

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**EQUAÇÕES E EXPRESSÕES ALGÉBRICAS PARA O ENSINO FUNDAMENTAL:
UM OLHAR SOBRE ALGUNS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

JULIANA ALVES DE SOUZA

CAMPO GRANDE – MS

2013

JULIANA ALVES DE SOUZA

**EQUAÇÕES E EXPRESSÕES ALGÉBRICAS PARA O ENSINO FUNDAMENTAL:
UM OLHAR SOBRE ALGUNS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação da Profa. Dra. Patrícia Sandalo Pereira.

CAMPO GRANDE – MS

2013

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Patrícia Sandalo Pereira – UFMS (Orientadora)

Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa – UFSCar

Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva – UFMS

Campo Grande, MS, 27 de fevereiro de 2013.

À Deus.

Por que dele e por ele, e para ele, são todas as coisas. Rm. 11:36.

*Por que tudo o que tenho, tudo o que sou e o que vier a ser
vêm de Deus. Honra, pois a ele permanentemente.*

AGRADECIMENTOS

- ❖ *Em primeiro lugar, à Deus pela vida, pela força concedida e refúgio encontrado.*
- ❖ *Em segundo lugar, em especial, à minha orientadora, Profa. Dra. Patrícia S. Pereira, por toda atenção, pela paciência nos momentos de teimosia e pela liberdade de ação a mim confiada.*
- ❖ *Aos professores que compõem a banca examinadora, em especial ao prof. Dr. Marcio Silva que acompanhou minha trajetória e desenvolvimento, e a Profa. Dra. Maria do Carmo pelo carinho e zelo na leitura do trabalho. Agradeço a cada um pelas valiosas contribuições, as quais muito colaboraram para a qualidade deste trabalho.*
- ❖ *A todos os professores integrantes do corpo docente do PPGEduMat, por todo o aprendizado proporcionado durante o curso, nas disciplinas, e sugestões de leitura.*
- ❖ *Aos professores das Instituições pesquisadas pela disposição e colaboração.*
- ❖ *À minha professora da graduação, Denise Knorst da Silva, pelo incentivo e apoio ao meu ingresso no Mestrado, pela confiança, pelo carinho e descontraída amizade, não se importando em eu ser uma aluna, mas dispondo a sabedoria de jamais deixar que o respeito fosse perdido.*
- ❖ *Às irmãs de orientação, amigas, e colegas de turma, Isis Siebra e Kely Nogueira, pela amizade, conselhos e colaboração no desenvolvimento deste trabalho.*
- ❖ *À amiga especial, irmã de coração, e colega de turma, Daiane Corrêa pela amizade, paciência, companhia, diálogos e todos os momentos de descontração.*
- ❖ *À todos os demais colegas da turma, os quais muitos se tornaram amigos indispensáveis durante este percurso e que contribuíram de forma direta ou indireta: Rodrigo Tadeu, Agnaldo de Oliveira, Adriana Alegre, Miriam Guadagnini, Tiago Carneiro, Luiz Cleber, Edeílza Lobo, Carlos Pardim, Franciele Rodrigues, Adamo Duarte e Claudia Miranda. Obrigado por todo aprendizado proporcionado e pelos momentos de descontração.*
- ❖ *Às minhas irmãs, Adriana e Mariza, pela amizade e por me acolher nos finais de semana em suas casas.*
- ❖ *Aos meus pais, Evaristo e Rosa, por minha existência, pelas orações e pelo refúgio encontrado em vosso lar nos momentos que muito precisei.*
- ❖ *Finalmente, agradeço a Capes pelo apoio financeiro que propiciou a realização deste trabalho.*

"O que sabemos é uma gota e o que ignoramos é um oceano"

