício que se encontra a 200 m dela. Qual é a altura aproximada do edifício?

Ilustrações sem escala ou em escalas diferentes. Cores artificiais.

Solução:

No triângulo retângulo da figura abaixo, temos:

$$\text{tg } 12° = \frac{h}{200} \Rightarrow h = 200 \cdot \text{tg } 12°$$



Consultando a tabela: tg 12° = 0,21256.

Temos então:

$$h = 200 \cdot 0{,}21256 = 42{,}512$$

e

$$H = 42{,}512 + 1{,}5 \cong 44$$

A altura aproximada do edifício é 44 m.

3. Na figura, $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Qual é o valor de x?

Solução:

Como $\cos \alpha = \dfrac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$, é possível determinar inicialmente a medida da hipotenusa (y):

$$\cos \alpha = \frac{8}{y} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{8}{y} \Rightarrow y = 12 \text{ cm}$$

Pelo teorema de Pitágoras, obtemos o valor de x:

$$12^2 = 8^2 + x^2 \Rightarrow 144 - 64 = x^2 \Rightarrow x^2 = 80 \Rightarrow x = 4\sqrt{5} \text{ cm}$$

Exercícios

Utilize a tabela trigonométrica sempre que necessário.

1. Com base na figura, determine:

a) sen $\hat{A}$, cos $\hat{A}$ e tg $\hat{A}$

b) sen $\hat{C}$, cos $\hat{C}$ e tg $\hat{C}$

2. A figura representa uma rampa, que forma com o solo (horizontal) um ângulo θ: a um deslocamento horizontal de 6 m corresponde um deslocamento vertical de 4 m. Determine:

a) tg θ

b) a distância de O a P'

3. Determine o seno do ângulo agudo assinalado em cada caso.

a)

b)

c)

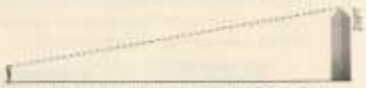
4. Cada item traz as medidas dos lados de um triângulo retângulo em que a representa a medida da hipotenusa, e b e c são as medidas dos catetos. Determine o cosseno de cada um dos ângulos agudos, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, opostos, respectivamente, a b e a c.

a) b = 3 cm e c = 4 cm

b) a = 12 cm e b = 7 cm

c) a = 25 m e b = 7 m

5. Um menino vê um monumento, situado a 250 m de distância, em um ângulo de 10°. Determine a altura aproximada do monumento.



Ilustrações sem escala ou em escalas diferentes. Cores artificiais.

6. Um barco atravessa um rio de 97 m de largura em um trecho em que as margens são paralelas. Devido à correnteza, segue uma direção que forma um ângulo de 76° com a margem de partida. Qual é a distância percorrida pelo barco?

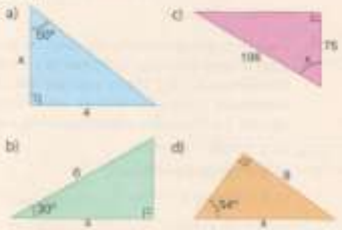
7. Em um trecho retilíneo de uma estrada, um automóvel percorre 441 m a cada 400 m de deslocamento horizontal. Qual é a medida do ângulo de inclinação desse trecho com a horizontal?

Autoestrada na Inglaterra, onde a mão é invertida.

8. Em uma via retilínea e inclinada, um pedestre eleva-se 250 m a cada 433 m de deslocamento horizontal. Qual é a medida do ângulo de inclinação dessa via com a horizontal?

9. Determine a tangente de cada ângulo agudo de um triângulo retângulo isósceles.

10. Determine a medida aproximada de x em cada caso:



11. Um pequeno avião voa a uma altura de 3 km. O piloto planeja o procedimento de descida de modo tal que o ângulo formado pela horizontal e pela sua trajetória seja de 20°. Que distância, aproximadamente, o avião percorrerá até o pouso?

12. Em um trecho inclinado de uma estrada, as distâncias referentes aos deslocamentos horizontal e vertical de um veículo são ambas iguais a d unidades de comprimento (u.c.).

a) Qual é a medida do ângulo de inclinação que esse trecho da estrada faz com a horizontal?

b) Qual é, em função de d, a distância que o veículo percorre?

