

THAÍS COELHO DO NASCIMENTO SILVA

**UM ESTUDO DE CONCEITOS DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL
POR ALUNOS DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL MEDIANTE O USO
DE JOGOS**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Campo Grande / MS
2014**

[Digite texto]

THAÍS COELHO DO NASCIMENTO SILVA

**UM ESTUDO DE CONCEITOS DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL
POR ALUNOS DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL MEDIANTE O USO
DE JOGOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, à Comissão Julgadora da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, sob orientação do Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Campo Grande / MS
2014**

THAÍS COELHO DO NASCIMENTO SILVA

**UM ESTUDO DE CONCEITOS DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL
POR ALUNOS DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL MEDIANTE O USO
DE JOGOS**

Dissertação apresentada ao curso de
Mestrado em Educação Matemática, da
Universidade Federal de Mato Grosso
do Sul, como requisito parcial do grau
em mestre em Educação Matemática.

Campo Grande, MS _____ de _____ de 2014.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Profa. Dra. Neusa Maria Marques de Souza
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Profa. Dra. Gladys Denise Wielewski
Universidade Federal de Mato Grosso

*Dedico este trabalho à minha família,
que me incentivou e me fez acreditar
que conseguiria.*

[Digite texto]

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas pela orientação, confiança, compreensão, paciência e pelas várias contribuições valiosas ao meu trabalho.

À Profa. Dra. Neusa Maria Marques e Profa Dra. Gladys Denise Wielewski pelas contribuições e participação para aperfeiçoamento do trabalho.

À minha amiga Naiara Fonseca de Souza pelas inúmeras discussões realizadas e por sua participação nessa fase da minha vida.

À minha colega de turma Edinalva Sakai pelas caronas e auxílio nas experimentações realizadas.

A todos os meus colegas de turma pelas discussões, contribuições, risos e aprendizados conquistados durante esse período.

À escola em que as experimentações foram feitas. Às professoras por cederem a turma na qual foram aplicadas as atividades e aos alunos participantes da pesquisa por sua agradável e divertida presença.

À minha família: minha mãe Goreti, minhas irmãs Laís (que me ajudou na formatação do trabalho) e Tatiane, tia Bal, Maya e Zelda, pelo amor, carinho e compreensão a mim dedicados. Em especial ao meu pai (*in memoriam*), que me faz tanta falta com seus ensinamentos e histórias.

Agradeço a todos os amigos e familiares que me apoiaram e compreenderam meu período de ausência.

RESUMO

O objetivo dessa pesquisa é investigar conhecimentos de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública referente ao sistema de numeração decimal (SND). Para tanto, analisamos conceitos e propriedades mobilizados pelos alunos observados, por meio da análise de registros utilizados durante atividades com jogos, com base na teoria Registros de Representação Semiótica de Duval. Durante a realização desses jogos analisamos registros numéricos, registro da língua natural, bem como representações próprias dos alunos nos cálculos realizados. Como metodologia de pesquisa nos valem da Engenharia Didática, descrita por Artigue, sendo composta de quatro fases: análises preliminares, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*. Inicialmente foi feito um estudo de contribuições e limitações a respeito dos jogos e quais contribuições podem trazer para o desenvolvimento e aprendizagem da criança. Analisamos também alguns tipos de jogos a serem utilizados ou adaptados para a pesquisa. A fase experimental da pesquisa se realizou em uma escola municipal da cidade de Campo Grande/MS. Como resultados, podemos afirmar que além do registro numérico ensinado pela escola, algumas crianças utilizaram registros próprios para manipulação dos pontos obtidos nos jogos em que estiveram envolvidas. Constatamos ainda que os alunos muitas vezes trabalham com a representação do número em seu registro numérico sem compreensão das propriedades do sistema de numeração decimal.

Palavras chave: Ensino Fundamental. Jogos. Sistema de Numeração Decimal. Representações Semióticas.

ABSTRACT

The objective of this research is to investigate knowledge of students in the 4th grade of elementary school to a public school concerning the decimal numbering system (SND). To this end, we analyze concepts and properties mobilized by students in the 4th year, through the analysis of Registers of Semiotic Representation of Duval. During the execution of those games we analyze numerical records, record of natural language, as well as their own representations of students in calculations. As research methodology we followed of Didactic Engineering, described by Artigue, consisting of four phases: preliminary analyzes, a priori analysis, experimentation and a posteriori analysis. Initially a study was made contributions and limitations about the games and what contributions they can bring to the development and learning of children. We analyze certain types of games to be used or adapted for research. The experimental phase of the research took place in a public school of the city of Campo Grande/MS. As a result, we can see that besides the numerical record taught by the school, some children used their own records for manipulation of points obtained in the matches involved. Also found that students often work with the representation of the number in its numeric record without understanding the properties of decimal number system.

Key Words: Elementary School System. Games. Decimal Number System. Semiotic Representation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Classificação dos tipos de registros semióticos	20
Figura 2: Estrutura da representação em função da conceitualização.	21
Figura 3: Divisão das ordens no número.	43
Figura 4: Atividade de agrupamentos e trocas por meio da contagem de dinheiro.....	45
Figura 5: Contextualização das ordens do número.....	47
Figura 6: Atividade de agrupamentos por meio da contagem de dinheiro.....	48
Figura 7: Folha de cartolina do jogo <i>Tiro ao alvo</i>	52
Figura 8: Fichas do <i>Jogo das Cartas</i>	73

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Tabela de pontuação 01.....	54
Quadro 2: Tabela de pontuação 02.....	59
Quadro 3: Exemplificação da estratégia E ₄	80
Quadro 4: Exemplificação da estratégia E ₁	83
Quadro 5: Análise da resolução da ficha d dos alunos B, D, P e J.....	90

LISTA DE PROTOCOLOS

Protocolo 1: Tabela de pontos do aluno D ₁	60
Protocolo 2: Tabela de pontos do aluno JC.....	64
Protocolo 3: Tabela de pontos da aluna L.	65
Protocolo 4: Soma dos pontos da aluna L.	66
Protocolo 5: Tabela de pontos do aluno Z.....	68
Protocolo 6: Resolução da ficha d dos alunos 1:B; 2: D; 3:P e 4:J.	89
Protocolo 7: Resolução da ficha a da aluna G.....	93

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
Questões norteadoras	15
Objetivos Gerais e Específicos	16
CAPÍTULO 1 – APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS	18
1.1 Registros de Representação Semiótica	18
1.2 Engenharia Didática.....	21
CAPÍTULO 2 – JOGOS E O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL	24
2.1 Jogos	24
2.1.1 O jogo como elemento da cultura	26
2.1.2 Os tipos de jogos e o desenvolvimento da criança.....	27
2.1.3 O jogo como recurso didático	29
2.1.4 Características de jogo na pesquisa.....	31
2.2 Sistema de Numeração Decimal	32
2.2.1 Aspectos que podem influenciar nas dificuldades dos alunos no SND	34
2.2.2 Sistema de Numeração Decimal no Ensino Fundamental	36
2.2.3 O Registro de Representação no SND	39
2.2.4 Análise de Livros Didáticos	41
CAPÍTULO 3 – A EXPERIMENTAÇÃO REALIZADA	50
3.1 Jogo Tiro ao Alvo	51
3.1.1– Análise <i>a priori</i>	53
3.1.2 Experimentação e análise <i>a posteriori</i>	59
3.2 Jogo das Cartas	70
3.2.1 Análise <i>a priori</i>	70
3.2.2 Experimentação e análise <i>a posteriori</i>	72
3.3 Jogo de composição de números	74
3.3.1 Análise <i>a priori</i>	74
3.3.2 Experimentação e análise <i>a posteriori</i>	88
CONSIDERAÇÕES FINAIS	99
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103

INTRODUÇÃO

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997), os conhecimentos dos números naturais são construídos num processo em que eles aparecem como um instrumento útil para resolver problemas e como um objeto que pode ser estudado em si mesmo.

Cotidianamente fazemos uso de números, seja em contagem ou para designar quantidades. A criança antes mesmo de entrar na escola já tem noções de números pelo próprio contexto em que está inserida: o troco nas compras, a quantidade de objetos nas brincadeiras, a numeração das casas etc.

Assim, o objeto matemático por nós escolhido é de fundamental importância, não só pelo contexto matemático como também pelo uso diário usado em diversas ações. Nunes (2009, p.33) afirma:

O sistema de numeração nos permite registrar as quantidades de maneira mais exata do que a percepção e nos lembrarmos dessas quantidades quando precisarmos. Os sistemas de numeração amplificam nossa capacidade de raciocinar sobre quantidades. Portanto, os sistemas de numeração são necessários para que os alunos venham a desenvolver sua inteligência no âmbito da matemática, usando os instrumentos que a sociedade lhes oferece.

Entretanto, vários estudos mostram as dificuldades das crianças na compreensão das ideias do número e do sistema numérico de base dez (KAMII, 1990; NUNES, 2009) e ainda outros estudos acerca das dificuldades da conceituação do número nas notações numéricas (AGRANIONIH, 2008; BRANDT, 2005, LERNER, SADOVSKY, 1996).

O pensamento abstrato, importante no desenvolvimento escolar e particularmente no desenvolvimento da matemática, pode ser constituído pelo uso de situações imaginárias, sendo que os jogos também propiciam essas situações. Segundo Vigotski: “a ação numa situação imaginária ensina a criança a dirigir seu comportamento não somente pela percepção imediata dos objetos ou pela situação que a afeta de imediato, como também pelo significado dessa situação” (VIGOTSKI, 1998, p.125).

Nossa escolha coaduna com o interesse de Muniz (2010, p. 26) em se trabalhar jogos e aprendizagem matemática: “o interesse pelos estudos da relação entre jogos e

aprendizagem matemática sustenta-se na possibilidade de que todos os alunos possam, por meio dos jogos, se envolverem mais na realização de atividades matemáticas”.

Muitos estudos apontam a contribuição do uso de jogos atrelado ao ensino, em especial ao ensino da matemática (BRENELLI, 1993; GRANDO, 1995, 2010; SILVA, 2009). Podemos ainda tomar novamente como referência os PCN (1997), que afirmam que o jogo pode ter potencialidade educativa, podendo trazer interesse e prazer em estudar matemática nesse nível de escolaridade - se referindo ao ensino fundamental.

Além disso, os jogos e as brincadeiras acompanham as crianças desde o início da vida delas. Piaget (1978, p.119), tendo o apoio de vários estudiosos chega a conclusão de que “[...] tudo é jogo durante os primeiros meses de existência, à parte algumas exceções, apenas, como a nutrição ou certas emoções como o medo e a cólera” e ainda, que os jogos acompanham as crianças desde a infância até à maturidade.

Logo após terminar minha licenciatura tive uma breve experiência profissional no Ensino Fundamental, em que trabalhei por dois anos com quintos anos¹. Mesmo com o pouco tempo trabalhado, lembro-me das muitas vezes em que ficava angustiada quando os alunos me davam respostas nas aulas como “três dividido por um é igual a um”, pois demonstravam que eles encontravam dificuldades com noções matemáticas básicas presentes na operação.

Constantemente ficava repensando minha prática em sala de aula para modificar tal situação. Mas o que acabava fazendo era sempre do modo tradicional, como fazer listas de exercícios para os alunos com mais dificuldades. O que geralmente era insuficiente para o progresso da aprendizagem.

Assim, eu acreditava na possibilidade de se realizar um trabalho diferenciado com os alunos do 1º ciclo do ensino fundamental, por exemplo, utilizando jogos como recurso didático, já que se trata de crianças que gozam da infância e sentem necessidade de vivenciar esse aspecto lúdico. Hoje, após os estudos para esta pesquisa, posso afirmar que o uso de jogos pode ser um importante recurso à aprendizagem e que não tem idade delimitada para utilizá-lo. Foi com esse pensamento que surgiu a ideia do meu projeto de mestrado.

¹ Com a ampliação do Ensino Fundamental para nove anos em 2010, passou-se a designar por anos escolares e não mais por séries, sendo definido assim: 1º ano; 1ª série = 2º ano; 2ª série = 3º ano; 3ª série = 4º ano; 4ª série = 5º ano; 5ª série = 6º ano; 6ª série = 7º ano; 7ª série = 8º ano e 8ª série = 9º ano. Essa organização se divide em dois ciclos, onde o primeiro consiste do 1º ao 5º ano e o segundo do 6º ao 9º ano.

Essa ideia se juntou também ao meu desejo de trabalhar com as crianças dos anos iniciais, em decorrência de ter feito magistério antes de entrar na licenciatura em Matemática, além disso, admirava os professores que regiam as aulas tendo que trabalhar com todas as disciplinas e principalmente por alfabetizar as crianças. Assim, a proposta com jogos se deu por meu interesse nessa faixa de escolaridade e por acreditar que por serem crianças e viverem um contexto lúdico, um trabalho com jogos seria uma boa forma de contribuir com a aprendizagem de conceitos matemáticos.

Posto isso, meu projeto de seleção de mestrado em Educação Matemática foi sobre o uso de jogos matemáticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Com os estudos realizados durante o curso, na reelaboração e afinamento do projeto da pesquisa, decidimos investigar conhecimentos dos alunos relativos ao Sistema de Numeração Decimal (SND) por meio dos registros que os alunos mobilizavam durante o uso de jogos.

Nesse sentido, acreditamos que estudar as representações semióticas que os alunos utilizam nas atividades de jogo pode ser um recurso ao professor como forma de avaliar, bem como produzir condições para a aprendizagem das crianças. Segundo Macedo et al (1997, p. 45)

[...] criar formas de registro para posterior análise é um instrumento valioso, na medida em que lhe permite conhecer melhor seus alunos, identificando eventuais dificuldades e oferecer condições para a criança reavaliar ações passadas, podendo criar novas estratégias e até mesmo modificar os resultados.

Certamente, por meio das produções realizadas em situações de jogo, o aluno mobilizará conhecimentos matemáticos já presentes em seu repertório de conhecimentos matemáticos. Segundo Luvison (2011, p.17):

Através da ludicidade, a criança participa de um ambiente de múltiplas linguagens, como a oral, a escrita, a gestual, a artística e a musical. No ambiente de brincadeira, a criança encontra sua essência, transcendendo para um contexto que lhe é próprio, no qual é possível atribuir significados, elaborar estratégias e refletir sobre inúmeras possibilidades e abstrações.

Para tanto, também investigamos contribuições que o jogo pode ter para a mobilização de conceitos e registros no processo de construção do SND, assim como quais aportes que o jogo propicia ao professor para verificar os conceitos e dificuldades acerca do objeto matemático de seus alunos.

Nesse sentido, a análise da produção dos alunos na atividade do jogo foi feita com base na teoria dos Registros de Representação Semiótica como meio de investigar o SND. Teixeira (1996, p.199) afirma que:

[...] a análise de conceituação tendo em vista o papel das diferentes formas simbólicas utilizadas nas atividades de numeração, mais particularmente da numeração posicional e da tradução não tem sentido se não recorrermos a uma teoria de representação.

O estudo dos registros produzidos pelos alunos nos permitiu analisar sua compreensão das regularidades do sistema de numeração decimal. Lerner e Sadovsky (1996) afirmam que essa análise é uma fonte insubstituível do progresso dos alunos na compreensão das leis do sistema por parte deles.

Os PCN (1997) também mencionam a respeito das representações produzidas pelos alunos e sua evolução no decorrer do período escolar:

Eles também se utilizam de representações tanto para interpretar o problema como para comunicar sua estratégia de resolução. Essas representações evoluem de formas pictóricas (desenhos com detalhes nem sempre relevantes para a situação) para representações simbólicas, aproximando-se cada vez mais das representações matemáticas. (BRASIL, 1997, p. 45).

Foi nesse sentido que propomos e desenvolvemos nossa pesquisa, acreditando que os jogos pudessem nos auxiliar como um meio para obtenção dos dados da pesquisa.

Questões norteadoras

Definimos então como objeto de pesquisa **os conhecimentos do SND e registros de representação semiótica utilizados por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental mediante o uso de jogos**. Logo, como só podemos ter acesso ao objeto matemático por meio de suas representações, definimos algumas questões norteadoras que nos ajudaram a atingir nosso objetivo.

- Quais conhecimentos do SND os alunos manifestam durante a atividade de jogos?
- Quais registros de representação semiótica são mobilizados por alunos do 4º ano em situações de jogo envolvendo conceitos do SND?

- Quais as principais dificuldades que os alunos encontram em relação ao SND durante a realização de jogos?

As questões apresentadas nos levaram à construção da problemática da pesquisa: **quais conhecimentos do SND que alunos do 4º ano manifestam por meio dos registros em situação de jogo?**

Objetivos Gerais e Específicos

A partir das questões norteadoras que nos levaram a delimitar nossa questão de pesquisa, definimos nosso objetivo geral **investigar conhecimentos do sistema de numeração decimal de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental por meio dos registros na utilização de jogos.**

Para atingir o objetivo geral definimos como objetivos específicos:

- **Identificar e analisar dificuldades dos alunos na mobilização dos registros envolvendo conceitos do SND;**
- **Analisar as conversões e tratamentos dos registros mobilizados,**
- **Analisar o uso de alguns jogos para investigação do conhecimento do SND pelos alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.**

Com relação ao primeiro objetivo, o nosso foco de análise foi as dificuldades dos alunos em mobilizar um determinado conceito no decorrer do jogo. Queremos ressaltar que os alunos participantes da pesquisa foram também participantes das atividades de reforço da escola escolhida para a experimentação. Acreditamos que a mobilização do SND ocorreu porque os mesmos já foram apresentados em outras situações ao conceito. Desse modo, analisamos se o aluno se utilizou de técnicas para as atividades referentes ao SND ou se realmente compreendia o conceito.

Ainda no que concerne ao primeiro objetivo, identificamos e analisamos os registros produzidos pelos alunos, durante as atividades com jogos. Assim, os registros foram aqueles que os alunos utilizaram durante os jogos, seja enquanto comunicavam aos demais a sua pontuação ou como fez para marcar os pontos obtidos no papel. Dessa forma, os registros analisados foram o registro da língua natural oral e o registro escrito, sendo que esse pode ser o registro numérico ou marcas de unidade, representando a quantidade conseguida por meio de traços ou outro esquema.

[Digite texto]

Ao analisarmos a utilização de diferentes registros durante as atividades desenvolvidas com jogos verificamos como eles representavam a quantidade de pontos obtidos e se realizavam os devidos tratamentos pertinentes ao registro de representação do sistema de numeração decimal. No segundo objetivo analisamos ainda as conversões realizadas de um registro ao outro, pelos alunos, nas situações propostas por meio do jogo.

No terceiro e último objetivo, nosso interesse foi analisar o uso de jogos como recurso didático, pois ao jogarem, os alunos precisam representar a quantidade de pontos obtidos a cada jogada, o que permite analisar registros que utilizam, bem como dificuldades com o sistema de numeração decimal. Enfim, analisamos ainda como os alunos, durante a prática dos jogos, mobilizaram representações, conceitos e propriedades inerentes ao sistema de numeração decimal.

No primeiro capítulo que segue, apresentamos os referenciais teóricos e metodológicos utilizados na pesquisa. No desenvolvimento desse capítulo trazemos também algumas reflexões feitas, esperando contribuir com uma maior compreensão das escolhas adotadas no presente trabalho.

CAPÍTULO 1 – APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

1.1 Registros de Representação Semiótica

A teoria de Registro de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval (2011) é uma teoria cognitivista utilizada em estudos que objetivam estudar a aquisição do conhecimento matemático.

A matemática é uma ciência abstrata onde só podemos trabalhar com seus objetos através de suas representações. A única forma que permite o manuseio dos conceitos matemáticos é por meio das representações semióticas. Damm (2010, p.170) afirma que

[...] as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos é bastante significativa, pois permite a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento.

As várias representações de um mesmo objeto matemático exprimem propriedades diferentes em cada registro de representação. Desse modo, seria necessário que o aluno compreendesse as diversas propriedades existentes em cada registro de representação particular, para assim compreender os conceitos inerentes ao objeto matemático. Segundo Duval (2012, p.267), “a distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática”. É por meio da compreensão do conceito matemático nas diversas representações que ocorre a aprendizagem de um determinado conceito.

Assim, um registro é constituído por um sistema semiótico, formado por um conjunto de signos que tem suas próprias regras de funcionamento e que lhe são internas. Por exemplo, cada língua tem suas próprias regras gramaticais que só cabem internamente a ela utilizá-las.

Nesta teoria, para que um sistema semiótico seja um registro de representação, é preciso:

1 – a formação de uma representação identificável. Para que se tenha uma representação identificável é necessário que as características e os dados de um conteúdo garantam que as representações sejam reconhecidas e identificadas havendo possibilidades para tratamento.

Esta formação identificável não pode ser criada pelo sujeito. Elas são usadas para reconhecimento das representações.

2 – o tratamento de uma representação é feito dentro do mesmo registro de representação. Os tratamentos são ligados à forma que os objetos matemáticos estão representados e não ao seu conceito. Assim, as operações realizadas dentro de cada registro de representação do mesmo objeto matemático são diferentes, pois cada registro exige suas regras próprias de tratamento. Por exemplo:

$$0,25 + 0,25 = 0,50 \text{ (tratamento no registro na representação decimal) e}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ (tratamento no registro na representação fracionária)}$$

3 – a conversão já é a mudança de registro em outro registro. Essa mudança conserva algumas ou todas as propriedades do conteúdo da representação inicial. Por exemplo, sabemos que $0,25 = \frac{1}{4}$. O primeiro registro encontra-se na forma decimal e o segundo na forma fracionária. Ou seja, os dois registros representam o mesmo objeto matemático.

Duval classifica os registros de representação em duas categorias: os registros multifuncionais e os monofuncionais. Os primeiros correspondem aos registros nos quais os tratamentos não são algoritmizáveis, enquanto que os segundos admitem tratamentos por meio de algoritmos. Na figura a seguir podemos observar quais registros de representação fazem parte de cada categoria:

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua Natural Associações verbais (conceituais) Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definições ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos <ul style="list-style-type: none"> • mudanças de sistema de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Figura 1: Classificação dos tipos de registros semióticos

Fonte 1: DUVAL, 2010, p.14.

O autor justifica a necessidade da diversidade de registros de representação para o pensamento humano em três posições:

1 - a economia de tratamento. Esta economia agiliza o trabalho de realização das tarefas.

2 - a complementaridade de registros. Esta complementaridade se dá basicamente pela parcial representação cognitiva do que os registros representam.

3 – a conceitualização implica coordenação de registros de representação.