Isaac Newton

RESUMO

Este trabalho tem como principal objetivo investigar o tratamento dado por alguns cursos de licenciatura em Matemática aos conteúdos equações e expressões algébricas diante das orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCNEF), tendo em vista a prática profissional do futuro professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, isto é, busca-se analisar se há vínculos entre o tratamento dados a estes conteúdos matemáticos na formação inicial do professor, com base nos PCNEF, haja vista sua atuação docente na escola básica. Esta investigação iniciou-se com a análise dos programas de ensino das disciplinas nos projetos pedagógicos (PP's) de vinte e dois cursos de licenciatura em Matemática do Brasil, os quais fazem parte do conjunto de cursos que obtiveram conceito quatro ou cinco no Enade de 2008. A partir da identificação das disciplinas que continham as equações e expressões em suas ementas, afunilamos nossa amostra para três cursos de formação de professores, e quatro disciplinas a serem investigadas. Esta busca constitui a parte documental do trabalho. Tendo como base as orientações curriculares dos PCNEF (1998a, 1998b), após análise dos PP's, aplicamos um questionário aos professores formadores que ministraram tais disciplinas no ano de 2011, sobre o tratamento dado a estes conteúdos da Álgebra escolar no processo de formação dos licenciandos, bem como da utilização do livro didático, recurso didático presente na prática do professor do ensino básico. Dentre os aportes teóricos que embasam este estudo, além dos PCNEF, utilizamos as concepções de Usiskin (1995a) ao ensino da Álgebra escolar as quais possuem estreitas relações com as propostas dos PCNEF. Mediante algumas questões que permeiam a formação inicial de professores em relação aos papéis da Matemática acadêmica e da Matemática escolar, tendo em vista que este aspecto emergiu nas análises, e que Álgebra escolar e a futura prática profissional do licenciando constituem-se em focos de estudo, buscamos analisar como se dá a visão dos formadores sobre estes campos de conhecimento matemático, com base na formulação dos autores Yves Chevallard, e Moreira e David a estas matemáticas. Realizamos uma análise qualitativa sobre os dados, à luz das técnicas metodológicas da Análise de Conteúdo de Bardin (2009) e Franco (2008). As análises indicam que nem todos os professores realizam o trabalho voltado a didática dos conteúdos, mas dentre os quatro formadores pesquisados apenas um deles externaliza este fato. Neste caso, foi observado que a prática deste professor, possivelmente está relacionada com sua visão sobre o que vem a ser matemática e a atividade matemática. Três deles indicaram atentar-se às orientações dos PCNEF na respectiva disciplina ministrada, no entanto, não foi possível perceber como este trabalho é desenvolvido e, apenas dois deles, realizam análise de livros didáticos em suas aulas. Espera-se que o estudo realizado propicie uma reflexão e discussão em torno da formação inicial de professores de Matemática e do papel destinado à Matemática escolar nos cursos de licenciatura, haja vista que a principal finalidade destes cursos é formar professores para atuar na Educação Básica.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação Inicial de Professores de Matemática.

