Thiago Carneiro de Barros Siqueira

TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: CONHECIMENTOS PARA SEU ENSINO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Mestrado em Educação Matemática
UFMS
Campo Grande / MS
2013

Thiago Carneiro de Barros Siqueira

TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: CONHECIMENTOS PARA SEU ENSINO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul como requisito final para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Orientadora: Profª.Drª.Neusa Maria Marques de Souza.

Mestrado em Educação Matemática
UFMS
Campo Grande / MS
2013

FOLHA DE APROVAÇÃO

Thiago Carneiro de Barros Siqueira
Trigonometria no Triângulo Retângulo: conhecimentos para seu ensino na formação de professores

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul para obtenção do título de Mestre.

Aprovado em ____/____/ 2013

BANCA EXAMINADORA:

____

Profª. Drª. Neusa Maria Marques de Souza - UFMS

____

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas - UFMS

____

Profª. Drª. Carmen Lucia Brancaglion Passos - UFSCar

____

Prof. Dr. Márcio Antonio da Silva - UFMS

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, o maior responsável por eu chegar até aqui, que me deu força, coragem e saúde para concluir este trabalho.

A minha família, pela paciência, pelos momentos ausentes, e por sempre me incentivar na continuidade de meus estudos.

A Drª. Neusa Maria Marques de Souza, grande responsável pelo trabalho, que com sua sabedoria soube me conduzir para um enriquecimento intelectual inquestionável.

Aos meus professores do mestrado, da graduação e da educação básica, que sempre atuaram buscando meu desenvolvimento, e que contribuíram significavelmente na construção da pessoa que sou hoje.

Aos alunos da pesquisa, pela grande contribuição ao meu trabalho e também pela grande contribuição que deram a sociedade de modo geral.

Aos colegas do mestrado, pela amizade, pela troca de experiências, pelo apoio, pelas alegrias e pelo companheirismo.

Aos professores que compõem a banca examinadora, pelas contribuições que visam à melhoria do trabalho.

Por fim, agradeço a CAPES pelo apoio financeiro durante o curso.

Resumo

Esta pesquisa se desenvolveu através de investigação qualitativa, realizada em uma universidade pública com formandos de licenciatura em matemática. Buscou investigar o potencial de mobilização de conhecimentos dos futuros professores para ressignificar os conhecimentos científicos em conhecimentos para o ensino. Foram tomados como foco para as discussões os pressupostos teóricos de Lee Shulman e seus colaboradores e procedimentos utilizados em ações de resolução de problemas, envolvendo a trigonometria no triângulo retângulo. Da base de conhecimentos necessários ao professor para o ensino, definida no modelo teórico de Shulmam, foram considerados para análise: o conhecimento específico do conteúdo, o conhecimento pedagógico geral e o conhecimento curricular. As evidências apresentadas foram destacadas de ações desenvolvidas pelos sujeitos a partir de seis problemas apresentados em encontros de estudos, das manifestações ocorridas durante as discussões decorrentes de depoimentos e das respostas ao questionário aplicado. As estratégias adotadas pelos sujeitos, para o desenvolvimento das atividades, apontaram procedimentos pautados na mera reprodução da estrutura formal, apresentada como síntese do conhecimento científico, por resoluções baseadas apenas em fórmulas em detrimento da exploração do real significado dos conceitos para o ensino do tema em questão. O distanciamento dos sujeitos da essência dos conhecimentos matemáticos apresentados e a consequente ausência de domínio conceitual resultaram em tratamento superficial do conhecimento específico do conteúdo. Observou-se, ainda, carência de conhecimentos pedagógicos gerais e distorções significativas no conhecimento curricular, o que reforçou a limitação dos sujeitos-formandos para elaboração dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo, que possibilitariam adequações de tais conhecimentos para o ensino. Os resultados nos levam a considerar como necessidade premente a revisão dos cursos de formação de professores para o ensino de Matemática, com sua adequação ao objetivo essencial de sua criação e existência: formar professores para seu ensino. Tal alternativa é indispensável para que não se perpetuem nos modelos de formação, resultados como os constatados por nossa pesquisa.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação de Professores. Base de conhecimentos para o ensino. Trigonometria.

Abstract

This research was developed through qualitative research conducted in a public university graduates with degree in mathematics. Sought to investigate the potential of mobilizing knowledge for prospective teachers to reframe scientific knowledge in knowledge for teaching. Were taken as a focus for discussions of the theoretical assumptions of Lee Shulman and his colleagues and procedures used in actions for solving problems involving trigonometry in the right triangle. The knowledge base necessary for the teacher to teach, defined in the theoretical model of Shulmam, were considered for analysis: knowledge of specific the content, general pedagogical knowledge and curriculum knowledge. The submitted evidences were highlighted from actions developed by subjects from six issues presented in study meetings, demonstrations occurred during the ensuing discussions, the statements and answers to questionnaire. The strategies adopted by the subjects for the development of activities pointed procedures guided in mere reproduction of formal structure presented as a synthesis of scientific knowledge, by resolutions based solely on formulas instead of exploring the real meaning of concepts for teaching the subject in question. The distance of the subjects of the essence of mathematical knowledge presented and the consequent absence of conceptual domain, resulted in surface treatment of specific knowledge of the content. Was too observed, a lack of general pedagogical knowledge and significant distortions in curriculum knowledge, which strengthened the limitation of subject-graduates for preparation of pedagogical content knowledge, which would allow adjustments of such knowledge for teaching. The results lead us to consider as urgent need to review the training courses for teachers for teaching mathematics to their suitability to the key objective of its creation and existence: training teachers for their teaching. Such an alternative is essential for to not perpetuate models of training results, like has evidenced by our research.

Keywords: Mathematics Education. Formation of Teachers. Knowledge base for teaching. Trigonometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Triângulo Retângulo ABC.. 14

Figura 2 Nomenclatura dos lados do Triângulo Retângulo ABC..................... 15

Figura 3 Triângulos DEC e FGC semelhantes ao Triângulo Retângulo ABC... 16

Figura 4 Medidas a, b e c do Triângulo Retângulo ABC................................. 17

Figura 5 Processo de Raciocínio Pedagógico segundo Shulman................... 44

Figura 6 Teodolito construído com Transferidor e Barbante........................... 56

Figura 7 Foto da Medição do Ângulo Vertical com o Teodolito....................... 56

Figura 8 Distância Horizontal e Ângulo Vertical em relação à árvore............... 57

Figura 9 Um Caminho para o Curral I.. 58

Figura 10 Um Caminho para o Curral II.. 59

Figura 11 Um Caminho para o Curral III... 59

Figura 12 O Tamanho da Pirâmide I... 61

Figura 13 O Tamanho da Pirâmide II.. 61

Figura 14 Semelhança de Triângulos I... 62

Figura 15 Distância dos Navios I.. 63

Figura 16 Distância dos Navios II... 63

Figura 17 Distância dos Navios III.. 64

Figura 18 Distância dos Navios IV.. 64

Figura 19 Semelhança de Triângulos II.. 65

Figura 20 Triângulo Retângulo com dimensões, 3, 4 e 5 cm.......................... 70

Figura 21 Triângulo Retângulo ABC com lados a, b e c................................. 71

Figura 22 Altura da Árvore I... 73

Figura 23 Altura da Árvore II.. 74

Figura 24 Triângulo Formado pelo Problema... 75

Figura 25 Um caminho para o curral: Análise I.. 78

Figura 26 Um caminho para o curral: Análise II... 79

Figura 27 Um caminho para o curral: Análise III.. 81

Figura 28 O Tamanho da Pirâmide: Análise... 83

Figura 29 Semelhança de Triângulo: Análise... 83

Figura 30 Problema dos Navios I.. 85

Figura 31 Semelhança de Triângulos - Problema dos navios II....................... 86

Figura 32 Triângulo Retângulo com 3, 4 e 5 cm.. 131

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos de Conteúdo Específico I.. 87

Quadro 2 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos de Conteúdo Específico II... 88

Quadro 3 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Curriculares I.. 100

Quadro 4 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Curriculares II... 102

Quadro 5 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Pedagógicos I.. 104

Quadro 6 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Pedagógicos II... 106

Quadro 7 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Pedagógicos III.. 108

Quadro 8 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Pedagógicos IV.. 114

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 10

CAPÍTULO 1 TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO 14

1.1 CONCEPÇÃO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO 14

1.2 VISÃO APRESENTADA PELOS LIVROS DIDÁTICOS 19

1.2.1 Introdução ao tema...20

1.2.2 Elementos históricos e epistemológicos 21

1.2.3 Conteúdos presentes 22

1.3 ENSINO DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE ATIVIDADES HISTÓRICAS....23

1.4 UMA VISÃO HISTÓRICA DA TRIGONOMETRIA ESCOLAR NO BRASIL 26

CAPÍTULO 2 REFERENCIAL TEÓRICO 32

2.1 O ENCONTRO COM LEE S. SHULMAN 32

2.2 BASE DE CONHECIMENTOS 33

2.2.1 Conhecimento do conteúdo específico...35

2.2.2 Conhecimento pedagógico geral 38

2.2.3 Conhecimento curricular...40

2.2.4 O processo de raciocínio pedagógico 41

2.2.5 Conhecimento pedagógico de conteúdo 44

2.3 PESQUISAS EM FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSOR DE MATEMÁTICA ..46

CAPÍTULO 3 METODOLOGIA 54

3.1 CAMINHOS DA INVESTIGAÇÃO 54

3.2 PRIMEIRO ENCONTRO 55

3.2.1 Atividade 1: Questionário 55

3.2.2 Atividade 2: Tamanho da árvore...55

3.3 SEGUNDO ENCONTRO...57

3.3.1 Entrevista coletiva 57

3.3.2. Atividade 2: Um caminho para o curral..58
3.4 TERCEIRO ENCONTRO 60
3.4.1 Atividade 3: O tamanho da terra..60
3.4.2 Atividade 4: A Altura das Pirâmides 60
3.4.3 Atividade 5: A distância dos navios 62
3.5 QUARTO ENCONTRO..65
3.5.1. Análise dos livros didáticos 65
3.5.2 Charge e Vídeo 66
3.5.3 Vídeo Educação no Brasil 66
3.6 ANÁLISE DO CONTEÚDO 67

CAPÍTULO 4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS 69

4.1 CONHECIMENTOS EVIDENCIADOS...69
4.1.1 Conhecimento do Conteúdo Específico 69
4.1.2 Conhecimento Curricular...91
4.1.3 Conhecimento Pedagógico 104

CONSIDERAÇÕES FINAIS 118

REFERÊNCIAS...126

APÊNDICES...130

INTRODUÇÃO

Países desenvolvidos mostraram ao mundo que uma das estratégias para seu desenvolvimento foi o investimento maciço em educação. O Brasil vem, nos últimos anos, adotando um discurso e estratégias de divulgação que apontam investimentos em criação de escolas técnicas e universidades públicas federais, com ampliação de vagas e democratização do acesso da população ao ensino.

Entretanto, entendemos que a grande questão que se coloca diante da precariedade dos resultados obtidos sobre a qualidade do ensino brasileiro, não está, simplesmente, sobre quantos estão se formando, ou seja, no aspecto quantitativo da formação, mas na qualidade da mesma, o que implica em voltarmos nosso olhar para como esta formação vem ocorrendo.

As reflexões que seguem, e sobre as quais passo a me referir na primeira pessoa do singular, referem-se à experiência de minha trajetória e da visão que tinha enquanto aluno, as quais me remetem ao ano de 2009, quando me formei no curso de licenciatura em Matemática. Na ocasião, julguei estar preparado para ensinar Matemática, porque o curso havia exigido muito estudo em volume e complexidade dos conteúdos que compuseram seu currículo. Porém, no ano em que comecei a lecionar numa rede estadual de ensino, notei que aqueles conhecimentos que eu havia adquirido não tinham sido suficientes para que eu exercesse um ensino de qualidade (ensino que desenvolve a capacidade intelectual do aluno garantindo a compreensão do conceito de forma crítica).

Diante do grande choque, e sem muita clareza da situação, na tentativa de encontrar os condicionantes produtores daquela situação, buscava respostas em bases superficiais, visto que eram sustentadas pelos fundamentos empíricos de minha prática, para compreender o que se passava.

Um conteúdo, em especial, me preocupou mais intensamente: a trigonometria. Os alunos mostravam grandes dificuldades em entender a matéria a partir da forma como era apresentada no livro adotado pela escola e eu, não conseguia dar ao conteúdo uma abordagem de forma diferente. Questionava por que não conseguia ensinar de modo mais eficiente. O que seria necessário para que eu pudesse ensinar de modo que os alunos compreendessem? Surge então daí, meu interesse em estudar com mais profundidade e procurar entender melhor todo o processo de ensino e aprendizagem.

No início dessa busca, me deparo com diversas pesquisas que estudam o professor no início de carreira docente, como a de Oliveira (2010) que em seu trabalho relacionou os conhecimentos adquiridos na formação inicial com os da prática profissional no início da carreira, e constatou, entre outros resultados, a existência de lacunas deixadas no curso de formação inicial. Seu trabalho foi com um professor recém-formado que começou a lecionar, e através de um estudo dos conteúdos de funções, observou atitudes do professor que vinham de situações vividas na graduação e no estágio, e reforçaram a grande relação da formação inicial com a prática do professor.

Ainda discutindo a formação de professores e com base nos pressupostos de Shulman, Silva (2010) explora o conteúdo de grandezas e medidas para relacionar conhecimentos de graduandos de Pedagogia e de Matemática para o ensino desse tema na escola fundamental. Aponta as dificuldades dos matemáticos em articular conteúdos, conhecimentos pedagógicos e práticas, além de acentuar a desarticulação que o curso de Matemática faz do conteúdo específico com a pedagogia, apontada pelos sujeitos pesquisados. Também aponta que os licenciandos em Pedagogia demonstraram desconhecer conceitos matemáticos relacionados ao conteúdo em questão e a consequente dificuldade para ensiná-los. Conclui que o trabalho conjunto entre alunos dos dois cursos foi altamente construtivo para a integração de seus conhecimentos para o ensino e aponta a integração curricular entre essas licenciaturas, como uma das possibilidades de sanar as dificuldades apresentadas pelos sujeitos observados.

O contato com o conteúdo dessas e de outras pesquisas da área, além das orientações dadas pelos referenciais curriculares nacionais, nortearam então nossa opção por explorar a trigonometria no triângulo retângulo, como foco das discussões que pretendíamos encaminhar no decorrer dessa pesquisa de mestrado.

Nas Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio (2006), as relações métricas no triângulo retângulo são apontadas como essenciais e devem anteceder e permear o conteúdo de trigonometria, valorizando-se neste tipo de abordagem a exploração de seno, cosseno e tangente.

Em conformidade com tal proposta, optamos, então, por explorarmos com os graduandos de um curso de Licenciatura em Matemática os conteúdos de trigonometria dentro deste recorte, e, ainda, por colocá-los frente à realidade que encontrarão ao fazerem uso dos livros didáticos e outros materiais utilizados e adotados pelos professores nas escolas. Assim, as atividades que foram propostas aos licenciandos foram estruturadas segundo a lógica utilizada pelos autores de livros didáticos, adotados pelas escolas públicas estaduais de Mato Grosso do Sul, os quais são utilizados por parte significativa dos professores do ensino fundamental para introduzirem e desenvolverem o conceito de seno, cosseno e tangente.

Deste modo, nosso foco de interesse passa a ser a formação inicial de professores, especificamente no curso de licenciatura de Matemática, e as ações foram encaminhadas junto aos alunos do último ano do referido curso. Com estes alunos foram estabelecidos encontros, em que se desenvolveram ações de estudos sobre o tema, em cuja observação buscou-se focalizar quais conhecimentos sobre a trigonometria no triângulo retângulo eram por eles utilizados para a resolução das situações-problema propostas, além do potencial que apresentavam para mobilizar estes conhecimentos do campo de conhecimento científico para o campo de conhecimento para o ensino, em conformidade com os pressupostos de Shulman e seus colaboradores.

O formato de 'oficinas' estabelecido para a coleta de dados foi adotado por considerarmos necessário que a pesquisa resultasse de conexões entre universidade e realidade, para que se constituíssem benefícios para ambos, opção que vem sendo valorizada e adotada por alguns pesquisadores. Neste sentido, entendemos como Souza e Espíndola (2011, p.28), que o momento atual exige procedimentos de pesquisa que não se caracterizem como "via de mão única". Ao contrário, principalmente as pesquisas educacionais, devem contribuir "para melhoria do campo" em que os dados serão coletados e levar em consideração "os problemas que emergem do chão da escola".

O texto aqui apresentado se inicia com um capítulo de trigonometria do triângulo retângulo, onde fizemos uma descrição da própria trigonometria do triângulo retângulo, de sua origem, evolução, principais problemas históricos, curiosidades, concepções e as recomendações para seu ensino na atualidade, para que possamos melhor entender os conhecimentos externalizados pelos alunos e o porquê de sua importância.

O segundo capítulo apresenta o referencial teórico utilizado, explicitando a "base de conhecimentos para o ensino" proposta por Shulman, que foi o principal referencial para análise sobre esses conhecimentos, além disso, traz uma descrição de pesquisas da área de formação inicial de professores de Matemática.

Já o capítulo três, apresenta a metodologia explicitando como ocorreu o desenvolvimento da pesquisa.

O capítulo quatro traz a análise dos dados com resultados obtidos, onde procuramos mostrar conhecimentos e dificuldades expostos pelos alunos durante as atividades.

O capítulo cinco apresenta algumas considerações sobre o trabalho realizado.

CAPÍTULO 1 TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

1.1 CONCEPÇÃO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

O campo da trigonometria é vasto e seu conteúdo perpassa vários temas da Matemática (funções, geometria, etc.). Para este trabalho, utilizou-se um recorte a partir do qual nossas abordagens sobre o tema se limitaram à trigonometria do triângulo retângulo.

Serão apresentadas neste tópico algumas considerações sobre os conceitos veiculados, a partir da perspectiva do modelo tradicionalmente adotado para organização teórica de trigonometria, apresentada como conteúdo escolar.

A escolha específica desse assunto ocorreu devido ao fato da Trigonometria do Triângulo Retângulo ser o “portão de entrada” da trigonometria durante o ensino na educação básica (entendida como a educação infantil, ensino fundamental e ensino médio, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação LDB 9394/96).

Enfim, o que é a Trigonometria? A palavra Trigonometria vem do grego e é formada pelos radicais: *tri* (três), *gonos* (ângulos) e *metron* (medida), assim “[...] é um ramo da Matemática que estuda a relação entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo”. (GUELLI, 2000, p.8)

Assim, nossas reflexões iniciais vão focalizar alguns tópicos de medidas dos triângulos retângulos e, para tal, serão tomadas por ponto de partida as relações trigonométricas conforme segue.

Ao observarmos o triângulo retângulo em B e considerando-se o ângulo agudo BCA tem-se as definições:

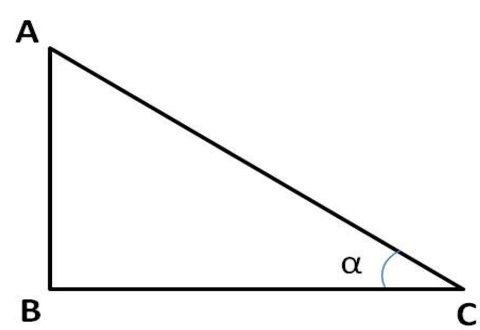

Figura 1 Triângulo Retângulo ABC

Seno do ângulo agudo BCA é o resultado da divisão da medida do lado oposto ao ângulo dado pela medida do lado oposto ao ângulo reto.

Cosseno do ângulo agudo BCA é o resultado da divisão da medida do lado oposto ao ângulo complementar do ângulo dado pela medida do lado oposto ao ângulo reto.

Tangente do ângulo agudo BCA é o resultado da divisão da medida do lado oposto ao ângulo dado pela medida do lado oposto ao ângulo complementar do ângulo dado.

Nas quais:

O lado oposto ao ângulo **α** dado é chamado de cateto oposto com valor **c.**

O lado oposto ao complementar do ângulo **α** dado é chamado de cateto adjacente com valor **b.**

O lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa com valor **a**.

E, resumidamente:

$$\textbf{Seno} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{co}{hip}$$

$$\textbf{Cosseno} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{ca}{hip}$$

$$\textbf{Tangente} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{co}{ca}$$

Denominando-se pela letra grega **α** o ângulo agudo BCA tem-se:

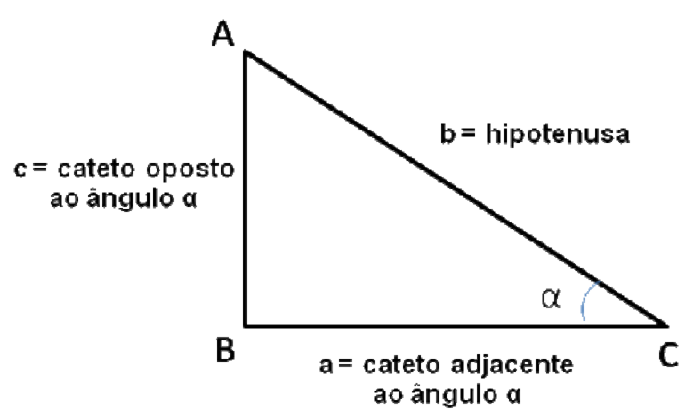

Figura 2 Nomenclatura dos lados no triângulo retângulo ABC

E podemos escrever que:

$$\textbf{Seno do ângulo } \alpha = \textbf{sen} (\alpha) = \frac{c}{b}$$

$$\textbf{Cosseno do ângulo } \alpha = \textbf{cos} (\alpha) = \frac{a}{b}$$

$$\textbf{Tangente do ângulo } \alpha = \textbf{tg} (\alpha) = \frac{c}{a}$$

Mas, afinal, estamos vendo um amontoado de fórmulas e definições que correspondem à síntese final obtida a partir de conceitos, comum nos manuais, apostilas e livros destinados ao estudo do tema.

Seguindo um pouco mais essa lógica de apresentação e indo além: a principal relação destacada nas orientações presentes nos manuais oficialmente utilizados pelas instituições educativas, destacada como prioritária na abordagem do tema, é a semelhança de triângulos, inclusive, para mostrar qual seria, de fato, a importância do estudo do seno, cosseno e tangente, conforme se destacam a seguir.

Observe o triângulo maior ABC e suas divisões:

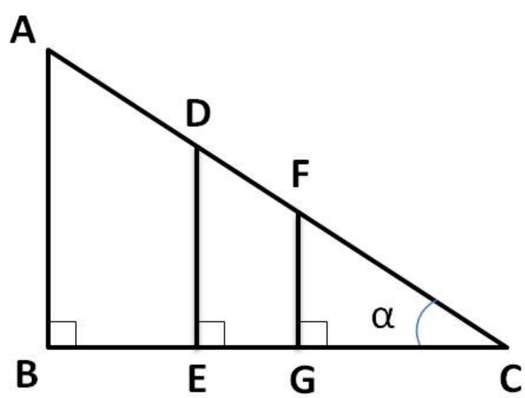

Figura 3 Triângulos DEC e FGC semelhantes ao triângulo retângulo ABC

A partir do triângulo retângulo ABC traçam-se os segmentos DE e FG com os pontos D e E no segmento AC, E e G no segmento BC, de modo que os segmentos DE e FG formem um ângulo de 90 graus com a base BC.

Assim formamos os triângulos retângulos DEC e FGC construídos a partir do mesmo ângulo agudo α, semelhantes ao triângulo original ABC em virtude de todos seus ângulos internos correspondentes terem as mesmas medidas e, assim, podemos escrever relações:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{FC}} = \frac{\text{cateto oposto de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = sen(\alpha)$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{GC}}{\overline{FC}} = \frac{\text{cateto adjacente de } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \cos(\alpha)$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{GC}} = \frac{\text{cateto oposto de } \alpha}{\text{cateto adjacente de } \alpha} = tg(\alpha)$$

Como observamos, não importa a medida dos lados dos triângulos retângulos construídos a partir do triângulo ABC, se as aberturas são as mesmas (ângulos) a razão entre seus respectivos lados é sempre a mesma.

O caminho para a compreensão dos conceitos a partir dessas regularidades, que leva o indivíduo à transição do pensamento empírico ao pensamento teórico posto pela própria síntese do conteúdo, não prescinde, entretanto, da necessidade de buscar formas de contextualização que operem a proximidade destes conceitos com o nível de desenvolvimento do indivíduo que se pretende ensinar.

Dada esta relação, é possível tirar a partir daí muitas outras, algumas das quais aparecem nos principais livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental. Mostraremos duas das principais relações trigonométricas:

Voltando ao mesmo triângulo retângulo ABC:

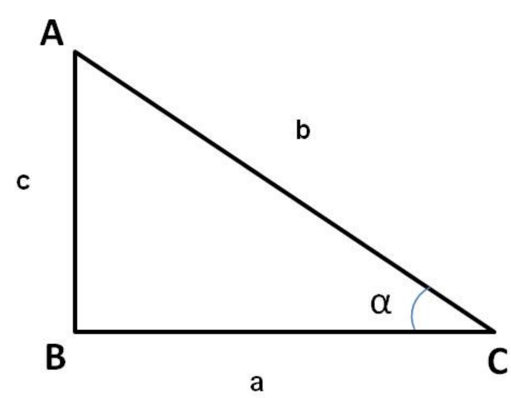

Figura 4 Medidas a, b e c do Triângulo Retângulo ABC

Tem-se a partir da definição de seno e cosseno a possibilidade de se calcular as medidas do cateto oposto **c** e do cateto adjacente **a**, a partir da hipotenusa **b**, quando se conhecem, a priori, os valores dos valores do seno e do cosseno do ângulo α:

$$sen(\alpha) = \frac{c}{b} \Rightarrow c = sen(\alpha) \bullet b$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow a = \cos(\alpha) \bullet b$$

Partindo do teorema de Pitágoras, (cateto c)² + (cateto a)² = (hipotenusa b)² tem-se:

$$c^2 + a^2 = b^2$$

Substituindo se **c** e **a** das fórmulas anteriores na expressão do Teorema de Pitágoras e operando sobre os termos tem-se a dedução:

$$(sen(\alpha) \bullet b)^2 + (\cos(\alpha) \bullet b)^2 = b^2 \Rightarrow$$

$$sen^2(\alpha) \bullet b^2 + \cos^2(\alpha) \bullet b^2 = b^2 \Rightarrow$$

$$b^2(sen^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)) = b^2 \Rightarrow$$

$$(sen^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)) = \frac{b^2}{b^2} \Rightarrow$$

$$sen^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

Obtendo assim a primeira grande relação da trigonometria que relaciona os valores de sen(α) com cos(α):

$$sen^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

Assim, num triângulo retângulo, conhecendo-se o valor do seno do ângulo agudo pode-se obter o valor de cosseno do mesmo ângulo e vice-versa.

Além disso, se efetuarmos a divisão:

$$\frac{sen(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

E substituindo-se o seno e cosseno pelos valores em função dos catetos e da hipotenusa e simplificando-se a fração obtida tem-se como resultado a relação:

$$\frac{sen(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\frac{c}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{c.a}{b.a} = \frac{c}{b} = tg(\alpha)$$

Esta é outra importante relação da trigonometria que associa a tangente aos valores do seno e cosseno de um ângulo agudo **α**:

$$tg(\alpha) = \frac{sen(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Por meio de tais relações e de propostas estruturadas por comandos sequencialmente formulados é possível, com estas sínteses, operar e obter resultados desconectados de qualquer situação real, tal como quando se apresenta para crianças do ensino fundamental as famosas sessões nomeadas por “arme e efetue”, a partir do que ela passa a operar automaticamente com os números dados, simplesmente respeitando a lógica posta pelos algoritmos que servem como base para tais operações, que se desenvolvem totalmente alheias a qualquer situação real.

1.2 VISÃO APRESENTADA PELOS LIVROS DIDÁTICOS

Durante nosso trabalho com os alunos-formandos, que foram sujeitos dessa pesquisa, o livro didático era por eles frequentemente citado. Entendem que o livro tem influenciado muito a maneira de ensinar dos professores, inclusive quanto ao que vão ensinar. Entre os livros mais utilizados nas escolas do município em que a essa pesquisa se desenvolveu, observando especificamente o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo, examinamos quatro livros, todos eles recomendados pelo Guia do PNLD (guia de livros didáticos) de 2011, dos quais faremos um breve relato. Os livros examinados foram:

Livro 1 - Matemática e Realidade (Iezzi, Dolce e Machado)
Livro 2 - Matemática (Imenes e Lellis)
Livro 3 - A Conquista da Matemática (Giovanni Jr. e Castrucci)
Livro 4 - Matemática (Bianchini)

Em todos eles a trigonometria inicia-se no 9° ano, e agora nós detalharemos um pouco mais como ocorre esta abordagem:

1.2.1 Introdução ao tema

Livro 1 - Utiliza relações de triângulos retângulos semelhantes para definir as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente), para isso propõe uma situação contextualizada de uma escada apoiada no muro, leva em consideração que é meio dia e que o sol está a pino, e conforme o pedreiro anda vai formando segmentos de reta com extremos no pé dele e na sombra projetada no chão.

Livro 2 – Este livro aborda um assunto contado, o que é feito para medir distâncias inacessíveis, inclusive cita que a distância da terra até a lua só pode ser medida deste modo indireto. Em seguida cria uma situação com uma pessoa olhando um prédio e mostra o ângulo de abertura medido com um transferidor e a distância que ele está do prédio, o mais interessante é que ele dá resultado da divisão de dois lados (do cateto oposto e do cateto adjacente, ou seja, ele dá o valor da tangente), depois de fazer os cálculos ele explica que em qualquer triângulo retângulo com mesmo ângulo de abertura, os resultados da divisão de dois de seus lados são sempre iguais. E justifica pela semelhança de triângulos.

Livro 3 – Inicia mostrando figuras, o que significa trigonometria, quem inventou, e falando da necessidade de medir medidas inacessíveis. Depois destes textos ele apresenta dois triângulos retângulos semelhantes e diferentes, e pede para que o próprio aluno faça a divisão de dois lados de um deles e depois de dois lados correspondentes do outro, para que o próprio aluno perceba esta relação trigonométrica, em seguida começa a definir estas razões nomeando-as conforme o padrão formal.

Livro 4 – Inicia com uma explicação sobre o significado da palavra trigonometria um pouco da origem, e para que era usada, daí, utiliza semelhança de triângulos para desenvolver o conteúdo.