O que implica a aprendizagem e a conceitualização de um objeto matemático é **a coordenação entre os registros de representação.**

Para Duval, a conceitualização não ocorre automatizada pelos tratamentos, mas sim pela coordenação dos registros. A coordenação de registros é decorrente da **semiose**, ou seja, a apreensão ou a produção de uma representação semiótica que está interligada com a **noesis**, apreensão conceitual do objeto matemático. Assim, "o

[Digite texto]

funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação” (DUVAL, 2012, p. 270). Na figura a seguir, é apresentado um esquema sobre o processo de conceitualização por meio da coordenação de dois registros diferentes.

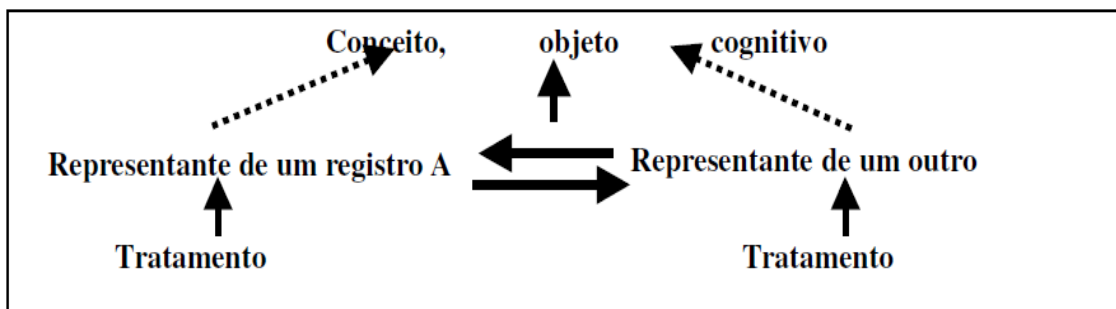


Figura 2: Estrutura da representação em função da conceitualização.

Fonte 2: apud BRANDT, 2005, p. 71.

1.2 Engenharia Didática

Nesse item apresentamos o aporte metodológico por nós utilizado para a elaboração da pesquisa. Assim, tivemos como parâmetros os princípios da Engenharia Didática, descritos por Michelle Artigue (1988), como base metodológica. Essa escolha se deu por acreditarmos ser a mais adequada para elaboração de uma sequência didática visando alcançar o objetivo da pesquisa.

A engenharia didática é uma metodologia de pesquisa que, segundo Machado (2010, p. 233) tem por finalidade analisar as situações didáticas e que fazem parte dos objetos de estudo da didática.

Uma das principais características desta metodologia é quanto à validação dos dados que é feita internamente, ou seja, comparam-se as hipóteses levantadas pelo pesquisador com os dados obtidos na experimentação da pesquisa. Geralmente nas outras metodologias de pesquisa fazem uma validação externamente, comparando os dados com um grupo de controle ou um grupo experimental.

A engenharia didática é constituída de quatro fases: análise preliminar, concepção e análise *a priori*, experimentação e, por fim, a análise *a posteriori* e validação.

Fases da Metodologia Engenharia Didática

Análise preliminar

Na análise preliminar é feito um estudo sobre o panorama geral do assunto a ser estudado na pesquisa, auxiliando o pesquisador na elaboração da sequência didática. Para tal, é feita uma análise da origem do conteúdo em questão, de como o mesmo é ensinado atualmente e seus efeitos. Assim, realizamos um estudo sobre o conteúdo em alguns documentos oficiais como os PCN (1997)², o referencial curricular do estado do Mato Grosso do Sul (2008) e o Guia do PNLD (2012)³.

Nesta fase, faz-se também uma análise das dificuldades e dos erros comumente realizados pelos alunos no processo de aprendizagem do conceito abordado. Para isso, consideramos pesquisas realizadas que abordassem tanto as dificuldades enfrentadas pelos alunos, tanto sobre o conteúdo como também em relação aos registros de representação semiótica. Além disso, realizou-se ainda um estudo a respeito do uso dos jogos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e mais especificamente, do SND.

Segundo Artigue (2000), pode-se retomar e aprofundar as análises realizadas a qualquer momento da pesquisa dependendo da necessidade.

Concepção e análise a priori

Nesta etapa da pesquisa é concebida a sequência de ensino a ser desenvolvida na experimentação e também são escolhidas as variáveis didáticas de acordo com a análise preliminar feita.

As variáveis didáticas podem ser de ordem global ou específica. As variáveis didáticas de ordem global concernem à organização geral da engenharia, elas são chamadas de *variáveis macrodidáticas* ou *globais*. Já as variáveis didáticas de ordem mais específica são denominadas de *variáveis microdidáticas* ou *locais* e determinam a organização feita em uma sessão ou em uma fase.

² PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais.

³ PNLD: Programa Nacional de Livros Didáticos.

A análise a priori é composta pela fase de descrição e de previsão, no qual o objetivo é atingir o conhecimento visado. A previsão é feita antecipando os possíveis comportamentos dos alunos frente aos desafios das situações propostas. Assim, com a descrição realizada é possível dar um significado a esses comportamentos.

Para Artigue (2000, p. 205), o objetivo da análise a priori é:

Determinar de que forma as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos. Para isso, funda-se em hipóteses; será a validação dessas hipóteses que estará, em princípio, indiretamente em jogo no confronto, operado na quarta fase, entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*.

Esta fase da engenharia didática é uma das mais importantes na pesquisa, pois a validação dos dados se apoiará exclusivamente nas hipóteses estudadas.

Experimentação

A experimentação é a fase clássica da pesquisa. É nela que o pesquisador irá aplicar, com os alunos, a sequência de atividades realizadas na análise a priori. Durante a experimentação são coletados os dados realizados pelos alunos, necessários para posterior análise. Esses dados podem ser obtidos por meio da produção dos alunos em sala de aula.

Análise a posteriori e validação

A análise *a posteriori* se apoia exclusivamente nos dados recolhidos durante a realização da experimentação. Já a sua validação se dá no confronto das duas análises: *a priori* e *a posteriori*, onde se validam as hipóteses levantadas durante a investigação.

No próximo capítulo apresentamos um estudo sobre jogos e suas implicações na cultura, no desenvolvimento do indivíduo e como recurso didático, assim como discutiremos também sobre o Sistema de Numeração Decimal.

CAPÍTULO 2 – JOGOS E O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Iniciamos este capítulo com uma breve caracterização do elemento jogo e de sua presença na cultura. Para isso, trazemos alguns tipos de jogos descritos por Piaget (1978) e também argumentos a respeito da presença dos jogos em sala de aula. Por fim, dentro desse tema, caracterizamos o conceito de jogo utilizado na pesquisa.

Também trataremos do Sistema de Numeração Decimal (SND), apresentando suas características, como o mesmo é trabalhado no Ensino Fundamental e algumas dificuldades geralmente enfrentadas pelos alunos durante sua aprendizagem. Tendo como base o referencial teórico, discorreremos sobre o SND e analisamos três livros didáticos sob a luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica.

2.1 Jogos

Inicialmente, tentaremos caracterizar um elemento importante do nosso objeto de pesquisa: o jogo por meio do estudo da obra de Huizinga (2010). Não definiremos o que é jogo, pois de acordo com Grando (1995, p.133) “[...] a busca pela definição poderia limitar seu próprio conceito”.

A prática dos jogos na sociedade remete aos mais remotos tempos da civilização e em seus estudos ele traz o jogo como função social. Segundo Huizinga (2010) “[...] é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve.” e acrescenta ainda que a poesia e o ritual nascem do jogo, assim como a dança e a música eram puro jogo. Logo, o autor afirma que em suas fases primitivas a cultura é um jogo (HUIZINGA, 2010, p. 193).

Uma das características mais interessantes do jogo, e que se aplica principalmente à sua utilização na educação é com relação ao entusiasmo e fascinação que o jogo normalmente produz. O autor supracitado ressalta que a própria essência e característica primordial do jogo está justamente neste fascínio e intensidade que ele pode provocar.

Dentre as características de jogo, apresentaremos algumas descritas em sua obra.

A primeira característica apresentada é a do caráter livre que o jogo deve ter. Ninguém deve ser obrigado a jogar. Segundo Huizinga (2010, p.11), o jogo apresenta “[...] o fato de ser livre, de ser ele próprio liberdade”. Portanto, o jogo é uma atividade voluntária, partindo do interesse de cada indivíduo à ação de jogar sendo possível a qualquer momento interrompê-lo ou postergá-lo.

A segunda característica inerente ao jogo se deve ao fato de ter uma própria realidade fictícia, não estando atrelado à realidade. De acordo com o autor:

Uma segunda característica, intimamente ligada à primeira, é que o jogo não é vida “corrente” nem vida “real”. Pelo contrário, trata-se de uma evasão da vida “real” para uma esfera de atividade com orientação própria. (ibidem, 2010, p.11)

Assim, durante o jogo o jogador tem a consciência de que o que está ocorrendo está numa dimensão diferente à de nossa realidade. O indivíduo se transporta para essa nova realidade agindo temporariamente de acordo com as orientações que lhe são impostas.

A característica seguinte diz respeito justamente ao caráter temporal do jogo. O jogo é determinado e limitado no tempo e espaço: “O jogo inicia-se e, em determinado momento “acabou”” (HUIZINGA, 2010, p. 12).

Outra característica do jogo é que “[...] ele cria ordem e é ordem.” (2010, p. 13). O jogo introduz uma perfeição que caso ocorra desobediência a esta “estraga o jogo”.

Finalmente, a quinta característica apresenta o fator da regra. Todo jogo é regido por regras, sendo elas que determinam o que “vale” dentro do jogo. Neste sentido, Huizinga (2010, p.14) diz: “[...] As regras de todos os jogos são absolutas e não permitem discussão [...]”.

Logo, o autor enumera todas essas características na tentativa de resumir o conceito de jogo:

Atividade livre, conscientemente tomada como não-séria e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro dos limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras (HUIZINGA, 2010, p.16).

Ao expormos as características apresentadas pelo jogo mostraremos a seguir a presença do jogo nas sociedades primitivas e também como fator no desenvolvimento das crianças.

[Digite texto]

2.1.1 O jogo como elemento da cultura

Como já apontado no texto, o filósofo Huizinga (2010, p.53) diz que “[...] a cultura surge sob a forma de jogo”, o que não implica que o jogo se torna cultura. Segundo ele: “não queremos com isto dizer que o jogo se transforma em cultura e sim que em suas fases mais primitivas a cultura possuiu um caráter lúdico, que ela se processa segundo as formas e no ambiente do jogo” (2010, p.53).

Por meio de seus estudos, o autor afirma que as sociedades primitivas apresentam características lúdicas em que a relação entre jogo e cultura evidenciava-se especialmente na atividade ordenada de um ou dois grupos opostos, em que geralmente apresentava características antitéticas. Huizinga frisa a importância de não se atribuir antitético⁴ como sinônimo de “combativo” ou agonístico, mas sim de dualismo. Esse dualismo existente e comprovado na vida social primitiva garante a presença de competições e rivalidades.

Ao se introduzir a competição à discussão referida, o autor questiona-se se o conceito de jogo abrange toda espécie de competição (ibidem, 2010). Ele se vale de referências históricas para demonstrar que mesmo as lutas e competições sérias eram consideradas jogos. Assim conclui que a competição pode ser inclusa na categoria de jogo por possuir todas as características formais e a maioria das características funcionais do jogo (ibidem, 2010).

Mesmo o jogo tendo passado a sua maior parte para a esfera do sagrado e o restante cristalizado sob a forma de saber: folclore, poesia, filosofia, e as diversas formas de vida jurídica e política, o autor afirma:

À medida que uma civilização vai-se tornando mais complexa, vai-se ampliando e revestindo-se de formas mais variadas, e que as técnicas de produção e a própria vida social vão-se organizando de maneira mais perfeita, o velho solo cultural vai sendo gradualmente coberto por uma nova camada de ideias, sistemas de pensamento e conhecimento; doutrinas, regras e regulamentos; normas morais e convenções que perderam já toda qualquer relação direta com o jogo (2010, p.85).

Assim o autor conclui que no decorrer do tempo o jogo se transformou em outras formas na sociedade atual.

Que apresenta antítese; contraditório, contrário (Dicionários Michaelis - UOL.)

2.1.2 Os tipos de jogos e o desenvolvimento da criança

Baseada nos estudos de Piaget (1978), Grando (1995) destaca os três tipos de jogos em seu estudo, os quais Piaget (ibidem, p.144) classifica de três grandes tipos de estruturas que caracterizam os jogos infantis: o exercício, o símbolo e a regra. Segundo Piaget (1978), esses tipos de jogos se manifestam desde o início da infância e permanecem até a idade adulta. O autor cita como exemplo, o jogo de exercício durante a fase adulta: a aquisição de algo novo, como um rádio ou um carro, onde o sujeito sinta prazer em fazê-lo funcionar ou passear nele pela primeira vez.

A seguir, definiremos cada tipo de jogo nos baseando na obra de Piaget (1978): “A formação do símbolo na criança”.

Nos **jogos de exercícios** predomina-se o caráter funcional, ou seja, predomina-se a repetição que sistematicamente forma um sistema. Segundo com Piaget (1978), o jogo de exercício é o primeiro a aparecer na criança e não implica o pensamento e nem uma estrutura representativa especificamente lúdica. Grando (1995, p. 49) afirma: “[...] os jogos de exercício representam formas de repetição, motivados pelo prazer da própria ação, ou seja, prazer funcional e que são responsáveis pela formação de hábitos na criança”.

Piaget (1978) dá um exemplo desse prazer presente no jogo de exercício que a criança pode sentir. Como, por exemplo, quando ela manipula algo por manipular ou balança as mãos e os braços sem aparente finalidade exterior, há um prazer da própria ação.

Já no nível escolar, apesar de não ser suficiente, a atividade de repetição é também importante e necessária durante o processo de aprendizagem, segundo os PCN (1997, p. 35) “essa repetição funcional também deve estar presente na atividade escolar, pois é importante no sentido de ajudar a criança a perceber regularidades”.

Os **jogos simbólicos** se caracterizam pelas analogias que a criança faz com objetos do jogo de acordo com sua imaginação. Segundo Grando (1995, p. 50): “No jogo simbólico ocorre a representação pela criança, ao objeto ausente, já que se estabelece uma comparação entre um elemento dado – o objeto – e um elemento imaginado, através de uma comparação fictícia.”

Piaget (1978, p. 146) nos traz um exemplo dessa categoria de jogos infantis: “Por exemplo, a criança que desloca uma caixa imaginando ser um automóvel

representa, simbolicamente, este último pela primeira e satisfaz-se com uma ficção, pois o vínculo entre o significante e o significado permanece inteiramente subjetivo”.

A criação de analogias e a comparação entre elementos dados com objeto da imaginação faz com que a criança crie sua própria linguagem, atribuindo um significado próprio, capacitando-as à criação de regras e a dar explicações.

Dessa forma, o **jogo de regras** engloba as outras duas formas de jogo já explicitadas (GRANDO, 1995). O jogo de regras pode apresentar as mesmas características dos tipos de jogos apresentados anteriormente, mas o que o modifica é a presença do elemento novo, a regra. Piaget (1978, p. 147) afirma que “a regra supõe, necessariamente, relações sociais ou interindividuais”, assim, ela organiza a ação imposta pelo grupo e sua violação representa uma falta.

Sob outra perspectiva, Vigotski (1998) elabora o papel do brinqueado no desenvolvimento como uma forma de atividade. Segundo ele “a criança em idade pré-escolar envolve-se num mundo ilusório e imaginário onde os desejos não realizáveis podem ser realizados, e esse mundo é o que chamamos de brinqueado” (VIGOTSKI, 1998, p. 122) e ainda que “[...] a imaginação, nos adolescentes e nas crianças em idade pré-escolar, é o brinqueado sem ação” (ibidem, 1998, p. 123). Segundo o autor, é no fim do período pré-escolar que se desenvolve o jogar com regras (1998).

De acordo com Vigotski, no brinqueado também há a presença de regras, pois não se pode brincar indiscriminadamente sem respeitá-las. São nas situações imaginárias que essas regras têm sua origem e que são de tal forma regida. Por exemplo, uma criança que brinca de ser mãe segue as regras adquiridas com sua relação maternal.

Mais do que se analisar as regras ocultas no brinqueado, ele demonstra que “[...] os assim chamados jogos puros com regras são, essencialmente, jogos com situações imaginárias” (ibidem, 1998, p. 125).

Quanto ao desenvolvimento da criança, Vigotski (1998) certifica que é enorme a influência do brinqueado sobre ela e declara que:

A ação na esfera imaginativa, numa situação imaginária, a criação das intenções voluntárias e a formação dos planos da vida real e motivações volitivas – tudo aparece no brinqueado, que se constituiu, assim, no mais alto nível de desenvolvimento pré-escolar. A criança desenvolve-se, essencialmente, através da atividade de brinqueado. Somente neste sentido o brinqueado pode ser considerado uma atividade condutora que determina o desenvolvimento da criança (VIGOTSKI, 1998, p. 135).

2.1.3 O jogo como recurso didático

Como vimos, a ludicidade permeia as ações cotidianas das crianças e que a mesma está na essência no jogo. Logo, acreditamos que pode ser possível que o jogo também esteja presente em sala de aula como uma ferramenta ou um recurso ao professor no desenvolvimento de seu trabalho. De acordo com Grando:

Inserido neste contexto de ensino-aprendizagem, o jogo assume um papel cujo objetivo transcende a simples ação lúdica do jogo pelo jogo para se tornar um jogo pedagógico, com um fim na aprendizagem matemática – construção e/ou aplicação de conceitos. Para o aluno, a atividade é livre e desinteressada no momento de sua ação sobre o jogo, mas, para o professor, é uma atividade provida de interesse didático-pedagógico, visando um “ganho” em termos de motivação do aluno à ação, à exploração e construção de conceitos matemáticos (1995, p.35).

Entretanto, alguns acreditam que na escola não há espaço para o trabalho do lúdico, muito menos que o desenvolvimento dos alunos possa ser constituído desse modo. Talvez a origem dessa concepção se dê por acreditar que a escola é um lugar sério, sem espaço para imaginação ou para situações lúdicas e o jogo é reservado apenas para as situações de lazer. Considerando então a disciplina Matemática, essa visão tende a se reforçar, já que se trata de uma ciência exata.

Podemos considerar o que Piaget (1978) traz a respeito da diferenciação das atividades “sérias”, como o trabalho e outras condutas não lúdicas e as “não-sérias”, quer dizer, as atividades lúdicas. Ele rebate criticamente os critérios do jogo que comumente são utilizados para dissociar o jogo das atividades não-lúdicas. Piaget afirma que se

[...] ressalta à evidência de que o jogo não constituiu uma conduta à parte ou um tipo particular de atividades dentre outras: ele se define somente por uma certa orientação da conduta ou por um “pólo” geral de toda atividade, caracterizando-se assim cada ação particular por uma situação mais ou menos vizinha desse pólo e pelo modo de equilíbrio entre as tendências polarizadas (PIAGET, 1978, p. 187).

Assim, Piaget inicia com a ideia de que o jogo encontra sua **finalidade em si mesmo**, diferentemente do trabalho e outras atividades ditas “sérias”, que não têm por objetivo a sua ação como tal.

O segundo critério se refere à **espontaneidade** que o jogo oferece contra as obrigações do trabalho. Ao distinguir os “jogos superiores” que são a ciência e a arte, dos jogos ditos não “superiores”, os jogos puros e simples, ele rebate que o primeiro

apresenta um pólo de atividade verdadeiramente espontânea, não controlada, enquanto que a outra um pólo de atividade controlada pela sociedade ou pela realidade.

O terceiro critério é o do **prazer**: “o jogo é uma atividade “pelo prazer”, ao passo que a atividade séria tende a um resultado útil e independente de seu caráter agradável” (ibidem, p.190). Essa afirmação pode levar ao equívoco, visto que há numerosos “trabalhos” que tem como alvo subjetivo o prazer e não representam um jogo. Da mesma forma que os jogos podem oferecer momentos penosos, ou segundo Grandó (1995), de desprazer. A pesquisadora afirma que:

[...] quando uma criança “finge” numa brincadeira que é proibido chupar balas, embora elas estejam presentes na situação de jogo, ela vai contra sua própria vontade real de querer chupar balas, mas é coerente com o seu desejo de brincar, gerando o “desprazer” pelo jogo (GRANDÓ, 1995, p. 80).

Vigotski (1998) lembra ainda que um jogo que pode ser ganho ou perdido pode gerar desprazer quando o mesmo é desfavorável à criança.

O próximo critério da dissociação entre as atividades não lúdicas e lúdicas é a relativa **falta de organização** no jogo se opondo ao pensamento sério, sempre regulado. Essa questão se desmitifica porque o próprio jogo simbólico pode ser “dirigido”.

No quinto critério emerge a **libertação dos conflitos**: “o jogo ignora os conflitos ou, se os encontra, é para libertar o eu por uma solução de compensação ou de liquidação, ao passo que a atividade séria se vê a braços com conflitos que ela não saberia desviar” (PIAGET, 1978, p. 191). Piaget concorda que esse critério de modo geral é exato. Na vida real não há como burlar tal situação, e assim “o conflito só comporta como soluções a submissão, a revolta ou uma cooperação que comporta, também ela, certa parcela de sacrifícios” (ibidem, p. 191). Já no jogo, ao contrário, o conflito pode ser anulado ou aceitável.

Enfim, o último critério é a **supramotivação**. Piaget (ibidem, p.192) traz um exemplo desse critério: “[...] varrer um assoalho não é um jogo, mas correr descrevendo uma figura assume um caráter lúdico”. A atividade inicial então, se transforma em jogo ao ser acrescida uma atividade ligada a uma realidade trazendo o elemento lúdico à ação.

Ao final de todos os critérios apresentados, Piaget (1978) conclui que os mesmos não dissociam claramente as atividades sérias das atividades lúdicas. E sim por:

Ressaltar simplesmente a existência de uma orientação cujo caráter mais ou menos acentuado corresponde à tonalidade mais ou menos lúdica da ação.

Isso corresponde a dizer que o jogo distingue uma modificação, de grau variável, das relações de equilíbrio entre o real e o eu.

Grando (1995) considerou o contexto do ensino-aprendizagem do jogo para o aluno. De acordo com ela, “o ‘jogar’ representa uma atividade séria, de real compromisso, envolvimento e responsabilidade, sendo que tais evidências podem prepará-lo para se adaptar ao mundo do trabalho” (1995, p. 81).

Essa visão do jogo como uma atividade séria no contexto escolar, que garante a presença do lúdico, do qual é inseparável, nos dá uma margem ao trabalho aqui realizado e também contradiz as concepções apresentadas no início da discussão.