Álgebra Escolar. Equações. Expressões algébricas. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The main goal in this research is to investigate approaches by some Mathematics degree courses in relation to contents of equations and algebraic expressions, based on the guidelines of National Curricular Parameters for Elementary School (NPCES), and focusing on the professional practice of a Mathematics future teacher in the final years of Elementary Teaching, i.e., it is tried to analyze if there are any connections between the treatments to those mathematical contents in the initial teacher training course, and NPCES' indications, taking into account the teaching performance of a future teacher at elementary school. The investigation has started with an analysis of discipline teaching programs, that form the Pedagogical Projects (PPs) of twenty two Mathematics degree courses in Brazil, composing a set of courses which obtained grades 4 or 5 at the ENADE (a national exam that seeks to assess students' performance), in 2008. From the identification of disciplines that contained equations and expressions in their syllabus, the samples were narrowed down to three teacher training courses with four disciplines to be investigated. This search represents the documental part of this work. Based on the curricular guidelines of NPCES (1998a, 1998b), and after analyzing the PPs, a questionnaire was submitted to instructors who taught those disciplines in 2011, referring to the approaches on scholastic Algebra contents in the process of graduates' training, and to the use of textbook as well, once it is a present teaching resource for elementary school teacher's practice. Besides the NPCES, other theories have supported this study, such as Usiskin's conceptions (1995a) for teaching scholastic Algebra which are closely related to NPCES directions. Through some questions that permeate initial teacher's training concerns related to the roles of academic and scholastic Mathematics; considering that these aspects have emerged from the analyses, and that scholastic Algebra and the future professional graduate's practice are the focus of this research, it was tried to analyze how instructors' points of view about these areas in mathematical knowledge, based on theoretical formulation by Yves Chevallard and Moreira & David on these mathematical aspects. A qualitative data analysis was developed, referring to methodological techniques on Content Analysis by Bardin (2009) and Franco (2008). The data analyzed point that not all of the teachers are headed to teaching the contents, but among the four studied instructors, only one of them shows this fact. In this case, it was observed that this teacher's practice probably is related to his/her view on what Mathematics is and on its activity. Three of the instructors pointed their awareness to NPCES guidelines in their respective disciplines, despite the fact that it was not possible to notice how their jobs are developed; and only two of them analyze textbooks in their classes. It is expected that this study can provide a reflection and a discussion on the initial Mathematics teachers' training and on the role of scholastic Mathematics in its degree courses, once the main focus in these courses is to prepare teachers to work on Basic Education.

Key words: Mathematical Education. Mathematics Initial Teachers' Training. Scholastic Algebra. Equations. Algebraic Expressions. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Álgebra no Ensino Fundamental.....	32
Figura 2 – Relação entre Uso das Variáveis, Concepções de Álgebra e Finalidades do seu Ensino.....	40
Figura 3 – Atividade de Álgebra enquanto Aritmética Generalizada.....	42
Figura 4 – Atividade de Álgebra enquanto Equações.....	43
Figura 5 – Atividade Álgebra Funcional.....	45
Figura 6 – Atividade Álgebra Estrutural.....	46

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Relação entre as Concepções de Álgebra de Usiskin e as dos PCNEF.....	37
Quadro 2 – Disciplinas a serem Analisadas.....	77
Quadro 3 – Conjunto das Disciplinas.....	89
Quadro 4 – Descrição dos Professores por Disciplina e IES.....	96
Quadro 5 – Temas Levantados.....	97
Quadro 6 – Categorias e Subcategorias.....	98

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO 1 – REVISÃO DE LITERATURA: JUSTIFICANDO A ESCOLHA DO TEMA.....	18
1.1 – Álgebra Escolar: Motivação.....	18
1.2 – Outros Olhares sobre as Concepções de Álgebra de Usiskin.....	22
CAPÍTULO 2 – FORMAÇÃO DE PROFESSORES: MATEMÁTICA ACADÊMICA E MATEMÁTICA ESCOLAR.....	28
2.1 – As Equações e Expressões Algébricas nos Parâmetros Curriculares Nacionais.....	28
2.2 – A Leitura de Usiskin ao Ensino da Álgebra Escolar.....	36
2.3 – A Formação Inicial de Professores de Matemática para a Educação Básica.....	48
2.4 – A Formação Matemática do Futuro Professor de Matemática <i>versus</i> sua Prática Profissional.....	56
2.5 – Matemática Acadêmica e Matemática Escolar sob Óticas Distintas.....	61
CAPÍTULO 3 – APORTES METODOLÓGICOS.....	70
3.1 – Pesquisa Qualitativa.....	70
3.2 – Um Caminho Trilhado à Luz da Análise de Conteúdo.....	71
3.3 – Os Instrumentos da Coleta de Dados.....	82
3.3.1 – A Análise Documental.....	82
3.3.2 – Questionário.....	85
CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS DADOS.....	89
4.1 – Os Projetos Pedagógicos: as Primeiras Impressões sobre o Objeto.....	89
4.2 – Análise dos Questionários.....	96
4.2.1 – Álgebra Escolar.....	99
4.2.2 – Visão de Matemática dos Professores Formadores.....	112
4.3 – Fechamento das Análises.....	120
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	122