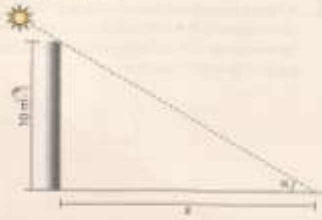
13. Duas vias de contorno retilíneo interceptam-se em um entroncamento E, formando um ângulo de 75°. Determine a menor distância entre uma das vias e uma área de refúgio, situada na outra via, a 1 200 m de E?

14. Uma região montanhosa foi mapeada por fotografias aéreas: dois pontos, P e Q, devem ser unidos por um pequeno túnel reto. Considere a reta perpendicular ao traçado do túnel, passando por P. Nela, tome o ponto T, distante 70 m de P; desse ponto, situado no mesmo plano de P e Q, seria possível avistar as extremidades do túnel sob um ângulo de 55°.

Qual será o comprimento aproximado do túnel a ser construído?

15. Considerando a aproximação cos 40° = 0,766, obtenha a medida de x em cada caso:

16. (UFR-RJ) Milena, diante da configuração representada, pede ajuda aos vestibulandos para calcular o comprimento da sombra x do poste, mas, para isso, ela informa que o sen α = 0,6. Calcule o comprimento da sombra x.



17. Explique por que todos os valores de seno e cosseno constantes da tabela são números reais pertencentes ao intervalo]0; 1[, mas o mesmo não acontece com os valores das tangentes.

18. Na figura, AB = 6 cm e sen $\hat{C}$ = 0,2. Determine:

a) a medida da hipotenusa do triângulo;

b) o seno do outro ângulo agudo do triângulo.

19. Em certo instante, um poste de 10 m de altura projeta uma sombra de a metros de comprimento. Obtenha, em cada caso, a medida aproximada do ângulo que os raios solares formam com o solo horizontal nesse instante.

a) $a = 6$ b) $a = 12$ c) $a = 10$

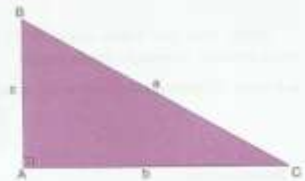
20. Quando Eugênio entrou em sua sala de aula, havia o seguinte problema no quadro-negro:

Mas o professor já havia apagado os valores de sen θ e cos θ, restando apenas tg θ = $\frac{\sqrt{2}}{5}$. Eugênio teve de usar seus conhecimentos de trigonometria e determinar que o comprimento da rampa deveria ser $10\sqrt{2}$ m. O valor encontrado por Eugênio está correto? Explique.

21. Um jardineiro cuidadoso sabe que uma de suas plantas, que tem 1,2 m de altura (incluindo o vaso), não pode tomar sol diretamente. Os raios solares, em certo instante, incidem sobre a casa do jardineiro em um ângulo de 20° com o solo horizontal. Sabendo que a altura (máxima) da casa é de 7,2 m, qual é a maior distância da casa em que o jardineiro pode posicionar a planta para que os raios de sol não a atinjam?

Relações entre razões trigonométricas

Destacaremos nesta seção quatro relações envolvendo as razões trigonométricas estudadas. Tomando o triângulo ABC da figura, vamos inicialmente apresentar duas relações entre as razões dos ângulos complementares.



Observe que, se representarmos por x a medida de um ângulo agudo, a medida de seu complemento será representada por 90° − x.

Assim, podemos ter:

- O seno de um ângulo agudo tem o mesmo valor do cosseno de seu complemento.

$$\boxed{\text{sen } x = \cos (90° - x)}$$

Demonstração

Considerando o triângulo retângulo ABC da figura anterior, temos:

$$\begin{cases} \text{sen } \hat{B} = \dfrac{b}{a} = \cos \hat{C} \\ \text{sen } \hat{C} = \dfrac{c}{a} = \cos \hat{B} \end{cases} \text{ e, como } \hat{B} + \hat{C} = 90°, \text{ vem: } \begin{cases} \text{sen } \hat{B} = \cos (90° - \hat{B}) \\ \text{e} \\ \text{sen } \hat{C} = \cos (90° - \hat{C}) \end{cases}$$

Vejamos agora uma outra relação entre um ângulo e seu complemento.

- A tangente de um ângulo agudo é igual ao inverso da tangente do complemento desse ângulo.

$$\boxed{\text{tg } x = \frac{1}{\text{tg } (90° - x)}}$$