Pelo exposto, vimos também que o jogo encontra-se nas práticas sociais desde os primórdios da civilização, assim como nos primeiros meses de vida da criança e em situações imaginárias regidas por regras. Então, além do jogo e da brincadeira que já está presente no seu contexto habitual, ou fora da escola, acreditamos que pelo estudo apresentado, fica mais uma vez comprovado que o jogo pode estar nas situações escolares também.

Ao se escolher o jogo como um apoio metodológico, queremos ressaltar o que Grando (1995) já nos atentou em seu trabalho: acreditar que o jogo fará com que o aluno aprenda determinado conteúdo. De acordo com a pesquisadora, o jogo por si só não garante o sucesso no processo ensino-aprendizagem. O papel e a presença do professor, assim como todo um trabalho previamente estruturado, são de fundamental importância para o desenvolvimento de um trabalho em que se escolha o uso de jogos.

2.1.4 Características de jogo na pesquisa

Com base nos estudos realizados sobre o conceito de jogo elaboramos critérios para determinar as características que os jogos utilizados e aplicados na experimentação possuísem. Um critério determinante para nós é que o jogo favorecesse a mobilização de registros pelos alunos, e para tanto, alguns deles sofreram algumas adaptações de acordo com o nosso objetivo.

Também colocamos como característica de jogo aqui trabalhado que houvesse a disputa, ou seja, que tivesse um caráter competitivo. Sobre a contribuição da presença da competitividade no jogo em grupo, Grando (1995) finaliza: “[...] a competição nos jogos garante o dinamismo, o movimento do jogo, propiciando um interesse e

envolvimento naturais do aluno e contribuindo para o seu desenvolvimento social, intelectual e afetivo” (GRANDO, 1995, p. 71).

O caráter antitético contido nas competições leva o aluno a se envolver no jogo na busca pela possível vitória e na demonstração de seus conhecimentos ou habilidades, onde cada aluno age em oposição direta aos outros membros do grupo. Segundo Huizinga “o objetivo pelo qual jogamos e competimos é antes de mais nada e principalmente a vitória [...]” (2010, p. 58). No entanto, em se tratando dos jogos didáticos, estamos de acordo com o que resume Grandó (1995, p. 47) “[...] a vitória é apenas uma possibilidade do jogo e não a essência do jogo.”

Desse modo, outra característica que já se insere nessa, é que o jogo aqui trabalhado seja com dois ou mais participantes. Esse elemento primordial para as disputas contribui também em nossa pesquisa porque favorece a troca de saberes matemáticos entre os jogadores envolvidos. A troca de saberes se dá por meio do diálogo das crianças, o que serve para nós como uma forma de identificação de um registro analisado e de um possível conhecimento do conteúdo matemático.

Por fim, como característica que garante o desenvolvimento do jogo está a presença de regras, que limitam e direcionam o jogo. Não só a presença de regras relacionadas às relações sociais descritas por Piaget (1978), mas as normas dos jogos para garantia da ordem em sua realização. As regras são definidas e apresentadas antes do início do jogo, o que não implica necessariamente que elas não poderão ser reajustadas. O reajuste e até inserção de novas regras só poderão ser feitos durante o jogo quando todos os membros estejam de comum acordo. Assim, se percebermos algum problema ou até mesmo dificuldades na realização do jogo pelos participantes, poderá haver alterações nas regras dos jogos durante a sua efetivação.

2.2 Sistema de Numeração Decimal

O sistema de numeração decimal que utilizamos possui algumas características que listaremos a seguir.

Uma das características que garante a economia operatória dos números nesse sistema é que ele possui dez símbolos para representar as quantidades (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9).

Esse sistema também tem como propriedades a estrutura da composição multiplicativa, aditiva e de valor posicional. A composição aditiva e multiplicativa significa compreender, por exemplo, que o número 45 é composto por $4 \times 10 + 5$. Para compreensão do valor posicional do número, é preciso entender que cada valor é relativo à posição em que ele ocupa. Por exemplo, o 4 da representação 45, significa que ele tem valor 40.

A ideia de valor posicional do número implica o conceito de agrupamentos, pois cada ordem admite um determinado valor, assim, quando se excede a base 10, exige-se a realização de agrupamentos para uma ordem imediatamente superior. O conceito de agrupamentos manifesta-se nas operações de cálculo, como por exemplo, na operação de adição, vejamos:

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 45 \\ + 67 \\ \hline 112 \end{array}$$

Como a primeira ordem à direita, a ordem das unidades não admite que a soma das mesmas ultrapasse 10 unidades, é necessário agrupar essa dezena formada e transferi-la para a ordem das dezenas. O mesmo ocorrendo com a ordem das dezenas em que $60 + 40 + 10 = 110$, ultrapassando as dez dezenas limite da ordem, reagrupando-as então para a ordem das centenas.

A presença do zero no SND também implica em um grande acontecimento da humanidade, como veremos mais a frente. O zero serve então para indicar posição que não está ocupada no número.

Ao longo da História surgiram diversas formas de representar quantidades e formas de contagem criadas pelos povos que evoluíram até a consolidação do sistema de numeração decimal utilizado atualmente. Em todos os sistemas de base criados havia os princípios de agrupamento e de troca. No entanto, pouquíssimos possuíam a propriedade de valor posicional e também um símbolo para representar a quantidade vazia, já que o zero foi criado tardiamente.

Dentre os sistemas antigos de numeração mais importantes, podemos destacar o egípcio (3.500 a.C.), o babilônico (2.000 a 600 a.C.), o maia (900 a 400 a.C.), o romano (31 a.C. a 476 d.C.) e o indo-arábico (670 d.C.). Como esses sistemas não fazem parte do nosso objeto de estudo, não serão analisados aqui.

2.2.1 Aspectos que podem influenciar nas dificuldades dos alunos no SND

Segundo Carraher (2008), as crianças apresentam algumas dificuldades quanto à compreensão dos números e operações, quando trabalhados na escola de forma sistemática. Algumas dessas dificuldades que o sistema de numeração decimal apresenta são citadas pela autora (2008, p.59):

- A. o sistema numérico decimal usa os mesmos símbolos (0, 1, 2, etc.) [...];
- B. a utilização de posição como indicador do valor relativo [...];
- C. [...] os símbolos usados na escrita de números são totalmente abstratos e também arbitrários [...],
- D. [...] os mesmos símbolos têm valor diferente dependendo de sua posição [...]

A autora supracitada aponta ainda que a dificuldade que a criança tem em compreender o sistema de numeração decimal pode se manifestar quando ela operar o sistema fazendo contas de “vai um” e “pedir emprestado”. Podemos observar que um dos entraves da criança na compreensão do SND se refere também ao valor posicional do algarismo do número.

Sendo assim, detalharemos a seguir alguns desses elementos do sistema de numeração decimal que acarretam dificuldades às crianças no processo de aprendizagem desse conteúdo.

2.2.1.1. Valor Posicional

Uma característica importante do sistema de numeração decimal diz respeito ao valor posicional, pois como já lembrado, nesse sistema cada algarismo da representação numérica tem um valor que depende da posição que ele ocupa. O conceito de valor posicional recai sobre a composição multiplicativa e aditiva na formação do número, em que se multiplica um número qualquer com sua determinada ordem para depois somá-las.

Kamii (1990, p.90) diz que a criança constrói gradualmente o mecanismo de valor posicional por meio de três ideias:

- a) regra do código: o “1” de 16 significa dez porque está escrito no lugar das dezenas;

- (b) relações numéricas todo-parte: o “1” em 16 significa dez porque 6 e 10 somados são 16;
 (c) multiplicação: o “1” de 16 significa 10 porque $1 \times 10 = 10$.

Em um estudo realizado pela mesma autora com crianças da primeira série de Chicago, pedia-se que os alunos circulassem a quantidade referente a cada algarismo do número 16 em um desenho contendo 16 bolinhas. O que se verificou foi que muitas crianças não compreendiam o que significava cada algarismo do número e muitas delas circularam apenas uma única bolinha, a qual indicava ser o 1 de 16.

Uma das questões pontuadas por ela se refere à multiplicação presente na composição dos números (por exemplo, o “2” de 26 significa 2×10), sendo que a mesma só é trabalhada normalmente a partir da 3ª série (4º ano). Kamii (1994) afirma que crianças da 1ª série (2º ano), ainda não pensam de forma multiplicativa e, sim, aditiva.

A autora reaplicou o mesmo teste com crianças da 4ª, 6ª e 8ª séries, equivalente hoje aos 5º, 7º e 9º ano. Pouco mais da metade das crianças da primeira turma interpretaram o “1” de 16 valendo “10”.

Assim, Kamii (1990, p. 97) se convence de que a instrução prematura do valor posicional de maneira formal ou de qualquer outro conteúdo do currículo “é danosa ao sentido da criança” e aponta quando isto poderá acontecer:

Com base no que já sabemos sobre desenvolvimento do pensamento nas crianças, deveríamos perguntar-nos se não seria melhor adiar o aprendizado de valor posicional até que a criança tenha, solidamente, construído séries de números (através da operação de +1) e possa dividir inteiros de muitas maneiras diferentes (relação parte/todo) (ibidem, p. 97).

Ou seja, não se trata de adiar a introdução do sistema posicional para o 4º ano do Ensino Fundamental, mas sim trabalhar conceitualmente, sem iniciar com o modelo formal, sem um mínimo de compreensão.

Uma das dificuldades apontadas também por Lerner e Sadovsky (1996), mas relacionadas ao valor posicional na numeração falada ou no registro da língua natural é:

A numeração falada se interpõe no caminho da posicionalidade e dá origem a produções “aditivas”. Estas produções são facilmente interpretadas não só pelos adultos, como também, pelos colegas que já escrevem convencionalmente os números em questão, o que coloca em evidência uma indubitável vantagem dos sistemas aditivos: sua transparência (LERNER; SADOVSKY 1996, p. 110).

De fato, quando falamos um determinado número, estamos somando os valores de cada símbolo utilizado. Vejamos, quando dizemos o número 303, por exemplo, falamos 300 e 3 ou ainda, 3003. É necessário somar cada número dito para se obter o número final. Novamente sobre isso, Lerner e Sadovsky (ibidem) afirmam que o sistema posicional é concomitantemente menos transparente e mais econômico.

2.2.1.2 O conceito do zero

Como já visto, o zero foi uma noção descoberta tardiamente pela humanidade (por volta do sec. III e IV), o que pode ser considerado como um obstáculo de origem histórica que comumente leva o aluno ao erro e à dificuldade. Podemos observar isso, por exemplo, quanto à presença do número zero no minuendo no algoritmo da subtração.

O zero também é um fator muito abstrato para as crianças. Monteiro (1998, p. 59) afirma que: “A simples associação de zero a um elemento vazio não leva à verdadeira compreensão por parte da criança, pois zero com significado de ausência de ação ou de objeto é conjunto vazio, mas como elemento é parte de qualquer conjunto”. Isso se deve ao fato de que geralmente os números naturais apresentados nos anos iniciais do ensino fundamental indicam uma coleção de objetos, caracterizando o seu aspecto cardinal (MANDARINO, 2010).

Em sua pesquisa, Brandt (2005) constata que quando havia o zero intercalado no número que representa a centena, as crianças não reconheciam os agrupamentos presentes em sua representação. Por exemplo, para o número 106, os alunos afirmavam que havia 1 centena, zero dezenas e 6 unidades.

2.2.2 Sistema de Numeração Decimal no Ensino Fundamental

Apresentamos aqui uma análise sobre como se trabalha o sistema de numeração nos livros didáticos e também das diretrizes de documentos oficiais do MEC. Segundo o Guia do PNL (2013), os livros didáticos de matemática estão divididos em duas partes: uma com três livros destinados às crianças do 1º ao 3º ano e a outra com dois livros para os anos finais do segundo ciclo do ensino fundamental.

[Digite texto]

A respeito do destaque do livro didático na condução do trabalho do professor em sala de aula auxiliando-o no processo de ensino e aprendizagem, Carvalho e Lima (2011, p. 15) afirmam que o livro é:

[...] portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado – no nosso caso, a Matemática –; os métodos adotados para que os alunos consigam aprendê-lo mais eficazmente; a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade.

Nos anos iniciais é trabalhada intensamente a questão do número associado à coleção de objetos, ou seja, materiais concretos. Segundo Mandarino (2010), na maioria dos livros didáticos dessa faixa de escolaridade a apresentação do sistema de numeração se dá dessa maneira:

Na maioria dos livros didáticos, a apresentação do sistema de numeração decimal é feita por meio de atividades adequadas de agrupamento. Para isso, há o estímulo ao uso de materiais didáticos, como palitos, tampinhas, figurinhas, dentre outros materiais de contagem, passando-se aos poucos para materiais estruturados como o ábaco e o material dourado. (MANDARINO, 2010, p. 104).

As orientações didáticas quanto à escrita dos números, apontam a necessidade do professor não desqualificar e ignorar as representações elaboradas pelas crianças, pois são elas que darão referências às crianças no ensino convencional da escrita numérica. Afirmam ainda, que é por meio dos números “maiores” e menos frequentes no convívio das crianças que é necessário explorarem os procedimentos de leitura e associá-los à representação escrita do número (ibidem, p.67).

Lerner e Sadovsky (1996) trazem os modos comumente caracterizados do ensino da notação numérica:

- Estabelecem-se metas definidas por série: na primeira trabalha-se com números menores que cem, na segunda com números menores que 1000 e assim sucessivamente. Só a partir da quinta série manipula-se a numeração sem restrições.
- Uma vez ensinados os dígitos, se introduz a noção de dezena como conjunto resultante do agrupamento de dez unidades, e só depois apresenta-se formalmente para as crianças a escrita do número dez, que deve ser interpretada como representação do agrupamento (uma dezena, zero unidades). Utiliza-se o mesmo procedimento cada vez que se apresenta uma nova ordem.
- A explicação do valor posicional de cada algarismo em termos de “unidades”, “dezenas”, etc., para os números de determinado intervalo da série considera-se requisito prévio para a resolução de operações nesse intervalo.
- Tenta-se “concretizar” a numeração escrita materializando o agrupamento em dezenas ou centenas. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 112)

As autoras criticam essa sistematização do ensino da notação de números geralmente feita alegando que as crianças pensam ao mesmo tempo em centenas, milhares e milhões. Sugerem então o trabalho simultâneo com diferentes intervalos da sequência numérica para que ocorram elaborações de conclusões a respeito da regularidade dos números (ibidem, p. 117). Kamii (1990) também não vê problemas em não restringir ou não delimitar os números grandes para as crianças pequenas de acordo com a série em que estão.

Nos PCN os conteúdos de matemática do ensino fundamental são divididos em quatro blocos de conteúdos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Logo, o objeto matemático de nossa pesquisa está contido no bloco Números e Operações.

De acordo com o referencial curricular de Campo Grande, MS, no 1º ano são trabalhadas as seguintes noções: seriação numérica, sequência, ordenação, contagem, comparação, ordinalidade, cardinalidade, antecessor, sucessor na notação numérica dos números. Trabalham-se também noções de correspondência biunívoca e situações problema envolvendo as quatro operações.

No 2º ano do ensino fundamental são trabalhados os mesmos conteúdos esperando que a criança

[...] resolva problemas expressos por situações orais, textos e representações matemáticas, utilize conhecimentos relacionados aos números, aos significados das operações, para o qual devem-se usar procedimentos de cálculos pessoal ou convencional e produzir sua expressão gráfica (Referencial Curricular, 2008, p. 282)

Os PCN aconselham ainda ao professor trabalhar essas noções com números que os alunos já conhecem, não apenas os de 1 a 9, mas também números maiores, como por exemplo, números que indicam os dias do mês, que vão até 30 ou 31.

Nesse período, são explorados alguns significados das operações e destacadas as de adição e subtração com duas parcelas, mas ambas menores que dez. É por meio do cálculo e de situações-problema que se trabalha os agrupamentos de 10 em 10 e o valor posicional.

Segundo os PCN (1997), no segundo ciclo os conteúdos já trabalhados no primeiro são ampliados. Dessa forma, os PCN trazem como um dos objetivos para o aluno do segundo ciclo: “Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal.” (BRASIL, 1997, p.56). Assim, no segundo ciclo

[Digite texto]

já se apresenta aos alunos números em situações-problema que se encontram no campo dos números racionais.

É destacado também que o desenvolvimento cognitivo dos alunos neste ciclo avança significativamente, fazendo com o que a criança realize generalizações de conceitos já trabalhados anteriormente. O documento afirma que o aluno já é capaz de compreender as regras do sistema de numeração decimal e realizar a leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais para qualquer ordem de grandeza.

2.2.3 O Registro de Representação no SND

Por meio da teoria de Duval, investigamos o funcionamento cognitivo dos alunos quanto aos tratamentos realizados e também a mudança de um registro de representação a outro, sendo portanto, uma conversão em relação aos conceitos do SND.

Como já abordado, para ter acesso aos objetos matemáticos é necessário recorrer a uma representação semiótica. Assim, será destacada aqui a importância da representação semiótica para compreensão e conceituação do Sistema de Numeração Decimal. Segundo Duval (2011, p. 46):

[...] mesmo quanto aos números naturais, já nos encontramos em uma situação em que o acesso aos objetos números naturais não é direto, mas passa obrigatoriamente por representações semióticas extremamente variadas, que vão de denominações verbais mais rudimentares aos sistemas de numeração mais complexos.

Brandt (2005, p.81) afirma que:

[...] um sistema de numeração, representativo de quantidades pode valer-se da linguagem oral, matemática ou valer-se da utilização de materiais didáticos tais como ábacos, material multibase, quadro valor lugar, entre outros. Em se tratando de sistemas semióticos de representação cada um destes registros possui especificidades próprias e interfere de forma distinta no funcionamento cognitivo.

O SND claramente apresenta notórias vantagens e é caracterizado por suas potencialidades operatórias. Com poucos signos pode-se representar quantidades muito grandes. Assim, para representação do cardinal das quantidades agrupadas recorre-se a representação semiótica. Isso, visto que é necessário utilizar-se de signos que tem características e significados próprios que expressam a cardinalidade e a ordinalidade.

[Digite texto]

A posição do algarismo no número determina o limite da base em que se realizam as operações de cálculo, transformando as representações dos números. Por exemplo, o tratamento que se efetua em uma adição de duas parcelas que excedem a base do sistema: $23 + 18 = 41$ respeita o sistema de agrupamentos de base dez. Duval afirma que “com a representação dos números pelo sistema decimal, *as operações tornam-se intrínsecas ao sistema de representação* e elas se traduzem pelas transformações na escrita dos números” (DUVAL, 2011, p.59).

Brandt e Moretti (2005) analisam a estrutura do SND em relação às três atividades cognitivas necessárias à semiose: a formação de uma representação identificável, a possibilidade de haver tratamento e conversão entre registros de representação.

A operação de contagem necessária em alguns jogos traz em si a coordenação de duas representações diferentes. Segundo Duval:

[...] a operação de contagem mobiliza A COORDENAÇÃO DE DUAS REPRESENTAÇÕES DIFERENTES: as unidades distintas materiais ou não, E, um conjunto de denominações ou um sistema de numeração simbólico. As denominações de números, verbais ou simbólicas, cumprem duas funções. Elas constituem uma espécie de memória externa da enumeração feita e elas criam uma apreensão sintética imediata da coleção de unidades materiais contadas (DUVAL, 2011, p. 46).

Desse modo, os principais registros analisados nesta pesquisa são: registro da língua natural, o registro simbólico numérico e quaisquer representações semióticas feitas pelos alunos.

- registro da língua natural (possui característica discursiva);

Segundo Duval (2011, p. 125) “a língua natural é um dos registros utilizados em matemática para formular definições, teoremas, para efetuar raciocínios matemáticos, para justificar soluções”. Em nosso trabalho, o registro da língua natural será analisado nas justificativas das resoluções dos alunos ou em suas ações matemáticas nos jogos.

- o registro simbólico numérico (no caso, são os números naturais),
- e quaisquer registros de representação semiótica que possam surgir durante a experimentação.

Em nosso trabalho, quando admitimos a possibilidade de surgir quaisquer representações dos números estamos nos referindo às marcas de unidade que os alunos pudessem mobilizar durante a atividade com jogos como, por exemplo, se valer de

[Digite texto]

traços para anotar a contagem dos pontos ou até na manipulação do total de pontos. Acreditávamos também que os alunos pudessem utilizar os dedos para contagem do total de pontos de alguns jogos. Duval (2011) define essas representações de **marcas de unidade**, que são representações semióticas rudimentares dos números naturais.

Para o autor, as marcas de unidade só representam números para aqueles que podem efetuar uma operação de contagem. Ele afirma ainda que essa é uma operação complexa e que supõe algumas condições:

- que possamos discernir *individual e sucessivamente* cada elemento da montagem,
- que *façamos corresponder* a essa digitalização visual ou manual, *uma sequência de palavras da língua, sempre pronunciadas na mesma ordem*.
- que atribuamos às montagens das marcas de unidade o valor do *último termo enumerado*, isto é, que deslizemos, sem nada dizer do ordinal ao cardinal (DUVAL, 2011, p.45).

Os PCN (1997) trazem essas representações produzidas pelos alunos:

Eles também se utilizam de representações tanto para interpretar o problema como para comunicar sua estratégia de resolução. Essas representações evoluem de formas pictóricas (desenhos com detalhes nem sempre relevantes para a situação) para representações simbólicas, aproximando-se cada vez mais das representações matemáticas. (BRASIL, p.41).

Desta forma, a teoria nos ajudou a investigar os conhecimentos dos alunos quanto às propriedades dos SND.

2.2.4 Análise de Livros Didáticos

Faremos uma breve análise de alguns livros didáticos acerca do conteúdo SND. Essa análise se justifica, pois a metodologia Engenharia Didática nos aponta sobre a importância de se verificar como o conteúdo estudado está sendo trabalhado atualmente.

Queremos ressaltar que a turma escolhida para a parte prática da pesquisa não utilizava nenhum dos livros aqui apresentados, bem como, a professora nos disse que a escola não costuma adotar nenhum livro didático para o desenvolvimento do trabalho. Novamente, esse estudo aqui apresentado nos serve como referência e estudo do conteúdo eleito na pesquisa.

O objeto matemático de estudo da nossa pesquisa é trabalhado com os alunos desde a educação infantil. Nos três primeiros anos do ensino fundamental denomina-se

Alfabetização Matemática e o conteúdo matemático é formalmente destacado nos livros didáticos a partir do 4º ano do Ensino Fundamental.