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	130
ANEXOS.....	137
Anexo A – IES 1: Programa de Ensino da Disciplina Álgebra Elementar.....	137
Anexo B – IES 1: Ementa da Disciplina Prática de Ensino Fundamental II.....	138
Anexo C – IES 2: Ementa e Referências da Disciplina Prática de Ensino de Matemática III.....	139
Anexo D – IES 2: Programa de Ensino da Disciplina Matemática para o Ensino Fundamental.....	140
APÊNDICE.....	141
Apêndice A – Questionário Aplicado aos Professores das IES.....	141

INTRODUÇÃO

"Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa.

Todos nós ignoramos alguma coisa, por isso aprendemos sempre"

Paulo Freire

Cursei minha Educação Básica em uma escola pública da zona rural do município de Anastácio, a 134 km de Campo Grande.

Quando estudava o quarto ou quinto ano do Ensino Fundamental, uma professora escreveu para mim, em uma correção de prova, a seguinte frase: “Continue assim. Você tem futuro”. Foi marcante, apesar de ser apenas uma criança, nunca esqueci. Nesses momentos, vejo a importância e a grande responsabilidade da profissão docente. Quando a gente estuda com um bom professor, pode passar anos e anos que não o esquecemos, espelhamo-nos.

Foi na 7ª série (atual 8º ano) que ouvi, pela primeira vez, a palavra “incógnita”. Na ocasião, esta palavra soou horrível aos meus ouvidos. E, como uma inquieta que sou, ao que me lembro, cheguei até mesmo a rir de tal termo. Mas tirando a não afeição com o termo, não tive muitos problemas com as “incógnitas”. Exceto quando foi-nos solicitado simplificar expressões algébricas. Para mim, o resultado de um cálculo deveria, sempre, ter apenas um elemento, algo com um, dois, três, quatro dígitos... , mas não uma outra expressão. O que parecia é que ainda não tinha chegado ao fim da solução, algo ainda precisava ser feito para que diminuísse os elementos dela. Acredito que é por pensar assim que muitos alunos cometem erros de juntar termos que não podem ser juntados numa expressão, como na presença de $3xy + 3x$, fazendo resultar $6xy$. Mas, talvez com o tempo, com os vários exercícios, a mesma ocorrência de situação, a semelhança dos casos de simplificação, eu tenha acostumado e aceitado expressões como solução de uma simplificação.

Quando estava terminando o Ensino Médio, comuniquei aos meus pais que queria fazer faculdade. Foi difícil convencê-los a aceitar, tanto porque na família nunca alguém tinha cursado Ensino Superior, quanto porque teria que sair de casa, no sítio, para ir morar sozinha na parte urbana da cidade (Anastácio). Primeiro, convenci-os de que só faria o vestibular, ou seja, só tinha que ir por dois dias para fazer a prova e voltar. Optei por Licenciatura em Matemática. A Educação da zona rural sempre foi julgada pela própria comunidade local como inferior em relação à urbana, no entanto, fiquei entre os primeiros colocados e, então, resolvi enfrentar tudo e seguir caminho.

Em 2007, iniciei a graduação na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), no campus de Aquidauana, cidade vizinha a Anastácio. Enfrentei muitas dificuldades. Aos 19 anos de idade, por exemplo, nunca tinha manuseado um computador, então, fazer trabalhos digitados era um desafio. Em relação ao curso, a Matemática oferecida era muito diferente daquela do Ensino Médio, isto é, muito mais abstrata. Senti fortemente a diferença. No início do curso, meu desempenho não era satisfatório nas provas. O curso tinha um forte viés ao bacharelado, muitos reprovavam, poucos conseguiam concluí-lo dentro do período mínimo de quatro anos. A maioria levava seis, sete anos para concluí-lo. O índice de evasão também era alto. A disciplina de Cálculo, por exemplo, retinha grande parte dos acadêmicos, impedindo a conclusão de sua formação. Insatisfeitas e inconformadas com esta formação na nossa licenciatura, minha colega de classe e eu, no 3º ano da faculdade, escrevemos um artigo para uma disciplina do curso, intitulado *A atual formação dos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do campus de Aquidauana – UFMS*. Investigamos o projeto pedagógico do curso, aplicamos questionários aos alunos iniciantes, concluintes e professores do referido curso, para analisar a percepção dos alunos e professores em relação ao curso e ao foco da formação oferecida por ele. Os professores acreditavam que o curso oferecia uma boa base para os futuros professores atuarem na Educação Básica, já, na visão dos alunos concluintes, eles não se sentiam preparados para exercer a profissão.