1.2.2 Elementos históricos e epistemológicos

Seguem alguns elementos históricos e epistemológicos contidos ou não nos livros analisados:

	Livro 1	**Livro 2**	**Livro 3**	**Livro 4**
Significado da palavra “Trigonometria”	Ausente	Presente	Presente	Presente
Como surgiu	Ausente	Ausente	Presente	Ausente
Importância que teve na antiguidade	Ausente	Presente	Presente	Ausente
Construção das tábuas trigonométricas	Ausente	Presente	Presente	Presente
Problemas históricos	Ausente	Apresenta como eram, mas não especifica nenhum	Apresenta como eram, mas não especifica nenhum	Presente
Onde se originou	Ausente	Presente	Presente	Presente

1.2.3 Conteúdos presentes

	Livro 1	Livro 2	Livro 3	Livro 4
Razões trigonométricas seno, cosseno e tangente	Presente	Presente	Presente	Presente
Relações entre razões trigonométricas	Presente	Ausente	Ausente	Ausente
Seno, cosseno e tangente dos ângulos principais (30, 45, 60)	Presente	É pedido que se calcule na seção de exercícios	Presente	Presente
Demonstrações	Demonstrou as relações trigonométricas e o seno, cosseno e tangente dos principais ângulos	É pedido que se faça na seção de exercícios.	Somente a da lei dos senos e dos cossenos.	Demonstrou as relações trigonométricas e o seno, cosseno e tangente dos principais ângulos.
Aplicações do conteúdo contextualizadas	Presente	Só vai aparecer nos exercícios.	Aparecem alguns exemplos.	Pouco aparece
Relações trigonométricas em um triângulo qualquer (lei dos senos e cossenos)	Ausente	Ausente	Presente	Ausente

Enfim, vemos que os livros não são muito padronizados, apesar de possuírem uma abordagem semelhante (semelhança de triângulos) eles possuem alguns tópicos e assuntos diferentes. Mas afinal, será que isto os diferencia de uma abordagem convencional? Notamos que recursos, como a história aparecem mais como curiosidade, e os exercícios são mera reprodução do que já foi apresentado nos exemplos, com raras exceções. Assim, o ideal seria que o professor tivesse elementos para analisar os que melhor apresentam os conteúdos segundo sua adequação ao universo em que atua e fontes para complementar os conceitos importantes, na preparação de suas aulas. Desta forma notamos que os livros não acrescentam elementos favorecedores de um ensino mais significativo (que desenvolve a capacidade intelectual do aluno garantindo a compreensão do conceito de forma crítica) que defendemos.

1.3 ENSINO DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE ATIVIDADES HISTÓRICAS

A importância da utilização da história da matemática como recurso didático se amplia significadamente no Brasil pela divulgação dos PCN em nível nacional. O documento destinado ao nível de ensino fundamental elabora uma defesa que:

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p.42)

Entretanto, tal consciência não se estabelece a partir dos ambientes de formação docente, nos quais, segundo Kennedy, a história não recebe tratamento como proposta motivadora de para o ensino, quando a respeito desta tendência e neste sentido, observa:

> A Matemática, desde os seus primórdios, entrelaça-se tão intimamente com a história da civilização, sendo mesmo uma das alavancas principais do progresso humano, que sua história é não só altamente motivadora em termos de ensino como também muito rica em aspectos culturais. Uma resposta satisfatória à pergunta feita certamente não caberia em poucas linhas. Mas, sem dúvida, um de seus pontos seria a limitação bibliográfica que nos cerca, muito em particular quanto à matéria em consideração. (KENNEDY, 1992, Apresentação)

Na linha das orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais acima mencionados, possibilidades se abrem ao professor para sua utilização pela inserção da história da matemática nos próprios textos dos livros didáticos recebidos pelas escolas, os quais tem enfatizado essa questão.

Desta forma, acreditamos que tal recurso é potencialmente rico como elemento mediador para a aprendizagem dos conceitos matemáticos. E isso também ocorre no caso específico da trigonometria, que disponibiliza recursos históricos para seu ensino se buscarmos a origem de seu conteúdo, sendo que nesse contexto a trigonometria é amplamente rica.

Não podemos atribuir à trigonometria a apenas um inventor, pois ela não foi obra de um homem apenas, muito menos de um só povo, porém é indispensável e conveniente destacar a riqueza de sua estruturação através de dois povos: os egípcios e os babilônios, estes que foram grandes responsáveis pelo início do desenvolvimento da trigonometria (Fonte: <www.mec.gov.br> acesso em 10/09/2011).

Os egípcios começaram a desenvolver a trigonometria pela necessidade de medir o tamanho das pirâmides e utilizavam a ideia de associar sombras projetadas por uma vara vertical a sequências numéricas, assim eles relacionavam seus comprimentos com horas do dia.

Tales de Mileto, que era grego, foi um dos grandes matemáticos de que se tem notícia e ficou famoso por conseguir descobrir a altura de qualquer construção, não importasse seu tamanho, sem subir nela. Seu caso mais famoso foi quando descobriu o tamanho da pirâmide de Quéops (por volta de 600 a.C.).

Guelli (2000) destaca para esta pirâmide de Quéops, conhecida como a grande pirâmide, que levava este nome porque serviu de túmulo para um dos reis da quarta dinastia: Quéops. Ela foi construída em meados de 2550 a.C. e demorou cerca de 20 anos para ser concluída, foram gastos 2 milhões e 300 mil blocos de pedra na sua estrutura e media cerca de 146,6 metros de altura. Nela que Tales começou a ganhar fama, surpreendendo os faraós quando conseguiu medir a altura da pirâmide apenas medindo sua sombra.

O procedimento foi simples: ele fincou uma vara no chão próximo à pirâmide, observando sua sombra, e pediu que se esperassem alguns instantes que ele daria o tamanho da pirâmide. Depois de algum tempo a sombra da vara ficou do tamanho da própria vara, assim ele pediu que se medisse rapidamente o tamanho da sombra da pirâmide e que somasse esta medida com a medida da metade da base da pirâmide, pois teria assim a medida da altura da pirâmide. (GUELLI, 2000)

Estes procedimentos, apesar de simples assustam até hoje por sua precisão, se comparada a instrumentos mais modernos de medição:

> Hoje, para medir grandes distâncias, os cientistas dispõem de instrumentos poderosos: lunetas gigantescas, satélites, raios laser, etc. Mas os matemáticos da antiguidade eram capazes de fazer medições semelhantes, obtendo resultados que até hoje nos assombram por sua exatidão. Para tanto, aliavam à habilidade matemática uma ideia simples, porém brilhante: ***a semelhança de triângulos***. (GUELLI, 2000, p.19)

Este raciocínio, marcado de ideia bem simples e brilhante, ajudou a desenvolver tanto a geometria (semelhança de triângulos) quanto à trigonometria, e está mais bem detalhado no capítulo quatro, dentro da análise dos dados.

Outra engenhosidade de Tales foi seu método de descobrir a distância de navios até a praia, procedimento muito útil na época, já que poderia ajudar nas defesas de navios inimigos, foi outro procedimento simples e bastante engenhoso. Este problema também está detalhado nas análises por nós apresentadas no quarto capítulo.

Enfim, no Egito o desenvolvimento da trigonometria estava relacionado com a medição de alturas e distâncias inacessíveis.

Na Babilônia, a trigonometria teve seu desenvolvimento ligado à astronomia, os babilônios eram excelentes em astronomia, assim este desenvolvimento esteve mais ligado à trigonometria esférica, possibilitando a construção de calendários e previsão de eclipses.

Contudo, a trigonometria se inicia pela necessidade de se calcular medidas inacessíveis, como largura de rios, alturas de pirâmide, montanhas, etc. Para isso o povo antigo se baseou em dois conceitos: razão entre dois números e triângulos semelhantes.

Desse modo, utilizar a história da Matemática como recurso didático, significa resgatar seu conteúdo como uma apropriação e criação da própria humanidade e, portanto, do próprio sujeito aprendiz.

1.4 UMA VISÃO HISTÓRICA DA TRIGONOMETRIA ESCOLAR NO BRASIL

Historicamente a trigonometria têm se apresentado no ensino de Matemática de forma abrangente durante todo o século XX, talvez pela sua aplicabilidade em diversas situações reais e cotidianas, assim vamos fazer neste tópico uma breve análise de como ela foi apresentada no Brasil, a partir de Valente (2007).

No Brasil, a história começa a ser escrita com a chegada dos Jesuítas no país, foi uma época em que a Matemática quase não apareceu, tanto pela falta de professores da área e até pelo interesse, já que acreditavam que seu estudo tomaria tempo dos estudos das letras, que era considerado mais importante para a formação do homem.

No século XIV aparecem as primeiras armas de fogo (para uso nas guerras), onde começa uma nova história, pois a Matemática começa a tomar certa importância, já que o domínio de uma tecnologia ou de uma ciência influencia o resultado de uma guerra, porém nada significativo ocorre para a trigonometria.

Valente ainda comenta que a Matemática tinha seus conhecimentos geométricos associados a elementos necessários aos carpinteiros, arquitetos e agrimensores e seus conhecimentos aritméticos ligados ao comércio, mas surge então esta Matemática associada à guerra:

> [...] A partir da transformação radical ocorrida com o uso do canhão, que alterou totalmente o significado de defesa e ataques das vilas, as matemáticas tornam a reafirmar, noutro tipo de emprego – o das construções militares e da artilharia- sua necessidade prática. (VALENTE, 2007, p.40)

Assim, no século XVII, as artilharias começam a influenciar as formas de se organizar as fortificações, onde tudo fica alterado e aprimorado. Daí surgem as aulas de artilharia e fortificação pela necessidade de mão de obra especializada, marcando, de fato, um período de um ensino voltado à guerra. Destaque para Alpoim que escreve dois livros que se tornaram os primeiros didáticos escritos no Brasil: O Exame de Artilheiros (1744) e o Exame de Bombeiros (1748), justamente para facilitar o estudo de novos soldados.

O Exame de Artilheiros trazia três capítulos: Aritmética, Geometria, e Artilharia, já o Exame de Bombeiros que possuía 10 capítulos, dedicava os dois primeiros capítulos à geometria e trigonometria, lembrando que a finalidade desta matemática era puramente militar.

Vamos detalhar um pouco mais os dois primeiros capítulos do Exame de Bombeiros, pois, segundo Valente (2007), nele se apresenta a trigonometria:

- O capítulo 1 tinha como objetivo “[...] ensinar o oficio da arte de deitar bombas” (p.58), sua sequência didática era da seguinte forma: linha, reta, geometria plana, posições de duas retas, círculo, circunferência, triângulos, triângulos semelhantes, proporcionalidade, parábola e volume.
- O capítulo 2 de trigonometria de bombeiros, que estuda resolver problemas com triângulos, trabalha com conteúdos que são ensinados na atualidade no ensino médio, e aparecem sem as demonstrações.

Já em 1792 é criada no Rio de Janeiro, a Academia de Artilharia e Fortificação e Desenho, onde ensinava um curso matemático de seis anos para os oficiais (os oficiais de infantaria e cavalaria faziam os três primeiros, os de artilharia os cinco primeiros e os de engenharia faziam completo).

Os livros de Matemática adotados eram a Geometria Prática de Bernard Forest de Bélidor e a Aritmética de Bézout, observe novamente a estrutura da obra de Bélidor onde aparece a trigonometria (VALENTE, 2007, p. 70, 71):

1. Introdução à geometria.
2. Razões, proporções, progressões, logaritmos, equações de 1º e 2º graus.
3. Posições relativas de duas retas.
4. Propriedades dos triângulos e dos paralelogramos.
5. Propriedades dos círculos.
6. Polígonos regulares inscritos e circunscritos ao círculo.
7. Relação entre perímetro e área de figuras semelhantes.
8. Área e volume de sólidos.
9. Seções cônicas.
10. Trigonometria retilínea e nivelamento.
11. Cálculo das medidas em geral.
12. Aplicação da geometria à medida de áreas e volumes.

13. Uso da geometria no cálculo de áreas equivalentes e uso do compasso de proporção.
14. Movimento dos corpos e do lançamento de bombas.
15. Mecânica estática.
16. Hidrostática e hidráulica.

A trigonometria aparece no décimo tópico e mais uma vez associada para seu uso na guerra (defesa e ataque), assim como todo o conteúdo que aparece até o 13° capítulo, já nos três últimos capítulos aparecem como uma aplicação do conteúdo estudado.

A vinda da corte Portuguesa ao Brasil, em 1808, também causou grandes mudanças na sociedade brasileira, uma delas foi a criação do “Curso da Academia Real dos Guardas Marinha”, ele admitia alunos fidalgos (filhos dos nobres) com idade de 14 a 18 anos e também filhos dos oficiais da marinha ou do exército, a trigonometria aparece mais uma vez, observe os conteúdos divididos nos três anos de duração do curso, conforme aponta Valente (2007, p.91):

- 1° Ano: *Aritmética, Geometria e Trigonometria Reta com seu uso prático mais próprio aos oficiais do mar*.

Mais uma vez o ensino da Trigonometria aparece atrelado à guerra, seu ensino é focado em um aprender básico que seja útil para a prática militar.

- 2° Ano: *Princípios de Álgebra até as equações de segundo grau, Seções Cônicas e a Mecânica com sua aplicação imediata ao aparelho e Manobra.*
- 3° Ano: *Trigonometria Esférica, Navegação Teórica e Prática e seus rudimentos de tática naval.*

A Trigonometria volta no terceiro ano, mas agora de forma mais abrangente, porém, ainda voltada para uma aplicação naval e militar.

Outro fato que merece destaque é a criação da Academia Real Militar, que teve seu funcionamento iniciado em 23 de abril de 1811, seu programa de ensino já vinha indicado pela carta régia que instituiu esta academia. Nela aparecia a

Trigonometria retilínea com as primeiras noções da trigonometria esférica, inclusive, a determinação dos autores que serão utilizados para tal estudo (a vinda da corte portuguesa ao país marcou também a substituição de autores que eram referências: Bezout, Bélidor e Alpoin por Legendre e Lacroix).

O ano de 1827 é marcado pela lei que criava escolas primárias e garantia a gratuidade do ensino primário, onde os professores deveriam ensinar a ler, escrever e contar, porém, este contar limitava-se as quatro operações básicas:

> O ano de 1827 é o ano da Lei de 15 de novembro que cria escolas primárias a partir da carta outorgada por D. Pedro I, em 1824, que estabelecia, dentre outras coisas, a gratuidade do ensino primário. (VALENTE, 2007, p.111)

Já no ano de 1837 cria-se o Imperial Colégio de D. Pedro II, e assim a Matemática secundária surge no país, seu intuito era preparar para o ensino superior, não se preocupava com a formação do adolescente, bem diferente dos dias atuais. Note como a estrutura curricular, olhando para a trigonometria, não difere da nossa escola atual: a escola secundária era basicamente nosso ensino fundamental, no sentido temporal, pois era dividida em oito anos, o nosso hoje é dividido em nove, veja como era feita a divisão dos conteúdos matemáticos:

- 1°, 2° e 3° ano: Aritmética.
- 4° e 5° ano: Geometria.
- 6° ano: Álgebra.
- 7° e 8° ano: Matemática: Trigonometria e Mecânica.

A trigonometria aparece no ultimo ano do curso, mas observem que ela aparece junto com a mecânica, inclusive elas apareciam como Matemática, como se fosse uma matéria só, mais evidências de que seu ensino continuava sendo feito pensando numa prática, mas será que isto está sendo feito hoje? Será que é importante que se ensine mostrando alguma prática?

O fim do século XIX é marcado por uma grande produção de livros didáticos brasileiros, como Coqueiro, Serrasqueiro, Viana, entre outros.

Enfim, a Trigonometria também esteve presente ao longo de todo o século XX, no ensino secundário, talvez até por ser um conteúdo muito aplicável, principalmente na área de arquitetura e engenharia, um detalhe importante é que ela foi apresentada, durante um longo período, apenas sob um enfoque geométrico, sendo que a geometria plana e espacial precedia seu ensino no colégio Pedro II.

Dentro do colégio Pedro II, o estudo de Trigonometria aparecia com os seguintes tópicos: trigonometria retilínea, linhas trigonométricas e a dedução de suas fórmulas, assim como suas variações e a limitação de seus valores, a construção e o uso das tábuas trigonométricas, a resolução de triângulo, a resolução de exercícios e problemas práticos, equações trigonométricas e séries circulares, teoria das transversais e aplicações e resolução completa dos triângulos e reações de trigonometria sobre a álgebra.

A educação brasileira também sofreu inúmeras transformações, de 1850 a 1929, nesse período o colégio D. Pedro II publicava os programas de ensino, que eram aplicados nas escolas, assim não havia uma discussão mais sistematizada sobre o que ensinar.

O último programa de ensino que foi publicado pelo colégio Pedro II ocorreu no ano de 1929, e pela primeira vez, a Trigonometria apareceu com alguns tópicos trazendo vetores, importante, pois a mecânica foi adotada de forma significativa.

Detalhe é que esta tendência de Trigonometria Vetorial (associada a vetores) ficou até a década de 1960, mas porque o estudo desse tipo de Trigonometria? Valente (2007) explicita que existiam ideias fortes defendendo um ensino experimental e de uma matemática aplicada, e não mais de uma matemática voltada exclusivamente para a prática.

A Matemática sobre este enfoque vetorial se aproxima da física, deixando a geometria em segundo plano, inclusive Valente (2007) explicita a existência de defensores de um ensino no qual o professor de Matemática e Física seja o mesmo.

Em algumas regiões do país essa ainda é uma prática bastante comum, por falta de professores nas escolas, inclusive, em minha experiência como professor de Matemática, acabei assumindo aulas de Física e Ciências. Casos mais complicados e que podem ser considerados mais graves foram o de colegas formados em biologia lecionando Matemática, que pude presenciar. Seria a formação inicial uma etapa tão descartável?

Voltando a história, até a década de 1930, Valente (2007) diz que a educação ainda era privilégio para poucos, apenas da elite. Os conteúdos ministrados também possuíam uma perfeita sintonia com conteúdos presentes nos livros, e as demonstrações trigonométricas eram feitas usando recursos geométricos.

Já o período de 1920 a 1930 apresentou profundas mudanças, tivemos a criação do Ministério da Educação, os programas de ensino passaram a ser emitidos por decretos e Portarias pelo próprio Ministério da Educação. Neste período, o Estado começou a "tomar as rédeas" da educação, pois queria combater o analfabetismo e assim, preparar mão de obra para o mercado.

Em 1930 o Ministério de Educação e Saúde Pública começam a emitir os programas oficiais, mas até 1960 não houve mudanças significativas.

De 1960 a 1980 já obtivemos uma nova tendência para abordar a trigonometria utilizando um enfoque de funções circulares, ou seja, o seu ensino estava baseado nas funções e conjuntos, além disso, aumenta muito o número de exercícios, além da preocupação com a linguagem matemática e técnicas de resolução, seu ensino ocorre no 1° ano do 2° grau (influências do Movimento da Matemática Moderna e das reformas de natureza tecnicista).

Já de 1980 em diante, o ensino da Trigonometria começa a tender para outro lado, existe uma influência voltada para a resolução de problemas, ou seja, a preocupação com o processo e não apenas na repetição mecânica de exercícios.

O seu ensino começa a ser precedido pelo estudo de triângulos, voltando a ter uma característica mais geométrica, mesmo sendo somente na introdução, já que logo depois sua exploração se baseia no ciclo trigonométrico.

Lembramos que até a década de 1980, existia uma completa sintonia entre os conteúdos ministrados e os livros didáticos, e depois deste período, isto não fica mais tão evidente com cada autor abordando os temas de formas diferentes.

CAPÍTULO 2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O ENCONTRO COM LEE S. SHULMAN

Certa vez, entrei em sala de aula pensando que daria “aquela aula”, pois tinha, ou achava que tinha um domínio completo do conteúdo, e mesmo assim no “final das contas” a aula acabou sendo péssima. Foi quando passei a me questionar sobre o porquê isso teria ocorrido.

Neste trabalho, a partir do contato e aprofundamento nas pesquisas de Lee S. Shulman busco encontrar resposta a alguns desses questionamentos.

Shulman publicou diversos trabalhos em que não exclui a ideia de que a compreensão da matéria que o professor ensina seja necessária, mas enfatizava o fato disso não ser suficiente. A partir da ideia que ele defende, não basta conhecer um conteúdo específico para se dar uma boa aula, é necessário que se vá além e que o professor se aproprie do que define por uma base de conhecimentos necessários para o ensino.

Nascido em Chicago nos EUA, onde cresceu, filho único de imigrantes judeus, depois de concluir o nível médio, Shulman ganhou uma bolsa de estudos para estudar na Universidade de Chicago. Lá fez Filosofia e Psicologia.

Um fato importante que influenciou muito seus trabalhos foi quando entrou para o departamento de educação, onde estudou com Benjamin Bloom e Schwab José, entre outros. O trabalho de Schwab muito influenciou os estudos de Shulman sobre a estrutura de diferentes disciplinas, o que aparece, mais adiante, em seu trabalho sobre o conhecimento dos professores.

Seu primeiro emprego acadêmico foi na Universidade de Michigan, lá colaborou com colegas na escola de medicina, destaque para Arthur Elstein, que também passou a ser seu companheiro de quarto na faculdade. Esta aproximação foi tão produtiva que o levou a um estudo de decisão médica entre os diagnósticos de especialistas.

Shulman ficou bem próximo da área médica, ele acreditava que o ensino era tão complexo quanto à medicina cognitiva, mas sua vida profissional foi dedicada principalmente em defender o “como ensinar” levando em consideração todos os níveis (jardim de infância até pós-graduação).

Ele sempre questionava como as pesquisas na área de ensino eram feitas e aponta em Shulman (1986) que na década de setenta estas eram baseadas no esquema “produto e processo” ou “comportamento do professor”: pesquisas baseadas nas relações entre os comportamentos e conhecimentos dos professores com o rendimento dos alunos. Partia do entendimento que estas pesquisas não obtiveram resultados significativos, até porque, os conhecimentos dos professores são mais complexos e não podem ser medidos por provas e muito menos por observações.

Considera que assim, só seria possível obter sucesso se tivéssemos uma “fórmula” para dar aula, o que seria muito fácil, e praticamente tornaria inútil qualquer discussão sobre processo de aprendizagem. Neste cenário, Shulmam e outros pesquisadores começaram a desenvolver pesquisas sobre os conhecimentos dos professores e suas relações com o trabalho desenvolvido em sala de aula.

Para Shulman (1986) existe uma separação muito grande entre o conteúdo e o processo pedagógico, e, neste sentido, discute que quando o foco está no conteúdo, o conhecimento pedagógico permanece à margem do processo, ou quem se preocupa com o conhecimento pedagógico, acaba ignorando o conteúdo específico da matéria de ensino. Enfim, as preocupações de Shulman (1986, p. 8) à época eram: “quais as fontes de conhecimento dos professores? O que um professor sabe e quando ele aprendeu isto? Como o novo conhecimento é adquirido, o velho conhecimento revisto e ambos combinados para formar uma nova base de conhecimento?”.

Porém, Shulman ficou bastante conhecido e tornou-se referência devido a seu trabalho sobre a base de conhecimento para o ensino, incluindo a construção de conhecimento do conteúdo pedagógico, por seus esforços, para promover a bolsa de docência no ensino superior, e por seus estudos de educação profissional.

2.2 BASE DE CONHECIMENTOS

A base de conhecimentos proposta por Shulman (1986,1987), aqui tomada como nosso aporte teórico, será o eixo a partir do qual os conhecimentos externalizados pelos alunos do último ano do curso de licenciatura em Matemática serão analisados.

Esta base de conhecimentos é, segundo Shulman (1987), construída através de várias fontes: os conteúdos das áreas específicas de conhecimento, os materiais didáticos, as pesquisas educacionais e as estruturas organizacionais. Além disso, representam uma complexa estrutura de compreensões, assim definidas:

> A base de conhecimento para o ensino consiste de um corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários para que o professor possa propiciar processos de ensinar e de aprender, em diferentes áreas de conhecimento, níveis, contextos e modalidades de ensino. Esta base envolve conhecimentos de diferentes naturezas, todos necessários e indispensáveis para atuação profissional. É mais limitada em cursos de formação inicial, e se torna mais aprofundada, diversificada e flexível a partir da experiência profissional refletida e objetivada. Não é fixa e imutável. Implica construção contínua, já que muito ainda está para ser descoberto, inventado, criado. (MIZUKAMI, 2004, p.5)

A composição da base de conhecimentos é proposta e considerada por Shulman (1987), como elemento básico que um professor deve possuir para propiciar um ensino de melhor qualidade. Em sua apresentação Shulman (1987, p.7) classifica nesta base sete diferentes tipos de conhecimentos:

1. Conhecimento do conteúdo.
2. Conhecimento pedagógico geral, com referência especial àqueles princípios e estratégias amplas do gerenciamento e organização da sala de aula que transcende a matéria.
3. Conhecimento de currículo, com particular domínio dos materiais e programas que funcionam como “ferramentas de troca” (materiais) para professores.
4. Conhecimento de conteúdo pedagógico, aquela mistura de conteúdo e pedagogia, que é unicamente território dos professores, suas formas próprias de compreensão profissional.
5. Conhecimento dos aprendizes (alunos) e suas categorias.
6. Conhecimento dos contextos educacionais, variando de trabalho do grupo ou em sala de aula, de administração e finanças dos distritos escolares, das características das comunidades e cultura.

7. Conhecimento sobre os fins educacionais, propósitos e valores, e suas bases filosóficas e históricas.

Essas categorias aparecem depois, na produção teórica do autor, de uma forma mais compactada, representada por:

1. Conhecimento do conteúdo específico
2. Conhecimento pedagógico geral
3. Conhecimento Curricular

Da relação orgânica entre essas categorias e através do que Shulman (1987) classifica como raciocínio pedagógico, abre-se a possibilidade de elaboração pelo professor do conhecimento pedagógico do conteúdo que, segundo o autor, permite a transformação dos conteúdos científicos em conteúdos para o ensino. O raciocínio pedagógico é renovado e realizado diversas vezes:

> Ao analisar nossa visão sobre ensino, ele começa com um ato de raciocínio, continua com um processo de raciocínio, culmina em performances de esclarecimentos e envolvimento e então são refletidos, até que o processo se inicia novamente. (Shulman, 1987, p.13)[1]

Esta última composição, mais compacta da base de conhecimentos para o ensino, é a que será adotada para nossas considerações, neste trabalho. Detalharemos a seguir, um pouco mais, o que seriam estes conhecimentos.

2.2.1 Conhecimento do conteúdo específico

Esta categoria que se refere ao conteúdo específico que o professor vai ensinar deve ser compreendida incluindo as diversas vertentes de conhecimentos relacionados ao conteúdo específico de que vai ensinar, ou seja, uma compreensão

---

[1] As citações literais de Shulman e seus colaboradores serão feitas através de tradução livre dos originais publicados em língua inglesa citados nas referências bibliográficas.

que vai além dos fatos e conceitos do conteúdo. Ao tomar por referência o ensino de língua inglesa, Shulman encaminha, neste sentido, a seguinte explicação:

> [...] o professor de inglês deve saber inglês, prosa e poesia americana, o uso e compreensão da língua escrita e falada, e gramática. Além disso, ele(a) deve estar familiarizado com a literatura crítica que aplica-se a romances ou épicos em discussão em aula. Além do mais, o professor deveria compreender teorias alternativas de interpretação crítica, e como isto talvez se relacione a assuntos de currículo e de ensino. (SHULMAN, 1987, p.6)

Assim, pode-se dizer que a compreensão do conteúdo específico implica na:

Compreensão de fatos relacionados com a matéria

Trata-se de um conhecimento, que ao longo do tempo, tem sido pouco valorizado para o ensino, visto que os conteúdos escolares, e aí inclui o caso da Matemática, são tratados como algo acabado, imposto, impassível de discussão. Mas os conteúdos vão além, tiveram uma origem, passaram por diversos momentos e transformações histórico-sociais e isto não pode ser ignorado.

Compreensão dos conceitos

Devemos ficar atentos a este tipo de compreensão, que não pode ser substituída pela mera reprodução de modelos de resolução caracterizados pela utilização de técnicas, baseado na aplicação de fórmulas e não no “sentido real” do conceito. A compreensão de um conceito não é tão simples assim, nem tampouco linear, demanda ações que levem o indivíduo ao pensamento teórico.

Compreensão dos procedimentos

Estes procedimentos são as “pedras no sapato” para os professores, que para ensinar alunos com culturas e concepções diferentes, devem encontrar os instrumentos mediadores que os levem a compreensão dos procedimentos. Para conhecermos as variadas vias que levam à resolução de determinado problema, dependemos, portanto, da aquisição e articulação dos dois tipos de conhecimentos anteriormente citados.

Enfim, se diferentes caminhos podem levar à solução de um mesmo problema, é de extrema importância que estes conhecimentos venham a subsidiar os professores para a organização do ensino. Para exemplificar podemos citar o caso do ensino de frações, onde podemos resolver as operações fundamentais por meio do MMC (Mínimo Múltiplo Comum), podemos utilizar o método das frações equivalentes, ou podemos também achar um múltiplo comum sem ser o mínimo deles.

Shulman (1986) também classifica estes conhecimentos específicos, em substantivos e sintáticos, e quando faz isso, enfatiza bem que os conhecimentos específicos vão muito além de conhecer ou saber fazer cálculos, assim, o professor precisa compreender não só o fazer, mas também o porquê de se fazer.

Conhecimentos sintáticos:

São aqueles conjuntos de regras e estruturas já fixas, ou seja, é o conteúdo "pronto e acabado".

Conhecimentos substantivos:

Esses conhecimentos vão além, eles se referem a todos os caminhos possíveis de se resolver os problemas, ou seja, são os conhecimentos das analogias, diferentes representações, além dos fatos, ideias e conceitos de uma disciplina.

> [...] as estruturas de uma matéria incluem as estruturas substantivas e sintáticas. As estruturas substantivas são os vários modos que os conceitos básicos da disciplina estão organizados e os princípios para incorporar seus fatos. A estrutura sintática de uma disciplina é o conjunto de formas no qual a verdade e a falsidade, validade e invalidade, são estabelecidas. (SHULMAN, 1986, p.10)

Assim "as estruturas essenciais incluem as ideias, fatos e concepções sobre o campo, assim como as relações entre essas ideias, fatos e concepções", já as estruturas sintáticas "envolvem o conhecimento sobre as maneiras nas quais a disciplina cria e avalia o novo conhecimento". (WILSON, SHULMAN, RICHERT, 1987, p.15)

Percebe-se assim, como é complexo conhecer de modo abrangente, o conteúdo específico. Para Shulman (1986), conhecer ou possuir um conhecimento específico não é simplesmente ter uma noção intuitiva ou pessoal do conteúdo, seja ele uma teoria, um conceito ou um princípio, essas não são características de professores bem sucedidos. Além disso, os professores devem compreender formas de representar os conceitos para os alunos e conhecer formas de transformar o conteúdo considerando os propósitos do ensino.

Finalizando, temos duas considerações em que o autor sintetiza para o professor suas ideias em relação ao conhecimento do conteúdo específico:

1ª – Que o professor deve possuir uma compreensão da matéria para o ensino e aprendizagem dos alunos.

2ª – Que deve ter conhecimento das diferentes representações das matérias, de acordo com o contexto e realidade dos alunos.