Os livros didáticos do 4º ano analisados são aprovados pelo Guia do PNLD 2013 e foram escolhidos por apresentarem organizações metodológicas diferentes.

Apresentamos a seguir os livros analisados:

1 – BONJORNO (2011) – Matemática pode contar comigo, 4º ano. Editora FTD.

2 – DANTE (2012) – Ápis: Matemática, 4º ano. Editora Ática.

3 – GIOVANNI E GIOVANI JR. (2009) – A conquista da matemática, 4º ano. Editora FTD.

A coleção “A conquista da matemática”, por exemplo, segundo o Guia do PNLD 2013, “no ensino dos conceitos e dos procedimentos, predomina uma metodologia diretiva, pois as atividades são pouco desafiadoras e o aluno é, quase sempre, chamado apenas a aplicar conhecimentos explanados para resolver as atividades propostas” (2013, p. 147). Logo, segundo Gáscon (2003), o livro apresenta uma organização *empirista*, mesclando momentos de exploração com o uso de técnicas.

Segundo o Guia, a coleção Ápis, alfabetização matemática resgata situações já trabalhadas anteriormente com os alunos. Aos alunos também são propostas formulações de problemas e elaboração e verificação de estratégias para as soluções dos problemas. Assim, podem-se identificar na obra alguns elementos da tendência *construtivista* (2003).

E por último, a coleção de Bonjorno (2011) que tem como característica uma metodologia *clássica*, alternando momentos da teoria com o uso de técnicas. Segundo o Guia:

Na maior parte das unidades, adota-se uma metodologia muito diretiva, limitada à apresentação linear dos conteúdos. Desse modo, os alunos não são incentivados a analisar, formular hipóteses, planejar ou argumentar. Muitas vezes, a sistematização é feita, rapidamente, a partir de poucos exemplos (BRASIL, 2013, p. 208).

Assim, tentamos analisar o conteúdo trabalhado por alguns autores segundo o nosso referencial teórico, ou seja, buscamos destacar de quais tipos de representações os autores se valem para a apresentação do conteúdo citado, se apresentam conversões e tratamentos entre os registros. A seguir apresentamos as análises realizadas.

1 – O conteúdo de SND já aparece no primeiro capítulo do livro. Inicialmente o autor aborda alguns sistemas de numeração antigos. Depois apresenta algumas funções diferentes que o número pode ter de acordo com sua utilização como, por exemplo, ao indicar preços de produtos no supermercado, número de casa ou em relação às horas.

Após trabalhar mais detalhadamente alguns sistemas de numeração (egípcio, maia e romano) o livro apresenta o sistema de numeração decimal.

Bonjorno (2011) traz o valor posicional dos algarismos separados de acordo com sua ordem: centenas, dezenas e unidades. Com a decomposição do número traz o número no registro da língua natural, como podemos verificar a seguir.

3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
C	D	U
2	6	7

1ª ordem: 7 unidades
 2ª ordem: 6 dezenas ou $6 \times 10 = 60$ unidades
 3ª ordem: 2 centenas ou $2 \times 100 = 200$ unidades

Decompondo esse número em ordens, obtemos:

$267 = 200 + 60 + 7$ Lê-se: duzentos e sessenta e sete.

Figura 3: Divisão das ordens no número.

Fonte 3: BONJORNNO, 2011, p.19.

Como podemos observar, o autor trata também os valores posicionais com ordens inferiores ao lugar ocupado pelo algarismo indicando, por exemplo, que 2 centenas equivalem 200 unidades.

Em seguida, ele apresenta as atividades do conteúdo visto até aquele momento, como escrever os números dados em outros sistemas de numeração, decomposição do número respeitando as ordens, entre outras.

Nesse bloco de atividades, surgem ainda aquelas que nos interessam, que são relativas às outras representações dos números. O autor aborda as representações dos números com materiais concretos trabalhados nas escolas, que são o material dourado e o ábaco. Com o primeiro material pede-se para representar os números já dados no

[Digite texto]

registro numérico com o material dourado. Já com a representação do número com o ábaco pede-se o contrário: apresenta-se o ábaco representando alguns números sendo necessário colocar o número em seu registro numérico.

Além dos materiais concretos, Bonjorno traz ainda formas de representar o número com objetos do cotidiano, no caso aqui, feijões, fósforos e cliques de papel. Assim, 10 feijões equivalem a 1 palito de fósforo e 10 palitos equivalem a 1 clipe. Propõe-se então que o aluno descubra quais são os números obtidos com essa forma de representação e ainda, que os alunos criem suas próprias formas de registrar os números.

E, por fim, ainda nesse bloco de atividades menciona-se que os números podem ser representados por meio da reta numérica. Aos alunos é pedido que reproduzam a reta numérica apresentada e que encontrem o sucessor e antecessor de alguns números dados.

Para inserção de classes superiores às centenas utiliza-se o ábaco como suporte para a compreensão do valor posicional e às trocas necessárias para obtenção do número, assim como o quadro das ordens. O PNLD/2013 em sua análise considerou o uso dessas representações demasiadamente repetidas.

Percebemos que as várias formas de registrar o número contemplado no livro tem o objetivo de dar significado ao conhecimento matemático abordado, de forma a facilitar a compreensão do mesmo pelos alunos.

2 – A obra de Dante do 4º ano (2012), segundo o PNLD/2013 apresenta o bloco de conteúdo números e operações – do qual o SND faz parte – por meio de contextos diversificados e contextualizados. O conteúdo do SND aparece no primeiro capítulo, intitulado “Sistemas de numeração”, em que apresentará alguns sistemas de numeração (egípcio, maia, romano e o indo-arábico).


Para introdução do sistema de numeração indo-arábico ou decimal apresenta-se uma situação contextualizada com algumas unidades de medida relacionadas à consciência da questão ambiental no cotidiano. O autor afirma que é necessário conhecer bem o nosso sistema de numeração para que entendamos as unidades de medidas expostas.

No tópico “centenas, dezenas e unidades” aplicam-se atividades de agrupamentos das dezenas com algum contexto envolvido. Ocasionalmente é pedido para indicar o número apresentado por meio do registro no material dourado. Trabalha-

[Digite texto]

se ainda a ideia de composição do número a partir de suas partes constituintes e dos agrupamentos com representações do nosso dinheiro (moedas de 1 real e notas de 10 e de 100 reais). Em relação à essa escolha, o Manual do professor afirma que essas situações tornam mais significativas e vivenciais as ideias de unidade, dezena e centena. (Resoluções em azul apresentadas no Manual do professor).

12 Atividade em dupla
 Pedro é um vendedor de sorvetes na praia. Num dia ensolarado ele vendeu muitos sorvetes. Observe com quanto ele ficou no fim desse dia (notas de R\$ 100,00 e de R\$ 10,00 e moedas de R\$ 1,00).



FOTOS: CASA DA MOEDA DO BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

AHI ILUSTRAÇÃO/ARQUIVO DA EDITORA

Pedro foi ao banco e trocou as moedas por notas de R\$ 10,00 e as notas de R\$ 10,00 por notas de R\$ 100,00. Troque ideias com um colega e depois, em seu caderno:

- desenhe o dinheiro do vendedor depois das trocas;
- escreva a quantia que ele recebeu. **231 reais ou R\$ 231,00**




Figura 4: Atividade de agrupamentos e trocas por meio da contagem de dinheiro.

Fonte 4: DANTE, 2012, p. 25.

Novamente por meio de situações contextualizadas, o autor dedica-se à conversão do registro numérico ao registro do número escrito por extenso. A situação contextualizada citada é o preenchimento de cheques onde o aluno deverá ocupar os campos correspondentes de acordo com o registro de representação adequado.

Em relação aos tratamentos, que são as transformações dentro do próprio registro, há a necessidade de realização da composição aditiva e multiplicativa para a formação do total do número. Essa atividade se dá frequentemente em situações

contextualizadas. Quanto às conversões, além das citadas anteriormente, são pedidas conversões do registro numérico para o registro da língua natural e vice-versa.

Posteriormente, nesse capítulo do volume do 4º ano, Dante (2012) discorre sobre os símbolos utilizados na composição do número, que são os algarismos e que esses ocupam uma ordem e o seu valor depende de sua posição. Para a indicação das ordens não se trabalham com tabelas, apenas indicando as ordens e suas equivalências de valores.

A utilização do material dourado como forma de representar as unidades constituintes do número também se faz presente na obra.

A seguir, apresentam-se as unidades, dezenas e centenas de milhar por meio de contextos do esporte, histórico e das ciências.

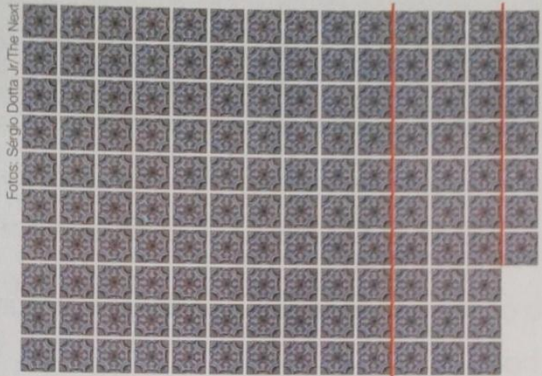
O uso de registros de representação dos números se faz diferentemente do outro livro abordado. É frequente a utilização de situações-problema contextualizadas para auxiliar a compreensão do aluno em relação ao conceito SND.

3 – O livro de Giovanni e Giovanni Jr. (2009) apresenta no segundo capítulo o conteúdo SND, que está intitulado “Os números naturais: Sistema de Numeração Decimal”. Após algumas contextualizações que pretendem demonstrar aos alunos a importância dos números, apresenta-se o Sistema de Numeração Romano.

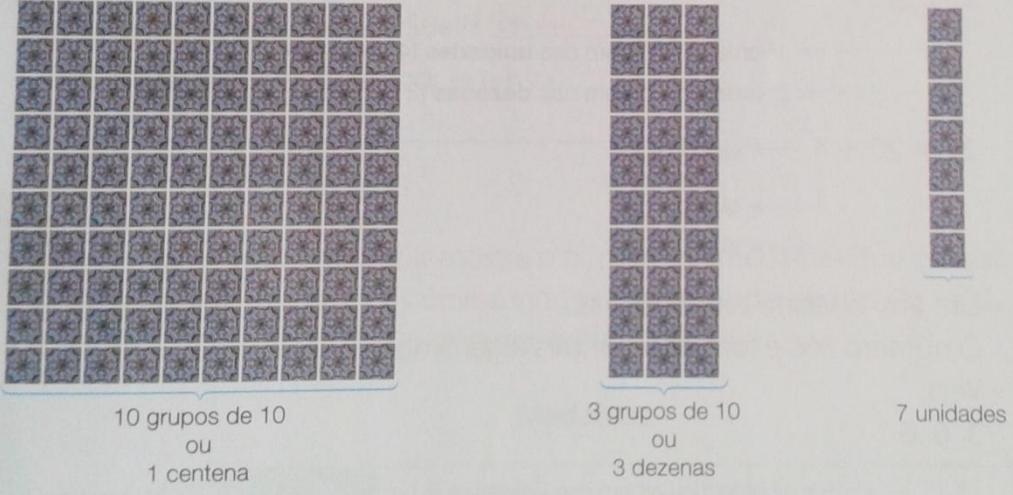
Posteriormente à introdução dos números naturais com o conceito de sucessor e antecessor trabalham-se as ordens dos valores posicionais: centenas, dezenas e unidades com o auxílio de uma contextualização em que há a representação de azulejos enfileirados ($n \times 10$). Logo a seguir, como podemos ver, é apresentado o quadro das ordens.

Centenas, dezenas e unidades

Helena está azulejando as paredes da cozinha de sua casa. Veja a seguir quantos azulejos já foram colocados em uma das paredes.



Para descobrir, poderíamos contar os azulejos um a um. Mas, para facilitar o cálculo, vamos decompor a figura assim:



10 grupos de 10
ou
1 centena

3 grupos de 10
ou
3 dezenas

7 unidades

Usando o quadro de ordens, temos:

Centenas	Dezenas	Unidades
1	3	7

$1 \text{ centena} + 3 \text{ dezenas} + 7 \text{ unidades} = 100 + 30 + 7 = 137$

Figura 5: Contextualização das ordens do número.

Fonte 5: GIOVANNI, 2009, p. 45.

Vejamos que essa representação é análoga a do material dourado, sendo que esse será apresentado mais a frente, no mesmo capítulo. Considera-se então a


[Digite texto]

representação dos azulejos enfileirados para explicação no quadro das ordens de acordo com os agrupamentos dos grupos de dez.

As ordens dos valores posicionais são apresentadas da mesma forma dos outros livros, ou seja, por meio do quadro das ordens.

Durante o capítulo não aparece representações diferenciadas do conteúdo além das outras já apresentadas nas outras duas obras, como o trabalho com cédulas da moeda brasileira, o Real, para compreensão dos agrupamentos e trocas e também do uso do preenchimento cheque, como uso do registro da língua natural. Há também conversões do registro numérico para o registro da língua natural por meio de situações contextualizadas.

1. Sueli tem algumas moedas. Ela sabe que para contar é mais fácil formar grupos. Formou, então, pilhas de 10 moedas.



a) Quantos grupos com 10 moedas ela formou? 6 grupos.

b) Quantas moedas ficaram fora das pilhas de 10? 5 moedas.

c) Represente a quantidade de moedas de Sueli no quadro de ordens.

D	U
6	5

d) Quantas moedas tem Sueli? 65 moedas.

e) Escreva esse número por extenso.

Sessenta e cinco.

USO EXCLUSIVO DO PROFESSOR
VENDA PROIBIDA

Figura 6: Atividade de agrupamentos por meio da contagem de dinheiro.

Fonte 6: GIOVANNI, 2009, p. 47.

De modo geral, as coleções analisadas apresentam e trabalham com alguns dos registros e representações propostos na pesquisa. Percebemos que se recorre aos

[Digite texto]

materiais manipuláveis para uma melhor explicação das unidades constituintes do número, como por exemplo, o material dourado, o ábaco e o uso de cédulas.

Vimos que os tratamentos inerentes ao sistema decimal são apresentados e que as conversões propostas muitas vezes são consideradas nos dois sentidos.

Concluimos então que mesmo as coleções analisadas tendo organizações metodológicas diferentes, as duas trabalham com as mesmas propostas de atividades o SND.

No capítulo seguinte será apresentada a sequência didática proposta aos alunos, assim como as variáveis didáticas, a análise *a priori*, descrição das atividades e análise *a posteriori*.

CAPÍTULO 3 – A EXPERIMENTAÇÃO REALIZADA

Para investigarmos conhecimentos referentes à estrutura do SND analisaremos, neste capítulo, os registros produzidos por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de tempo integral de Campo Grande - MS, diante de atividades envolvendo jogos. A aplicação da sequência foi programada para 05 encontros e no total houve participação de onze alunos pertencentes ao reforço de Matemática. As sessões eram aplicadas ao final do período das aulas, onde os alunos que faziam o reforço permaneciam na escola por mais uma hora para tal atividade.

Como o intuito da pesquisa era analisar os conhecimentos dos alunos acerca do SND, consideramos que o mais adequado seria que os sujeitos da pesquisa estivessem então nos anos finais do 1º ciclo do Ensino Fundamental. Ao conversarmos com a diretora da escola eleita para a experimentação, ela nos fez a proposta de trabalharmos com os alunos do reforço de Matemática que estavam no 4º ano. Assim, aceitamos a proposta por conciliar o que já tínhamos por objetivo.

Além da participação da pesquisadora, houve encontros em que estavam presentes um observador (professor) que auxiliou na experimentação e alguns em que esteve a professora da sala. A professora não interferiu na experimentação, apenas auxiliou quanto ao gerenciamento disciplinar dos alunos.

Os jogos propiciam a interação entre as crianças, o que constitui uma fonte de dados para nossa análise: o registro da língua natural, como característica discursiva, em que o aluno pode justificar suas ações. Segundo os PCN:

Se para a aprendizagem da escrita o suporte natural é a fala, que funciona como um elemento de mediação na passagem do pensamento para a escrita, na aprendizagem da Matemática a expressão oral também desempenha um papel fundamental. (PCN, 1997, p. 45).

A verbalização e discussão das crianças durante o jogo é também essencial na atividade das crianças. Segundo Muniz (2010, p. 89):

A representação verbal é muito atrelada à leitura de quantidades e de valores oferecidos pela estrutura do jogo, mas nem sempre realizada pelo jogador: quando realizada, constitui-se em rico momento de revelação de conceitos e de esquemas matemáticos, muitas vezes desconhecidos pelo professor de Matemática.

Duval (2011, p. 149) afirma ainda que as produções dos alunos em matemática são produções semióticas e ao menos elas se fazem em dois registros, sendo um deles a linguagem na modalidade oral/escrita.

[Digite texto]

Além da discussão interna entre as crianças, durante as jogadas as crianças elas foram questionadas quanto às suas ações no jogo, revelando então sua compreensão a respeito do SND. Sobre isso, vejamos o que Lerner e Sadovksy (1996) nos trazem quanto à importância de questionar as crianças sobre suas fundamentações e justificativas:

Quando se lhes pede a fundamentação dos critérios, algumas crianças se veem obrigadas a explicar relações que já utilizavam sem sabê-lo; outras coordenam conhecimentos que possuíam, porém ainda não tinham relacionado, e outras realizam uma descoberta que se torna possível para elas só no contexto desta discussão. (LERNER e SADOVKSY, 1996, p.122)

A necessidade de produzir registros se justifica porque em alguns jogos ocorreram várias jogadas ou partidas, para que somente ao fim delas fosse revelado o ganhador. Logo, foi necessário que os alunos anotassem os pontos conseguidos durante as mesmas.

Os jogos são de natureza diferente, isto é, trabalham diferentes especificidades do SND e têm objetivos próprios, assim as variáveis didáticas pertinentes da Engenharia Didática serão apresentadas nas atividades de cada jogo.

No desenvolvimento da sequência de atividades foram utilizados três jogos, onde cada um visou mobilizar diferentes atividades cognitivas dos alunos para explicitação do conhecimento matemático objetivado.

Lembrando que nosso objetivo principal na pesquisa não foi o de aprendizagem do conteúdo, apesar de considerá-la como elemento inerente à nossa intervenção, esperávamos então que os alunos manifestassem e mobilizassem seus conhecimentos a respeito do SND por meio dos jogos.

3.1 Jogo Tiro ao Alvo

Número de participantes: 4 alunos

Desenvolvimento: Para se decidir a ordem de cada criança jogar, optamos por utilizar a maior pontuação obtida ao jogar dois dados ou de acordo com a ordem estabelecida e consentida entre os membros do grupo.

Na sua vez, cada jogador lança quatro pedrinhas/feijões simultaneamente sobre o alvo e observa sua pontuação (a região amarela vale 1 ponto e a região azul vale 10, peças caídas na parte branca, ou fora da folha, não contam pontos). A cada jogada,

[Digite texto]

reproduz-se com as peças do Material Dourado, o número de pontos obtidos no lançamento no alvo. Segue-se a ordem de classificação já estabelecida dos jogadores para as próximas jogadas. Ganha o jogo quem primeiro obtiver a placa, que representa a centena.

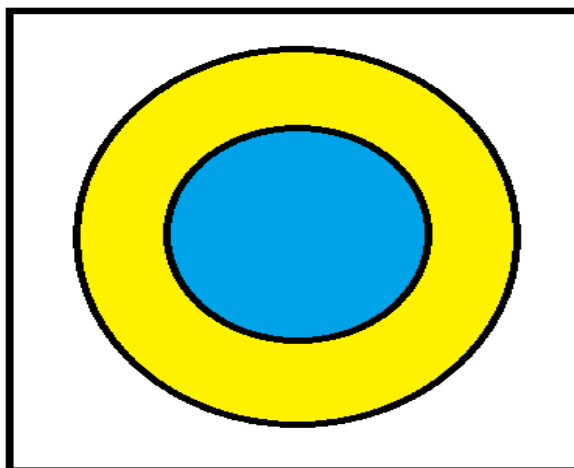


Figura 7: Folha de cartolina do jogo *Tiro ao alvo*

Este jogo foi escolhido porque atende ao nosso objetivo de analisar por meio dos registros a compreensão dos alunos a respeito da composição aditiva e multiplicativa dos números, da formação do numeral cardinal através dos agrupamentos e do conceito de valor posicional.

Segundo Nunes (2009, p.21): “Para testar se a criança compreende a composição aditiva de números, é necessário criar situações em que ela precise contar unidades de valores diferentes, e coordená-las numa quantia única”. Desse modo, no jogo o aluno precisou agrupar as quantidades relativas a cada jogada em uma quantia única.

A organização de natureza multiplicativa também se faz presente no sistema de numeração, facilitando a composição do número. De acordo com Brandt e Moretti (2005, p. 213): “A coligação do todo com a seriação dos elementos é que permitirá a construção do número, de forma progressiva e se completa quando se reúne às operações de composição aditiva e multiplicativa”.

Relembrando que por meio dos registros mobilizados buscou-se também analisar a compreensão de valor posicional do número, ou seja, analisar a compreensão

das crianças sobre o fato de que a posição ocupada pelo algarismo no número determina uma quantidade diferente de acordo com as potências de base 10.

Por meio da composição do número em dezenas e unidades, esperávamos verificar se os alunos compreendiam que a junção da pontuação obtida nas regiões do alvo e também pelo uso do material dourado aparecia na escrita do número. Outra atividade que analisamos também no jogo foram os tratamentos que os alunos realizavam na contagem dos pontos.

A operação de contagem necessária no jogo, de acordo com suas próprias regras, traz em si a coordenação de duas representações diferentes. O jogo apresentado não pode ser considerado um registro de representação semiótica da estrutura do SND porque não obedece às regras de formação de uma representação semiótica, já apresentadas neste trabalho. Assim, não estamos afirmando que ocorre a conversão do jogo para o registro numérico, e sim da contagem das unidades materiais presentes no jogo para o registro simbólico do número. As unidades materiais citadas também podem ser designadas de marcas de unidades, como já explicado anteriormente.

O tratamento das representações dos pontos com o material dourado exige as trocas e agrupamentos pertinentes ao SND, mas o mesmo não exige o valor posicional. Sendo assim, a representação no material dourado não é congruente à representação numérica do SND, ou seja, não possui a mesma ordem semântica no registro de saída e também no registro de chegada.

O intuito do uso do material dourado para iniciação do jogo “Tiro ao Alvo” foi de verificar se os alunos realizavam as trocas do SND, ou seja, se compreendiam a base 10, assim como analisar os tratamentos realizados com as representações no material manipulável.