Concluí a graduação dentro do período mínimo estabelecido de quatro anos. Fui bolsista do primeiro ao quarto ano, o que me ajudou muito. Além disso, fui voluntária, durante um ano, numa pesquisa de iniciação científica, juntamente com um colega de classe, desenvolvendo estudos em Álgebra abstrata, a saber, Teoria de Grupos.

No final do quarto e último ano da faculdade (2010), incentivada por uma professora da minha graduação, inscrevi-me no Processo Seletivo do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat) da UFMS. Fui aprovada e, no ano seguinte (2011), iniciei o mestrado. A condição de formanda trouxe à tona várias questões sobre minha futura atuação e dos colegas professores: qual o olhar sobre a formação inicial obtida? Quais as maiores angústias daqueles que vão direto para uma sala de aula? Quais as maiores dificuldades na atuação profissional? Quais os desafios associados ao domínio de conteúdo e planejamento? Como são utilizados os conhecimentos/teorias/práticas sistematizados na Universidade? Que ações podem contribuir para um ensino mais eficaz da Matemática? Neste contexto, minha intenção era pesquisar: *A Formação Inicial de Professores de Matemática – Implicações, limitações e potencialidades para a atuação docente no olhar do egresso*. No entanto, recebi uma nova proposta de pesquisa, a qual também despertou meu interesse.

Fui convidada a participar do projeto de pesquisa, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), intitulado *Mapeamento do currículo prescrito em alguns cursos de licenciatura em Matemática, no Brasil, no período de 2010 a 2012*, coordenado pelo Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva, docente do PPGEducMat da UFMS, sob a orientação da Profa. Dra. Patrícia Sandalo Pereira. Este projeto está situado na intersecção de duas linhas de pesquisa que estão em evidência na Educação Matemática: a formação de professores e os estudos curriculares. O objetivo do projeto é analisar os projetos pedagógicos (PP's) dos cursos de Licenciatura em Matemática que obtiveram notas quatro ou cinco (nota máxima) no Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) realizado em 2008. Este projeto envolveu a participação de pesquisadores e mestrandos de dois Programas de Pós-Graduação: PPGEducMat – UFMS e Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Na UFMS, participaram seis mestrandos, sendo que cada um investigou um tema específico, e sendo orientados pelos professores Dr. Marcio e Dra. Patrícia, supracitados. A princípio, esta pesquisa investigaria as propostas de ensino de Álgebra elementar presentes nos projetos destes cursos, tentando relacioná-las com a Álgebra da Educação Básica, com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), no entanto, conforme ela foi se desenvolvendo o objeto foi se moldando e afinando¹.

O interesse em pesquisar os cursos que obtiveram melhor desempenho no ENADE de 2008 deve-se ao fato que, do ponto de vista institucional, eles possuem um diferencial na formação, além disso, são considerados de excelência no Brasil, segundo os critérios de avaliação do ENADE. Entendemos que dispositivos avaliativos, padronizados e quantitativos, não garantem que a qualidade de ensino destas instituições é ideal, mas fornecem indícios de que há um diferencial nestes cursos de formação. Este possível diferencial na formação dos licenciandos desperta interesse de investigação.