2.2.2 Conhecimento pedagógico geral

Este conhecimento está relacionado às teorias educacionais e são muitas vezes ignorados nas licenciaturas de áreas específicas. Compreende um conjunto de conhecimentos que integram, segundo Mizukami (2004):

- **Conhecimento dos alunos**.

Está relacionado ao conhecimento do professor sobre o que seu aluno já conhece sobre o novo conteúdo a ser ensinado, até para que ele possa antecipar alguma dúvida ou dificuldade que possa aparecer, ou seja, o conhecimento cognitivo do aluno. Também está relacionado a conhecer o próprio aluno, ou seja, as suas características mais gerais (sociais, econômicas, culturais, etc.).

- **Conhecimento de teorias e princípios de como ensinar e de como aprender.**

Este conhecimento está relacionado a conhecer teoricamente estudos sobre a relação ensino-aprendizagem.

> [...] saber sobre os princípios e técnicas pedagógicas que não estão conectados ao tópico ou conteúdo. Os professores também têm o *saber sobre os alunos* incluindo o conhecimento das características e cognição do aluno, assim como o conhecimento dos aspectos motivacionais e desenvolvimentais de como os alunos aprendem. (WILSON, SHULMAN, RICHERT, 1987, p.10)

- **Conhecimento dos contextos educacionais**.

Isto significa um conhecimento do ambiente de trabalho, conhecendo as características culturais da comunidade e do público com o qual vai trabalhar, além disso, inclui-se o conhecimento das relações, normas, e outros elementos que estruturam o movimento que define as ações que estabelecem tal contexto. Para Mizukami, o conhecimento dos contextos educacionais envolve:

> [...] tanto contextos micro, tais como grupos de trabalho ou sala de aula e gestão da escola, até os contextos macro como o de comunidades e de culturas, de manejo de classe e de interação com os alunos, conhecimentos de outras disciplinas que podem colaborar com a compreensão dos conceitos de sua área, do currículo como política em relação ao conhecimento oficial e como programas e materiais destinados ao ensino de tópicos específicos e da matéria em diferentes níveis, e, conhecimento de fins, metas e propósitos educacionais e de seus fundamentos filosóficos e históricos. (MIZUKAMI, 2004, p.6)

A autora ainda explicita, dentro do conhecimento do contexto educacional, o conhecimento dos fins, metas e propósitos educacionais junto com seus fundamentos filosóficos e históricos.

Libâneo e Alves (2012) também nos ajudam a compreender este contexto escolar pontuando, que se refere a "[...] elementos ideológicos, sociais, políticos, econômicos, culturais, geográficos, etc. que repercutem de alguma forma na vida das escolas e das salas de aula, afetando os objetivos, o Currículo, as metodologias e procedimentos de ensino, as formas de organização e gestão." (p.334)

Assim, podemos dizer que este conhecimento pedagógico geral "engloba o conhecimento de teorias e princípios de ensino e aprendizagem, conhecimento sobre os alunos e conhecimento sobre princípios e técnicas de comportamento e gerenciamento de sala de aula." (WILSON, SHULMAN, RICHERT, 1987, p.15).

2.2.3 Conhecimento curricular

Este conhecimento segundo Shulman (1986) se relaciona com:

- A compreensão de um conjunto de programas que são elaborados para o ensino como, por exemplo, no caso brasileiro estariam (PCNs, diretrizes, etc.);
- A variedade de material disponível para ensinar determinado conteúdo;
- A interdisciplinaridade, entendida como a capacidade do professor de relacionar o conteúdo ministrado com outras áreas do conhecimento;
- A compreensão da relação de um conteúdo com outros da mesma disciplina, ou seja, a compreensão da relação de um conteúdo com os anteriores e os posteriores.

Assim, é um tipo de conhecimento útil para os professores selecionarem e organizarem tanto os materiais quanto os programas de ensino, como afirma Ennis (1994, p.164) ao se referir a este tipo de conhecimento como a “[...] capacidade dos professores para selecionar e transmitir conteúdo apropriado para o aluno dentro de uma determinada configuração contextual e da situação”.

O conhecimento do material que o professor tem em disponibilidade, que não pode ser resumido a uma compreensão básica de tal instrumento, se estende a uma compreensão de como fazer um bom uso do material de tal forma que crie um ambiente que estimule os estudantes a desenvolver uma habilidade.

Espera-se que o professor entenda sobre um determinado conteúdo, a sua importância, ou seja, o porquê de ser ensinado, ou até mesmo que ele entenda, dentro de um rol de conteúdos, quais são mais importantes para determinados alunos ou grupos de alunos. Em suma temos que esse tipo de conhecimento está relacionado a um “[...] conjunto de programas elaborados pelo professor sob um tema particular, considerando o nível dos alunos, bem como os meios disponíveis ao professor para o ensino da matéria.” (RAMOS; GRACA; NASCIMENTO, 2008, p.163).

Shulman (1987) ainda enfatiza a importância deste conhecimento ao relacionar a responsabilidade do trabalho do professor com a do médico, quando compara a necessidade de um conhecimento globalizante das condições em que os alunos se inserem para eficácia do ensino, com a que o médico deve possuir dos medicamentos para poder receitar.

Por fim, esse conhecimento se relaciona com a compreensão do professor em relação aos “programas e materiais designados para o ensino dos tópicos e matérias particulares de um dado nível.” (WILSON, SHULMAN, RICHERT, 1987, p.10).

2.2.4 O processo de raciocínio pedagógico

O processo de raciocínio pedagógico é um processo que se estrutura na ação do professor de preparar algo que ele já compreende para o ensino, e de acordo com Shulman (1987), é um processo cuja ocorrência se estrutura em seis fases distintas: compreensão, transformação, instrução, avaliação, reflexão e nova compreensão.

Na primeira fase o professor precisa compreender os propósitos de se ensinar aquele conteúdo, ter a dimensão do contexto e não simplesmente compreender o texto em si, mesmo ele sendo muito importante:

> Apesar da maioria do ensino iniciar-se com algum tipo de texto, e o aprendizado daquele texto pode ser valioso por si só, não podemos perder de vista o fato de que o texto é geralmente um veículo para o alcance de outros propósitos educacionais. Os objetivos da educação transcendem a compreensão de textos em particular, mas talvez sejam inalcançáveis sem eles. (SHULMAN, 1987, p.17)

Esta compreensão se estende para uma compreensão crítica que engloba estruturas essenciais e sintáticas.

Na segunda fase, ocorre o processo de transformação, é onde o professor transforma aqueles conteúdos já compreendidos em conteúdos para o ensino, isto ocorre de diversas maneiras:

- Através da preparação de um material para o ensino, analisando de uma maneira crítica se o material é bom para ensinar.

- Com o uso de analogias e metáforas, exemplos, explicações, etc. Ou seja, está ligado à forma de representação do objeto de estudo, mas não somente, pois:

> Esse processo de preparação geralmente incluirá (1) detectar e corrigir os erros por ação ou omissão no texto; e (2) os processos cruciais de estruturar e segmentar o material em formas melhores adaptadas à compreensão do professor e, em prospecto, mais adequada ao ensino. (SHULMAN, 1987, p.18)

- Pela escolha de uma metodologia de aula, ao fazer uma seleção de qual forma é mais eficiente.
- Com a adaptação do conteúdo e/ou materiais às características dos alunos:

> A *adaptação* envolve adequar a transformação conforme as características dos alunos em geral. As características dos alunos que podem influenciar as maneiras nas quais os materiais sejam representados incluem as ideias e compreensão errôneas sobre a habilidade, sexo e motivações do aluno. [...] Os professores de matemática ao se prepararem para ensinar frações podem considerar o conhecimento prévio sobre as moedas e como melhor utilizar esse conhecimento prévio no desenvolvimento de uma compreensão mais sofisticada do material. A d*iferenciação* refere-se à adoção de material específico para um grupo e não para uma população em geral. (WILSON, SHULMAN, RICHERT, 1987, p.16)

Valendo-se da metáfora, Shulman (1987) faz uma analogia desta etapa com um exemplo bem usual, em que compara a adaptação com a preparação de um terno já pronto de uma vitrine para um estilo particular de utilização. Destaca que "para ser adquirido por um consumidor em particular", tal terno, "deve ser costurado e arrematado para vesti-lo perfeitamente." (SHULMAN, 1987, p.19).

Considera, enfim, que esta fase é a essência do processo inteiro, e está fortemente relacionada com a performance de ensinar.

Na terceira fase, a de instrução, é a aula propriamente dita, é a fase de gerenciamento, explicação, discussão, etc. Shulman define esta fase da seguinte forma:

> Instrução: gerenciamento, apresentação, interação, trabalho em grupo, disciplina, humor, questionamento e outros

> aspectos de educação ativa, descoberta ou instrução de investigação, e as formas observáveis de educação em sala de aula. (SHULMAN, 1987, p.16)

Na fase de avaliação (quarta fase) o professor avalia a aprendizagem do aluno (não necessariamente por provas escritas), a eficiência dos materiais utilizados e até sua própria maneira de ensinar. Para Shulman e seus colaboradores:

> A avaliação ocorre tanto durante ou após a instrução. Os professores checam o entendimento ou o não entendimento de seus alunos como parte do ensino. Além disso, eles disponibilizam de uma variedade de modelos mais formais de avaliação como testes de unidades e exames de final de semestre. (WILSON, SHULMAN, RICHERT, 1987, p.16)

Na quinta fase, a de reflexão, o professor reflete sobre o que foi feito, observando o aprendizado, as realizações, as dificuldades, as falhas, etc. é o que Shulman (1987, p.20) chama de “[...] conjunto de processos através do qual um profissional aprende pela experiência. Pode ser realizado sozinho ou em grupo, com ajuda de artifício para registros ou somente através da memória.” Além disso, o professor ainda realiza a fase anterior, a de avaliação, nesse processo.

Na última fase, ocorre a nova compreensão, que na verdade é a primeira fase se repetindo, já que este processo de raciocínio pedagógico ocorre num ciclo de espiral crescente. Esta nova compreensão é enriquecida, ela é um novo entendimento que foi aumentado com a maior conscientização dos propósitos de instrução, da instrução do conteúdo e dos participantes – professores e alunos. (WILSON, SHULMAN, RICHERT, 1987, p.16).

Esta nova compreensão não é automática como o próprio Shulman (1987, p.20) afirma: “A nova compreensão não ocorre automaticamente, nem mesmo após a avaliação e reflexão. Estratégias específicas para documentação, análise e discussão são necessárias”.

Além disso, a dinâmica de ocorrência não deve ser pensada de modo linear, visto que se trata de transformações processuais, e, neste sentido, o referido autor destaca que:

> Apesar dos processos neste modelo serem apresentados em sequência, eles não foram estabelecidos para representar um conjunto de estágios, fases ou passos fixos. Muitos dos processos podem ocorrer em ordem diferente. Alguns talvez nem ocorram durante as ações de ensino. Alguns talvez sejam truncados, outros, elaborados. (SHULMAN, 1987, p.19)

Enfim, devemos pensar neste processo, mesmo que apresentado em fases sequenciais, como algo que pode ser alterado de sua ordem.

2.2.5 Conhecimento pedagógico de conteúdo

Da relação orgânica entre o conhecimento do conteúdo específico, do conhecimento curricular e do conhecimento pedagógico e por meio do processo de raciocínio pedagógico abre-se a possibilidade de elaboração de um novo tipo de conhecimento: o conhecimento pedagógico de conteúdo, representado no seguinte esquema:

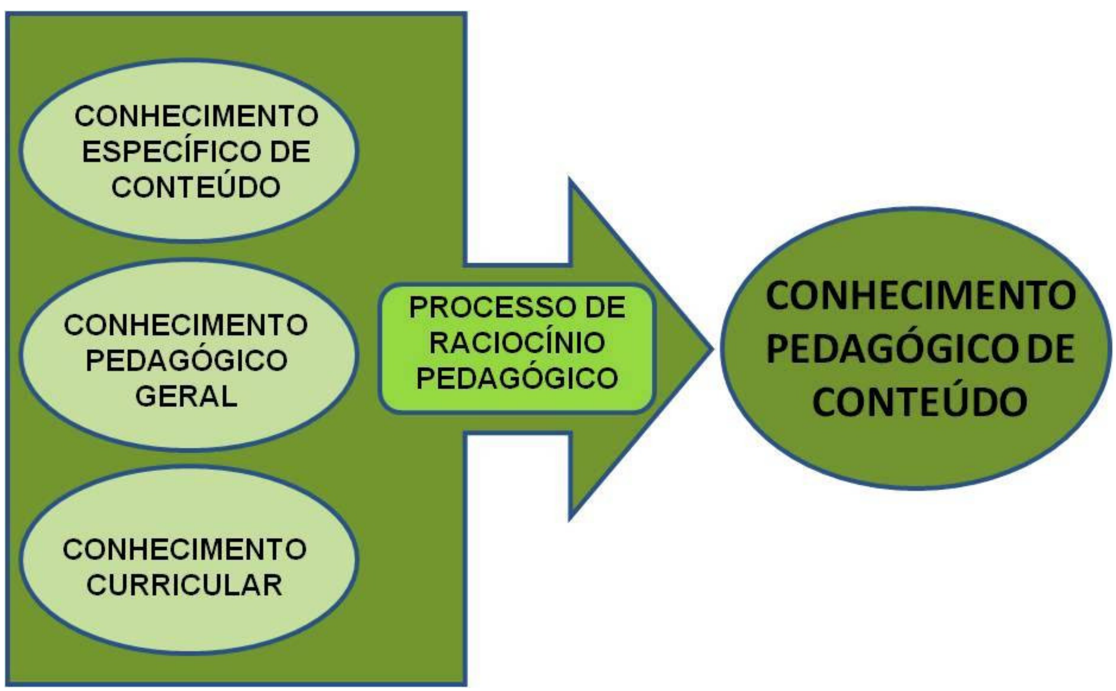

Figura 5 Processo de Raciocínio Pedagógico segundo Shulman

Pode-se dizer que este é o “ponto alto” da base de conhecimentos. Este tipo de conhecimento amalgama os conhecimentos anteriores, desta forma, podemos dizer que ele se funde com os conhecimentos já adquiridos e não se separa.

É um tipo de conhecimento sobre um determinado conteúdo que vai diferenciar o professor de Matemática de um especialista em Matemática:

> [...] esta categoria como a mais provável para distinguir entre o conhecimento do conteúdo de um especialista de uma determinada área e o conhecimento de um professor nesta mesma área. Ou seja, o professor possui um conhecimento especializado do conteúdo que deverá ensinar, tornando-o mais compreensível ao aluno. Este conhecimento especializado do conteúdo é, portanto, o conhecimento típico do professor. (RAMOS; GRACA; NASCIMENTO, 2008, p.162)

Shulman (1987) ainda explicita que este tipo de conhecimento acaba sendo renovado toda vez que o professor vai ensinar o conteúdo.

Uma observação importante é que estas categorias da base de conhecimentos podem se relacionar, até porque, esta classificação proposta por Shulman não é excludente, ou seja, um tipo de conhecimento pode se enquadrar em mais de um tipo de classificação e todos eles estão sempre em movimento nas relações em que se estabelecem.

Este tipo de conhecimento está ligado à compreensão do conteúdo e o que significa ensinar determinado tópico, assim como os princípios e técnicas que são necessários para isso.

> [...] incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem estudados. Dentro da categoria de conhecimento pedagógico de conteúdo eu incluo, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações. (Shulman 1986, p. 9)

É por meio desse tipo de conhecimento que o professor poderá transformar o conteúdo em um nível compreensível para seus alunos.

Por meio desse conhecimento o professor pode compreender os fins educacionais ou dos propósitos para o ensino, podendo desta forma, inferir mais qualitativamente na seleção do conteúdo a ser ensinado optando por aquilo que acredita ser mais essencial para o aluno.

2.3 PESQUISAS EM FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Destacamos algumas entre as pesquisas afins ao tema investigado nesta dissertação, que selecionamos para revisão bibliográfica, conforme segue:

Os estudos de Moreira (2007), que apontam algumas características dos cursos de formação de professores de Matemática, discutem uma formação pautada em procedimentos de cálculos, e desprovida de significado:

> (...) é uma instância que precisa de mudanças radicais, onde predomina o ensino de fórmulas prontas e a ênfase nos procedimentos algorítmicos, muito distante do que seria desejável, isto é, uma visão mais conceitual e conectada da Matemática. (Moreira, 2007, p. 677)

Aborda ainda a desarticulação entre formação específica, formação pedagógica e prática profissional e o grande espaço que a formação matemática ocupa dentro do curso de formação inicial do professor de Matemática, mesmo que ainda varie bastante entre as instituições.

Esta formação baseada em reprodução de procedimentos de forma mecânica e vazia de significado faz com que os professores que assim vivenciam sua formação acadêmica, reproduzam isto na escola básica. De fato, os PCNs já apontam esta característica, onde os professores ensinam de forma tradicional (definição, exemplos, exercícios), em um cenário em que o aluno aprenderá pela reprodução, e terá dificuldade de aplicá-lo de modo diferente em outros contextos:

> Tradicionalmente, a prática mais freqüente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o

> conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1998, p.37)

Curi (2000) também reforça a ideia de que os cursos de licenciatura em Matemática apresentam algumas deficiências, mas ela enfatiza que a baixa valorização da profissão também contribui para isto:

> Sem sombra de dúvida é muito difícil aos professores assumirem os requisitos profissionais da profissão com baixos salários, formação deficiente, desarticulada com o Ensino Fundamental e Médio, com baixa auto-estima que vai tomando conta de sua personalidade. O descrédito da profissão afeta também o curso de formação de professores. Há um desinteresse histórico das faculdades pelos cursos de licenciatura. No Brasil, a desvalorização da carreira profissional do professor se faz sentir quando se analisa a relação candidato/vaga para os cursos de Matemática das Universidades públicas em relação a outras carreiras que as Universidades oferecem. (CURI, 2000, p. 45)

Curi ainda aponta a necessidade de repensar os cursos de formação inicial para reverter este quadro.

Gatti (2009) realizou um trabalho onde traçou, entre outras, as características dos cursos de licenciatura em Matemática, e dentre diversos traços, destacou que foram observados três tipos de licenciatura em Matemática no Brasil: o primeiro dando prioridade aos conteúdos específicos e deixando as matérias pedagógicas em segundo plano, chegando assim, muito próximo ao bacharelado. O segundo que dedica um pouco mais à área da educação, porém bem separada da Matemática, tratando as duas como coisas diferentes, e, por fim, o terceiro tipo que abrange tanto a Matemática quanto a educação Matemática, trazendo da área da educação disciplinas que contemplam as duas áreas, como, por exemplo, Filosofia da Matemática.

Ela ainda cita que o terceiro tipo seria o mais indicado a uma melhor formação de professores, porém, destaca que são poucos os cursos que possuem esta última característica. Outro resultado interessante de sua pesquisa, é que a única disciplina presente nestes cursos, que pertence a áreas afins, é a de Física, e em alguns cursos seu estudo chega a ser até muito bem aprofundado. O fato mais curioso é que ela também enfatiza o fato de que professores de Matemática acabam lecionando esta disciplina:

> Na verdade, nota-se uma formação bastante aprofundada para essa área, apesar de ser um curso de Licenciatura em Matemática que fornece licença apenas para o ensino de Matemática. Porém, é bastante comum professores de Matemática lecionarem a disciplina de Física no ensino médio, devido a falta de professores dessa área. (GATTI, 2009, p.107)

Cabe aqui uma ressalva que apesar do destaque de Gatti que o curso de Licenciatura em Matemática fornece licença apenas para ensinar tal disciplina, houve épocas não tão distantes, em que os professores licenciados em Matemática recebiam habilitação para ensinar Física e Desenho Geométrico, disciplinas que faziam parte do currículo de formação inicial dessa licenciatura. Assim, pode-se inferir que a presença acentuada da disciplina Física nos currículos atuais de tal licenciatura venha a ser resquício de tal época.

Quem fez licenciatura em Matemática, sabe o quanto o estágio é desvalorizado, Gatti não deixa de mencionar tal fato, fazendo uma breve crítica de como o estágio tem sido realizado:

> Considerando as fragilidades relativas a esses cursos, pode-se apontar a Prática e o Estágio como pontos que merecem a maior atenção na análise da formação de professores na maneira como está sendo realizada pelos cursos de Licenciatura em Matemática. Considerando que são, principalmente, nessas disciplinas/atividades que serão desenvolvidas e discutidas as competências e habilidades para que o futuro professor possa elaborar propostas efetivas de ensino-aprendizagem para a sua atuação na Educação Básica, entende-se que a clareza e objetividade nos projetos pedagógicos dos cursos de Licenciatura em Matemática nessas disciplinas/atividades deixam muito a desejar. (GATTI, 2009, p.110,111)

Em relação a disciplinas sobre método de ensino, o estudo mostra que elas aparecem isoladas dentro dos cursos e mesmo considerando que a área de educação Matemática esteja crescendo, ela pouco aparece dentro dos cursos.

Sobre as disciplinas de tecnologia, elas até aparecem, porém mais voltadas a uma discussão sobre seu uso do que propriamente sua aplicação.

Enfim, os cursos de licenciatura em Matemática não são padronizados, assim formam profissionais com características bastante diferentes, uns com uma bagagem matemática muito forte, mas que provavelmente terão dificuldades de enfrentar uma sala de aula pela ausência de uma formação pedagógica. Outros com uma formação pedagógica desvinculada do conteúdo específico, ficando o licenciando responsável por buscar conexões entre o específico e o pedagógico, e poucos com uma formação pedagógica ligada ao conteúdo, sendo estes, considerados os mais preparados para a prática docente.

Enfim, Gatti (2009, p.151, 152), explicita as deficiências encontradas nos cursos de licenciatura em Matemática e outras licenciaturas:

- Há grande dissonância entre os Projetos Pedagógicos obtidos e a estrutura do conjunto de disciplinas e suas ementas, parecendo que aqueles são documentos que não orientam a realização dos cursos.
- Raras instituições especificam em que consistem os estágios e sob que forma de orientação são realizados, se há convênio com escolas das redes, entre outros aspectos.
- A questão das Práticas, exigidas pelas diretrizes curriculares, mostra-se problemática, pois, às vezes se coloca que estão embutidas em diversas disciplinas, sem especificação clara, às vezes aparecem em separado, mas com ementas muito vagas.
- Na maior parte dos ementários analisados não foi observada uma articulação entre as disciplinas de formação específicas (conteúdos da área disciplinar) e a formação pedagógica (conteúdos da docência).
- Um grupo considerável de matrizes apresenta disciplinas pouco específicas quanto a seus nomes e ementas bastante vagas, encontrando-se também, redundâncias de conteúdos em disciplinas distintas.
- Saberes relacionados a tecnologias no ensino estão praticamente ausentes.
- Aparecem nos currículos muitas horas dedicadas a Atividades Complementares, ou Seminários, ou Atividades Culturais etc., que ficam

sem nenhuma especificação quanto a que se referem, se são atividades acompanhadas por docentes, seus objetivos etc.

- Os cursos de licenciatura em Matemática se diferenciam (das outras licenciaturas) por apresentarem um maior equilíbrio entre as disciplinas relativas aos “Conhecimentos específicos da área” e aos “Conhecimentos específicos para a docência”.
- Considerando apenas a categoria “Conhecimentos específicos para a docência”, veem-se algumas diferenças interessantes entre os cursos: Ciências Biológicas destacam-se pela ênfase maior nas “Didáticas, metodologias e práticas de ensino”; Matemática apresenta maior peso para os “Conteúdos dirigidos à escola básica”; e Letras têm uma distribuição mais igualmente cuidada entre essas duas subcategorias.
- As disciplinas da categoria “conhecimentos relativos aos sistemas educacionais” registram percentuais inexpressivos de presença em todas as licenciaturas analisadas. Quando se desagrega esta categoria, nota-se que a maior parte das matérias aloca-se em “Estrutura e funcionamento do ensino”, ficando aspectos ligados a “Currículo”, a “Gestão Escolar” e o “Ofício docente” com percentuais irrisórios.
- Irrisória também é a participação das disciplinas referentes às modalidades de ensino (Educação especial e EJA) no conjunto das disciplinas oferecidas, com 1,2% nos cursos de Letras e com menos de 1% em Matemática e Ciências Biológicas.
- Uma parte dessas licenciaturas promove especialização precoce em aspectos que poderiam ser abordados em especializações ou pós-graduação.

Com base nos dados coletados a autora considera que a formação inicial é desvalorizada no cenário brasileiro.

Gatti (2009) ainda traça um perfil dos concursos públicos para a carreira profissional docente, onde as provas são centradas em legislação e em conteúdo específico do ensino básico, deixando de lado questões relativas à prática docente e fundamentos da educação.

Outra pesquisa da área de formação do professor de Matemática é a de Ponte (2002) onde explicita o que deve estar presente na formação inicial de um professor de Matemática:

- A formação pessoal, social e cultural dos futuros docentes,
- A formação científica, tecnológica, técnica ou artística na respectiva especialidade.
- Formação no domínio educacional,
- Competências de ordem prática,
- Capacidades e atitudes de análise crítica, de inovação e de investigação pedagógica.

Ou seja, é muito mais complexo que apenas o domínio do conteúdo matemático, além de mostrar o que se espera de uma formação inicial de professor de Matemática, ele ainda apresenta as principais reclamações advindas (de todos os setores da sociedade) contra os cursos de formação inicial de professores de Matemática:

- Os alunos não saem com domínio do conteúdo que vão lecionar;
- Quando chegam à escola, as teorias de educação ficam difíceis de serem aplicadas, devido ao próprio conservadorismo do sistema;
- Os professores reclamam que só aprendem a ensinar com a prática, e que tudo que foi ensinado no curso de licenciatura não serviu para nada;
- A sociedade apresenta uma desconfiança em relação à qualidade do curso de formação inicial de professores de Matemática.

Damico (2007) que também faz uma investigação sobre a formação inicial, mas sobre o ensino de números racionais no ensino fundamental aponta, entre outras coisas, uma formação pautada no processo e não no conceito do conteúdo em questão.

Consideramos ainda importante destacar considerações de alguns autores que discutem alguns temas mais específicos de conteúdos curriculares e pedagógicos, tais como as autoras Duarte, Fank e Carvalho que discutem currículo e inclusive o definem (o currículo escolar) como:

> [...] o currículo é a expressão das concepções (de homem, de mundo, de ensino e aprendizagem, de método e de educação), das aspirações sobre a escola e seu papel social, das práticas pedagógicas e das relações nela vividas. (DUARTE; FANK E CARVALHO, 2008, p. 2)

As autoras ainda citam o papel da escola neste contexto, pois consideram que o currículo deve abarcar os problemas da sociedade, por exemplo, conscientizar os alunos sobre a importância de preservação do ambiente ou trabalhar com valores de ética e cidadania.

Destacamos ainda as ideias de Sacristán (1998) e Duarte (2008), que apresentam definições atribuídas ao currículo, tratando-o como algo não estático mas sim como “uma prática desenvolvida através de múltiplos processos e na qual se entrecruzam diversos subsistemas ou práticas diferentes”, deixando o professor como o autor principal para que se concretize o processo.

Também, devido à ênfase colocada pelos alunos-formandos pesquisados na questão da indisciplina, que aparece como um dos fatores mais preocupantes dos professores novatos e como um dos agravantes de seus problemas profissionais, buscamos as questões postas por Oliveira (2009) que discute a indisciplina escolar e a apresenta como um grande problema da sociedade moderna. Essa é uma discussão que só vem crescendo no cenário brasileiro, e a autora ainda explicita que a indisciplina tem gerado grandes problemas e que o sistema educacional, tem se preocupado na correção e não na prevenção.

No bojo da questão da indisciplina encontram-se, necessariamente, discussões de outros temas que trazem como pano de fundo a relação família e escola, feita por Carvalho (2004) dentro do enfoque sociológico quando discute mais especificamente o papel que tem ocupado o dever de casa na relação da família com a escola, que, em sua essência e argumento, se manifesta a partir de dois pontos de vista: que o dever de casa pode ser visto como uma necessidade para uma melhor educação ou como uma imposição (ou fardo). Essa discussão será aprofundada na medida em que os dados se expressarem de forma significativa neste sentido.

Enfim, diante de tantos problemas e lacunas dos cursos de formação inicial, fica evidente a necessidade de mais estudos na área, para que possamos contribuir com uma melhor formação.

CAPÍTULO 3 METODOLOGIA

3.1 CAMINHOS DA INVESTIGAÇÃO

Nossa pesquisa se desenvolve por uma abordagem qualitativa, sendo que esta opção se deu no sentido de sua adequação à investigação que pretendíamos realizar, através de um processo interativo com os sujeitos pesquisados, e no local em que sua ação se desenvolveu. Para tanto, nos apoiamos nos pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), que dão grande suporte teórico para a realização de uma investigação qualitativa em educação.

Inicialmente, pretendíamos fazer um trabalho com aqueles professores que estavam iniciando sua carreira profissional, mas devido à adequação ao nosso foco de discussão, optamos por realizar o trabalho com os alunos que cursavam o último ano da licenciatura em Matemática.

Nossa preocupação inicial foi a de como chegar até esse público. Resolvemos, então, realizar um projeto de extensão com oficinas sobre o tema trigonometria no triângulo retângulo com esses alunos, assim poderíamos nos aproximar e realizar a coleta de dados, além de contribuir para a reflexão deles sobre o tema. Acreditamos que estabeleceríamos assim um campo fértil para buscar evidências que nos levassem a responder nossas indagações.

Para o projeto de extensão, buscamos atividades que foram preparadas com base em alguns recursos didáticos retirados no banco internacional de objetos educacionais, que no Brasil estão sendo disponibilizadas gratuitamente pelo MEC através da internet. Tais atividades exploram o conceito trigonométrico através de problemas históricos, problemas cotidianos, etc.

Devido à necessidade de compreender o que foi buscado e como as atividades foram realizadas, faremos então um detalhamento do processo que se desenvolveu durante as oficinas realizadas.

Foram quatro encontros no interior de uma universidade pública, com duração média de 3 horas cada um deles, com um total de sete alunos, que chamaremos de A1, A2, A3, A4, A5, A6 e A7, mantendo assim suas identidades preservadas.

3.2 PRIMEIRO ENCONTRO

3.2.1 Atividade 1: Questionário

Iniciamos o primeiro encontro, aplicando um questionário a todos, com perguntas variadas, desta forma buscamos compreender um pouco mais sobre os alunos, algumas de suas concepções, experiências e conhecimentos. O questionário, que parecia simples, gerou muitas reflexões e questionamentos, os alunos tiveram muitas dificuldades em responder perguntas do tipo: o que você entende por ser um professor? Por que você acha importante estudar trigonometria? O que você entende por seno?, entre outras.

Esperávamos que o questionário fosse respondido em pouco tempo, porém os alunos gastaram mais de 1 hora para responder 18 perguntas, isto porque, as perguntas foram consideradas difíceis por eles. Eles disseram que nunca haviam parado para pensar nestes tipos de questionamentos. O questionário também foi composto por alguns problemas de baixo nível de dificuldade de trigonometria no triângulo retângulo, e se encontra nos anexos desta dissertação.