3.1.1– Análise *a priori*

Sessão 01

Nesta sessão, inicialmente abordamos as representações de quantidades no material dourado e suas propriedades. Verificamos então, como os alunos realizam os tratamentos com o material dourado para que vencessem o jogo. O uso do material



[Digite texto]

dourado nessa primeira sessão teve como objetivo facilitar a representação dos pontos obtidos por eles durante as sessões posteriores.

Os alunos tiveram à disposição uma folha sulfite para anotar os pontos conseguidos. Como dispomos o uso do material dourado para representar os pontos obtidos, previmos que as crianças não anotariam no papel os pontos alcançados, sendo preciso só realizar as trocas com o material dourado.

Durante o desenvolvimento da atividade com o jogo, questionamos os alunos sobre determinadas jogadas de modo a compreender o raciocínio empregado nas prováveis trocas e substituições das peças do material dourado.

A seguir encontra-se o modelo de tabela da sessão:

NOME:			
JOGADAS	 DEZENA	 UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA			
2ª JOGADA			
3ª JOGADA			
4ª JOGADA			
5ª JOGADA			
6ª JOGADA			
TOTAL			

Quadro 1: Tabela de pontuação 01.

Estratégias:

As estratégias aqui estudadas são relativas à trocas e representação de quantidades com o material dourado.

E₁: Tomar somente as unidades (cubinhos) para pontuar no jogo.

Não induzimos as crianças sobre as trocas a serem feitas, pois almejamos verificar se elas compreendem a estrutura do SND por meio dos conceitos e propriedades que mobilizam. Por exemplo, se a criança obtiver com o lançamento das pedras 20 pontos = 2×10 , analisamos se ela toma duas barrinhas da dezena ou 20 cubinhos da unidade. Com relação a esses procedimentos de trocas e substituições, Brandt observa o seguinte a respeito da compreensão dos mesmos:

Nem sempre a soma de 10 unidades foi interpretada como um grupo de 10. Quando a criança soma de 1 em 1 para aumentar 10 unidades significa que ela não as agrupa denominando-as de uma dezena e tampouco identifica a dezena nos algarismos do numeral que representa o número. (BRANDT, 2005, p.198).

E₂: Realizar as devidas trocas das peças do material dourado.

Como as crianças já conhecem o material dourado, elas podem realizar as trocas de acordo com os agrupamentos dos grupos de 10. Entretanto, acreditamos que realização dessas trocas no material dourado não implica que os alunos reconheçam no registro de representação numérico as mesmas propriedades.

Sessão 02**Variável Didática: Jogar sem a utilização do material dourado**

Nessa sessão o material dourado não é utilizado, dessa forma o aluno será induzido a registrar numericamente no papel. Acreditamos que com a sua retirada a criança pode elaborar novas estratégias para anotação dos pontos.

Essa sessão foi a seguinte àquela com o uso do material dourado. Assim, pensamos que após jogarem com o uso do material dourado o aluno teria mais facilidade em realizar os registros pertinentes à estrutura do SND no jogo. Isso porque os alunos podem realizar as correspondências do material representativo do SND com sua representação numérica.

A representação dos pontos utilizando o material dourado difere da representação do registro numérico, pois o tratamento no material dourado não requer o

valor posicional para seu registro. Desse modo, é preciso que o aluno assimile as regras do novo sistema semiótico, ou seja,

O tratamento no novo sistema exigirá agora o conhecimento que cada grupo de dez formado pode ser representado por um dos dez símbolos estabelecidos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Porém, o que vai definir se esse grupo é um grupo de dez unidades, um grupo de cem unidades (portanto dez grupos de dez), um grupo de mil unidades (dez grupos de cem unidades) é a posição do símbolo na representação. (BRANDT e MORETTI, 2005, p.216).

As regras apresentadas e descritas estabelecem que o vencedor seja aquele que conseguir primeiro a quantidade de pontos correspondente à placa. Assim, podemos investigar conhecimentos das crianças no tocante à centena do número.

Questionamos também as crianças sobre os grupos de quantas unidades e dezenas compõem um determinado número. Investigando crianças do 2º ciclo da Educação Básica, Brandt (2005), analisou que quando o número era formado por dois algarismos, dificilmente as crianças erravam o total de grupos de dez, ou seja, quantas dezenas tinham no número. Já com números constituídos por três algarismos, eles apresentavam dificuldades na identificação da quantidade das dezenas no numeral.

Assim, observaram que os alunos associavam a quantidade das dezenas somente ao algarismo da dezena. Por exemplo, em 129 afirmavam que há 2 dezenas e em 207 há 0 dezena (ou grupos de 10). A identificação das unidades também não foi identificada com tanta facilidade em números de dois ou três algarismos. Os alunos diziam, por exemplo, que em 59 tem 9 unidades. Na ideia de Kamii (1990), apresentada anteriormente, podemos dizer que a criança está construindo o sistema de valor posicional onde se encontra na ideia da regra do código.

A tabela usada para os alunos marcarem seus pontos é igual à da sessão anterior. Diferentemente da outra sessão, para a anotação na tabela dos pontos, torna-se necessário que os alunos coordenem a contagem das pedrinhas caídas no alvo com o registro numérico da tabela, valendo-se de símbolos próprios e pertinentes ao sistema de numeração decimal. Além da conversão para o registro numérico, a tabela apresentada exige que o aluno decomponha as diferentes unidades do número em suas partes constituintes, ou seja, em torno das dezenas e unidades.

Estratégias:

E₁: Somar o total de pontos com desenhos (marcas de unidade) correspondentes termo a termo ao número de pontos.

Acreditamos que alguns alunos podem resolver o algoritmo da adição de seus pontos com algum tipo de representação. Eles podem fazer “tracinhos” ou algum outro esquema para representação dos objetos da coleção gozando as propriedades cardinais e ordinais, ou seja, as marcas de unidade já explanadas anteriormente.

E₂: Fazer o algoritmo da adição e multiplicação para realizar o registro numérico.

Na produção da escrita numérica no registro dos pontos, o aluno deve saber o valor posicional para efetuar o registro numérico indo-arábico. Acreditamos que o aluno possa fazer o algoritmo da adição para saber quantos pontos obteve em uma jogada. Por exemplo, se as duas pedrinhas caírem na região azul, pensamos que eles podem somar os pontos $10+10 = 20$. Ou ainda, o aluno pode utilizar a composição multiplicativa $2 \times 10 = 20$.

E₃: Somar o total de todas as dezenas com todas as unidades obtidas.

O aluno pode somar todas as dezenas presentes na coluna da mesma e também todas as unidades correspondentes à sua coluna, para assim obter o total de pontos somando todas as dezenas com as unidades. Por meio dessa estratégia, podemos observar se o aluno compreende que o número é composto de unidades constituintes.

E₄: Registrar os pontos das dezenas de acordo com o obtido no jogo.

Assim como no jogo o número de feijões caídos na parte azul deve ser multiplicado por dez, para que dessa forma os alunos possam conhecer quantos pontos obteve, acreditamos que os alunos podem registrar o total de pontos dessa forma. Desse modo, ao invés de colocar quantas dezenas ele conseguiu, o aluno coloca o total de pontos obtidos na região azul. Por exemplo, se em uma jogada caíram 2 feijões na região azul e 1 feijão na amarela, o aluno anota o 20 na coluna das dezenas e o 1 na coluna das unidades. Caso isso ocorra, perguntaremos aos alunos a respeito dos agrupamentos de dez necessários nessa situação para que verifique se sua afirmação está correta.

E₅: Escrever a composição final do número apenas justapondo partes constituintes pela composição multiplicativa.

Contrariamente à estratégia anterior, os alunos podem anotar os pontos corretamente de acordo com a representação do valor posicional do número. Logo, pode acontecer também que algum aluno escreva o resultado final, apenas justapondo os números obtidos correspondentes à coluna das dezenas e unidades. Para contornar tal situação, questionaremos os alunos sobre as unidades constituintes do número em relação à posição do algarismo.

Sessão 03

O vencedor será aquele que obtiver primeiramente 500 pontos

Nessa sessão utilizamos três dados ao invés de pedras. Jogam-se três dados e dependendo do número obtido com o dado, multiplica-se pela região em que cada dado caiu, sendo que a região azul vale 10 pontos e a amarela 1 ponto. Inicialmente, para familiarização das novas regras, o vencedor foi aquele que obteve 100 pontos.

Realizamos algumas modificações nas regras do jogo Tiro ao Alvo ainda nessa sessão. Assim, toda a folha contendo o alvo vale para contagem de pontos, ou seja, a região branca vale 1 unidade, a amarela 10 unidades e a azul, 100, e assim, o vencedor será aquele que obtiver 500 pontos.

Nesta sessão o aluno precisa realizar a composição multiplicativa, além da aditiva. Analisamos então a produção dos alunos quanto à composição do número.

No caso de uma região não ser contemplada numa dada jogada, verificamos a compreensão das crianças em relação à ausência do valor da casa em questão.

Modelo de tabela:

NOME:				
JOGADAS	CENTENA	DEZENA	UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA				
2ª JOGADA				
3ª JOGADA				
4ª JOGADA				
5ª JOGADA				
6ª JOGADA				
TOTAL				

Quadro 2: Tabela de pontuação 02.

Acreditamos que as estratégias de anotação dos pontos são as mesmas explanadas na sessão anterior.

3.1.2 Experimentação e análise *a posteriori*

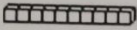

Descrição e análise a posteriori da sessão 01:

No dia do desenvolvimento dessa sessão alguns alunos tiveram que se retirar da sala para realização de uma avaliação que não haviam terminado durante o horário da aula. Assim, só estavam presentes três alunos: D₁, Z e L⁵.

Como planejado, inicialmente foi lembrado aos alunos, as propriedades e equivalências entre as peças do material dourado. Também houve explicação quanto à anotação dos pontos na tabela.

Nossa previsão de que os alunos não realizariam os registros dos pontos na folha dada se confirmou. Destacamos aqui o aluno D₁, único a realizar a anotação dos pontos na tabela, mesmo que apenas no início do jogo.

⁵ Os sujeitos da pesquisa são designados pelas iniciais do nome.

JOGADAS	 DEZENA	 UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA	1	10	21
2ª JOGADA	18	21	14
3ª JOGADA	12		
4ª JOGADA			
5ª JOGADA			
6ª JOGADA			
TOTAL			

Protocolo 1: Tabela de pontos do aluno D₁.

O aluno D₁ ficou com dúvidas sobre como marcar seus pontos na primeira jogada:

D₁: Thaís, eu vou ter que marcar aonde o 21?

Com a ajuda da pesquisadora, o aluno conseguiu anotar corretamente os pontos na linha destinada à primeira jogada. Em relação a essa jogada, D₁ ainda fez os tratamentos da soma das dezenas com as unidades em voz alta e com a ajuda da colega:

D₁: 1 mais 10. 1 mais 1... zero mais um? Zero mais um....

L: Um.

D₁: 1 mais 1, quanto? 21. O meu deu 21 gente!

Observou-se que o aluno manipulou os pontos da jogada com o material dourado, mas não conseguiu registrar adequadamente na tabela as partes constituintes do número, isto é, em dezenas e unidades. Constatamos isso ao verificar posteriormente o registro dos improváveis pontos na tabela (lembrando que os alunos jogavam apenas quatro pedrinhas, logo essa pontuação feita no jogo seria impossível). Percebemos então que o aluno encontrou dificuldade em realizar os tratamentos requeridos para o total de pontos da jogada e que ele sabe quantos pontos conseguiu, mas para registrar as dezenas na posição correta ainda manifesta dificuldades.

Em um determinado momento, ele conseguiu 13 pontos (provavelmente na segunda jogada) e novamente teve dúvidas na anotação.

D₁: Thaís, eu coloco o 13 aqui ou aqui? (indicando a coluna das dezenas e das unidades).

Pesquisadora: Quantas dezenas têm o 13?

D₁: Quantas dezenas têm o 13? 10.

Pesquisadora: Tem 10 dezenas? Quanto que é uma dezena?

D₁: Uma dezena? 10.

Pesquisadora: E 13, você acha então que tem dez dezenas?

A essa última pergunta o aluno não respondeu. Podemos verificar que o aluno sabe quanto vale uma dezena, mas quando questionado sobre quantas dezenas tem a quantidade de 13 pontos, ele não conseguiu responder e registrar na tabela. A utilização do material dourado parece então não auxiliar o aluno a anotar seus pontos na tabela e a verificar a quantidade das unidades constituintes do número, no caso, não identificando as dezenas no registro numérico. Assim, inferimos que o aluno não conseguiu realizar a conversão do registro material para o registro numérico.

Pela tabela do aluno, constatamos também que ele se confunde ao marcar os pontos. Por exemplo, na terceira jogada em que ele anotou que tinha 12 dezenas, na verdade havia caído uma pedra na região azul e duas na amarela. O aluno dizia então, que havia conseguido 12 dezenas e estava tomando 12 barrinhas (12 dezenas) do material dourado. Na tentativa de explicar ao aluno a sua afirmação, sobre o total de pontos que ele obteve, foi perguntado aos outros alunos:

Pesquisadora: Gente, o D tinha caído aqui assim (exemplificando a jogada no alvo), e ele tá pegando 12 dezenas, tá certo?

L e Z: Não.

Z: Tá errado. Tem que pegar 10 e tem que pegar mais 2, assim (pegando as peças correspondentes às unidades no material dourado). Aqui D.

D₁: Eu sei.

O diálogo apresentado entre as crianças reforça o que já foi afirmado, que o aluno D teve dificuldades na manipulação do material dourado para escolher as peças correspondentes à quantidade de pontos que obteve e também em registrar o número representativo da quantidade no registro numérico. Verificamos que esse aluno tem dificuldades quanto à representação do sistema relacionadas ao valor posicional não coordenando a operação de contagem dos objetos e sua representação numérica nas partes constituintes do número.

[Digite texto]

Transcrevemos agora o diálogo de um aluno que chegou a obter os 100 pontos primeiro, mas por distração ou por não realizar as devidas trocas não percebeu que havia vencido. O fato de não perceber que havia vencido pode se justificar porque no começo do jogo foi avisado que o vencedor seria aquele que obtivesse a placa, entretanto ele não agrupou as 10 barrinhas para trocar pela placa de 100 unidades. Logo, concluímos que o aluno não percebeu a equivalência das 10 barrinhas agrupadas, com uma placa.

Z: O meu já deu 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100. Eita! 100. Ah! Não deu não.

Pesquisadora: Não deu não?

[...]

Z: 100, 101, 102, 103.

Observamos que o aluno realiza a contagem das barrinhas de dez em dez, mas aparentemente não compreende a formação dos grupos de dez agrupados, coadunando com os resultados de Brandt (2005). O mesmo não aconteceu no agrupamento de 10 barrinhas para uma placa, pois como já apresentado, ele não realizou a troca crucial do jogo. Vemos então que o aluno não realizou os tratamentos necessários com a representação material do número.

Após esse momento, foi retomado novamente o esclarecimento sobre as equivalências entre as peças do material dourado, mas assim, muitas vezes eles não efetuavam as trocas e substituições com o mesmo. Somente após questioná-los se não teria um modo mais fácil de contabilizar os pontos que não fosse somente pelos cubinhos, que eles então realizaram as trocas necessárias.

Como houve um vencedor da rodada anterior, iniciou-se uma nova rodada em que somente com os alunos Z e L jogaram, pois o aluno D não quis mais jogar.

Como resultado da explicação referida feita pela pesquisadora, os alunos quando questionados em relação aos grupos de dez, ou as dezenas, não tiveram dificuldades em responder, pois contavam os pontos com o material dourado por meio das barrinhas. Em geral, os alunos tiveram algumas dificuldades relacionadas aos tratamentos com o material dourado nos agrupamentos e trocas, mas que logo foram sanadas após a retomada das equivalências e propriedades do mesmo.

No que se refere à escolha de se utilizar o material dourado para facilitação da ideia dos agrupamentos e trocas, verificamos que o mesmo não foi tão eficiente quanto

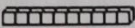

o esperado. Percebemos que o único aluno, que anotou os pontos na tabela, não percebeu as correspondências entre as representações com o material dourado e o registro numérico.

Descrição e análise a posteriori da sessão 02

Na sessão em que foi trabalhado o jogo Tiro ao Alvo sem a utilização do material dourado estavam presentes sete crianças. Para facilitar o desenvolvimento das atividades e a obtenção dos dados da pesquisa, as crianças foram divididas em três grupos: J.C e D, B e L e P, M e Z. Para começar e com o objetivo de que eles se familiarizassem com o jogo, foi comunicado aos alunos que o vencedor seria aquele que conseguisse 50 pontos.

No desenvolvimento da sessão foi observado que ocorreu o envolvimento no jogo proposto por parte de todos os alunos. Algumas crianças tiveram dificuldades em anotar os pontos correspondentes a cada jogada, com relação à representação das dezenas e unidades do número. Algumas delas também manifestaram dificuldades em somar a pontuação obtida para saber se já havia um vencedor.

O aluno JC, por exemplo, somou todos os seus pontos nos dedos. Pode-se dizer que essa ação equivale à estratégia prevista de realizar o tratamento dos valores com traços correspondentes termo a termo ao número de pontos. Entretanto, houve um momento em que esse mesmo aluno contou que havia cinco jogadas em que tinha obtido 11 pontos. Logo ele concluiu dizendo que obteve 55 pontos.

JOGADAS	 DEZENA	 UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA	10	1	11
2ª JOGADA	10	1	11
3ª JOGADA	10	1	11
4ª JOGADA	10	1	11
5ª JOGADA	10	1	11
6ª JOGADA		1	55
TOTAL			

Protocolo 2: Tabela de pontos do aluno JC.

JC: Tia, fiz 55!

Pesquisadora: Como você fez? Como você sabe que conseguiu 55?

JC: “Ó”, 1, 2, 3, 4, 5 (indicando o total de vezes em obteve 11 pontos).

Pesquisadora: E onde você tá marcando? Tem que marcar aqui no total.

JC: Eu sei.

Pesquisadora: Então marca. Quanto você fez?

JC: Não sei...

A fala do aluno demonstra que ele consegue compreender os devidos tratamentos que devem ser feitos para que consiga o total de pontos, mas ele não consegue realizá-los no registro numérico, fazendo então o cálculo mental. Quando o aluno diz não saber mais quantos pontos fez, nos parece que ele não confia na contagem feita, por não conseguir representar o total de pontos de acordo com as dezenas e unidades. Inferimos que o aluno não compreende as partes constituintes em que a representação do número pode ser decomposta de modo a anotar sua pontuação, posicionando adequadamente as dezenas e unidades. Fica evidente a dificuldade de tratamento.

Muniz (2010) aponta que muitas vezes o aluno consegue realizar o cálculo mental, mas no momento em que é preciso anotar os pontos no papel, o aluno revela uma grande dificuldade. Segundo o autor: “isso pode significar, já na perspectiva da criança, uma desvalorização dos processos mais “espontâneos” desenvolvidos no jogo

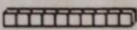

em relação aos algoritmos institucionalizados na escola pelo professor.” (MUNIZ, 2010, p. 94).

Observemos também que o aluno não colocou os pontos obtidos nas colunas das dezenas em agrupamentos de 10, ou seja, a equivalência que 10 pontos correspondem a uma dezena, como requer a tabela. Vemos que a criança anota os pontos de acordo com as regras do jogo, fazendo corresponder as dezenas à região azul e as unidades à região amarela, realizando então a estratégia prevista. Como não foi possível permanecer ao lado de cada um dos grupos em todas as jogadas, não podemos afirmar se em todas elas o aluno realmente conseguiu 11 pontos.

A dupla de alunas B e L, que jogavam juntas, somavam a cada duas jogadas os seus pontos, para verificar se já haviam conseguido vencer.

Durante uma jogada, as quatro pedrinhas caíram na região azul, em que valia 10 pontos e L vibrou porque disse que tinha conseguido 40 pontos. Perguntei à ela como sabia que tinha esses pontos e explicou:

L: “Por causa que aqui é de 10 (indicando a região azul) e aqui tem 4; 10, 20, 30, 40.”

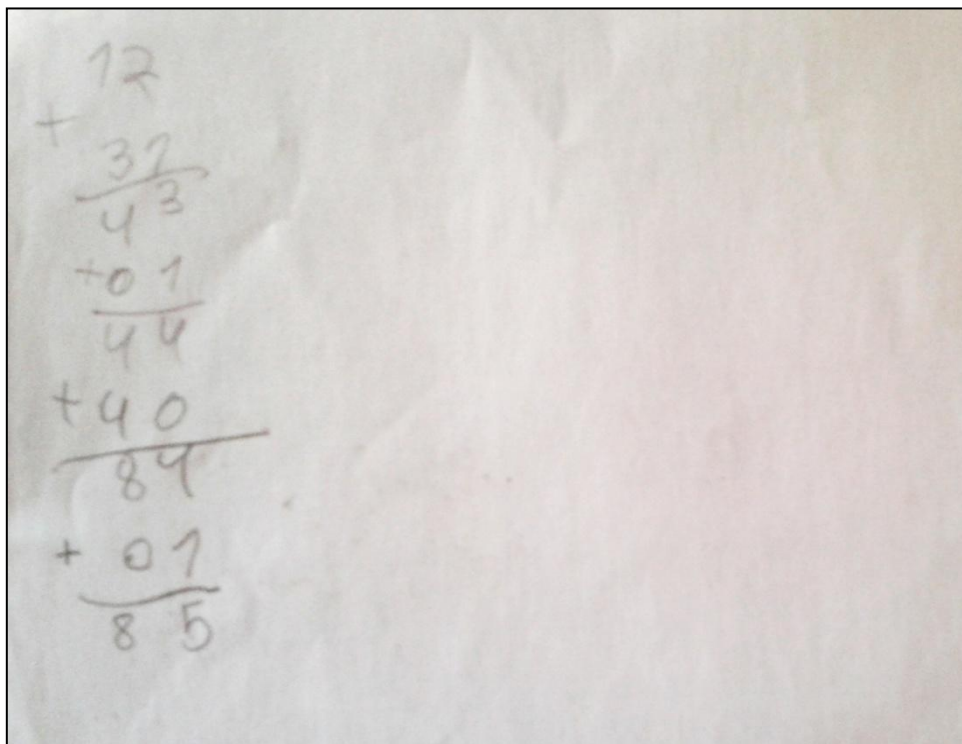
JOGADAS	 DEZENA	 UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA	10	02	12
2ª JOGADA	30	01	31
3ª JOGADA		01	01
4ª JOGADA	40		40
5ª JOGADA		01	01
6ª JOGADA			
TOTAL			

Protocolo 3: Tabela de pontos da aluna L.