Diante disso, esta pesquisa norteia-se pela seguinte questão: *Qual o tratamento dado por alguns cursos de licenciatura em Matemática aos conteúdos equações e expressões algébricas diante das indicações propostas pelo PCNEF, visando à futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental?* Iniciamos o estudo dos cursos por meio de seus projetos pedagógicos, em seguida, aplicamos um questionário entre os professores formadores, ministrantes das disciplinas selecionadas a partir dos PP's. Assim, investigaremos convergências e divergências entre os conteúdos equações e expressões

¹ Este processo de afinamento será exposto no capítulo 3, item 3.2.

trabalhados na formação inicial do professor de Matemática, por meio da análise do projeto pedagógico e das respostas de professores formadores ao questionário aplicado, com as indicações dos PCNEF para o ensino destes conteúdos nos anos finais do Ensino Fundamental. Analisaremos o tratamento dado a estes conteúdos matemáticos nos cursos de licenciatura em Matemática, buscando perceber se são proporcionados meios e situações que propiciem ao licenciando relacioná-las com a álgebra que trabalhará na Educação Básica, uma vez que o Parecer do Conselho Nacional de Educação, Conselho Pleno 9 (nove), de 2001 – CNE/CP9 de 2001, estabelece que os cursos de formação de professores devem ter a Educação Básica como foco central.

Diante desta questão, elaboramos o seguinte objetivo geral: *Investigar o tratamento dado aos conteúdos matemáticos equações e expressões algébricas na licenciatura e sua relação com as indicações dos PCNEF, visando à futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.* Para alcançar este objetivo, estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

1) *Identificar e analisar, nos projetos pedagógicos e nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, a presença de equações e expressões algébricas;*

2) *Investigar as visões dos professores formadores quanto a Álgebra acadêmica e Álgebra escolar;*

3) *Analisar se há vínculo entre o tratamento dado aos conteúdos matemáticos equações e expressões algébricas na formação inicial do professor de Matemática com as indicações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais ao Ensino Fundamental.*

Expressos em outros termos, primeiramente, analisamos os projetos pedagógicos dos Cursos, identificando as disciplinas, por meio do programa de ensino das mesmas, que contemplam equações e expressões dos anos finais do Ensino Fundamental. Em seguida, observamos as recomendações dos Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental (PCNEF) quanto ao ensino destes conteúdos, equações e expressões. A partir da análise dos projetos pedagógicos, sentimos a necessidade de ampliar os dados referentes às disciplinas selecionadas, em relação ao objeto de estudo da pesquisa, assim sendo, aplicamos um questionário aos professores formadores que ministraram, no ano de 2011, as disciplinas selecionadas. Por meio deste instrumento, buscamos perceber se o tratamento dado a referido objeto matemático na formação do professor vai ao encontro das orientações didáticas presentes nos PCNEF, recurso didático que tem como finalidade nortear a prática do professor de Matemática do ensino básico. Além disso, buscamos também investigar as visões dos

professores formadores sobre a Matemática acadêmica e a escolar, uma vez que este entendimento pode refletir sobre a prática profissional dos mesmos.

Dessa forma, no primeiro capítulo deste trabalho, trazemos a justificativa do tema, com o levantamento de algumas pesquisas que tratam sobre as equações e expressões visando à Educação Básica. Também é realizada uma breve revisão da literatura sobre como as pesquisas desenvolvidas nos últimos anos têm utilizado as Concepções de Álgebra de Usiskin (1995a), que constitui como um dos nossos referenciais teóricos.

O capítulo 2 (dois) abarca os aportes teóricos da pesquisa. Apresentamos as orientações didáticas dos PCNEF ao ensino da Álgebra escolar, dando atenção especial às equações e expressões algébricas; a leitura de Usiskin (1995a) sobre a Álgebra escolar, o qual a concebe segundo o uso de variáveis, a partir de quatro concepções; discutimos a formação inicial de professores de Matemática tendo em vista o ensino básico; e encerramos o capítulo apresentando o entendimento de alguns autores sobre o que vem a ser Matemática acadêmica e Matemática escolar, e, conseqüentemente, como subárea da Matemática, estendemos estes entendimentos a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar.