3.2.2 Atividade 2: Tamanho da árvore

Logo após o questionário, nós iniciamos a primeira atividade, que consistia em descobrir o tamanho de uma árvore qualquer sem subir nela, e claro, utilizando recursos da trigonometria no triângulo retângulo. Esta atividade foi aplicada com a intenção de verificar, experimentalmente, a noção de tangente de um ângulo e utilizá-la para calcular uma altura inacessível.

Assim, distribuímos aos alunos os seguintes materiais: papel cartão, fita adesiva, régua, transferidor, tesoura, calculadora comum (sem as funções seno, cosseno e tangente), barbante, canudo, fita métrica e pedras.

Estes materiais foram utilizados, pelos alunos, para a construção de teodolitos (aparelho que mede ângulos), sob nossa orientação:

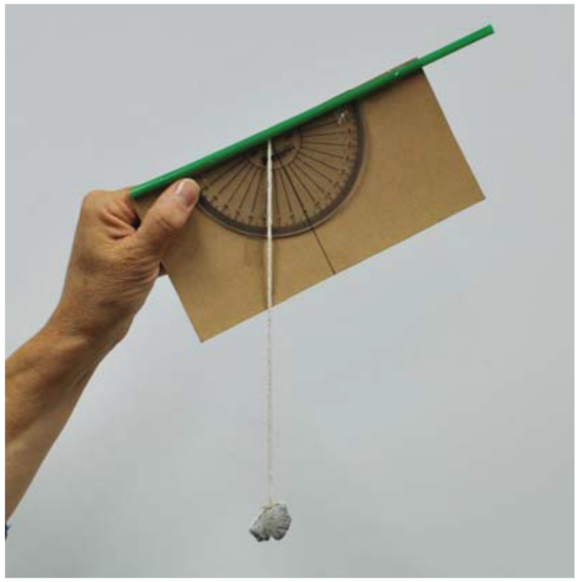

Figura 6 Teodolito construído com Transferidor e Barbante
Fonte: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br

Logo em seguida, saímos da sala de aula à procura de uma árvore bem alta, com o objetivo de medirmos sua altura sem subir nela. Depois de encontrada uma árvore, pedimos que os alunos escolhessem um lugar qualquer para que eles medissem (com o uso do teodolito) o ângulo formado entre eles e o ponto mais alto da árvore:

Figura 7 Foto da Medição do Ângulo Vertical com Teodolito
Fonte: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br

Também pedimos que eles medissem a distância em que eles estavam da árvore, assim voltamos para a sala de aula com os dados da medida do ângulo vertical e da distância do observador até a árvore, conforme esquema:

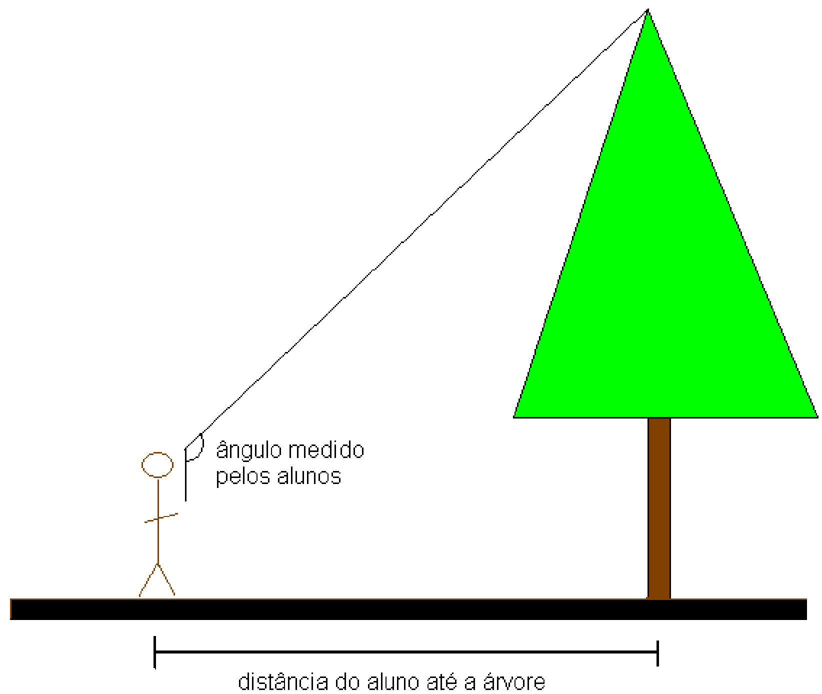

Figura 8 Distância Horizontal e Ângulo Vertical em relação à árvore

Assim, com estes dados propusemos que eles tentassem descobrir a altura da árvore. A atividade foi escolhida, pois sua realização demandava conhecimentos mais aprofundados dos conceitos, o que nos auxiliaria na investigação sobre os conhecimentos dos alunos.

Assim, em duas horas de atividades, finalizamos o primeiro encontro.

3.3 SEGUNDO ENCONTRO

3.3.1 Entrevista coletiva

O segundo encontro foi iniciado com uma entrevista coletiva semi-estruturada que segundo Fontana e Frei (1994) é um dos instrumentos de coleta mais utilizados nas pesquisas pelo alcance e objetividade que propicia ao pesquisador.

Nesta entrevista, nós conversamos com os alunos sobre algumas respostas dadas por eles no questionário do primeiro encontro, que não haviam ficado muito claras, além disso, falamos um pouco sobre suas experiências, sua formação, etc. O interessante é que nesta entrevista coletiva eles se soltaram mais e acabaram falando bastante sobre diversos assuntos educacionais. Enfim, a intenção desta entrevista foi de extrair ao máximo, informações sobre seus conhecimentos de sala de aula, da história da trigonometria, de recursos para o ensino da mesma, etc.

3.3.2. Atividade 2: Um caminho para o curral

Logo após o debate, iniciamos nossa segunda atividade, onde foi apresentado um vídeo-problema, em que um fazendeiro teve um contratempo, pois precisava sair da fazenda e chegar até o curral para alimentar os animais, porém o principal acesso era uma ponte que havia sido destruída por uma forte chuva:

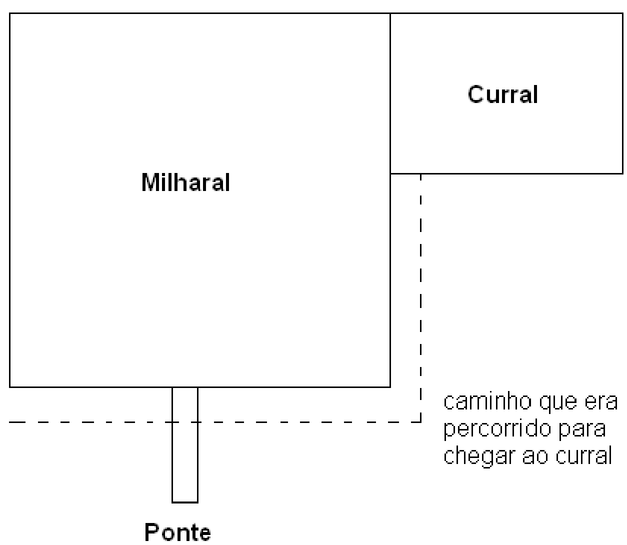

Figura 9 - Um Caminho para o Curral I

Este tipo de exercício, que também foi retirado do banco internacional de dados do MEC, foi escolhido, por motivos semelhantes ao da atividade realizada no primeiro encontro, pois seu tipo de solução propiciaria ao pesquisador investigar os conhecimentos dos alunos sobre o conceito de seno, cosseno e tangente, se, e como, eles se apropriaram deste conceito. O vídeo apresenta um primeiro problema perguntando como medir a distância da fazenda até o curral, levando em consideração o caminho mais curto:

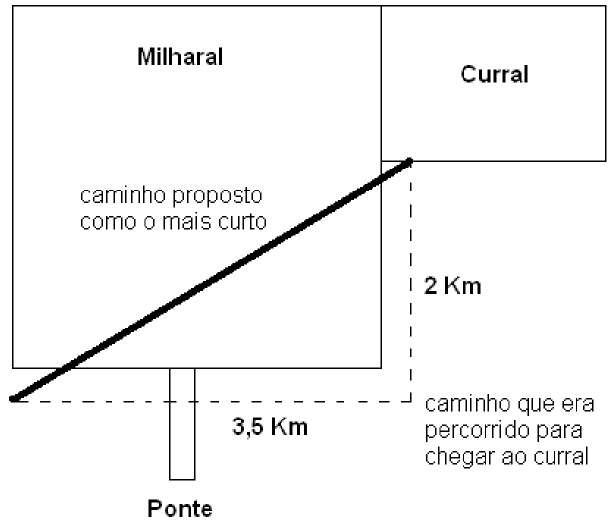

Figura 10 Um Caminho para o Curral II

Os alunos foram tentando resolver o problema antes de dada a solução; nesta primeira etapa, bastava aplicar o Teorema de Pitágoras. O segundo problema proposto, foi o de descobrir qual direção o fazendeiro deveria seguir, ou seja, calcular o ângulo entre a primeira parte do percurso pela ponte e o caminho proposto como o mais curto, que poderia ser resolvido por seno, cosseno e tangente.

Depois de calculado bastava o fazendeiro utilizar uma bússola e um transferidor para chegar ao curral, mas ele não tinha estes instrumentos, assim a tentativa seria resolver usando proporção entre os lados dos triângulos (que acaba recaindo na ideia do conceito das principais funções trigonométricas):

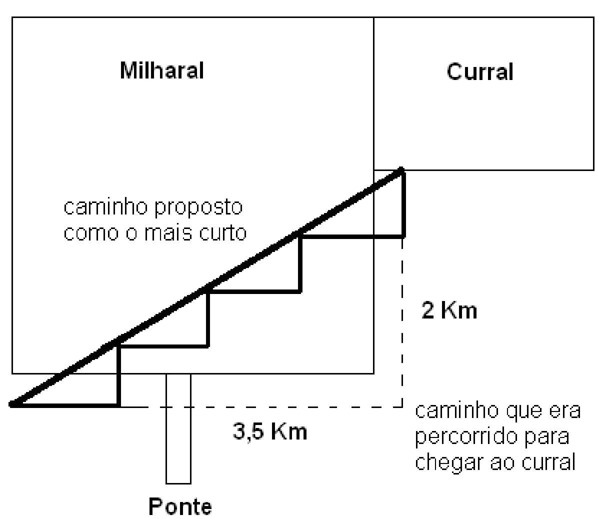

Figura 11 Um Caminho para o Curral III

Assim a solução seria andar em triângulos retângulos proporcionais ao maior, por exemplo, dando três passos e meio na horizontal e dois passos na vertical, ou 3 metros e meio na horizontal e mais 2 metros na vertical, entre outras formas.

3.4 TERCEIRO ENCONTRO

3.4.1 Atividade 3: O tamanho da terra

O terceiro encontro foi marcado por mais atividades, ele foi um pouco prejudicado, pois tivemos um problema com a sala em que ocorria o encontro e demoramos um pouco para começar. Inicialmente fizemos uma atividade em que teríamos que resolver um problema histórico de descobrir o tamanho da terra, não detalharemos este problema, pois ele fugiu um pouco do triângulo retângulo. Pela escassez de tempo e desvio do tema, o problema foi apenas apresentado, seguido por sua solução encaminhada pelo pesquisador.

O exercício foi realizado com intenção de dar a eles uma noção do que seria um problema histórico, o interessante é que o problema abriu espaço para a discussão da importância de um problema histórico em sala de aula.

3.4.2 Atividade 4: A Altura das Pirâmides

O segundo problema do encontro também foi histórico e bem simples de ser resolvido, mas que era necessário o entendimento do conceito de proporção entre os lados dos triângulos semelhantes. Este problema foi apresentado dentro do vídeo: Matemática no Parque, também retirado do banco internacional de objetos educacionais do MEC. Ele mostrava como Tales (que foi um dos grandes sábios da Grécia antiga) surpreendeu os Faraós medindo a altura de uma pirâmide sem subir nela, e que ajudou muito no desenvolvimento da trigonometria que conhecemos hoje.

Veja o procedimento realizado por ele:

Primeiramente ele colocou uma estaca no chão e esperou que a sombra ficasse do tamanho da estaca, assim ele mediu o tamanho da sombra da pirâmide, que era o tamanho da própria pirâmide:

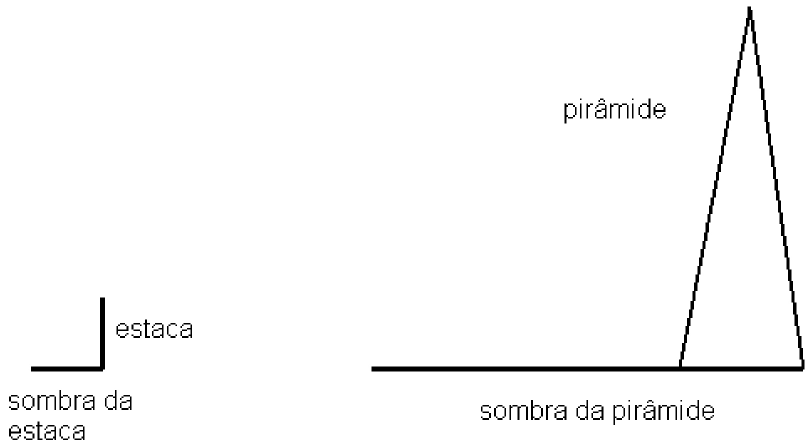

Figura 12 O tamanho da Pirâmide I

Inicialmente deixamos que os alunos tentassem descobrir como Tales havia feito. Como eles não chegaram a nenhuma resposta, foi feito um desenho (figura 13) para eles descobrirem o porquê a sombra da pirâmide tem a mesma medida da altura dela no momento em que a estaca e sua sombra possuem a mesma medida.

Fizemos este questionamento na intenção de verificar, com outro exemplo, o conhecimento de conteúdo dos alunos sobre proporção entre lados dos triângulos semelhantes (que é a base dos conceitos de seno, cosseno e tangente):

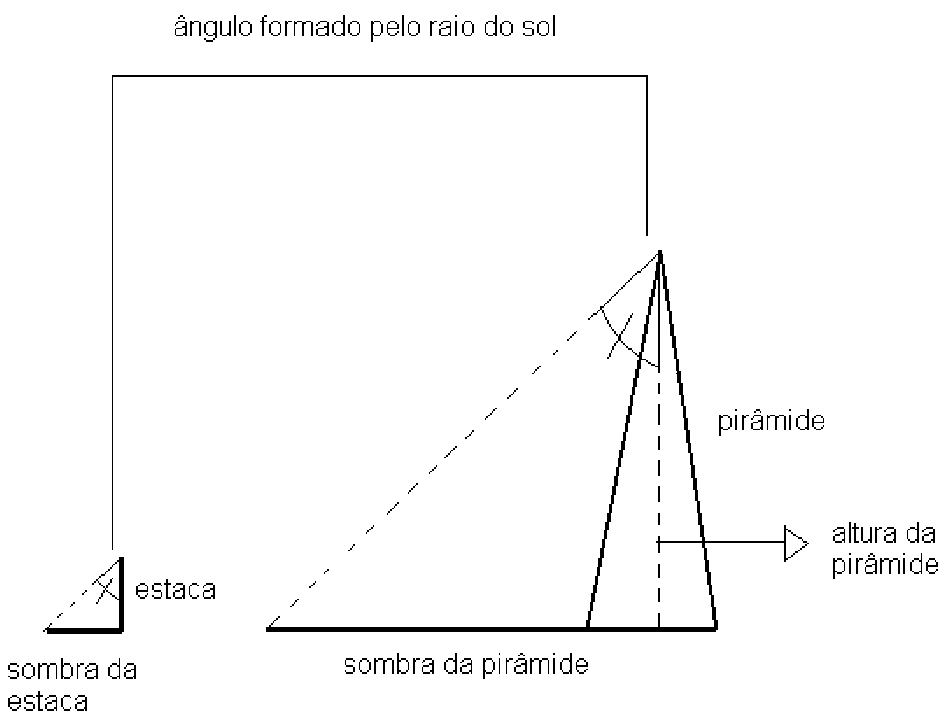

Figura 13 O tamanho da Pirâmide II

Têm-se dois triângulos semelhantes, pois os ângulos têm mesmas medidas: ângulos da estaca e da pirâmide com o solo, o ângulo do sol com a vertical e terceiro ângulo correspondente a incidência do sol com o solo:

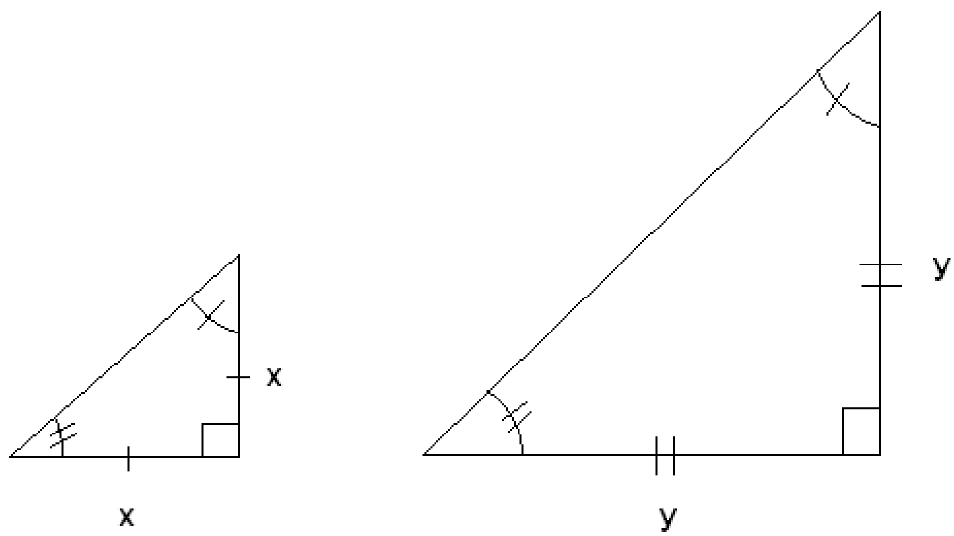

Figura 14 Semelhança de Triângulos I

Assim, como os lados são proporcionais, se x = x, logo y = y.

O problema não exigia grandes cálculos, apenas uma aplicação de conceitos.

3.4.3 Atividade 5: A distância dos navios

Uma última atividade foi aplicada no encontro, que também foi extraída do vídeo: Matemática no Parque. Esta atividade mostrava como Tales media as distâncias dos navios até a praia, muito útil na época, pois esta informação ajudava os povos a se defenderem de navios inimigos.

Da mesma forma do problema anterior, mostramos o método utilizado por ele: primeiramente ele ficava na beira da praia olhando perpendicularmente ao navio:

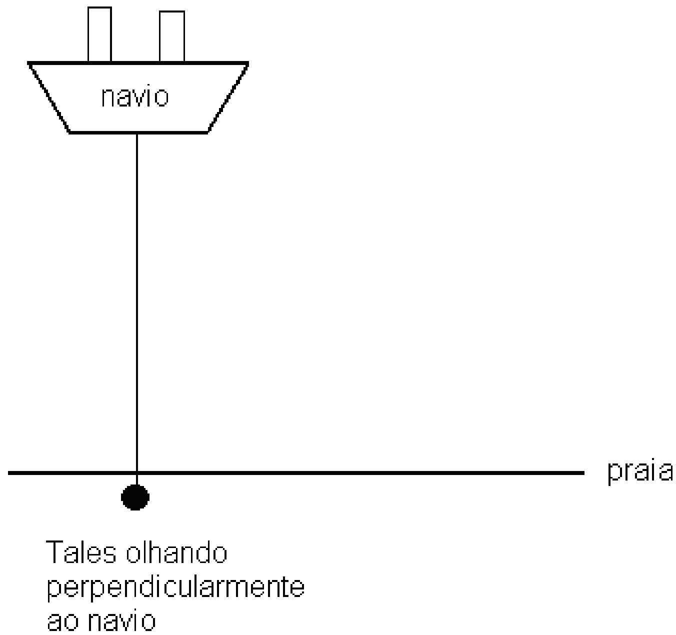

Figura 15 Distância dos Navios I

Logo em seguida ele colocava uma estaca no local, em seguida, dava um quarto de volta e andava dando um número x de passos, colocando outra estaca:

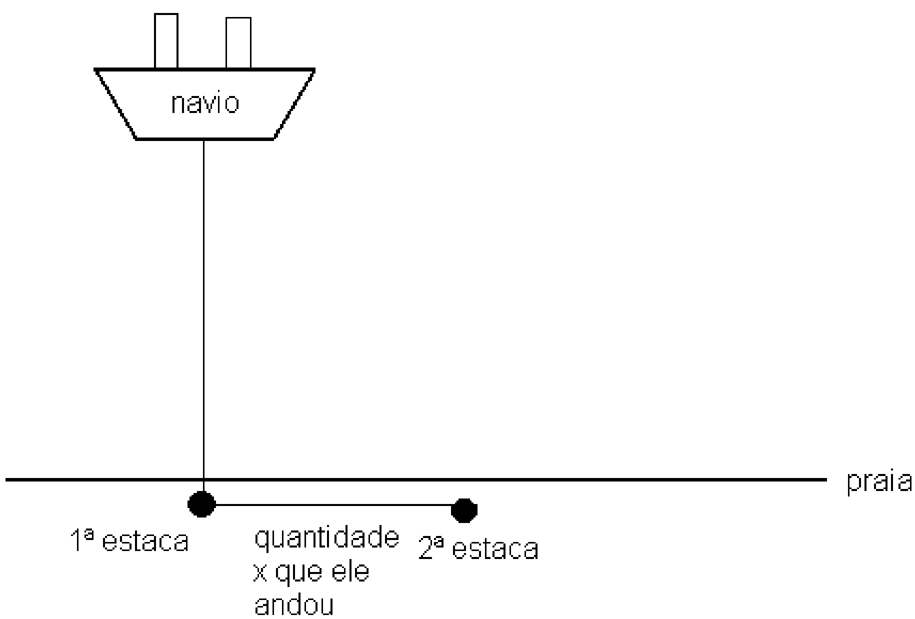

Figura 16 Distância dos navios II

Andava a mesma quantidade que andou da primeira para a segunda estaca e colocava outra estaca:

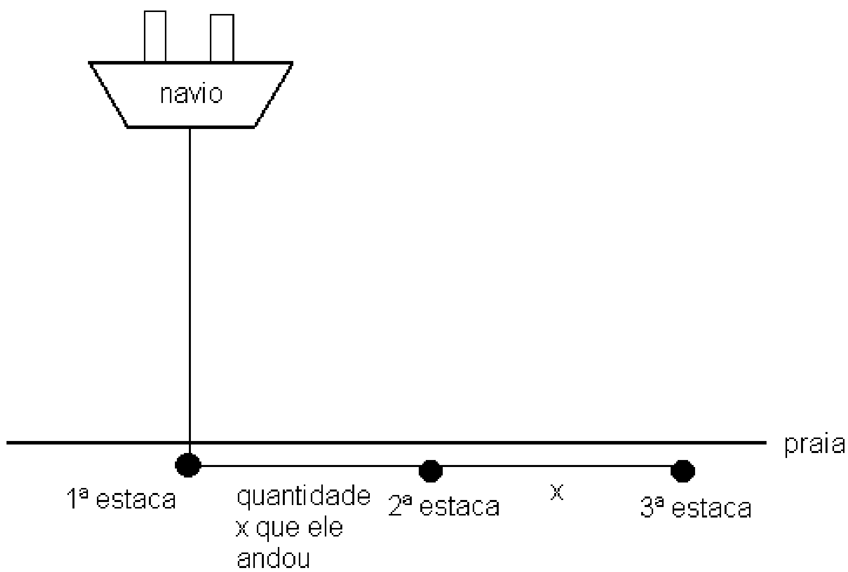

Figura 17 Distância dos Navios III

Assim ele deu mais um quarto de volta e andou até ver o navio no rumo da segunda estaca, daí bastava medir a distância da terceira estaca até ele, assim descobria a distância do navio até a praia:

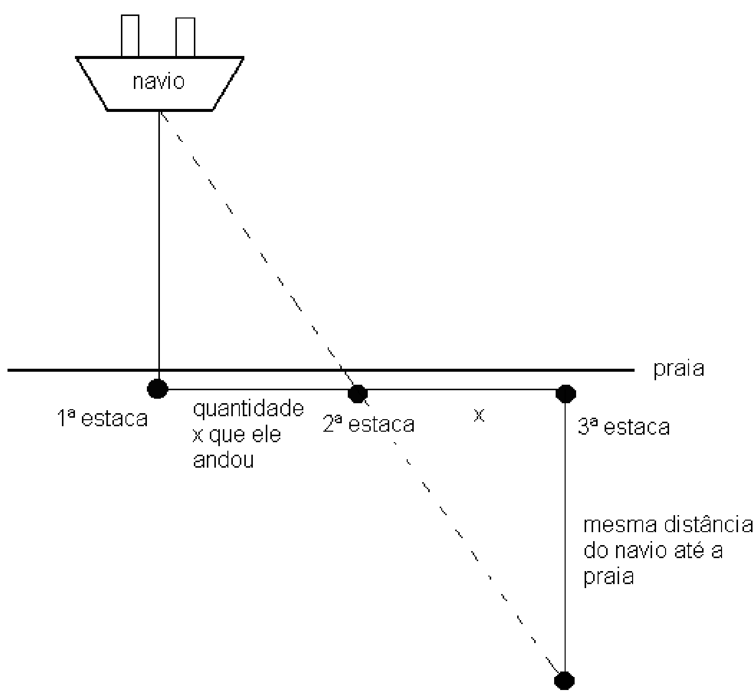

Figura 18 Distância dos navios IV

Logo depois de mostrar o processo, perguntamos o porquê desta distância da terceira estaca até onde ele parou ser a mesma do navio até a praia esperando que os alunos, mais uma vez, externalizassem seus conhecimentos de relações entre lados de um triângulo, esperando que eles reconhecessem que tínhamos dois triângulos semelhantes, e mais ainda, que eles possuíam a mesma medida:

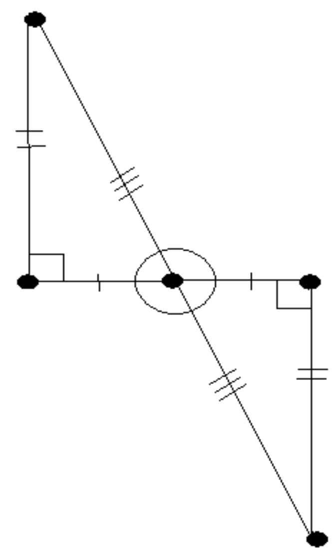

Figura 19 Semelhança de Triângulos II

Neste problema o aluno precisaria mobilizar noções de simetria, de ângulos opostos pelo vértice, e propriedade de triângulos semelhantes.

Essas atividades históricas foram marcadas com debates, questionamentos e participação dos alunos na resolução dos problemas.

3.5 QUARTO ENCONTRO

3.5.1. Análise dos livros didáticos

O quarto encontro foi iniciado com uma pequena análise dos livros didáticos pelos alunos, com a intenção de deixá-los em contato com os livros que provavelmente terão contato quando forem lecionar. Para isso, foram distribuídos os livros recomendados pelo PNLD (2011) do nono ano do ensino fundamental para que os alunos escolhessem aleatoriamente um deles. Depois, cada um observou o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo presente nos livros, assim iniciamos uma discussão, onde debatemos:

- Se eles adotariam o livro? E por quê?
- Se eles gostaram de como o assunto foi tratado?
- Se o livro trouxe recursos para um ensino diferente do tradicional?
- Se o livro trazia alguns dos problemas que trabalhamos?

Enfim, fizemos uma grande discussão sobre este assunto. A opção pela discussão se deu pelo fato de que durante as oficinas eles ficavam muito quietos e quando a gente discutia um assunto coletivamente, eles ficavam mais à vontade e falavam mais.

3.5.2 Charge e Vídeo

Logo após a análise dos livros didáticos nós assistimos a uma charge, intitulada: Questão pedagógica, onde se mostrava um diálogo entre a professora, os alunos e a diretora de uma escola. Nela uma diretora reclamava para uma professora sobre a qualidade do ensino apontada em uma pesquisa e que a secretaria estava no pé dela. A professora responde que os alunos faziam de tudo menos tentar aprender, porém a diretora dizia que isto era um reflexo da sociedade e que ela como educadora que deveria resolver o problema. Assim, a professora começou a falar na linguagem dos alunos e eles começaram a entender.

A charge foi escolhida para que pudéssemos iniciar uma discussão de como estavam as condições de trabalho dos professores. Assim, fizemos algumas reflexões sobre como estava a sala de aula, as condições de trabalho, etc. A charge pode ser assistida no site: http://charges.uol.com.br/2011/09/05/cotidiano-questao-pedagogica

3.5.3 Vídeo Educação no Brasil

Na sequência, depois da discussão da charge, assistimos a um vídeo que foi exibido na rede globo, no seu jornal noturno, onde o comentarista Arnaldo Jabor, fala um pouco sobre a educação brasileira, comenta sobre os investimentos na educação e algumas possíveis soluções para a situação caótica da educação brasileira.

O vídeo foi utilizado com a intenção de deixá-los mais aguçados, perguntando o que eles achavam do comentário, se eles concordavam com alguma coisa, se o vídeo trazia algo da realidade, etc. Ele está disponível no site: http://www.youtube.com/watch?v=rxUikoH0D8I&feature=related.

Assim, finalizamos o ultimo encontro.

3.6 ANÁLISE DO CONTEÚDO

A organização dos dados foi desenvolvida baseada em procedimentos utilizados segundo a proposta de análise do conteúdo explicitada por Bardin (2008) que apresenta recursos que auxiliam na delimitação do conteúdo a partir de sínteses obtidas pela convergência e divergência do conteúdo coletado, visando garantir a fidedignidade e para uma análise significativa dos dados. Para tal, apresenta:

> *Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens*. (BARDIN, 2008, p.37).

Assim, trata-se de uma metodologia composta por uma série de instrumentos, por meio dos quais se busca uma análise mais efetiva dos diversos tipos de comunicações. Bardin (2008) ainda compara a teoria com o trabalho do arqueólogo, no sentido de se buscar vestígios de informações presentes em dados coletados.

A proposta da autora organiza-se em três etapas:

- ✓ Pré-análise: é a fase de organização, composta por instruções que visam sistematizar os dados iniciais, geralmente esta fase possui três missões: “*a escolha dos documentos* a serem submetidos à análise, a formulação das *hipóteses* e dos *objetivos* e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final.” (BARDIN, 2008, p.89).

- ✓ Exploração do material: trata-se de uma administração, de forma sistemática, das decisões tomadas na fase anterior. Esta fase é "longa e fastidiosa, consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou numeração, em função de regras previamente formuladas." (BARDIN, 2008, p.95).
- ✓ Tratamento dos resultados obtidos e interpretação: nesta fase, condensamos as informações obtidas e organizamos os resultados em quadros, tabelas, diagramas, etc. Desta forma podemos inferir nas informações de forma mais precisa.