Podemos inferir por sua justificativa que a criança realizou a composição aditiva e multiplicativa ao indicar que cada feijão caído na parte azul valia 10 pontos, sendo que haviam caído quatro feijões nessa região. Ou seja, a contagem de pontos feita

[Digite texto]

na forma multiplicativa ou aditiva: $4 \times 10 = 40$ ou $10 + 10 + 10 + 10 = 40$. A seguir encontra-se o protocolo da soma dos pontos realizado no verso da folha de pontos delas.



Protocolo 4: Soma dos pontos da aluna L.

Percebemos que elas adotaram uma estratégia bastante pertinente para que conseguissem verificar se já haviam vencido ou não, ao contrário de alguns alunos que tiveram dificuldades em realizar a soma de todas as parcelas correspondentes a cada jogada.

Já o aluno P, não sabia como realizar a contagem do total de pontos, isto é, somar os pontos conseguidos da região amarela com a azul (dezenas com unidades). Sendo assim, o grupo dele não conseguiu chegar a um vencedor.

Quando todos os grupos já tinham alcançado um vencedor, foi estabelecido que o mesmo fosse quem obtivesse mais de 100 pontos.

Como já foi dito anteriormente, a maioria dos alunos não compreendeu que poderia simplesmente marcar os pontos na tabela de acordo com o número de peças caídas no alvo, isto é, no caso das dezenas não era preciso multiplicar por dez para anotar os pontos na parte correspondente ao mesmo.

Descrição e análise a posteriori da sessão 03

Essa sessão foi realizada no dia 18 de junho de 2013. Inicialmente explicamos as novas regras do jogo com a utilização dos dados e exemplificando jogadas para esclarecê-las. Isso porque nessa sessão houve algumas mudanças no jogo. Ao invés do lançamento de pedrinhas ou feijões, os alunos passaram a lançar os dados e ainda foi acrescida na tabela de pontuação, a coluna das centenas. Também houve uma explicação sobre as unidades constituintes do número, que são no caso: centena, dezena e unidade e seus respectivos valores. Após esse momento, entregamos as tabelas aos alunos e eles iniciaram o jogo.

Nesse dia estavam presentes 08 crianças. Pedimos aos alunos para que se dividissem em três grupos, que foram: P, Z e M; B, L e L₁ e JC e D.

Logo que os alunos iniciaram a primeira partida percebemos que muitas crianças estavam com dificuldades em anotar os pontos na nova tabela elaborada para a sessão. Foi preciso então, chamá-los novamente para explicar como registrar os pontos na mesma. Percebemos que o uso dos dados foi motivo de dificuldades em registrar os pontos na tabela.

Após a explicação, os alunos iniciaram uma nova partida. Pelo diálogo apresentado, verificamos que os alunos, após o momento da explanação do registro dos pontos na tabela, compreenderam como registrar:

Pesquisadora: Quanto deu Z?

Z: 70.

Pesquisadora: Por que deu 70?

Z: Porque caiu dois na ...

M: Três, quatro.

Z: Quatro, dá quarenta. 40 mais três, 40, 50, 60, 70. 40 mais três dá 70. Não caiu nenhum no amarelo.

Pesquisadora: Não caiu nenhum no amarelo, né. Então como que faz aqui pra anotar? Se caiu só na parte azul?

O aluno faz o registro dos pontos.

Pesquisadora: Isso! Tem 70 pontos então são 7 dezenas. E agora, como que eu marco aqui no fim, o total?

P: 7 ...70.

JOGADAS	CENTENA	DEZENA	UNIDADE	TOTAL DE PONTOS
1ª JOGADA	0	5	0	50
2ª JOGADA		7	0	70 110
3ª JOGADA		8	0	80 180
4ª JOGADA		5	4	54
5ª JOGADA		9	0	90
6ª JOGADA		1	1	11
TOTAL	3	34	5	

Protocolo 5: Tabela de pontos do aluno Z.

Na tabela, a coluna correspondente à ordem das unidades foi preenchida pelo último algarismo do número. Como visto nos livros didáticos apontados anteriormente, essa divisão das ordens das classes feitas para representar um número geralmente é feita dessa maneira, onde cada algarismo corresponde a uma ordem.

Quanto aos dois números, 110 e 180, no final das linhas da 2ª e 3ª jogada, embora não tenha sido possível interrogá-lo no momento da realização do registro, é provável que ao soma a 1ª com a 2ª ele erra o registro (110 ao invés de 120) e na 3ª anota o resultado de $120 + 60 = 180$, mas observa-se que ele opera no SND.

O aluno M conseguiu em uma jogada 110 pontos, pela soma de dois dados com quatro pontos e um com três, todos na região azul e, portanto foi o vencedor da partida. Para a contagem dos pontos obtidos com os dados, os alunos do grupo o ajudaram, contando na sequência numérica de dez em dez, os dados que caíram na região azul.

P: 80, 90, 100, 200.

Percebemos então que algumas crianças realizaram a contagem dos pontos conseguidos na área azul desse modo e que também erroneamente contavam as dezenas de dez em dez após a primeira centena (eles não contavam o 110, 120..., já pulavam para a próxima centena). Podemos afirmar que os alunos não encontram dificuldade quanto à conversão da quantidade conseguida pelas marcas de unidade dos dados no

jogo tanto para o registro numérico como para o registro da língua natural. Eles apenas não conseguem contar a sequência numérica após as potências exatas de base dez.

Chegado o momento de anotar os pontos na tabela, M não consegue “encaixar” os 110 pontos conseguidos de acordo com os valores posicionais. Novamente foi preciso explicar por meio de algumas situações no jogo, o conceito das dezenas e unidades de acordo com a região em que haviam caído os dados.

Pesquisadora: *Quantas dezenas têm?*

P: *Aqui tem quatro, aqui tem quatro e aqui tem três (indicando a pontuação de cada dado).*

Pesquisadora: *Então como que eu faço pra juntar tudo?*

P: *11.*

Pesquisadora: *11 dezenas não são?*

M: *Não.... sim!*

De maneira geral, percebemos que os alunos não associavam as regiões do alvo com as potências de dez que constituem o número para realizar a conversão das unidades materiais contadas no jogo em seu registro numérico. Muitas vezes eles tiveram dificuldades em separar as unidades constituintes do número de acordo com as colunas apresentadas na tabela.

Como nas sessões anteriores, para realização da soma de todos os pontos, os alunos não percebiam que podiam somar primeiramente toda a pontuação das dezenas com a das unidades. Inferimos que essa atitude evidencia uma não compreensão da estrutura do sistema decimal. As poucas crianças que tentaram realizar a soma dos pontos por meio desse procedimento não conseguiram efetuar-la com sucesso.

Novamente nessa sessão, os alunos também sentiram dificuldades ao realizar a operação de adição e verificar quem foi o ganhador. Muitos deles queriam realizar a pontuação final contando nos dedos. Assim, logo que percebiam a inviabilidade dessa ação, acabavam por desistir de encontrar um ganhador.

3.2 Jogo das Cartas⁶

Número de participantes: 4 crianças.

Materiais necessários: 30 cartas numeradas de 0 a 9.

Desenvolvimento: Inicialmente é escolhida uma criança do grupo para que seja a carteadora. Ela deverá embaralhar as cartas e distribuir três delas para cada componente do grupo. Em seguida, o restante do grupo tentará formar o maior número possível com as três cartas que tiverem nas mãos assumindo um valor posicional para cada uma delas. Assim, o número formado deverá chegar na classe das centenas. Após isso, os alunos conferem quem fez o maior número e quem o obtiver marca um ponto naquela rodada.

No decorrer do jogo, gradativamente o carteador distribuirá a cada rodada uma carta a mais. Ao final de dez jogadas, ganha quem tiver feito mais pontos.

3.2.1 Análise *a priori*

O objetivo deste jogo é de analisar a compreensão dos alunos em comparar escritas numéricas e refletir sobre o valor posicional dos algarismos e representações das quantidades no registro numérico. Os critérios de comparação dos números evidenciam a estrutura do SND, bem como a ordenação dos números será necessária para que seja identificado qual o maior número. Brandt afirma que:

Numa atividade de comparação, a relação de ordem adquire uma especificidade vinculada à ordenação do sistema que é mobilizada. Os critérios de comparação sempre estarão vinculados a uma lógica que revela, de uma forma ou de outra, a estrutura do SND. (BRANDT, 2005, p.159)

A manipulação das cartas compreende um tratamento dentro do registro numérico, por meio do material no intuito de se construir o maior número possível.

Estratégias:

Como os números formados durante o jogo por cada jogador possuem a mesma quantidade de algarismos, acreditamos que possam surgir as seguintes estratégias:

⁶ Jogo adaptado de: Jogos de Matemática de 1º a 5º ano, p. 45. (Smole, Diniz & Cândido, 2007).

E₁: Fazer duas representações aleatórias e escolher aquela que, segundo ele, representa o número maior.

Ao realizar essa estratégia o aluno demonstra que não tem compreensão da estrutura do SND. Corroborando com Brandt, em que observou em seu trabalho que as crianças ao afirmarem erroneamente o valor dos dígitos em cada valor posicional ocupado, diz que:

Isso significa que elas não identificam os dígitos de acordo com o valor relativo das unidades e não apresentam as competências básicas de enxergar nas centenas e dezenas que compõem o numeral, nem os agrupamentos e os agrupamentos de agrupamentos. Por essa razão levantam hipóteses e as aplicam como se fossem verdades. (BRANDT, 2005, p. 132).

E₂: Colocar o maior algarismo à esquerda, pois considera que o primeiro algarismo é que determina qual será o maior número.

O aluno ao afirmar que o primeiro algarismo é que determina qual é o maior número pode ter compreensão da estrutura do SND. Segundo Brandt,

Assim “o primeiro é quem manda” ou “a maior quantidade de algarismos” são critérios a serem compartilhados por todos os membros de um grupo e estão associados à estrutura do SND. Isto porque o algarismo mais da esquerda estará sempre indicando o produto de um algarismo por uma potência de dez e quanto maior o número de algarismos no numeral, maior a quantidade de grupos de dez que se pode formar. (2005, p. 159).

E₃: Dispor os algarismos em ordem decrescente de valor, da esquerda para a direita, pois considera que nas posições que valem mais devem ser colocados os algarismos de maior valor.

Essa estratégia pode evidenciar um nível maior de conhecimento da estrutura do SND, pois o aluno pode compreender que cada casa decimal é produto de uma potência de dez em que dependendo da casa em que está poderá ter maior valor ou não.

Corroborando com o trabalho de Agranionih (2009, p.133) “as crianças evidenciam essa estratégia na formação das dezenas, onde a ordem da sequência determina a ordem a ser colocada os algarismos de modo a formar o maior número”.

E₄: Colocar o zero sempre como primeiro algarismo à esquerda.

Ao realizar essa estratégia, demonstra-se que o aluno não tem conhecimento de que o zero não altera a quantidade quando colocado à frente dos outros algarismos.

[Digite texto]

3.2.2 Experimentação e análise *a posteriori*

No dia da aplicação desse jogo, alguns alunos tiveram que se retirar com a professora da sala para realizarem uma avaliação. Logo, nesse dia havia somente quatro alunos para a aplicação do jogo: P, L, D e J. Em decorrência disso, não foi atribuído a nenhuma criança presente a função de ser a carteadora, logo eu mesma distribuía as cartas à elas.

Foi distribuída uma folha sulfite, para no caso de terem dificuldades em compor o maior número e para anotar o vencedor de cada partida. Entretanto os alunos não utilizaram a folha para as finalidades propostas.

Os alunos, não tiveram dificuldades em organizar os algarismos de modo a obter o maior número. Quando alguma criança pegava cartas altas, ela vibrava porque sabia que tinha chances de ganhar a rodada. O contrário acontecia com as crianças que pegavam cartas com números baixos.

P: Eu peguei dois 9 e um 8!

Apenas um aluno recorreu à estratégia E_1 , em que fazia combinações aleatórias para a composição do número. Ele apresentou números como 588 e 677, afirmando serem esses os maiores números formados com as cartas. O que, como já explanado, demonstra que o aluno não reconhece no registro numérico o valor de cada posição no número e assim, atribuiu qualquer algarismo aos valores relativos das centenas, dezenas e unidades.

Quando os alunos formavam o número e os interrogávamos sobre o porquê do dele ser o maior, afirmavam que devia sempre colocar na ordem, do maior para o menor, coadunando com a estratégia prevista E_3 . Em algumas jogadas, após os alunos terem formado seu respectivo número com as cartas, foi pedido que colocassem todos eles em ordem crescente. Podemos perceber que a comparação entre os números é feita estritamente pela numeração escrita, em que a ação era feita comparando-se dígito por dígito dos números:

Pesquisadora: Você tem 973 e ele 954. Qual é o maior?

J: 973.

Pesquisadora: Por quê?

[Digite texto]

J: Porque o 7 é maior que o 5.



Figura 8: Fichas do *Jogo das Cartas*

Após o reconhecimento de um vencedor ao longo das partidas, aumentava-se uma carta para a composição do número. No início houve dificuldades para comparar os números formados com os demais colegas e também na leitura dos mesmos para anunciá-los. Quando era retirada a carta com o número zero, os alunos a deixavam como último algarismo. Mas, rapidamente os alunos generalizavam e aplicavam a mesma regra já estabelecida por eles ao compararem os números de magnitudes menores.

Eles ainda têm conhecimento de que, na comparação de dois números com a mesma magnitude, o primeiro algarismo determina qual o maior. Assim como também sabem que quando o primeiro algarismo coincide com o outro, é necessário comparar o segundo algarismo para se decidir qual é maior, e assim sucessivamente, caso haja mais algarismos iguais.

Não há dúvidas de que os alunos reconhecem uma subjacente relação entre o valor do algarismo e a posição em que ele se localiza, mas isso não implica no reconhecimento de que cada algarismo representa uma potência de base 10. Podemos afirmar que o reconhecimento de que um número é maior do que outro se restringe estritamente à sua representação numérica, isto é, comparando-se cada dígito com o outro.

No que concerne ao jogo, observamos algumas situações construtivas relacionadas a ele. Por exemplo, a validação do ganhador da rodada se deu por todos os membros da equipe. Quando um aluno mostrava o número formado por meio das cartas,

[Digite texto]

e esse estava errado, os demais alunos o ajudavam de modo a formar o maior número com as cartas tiradas. Essa interação entre as crianças favoreceu a ordenação dos números por parte dos alunos que enfrentavam algum entrave.

3.3 Jogo de composição de números⁷

Número de participantes: 2 grupos ou 2 alunos

Material necessário: fichas para sorteio na qual há o número representado em algum tipo de registro, uma tabela para pontuar os acertos e papel sulfite para anotações de resultados e cálculos.

Desenvolvimento: Inicialmente decide-se quem começa o jogo. O primeiro jogador retira uma ficha e faz as devidas ações no papel para a composição final do número no registro numérico. A validação da afirmação poderá ser feita pelo jogador adversário, e assim o aluno marca um X na tabela que será dada. Se houver discordância entre os jogadores, a dupla poderá se valer do auxílio da pesquisadora. O vencedor será aquele que conseguir maior pontuação na tabela ao final do sorteio das 10 fichas.

3.3.1 Análise *a priori*

Em uma outra sessão dividimos a turma em duas equipes. O jogo então sofre algumas modificações em suas regras para garantir a organização das partidas.

Decide-se a nova ordem dos jogadores. Em sua vez de resolver as devidas transformações das fichas, a equipe do jogador da vez pode ajudá-lo, caso o mesmo tenha dificuldades. Para cada acerto, anota-se na lousa, para ao final das 20 fichas sorteadas de cada partida, verificar o grupo vencedor.

A escolha deste jogo se deu pelo fato dele permitir explorar diferentes representações no sistema de numeração decimal, em particular, por possibilitar a conversão entre registros de representação. Assim, esperamos analisar conceitos e propriedades do sistema na mobilização dos diferentes registros. Além da conversão, o jogo também requer que o aluno faça tratamentos para compor o número.

⁷ Jogo adaptado do livro *Ápis Alfabetização Matemática – 3º ano* (DANTE, 2012).

As conversões realizadas são três: da língua natural para o registro numérico simbólico; do registro figural para o registro simbólico do número e de um registro misto (simbólico com a língua natural) para o registro numérico simbólico. O registro figural consiste em desenhos equivalentes às representações das peças do material dourado. Logo, é necessário que o aluno estabeleça correspondências entre os diferentes elementos que formam cada registro de representação do número. No restante, há um tratamento dentro do próprio registro simbólico dos números, no sistema de numeração decimal a ser feito para que se consiga o resultado.

A validação dos pontos é feita entre os dois jogadores, para a primeira parte do jogo. Claro que isso não impede que o pesquisador intervenha questionando sobre suas anotações em cada dupla.

Acerca da falta de controle que o adulto ou pesquisador pode ter durante a ação do jogo, Muniz afirma que:

A trapaça por meio de uma manipulação matemática no jogo demonstra a existência de um conhecimento matemático e também da capacidade da criança em criar situações artificiais e ilícitas para se favorecer e validar situações no jogo (MUNIZ, 2010, p.92).

Dessa forma, deixaremos o controle da situação nas mãos das crianças, analisando as atitudes delas durante o jogo e em relação ao registro dos pontos.

A escolha de realizar o mesmo jogo em equipe teve o intuito de analisar os diálogos possivelmente ocorridos entre os jogadores da equipe, o que se constituiu manifestação oral do registro. Acreditamos que essa divisão em equipes pode contribuir no diálogo e justificativas das escolhas realizadas.

Explicitaremos e discutiremos a seguir as variáveis didáticas pertinentes ao jogo, que consideramos que podem ocasionar diferentes estratégias por parte dos alunos. Essas variáveis didáticas se tratam dos vários registros que estão nas fichas, pois acreditamos que as várias representações do número apresentadas influenciam nas estratégias de conversão ao registro numérico. Segundo Duval (2011, p. 139):

Muitos recusam a considerar os registros como variáveis didáticas e julgam que os únicos fatores importantes, mesmo suficientes, são aqueles relativos aos conceitos matemáticos e à pesquisa de situações, de ferramentas, de atividades que podem realmente motivar e preparar a aprendizagem desses conceitos.

Variável Didática 1: Representação Numérica

As fichas que contêm o registro numérico têm atividades com representações de diversos níveis de dificuldade, as quais possibilitam tratamentos diversificados.

Variável Didática 2: Representação Figural

O registro figural a que nos referimos é a representação do material dourado, que por sua vez, pode ser considerado com um registro material do número no sistema decimal.

A aparição do registro figural poderá favorecer o uso de outras estratégias de resolução para composição dos números no registro numérico. Sendo assim, a operação de conversão se faz presente nesse tipo de registro para o registro numérico, o qual desejamos como resposta final.

A justificativa desse tipo de registro se fazer presente se deve ao fato que ele foi trabalhado no primeiro jogo. Assim, queremos observar como eles realizam os tratamentos e conversões para o registro numérico, visto que no jogo “Tiro ao Alvo”, alguns alunos não anotaram seus pontos na tabela de pontuação dada.

Variável Didática 3: Registro da Língua Natural

A conversão do registro da língua natural para o registro numérico traz suas próprias variáveis cognitivas para a mudança de registro de representação, por isso a colocamos como uma variável didática.

No estudo de Brandt (2005) acerca da contribuição dos registros de representação na conceituação do sistema de numeração decimal, a pesquisadora investigou também, de que modo compreende-se a organização das propriedades de base dez por meio das palavras e as reconhecem no registro numérico. Por meio dos prefixos e sufixos constituintes da palavra, investigou-se como se dá a conversão de um registro ao outro. Lerner e Sadovsky (1996) também afirmam que é por meio da numeração falada que as crianças extraem informações a respeito da escrita dos números.

Em nosso trabalho não aprofundaremos tão detalhadamente nesse quesito, mas investigaremos como os alunos reconhecem nas partes constituintes da palavra os algarismos do número a ser formado.

Variável Didática 4: Representação Mista

O registro misto consiste na utilização do registro da língua natural, designando as ordens de cada algarismo e no registro numérico se referindo aos algarismos da representação numérica simbólica.

Análise a priori da sessão

As duas sessões relativas ao uso desse jogo se dividem em duas: a primeira que será feita em duplas, como já dito anteriormente e a outra em duas equipes. Cada sessão tem fichas com o trabalho dos tratamentos referentes a algumas representações e outra referente às conversões das mesmas já citadas.

Nas fichas em que há a necessidade da execução de conversões, possíveis tratamentos também poderão surgir para a obtenção do registro final.

Tratamentos de acordo com o registro de representação do objeto matemático

No caso do sistema de numeração decimal, o tratamento exige a compreensão da base dez e as regras do sistema posicional. Logo, de acordo com as regras do próprio registro deverão ser efetuadas as transformações requeridas no jogo.

A presença de contas em que se precisem realizar agrupamentos ou reservas pode alterar as estratégias de resolução por parte dos alunos.

Nas operações de adição propostas no jogo, a soma das unidades ultrapassa dez unidades, sendo necessário então realizar uma troca de dez unidades por uma dezena. Em algumas ainda é necessário realizar reagrupamentos, isto é, agrupamentos das dez dezenas obtidas, transformando-as em centenas. Não dispomos de mais de duas parcelas nas operações de adição porque no primeiro jogo, muitas vezes verificamos que os alunos não conseguiam realizar a soma do total de pontos devido às diversas parcelas formadas.

[Digite texto]

Para realização do cálculo nas operações de subtração será preciso transformar dezenas em unidades. No cálculo em que se faz presente o zero no minuendo, queremos analisar como os sujeitos da pesquisa realizam tal operação. Na dissertação de Bezerra (2008), em que os sujeitos da pesquisa eram alunos do 6º ano, a pesquisadora verificou dificuldades dos alunos em realizar operações em que no minuendo havia a presença de zeros.

As operações de adição e subtração contidas nas fichas da sessão e também a especificação que cada operação requer são:

- a) $37+13=$ (adição com agrupamento das unidades);
- b) $67-39=$ (subtração com reserva das unidades);
- c) $43+59=$ (adição com agrupamento das unidades);
- d) $300-17=$ (subtração com reserva, realizar a troca de dezena por unidades);
- e) $18+64=$ (adição com agrupamento das unidades);
- f) $44-05=$ (subtração com reserva, realizar a troca de dezena por unidades);
- g) $65+16=$ (adição com agrupamento das unidades);
- h) $269-17=$ (subtração com reserva, realizar a troca de dezena por unidades);
- i) $34+47=$ (adição com agrupamento das unidades);
- j) $60-29=$ (subtração com reserva das unidades);
- k) $21+69=$ (adição com agrupamento das unidades);
- l) $21-07=$ (subtração com reserva das unidades);
- m) $33+29=$ (adição com agrupamento das unidades);
- n) $40-27=$ (subtração com reserva das unidades);
- o) $178+324=$ (adição com agrupamento das dezenas e unidades);
- p) $200-156=$ (subtração com reserva das dezenas e unidades);
- q) $512+68=$ (adição com agrupamento das unidades);
- r) $657-359=$ (subtração com reserva das unidades);
- s) $235+609=$ (adição com agrupamento das unidades),
- t) $342-71=$ (subtração com reserva das dezenas e unidades).