No capítulo seguinte, apresentamos a metodologia da pesquisa. Neste, expomos algumas considerações que caracterizam a pesquisa de cunho qualitativo, explanamos o caminho percorrido à luz das técnicas metodológicas da Análise de Conteúdo de Bardin (2009) e Franco (2008), e os instrumentos que compuseram a coleta de dados e constituíram o *corpus* de análise.

O último capítulo é composto pela análise dos dados. Neste, traçamos considerações sobre os projetos pedagógicos dos Cursos de Licenciatura analisados, realizamos a análise dos questionários aplicados aos professores formadores e, por fim, apresentamos algumas conexões entre tais análises e as recomendações dos PCNEF ao ensino da Álgebra escolar, particularmente quanto as equações e expressões algébricas.

Ao final, são pontuadas algumas considerações relativas ao estudo realizado e são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas para o seu desenvolvimento.

CAPÍTULO 1

REVISÃO DE LITERATURA: JUSTIFICANDO A ESCOLHA DO TEMA

*Você pode viver sem a Álgebra,
mas você não apreciará tanto o que está acontecendo ao seu redor...
Você vai viver no mesmo mundo,
mas você não vai ver ou entender o máximo de sua beleza, mistério e estrutura²
Zalman Usiskin*

Neste capítulo, buscamos justificar o tema de estudo da pesquisa, apresentando resultados de algumas pesquisas que tratam do mesmo, bem como explicitar sua relevância. Para caracterizar a Álgebra escolar, este estudo embasa-se nas concepções de Usiskin (1995a), que se constitui em um referencial bastante utilizado entre as pesquisas que tratam sobre a Álgebra, sendo assim, apresentamos como algumas pesquisas utilizaram as ideias deste autor a fim de localizar o presente estudo neste cenário.

1.1 – Álgebra Escolar: Motivação

Segundo Usiskin (1995b), a maioria das pessoas percebe que elas precisam saber Aritmética, pois ela é indispensável para inúmeras atividades do dia a dia, já com a Álgebra parece ser diferente, elas não veem esta necessidade tão claramente. O autor aponta que a necessidade de conhecer-la não é tão óbvia, porém, na realidade, sua utilidade está ao nosso redor, no entanto, para aqueles que não sabem onde ou como procurar, muitas vezes, isso é não é evidente.

Assim, ele elenca características da Álgebra que a tornam indispensável ao indivíduo: *a* – ela é a linguagem da generalização, ou seja, se estamos fazendo um processo repetidamente, ela fornece uma linguagem muito simples para descrever este processo, pois é linguagem por meio da qual descrevemos padrões; *b* – ela permite que uma pessoa responda a todas as perguntas de um tipo particular de uma só vez, isso é dado por meio de fórmulas, as quais fornecem uma linguagem que funciona com um leque de entradas; *c* – é a linguagem das

² Tradução nossa para: And so it is with algebra. You can live without it, but you will not appreciate as much of what is going on around you... You will live in the same world, but you will not see or understand as much of its beauty, structure, and mystery.

relações entre quantidades e isso é a base das funções. As funções formam uma linguagem mais curta e, muitas vezes, a mais fácil de usar, podem ser empregadas quando se deseja saber o que acontece a uma quantidade em longo prazo, são importantes para determinar quando uma quantidade atingirá o seu maior ou menor valor e estes são dois dos tipos de questões que formam a base para o cálculo; d – é uma linguagem para resolver certos tipos de problemas numéricos.

Este autor também explica àqueles que possam vir a pensar, mas “se Matemática além da aritmética é tão importante, por que tantas pessoas são capazes de viver sem ela?”. Segundo ele,

Se você visitar o México, mas não saber espanhol, você pode se dar bem, mas você nunca irá apreciar a riqueza da cultura, e você não será capaz de aprender tanto quanto você poderia se você soubesse espanhol. Você será obrigado a depender dos sinais que foram traduzidos para o Inglês. E, talvez o mais importante, você não vai saber o que você perdeu.