Optamos por alguns elementos desta metodologia de análise por ser útil para estabelecer as sínteses dos dados, tanto orais como escritos, esclarecendo mensagens e auxiliando na superação de incertezas de falas. Assim essa metodologia nos auxiliou na delimitação do material coletado e na criação de categorias para uma análise mais eficiente.

Desta forma, utilizamos a categorização que segundo Bardin (2008) trata-se de:

> [...] uma operação de classificação de elementos constituídos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias são rubricas ou classes, que reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caractéres comuns destes elementos. (p. 111)

Nesta pesquisa, a categorização se iniciou, com o agrupamento de informações comuns contidas nas transcrições das falas e do material escrito e na organização de quadros e tabelas que apresentaram tais informações, voltadas às categorias *Conhecimento do Conteúdo Específico, Conhecimento Curricular e Conhecimento Pedagógico*, que constituem as condições para que o professor esteja apto a elaborar o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, conforme apresentaremos no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A partir do eixo central estabelecido sobre a base de conhecimentos necessários ao professor para o ensino proposta por Shulmam, serão feitas neste capítulo as análises acerca dos conhecimentos explicitados pelos sujeitos observados, considerando nesse modelo teórico três tipos de conhecimentos: conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico geral e conhecimento curricular. A discussão dos dados não prescindirá, entretanto, da contribuição teórica de estudos e pesquisas desenvolvidas por outros autores sobre as evidências em destaque.

4.1 CONHECIMENTOS EVIDENCIADOS

As evidências que serão apresentadas e analisadas neste tópico foram destacadas das ações desenvolvidas pelos sujeitos a partir dos seis problemas apresentados nos encontros de estudos, considerado para o recorte o foco sobre o conhecimento do conteúdo específico.

4.1.1 Conhecimento do Conteúdo Específico

Primeiro Encontro

Iniciaremos explorando os procedimentos adotados pelos sujeitos para resolução de um problema trivial de trigonometria no triângulo retângulo, que nomearemos por ***problema 1***, apresentado aos mesmos em uma enquete inicialmente aplicada em formato de questionário, cuja resolução poderia ser obtida com aplicação direta da fórmula, visto que a questão proposta não demandava interpretações complexas nem domínio dos conceitos para obtenção da resposta.

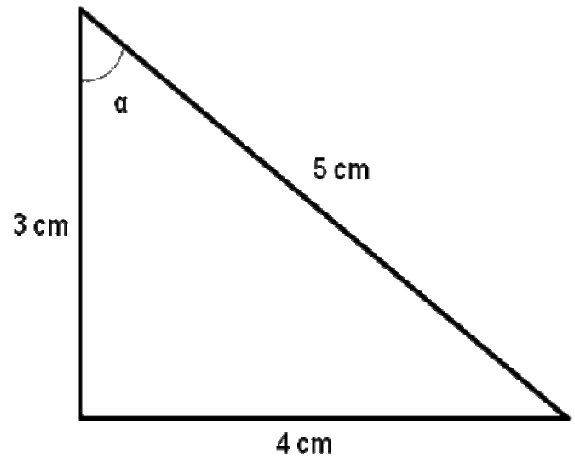

Figura 20 Triângulo Retângulo com dimensões 3, 4 e 5 cm

A partir da figura apresentada, pedia-se que fossem calculados o seno, cosseno e tangente do ângulo **α**. Para nós já era previsto que a esta altura da formação inicial, esses alunos-formandos tenderiam a não encontrar dificuldades quanto a tal procedimento de resolução. O desempenho observado apontou, de fato, que possuíam um domínio completo da aplicação das fórmulas que formalmente expressavam as relações de seno, cosseno e da tangente. Todos os alunos resolveram o exercício por meio das relações:

$$sen = \frac{c.o}{hip}, \qquad \cos = \frac{c.a}{hip} \text{ e } \qquad tg = \frac{c.o}{c.a}$$

A única exceção foi observada na resolução do sujeito A3 que, no cálculo da tangente utilizou a relação:

$$tg = \frac{sen}{\cos}$$

Entretanto, a forma alternativa apresentada por A3 não poderia nos fornecer, ainda, elementos sustentados para afirmar que algum conceito mais significativo do que a mera memorização de fórmula pudesse estar aí externalizado como conhecimento do conteúdo específico, posto que seriam procedimentos previstos e necessários para a resolução do exercício, mas não suficientes para o ensino dos conceitos de seno, cosseno e tangente, conforme apontam, a seguir, Grossman, Wilson e Shulman (1989).

Os referidos autores explicitam nesse sentido, *Ibid* (p.8), que “Professores de álgebra precisam saber sobre fórmulas quadráticas e o teorema de Pitágoras”, ou seja, dentro do conteúdo específico é importante que se conheçam as fórmulas de aplicação, se houver, para o cálculo e resolução de problemas. Ocorre que a simples aplicação direta dessas fórmulas não fornecem subsídios para concluirmos sobre o domínio do conceito gerador da síntese apresentada, necessário para o ensino. O que é possível considerarmos, até então, é que os alunos demonstraram um domínio de aplicação destas “fórmulas trigonométricas”.

Na mesma enquete inicial foi perguntado aos sujeitos: “Qual o valor numérico da expressão: $sen^2\alpha + \cos^2\alpha$? Você consegue demonstrar? Em caso afirmativo demonstre”. Faremos referência a essa proposição como ***problema 2***.

Sobre o valor da expressão, sem exceção, os alunos responderam que o resultado era 1, isto porque a expressão já era conhecida por todos, porém a demonstração não foi, para eles, tão simples de ser feita, sendo que alguns demonstraram da seguinte forma:

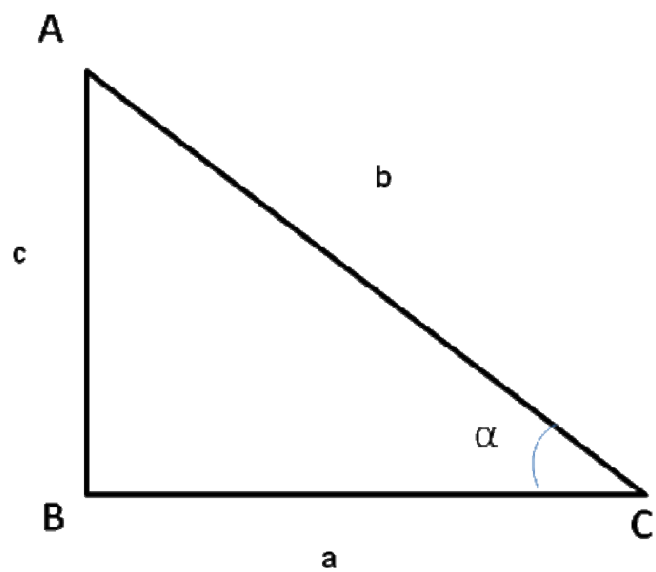

Figura 21 Triângulo Retângulo com lados a, b e c

$$sen\alpha = \frac{c}{a} \quad \text{e} \quad \cos\alpha = \frac{b}{a}$$

Como deveriam demonstrar que $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, substituíram e obtiveram as seguintes expressões:

$$\left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{b^2 + c^2}{a^2} = 1$$

Utilizando Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$

Obtiveram $\frac{a^2}{a^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 1=1$

Este procedimento foi realizado por quatro (4) alunos-formandos, que ao invés de apresentarem um caminho lógico de transformações algébricas que levem a obtenção de que $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, partem dessa expressão como uma verdade pré-estabelecida e fazem, com isso, uma verificação. Já o restante dos alunos-formandos não desenvolveram demonstração alguma, sob a alegação de que já haviam feito esta demonstração no curso, mas que não se lembravam do caminho a seguir, o que nos leva a supor que a ausência de conhecimentos conceituais do conteúdo específico em questão contribuiu para que não conseguissem articular as relações apropriadas com os elementos integradores do conceito para efetivar a demonstração solicitada.

As reflexões que fazemos neste sentido nos instigam a questionar, não somente o fato de parte significativa dos sujeitos pesquisados não conseguirem trabalhar com as relações matemáticas presentes na proposição apresentada, mas também ao fato de que as demonstrações dos alunos-formandos que conseguiram fazê-las, não atestam que houve, necessariamente por parte deles, a compreensão do conceito, pela possibilidade de ser resultante, ou de já terem feito muitas vezes esse procedimento ou até, porque já dominaram a técnica de realizar demonstrações recorrendo à lógica da articulação algébrica de seus componentes.

Sobre estas indagações, continuamos nossas análises buscando compreender a essência da compreensão dos conceitos trigonométricos, por estes alunos-formandos, visto que são conceitos que futuramente deverão ser por eles ensinados no ensino básico e, sem compreendê-los, dificilmente terão como justificar sua validade.

Grossman, Wilson e Shulman (1989) apontam a importância da compreensão conceitual do conteúdo para um ensino mais eficiente, quando alegam:

> Assim, o conhecimento, ou a falta dele, no que diz respeito ao conteúdo, pode afetar nas críticas que os professores fazem ao material didático, como eles selecionam esse material para ensinar, como eles estruturam seus cursos, e como eles conduzem o processo de instrução. (p.9)

Até o segundo problema, os alunos foram colocados diante de situações em que poderiam lançar mão da resolução técnica dos problemas de trigonometria no triângulo retângulo, o que, de certa forma, não resultava em grandes dificuldades de obtenção das respostas, mas precisávamos descobrir se conheciam, de fato, os conceitos presentes neste conteúdo. Assim foi proposto o ***problema 3,*** da altura da árvore, onde seria necessária a compreensão dos conceitos trigonométricos para além das fórmulas e definições.

Como já explicitado no capítulo anterior, os alunos foram para fora da sala de aula da universidade, onde encontramos uma árvore bem alta e nos propusemos a descobrir sua altura à distância. Quando voltamos para sala de aula, tínhamos os seguintes dados: ângulo e a distância deles até a árvore, medidos conforme figura seguinte:

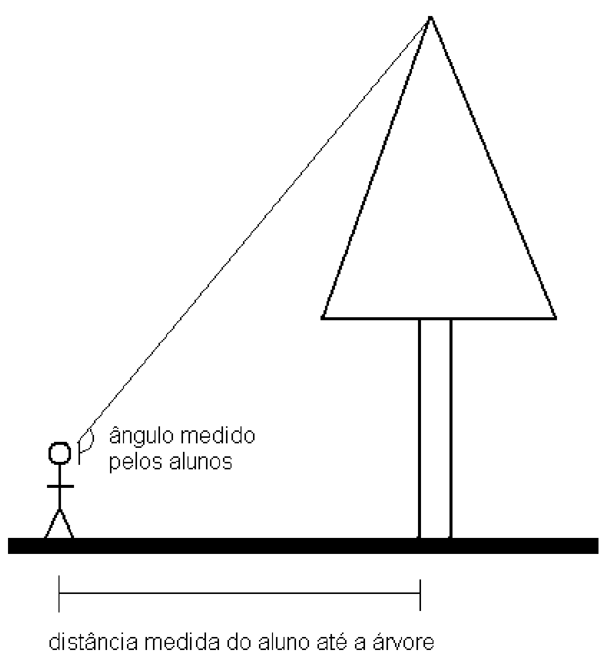

Figura 22 Altura da Árvore I

Com os dados em mãos, foi solicitado aos alunos-formandos que esboçassem um desenho da situação real do problema em questão, de maneira que pudesse facilitar a resolução do mesmo, que consistia em descobrir a medida da altura da árvore.

Ainda não tínhamos um triângulo retângulo já que a situação apresentava apenas um polígono de quatro lados:

Figura 23 Altura da Árvore II

Inicialmente, alguns alunos-formandos tentaram aplicar, erroneamente, o Teorema de Pitágoras ao quadrilátero. Ao contrário dos primeiros exercícios que podiam ser resolvidos com a aplicação direta das fórmulas, demonstravam encontrar dificuldades para vislumbrar os elementos presentes na situação-problema e as articulações destes com o aparato conceitual necessário para estruturação do cenário que possibilitaria chegar a uma solução viável. Assim começaram a ficar explícitas as questões que levantamos inicialmente nas análises, pois os indícios de que os alunos poderiam estar "treinados" a resolver determinados modelos de questões sem um entendimento dos conceitos, acabavam se confirmando na ação observada.

Shulman (1987, p.13) explicita em seus trabalhos a importância de se compreender os conceitos de forma crítica, não somente técnica: "Para ensinar precisa-se primeiro compreender. Pedimos ao educador que compreenda criticamente o conjunto de ideias a ser ensinada".

Resultados similares são apresentados por Damico (2007), na sua investigação sobre conhecimentos dos professores no campo dos racionais, de onde conclui, pela evidência do conhecimento mais "técnico" constatado em seus dados, que conceitualmente a compreensão dos sujeitos que observou era precária e que isso poderia prejudicar ou limitar suas atuações e consequentemente o ensino deste conteúdo de forma mais significativa.

Após algumas tentativas, os alunos-formandos que observamos perceberam, enfim, a necessidade de separar do desenho somente o triângulo retângulo formado entre a distância deles até a árvore, a altura da árvore diminuída da altura deles e a distância da cabeça deles até o ponto mais alto da árvore, para chegarem em:

Figura 24 Triângulo Formado pelo Problema da Altura da Árvore

Após repensarem em como achar o valor de x, tentaram aplicar a fórmula do seno, cosseno e tangente, tentaram o teorema de Pitágoras, mas não conseguiam resolver, notaram que faltava um dos dados. Depois de algum tempo um aluno percebeu que se ele tivesse o valor da tangente do ângulo, encontraria o valor de x, e assim resolveria o problema. Mas o ângulo que eles tinham não era um dos elementares (30°, 45°, etc.), desta forma estavam diante de uma situação em que precisariam explorar o conceito de tangente.

Como tinham um transferidor, uma régua e uma calculadora em mãos, bastava que desenhassem um triângulo retângulo qualquer, semelhante ao da situação, e fizessem a divisão do lado oposto e do lado adjacente a este ângulo, assim teriam o valor da tangente deste ângulo e, praticamente, resolveriam o problema inteiro.

Este procedimento exigia, porém, o domínio dos conceitos de congruência de ângulos e semelhança de triângulos, cuja relevância se apoia na construção das tábuas trigonométricas, que estruturam a trigonometria, e os alunos deveriam ter entendimento de que a base do conceito não está na fórmula e sim no fato de que os quocientes de lados correspondentes de triângulos semelhantes são sempre iguais.

Depois de um tempo para tentativas sem que conseguissem chegar a uma resposta, apresentamos o *software* Geogebra, para mostrar um triângulo retângulo em que era possível ampliar e diminuir seu tamanho proporcionalmente (ou seja, mantendo seus ângulos internos inalterados) sem que sua tangente fosse alterada.

Mesmo assim os alunos-formandos não conseguiram fazer a associação entre os contextos, por isso foi sugerido que eles desenhassem um triângulo retângulo qualquer na folha de atividades com os ângulos internos iguais ao da situação problema, para descobrir o valor desta tangente, mesmo assim, eles não entenderam como isto iria ajudar, sendo necessário que o procedimento inteiro fosse a eles explicado.

Assim, apareceram mais evidências de que o conhecimento do conteúdo no qual se baseavam era acentuadamente técnico, desprovido de significado, pautado apenas nas fórmulas. Isso vem a confirmar o que o próprio PCN traz como constatação da realidade, quando se refere ao quadro de ensino de Matemática no Brasil:

> Assim, por exemplo, a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas - ainda bastante desconhecida da grande maioria - quando é incorporada, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente

> da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos. (BRASIL, 2006, pág. 22)

Tal realidade não é apontada somente em nível nacional. Considerando o que Ponte já explicitava no ano de 2002, os alunos portugueses não saem do curso de licenciatura com domínio do conteúdo que vão lecionar, o que sugere que esse pode ser pensado como traço característico da formação do professor de Matemática, que não se restringe a nossa realidade brasileira. (PONTE, 2002)

Na sequência de nossas constatações, depois de encontrada a razão (tangente), os sujeitos por nós observados encontraram o valor de x. Assim bastava somar a altura da pessoa para encontrar o valor da altura da árvore. Muitos até achavam que o valor de x já era a altura da árvore, mas perceberam a resposta como inválida quando colocado em discussão se o valor de x poderia realmente ser a altura da árvore.

Depois, um dos alunos-formandos reconhece a fragilidade sobre seus conhecimentos trigonométricos na situação exposta, conforme declara a seguir:

> *Quando eu aprendi foi dada uma tabela, e tinha, por exemplo, seno de 30, você ia do lado e só pegava o valor e distribuía na fórmula, eu nunca tive noção de trigonometria. (A3, 1°encontro)*

Antes desta última atividade, os alunos acreditavam possuir o domínio do conteúdo específico em relação ao tema, porém a fala acima citada do aluno A3 mostra um sentimento que foi aflorando no decorrer dos encontros: a não compreensão do conteúdo específico que o professor precisa possuir, uma compreensão mínima da matéria que vai lecionar. (SHULMAN, 1986)

O que foi possível então notar foi não uma compreensão dos conceitos, mas sim, dos procedimentos de aplicação direta para resolução de exercícios. Damico (2007), também faz referência sobre a importância da compreensão do conceito em sua pesquisa, ao apontar que:

> Quando estamos preocupados em trabalhar com a construção de conhecimentos matemáticos, é importante que os alunos, para além do conhecimento processual dos algoritmos, adquiram uma compreensão conceitual do objeto de ensino que está sendo trabalhado (p. 171).

Nesta sua pesquisa sobre conhecimentos conceituais dos professores, Damico (2007) percebeu que os processos algébricos ou algorítmicos são conhecidos pelos professores de forma proficiente, porém diante de situações que exigem conhecimentos conceituais os professores demonstram grande carência, resultados estes bem similares aos encontrados em nossa pesquisa.

Segundo Encontro

Esta proposição, que chamamos de ***problema 4***, apresenta dentro de um vídeo, um fazendeiro que precisava achar caminho alternativo para sair da fazenda e chegar ao curral com a finalidade de dar alimento às criações, pois devido a uma chuva muito forte, a ponte de principal acesso havia sido destruída. Logo, eles precisariam passar por outro caminho e uma das soluções seria passar por dentro de um milharal.

O fazendeiro, que conhecia bem a fazenda "como a palma da mão dele", disse que o primeiro percurso tinha aproximadamente 3,5 Km e o segundo 2 Km.

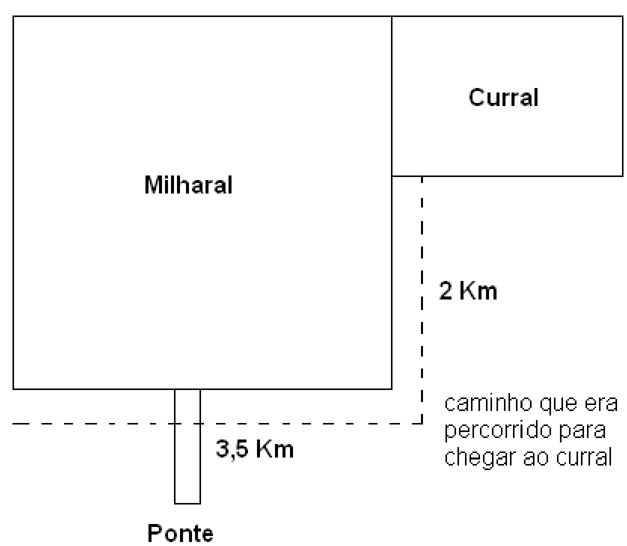

Figura 25 Um Caminho para o Curral: Análise I

Assim um parente propôs que o fazendeiro saísse do ponto inicial e seguisse um caminho reto numa direção que chegaria direto no curral, assim ele percorreria o menor caminho conforme a seguinte ilustração:

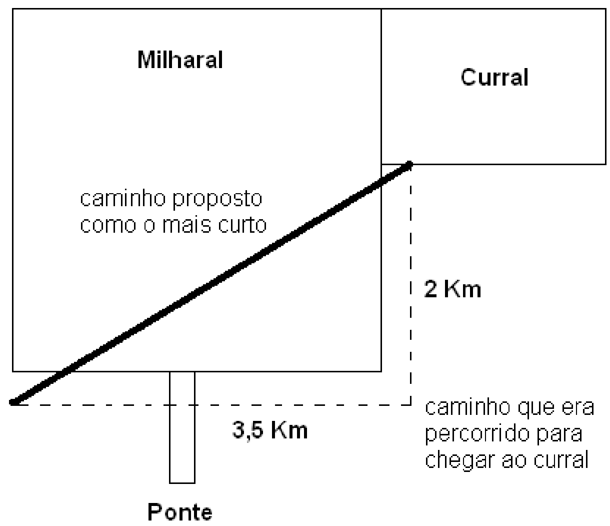

Figura 26 Um Caminho para o Curral: Análise II

Mas aí o fazendeiro questiona como calcular a distância deste caminho? Diante desta pergunta, os alunos-formandos deram uma resposta imediata: “Pitágoras!” Foi solicitado, então, que calculassem a distância (todos eles poderiam utilizar uma calculadora simples, dada a eles durante a primeira atividade).

Não foram encontradas dificuldades para calcular, mas notamos certa insegurança deles quanto ao resultado, representado por um número não inteiro, ao que foi sugerido que poderiam arredondar para o inteiro mais próximo, que neste caso, foi o número 4.

Mas o problema continuou, o fazendeiro disse que a visão dentro do milharal é péssima, e questiona como ele faria para saber que direção seguir. Assim, seu parente disse que poderia calcular esta direção achando o ângulo a ser seguido, assim com um transferidor e uma bússola, seria fácil passar por esse milharal, pois o transferidor apontaria a direção a ser seguida e a bússola iria garantir que não saísse da direção durante o percurso.

Deixamos mais uma vez, que os alunos calculassem esta direção, ou seja, o ângulo que deveriam seguir. Inicialmente, suas resoluções pareceram bastante confusas, mas em pouco tempo um aluno conseguiu responder, e explicou como calculou, e o restante do grupo, ainda ficou pensativo. Então, foi a eles sugerido pelo tutor que calculassem o seno, cosseno ou tangente daquele ângulo e pensassem: para qual ângulo caberia aquele valor.

Uns calcularam seno, outros cosseno e outros tangente, mas depois de algum tempo, perceberam que como eles não tinham uma tabela dos principais valores das funções trigonométricas, o único valor por eles conhecido seria encontrado pelo seno que dava 0,5. Um aluno chegou a dizer que o ângulo que dava meio quando calculado o seno era de 60°, mas logo percebeu que tinha feito confusão e que o ângulo seria de 30°.

Questionado sobre como lembrou que seno de 30 era meio, explicou o procedimento dizendo que desenhava uma tabela com os valores dos principais ângulos e monta a tabela da seguinte forma:

	30°	45°	60°
Seno			
Cosseno			

Logo em seguida escreve os números de 1 a 3 crescentes na linha dos senos e decrescente na linha dos cossenos, dividindo tudo por 2, e extraindo a raiz dos numeradores:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{\sqrt{1}}{2}$ ou $\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$ ou $\frac{1}{2}$

Notamos, neste caso, que este aluno aprendeu um artifício para lembrar alguns valores dos principais ângulos através de alguns procedimentos mecanizados.

Daí, a atividade ficou mais problemática, pois o fazendeiro não possuía bússola, e não poderia adotar este procedimento, até que surge uma nova ideia, ele propõe que o fazendeiro faça um caminho maior em triângulos, mas de forma que ele termine no curral e não se perca no meio do caminho:

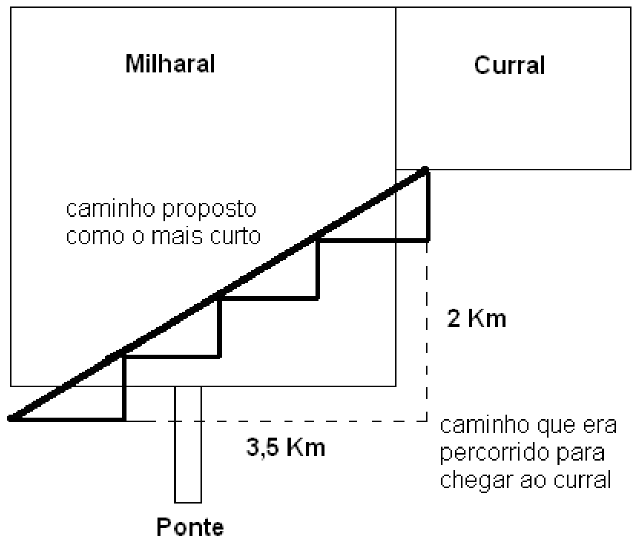

Figura 27 Um Caminho para o Curral: Análise III

Deixamos que os alunos-formandos pensassem o tanto que deveriam andar para que voltassem sempre ao caminho da tangente. Depois de muito pensarem, acabaram desistindo, pois eles não conseguiram enxergar esta solução, que de forma indireta, é uma aplicação do conceito de trigonometria no triângulo retângulo: os lados correspondentes de triângulos retângulos semelhantes são proporcionais. Bastava, entre outras soluções, que andassem 3 passos e meio na horizontal e 2 passos na vertical, assim manteriam a proporção com o triângulo maior.

Os alunos ficaram surpresos com esta aplicação da trigonometria, e principalmente pelo fato de que, eles próprios perceberam que a trigonometria que conheciam nunca os tinha feito pensar desta forma.

Shulman pontua, neste sentido, a importância do professor possuir esta compreensão, já que ele será a fonte primária para o aluno. Para o autor:

> O professor tem responsabilidades especiais em relação ao conhecimento de conteúdo, servindo como fonte primária da compreensão da matéria pelo aluno. A maneira pela qual esta compreensão é passada aos alunos, o que é essencial sobre a matéria e o que é supérfluo. (SHULMAN, 1987, p.8)

Note que o professor é o responsável pela organização do ensino e que, para dar conta dessa tarefa, precisa saber o que é o essencial do conteúdo, logo ele precisa compreender tanto o essencial quanto o que seriam os conceitos adicionais dentro do conteúdo cujo acesso deve disponibilizar aos seus alunos.

Damico (2007) defende, a partir de suas pesquisas, que esta tarefa da compreensão de conteúdos elementares pelo professor, que futuramente serão estudados na educação básica, deveria ocorrer na licenciatura. Porém, notamos que este conteúdo específico de trigonometria no triângulo retângulo, não foi ainda compreendido por estes alunos-formandos, mostrando uma lacuna na formação desses estudantes.

A referida autora ainda apresenta que conhecimentos deficitários encontrados na entrada dos alunos na graduação, nem sempre são corrigidos no Ensino Superior:

> [...] os alunos estão iniciando o curso universitário com uma base conceitual bastante deficitária e, por outro lado, apenas alguns aspectos desta defasagem são corrigidos durante o curso. (DAMICO, 2007, p.258)

Além disso, ainda defende que, dar uma maior atenção a esses conhecimentos prévios, pode ser um início para uma melhor formação.

O ***problema 5*** foi o da altura das pirâmides, problema que necessitava, para sua resolução, basicamente, a compreensão do conceito de lados proporcionais entre triângulos semelhantes. Como já explicitado no capítulo anterior, o problema ilustra como se supõe que Tales descobriu a altura de uma pirâmide sem nela subir. Há controvérsias entre pesquisadores da História da Matemática sobre a veracidade de Tales ter se envolvido em medir pirâmides, mas tal ilustração é utilizada em variadas propostas e livros didáticos, como possibilidade interessante para explorar conceitos trigonométricos.

Tal problema contava do vídeo por nós selecionado e assim, primeiramente, deixamos que o vídeo apresentasse o problema em que um personagem que representa Tales coloca uma estaca no chão e espera que a sombra fique do tamanho da estaca, assim ele mede o tamanho da sombra da pirâmide, que, por analogia, retratava o tamanho da própria pirâmide:

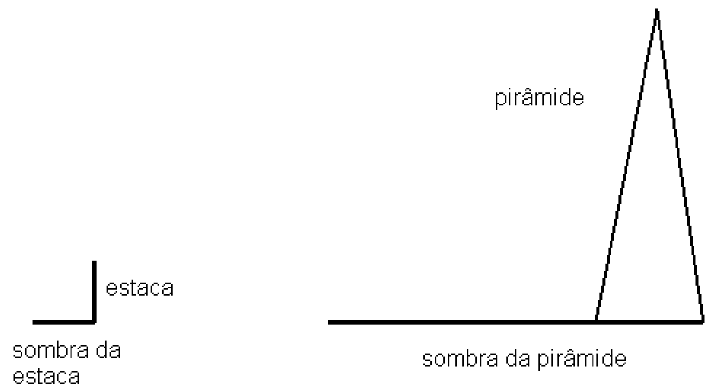

Figura 28 O Tamanho da Pirâmide: Análise

Os alunos pensaram, e a maioria disse que isso poderia ser matematicamente atestado por semelhança de triângulos, quando a eles solicitamos que explicassem então o processo. Eles tentaram explicar dividindo os lados, mas como não tinham valores, chamaram de x e y, porém não conseguiram explicar a razão das proporções, para o que bastava aplicar o conceito de que: se temos dois triângulos semelhantes, seus lados são proporcionais, logo, se x = x então y = y.

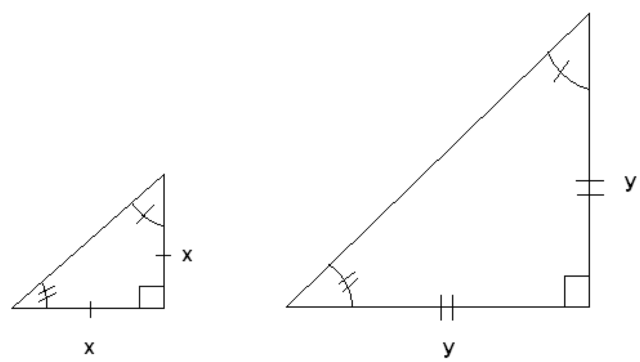

Figura 29 Semelhança de Triângulo: Análise

O mais fabuloso do exercício para eles, era o fato de não precisarem fazer cálculos numéricos, apenas aplicar o conceito. Entretanto, para os alunos havia sempre a necessidade de calcular, como explicitado por um deles ao comentar:

> A3: “sem cálculo né, a gente pensa que tudo é cálculo, não é bem assim.”

Gomes (2007) apresenta um trabalho em que foi feita uma avaliação externa com vários alunos do Ensino Fundamental da rede municipal de Campinas-SP, onde estava presente um problema, para cuja resposta, não havia necessidade de que fossem feitos cálculos, apenas análises de dois quadros artísticos, dentro de uma prova de Matemática. Os alunos, porém, utilizaram as datas, que eram os únicos números presentes no problema, com as quais efetuaram algumas operações. Este fato, segundo a autora, nos dá indicativos de uma prática de ensinar que parte do pressuposto de que problema matemático se resolve com cálculos:

> Neste caso, a criança age pressionada ou mesmo obrigada, não pelo contexto da atividade de pintura artística sugerido pelo enunciado da questão, mas tão somente pelo contexto da atividade educativa escolar e do modo como a cultura matemática costuma ser tipicamente mobilizada nesse contexto. (GOMES, 2007, p.668)

Esta situação, bem parecida com a que detectamos na fala do aluno-formando por nos observado, mostra uma concepção de que Matemática se resolve com contas, em vários níveis de ensino. No caso que investigamos, a cristalização desta concepção é tão acentuada que, mesmo diante da situação em que se constatou a possibilidade de obtenção da resposta sem o apoio de cálculos, foi possível perceber nos sujeitos a permanência de uma sensação de incompletude ao considerar a resposta.