Análise das estratégias de resolução:

E₁: “Armar” o algoritmo na vertical

Nas fichas, as operações estão dispostas na horizontal, sendo assim provavelmente o aluno pode “armar” o algoritmo na vertical, organizando as colunas das unidades, dezenas e centenas e efetuando a conta.

E₂: Realizar o cálculo aritmético por meio das marcas de unidades

Como já citado anteriormente, as marcas de unidades gozam das propriedades de cardinalidade e ordinalidade. Pensamos que algumas crianças possam calcular as somas e subtrações com o auxílio dos dedos, como marcas de unidade, visto que no jogo Tiro ao Alvo houve crianças que se utilizaram desse método para efetuar a conta mesmo com números grandes.

Em sua pesquisa, Brandt (2005) diagnosticou que quando crianças se utilizam dos dedos para a resolução do algoritmo da adição e subtração, o sentido quantitativo dos numerais não é interpretado a partir das dezenas e unidades que os compõem.

E₃: Decompor os números em dezenas exatas.

A decomposição dos números em dezenas exatas facilita os cálculos de adição ou subtração para obtenção do resultado no registro numérico. Por exemplo, ao somar o item a, $37+13$, o aluno pode decompor em $30+7+10+3$. Essa estratégia é trabalhada em alguns livros didáticos analisados.

No caso da subtração, pode-se efetuar a subtração por partes. Vejamos o caso da ficha b, $67-39$: tirando 30 de 67, fica-se com 37. Depois, deve-se subtrair 9 unidades, o que não é possível. Realiza-se então uma troca de uma dezena por dez unidades o número 37, e assim 28 como resultado.

Ao se utilizar da estratégia de composição dos números, acreditamos que os alunos compreendem de alguma forma a formação do número em suas partes constituintes, já que nessa estratégia é necessária para trabalhar com os valores atribuídos de acordo com o seu valor posicional, seja em dezenas ou unidades exatas.

E₄: Método da compensação para o algoritmo da subtração.

Essa técnica consiste em adicionar a mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo, assim o resultado não se altera (BITTAR e FREITAS, 2005).

Tomemos a mesma ficha exemplificada na estratégia anterior para demonstrar a utilização desse método. Para realizar os cálculos, vemos que não é possível retirar 9 unidades de 7, logo, soma-se 10 unidades aos dois números. Assim, as 7 unidades do minuendo vira 17 e no subtraendo é preciso colocar essas 10 unidades adicionadas na coluna das dezenas, pois caso não faça isso, a operação ainda continua inviável se somar essa dezena ao 9. Obtém-se então 6 dezenas e 17 unidades que tira 4 dezenas e 9 unidades.

D U	→	D U
6 7		6 17
- 3 9		- 4 9
		2 8

Quadro 3: Exemplificação da estratégia E₄.

- Conversão do registro figural para o registro numérico

Como dito anteriormente, o registro figural alude à representação com o material dourado, em que cada figura tem relação com os valores posicionais.

Novamente aqui, escolhemos também registros figurais do número em que haverá de ser feito agrupamentos das ordens inferiores para composição da ordem posterior à mesma.

Nas fichas estarão presentes somente os registros figurais referentes a cada item abaixo:

a) 234



b) 813



c) 500



d) 65



e) 321



f) 105



g) 431



h) 13



i) 110



j) 654



k) 110



l) 90



m) 54



n) 97



o) 444



p) 76



q) 503



r) 27



s) 90



t) 68



Estratégias:



E₁: Separar e nomear as quantidades específicas de cada ordem do registro figural

Essa estratégia de resolução é relevante, pois foi observado nos livros didáticos que ela é comumente trabalhada nas situações em que se apresenta o material dourado como recurso para compreensão do valor posicional e dos agrupamentos. Assim, o

[Digite texto]

aluno separa cada figura correspondente às ordens em sua “casinha” e conta a quantidade de cada uma, escrevendo os algarismos.

Exemplo: vejamos a representação figural do número 170.

Centena	Dezena	Unidade
		
1	7	0

Quadro 4: Exemplificação da estratégia E₁.

Se o aluno realizar essa estratégia nas fichas em que há necessidade de realização de agrupamentos das ordens inferiores, precisa-se fazer ainda uma operação de tratamento na composição final do número.

E₂: Contar as unidades figurais de cada ordem e somá-las para a composição do número

Para conversão da representação apresentada para a representação numérica, a criança conta cada unidade das ordens no registro figural e soma todas posteriormente.

Exemplo:

a)



$$500 + 3 = 503$$

A conversão para a representação numérica

[Digite texto]

A conversão de uma representação a outra implica reconhecimento das propriedades pertinentes do objeto em vários registros de representação do conteúdo matemático.

-Conversão do registro misto (língua natural e numérico) para o registro numérico.

O registro misto consiste na utilização simbólica do número e das ordens do valor posicional em língua natural. Vejamos um exemplo: 1 dezena e 2 unidades = 12.

Nessa etapa também são apresentados números em que estarão escritos em suas ordens inferiores, ou seja, estarão dispostos em suas ordens imediatamente inferiores. Por exemplo, 12 dezenas = 120.

Identificamos então se a criança compreende que em uma centena há dez dezenas ou 100 unidades, para o exemplo dado acima. E ainda, que cada ordem não só corresponde a cada algarismo do número, onde sempre o primeiro dígito da direita são as unidades, depois as dezenas, centenas e assim, sucessivamente.

Pelo observado em alguns livros didáticos, esse tipo de igualdade em relação às ordens inferiores não é muito trabalhado. Em seu trabalho, Brandt (2005) também constatou que as crianças encontram respostas convencionais para os valores relativos dos dígitos de representação do número, como por exemplo, que 169 tem 1 centena, 6 dezenas e 9 unidades.

Segundo Hormaza, esse tipo de ensino traz complicações para a compreensão do SND:

Como consequência deste reduccionismo e com efeitos ainda mais graves, muitos professores ensinam a seus alunos que o número de unidades em uma ordem dada, corresponde com a das cifras. Por exemplo, no número 5.132, há 5 unidades de mil, 1 centena, 3 dezenas e 2 unidades. Este erro no ensino tem consequências terríveis na compreensão do sistema e em seu manejo, ao utilizar os algoritmos (HORMAZA, 1998, s.p. tradução nossa)⁸.

Os itens presentes nas fichas do jogo nessa etapa são:

⁸ Texto original: Como consecuencia de este reduccionismo y con efectos aún más graves, muchos maestros enseñan a sus alumnos que el número de unidades en un orden dado, corresponde con el de las cifras. Por ejemplo, en el número 5.132, hay 5 unidades de mil, 1 centena, 3 decenas y 2 unidades. Este error en la enseñanza tiene consecuencias nefastas en la comprensión del sistema y en su manejo, al utilizar los algoritmos.

- a) 1 dezena e 3 unidades;
- b) 5 dezenas;
- c) 43 unidades;
- d) 3 centenas, 8 dezenas e 9 unidades;
- e) 12 dezenas;
- f) 5 centenas;
- g) 988 unidades;
- h) 45 dezenas e 5 unidades;
- i) 8 centenas;
- j) 1 centena e 9 unidades;
- k) 10 unidades;
- l) 1 unidade;
- m) 10 dezenas;
- n) 6 centenas e 56 unidades;
- o) 3 centenas e 4 dezenas;
- p) 5 dezenas e 12 unidades;
- q) 345 unidades;
- r) 56 dezenas;
- s) 2 centenas e 5 dezenas,
- t) 76 dezenas.

Estratégias:

E₁: Realizar tratamentos após a conversão nas sentenças em que há mais de uma ordem

Nas sentenças em que constam mais de uma ordem, cremos que os alunos realizam a soma das partes referentes a cada uma após a conversão para o registro numérico, realizando assim um tratamento. Ou seja, nas fichas, por exemplo, pode realizar da seguinte forma: $200 + 5 = 205$. Essa estratégia se trata da composição aditiva do número.

E₂: Multiplicar por 10 ou 100 as ordens que ultrapassam o limite posicional e as dezenas exatas

Essa estratégia vale apenas para as dezenas e centenas que ultrapassam o limite do valor posicional. Isso porque as fichas apresentadas c, g, k e q, que passam o limite das unidades, já podem ser escritas dessa forma no resultado final.

No caso das dezenas exatas também pode-se recorrer a essa estratégia, pois o aluno multiplicará por 10 ou por 100 de acordo com sua ordem.

E₃: Tomar apenas os números apresentados no registro misto

Acreditamos que tenham alunos que possam apenas “retirar” os números que estão no registro simbólico numérico e assim formar o número.

Essa estratégia não apresenta indícios de conhecimento do sistema de numeração decimal.

-Conversão do número expresso em língua natural para o registro numérico.

Nosso foco é investigar se os alunos têm dificuldades ou não na conversão desse registro, qual a natureza delas em situação de jogo e também investigar como os alunos reconhecem nas partes constituintes da palavra os algarismos do número a ser formado. A respeito disso, Brandt afirma que “na escrita verbal, há os sufixos e os prefixos que expressam as potências de dez e as quantidades básicas e temos também a forma como estes prefixos e sufixos se articulam entre si, através de operações de adição e multiplicação” (BRANDT, 2005, p.98).

Os números escritos por extenso foram escolhidos de acordo com uma prova da tese de Brandt (ibidem), conforme a identificação das palavras escritas no número expresso em língua natural para o número expresso por algarismos nos dígitos da representação numérica. Logo, os números têm as seguintes características: números expressos por uma única palavra que correspondem a dois algarismos (por exemplo, doze, 12); números expressos por duas palavras (não considerando o conectivo “e”) correspondendo a dois algarismos (por exemplo, vinte e dois, 22); números expressos por duas palavras, correspondendo a três algarismos (por exemplo, seiscientos e dois, 602).

Assim, os registros de partida na língua natural para conversão do registro numérico final presentes nas fichas são:

[Digite texto]

- a) Cento e três (103);
- b) Trezentos e cinco (305);
- c) Vinte e dois (22);
- d) Cinquenta e nove (59);
- e) Novecentos e dezesseis (916);
- f) Trinta e sete (37);
- g) Quarenta (40);
- h) Trezentos e sete (307);
- i) Setenta (70);
- j) Trinta e um (31);
- k) Setecentos e quinze (615);
- l) Oitocentos e vinte (820);
- m) Setenta e quatro (74);
- n) Noventa e oito (98);
- o) Quatrocentos e sete (407);
- p) Trezentos e trinta (330);
- q) Cinquenta e seis (56);
- r) Dezesseis (16);
- s) Cento e dezesseis (116);
- t) Quarenta e oito (48).

Estratégias:

E₁: Compor o número por meio de operações aritméticas

Para realizar a conversão do número para o registro numérico a criança pode se valer da realização de somas por meio de cada palavra no registro da língua natural. Essa ação se refere aos casos em que há o conectivo “e” para a junção dos números.

Assim, seria preciso converter para o registro numérico e posteriormente ainda realizar um tratamento para obtenção do número.

Exemplo: quarenta e oito = $40 + 8 = 48$.

Em alguns casos supõe-se uma operação de multiplicação, por exemplo, quatrocentos significa 4×100 . Ou ainda, poderão ter aquelas em que há uma combinação das duas operações.

E₂: Similaridade com o nome do número para o caso das centenas.

Na tese de Agranionih (2008) a pesquisadora concluiu que as crianças fazem relações entre as palavras para escrever o número no registro numérico. Exemplifiquemos isso: no caso de seiscentos e sete, os alunos escreviam o *seis* de *seiscentos* e *cem* por causa do *cento* da escrita por extenso do número.

E₃: Escrever os números correspondentes a cada fragmento do número no registro da língua natural no registro numérico

Sabemos que a numeração falada não é posicional, assim a criança que realiza essa estratégia quando pedido para converter o número quatrocentos e cinquenta e quatro, nessa representação, por exemplo, o fazem no registro numérico como 400504, 4054 ou 40054. Quando a criança aplica essa estratégia, demonstra que ela ainda não consegue processar os elementos do registro da língua natural em um todo, no registro numérico.

3.3.2 Experimentação e análise *a posteriori*

A aplicação do Jogo da Composição se realizou após um tempo do início da experimentação, vindo a se realizar no dia 01 de outubro. A sessão teve duração de três horas e tinha presença de oito crianças, que foram divididas em quatro duplas: Z e P, D e D₁, B e G, J e M. Além da minha presença, havia mais um observador que ajudou durante a experimentação questionando as crianças e gravando o áudio.

Prevíamos que o jogo seria desenvolvido em um tempo menor, e devido a isso não foi possível realizar a etapa em que os alunos jogariam em duas equipes. Acreditamos que isso não comprometeu atingir o nosso objetivo, visto que a aplicação referente às duplas foi bastante rica quanto aos conceitos e registros mobilizados.

Começamos com a explicação das regras dos jogos para toda a turma, sobre as fichas e a folha para anotar se haviam feito certo ou não. As fichas pertencentes a cada atividade proposta, seja de conversão ou tratamento, estavam dentro de um envelope, que continha também as folhas para os jogadores anotarem seus acertos. No decorrer do jogo explicamos o que era necessário fazer em cada partida, de acordo com o tipo de fichas.

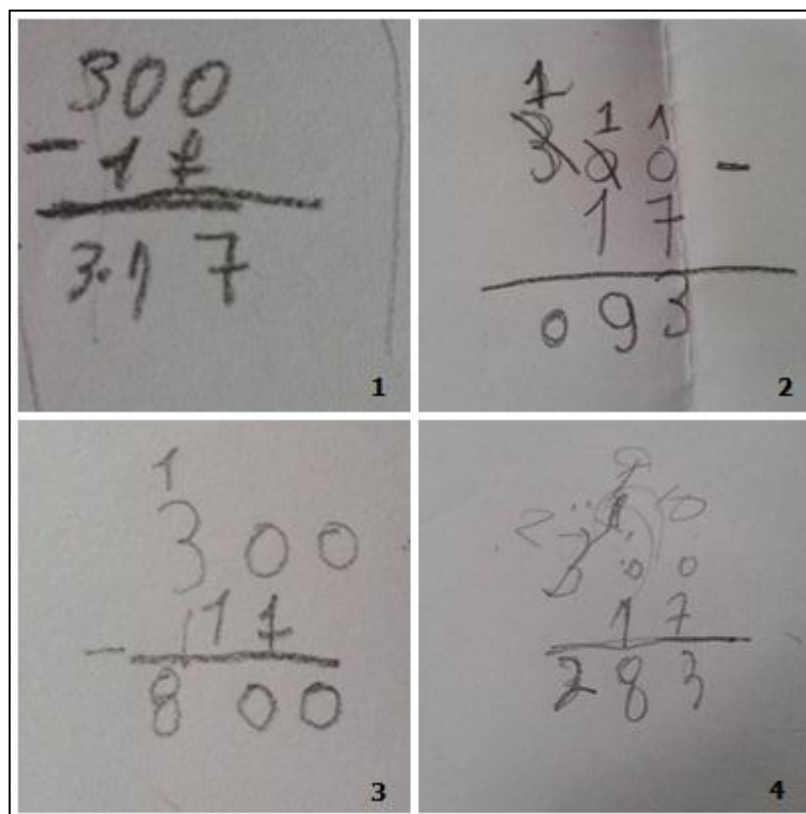
Como programado, as primeiras fichas apresentadas aos alunos foram as que requeriam e privilegiavam o uso de tratamentos para sua execução.

Nas fichas em que havia necessidade de realizar subtrações, muitos alunos tiveram dificuldades para resolvê-las, principalmente aquelas em que havia a presença do zero no minuendo e números maiores que zero no subtraendo. Assim, havia a necessidade de trocar uma dezena por unidades ou uma centena por 10 unidades para executar a operação.

Como já dito, por falta de tempo não houve realização do jogo em duas equipes, assim as fichas trabalhadas em todas as etapas foram as da letra a até j.

Todas as contas foram “armadas” na vertical, como prevíamos, pois facilita os cálculos colocar as ordens correspondentes a serem trabalhadas uma embaixo da outra.

Muitas das dificuldades e erros dos alunos se instalaram na ficha d: 300-17, como podemos verificar a seguir nas escritas simbólicas das operações.



Protocolo 6: Resolução da ficha d dos alunos 1:B; 2: D; 3:P e 4:J.

Protocolo do aluno B.	Ao invés de executar a operação de subtração, o aluno soma as duas parcelas da operação.
-----------------------	--

Protocolo do aluno D.	O aluno 2 iniciou corretamente o cálculo, tirando as 3 unidades da dezena já trocada. Entretanto, a partir da coluna das dezenas em diante há erros quanto à subtração em si e à troca de centenas por dezenas.
Protocolo do aluno P.	Não há colocação dos valores posicionais correspondentes aos dois números para o tratamento das representações dos mesmos.
Protocolo do aluno J.	O único aluno a realizar os tratamentos corretamente.

Quadro 5: Análise da resolução da ficha d dos alunos B, D, P e J.

Nenhum aluno que sorteou essa ficha pensou na estratégia prevista de decompor em dezenas exatas. Assim, faria $300 - 20 = 280$, mas como foi retirado 3 unidades a mais, seria necessário somá-las novamente, tendo o resultado 283. Essa estratégia facilitaria os cálculos.

Ainda sobre essa ficha, trazemos a explicação do aluno D, sobre a validação da resolução do seu colega a respeito do protocolo 2.

D: Peraí, eu acho que eu já sei a resposta. Tem que fazer a continha no dedo.

Pesquisadora: Tem que fazer no dedo?

D: É.

Pesquisadora: Trezentos menos dezessete tem que fazer no dedo?

D: Eu não sei....

Quando pedido que explicasse a resolução da conta do colega no papel, esse mesmo aluno não sabia explicar porque estava errado. Bem como também não conseguiu explicar sobre os empréstimos e trocas feitas. Ao serem questionados a respeito do resultado final e sua coerência, os alunos responderam que estava correto.

Destacamos agora o raciocínio e a representação dos números empregados pela aluna G para realização da operação da ficha b, $67 - 39$, que foi sorteada pela aluna B, sendo que essa fez os cálculos errados e a primeira a ajudou. A aluna se vale também dos dedos das mãos e ainda faz tracinhos no papel para efetuar a operação, ou seja, ela

trabalha com a representação dos números por marcas de unidades como previsto na estratégia E_2 desse jogo.

Pesquisadora: *Você fez a “continha pauzinho”?*

G: *É.*

Pesquisadora: *Me explica como é.*

G: *Se você tem mais você tem que fazer pauzinho, se não erra, se fazer outro jeito fica errado e ...*

[...]

Pesquisadora: *Me explica aqui rapidinho, esse 17 menos 9, G.*

G: *Olha aqui, tem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (indicando a cada dedo um número), 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 (fez 7 pauzinhos na folha). 17, 16 “tira” um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove (riscando os 7 pauzinhos e abaixando dois dedos. Fica 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Fica 9 mesmo.*

Pesquisadora: *Você pega os 10 dedinhos, aí você faz mais sete, pra dar dezessete. Mais 7 risquinhos?*

G: *É.*

Pesquisadora: *Aí tira 9?*

G: *É.*

Antes de pedir a explicação à aluna, ela realiza a operação corretamente, afirmando que o resultado seria 28.

A criança fez a transformação de tratamento por meio da representação dos dedos e de pauzinhos (riscos) feitos no papel. A operação de conversão é realizada quando, para cada dedo das mãos e riscos feitos, adota-se a cardinalidade e ordinalidade, associando-os então à representação numérica do algoritmo pedido na ficha. A inversão da ordem de contagem indica a operação de subtração feita. Como já exposto por Duval (2011), nas operações com as marcas de unidades e com a sua representação no registro numérico simbólico, ocorre uma apreensão da coleção das unidades contadas, havendo então uma coordenação de duas representações diferentes.

Ainda, sobre essa operação de tratamento com tais representações, Brandt traz que:

No caso dos itinerários que utilizam os dedos cardinalizados para a obtenção das somas resultantes das adições, pode-se identificar tanto relações de justaposição, pois os dedos são representações das unidades idênticas e singulares se considerarmos o plano dos objetos, e também uma relação de conservação, pois as partes (os dez dedos abaixados e os que restaram em pé, em uma ou em duas mãos) conservam o todo, no caso de se estar considerando o plano dos conjuntos e dos agrupamentos (BRANDT, 2005, p.195).

Pudemos perceber que a criança não realiza a ideia de conservação, pois ela poderia já conservar as dez unidades, ou seja, os dez dedos e continuar a contagem a partir do 11, 12 e assim por diante.

No geral, houve dificuldades nas fichas em que continham as operações de subtração que não era possível subtrair do minuendo, sendo preciso então realizar trocas. Nas operações de adição, os alunos utilizavam os dedos para fazer as operações.

Como as duplas terminaram em tempos diferentes umas das outras e essas crianças começaram a dispersar, foi preciso entregar as outras fichas. A partir disso, a explicação do que devia ser feito em cada partida foi feita na mesa de cada dupla.

Conversão do registro figural para o registro numérico

Passamos então às fichas de conversão das representações do material dourado para a representação do número no sistema de numeração decimal. A dupla D e D₁ realizaram todas as conversões sem dificuldades, fazendo a contagem em voz alta das unidades contidas nas fichas:

D: Deu 500.

Pesquisadora: Me explica como você fez.

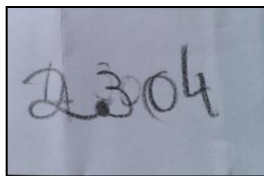
D: Eu contei 100, 200, 300, 400, 500.

Nesse caso, a ficha sorteada foi a c, com 5 placas representando as centenas no material dourado. Para o registro numérico simbólico, diferentemente do que pensado na estratégia E₂, os alunos não escreviam o número de acordo com cada ordem, seja da direita para a esquerda ou o contrário. A dupla compunha o número em voz alta e então fazia sua representação no registro numérico, colocando sem entraves os algarismos correspondentes a cada ordem. Mesmo aquelas fichas em que a composição do número era feita com representações de ordens inferiores, portanto, sendo necessário realizar trocas, não foram obstáculos aos alunos. Isso porque, a dupla não tinha dificuldades em realizar a contagem na sequência numérica, por exemplo, na contagem de dez em dez unidades.