Notamos que esta fala representou um sentimento do grupo, que diante de tantas atividades trigonométricas diferentes daquelas com as quais estavam acostumados a se deparar, começaram a perceber que eles ainda não conheciam de fato o conceito.

Entende-se que o conceito das razões trigonométricas, que é demonstrado no primeiro capítulo de nossa dissertação, (a divisão de lados respectivos de triângulos semelhantes tem sempre o mesmo resultado), não havia sido assimilado por estes estudantes, e as evidências de que seus conhecimentos eram “mecânicos” foram, para eles, aflorando, cada vez mais.

Ao discutir que esse tipo de fato pode estar mais uma vez relacionado à própria formação do professor, Moreira (2007) já alertava, no seu caso estudado, que esta formação se baseava, em procedimentos de cálculo, e não na significação do conteúdo. Ainda neste sentido, Damico (2007) cita a importância da compreensão mais profunda do conceito e que, entre outras coisas, isso é que vai diferenciar um professor de uma pessoa comum, boa em cálculos.

Uma última atividade que se segue ao problema anterior, a qual chamamos de ***problema 6**,* demanda o mesmo raciocínio - semelhança de triângulos – para sua resolução. Um problema que explora como, supostamente, Tales media a distância que os navios estavam da praia.

Assim ele ficava de frente para o navio e colocava uma estaca, girava noventa graus e andava um pouco colocando outra estaca, andava o mesmo tanto e colocava outra estaca, virava 90° e andava até ver o navio no rumo de segunda estaca e colocava mais uma estaca, assim a distância entre a terceira e a quarta estaca representava a distância do navio até a praia:

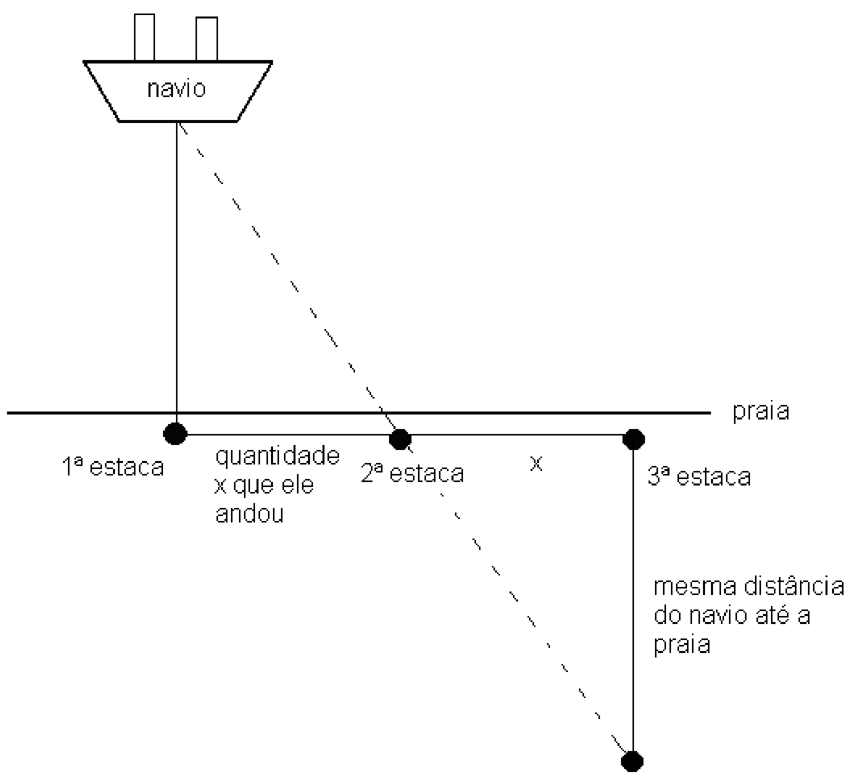

Figura 30 Problema dos Navios I

Daí questionamos os alunos: por que desta distância da terceira estaca até onde ele parou ser a mesma do navio até a praia? Os alunos reconheceram que os triângulos eram semelhantes e mais que isso, que eram congruentes:

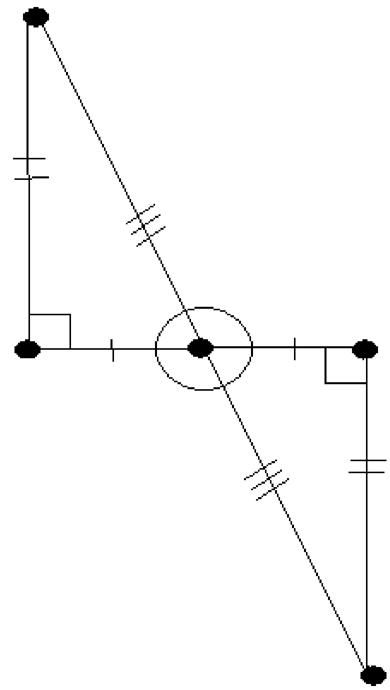

Figura 31 Semelhança de Triângulos - Problema dos Navios II

Porém eles próprios reconheceram que ficou fácil de resolver por causa do exercício anterior. Contudo, vimos que apesar dos alunos-formandos demonstrarem, de forma geral, um domínio das fórmulas e procedimentos de cálculos trigonométricos, demonstram uma carência conceitual considerável relativa aos conteúdos explorados. A partir de sua pesquisa, Damico (2007, p. 257) observa que neste sentido, “O plano do fazer supera o plano do compreender Matemática”, o que resume bem as questões que foram por nós colocadas até aqui e nos direciona a levantar algumas conjecturas sobre a permanência desse tipo de procedimento no curso de formação de professor frequentado por esses alunos-formandos.

Apresentaremos a seguir, um quadro com os principais conhecimentos externalizados nas manifestações escritas e faladas dos sujeitos, coletadas por ocasião das respostas ao instrumento (questionário) de sondagem inicial e discussões livres nos momentos de resolução das proposições colocadas ao grupo. Optamos por um quadro em que os conceitos e procedimentos estivessem juntos, porque foi a via pela qual os conhecimentos específicos foram por eles externalizados.

Quadro 1 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos de Conteúdo Específico I

Conhecimentos de Conteúdo Específico: Compreensão dos conceitos e procedimentos			
Categorias	**Alunos**	**Respostas**	**Conhecimentos Explicitados Oralmente**
O que entendem por trigonometria	A1, A2, A3, A6	Estudo de medidas dos triângulos	- Estudos das medidas do triângulo. - Estudo das medidas dos triângulos, de seus lados e ângulos.
	A4, A5	Estudo do triângulo retângulo	- Trigonometria é o estudo do triângulo retângulo. - Propriedades criadas para estudos com o triângulo retângulo.
	A7	Estudo das razões trigonométricas	- A primeira coisa que nos vem à mente são os cálculos das razões trigonométricas (seno, cosseno, tangente, secante, ...)
O que entendem por seno	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7	Razão entre cateto oposto e hipotenusa	- seno é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa. - é a medida do cateto oposto sobre a hipotenusa.
O que entendem por cosseno	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7	Razão entre cateto adjacente e hipotenusa	Não houve maiores manifestações nas falas.
O que entendem por tangente	A1, A2, A4, A5, A6, A7	Razão entre cateto oposto e cateto adjacente	Não houve maiores manifestações nas falas.
	A3	Razão entre seno e cosseno	Não houve maiores manifestações nas falas.
Valor da expressão $sen^2\alpha + \cos^2\alpha$	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7	1	- P1, P2, P5 e P6 não conseguiram demonstrar. -P3, P4 conseguiram demonstrar.

Teorema de Pitágoras	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7	$a^2 = b^2 + c^2$	Não houve maiores manifestações nas falas.

No apanhado das manifestações que foram externalizadas pelos alunos-formandos, fica evidente que quanto ao entendimento sobre o que é a trigonometria, fizeram a relação com o estudo das medidas dos triângulos.

As definições dadas por eles de seno, cosseno e tangente, se resumiram nas sínteses algorítmicas resultantes dessas definições. Considerando que não houve maiores manifestações nas falas que apontassem indícios de conhecimentos das bases teóricas geradoras destas sínteses, podemos inferir que a definição foi por eles estabelecida em função dos procedimentos de resolução de exercícios, que são utilizados automaticamente, em detrimento da perda do conceito que lhes dá suporte. Este fato foi sendo por eles mesmos confirmados a partir das falas, conforme segue:

Quadro 2 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos de Conteúdo Específico II

Conhecimentos Explicitados Oralmente
-A2: "fala o que você entende por seno, eu falo assim: definição só". *-A7: "seno é cateto oposto sobre hipotenusa, só o que eu sei".* *-A7: "por que eu não sei de verdade o que é seno e o que é cosseno".* *-A2: "eu só vi o que é seno agora, [...] na maioria das vezes eu só gravo o que tem que fazer".* *- A3: "desde o Ensino Médio nosso, a gente foi mecanizado".* *-A2: "até na faculdade eu aprendi tudo mecânico".* *-A3: "eu tive trigonometria que o professor passava a tabelinha e pedia pra eu calcular seno, cosseno e tangente".* *- A4: "na faculdade não foi diferente, foi bem mecânico, como a matéria foi semestral, jogou aquele monte de matéria".*

Ao serem questionados sobre como procederiam se um aluno perguntasse a eles o que é seno, surgiram respostas do tipo:

A5: " vou falar que é cateto oposto sobre hipotenusa"

Diante da questão: se perguntarmos o que é seno pra vocês responderem sem usar a palavra cateto e hipotenusa, o que vocês responderiam?

A5: "sei lá, é a razão da medida do cateto, opa, não tem como."

Durante as reflexões ainda disseram:

A2 : "eu não sei o que é seno não".

A1: "é complicado pensar nessas coisas"

A2: "eu fiquei assustada agora, a gente fala tanto e a gente não pensa!"

Nota-se a surpresa dos alunos ao perceberem que nunca havia "parado para pensar" no conceito. Ainda assim, um aluno argumenta que "na hora dá para enrolar", por que os alunos acreditam em tudo, o que deixa margem para compreensão de que a Matemática ainda é vista por ele como ferramenta de dominação dos que supostamente "sabem" sobre os que certamente "não sabem".

Durante as atividades, o domínio da técnica ficou bastante evidente, pois quando o problema exigia apenas uma aplicação das fórmulas, os alunos se mostravam eficientes na resolução, mas quando o problema exigia um entendimento dos conceitos, as dificuldades fatalmente apareciam.

Grossman, Wilson e Shulman, já apontavam estas lacunas na aprendizagem do professor em um artigo, publicado em 1989, (p.1) onde afirmavam que:

> Os professores aprendem a usar Sócrates em aulas de estudos sociais ou como usar manipuladores em aulas de Matemática elementar ou ainda o uso de atividades dramatizadas para as aulas de inglês. Os professores não aprendem sobre as causas da Guerra Civil, a base conceitual da equivalência das frações, ou temas, ajustes e caracterizações em "The Grapes of Wrath".[2]

---

[2] Livro clássico americano de John Steinbeck que apresenta os efeitos da grande depressão sobre as pequenas famílias de fazendeiros do Oeste americano.

Ou seja, a base conceitual fica oculta na formação do professor, os alunos-formandos de nossa investigação externalizaram bem esta constatação, que para Shulman (1986,1987) significa a existência de lacunas no conhecimento do conteúdo específico. Diante disso, podemos compreender a reação de surpresa dos alunos ao perceberem que pouco haviam pensado no conceito.

Mas, para Wilson, Shulman e Richert (1987, p.2), o conhecimento do conteúdo específico que vai ensinar, não depende apenas de saber operar com a síntese cientificamente estruturada de seus elementos, mas implica aos professores, "[...] saber sobre a área da matéria e o saber sobre como ajudar seus alunos a alcançarem a compreensão desta área". Assim, a história ou epistemologia do conteúdo em questão, aparece como elemento para auxiliar a compreensão do conteúdo, e proporcionar uma aprendizagem mais significativa.

Os fatos relacionados ao conteúdo foram basicamente voltados às aplicações dele na sociedade (está ligado ao conhecimento curricular) e que de forma geral eles relacionaram à engenharia e à arquitetura. Já aqueles conhecimentos sobre a epistemologia e fatos históricos presentes no capítulo 1, que são a essência da trigonometria que temos hoje, não foram manifestados pelos alunos-formandos, que quando questionados a esse respeito, responderam que não conheciam a história, nem os problemas trabalhados nos encontros, mas que consideram importante que se conheça a história, evolução e transformação dos conceitos apresentados.

A justificativa mais plausível, que partiu do aluno A5, ainda não chega a considerar a importância do conhecimento da história da ciência como meio para a compreensão das relações estabelecidas pela humanidade, e da lógica da organização do conhecimento científico, mas, se faz pela compreensão de que pode ser mais um meio de manter o aluno interessado nas aulas:

> *A5: "Não conheço a história, mas é sempre importante mostrar o surgimento das matérias para os alunos ficarem mais interessados".*

Grossman, Wilson e Shulman (1989, p.3) ainda reforçam que "Bons professores não sabem somente o conteúdo como sabem coisas sobre o conteúdo que fazem possível o ensino efetivo.", de onde conclui que tais lacunas acarretarão prejuízos na sua atuação em sala de aula para um ensino mais significativo.

4.1.2 Conhecimento Curricular

Por ser no campo do currículo que essas articulações propostas por Shulman se sustentam, ter a clareza das concepções de currículo que permeiam o ideário do cenário educacional passa a ter grande importância. Sucintamente, e com o intuito de pontuar o campo de visão a partir do qual nos referimos, destacaremos aqui concepções de alguns autores que compreendem o currículo na perspectiva que consideramos pertinente aos propósitos teóricos de base dessa pesquisa, os quais, a nosso ver, compõem um espectro significativo para esboçarmos nossas considerações neste sentido.

Um dos autores que destacamos é Sacristán (1998), que ao abordar as questões de currículo afirma que seu conceito é recente, e apresenta uma retrospectiva das diversas definições atribuídas ao currículo no decorrer de sua evolução, as quais o autor sintetiza em dois grandes grupos em que se classificam as definições:

- O primeiro que trata o currículo como "[...] experiência, o currículo como *guia* de experiência que o aluno obtém na escola, como conjunto de *responsabilidades* da escola para promover uma série de experiências, sejam estas as que *proporcionam conscientemente* e intencionalmente, ou experiências de aprendizagem *planejadas*, *dirigidas* ou sob a supervisão da escola, *idealizadas* e executadas ou *oferecidas* pela escola para obter determinadas mudanças nos alunos, ou ainda, experiências que a escola utiliza com a finalidade de alcançar determinados objetivos" (SACRISTÁN, 1998, p.14).

- O segundo que considera o currículo como "[...] definição de *conteúdos* da educação, como *planos* ou propostas, especificação de objetivos, reflexo da herança cultural, como mudança de conduta, programa da escola que contém conteúdos e atividades, soma de aprendizagens ou resultados, ou todas as experiências que a criança pode obter" (IBID, p.14).

A partir da perspectiva histórico-cultural, Duarte (2008), define o currículo escolar como "[...] seleção intencional de uma porção de cultura. Cultura por sua vez, refere-se a toda a produção humana que se constrói a partir das inter-relações do ser humano com a natureza, com o outro e consigo mesmo." (p. 1)

Tanto na definição de um como do outro, o currículo não é tratado como algo estático. Sacristán (1998, p.165), o trata como "uma prática desenvolvida através de múltiplos processos e na qual se entrecruzam diversos subsistemas ou práticas diferentes", deixando o professor como o autor principal para que se concretize o processo. Assim o currículo é considerado como um sistema em que há uma interação mútua entre seus elementos constitutivos ao mesmo tempo: "[...] ideias pedagógicas, estruturação de conteúdos de uma forma particular, detalhamento dos mesmos, reflexo de aspirações educativas mais difíceis de moldar em termos concretos, estímulo de habilidades de alunos, etc." (SACRISTÁN, 1998, p.173).

Tais definições se fazem necessárias para desmistificarem o pensamento naturalizado nos contextos educacionais de que o currículo se resume apenas nos "[...] documentos emanados dos órgãos planejadores e gestores da educação, os projetos, os planos, os livros didáticos" (LIBÂNEO, ALVES, 2012, p.190), mas para que pensemos também como "[...] tudo que é vivido, sentido, praticado no âmbito escolar e para além dele, colocado na forma de documentos escritos, conversações, sentimentos e ações concretas vividas/realizadas pelos praticantes do cotidiano." (LIBÂNEO, ALVES, 2012, p.190).

Assim, nesta pesquisa estamos considerando como conhecimento curricular um conjunto de conhecimentos dos professores sobre os *programas de ensino*, sobre a *utilização dos materiais para o ensino* de uma dada disciplina, sobre a *interdisciplinaridade* (entendida como a capacidade do professor de relacionar o conteúdo ministrado com outras áreas do conhecimento). Além disso, ainda temos a compreensão da relação de um conteúdo com outros da mesma disciplina, ou seja, a *compreensão da relação de um conteúdo com os anteriores e os posteriores* (SHULMAN, 1986, 1987).

Tomaremos assim, como uma primeira categoria, os conhecimentos sobre os programas de ensino. Para isso buscamos levantar os conhecimentos dos alunos-formandos sobre os *documentos oficiais voltados à educação*. A constatação que obtivemos como resposta da maioria dos sujeitos quando questionados sobre o que os documentos oficiais orientavam sobre o ensino de Matemática, foi a de que este universo era para eles praticamente desconhecido.

Apresentamos em nossos encontros de estudos algumas diretrizes presentes nestes documentos oficiais de orientação curricular, por exemplo, a orientação de priorizar o ensino de trigonometria por meio do triângulo retângulo, e do valor que a tangente tem dentro do assunto por resolver diversos tipos de problemas (que problemas de medir alturas inacessíveis são resolvidos, em grande parte, pela tangente).

Notamos que os alunos não estavam familiarizados com tais orientações, e nem, tampouco, com os programas de ensino. Para irmos um pouco além, questionamos o porquê da trigonometria estar presente no currículo da Educação Básica, e a única resposta que apareceu foi esta, do aluno A2: *não, mas acredito que está presente para que os alunos tenham o mínimo de noção para seu cotidiano, seu dia a dia.*

Os demais alunos-formandos não conseguiram justificar, nem tampouco demonstravam possuir o domínio dos pressupostos curriculares relativos aos conceitos sócio-históricos e epistemológicos.

Apesar da justificativa apresentada pelo aluno que se manifestou ser muito genérica tanto quanto ao papel da trigonometria no currículo, quanto sobre a função social da escola. Ao mesmo tempo em que mostra haver certa convergência com as orientações oficiais que consideram a necessidade de aplicação deste conteúdo no cotidiano como procedimentos que buscam a geratriz dos estudos posteriormente desenvolvidos na trigonometria, o estreitamento presente em tal justificativa se dá na medida em que não esclarece em que sentido e em quais casos específicos do dia a dia haveriam possibilidades de serem desenvolvidas tais e quais noções.

A dificuldade em apresentar elementos que sustentem tal hipótese, nos permite inferir que o que foi explicitado, gravita apenas o campo da percepção, mas não o do conhecimento, visto que se apresentam vazios de fundamentação.

Shulman pontua a importância de se conhecer o papel dos conteúdos na educação:

> O professor precisa não só entender que algo funciona assim; o professor deve entender porque é assim, em quais fundamentos isso é garantido e afirmado, e em quais circunstâncias nossa crença nessa justificativa pode ser diminuída ou negada. Além disso, nós esperamos que os professores entendam porque um dado tópico é particularmente central para uma disciplina, ao mesmo tempo em que outro pode ser de alguma forma periférico. Isso será importante nos julgamentos pedagógicos subsequentes em relação a ênfase curricular relativa. (SHULMAN, 1986, p. 12)

A ausência de conhecimento dos programas de ensino, que compõe a essência do conhecimento curricular, afeta diretamente a atuação profissional do professor, que sem a visão de totalidade do programa a ser trabalhado minimiza as abordagens a tratamentos pontuais e fracionados dos conteúdos, que acarretam a perda dos conceitos que os articulam.

Essa lacuna no conhecimento sobre os programas de ensino, certamente, virão afetar a atuação profissional já que o próprio currículo "[...] representa aspirações, táticas e estratégias em sua relação com os conflitos e afetos vivenciados em seu entorno." (LIBÂNEO, ALVES, 2012, p.195)

Ao contrário do que constatamos em nossa investigação, esta seleção intencional de uma porção de cultura, deveria estar clara para os alunos. Acreditamos que para que isto ocorra é necessário, pelo menos, que se saiba a importância que tem o estudo de tal conteúdo na Educação Básica.

Note que a formação do professor não pode ser tratada como a de certas profissões para cujo exercício bastaria possuir uma "[...] bagagem de técnicas instrumentais finalizadas, rotineiras e apoiadas em pretensos conhecimentos científicos, à imagem e semelhança de um técnico científico." (SACRISTÁN, 1998, p.169). Muito pelo contrário, por não existir uma "fórmula pronta para o ensino" é que se faz necessário esta bagagem, ou estes conhecimentos curriculares, que para Shulman (1986,1987), torna-se um importante item da base de conhecimentos para um ensino mais significativo, que é o que defendemos.

O currículo vem se organizando, não somente por algo ou alguém, visto que por diversos fatores, ele é também "[...] um produto histórico, resultado de um conjunto de forças sociais, políticas e pedagógicas que expressam e organizam os saberes que circunstanciam as práticas escolares na formação dos sujeitos, que por sua vez, são também históricos e sociais." (DUARTE, 2008, p. 1). Tal como Valente (2007) apresenta e destacamos no primeiro capítulo, vista a partir de sua historicidade há uma trigonometria que se inseriu no currículo da educação por alguns interesses, levados em consideração o mercado, a globalização, a política, sua importância na vida social, etc.

Na compreensão de Sacristán (1998), o currículo "molda os docentes, mas é traduzido na prática por eles mesmos - a influência é recíproca" (p.165), e desta forma, mesmo que os professores venham a ser influenciados por este currículo durante sua prática, ele (professor) é o responsável em modificá-lo, mas para modifica-lo é necessário que se conheça e o entenda criticamente.

O autor afirma ainda que, na realidade este professor ativo (que reage frente a situações) está em falta e que na maioria dos casos os professores se adaptam a realidade e aprendem a conviver com ela. Esta ultima característica é a que notamos nos alunos pesquisados, em relação ao conteúdo de trigonometria, até pelo desconhecimento sobre os programas de ensino ou pela dificuldade em discutir e justificar a importância do conteúdo para o ensino.

Relacionando com os conteúdos específicos explicitados no tópico anterior, vimos que os conhecimentos dos alunos estavam pautados na reprodução ou na mecanização, entretanto Duarte e seus colaboradores apontam que a escola pode modificar esta realidade através da organização curricular:

> Isso implica em dizer que a forma de organização social pautada na acumulação dos bens, na propriedade privada, na obtenção do lucro e, conseqüentemente, na reprodução das classes sociais, condiciona e tem condicionado o sentido da escola. Contudo, permite, ao mesmo tempo à escola, o movimento contraditório de formar sujeitos para além dessas determinações, o que equivale a dizer, formar sujeitos para além do conservadorismo e reprodução. (DUARTE, FANK, CARVALHO, 2008, p. 7)

Assim, um entendimento dos alunos-formandos que virão a ser professores de Matemática, acerca do currículo, passa a ser de grande importância para uma educação mais significativa, ou seja, para que fujam deste ensino “convencional”. Ainda, neste sentido, Moreira (2007, p.21 apud DUARTE, 2008, p.10) afirma: “educação de qualidade requer a seleção de conhecimentos relevantes, que incentivem mudanças individuais e sociais, assim como formas de organização e de distribuição dos conhecimentos escolares que possibilitem sua apreensão e sua crítica”.

Ao encontro destas ideias, Duarte explicita que a escola não é neutra:

> [...] compreendemos que a escola não é neutra. Ainda que não se pretenda nela assumir uma ou outra postura política (entendendo o conceito de política não como representações partidárias, mas como uma ação movida por uma reflexão que pressupõe essa intencionalidade) essa pseudo neutralidade

> traz consigo uma opção: conservar e reproduzir. (DUARTE, 2008, p. 8)

Assim quando a escola busca a neutralidade, ela acaba recaindo no método de ensino “mecânico”, assim torna-se importante um currículo intencional, mas com participação de todos, para tentar garantir uma imparcialidade. Consideramos por isso, que esta lacuna nos conhecimentos curriculares dos alunos venha prejudicar sua atuação, no sentido de levá-los, cada vez mais, a praticar um ensino pautado em procedimentos mecânicos.

Libâneo e Alves (2012) pontuam, que por meio do currículo ou de uma organização do mesmo de forma mais eficiente é que podemos modificar as escolas, deixando um papel exercido de “fábrica de competências”, mas transformando-as em escolas como “[...] locais de educação para a criatividade, a erudição, a intelectualidade interdisciplinar, os saberes transversais, a comunicação, a afetividade cooperativa, a forma de afetar e ser afetado na produção de cooperação para o trabalho coletivo.” (p. 199).

Uma *segunda categoria* de conhecimentos curriculares que aqui destacamos, relaciona-se com *conhecimentos sobre recursos para o ensino do conteúdo*, ou seja, é o conhecimento sobre o material que o professor tem para ensinar o conteúdo, no nosso caso, o recurso para se ensinar trigonometria. Sobre essa categoria, mostraremos alguns conhecimentos externalizados, iniciando com os conhecimentos sobre recursos computacionais, explorados durante o questionário e discutidos durante os encontros. Sobre esse componente, dos sete alunos que compuseram o grupo participante das atividades, três disseram desconhecer qualquer tipo de software que auxiliasse o ensino deste conteúdo. Daqueles que explicitaram conhecer algum recurso, obteve-se as seguintes declarações:

> *A1: Sim o Geogebra. Uma de suas vantagens é que o problema já sai resolvido, com apenas dados primários.*

> *A2: Geogebra, mas não aprendi a utilizar recursos para a trigonometria.*

A6: Sim, já trabalhei com um software livre no segundo ano da graduação. A única vantagem dele é que ele auxilia na fixação do conteúdo, e pode verificar se é possível ou não calcular as razões trigonométricas.

A7: Sim. Alguns anos atrás apresentamos um software de trigonometria, porém não me recordo do nome. Era um programa bem simples, em que só calculava o valor das razões trigonométricas dando as medidas dos lados dos triângulos. Era um software apenas para fixação de conteúdo.

Os alunos apontaram que a utilidade do recurso apareceu associada a uma fixação e repetição do conteúdo, e não para propiciar uma aprendizagem significativa, ou seja, como mediadora da compreensão de conceitos. Em abordagens sobre matéria das tecnologias, Valente (1993) discute a importância da utilização da máquina para propiciar conhecimentos, e não simplesmente sua utilização por si só.

O autor defende, ainda, a importância deste recurso para o processo de ensino-aprendizagem, justamente por ser capaz de ensinar, visto que:

> [...] o computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir o seu conhecimento. Nesse caso, o conhecimento não é passado para o aluno. O aluno não é mais instruído, ensinado, mas é o construtor do seu próprio conhecimento. (VALENTE, 1993, p. 29, 30)

Daí o autor vai além, quando ressalta a importância do preparo do professor para que a tecnologia seja aproveitada de forma a intervir na educação qualitativamente:

> O computador fará parte da nossa vida, portanto a escola deve nos preparar para lidarmos com essa tecnologia. Esse tipo de argumento tem provocado que muitas escolas introduzam o computador como disciplina curricular. Com isso o aluno adquire noções de computação: o que é um computador, como funciona, para que serve, etc. No entanto, esse argumento é falacioso. Primeiro, computador na educação não significa

> aprender sobre computadores, mas sim através de computadores. (VALENTE, 1993, p.33)

Os alunos-formandos pesquisados cursaram uma disciplina voltada à tecnologia, mas pelos seus relatos, com relação à trigonometria, os softwares com os quais tiveram contato foram apresentados sem objetivo de gerar conhecimentos de trigonometria. Denota-se, afinal, que na utilização do computador no curso em que estavam se licenciando esteve ausente a preocupação de explorar suas potencialidades como recurso didático, para apresentar o conceito ao aluno. Isso contribuiu para que os alunos mantivessem o desconhecimento sobre a possibilidade de utilizá-lo como meio que propicia ao aluno descobertas por ações mentais decorrentes de interações do aprendiz com os conceitos, e não apenas para repetir processos algorítmicos. (VALENTE, 1993)

Assim observamos que na contra mão da utilização do computador para "desenvolver o raciocínio ou possibilitar situações de resolução de problemas. [...] razão mais nobre e irrefutável do uso do computador na educação", (VALENTE, 1993, p.34), sua utilização aparece como meio para fixar conteúdo ou até mesmo como uma opção de mudança de ambiente e não como "um catalisador de uma mudança do paradigma educacional." (*Ibid*, p.49).

Os próprios PCN apontam a influência positiva da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem, e valorizam a incorporação deste recurso nas escolas:

> Estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são influenciados, cada vez mais, pelos recursos da informática. Nesse cenário, insere-se mais um desafio para a escola, ou seja, o de como incorporar ao seu trabalho, tradicionalmente apoiado na oralidade e na escrita, novas formas de comunicar e conhecer. (BRASIL, 1998, p.43)

A utilização da história, jogos ou materiais manipuláveis, como outros recursos para o ensino, aparecem nos comentários dos alunos-formandos como decorrência das discussões sobre os trabalhos realizados nos encontros. O teodolito, por exemplo, foi bem avaliado pelos alunos como recurso para o ensino, quando declaram que o consideravam importante para um ensino mais significativo. Disseram, porém, que desconheciam tais recursos e que na graduação não tiveram acesso a eles, nem através de informações. Isto nos leva a considerar que o currículo de formação inicial de professores tem se materializado, pelo menos no caso destes alunos-formandos, a partir de uma lógica acentuadamente desvinculada das orientações propostas pelas diretrizes curriculares para os níveis de ensino fundamental e médio.

É inegável, entretanto, que os recursos didáticos, quando adequadamente utilizados no ensino, são mediadores eficazes para a aquisição dos conceitos e a consequente aprendizagem dos conteúdos, como ocorre com a história da Matemática que:

> [...] pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p.42)

O uso da história como recurso didático ainda vai além, pois contribui para "esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns "porquês" e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento." (BRASIL, 1998, p.43).

Assim, a história contribui para um ensino que desenvolva a capacidade intelectual do aluno e garanta a compreensão do conceito de forma crítica.