Isso fica claro quando a aluna G realiza a contagem da ficha i, correspondendo ao número 110 representado no registro figural com 11 barrinhas representando as dezenas. Como resultado da conversão entre os registros, há o número 100 escrito na frente da representação figural.

G: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 1000 (indicando com o dedo cada barrinha).

Observamos ainda, que essa mesma aluna ainda traz erros sintáticos na composição do número, uma vez que a ação de unir todos os diferentes elementos do número em um todo não foi cumprido. Pensamos que essa ação não seria realizada nessa conversão, e sim na conversão do registro da língua natural para o numérico, como apresentado anteriormente. Assim, os elementos contados em voz alta ou não, são transcritos como um número isolado. Como vemos a seguir, a única ficha em que houve erro do número foi correspondente à representação figural, que correspondia a 2 centenas, 3 dezenas e 4 unidades.



Protocolo 7: Resolução da ficha a da aluna G.

Há uma junção dos algarismos de acordo com o seu valor posicional nas classes das ordens das centenas e dezenas, não ocorrendo o mesmo na classe das unidades. Notemos que a criança coloca um ponto após o algarismo 2. Percebe-se ainda que mesmo o número proposto sendo da classes das centenas, a aluna ignora a não necessidade de utilização do ponto para separação da ordem do milhar em diante. Inferimos que isto se deve ao fato de ela ter conhecimento que a cada três unidades de classes na representação dos números no sistema de numeração decimal devem-se separar os algarismos com um ponto.

Como dito anteriormente, não foi possível observar de perto essa aluna durante toda essa partida para saber se ela realizou a contagem em voz alta ou não em todas as outras fichas. Ela pode ainda ter recorrido à estratégia E_1 , contando as unidades de cada ordem para escrever no registro numérico.

Em geral, todos obtiveram sucesso na conversão da representação do número no registro figural para o registro numérico. Todos os alunos participantes resolveram rapidamente todas as conversões e afirmaram que havia sido fácil. Como já explanado,

[Digite texto]

os alunos realizaram a estratégia de contagem das diferentes unidades que compõe o número no registro figural. A contagem feita indica certa compreensão do sistema de numeração posicional, ao menos nesse registro, pois eles faziam a contagem de acordo com o valor de cada unidade.

Conversão do registro misto para o registro simbólico numérico

Como todos resolveram rapidamente, dessa vez foi possível explicar a próxima rodada de fichas coletivamente. Logo após esse momento, foram distribuídos às duplas os envelopes contendo as fichas com as representações do número no registro misto.

Nessa parte do jogo há a necessidade de realizar novamente a conversão de uma representação a outra. Cada parte que forma o número se encontra exposta já no registro numérico, diferentemente da conversão anterior. Vejamos um exemplo, 1 dezena e 3 unidades equivale ao 13, em que as 3 unidades ocupa o lugar das unidades e 1 dezena o lugar reservado às dezenas. Aos alunos coube “ocultar” essa passagem no registro numérico, o que equivale ao seu valor posicional no número.

Segundo Duval (2010) a atividade de conversão requer muito mais que uma simples regra de codificação entre dois registros, sendo necessária a articulação entre as variáveis cognitivas específicas do funcionamento de cada um dos registros. “Pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração em cada um dos registros” (DUVAL, 2010, p. 17).

Assim, a atividade não se bastaria somente com uma ação de codificação. Era preciso que os alunos reconhecessem quais as unidades de significados necessárias para a conversão de um registro ao outro. Reconhecer em que ordem deveria ser posicionada cada algarismo era primordial para a correta representação do número em seu registro simbólico numérico.

Exceto nas fichas em que as unidades não ultrapassam a ordem superior, requerendo então a realização de trocas e por sua vez, um tratamento antes da conversão, as demais não acarretaram problemas quanto à conversão para o registro numérico final.

Vejamos o caso da ficha f: 5 centenas.

B: 5 centenas....

[Digite texto]

[...] **P:** *1 centena vale quanto?*

[...] **B:** *Ah já sei! 500!*

O tratamento nesses casos em que na ficha havia somente dezenas exatas era realizado mentalmente. A aluna recorre à estratégia E_2 prevista, multiplicando por 100 o algarismo 5 ou realizando a composição multiplicativa da ordem. Logo, as fichas não contêm as produções dos alunos quanto aos tratamentos exigidos em algumas delas, somente o resultado final da conversão. Podemos inferir que isso evidencia determinado conhecimento das ordens que compõe o número, como por exemplo, que 1 centena equivale a 100.

No caso da ficha h que já era previsto que haveria dificuldades, pois o número 455 estava no registro misto como 45 dezenas e 5 unidades, diferente do comumente trabalhado nos livros didáticos analisados. E de fato, houve dois alunos que sortearam essa ficha e tiveram muitas dificuldades em convertê-la para o registro numérico.

Foi ainda preciso lembrar que o número, no caso aqui, era composto por unidades, dezenas e centenas para que pudessem compreender o que devia ser feito.

Vejamos o aluno P, um dos alunos citados, que teve de recorrer ao material dourado disposto na biblioteca para fazer realizar a transformação de um registro ao outro:

Pesquisadora: *Quantas dezenas tem?*

P: 5.

Pesquisadora: 5?

P: 4...45.

Pesquisadora: 45, isso. Uma dezena vale quanto?

P: 10.

Pesquisadora: *Então precisa de 45 dessa (indicando a barrinha do material dourado), quanto dá?*

[...]

P: *E seu eu fizer diferente? Pegar 45 (barrinhas), e aí aqui tem 10, 20, 30, 30 ... (fazendo a contagem de cada barrinha).*

O aluno afirma então que é necessário tomar 45 barrinhas representantes da dezena no material dourado para realizar a contagem de cada uma. Ao proceder dessa maneira, aparenta que o aluno não reconhece as distintas unidades constituintes da representação numérica ou que reconhece essas unidades apenas como geralmente trabalhadas: centenas, dezenas e unidades. Inferimos também que nessa representação

do número, o aluno não reconheceu os agrupamentos formados em torno da dezena, evidenciando uma não compreensão da estrutura do SND.

A dupla de alunos D e D₁ não sentiram muitas dificuldades na realização desse bloco de tarefas. Como veremos a seguir, um deles se valeu da estratégia de realizar somas, com os números convertidos, fazendo então um tratamento dentro do registro numérico para obtenção do número final.

D₁: *Dá 13.*

[...]

Pesquisadora: *Por que? Me explica por que deu 13.*

D₁: *Porque a dezena é de... a dezena, uma dezena é 10 e a unidade é 1.*

Pesquisadora: *Só que aqui tem ...*

D₁: *1, 2, 3 (indicando as unidades representadas na ficha no registro numérico).*

Pesquisadora: *Você somou então, 10 + 3?*

O aluno responde afirmativamente com a cabeça.

Foi feita a composição aditiva e multiplicativa para a composição do número, mesmo que mentalmente, pois também não havia registros escritos no papel dos alunos mencionados.

Essa dupla ainda demonstrou uma estratégia não prevista por nós, que era a contagem de dez em dez. Isso aconteceu na ficha e: 12 dezenas.

D: *10, 20, 30...*

Inferimos que para o cumprimento dessa estratégia pensada pelo aluno, ele utilizou de algum tipo de marcas de unidades: os dedos ou tracinhos. Assim, ele poderia realizar a contagem de 10 em 10, conseguindo as 12 dezenas.

Na ficha em que todas as duplas tiveram dificuldade em resolver, somente o aluno D₁ fez facilmente a conversão, pois ele retirava apenas os algarismos e os juntava para a formação do número. Quando questionado onde estavam as dezenas que ele colocara, não sabia dizer. Acreditamos que essa estratégia ocorreu ao aluno devido ao fato de termos explicado aos alunos que queríamos que eles escrevessem a sentença dada em um número. Assim, o aluno tomou apenas os números do registro misto do número.

Os alunos J e M sentiram necessidade de manusear o material dourado para realizar as conversões. Por meio do material os alunos perceberam a equivalência entre

1 dezena e 3 unidades e 13 unidades. Ao tomar uma barrinha, representando uma dezena e três cubinhos representantes das unidades, o aluno afirma:

Professor: Quantas unidades têm aqui.

M: 13.

Observamos que as tarefas apresentadas nessa rodada foram daquelas que mais geraram dúvidas e dificuldades entre os alunos para a sua realização, mesmo nas fichas em que são trabalhadas as representações do número no registro misto como o comum, isto é, na forma de centenas, dezenas e unidades assim explicitadas.

Acreditamos que essa dificuldade se encontre na não compreensão do valor posicional de cada algarismo em relação ao todo, ou seja, o número representado.

- Conversão do registro da língua natural para o registro simbólico numérico

Na última etapa do jogo era pedido que os alunos convertessem do registro da língua natural (o número escrito por extenso) para o registro simbólico numérico. Nessa fase da experimentação não houve grandes dificuldades.

Acreditamos que essa tranquilidade se deva ao fato de que a língua natural permeia nossas ações permanentemente. Com o número acontece o mesmo, pois quando vemos um número, por exemplo, de uma casa, que está no registro numérico, e em nossa mente ou em voz alta o dizemos no registro da língua natural.

Para a conversão de um registro ao outro é preciso identificar as unidades cognitivamente pertinentes, que aqui no caso são os sufixos e os prefixos das palavras no registro da língua natural (BRANDT, 2005). Ou seja, identificam-se as expressões de potências de base dez no registro da língua natural e os posicionam no registro numérico de acordo com o seu valor posicional. Segundo a autora, há uma particularidade em alguns números no registro da língua natural que não dependem do valor posicional para sua conversão:

[...] o registro de representação do número através da palavra não depende de um outro aspecto da estrutura do SND: o valor posicional, para os particulares de onze a quinze (onze → on + ze → um mais dez; doze → do + ze → dois mais dez; ...) enquanto que na escrita arábica temos ($11 \rightarrow 10 + 1$; $12 = 10 + 2$; ...). (BRANDT, 2005, p. 218).

Quando questionávamos os alunos sobre como eles sabiam que era aquele o número a ser escrito com algarismos e por que colocavam os algarismos nas determinadas posições do número, eles não sabiam justificar:

Pesquisadora: *Por que o 3 ficou aqui (da representação 305)?*

B: *Trezentos e cinco.*

Pesquisadora: *Então é assim que faz? (perguntando se estava certa a representação no registro numérico e o lugar determinado pelo algarismo 3)*

B: *Não sei.*

Percebemos que as crianças aparentemente memorizam o número em sua representação numérica e os associam às palavras na língua natural sem compreender o significado que as próprias palavras emitem por meio dos sufixos e prefixos.

G: *Novecentos e dezesseis [...] Como faz o dezesseis mesmo? [...] Ah, lembrei!*

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de realizar uma análise cognitiva do sistema de numeração decimal por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, nos focamos em suas produções realizadas em atividades de jogo. Desse modo, os alunos valeram-se dos conhecimentos já adquiridos acerca do conteúdo focado.

Logo, como referencial teórico que respondesse nossa questão de pesquisa pensamos ser conveniente a teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval (2011). De fato, a teoria se ajustou aos nossos anseios nos permitindo analisar, por meio dos registros de representação mobilizados pelos alunos, conhecimentos e dificuldades que tinham sobre o assunto em questão.

Durante o processo de pesquisa encontramos estudos que puderam nos auxiliar quanto à escolha desse referencial teórico para a análise dos dados como, por exemplo, Teixeira (1996) que afirma sobre a importância de se recorrer a uma teoria de representação para analisar a conceitualização das atividades de numeração. Ou ainda, Brandt (2005) que em seus estudos, investigou a compreensão do SND por crianças tendo como referencial teórico também a teoria de registros de Duval.

Como trajetória a ser percorrida no desenvolvimento experimental da pesquisa, nos baseamos nos princípios da Engenharia Didática, descritos por Michelle Artigue (2000), em que foi construída uma sequência de atividades com jogos para ser aplicada com os alunos.

Para o estudo do conteúdo do SND exigiu-se um maior aprofundamento relacionado às questões de sua origem, evolução e entraves comumente observados no processo de ensino e aprendizagem. Assim, analisamos três livros didáticos e documentos oficiais a fim de nos dar indícios de como o ensino desse conteúdo vem sendo realizado quanto à sua conceitualização por meio dos registros de representação trabalhados.

Pela análise de livros didáticos constatamos que os autores buscam trabalhar o conceito com foco em diversas representações do sistema de numeração decimal. Por exemplo, o conceito de trocas e agrupamentos em torno das potências de dez é trabalhado por meio da contagem de dinheiro e do material dourado.

Para a aplicação da sequência de atividades foram escolhidos jogos que gradativamente permitisse o trabalho com conceitos e propriedades pertinentes do SND para que evidenciasse qual conhecimento os alunos tinham a respeito do mesmo. Para

[Digite texto]

tal escolha, foi necessário realizar um estudo sobre o tema e delimitar então, quais características seriam mais apropriadas para os jogos na pesquisa, além de adaptar alguns deles de acordo com os nossos objetivos. Logo, os jogos aqui aplicados tiveram o caráter competitivo, ou seja, existia uma disputa entre os participantes; participação de dois ou mais jogadores, que possibilitasse a mobilização de registros de representação durante o desenvolvimento do jogo ou para anotação dos pontos e reconhecimento de um vencedor e, por fim, a presença de regras.

Foram três jogos selecionados para o trabalho durante a sequência didática: Tiro ao Alvo, Jogo das Cartas e Jogo da Composição do Número. No primeiro jogo tivemos como objetivo analisar a compreensão dos alunos sobre a composição aditiva e multiplicativa, assim como verificar a composição do número de acordo com suas partes constituintes, no caso, as dezenas e unidades.

No Jogo das Cartas o enfoque era que os alunos comparassem escritas numéricas de modo a obter o maior número para que fosse o vencedor. A partir da ordenação necessária no jogo buscávamos também investigar o conhecimento dos alunos a respeito do valor posicional, conceito inerente no jogo.

E por fim, com o Jogo da Composição tínhamos por interesse explorar diferentes representações do sistema de numeração decimal trabalhadas nos livros didáticos. O objetivo então seria analisar o reconhecimento das propriedades do sistema decimal nos diferentes registros propostos.

Nossa investigação buscou por meio dos registros mobilizados pelos alunos na realização dos jogos, identificar o conhecimento dos mesmos sobre o conteúdo almejado. Essa mobilização consistiu praticamente em duas ações de transformação dos registros de representação semióticas dos números: tratamento e conversão. A primeira constitui-se numa transformação dentro do próprio registro, em que para sua ação requer conhecimento da estrutura do sistema semiótico trabalhado. Já a transformação por conversão implica numa mudança de representações que consistem em mudar de registro, mas conservando o mesmo objeto matemático.

Os tratamentos feitos na ação do jogo seriam a realização da composição aditiva e multiplicativa, as operações de adição necessárias para a verificação de um ganhador e a ordenação dos algarismos para comparação das escritas numéricas. Já as conversões foram mais privilegiadas na aplicação do último jogo, Jogo de Composição dos Números em que o aluno devia apresentar como resultado final para validação o número no registro numérico.

Ao propormos um trabalho que possibilitasse transitar entre diferentes formas de representações do número pertencentes a sistemas semióticos constituídos de especificidades e particularidades próprias, constatamos uma insuficiência por parte dos alunos no que se refere às propriedades do SND. Verificamos que a conversão de um registro ao outro muitas vezes foi realizada sem dificuldades, entretanto sem compreensão da estrutura concernente ao sistema.

Outra dificuldade apresentada pelo grupo de alunos investigados se refere a não identificação das ordens nos números em seu registro numérico, isto é, a não identificação das potências de base 10 que constituem o número no SND. Além disso, percebemos que os alunos realizavam as conversões de forma mecânica ou decorada, sem justificativas de como havia feito tal ação.

Quanto à presença de representações (marcas de unidades) e tratamentos diferenciados realizados em alguns jogos, observamos que os participantes da pesquisa encontraram dificuldades com relação às representações e quanto aos tratamentos e conversões entre os diferentes registros que utilizaram. Essa presença de diferentes representações dos números indica a necessidade de estudos e retomadas, para uma melhor conceitualização da estrutura do sistema decimal por parte dos alunos.

Por meio da análise feita podemos então validar a hipótese de surgimento de representações diversificadas mobilizadas pelos alunos. Assim como, as diferentes estratégias previstas para cada tipo de registro em que era pedido à conversão como resultado final o registro numérico.

Em relação aos jogos, como um fator motivacional na realização das atividades propostas por meio deles. Durante todas as sessões trabalhadas com esse recurso a participação do grupo de alunos foi ativa.

No desenvolvimento experimental da pesquisa, observamos também que os alunos se empenharam com responsabilidade e compromisso, diante das atividades envolvendo os jogos. Esse fato nos leva a refletir sobre a afirmação de Piaget (1978) a respeito da indissociável separação entre as atividades sérias e as atividades lúdicas. Isso porque nas atividades com jogos, que têm em si uma característica lúdica, foram vivenciadas como atividades sérias por parte dos alunos.

Concluindo, cabe ressaltar que apesar de que nosso objetivo principal na pesquisa não foi o de ocorrer, por parte dos alunos, a aprendizagem do conteúdo investigado, constatamos que o meio, pelo qual foram propostas as atividades, possibilitou aos alunos “repensar” alguns conceitos e propriedades do Sistema de

Numeração Decimal. Por meio dos jogos, os alunos perguntavam e buscavam diferentes soluções, assim como repensavam o que já conheciam sobre o assunto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGRANIONI, Neila T. **Escritas numéricas de milhares e valor posicional: Concepções iniciais de alunos da 2ª série**. 218 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Porto Alegre, 2008.

ARTIGUE, Michelle. Engenharia Didática. In : BRUN, Jean. **Didactica das matemáticas**. 1ª edição. Ipiaget Editora – Instituto Piaget. 2000.

BEZERRA, Maria da Conceição Alves. **As quatro operações básicas: uma compreensão dos procedimentos algorítmicos**. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2008.

BITTAR, Marilena; FREITAS, José Luiz Magalhães de (Org.). **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2 ed. Campo Grande: UFMS, 2005.

BONJORNO, José Roberto et al. Matemática pode contar comigo. In: **Matemática pode contar comigo**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2011.

BRANDT, Célia Finck. **Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração**. 242 f. Tese (Doutorado em Educação Científica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. **O papel dos registros de representação na compreensão do sistema de numeração decimal**. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v. 7, n. 2, pp. 201-227, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares nacionais: matemática. Ensino de 1ª a 4ª Série**. 2 ed. Rio de Janeiro: DP&A, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2013: Matemática** /Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2012.

BRENELLI, Roseli P. **Intervenção Pedagógica, via jogos quilles e cilada, para favorecer a construção de estruturas operatórias e noções aritméticas em crianças com dificuldades de aprendizagem**. 344 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1993.

CARRAHER, Terezinha Nunes. 3. O desenvolvimento mental e o sistema numérico decimal. In: (Org.). **Aprender pensando Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

CARVALHO, João Bosco P. e LIMA, Paulo Figueiredo. Escolha e uso do livro didático. Matemática. **Coleção Explorando o Ensino: Ensino Fundamental**. In: João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho. v.17. Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.p. 15 – 30.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: **Educação Matemática. Uma (nova) introdução**. 3 ed. São Paulo: Educ, 2010. p. 167-188.

DANTE, Luiz Roberto. Ápis: Matemática – 3º ano. In: ___ **Ápis: Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. Ápis: Matemática – 4º ano. In: ___ **Ápis: Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 2012.

DICIONÁRIOS Michaelis – UOL. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=antitico> . Acesso em 17 de junho de 2014.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Org. Tânia M. M. Campos; [tradução Marlene Alves Dias]. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, Silvia, S.D.A. **Aprendizagem em matemática. Registros de representação semiótica**. 7 ed. Campinas: Papyrus, 2010. p. 11 – 33.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. Tradução Mérciles Moretti. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

GÁSCON, Josep. La necesidad de utilizar modelos em didáctica de las matemáticas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 11 - 37. 2003.

GIOVANNI, José Ruy; JÚNIOR, José Ruy Giovanni Júnior. A conquista da matemática – 4º ano. In: **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2009.

GRANDO, Regina C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.** 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1995.
HORMAZA, Mariela Orozco. **La matemática em primaria.** Cali. Universidade Del Valle, 1998.

HUIZINGA, J. **Homo ludens: o jogo como elemento da cultura.** 6 ed. São Paulo: Perspectiva, 2010.

KAMII, Constance. **Aritmética: Novas perspectivas – Implicações da teoria de Piaget.** Campinas: Papyrus, 1996.

KAMII, Constance. **Reinventando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget.** 3 ed. Campinas, SP. Papyrus, 1990.

LERNER, Delia; SADOVSKY, Patrícia. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. (Org). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artmed, 1996.

LUVISON, Cidinéia C. **Mobilizações e (re)significações de conceitos em processos de leitura e escrita de gêneros textuais a partir dos jogos.** 208 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade São Francisco. Itatiba, 2011.

MACEDO, L., PETTY, A. L. S., PASSOS, N. C. **4 Cores, Senha e Dominó.** São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.167p.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. In:____ (Org.). **Educação Matemática.** Uma (nova) introdução. Ed. Educ. São Paulo, 2010.

MANDARINO, Mônica C. F. Números e Operações. Matemática. **Coleção Explorando o Ensino:** Ensino Fundamental. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. v. 17. Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.p. 96 – 134.

MONTEIRO, Maria Terezinha de Lima. **Construção das Operações:** nova metodologia para o ensino de matemática. 2 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1998.

MUNIZ, Cristiano Alberto. **Brincar e jogar:** enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

NUNES, Terezinha. **Educação matemática 1: números e operações numéricas**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança**. 3 ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO. **Referencial curricular da rede municipal de ensino**. 1º e 2º ano do Ensino Fundamental. Campo Grande, MS. 2008.

SILVA, Grazielle, C. M. **O ensino e a aprendizagem de expressões numéricas para a 5ª série do Ensino Fundamental com a utilização do jogo contig 60@**. 118 f.

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco; CÂNDIDO, Patrícia; DINIZ, Maria Ignez. **Jogos de Matemática de 1º ao 5º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TEIXEIRA, L. Aprendizagem inicial do valor posicional dos números: conceituação e simbolização. In: **Psicologia na Educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica**. Rio de Janeiro: Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia. P. 187-204, 1996.

VIGOTSKI, Lev S. **A formação social da mente**. 6 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.