Outro recurso, que não foi mencionado pelos sujeitos e, de forma semelhante apresenta importante contribuição ao ensino de Matemática, é a utilização dos jogos, que:

> [...] podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório - necessárias para aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 1998, p. 47)

Sobre o papel dos jogos no desenvolvimento e na aprendizagem humana, há uma vasta literatura, em variados campos das ciências humanas - filosofia, psicologia, sociologia, didática etc. Entre esses trabalhos, cabe aqui destacar a visão de Huizinga (2000, p.5), quando considera que o jogo “Ultrapassa os limites da atividade puramente física ou biológica. É uma função *significante,* isto é, encerra um determinado sentido. No jogo existe alguma coisa "em jogo" que transcende as necessidades imediatas da vida e confere um sentido à ação”.

Torna-se assim fundamental, o acesso dos professores a estes conhecimentos e recursos, não somente na escola, mas na sua formação em sentido amplo. Vemos que estes recursos não representam apenas oportunidades de uma aula diferente, mas a possibilidade de proporcionar ensino significativo.

Neste pensamento temos Shulman que questiona por meio de uma analogia com a área médica sobre a importância de se conhecer estes materiais ou recursos do ensino, no sentido de alternativa para ensinar: “Nós confiaríamos em um médico que não entendesse realmente das formas alternativas de lidar com categoriais de doenças contagiantes, e que só soubesse de uma forma?“ (SHULMAN, 1986, p. 13).

Ainda sobre conhecimentos curriculares, Shulman (1986, 1987) considera importante o *conhecimento do professor sobre a relação dos conteúdos matemáticos*, assim buscamos dentro dos conhecimentos externalizados, aqueles referentes aos que eles consideraram importantes para que o aluno pudesse estudar trigonometria:

Quadro 3 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Curriculares I

Conhecimentos Curriculares - Identificação do que consideram importante para que o aluno possa estudar trigonometria		
Conhecimentos sobre:	**Alunos**	**Conhecimentos Explicitados Oralmente**
Ângulos	A3, A7	- Ter um bom conhecimento no estudo de ângulos. - conceito de ângulos.

Áreas	A3	- Ter um bom conhecimento no estudo de ângulos e áreas.
Frações Raízes e Equações	A7	- Conhecer equação de primeiro e segundo grau - Saber trabalhar com raiz, fração.
Operações fundamentais	A5	- Saber as operações básicas.
Teorema de Pitágoras	A7, A4	- Conhecer o [...] Teorema de Pitágoras. - Teorema de Pitágoras.
Triângulos	A1, A4, A5, A6, A7	- Aprender triângulos. - [...] estudo de triângulos. - Ter conhecimento sobre semelhança de triângulos -Alguns conteúdos de triângulos. - Conhecer o triângulo retângulo

Cabe ressaltar que a compreensão dos conhecimentos necessários para o aprendizado do novo conteúdo é de grande importância para o professor, desta forma, torna-se necessário uma *compreensão das estruturas do conteúdo*, ou seja, que se compreenda como ele é estruturado *dentro da própria Matemática*. Neste sentido, os alunos listaram diversos conteúdos que consideram necessários para a compreensão da trigonometria no triângulo retângulo, só não mencionaram a proporcionalidade de figuras planas (especificadamente do triângulo) que consideramos subentendida ou inclusa nos estudos de triângulos.

Por fim ainda temos a *relação da Matemática com outras áreas do conhecimento*, assim, buscamos as manifestações sobre a relação da trigonometria com outras áreas do conhecimento.

Assim, remeteremos nossas análises ao conteúdo do segundo quadro, que apresenta alguns conhecimentos específicos relacionados aos conhecimentos sobre algumas aplicações do conteúdo:

Quadro 4 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Curriculares II

Conhecimentos sobre Conteúdo Curricular		
Categorias	**Alunos**	**Conhecimentos Explicitados Oralmente**
Aplicações do conteúdo	A1, A2, A3, A5, A6, A7	- Mas nas treliças a gente usa, que formam triângulos e os pedreiros precisam saber pra ver a metragem do local. - Uma vez no meu sítio, eles foram pra fazer curva de nível sabe, aí ele tinha que ficar segurando um pauzinho e medindo de longe. - A trigonometria é muito aplicada no cotidiano, principalmente por engenheiros em seus trabalhos. - No cotidiano temos exemplos da presença de trigonometria no cálculo de áreas, distâncias. - Sim, a aplicação está em todo lugar, em construções civis, arquitetura, área de terremoto, etc. - Acho muito importante, porque aplicamos os conceitos em situações reais. - Muitas aplicações, como medir as medidas de uma casa em construção, etc.

As manifestações foram basicamente voltadas às aplicações do conteúdo na sociedade, e que de forma geral eles relacionaram à engenharia e à arquitetura. Shulman defende esta categoria, sendo que, deve estar relacionada com outros conteúdos simultaneamente:

> Esse conhecimento de currículo lateral [...] realça a habilidade do professor em relacionar o conteúdo de um dado curso ou lição aos tópicos ou questões que estejam sendo discutidos simultaneamente em outras aulas. (SHULMAN, 1986, p. 13)

Assim, entendemos que o assunto de trigonometria pode ser explorado com as disciplinas de história, dentro do contexto das descobertas trigonométricas e sua influência no período, relacionado com a biologia, pelas contribuições da trigonometria na área e os padrões trigonométricos da natureza, etc.

Nesta abordagem, os alunos pesquisados não explicitaram tais relações, mesmo quando questionados. Mas será que nossa formação inicial favorece a construção de tais relações?

Entendemos, assim como Gatti (2009) que traça um perfil das licenciaturas brasileiras e alerta para a ausência de saberes relacionados às tecnologias para o ensino, que a formação deveria ter fornecido conhecimentos sobre estes recursos.

Garnier, Bednarz e Ulanovskaya (1996) pontuam a riqueza destas associações do conteúdo com a prática para a aquisição de conceitos conforme segue:

> Após [o conteúdo] ser introduzido na classe de Matemática, será pela aplicação que virá em seguida, que se espera acrescentar-lhe uma certa "riqueza" contextual. Mas é muito frequente (se não obrigatório) que a facilidade do tratamento simbólico impeça o retorno às relações do fenômeno. (p.121)

Assim os autores finalizam afirmando que fazer associações não é fácil, e que o recurso do ensino convencional (baseado em repetição de algoritmos) acaba sendo mais fácil de ser colocado em prática e estimula a tendência de ser tomado como padrão pelo professor, independente do nível de ensino.

Não temos dúvida da importância que este conhecimento tem para um ensino de qualidade, Shulman (1986, p.12) também considera este conhecimento importante, e, neste sentido, ainda faz uma comparação com a área médica:

> Nós esperamos que um médico experiente entenda todos os diferentes tratamentos disponíveis para melhorar uma certa desordem, assim como as alternativas para circunstancias particulares de sensibilidade, custo, interação com outras intervenções, conveniência, segurança ou conforto. Similarmente, nós temos que esperar que o professor maduro tenha tais entendimentos sobre alternativas curriculares para instrução.

Assim, o conhecimento curricular, importante recurso dentro da base de conhecimentos para o ensino, praticamente não encontra espaço na formação inicial dos professores-formandos pesquisados.

4.1.3 Conhecimento Pedagógico

Como conhecimento pedagógico, buscamos selecionar das manifestações dos sujeitos pesquisados evidências com relação aos aspectos: *cognitivo do aluno*, das *teorias e princípios de como ensinar e aprender* e dos *contextos educacionais*.

Além de Shulman (1986,1987) valorizar este tipo de conhecimento como um elemento importante da base para um ensino mais significativo, tal valorização aparece ainda num dos principais documentos oficiais de orientação educacional, onde é destacado que o professor deve "conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais" (BRASIL, 1998, p. 36).

Assim apresentaremos quadros que demonstram os conhecimentos externalizados pelos alunos-formandos a respeito destes conhecimentos pedagógicos. O primeiro apresenta alguns conhecimentos relacionados com os aspectos cognitivos do aluno:

Quadro 5 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Pedagógicos I

Conhecimento Pedagógico – Conhecimento Cognitivo do Aluno		
Categorias	**Alunos**	**Conhecimentos Explicitados Oralmente**
Dificuldade em aprender	A2, A3, A5, A7	- Os alunos não entendem. - Na hora de transmitir é que é complicado, porque eles não entendem. - Você faz desenho e tudo, demora dois minutos eles já vêm, eles já não lembram. - Se você muda de x+y para a+b eles já perguntam por que você usou a+b, eles não estão preparados pra pensar. - Não adianta complicar que o aluno não sabe, tem que ser coisas simples, às vezes você põe uma [questão para resolverem] ridícula e fala gente se vocês não souberem, e eles ainda não conseguem. - Se você troca o x pelo y já era. - Eu dei este exercício pros meus alunos e eles

		apanharam pra caramba, a maioria não somava a hipotenusa eles usavam a hipotenusa do triângulo menor, sabe e é uma coisa muito obvia. - Estes exercícios, que precisam fazer desenho! piorou, pra eles acharem onde estão os ângulos! - Uma vez na escola foi um professor de Matemática substituir um de geografia e os alunos estavam acostumados, no desenho do triângulo de um lado, quando ele trocou e inverteu os alunos ficaram perdidos. - Os alunos estão tão fracos que em função eu dei F de z em vez de F de x e eles não conseguiram fazer. - Um problema é que nossos alunos de hoje em dia, eles não estão, assim, [...] os pensamentos deles não estão assim, [...] eles querem as coisas mastigadas, eles não querem mais pensar, se você fala a soma de dois números dá dez, eles querem que você já dê a resposta.

Os alunos-formandos explicitaram algumas dificuldades que acreditam ser dos alunos, mas que nos remetem à nossa formação, pois de forma geral as dificuldades explicitadas foram relacionadas à forma mecanizada de resolução de exercícios, pois se os alunos não conseguem resolver quando troca um x por um y, ou quando coloca um triângulo apresentado em posição diferente daquela representação padronizada, há indícios que ele não está preparado para pensar, apenas “aplicar a fórmula” ou reproduzir o que foi feito no modelo anterior.

Mas o que se questiona é: Será que da formação inicial o futuro docente sai preparado para lidar com as dificuldades dos alunos? Ou, para identificar de que ordem é o obstáculo que relata ocorrer quanto à aprendizagem de seus alunos?

Assim, conhecimentos sobre teorias e princípios de como ensinar e aprender, seriam uma ferramenta de apoio essencial para encaminhamento da resolução das dificuldades apresentadas. A ausência do conhecimento sobre os processos estruturadores da aprendizagem do indivíduo, presentes nas concepções que eles externalizaram sobre as teorias e princípios de como ensinar e aprender mostra a necessidade de aquisição de tal conhecimento pelos alunos-formandos.

Os problemas enfrentados na relação ensino-aprendizagem centralizados pelos sujeitos pesquisados neste sentido são apresentados no seguinte quadro:

Quadro 6 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Pedagógicos II

Conhecimento Pedagógico		
Categorias	**Alunos**	**Principais falas**
Problemas enfrentados na relação ensino-aprendizagem	A3, A4	- um problema é que nossos alunos de hoje em dia, eles não estão assim (...), o pensamento deles não (...) eles querem as coisas mastigadas, eles não querem mais pensar, se você fala (...) a soma de dois números dá dez, eles querem que você já dê a resposta. - se a gente for 'bater' [no sentido de cobrar forte] em quem não faz tarefa, vamos 'bater' em todo mundo. - inclusive não ia ninguém no reforço, isso porque era de graça, isso porque é aluno de periferia, quando pagam é diferente.

As falas desses alunos que ainda estavam se formando, revela uma visão da educação que além de negativa, é estigmatizada, mais especificadamente sobre a relação ensino- aprendizagem, em que se destacaram nas falas: desvalorização pelo gratuito, desinteresse em fazer tarefas e dificuldade para fazerem os exercícios. Demonstram, mais uma vez, total desconhecimento teórico de autores que discutem as relações de ensino-aprendizagem.

Buscando justificar o porquê deste desconhecimento, os sujeitos pesquisados asseguram que o curso não valoriza matérias pedagógicas, que eram matérias fáceis e sem muita importância. Gatti (2009) traça em sua pesquisa um perfil dos cursos de licenciatura no Brasil, e mostra que a grande maioria dos cursos de licenciatura ainda não trabalha as disciplinas pedagógicas com as de conteúdo específico. Além de tratarem os dois campos de conhecimento de forma isolada, chegam até mesmo a desvalorizar as questões pedagógicas. A autora ainda defende a importância da integração da pedagogia com o conteúdo específico para que o professor saia mais preparado para exercer sua profissão.

Isso nos remete ainda as pesquisas de Grossman, Wilson e Shulman (1989), onde também discutem a falha em relacionar conhecimento do conteúdo com rendimento do aluno, os autores afirmam que conhecer um conteúdo é muito diferente de saber ensinar o conteúdo. Assim, a ausência de conhecimentos pedagógicos sobre teorias que abordam princípios e técnicas de como ensinar e aprender, externalizados pelos alunos pesquisados, apresentam essas características causadas pela formação inicial prioritariamente centrada no conteúdo específico da Matemática.

Ainda discutindo este mesmo assunto, os autores em questão defendem que os níveis de complexidade dos conteúdos aprendidos no curso de formação inicial não vão garantir um ensino de qualidade. Shulman ainda relata a importância de um conhecimento teórico mais aprofundado, até para que não haja interpretações errôneas de teorias educacionais. Para ele:

> O grande perigo ocorre, no entanto, quando um princípio geral da educação é distorcido em receita, quando um princípio torna-se permissão. Aqueles estados que acataram os princípios operantes de ensino, baseados apenas em estudos empíricos de eficácia genérica de ensino e os que têm considerado como difíceis critérios independentes para julgar o valor do professor, estão compromissados em um processo político que provavelmente prejudica a profissão de educador ao invés de melhorá-la. (SHULMAN, 1987, p.11)

Garnier, Bednarz e Ulanovskaya defendem que o professor deve valorizar a “bagagem” que o aluno possui, pois essas concepções é que virão a apoiar seu aprendizado, e nos mostram, assim, que conhecendo melhor estas “bagagens” dos alunos poderíamos amenizar tantas dificuldades, pois dependendo do distanciamento dos novos conhecimentos dos que o aluno já possui, estes “[...] tanto podem constituir-se em obstáculos para a aprendizagem quanto servir de ponte para a construção de novos conhecimentos.” (1996, p.47).

Os mesmos autores apresentam, ainda, teorias de ensino-aprendizagem que podem fornecer uma aprendizagem mais significativa, teorias estas, que não se baseiam num ensino centrado no professor, pelo contrário, tem por princípio que “não pode haver imposição, transmissão direta de um modelo pelo professor, mas sim um processo de modelização que deve ser ativado e estabelecido pela própria criança, a partir dos problemas propostos.” (IBID, p.219) Há uma valorização pela construção, pelo professor, de “situações adidáticas (de acordo com a terminologia utilizada por Brousseau), tendo em vista ajudar a criança em sua evolução rumo às novas concepções, mais ricas do que as anteriores.” (p.219)

Apresentaremos agora os conhecimentos externalizados pelos alunos sobre os contextos em que a educação está inserida, sendo que neste aspecto, tivemos diversas manifestações:

Quadro 7 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Pedagógicos III

Conhecimento Pedagógico– Contextos Educacionais		
Categorias	**Alunos**	**Principais falas**
Condições materiais	A2, A3, A6, A7	- não tem copo para o professor beber água. - não tem apagador. - a lousa pra escrever é toda rachada. - o transferidor não tem o marcador do zero. - hoje eles (o governo) dão uniforme, notebook, régua, mas na estrutura da escola eles não mexem. - mas agora o governo está dando (esquadro, régua, etc.), eles estão tendo. - mas os alunos perdem (referente aos materiais que o governo distribui). - por que como é gratuito eles acabam não tendo zelo né, perdem, jogam fora, pegam pra tacar um no outro. (também referente ao material que o governo distribui). - carteiras quebradas. - na escola tem [apenas] um projetor.
Indisciplina	A2,A3, A5, A6, A7	- professores estão com menos autoridade em sala de aula. - são alunos que não respeitam o professor, que querem apenas passar de ano sem conhecimentos. - as meninas passando maquiagem, a outra levava refrigerante na bolsa e derramava. - tem uns alunos que merecem (apanhar) - vocês não viram as pestes que estão em sala de aula.
Ausência da família	A2, A3, A5	- e hoje a maioria dos pais estão trabalhando - faltam incentivos dos pais (educação que vem de berço) e do sistema de ensino

		- e eles não têm vontade nenhuma de olhar o caderno dos filhos, nem olham.
Sobrecarga de alunos e de aulas	A2, A4, A6, A7	- as salas de aula estão lotadas; muito numerosas. - o excesso da carga horária de serviço é algo pleno; professores com carga horária elevada. - e quem tem tempo de ver Veja [falta de tempo para se atualizar até nas notícias] - professor do ensino médio só tem 3 horas aula, (...) poucas horas-aula. [dificuldade para cumprir o programa]

Os alunos-formandos que serão os futuros professores demonstraram estar cientes dos diversos fatores negativos, que segundo seus entendimentos direcionam as causas das dificuldades de ensinarem Matemática aos alunos, começando pelo desinteresse; para eles os alunos não querem aprender, vão pra escola por obrigação e não se intimidam mais com quase nada.

Em relação à primeira categoria, sobre as condições materiais, fazem uma avaliação bastante negativa das condições em que as relações de ensino–aprendizagem se desenvolvem, tanto pela apresentação da estrutura física como pelo lado das decisões políticas e de distribuição de materiais para os alunos.

Eles demonstraram estarem cientes com relação aos kits (caderno, uniforme, esquadro, régua, etc.) que o governo distribui gratuitamente para os alunos da rede pública de ensino. Porém não consideram esse um investimento significativo para a qualidade da educação, pois a estrutura física escolar continua péssima, o salário do professor baixo (em relação a outras profissões de nível superior), a carga horária elevada, as salas de aula lotadas, etc.

Neste sentido, Sampaio e Marin (2004, p.1204) já afirmavam que a “precarização do trabalho escolar não é recente no país, mas constante e crescente”, é claro que isto envolve diversos fatores, porém as autoras incluem “as condições materiais de sustentação do atendimento escolar” como um dos responsáveis desta precarização.

Libâneo e Alves (2012) na sua discussão sobre os espaços escolares, também apontam a precariedade da estrutura física de escola e defendem que são necessários “[...] espaços diferenciados para aprendizagens diferenciadas, amplitude, clareza, adequação" (p.262) e ainda estendem estes espaços à "[...] bibliotecas, teatros, parques, museus..." (p.262), além do espaço virtual.

Uma segunda categoria que aparece bem forte nas falas dos sujeitos pesquisados, diz respeito à indisciplina. Segundo a caracterizam, é algo assustador, e nas narrativas, o aluno aparece como um sujeito mal educado, que não valoriza nem o material que recebe, que durante as aulas faz de tudo para infernizar o professor, etc.. Independente da comprovada veracidade dos fatos apresentados, estes são apresentados por argumentos isolados, totalmente desvinculados de reflexões e análise de qualquer contexto que assim os possa ter produzido. Essa perspectiva unilateral demonstra um acentuado desconhecimento das questões da macroestrutura social na qual se insere o sistema educacional, que gera um tipo de visão de que o aluno é o único culpado de toda a situação de degradação das relações entre professor-aluno-conhecimento escolar.

Oliveira (2009) apresenta que este sentimento dos alunos em relação à indisciplina, também vem sendo explicitado pelos professores:

> [...] professores têm relatado que a situação em sala de aula no que diz respeito à indisciplina escolar nunca esteve tão difícil como atualmente, sendo que a mesma tem provocado um estado geral de perplexidade. A falta de perspectiva sobre o que fazer em sala de aula tem sido uma das causas geradoras de diferentes posturas diante da indisciplina escolar, o que demonstra uma desorientação na forma de agir em relação à mesma. (OLIVEIRA, 2009, p. 4506)

Ainda argumenta que boa parte destes problemas são tratados de forma corretiva e não preventiva.

Algo também explicitado pelos sujeitos foi a ausência familiar em relação à escola, fato que é considerado pelos licenciandos como uma das causas da indisciplina. Apontam a importância de ter a família presente na vida escolar, seja ajudando nas tarefas, incentivando os filhos, e até na cobrança por melhores resultados. Carvalho (2004) discute, ao abordar o papel da família sob o enfoque do fracasso escolar, focando o sentido do dever de casa neste contexto. Para ela, o papel do dever de casa deve ser avaliado e seu nível de importância deve ser considerado pela verificação do tipo de estratégia de ensino a qual se destina (no sentido de revisão, fixação e reforço), e defende a ideia de que só deva ser destinado como atividade extraescolar quando existir uma estrutura doméstica nas famílias dos alunos que propicie condições para isso.

A autora ainda reforça a ideia dos alunos da pesquisa, do quanto a presença da família influencia a educação, neste contexto de escolas de meio período:

> No contexto brasileiro da jornada escolar de meio período, percebia a família na base tanto do sucesso quanto do fracasso escolar, ao compensar (ou não) as deficiências escolares e as dificuldades dos estudantes, oferecendo (ou não) alguma forma de reforço escolar, conforme a classe social (capital econômico e cultural) e o tipo e qualidade da escola (privada ou pública, mais ou menos exigente). (CARVALHO, 2004, p.95)

Porém ela faz uma ressalva dizendo que os testes que relacionam o dever de casa ao rendimento do aluno não explicitam a participação dos pais no dever escolar, e afirma que: “Há três condições necessárias aos pais para realmente acompanharem o dever de casa: tempo livre, conhecimento sobre as matérias escolares e pedagogia, e vontade e gosto.” (CARVALHO, 2004, p. 101).

Assim, as condições atuais não estão permitindo tal condição, pois as mães que desempenhavam um papel doméstico, como donas de casa, agora estão trabalhando, modificando a estrutura familiar da sociedade moderna. Devemos, portanto, ter cuidado antes de culpar a família pelo fracasso escolar. A autora ainda apresenta uma visão contrária à da constante culpabilização da família pela escola e questiona se não seria possível a educação escolar se dar de forma independente da família, (observando o dever de casa). Destaca também que há defensores de que, quanto maior for a eficiência da escola, menor será o papel do dever de casa, e que esse dever poderia ameaçar a vida familiar dos alunos privando-os do tempo com os pais.

Carvalho (2000) pontua que “tradicionalmente a família tem estado por trás do sucesso escolar e tem sido culpada pelo fracasso escolar” (p.144), relação esta que foi demonstrada pelos alunos-formandos que consideraram a família como elemento importante para um sucesso escolar do aluno, mas que por outro lado, demonstram que a realidade escolar não está propiciando condições para que esta relação família-escola aconteça. A autora ainda afirma que isto ocorre, entre outros motivos, pelos “baixos níveis de escolaridade e renda de sua clientela” (p.147).

Em relação à quantidade de aulas por sala, foi explicitado pelos alunos-formandos, durante os encontros, que o Ensino Médio possui apenas 3 horas aula de Matemática, e que tal carga horária é insuficiente para o conteúdo que precisa ser lecionado, sendo que há poucos anos eram garantidas 4 horas aulas semanais por turma no Ensino Médio e, ainda assim, o tempo para tratamento dos conteúdos se mostrava insuficiente.

Sampaio e Marin (2004), que discutem a precariedade do ensino, apontam a carga horária de trabalho como um fator responsável por esta precarização, mais especificadamente sobre a carga horária utilizada com o aluno. Elas ainda comparam o tempo dado ao professor para o preparo de aulas, que no Brasil é baixo, em relação aos países europeus.

As autoras ainda discutem que o tempo utilizado para o preparo de aulas nas escolas brasileiras, mesmo que pequeno, ainda são gastos individualmente e fora do ambiente escolar sem uma garantia de estar sendo utilizado para questões educacionais. Esta falta de tempo também está associada ao baixo salário, que faz com que o professor carregue o máximo de aulas visando melhora salarial. As autoras ainda usam o termo "tresdobram a jornada em redes diferentes de ensino" (SAMPAIO, MARIN, 2004, p.1214) enfatizando bastante este fato.

Outro grande problema, apontado pelos sujeitos desta pesquisa, relacionado com o excesso de alunos por turma, também é relatado por Sampaio e Marin, que mesmo não tendo dados conclusivos apontam que "há pistas de que as classes menos numerosas sejam as que conseguem melhores resultados". (2004, p.1214). As autoras ainda citam que "no Brasil verifica-se uma queixa constante dos professores quanto a esse aspecto" (p. 1215). Reclamação que foi apontada com frequência pelos sujeitos de nossa pesquisa.

Gasparini, Barreto e Assunção (2005) foram um pouco além e fizeram um estudo sobre as doenças (físicas e mentais) que podem ser geradas por essas condições de trabalho dos professores. Eles ainda apontam pesquisas que mostram a incidência maior de doenças mentais (estresse, depressão, etc.) em professores do que em outros profissionais.

Este tipo de doença é fortemente relacionado com suas condições de trabalho, principalmente por causa da sobrecarga de serviço, além dos conflitos com superiores e normas, porém, entendem que se faz necessário um preparo profissional para lidar com estas situações, e claro, uma política que possa corrigir tais falhas na estrutura escolar (GASPARINI, BARRETO, ASSUNÇÃO, 2005).

Estes mesmos autores ainda citam os problemas que o professor enfrentará na sua prática: [...] o elevado número de alunos por turmas; a infraestrutura física inadequada; a falta de trabalhos pedagógicos em equipe; o desinteresse da família em acompanhar a trajetória escolar de seus filhos; a indisciplina cada vez maior; a desvalorização profissional e os baixos salários, situações que fogem de seu controle e preparo. (IBID, p.194)

Problemas que vão ao encontro do que os alunos desta pesquisa vêm relatando, mostrando que eles estão a par desta realidade, mas conhecer os problemas não significa saber resolvê-los, e é neste sentido que Shulman (1986, 1987) explicita dentro dos conhecimentos pedagógicos, a importância de conhecer os contextos escolares, considerado a partir de seu contexto sociopolítico e econômico, mais ainda, que se faz necessário conhecer as teorias e princípios de aprendizagem, além dos aspectos cognitivos do aluno, para que tais problemas possam ser superados.

O fato da não resolução de tais problemas acarretam vários outros, dentre eles, um bem grave que diz respeito à saúde dos professores. Gasparini, Barreto e Assunção (2005) ainda apresentam diversas pesquisas que mostram a relação de um ambiente estressante, materiais impróprios e excesso de serviço com doenças mentais, de rouquidão e dores nas pernas e garganta pelos professores.

Outro fator explicitado nas falas dos sujeitos se refere às políticas escolares:

Quadro 8 Referências dos sujeitos vinculadas a Conhecimentos Pedagógicos IV

Conhecimento Pedagógico – Políticas Escolares		
Categorias	**Alunos**	**Principais falas**
Desvalorização do professor pela escola	A2, A3, A5, A7	-- Professores têm que aprovar alunos que às vezes não estão preparados. - que no primeiro ano como formado você já pode ir preparado porque só vão te jogar 6° ano, ensino médio nem pensar. - eles falam que o professor está com preguiça de dar e corrigir as provas. (que faz avaliações diferentes) - como a gente é contratado, a gente tem que

		respeitar a hierarquia que exige que a gente siga aquele livro. - o diretor chega e diz por que você deu isso diferente, como se a gente quisesse se engrandecer e vai podando - você não pode reprovar muita gente, você tem que ser alienado - tem um período que você vota em diretores e se você não votou nela, ela não te dá mais contrato, ou ‘se não posso te mandar embora eu te dou a pior turma’. É igual à política [praticada no nível macro]. -- eles só cobram o que cai no ENEM, determinante, que estão tentando tirar da grade do ensino básico, vai acabar saindo por que não cai no ENEM. - e não pode nem reprovar bastante, olha o que eu tive que fazer, eu dei a prova e a maioria tirou 2 e 3, aí quando eu vi a nota tive que dar outra prova valendo 2 pra somar com essa que eu tinha dado e mesmo assim não ia dar, aí ainda dei mais meio ponto a mais.
Desvalorização do professor pelo Estado	A1, A2, A3, A4	- o Estado não investe mais em professor - o governo não olha a qualidade do produto, o interesse é outro. - hoje eles dão uniforme, notebook, régua, mas e a estrutura da escola eles não mexem. - professores não são valorizados - uma burocracia imensa (para pedir material) - O ENEM ajuda até a criar briga entre professores, porque eles divulgam estes resultados e cria uma competição. - para um professor fazer um pedido de material a quantidade de papeis que tem que fazer é absurda. - É isso que o governo quer na rede pública, formar mão de obra e saber votar sem pensar. - o concurso mesmo foi feito pra ninguém passar e ele controlar. - Outra coisa contratado não ganha julho inteiro, não recebe no fim de ano.

Fica clara a insatisfação dos futuros docentes em relação às políticas gerais aplicadas ao professor, desde as políticas mais gerais (advindas do governo) até as mais específicas (aplicadas no cotidiano escolar).

O quadro mostra que os alunos possuem conhecimentos de algumas atitudes comuns as escolas, como a pressão exercida pelos coordenadores e diretores para que se aprove um número máximo de alunos e a dificuldade do professor em fazer algo diferente do habitual.

Em relação aos procedimentos e medidas dos órgãos governamentais, a insatisfação também fica evidente nas críticas que os alunos-formandos fazem em relação à falta de investimentos na educação, e até da forma como estão sendo feitos os investimentos. Outro ponto por eles discutido foi sobre como o ensino se apresenta, em que destacam que sob o discurso oficial dos dirigentes governamentais se estabelece o movimento da prática fortemente pautado na preocupação com a quantidade (com as estatísticas), enquanto à qualidade é reservado o segundo plano, ou mesmo, como não raramente pode-se observar, é praticamente esquecida.

Estes conhecimentos explicitados vão ao encontro do que Curi (2000) já apontava num quadro de desvalorização do professor pela sociedade. De fato, o conteúdo das falas retrata um descontentamento com as políticas gerais (praticadas pela escola e pelo poder público) que segundo Curi (2000) acaba gerando uma desvalorização da carreira docente (baixa procura pelos cursos de licenciatura).

Quando estamos discutindo a qualidade da educação, os contextos educacionais ganham destaque, já que a ação do professor não é decidida no vazio, mas justamente dentro desse contexto, entretanto, isso tende a ocorrer "[...] numa instituição que tem suas normas de funcionamento marcadas às vezes pela administração, pela política curricular, pelos órgãos de governo de uma escola ou pela simples tradição que se aceita sem discutir." (SACRISTÁN, 1998, p.166, 167).

Ainda sobre as políticas governamentais, ficou evidente que os sujeitos da pesquisa estavam cientes sobre o excesso de alunos nas salas de aula, como também o acúmulo de horas-aula necessárias para que o professor mantivesse seu sustento era por eles conhecidos.

Quanto à lacuna existente nos conhecimentos pedagógicos, principalmente sobre as teorias de ensino-aprendizagem, eles indicam a necessidade de que os cursos de licenciatura revejam tal formação, recomendação já apresentada por Gatti a partir dos resultados obtidos em suas análises sobre tais cursos, onde aponta essa lacuna como característica dos cursos de licenciatura no Brasil, conforme segue:

> As disciplinas da categoria "conhecimentos relativos aos sistemas educacionais" registram percentuais inexpressivos de presença em todas as licenciaturas analisadas. Quando se desagrega esta categoria, nota-se que a maior parte das matérias aloca-se em "Estrutura e funcionamento do ensino", ficando aspectos ligados a "Currículo", a "Gestão Escolar" e o "Ofício docente" com percentuais irrisórios. (GATTI, 2009, p.154)

Isso acarreta um problema enorme para os alunos, para os quais a realidade escolar aparece tão penosa, pois quanto maior for o preparo neste sentido, mais facilmente poderão vislumbrar caminhos para superar os problemas por eles apontados. Assim o professor que possui um conhecimento de pesquisas educacionais e um domínio de métodos e técnicas de ensino ficará mais apto a propiciar um ensino que promova a aprendizagem. (LIBÂNEO, ALVES, 2012)

Como agravante, levantamentos feitos por setores econômicos de agências tais como a ONU, Banco Mundial e Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), apontam que "Professores brasileiros em escolas de ensino fundamental têm um dos piores salários de sua categoria em todo o mundo e recebem uma renda abaixo do Produto Interno Bruto (PIB) per capita nacional" (< http://ultimosegundo.ig.com.br/educacao/2012-10-04/professor-do-ensino-fundamental-no-brasil-e-um-dos-mais-mal-pagos-do-mundo.html> acesso em 05/10/12 as 08h15min). No estado de São Paulo um professor desta fase chega a receber 10% do que ganha um professor na Suíça, sendo que na Europa, Japão e EUA chega a ser, pelo menos cinco vezes a mais do que recebe um professor no estado de São Paulo.

Já outra pesquisa realizada pela OIT e pela UNESCO (órgão da ONU para educação, ciência e cultura) mostra que os professores brasileiros em início de carreira têm os salários mais baixos de uma lista de 38 países, onde apenas países como Peru e Indonésia pagam menos que o Brasil a seus professores.

Mas, colocar as causas do fracasso escolar somente nas condições de trabalho, acarretaria um reducionismo de visão dos problemas educacionais, diante da complexidade dos contextos em que as escolas se constituem, pois como já vimos, os problemas perpassam políticas governamentais e escolares, questões da formação inicial e toda uma gama de interesses e influências externas que habitam o chão da escola. Não é demais reforçar, entretanto, como um fator extremamente importante que Grossman, Wilson e Shulman já pontuavam, que "[...] o conhecimento, ou a falta dele, no que diz respeito ao conteúdo [que vai ensinar], pode afetar nas críticas que os professores fazem ao material didático, como eles selecionam esse material para ensinar, como eles estruturam seus cursos, e como eles conduzem o processo de instrução." (1989, p. 9).

Assim, compreender a escola como espaço diferenciado dos outros contextos sociais nos quais os indivíduos se formam, por sua característica objetiva de levar os indivíduos à aquisição do conhecimento sistematizado e organizado dentro da lógica do pensamento teórico, e que tem como instrumento mediador entre o homem e sua cultura os conteúdos escolares, traz ao professor e aos processos de formação institucionalizados a dimensão da responsabilidade de se pensar nos conhecimentos necessários ao professor para o ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Algumas considerações serão aqui encaminhadas, com base nas análises realizadas. Partiremos da categorização adotada, *conhecimentos de conteúdo específico*, *conhecimento curricular* e *conhecimento pedagógico*, para enfatizarmos que a capacidade de estabelecer situações de ensino em que a estrutura do conhecimento científico se traduza em conhecimentos para o ensino, depende de que o professor seja capaz de desenvolver o processo de raciocínio pedagógico, próprio de quem possui o conhecimento pedagógico do conteúdo. A apropriação dos conhecimentos próprios de cada uma dessas categorias torna-se condição para que possam ser articuladas pelo professor no sentido que tal feito se torne possível.

As análises desenvolvidas neste sentido apontam que os dados relativos aos conceitos próprios do conhecimento específico do conteúdo, se revelaram por procedimentos dos alunos-formandos com os conceitos trigonométricos que podem ser caracterizados por tratamentos superficiais, típicos da formação pautada pelo ensino tradicional que tiveram. Ao desenvolverem as atividades de ensino, prevaleceram em suas ações formas mecânicas sustentadas pela mera reprodução da estrutura formal, baseadas apenas em fórmulas, em detrimento da exploração do "real significado" dos conceitos.

Esse tipo de evidência pode ser pensada de modo generalizado, se levarmos em conta o volume das pesquisas, algumas delas citadas e comentadas no corpo dessa dissertação, que chegaram a essas mesmas conclusões sobre o aquisição dos conceitos matemáticos escolares a serem ensinados, tais como as de Valente (1993, p.38), de que "[...] o ensino tradicional de Matemática vê a técnica desvinculada do conceito, enquanto que a compreensão da técnica só ocorre quando o aluno compreender os conceitos matemáticos a que ela se refere", tal como pode em nossa pesquisa pode ser constatado.

As consequências da ausência do conhecimento do conteúdo específico adquire maior clareza quando se considera o modo pelo qual Grossman, Wilson e Shulman (1989) pontuam a qualidade deste conhecer. Para eles, compreender os conteúdos que irão ensinar em extensão teórica e a inter-relação entre seus tópicos com o campo de conhecimento geral do qual faz parte é condição para que o professor consolide, de modo efetivo, o ensino das matérias escolares, o que destaca a necessidade de "[...] que os professores necessitam de uma fundamentação sólida do conhecimento do conteúdo para que suas competências possam ser desenvolvidas". (p.7)

Assim, o agravante das lacunas conceituais que permanecem no final do processo de formação dos sujeitos observados que são apresentadas pelas nossas análises, está no fato de que seus reflexos operam significativa interferência no exercício da profissão do professor, por dificultar que o futuro docente possa propiciar uma educação de qualidade no sentido do desenvolvimento de raciocínios autônomos no aluno. Não ter domínio conceitual dos conteúdos está entre as causas de fracasso dos alunos, pois impossibilita qualquer forma de organização de ensino pelo professor que possa se diferenciar do modelo de operar com memorizações, tal como apontam os dados levantados em nossa investigação, o que faz com que o modelo padronizado em sua formação se perpetue.

Um conjunto de agravantes é ainda encontrado quanto aos conhecimentos curriculares dos alunos-formandos, pelo volume das falhas que foram encontradas. A começar pelo amplo desconhecimento dos programas de ensino e quanto isto poderá interferir no aprendizado de seus alunos.

Se levarmos em consideração a baixa capacidade dos alunos-formandos para propiciarem aos seus alunos possibilidades de vivenciarem situações atraentes e desafiadoras, apenas um dos pontos que Garnier, Bednarz e Ulanovskaya (1996) levantam como necessários para promover aprendizagem, já podemos classificar tal situação como extremamente preocupante. Sem que haja condições dentro do processo de formação para ampliação dos horizontes dos programas de ensino, como suprimir as defasagens desses alunos-formandos para satisfazer tais condições?

O conhecimento de recursos para o ensino que pudessem auxiliar no sentido da significação do conteúdo para o aluno foi outro fator ausente no repertório de conhecimentos dos alunos-formandos, que partiam da técnica pela técnica para resolverem os problemas. Valente (1993, p.38) pontua que "a solução para evitar o ensino das técnicas matemáticas tem sido o uso de material pedagógico". Se a técnica for aplicada apenas como facilitadora, ao invés de ser decorrente da apropriação e aplicação dos conceitos, ela deixa de ser uma ferramenta e passa a ser utilizada em detrimento de todo o aparato conceitual.

Diríamos, além disso, que a utilização de ferramentas mediadoras da aprendizagem só se tornariam possíveis a partir da apropriação das propriedades características de tais ferramentas, porquanto confrontadas com as possibilidades postas pela estrutura epistemológica dos conteúdos que se pretende ensinar.

As dificuldades dos alunos-formandos em relacionar o conteúdo matemático com outras áreas e até com a própria Matemática, também se fizeram presentes e ampliam, a partir de nossas análises, as dificuldades dos futuros professores no encaminhamento de contextualizações que façam "sentido" aos alunos quanto aos conteúdos em questão. Como pontua Garnier, Bednarz e Ulanovskaya (1996), a contextualização das atividades a serem trabalhadas em sala com os alunos impõe a "necessidade de adotar uma forma de ensino que gire em torno da integração de disciplinas científicas (tanto de Ciências Físicas quanto Ciências da Natureza), através de uma abordagem voltada para a resolução de problemas concretos." (p. 124).

Tal forma de ensino não se torna possível sem que se estabeleçam as relações entre os conteúdos das disciplinas do currículo com os conteúdos próprios dos conhecimentos matemáticos propostos para o ensino, de modo que se promova a interação proposta como currículo em espiral em que se integram na horizontalidade e verticalidade esses elementos. Na propositura em questão, o conhecimento curricular se constitui em um eixo de extrema importância, pois "por muito controlada, rigidamente estruturada, ou por muito tecnificada que uma proposta de currículo seja, o professor é o último árbitro de sua aplicação nas aulas" (SACRISTÁN, 1998, p.175), sendo, portanto, elemento decisivo do processo.

Já a ausência do conhecimento sobre os aspectos cognitivos dos alunos e das teorias e princípios de ensino-aprendizagem, foi uma das lacunas reconhecida pelos próprios alunos-formandos, segundo os quais, o curso de formação que frequentaram não valorizou esse tipo de conhecimento. Mas, a partir dos encontros de estudos organizados durante nossa pesquisa, eles reconheceram que tal conhecimento interfere para melhorar o ensino e que, consequentemente, sua ausência viria a potencializar as dificuldades de ensinar dos professores e de aprender dos alunos.

Garnier, Bednarz e Ulanovskaya (1996) explicitam algumas teorias de aprendizagem que a partir dessa perspectiva valorizam o ensino, como a teoria de Brousseau, que valoriza uma participação mais efetiva do aluno, sendo o professor um mediador na resolução de problemas pelo aluno, que é o protagonista da ação de aprendizagem. Caso isso não venha a ocorrer, os motivos dos alunos deixarão de ser o de alcançar a aprendizagem de algo novo e passarão a ser desviados para a preocupação de, por exemplo, somente obter bons resultados em exames escritos, cuja intenção acaba sendo restrita a alcançar sua aprovação.

Esses autores ainda criticam o ensino que não dá sentido aos símbolos matemáticos e simplesmente o tratam como regras para serem olhadas e repetidas. Citam vários exemplos disso na prática, tal como o que: “[...] quando se divide uma fração por outra, dizemos às crianças que invertam a segunda fração e procedam a uma multiplicação. Mais uma vez, à disposição dos símbolos escritos sobre o papel, segue-se um cálculo rotineiro que não leva em consideração o sentido.” (GARNIER, BEDNARZ, ULANOVSKAYA, 1996, p.104)

Apesar das preocupantes constatações até então apontadas, o grupo de alunos-formandos se mostrou capaz de avaliar, de forma realista, diversos problemas da educação pública, nas discussões desenvolvidas sobre os contextos escolares, o que revelou possuírem algum conhecimento sobre a realidade da prática educativa e dos problemas com os quais se deparam os professores.

Quanto ao conhecimento pedagógico do conteúdo, que como já vimos anteriormente é o “conhecimento mestre”, que amalgama todos os outros e permite ao professor o ensino do conteúdo de forma mais significativa, é previsto e muito provável que as lacunas advindas dos conhecimentos anteriormente mencionados resultem em prejuízo ao professor para elaborar este tipo de conhecimento, que ocorre por meio do processo de raciocínio pedagógico.

Neste sentido, Grossman, Wilson e Shulman (1989, p. 5) ainda destacam que “[...] o conhecimento do conteúdo de um cientista é diferente do conhecimento do conteúdo de um professor, já que os professores precisam “psicologizar” o conteúdo para os seus alunos.” O significado do termo “psicologizar” é utilizado no sentido de ter o conhecimento psicológico sobre como se dão as relações do indivíduo com os objetos da aprendizagem, para conduzir situações de ensino que serão mais significativas conforme a qualidade do domínio que este professor possui sobre a base de conhecimentos necessários ao ensino.

Cabe ainda ressaltar que parte significativa das questões que definem e sob as quais os sistemas de ensino se conformam, são emanadas de decisões institucionais às quais, via de regra, não são dadas ao professor vias de acesso para discussão nem qualquer possibilidade de interferência direta para mudança substancial das diretrizes sob as quais exerce seu fazer profissional. Neste sentido, os sujeitos de nossa pesquisa pontuaram os problemas de espaço físico, as próprias políticas de distribuição de materiais escolares (livros didáticos, kit escolar, etc.), o número excessivo de alunos por sala, as políticas de progressão automática, explícitas e implícitas, que são praticadas nos contextos escolares, entre outras tantas já apontadas ao longo dos relatos que foram aqui dissertados.

É evidente, portanto, que a realidade não nos auxilia para uma mudança, pois em tais condições, "[...] o professor pode planejar pouco e tem que executar sempre o plano nas condições reais de trabalho". (SACRISTÁN, 1998, p.170), e a complexidade de seu trabalho não pode e nem está sendo aqui banalizada.

Ao contrário, como Sacristán (1998, p.171), compreendemos que "O docente, como profissional, se defronta com situações únicas, incertas e conflitivas, no sentido que não existe uma só e discutível forma de abordá-las que se considere correta" e para enfrentá-las necessita de autonomia e preparo intelectual, profissional, humano e social, visto que, "Uma formação pouco sólida, tanto no terreno cultural ou científico como no estritamente profissional ou pedagógico, facilita [...] acomodação às instâncias políticas, burocráticas e aos meios didáticos elaborados fora da escola".

Se para nós está claro que ao professor não podem ser debitadas todas as mazelas da educação escolar, mais claro ainda está, que é em seu trabalho como profissional de educação que se encontra a possibilidade de colocar em movimento o processo de ensino-aprendizagem, e, consequentemente de formação da personalidade do indivíduo enquanto ser social, que tanto pode mudar como perpetuar o "status quo", dependendo da essência da educação que pratica.

Assim, aos cursos de formação inicial e continuada cabe a responsabilidade de garantir aos professores preparo para planejar, estruturar e colocar em prática um ensino bem fundamentado, que seja não só atraente mas que possibilite aos alunos oportunidades de vivências, tomadas de decisões e ampliem suas capacidades para criar situações problematizadoras e desafiadoras nos contextos de sua aprendizagem. Isso significa dar ao professor possibilidade para desenvolver novas percepções sobre caminhos do ensino-aprendizagem para as práticas com seus futuros alunos, diferenciados daqueles tradicionalmente pensados. Esses se constituem, segundo Libâneo e Alves (2012), elementos básicos que marcariam apenas o início de uma trajetória profissional voltada para o exercício de um ensino com significado.

O esboço de tal quadro passa, ainda, pelo acompanhamento cuidadoso do desenvolvimento dos alunos quanto à capacidade para selecionar recursos materiais e humanos adequados ao preparo das atividades didático-pedagógicas, de modo a esclarecer dificuldades que poderão ser encontradas por seus aprendizes, além do desenvolvimento da capacidade para ir além dos recursos disponibilizados no espaço escolar. Conclui-se, enfim, que uma formação que valorize "uma compreensão apropriada do conhecimento - base na educação, as fontes para este conhecimento, e as complexidades dos processos pedagógicos" torna "mais provável o surgimento de profissionais com excelência pedagógica." (SHULMAN, 1987, p.22) e implica em uma formação inicial mais abrangente do que aquela com a qual partilharam os sujeitos dessa nossa pesquisa, para formação de um indivíduo mais preparado ao exercício de sua profissão.

Consideramos ainda, que as dificuldades enfrentadas pelo pesquisador no início de sua carreira docente, apontadas nos relatos iniciais dessa dissertação, tendem a ser também enfrentadas pela maior parte dos formandos que frequentam cursos de formação inicial de professores de Matemática ministrados nos mesmos moldes das evidências aqui destacadas.

A busca de explicações para tais dificuldades, proposta no objetivo desta pesquisa, propiciou a compreensão de que, mesmo que a formação inicial do professor de Matemática não venha a ser a única fonte de formação para seu exercício profissional, e ainda que não se possa pretender que dela emerjam todas as soluções para a prática pedagógica, tal formação não tem cumprido com as condições mínimas para a legítima inserção de seus formandos nos contextos educacionais em que seu fazer profissional deveria se legitimar.

Apesar de não desconsiderarmos que os cursos de Bacharelado são uma vertente de formação de profissionais que poderão seguir a carreira universitária e se tornarão professores formadores daqueles que atuarão no ensino fundamental e médio, é inconcebível que justamente os cursos credenciados como licenciatura, se desenvolvam extremamente desconectados da realidade na qual seus egressos passarão a atuar, quando esta deveria ser a sua principal preocupação, que se oficialmente documentada como condição para seu credenciamento, na prática tem sido, realmente, pouco cuidada, quando analisamos os desvios trilhados nas entranhas de sua materialização.

Ficou claro que a licenciatura pesquisada comunga com as considerações de Gatti (2009), sobre uma significativa desvalorização de disciplinas de formação humana, além de uma grande desarticulação da teoria com a prática. Esperamos, por fim, que a pesquisa nos auxilie a pensar na educação de forma bem abrangente, e não simplesmente deixando a culpa do fracasso escolar somente ao professor, ou a escola, ou as políticas, ao currículo, a formação inicial, etc.

Para que possamos visualizar as mudanças necessárias ao estabelecimento de escolas formadoras de opinião e de desenvolvimento intelectual de professores e não meras reprodutoras de procedimentos técnicos, é necessário que se busque compreender a formação e a escola a partir do conjunto dos elementos geradores.

Vemos a necessidade de que grandes mudanças venham a ocorrer para chegarmos a ter ensino de qualidade, tanto nas universidades como nas escolas, mas apontaremos aqui algumas das que se destacaram como geradoras dos problemas de formação dos alunos-formandos observados.

Em termos de melhorar os conhecimentos dos professores, estas mudanças incluem desde formação mais conceitual e menos técnica, diferente da formação que os alunos-formandos tiveram nesta pesquisa, o que inclui maior valorização das matérias pedagógicas, não as deixando isoladas, mas integradas com as disciplinas de conteúdo específico; integração curricular entre as licenciaturas que possam auxiliar na formação para o ensino; exploração dos conteúdos matemáticos, dos quais vão lecionar, de forma aprofundada e não puramente técnica; valorização do estágio, permitindo maior integração dos alunos com seu futuro ambiente de trabalho; disciplinas que valorizem um estudo dos currículos escolares.

Quanto às condições de trabalho nas escolas, entre as necessidades apontadas pelos alunos-formandos pontuamos que as salas de aula precisam comportar os alunos em espaços adequados em termos de ventilação, iluminação, higiene e com mobiliário suficiente e em condições de utilização; recursos materiais disponíveis para comunicação escrita, falada, audiovisual e outros (data show, dvd, etc.) para que o professor não perca tempo mobilizando alunos de um canto para outro; aparato tecnológico para o professor dentro de cada sala de aula; recursos para minimizar as condições climáticas, principalmente as de temperatura; maior tempo de planejamento dentro da escola, com salas equipadas para tal ação; menor número de alunos por sala, propiciando maior interação entre professor e aluno; melhores salários.

Por tudo isso, fica evidente a necessidade de se repensar, além da estrutura física dos contextos em que a educação se desenvolve, a própria estrutura de seu desenvolvimento, para que possamos evoluir e caminhar para uma nação intelectualmente mais desenvolvida, contando com professores que, segundo Libâneo e Alves (2012), precisam ir além de ser competentes e sejam capazes de desenvolver competências. Fica claro, acima de tudo, que para batalhar por mudanças dessa magnitude é necessário muito mais do que saber Matemática, como defendem algumas instâncias mais conservadoras desse campo do conhecimento. É necessário amplo conhecimento das teorias que embasam os modelos educacionais para discernir aquelas que definem e caracterizam as políticas educacionais vigentes das que orientam o perfil de educação que os educadores almejam para a sociedade da qual fazem parte.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. 4.ed. Lisboa: Edições 70, 2008.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática:** 9° ano**.** 6.ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BRASIL. GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS: PNLD 2011: **Matemática**. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** n. 9394. Brasília, 1996.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2).

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.148 p.

CARMO, Manfredo Perdigão; MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo. **Trigonometria - Números Complexos.** 3.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

CARVALHO, M. E. P. Escola como extensão da família ou família como extensão da escola? O dever de casa e as relações família-escola. **Revista Brasileira de Educação,** *25*, 94-104, 2004.

CARVALHO, M. E. P. Relações entre Família e Escola e suas Implicações de gênero. **Cadernos de Pesquisa**, nº 110, p. 143-155, julho/ 2000.

CURI, Edda. **Formação de Professores de Matemática**: Realidade presente e perspectivas futuras. Dissertação (Mestrado) – PUC, São Paulo, 2000.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental**. Tese de doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2007.

DUARTE, A. C. S; FANK, A; CARVALHO, P. H.S. Os Desafios Educacionais Contemporâneos e os Conteúdos Escolares: Reflexões na Organização da Proposta Pedagógica Curricular e a Especificidade da Escola Pública. **Texto elaborado para a Semana Pedagógica Descentralizada nas escolas**/julho de 2008. Coordenação de Gestão Escolar CGE/SEED-PR, 2008.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Uma história concisa da Matemática no Brasil.** 2.ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 2011.

ENNIS, C. Knowledge and beliefs underlying curricular expertise. **Quest, Champaign**, v.46, n.2, p.164-75, 1994.

FONTANA, Andrea; FREY, James H. Interviewing: the art of science. In: DENZIN, Norman Yvonna (eds.) **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks, California-EUA: Sage, 1994.

GARNIER, Catherine; BEDNARZ, Nadine; ULANOVSKAYA, Irina. **Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista**. Escola russa e ocidental. Porto Alegre, Artes Médicas, 1996.

GASPARINI, Sandra Maria; BARRETO, Sandhi Maria; ASSUNÇÃO, Ada Ávila. O Professor, as Condições de Trabalho e os Efeitos sobre sua Saúde. **Educação e Pesquisa,** São Paulo, v. 31, n. 2, p. 189-199, maio/ago. 2005.

GATTI, Bernardete A.; NUNES, Marina Muniz Rossa. **Formação de Professores para o Ensino Fundamental**: Estudo de currículos das licenciaturas em Pedagogia, Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas. São Paulo: FCC/DPE, 2009.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática:** 9°ano - Ed. Renovada. São Paulo: FDT, 2009.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **Dimensões Históricas na Formação de Professores que Ensinam Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

GROSSMAN, P. L.; WILSON, S. M.; & SHULMAN, L. (1989). Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. In M. C. Reynolds (Ed.). **Knowledge base for the beginning teacher** (pp. 23-36). Oxford: Pergamon Press.

GUELLI, Oscar. **Dando Corda na Trigonometria**. 9.ed. São Paulo: Ática, 2000.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens.** 4.ed – reimpressão. trad. João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2000.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e Realidade:** 9° ano. 6.ed. São Paulo: Atual, 2009.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática:** 9°ano. 1.ed. São Paulo: Moderna, 2009.

KENNEDY, Edward S. **Tópicos de História da Matemática para Uso em Sala de Aula**: Trigonometria. São Paulo: Atual, 1992.

LIBÂNEO, Jose Carlos; ALVES, Nilda. **Temas de Pedagogia:** Diálogos entre Didática e Currículo. São Paulo: Cortez, 2012.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática**: Uma nova introdução. São Paulo: EDUC, 2010.

MIZUKAMI, M.G.N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. Shulman. **Revista do Centro de Educação***,* Universidade Federal de Santa Maria, RS, v.1, n. 29, nº. 2, 2004.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. **A Formação Matemática do Professor:** Licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti. **O Conhecimento Matemático do Professor:** Formação na Licenciatura e Prática Docente na Escola Básica. Tese (Doutorado) – UFMG, 2004.

OLIVEIRA, Adriana Barbosa. **Prática Pedagógica e Conhecimentos Específicos**: um estudo com um professor de matemática no início de docência. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UFMS, Campo Grande, 2010.

OLIVEIRA, R.L.G. Reflexões sobre a Indisciplina Escolar a partir de sua diversidade conceitual. In: **IX Congresso Nacional de Educação e Terceiro Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia**, Anais 2009, Curitiba, PR. PUCPR, 2009. p. 4503 – 4514.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática***:* uma análise da influência francesa*.* Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PONTE, João Pedro. A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista.** nº 11 A, pp. 3-8. (revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática), 2002.

RAMOS, Valmor; GRACA, Amândio Braga dos Santos; NASCIMENTO, Juarez Vieira do. O conhecimento pedagógico do conteúdo: estrutura e implicações à formação em educação física. **Rev. bras. Educ. Fís. Esp***.* [online]. 2008, vol.22, n.2, pp. 161-171. ISSN 1807-5509.

SACRISTÁN, J. Gimeno. **O Currículo: uma reflexão sobre a prática**. 3. ed. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SAMPAIO, Maria das Mercês Ferreira; MARIN, Alda Junqueira. Precarização do Trabalho Docente e seus Efeitos sobre as Práticas Curriculares. **Educação e Sociedade.** Campinas, vol. 25, n. 89, p. 1203-1225, Set./Dez. 2004.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational Researcher**: Washington, v. 15, n.2, February, 1986. p. 4-14.

SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**. v. 57, n.1 February, 1987. p. 1-22.

SILVA, Camilo R., HORA, Demerval; CHRISTIANO, Maria E.A. **Lingüística e Práticas Pedagógicas.** Santa Maria–RS: Pallotti, 2006.

SILVA, Rúbia Grasiela. **Interações entre Licenciandos em Matemática e Pedagogia:** Um olhar sobre o ensino do tema Grandezas e Medidas. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UFMS, Campo Grande, 2010.

SILVA, Silvio Alves. **Trigonometria no Triângulo Retângulo**: Construindo uma aprendizagem significativa. Dissertação (Mestrado) – USP, São Paulo, 2005.

SOUZA, Neusa Maria Marques; ESPÍNDOLA, Ana Lúcia (orgs.). **Experiências de Formação de Professores: Ensino, Pesquisa e Extensão.** Campo Grande – MS: Ed. UFMS, 2011.

VALENTE, José Armando. Por que o Computador na Educação. **Computadores e Conhecimento: repensando a educação**. Campinas, SP: Ed. da UNICAMP, 1993. Disponível em: <http://pan.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas.php>. Acesso em 10 out. de 2012.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil 1730-1930**. 2.ed. São Paulo: Annablume: FAPESP, 2007.

WILSON, S.; SHULMAN, L. S.; RICHERT, A. E. 150 ways of knowing: Representations of knowledge in teaching. In: CALDERHEAD, J. (Ed.). **Exploring teachers' thinking.** Grã-Bretanha: Cassel Educational limited, 1987. p. 104-124.

APÊNDICES

APÊNDICE 1
Questionário Inicial

Projeto:
Trigonometria no Triangulo Retângulo - Recursos para seu ensino

1) O que você entende por “ser um professor”?
2) Por que você escolheu fazer um curso de Licenciatura em Matemática? O que foi levado em conta nesta decisão?
3) O que você entende por trigonometria?
4) O que você entende por seno?
5) Você acha que teve uma boa trigonometria no ensino médio? Como foi? Você se lembra de alguma coisa?
6) Dado o triângulo retângulo abaixo, calcule:

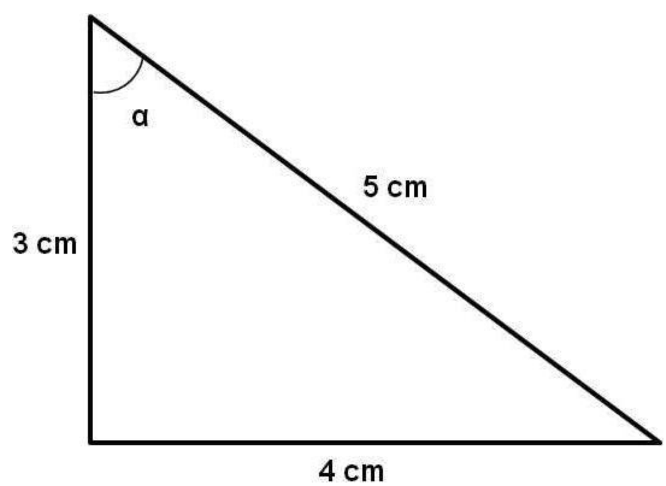

Figura 32 Triângulo Retângulo 3, 4 e 5 cm

a) sen α
b) cos α
c) tg α
7) Qual o valor numérico da expressão: $sen^2\alpha + \cos^2\alpha$? Você consegue demonstrar? Em caso afirmativo demonstre.
8) Por que você acha importante estudar trigonometria? Tem alguma aplicação no nosso cotidiano?
9) Você conhece algum programa de computador que pode auxiliar no ensino de trigonometria? Em caso afirmativo cite suas vantagens.
10) Você conhece algum jogo ou material manipulável para o ensino de trigonometria? Qual sua importância?
11) O que você considera importante para o aluno saber antes de aprender trigonometria?

12) Você conhece a história da trigonometria? Você considera importante conhecer para poder ensinar?
13) Como vc justificaria a presença da trigonometria no currículo da educação básica? Justifique.
14) Como você avalia a formação de trigonometria que está recebendo no seu Curso de Licenciatura?Justifique.
15) No seu estágio você lecionou ou assistiu alguma aula de trigonometria? E fora do estágio (especifique em caso afirmativo)?
16) Para ensinar trigonometria hoje, você se espelharia em algum professor que já teve? Justifique.
17) Como você avalia as condições de trabalho do professor?(salas de aula, quantidade de alunos, recursos, carga horária de serviço, etc.).
18) Você se sente preparado para ensinar trigonometria na educação básica? Justifique.

APÊNDICE 2
Folha de Atividade 1

Atividade 1 - A altura da árvore

Aluno:________________________________

Distância sua da árvore	Ângulo medido	Sua altura

Cálculo da tangente

APÊNDICE 3
Folha de Atividade 2

Atividade 2 – Caminho para o Curral Aluno:_____________________________________
Qual a distância da fazenda até o curral?
Como achar a direção que devem seguir?
Como usar a semelhança de triângulos para resolver este problema?

Questões
1. O que você achou do vídeo?
2. Você considera importante esse tipo de contextualização (trazer a Matemática para questões do cotidiano do aluno) importante para ser feita?
3. Você acha que os alunos do ensino médio poderiam resolver esta questão com facilidade?Justifique.
4. Você acha que os professores de rede pública tem acesso fácil a esses vídeos?
5. Você tinha já tinha pensado na trigonometria para resolver esse tipo de situação?
6. Você acha que os livros escolares trazem exercícios deste tipo? Justifique.

APÊNDICE 4
Folha de Atividade 3

Atividade 3 – O Problema do Navio Aluno:___________________________________