E assim é com a álgebra. Você pode viver sem ela, mas você não apreciará tanto do que está acontecendo ao seu redor [...]. Você vai viver no mesmo mundo, mas você não vai ver ou entender o máximo de sua beleza, mistério e estrutura. E, muito possivelmente, você não vai se divertir tanto! (USISKIN, 1995b, p. 37, tradução nossa)³.

Mesmo evidenciado a necessidade e utilidade da Álgebra, Usiskin ainda explica que nem todos estudam Matemática por causa de sua utilidade, mas por sua beleza, ou seja, muitas pessoas estudam-na porque “ela tem seus enigmas, que são como os mistérios da literatura. Muitas pessoas estudam Matemática porque gostam da maneira que tudo se encaixa em uma estrutura” (USISKIN, 1995b, p. 35)⁴.

No entanto, no que se refere à Álgebra do ensino básico, vários estudos (BOOTH 1995, CURY 2006, SCARLASSARI 2007, GIL; PORTANOVA 2007, RIBEIRO 2001, BARBOZA 2010) evidenciam dificuldades⁵ ou insucesso dos alunos em compreender os

³ Tradução nossa para: If you visit Mexico but do not know Spanish, you can get along, but you will never appreciate the richness of the culture, and you will not be able to learn as much as you could if you knew Spanish. You will be forced to depend on signs that have been translated into English. And perhaps most significantly, you will not even know what you missed.

And so it is with algebra. You can live without it, but you will not appreciate as much of what is going on around you [...]. You will live in the same world, but you will not see or understand as much of its beauty, structure, and mystery. And, quite possibly, you will not have as much fun!

⁴ Tradução nossa para: Many people study mathematics because they enjoy its puzzles, which are like mysteries in literature. Many people study mathematics because they like the way that it all fits into a structure.

⁵ Este termo – dificuldade - é utilizado pelos autores citados. A nosso ver, elas podem configurar-se realmente em dificuldades/obstáculos dos alunos, como também podem ser resultado de lacunas deixadas na condução dos processos de aprendizagens dos alunos, no desenvolvimento de habilidades algébricas e

conceitos, os quais envolvem esta poderosa ferramenta Matemática. Quanto às equações e expressões algébricas, podemos citar o uso incorreto da propriedade de cancelamento em expressões algébricas, a dificuldade em discriminar expressão de equação algébrica, o conceito sobre variáveis (QUINTILIANO, 2004), a falta de domínio de técnicas algébricas elementares, a dificuldade em extrair dados de enunciados e estruturá-los algebricamente (BARBOSA, 2008), e isso não apenas entre estudantes do ensino básico, mas também de alunos de cursos de Licenciatura em Matemática, como mostram Ursini e Trigueiros (1997), Pereira (2005) e Cury (2006).

O estudo de Pereira (2005), com 34 alunos ingressantes de um Curso de Matemática em uma cidade de São Paulo, demonstra as diversas dificuldades dos acadêmicos investigados quanto ao manuseio de equações e expressões. Ele verificou que grande número dos alunos trata a expressão algébrica como se fosse uma equação, igualando-a a zero para encontrar o valor da letra; quando solicitados a dizer o que seria uma equação, apenas um aluno apresentou uma resposta satisfatória, respondendo ser uma igualdade entre duas expressões; vários erros foram cometidos pelos sujeitos, como a aplicação de procedimentos de resolução de equação quando solicitados a simplificar uma expressão; dificuldades em, por exemplo, diferenciar incógnita de variável. Apenas dois dos 34 alunos investigados conseguiram identificar/diferenciar incógnita de variável diante de algumas equações e expressões algébricas. Dessa forma, o autor conclui que apenas uma pequena parte dos alunos apresenta noções sobre expressões algébricas e que a maior parte não sabe diferenciar equação de expressão algébrica. Para Lins e Gimenez (1997, p. 149), “a ausência de significado para as expressões que estão sendo manipuladas é o principal obstáculo para o desenvolvimento de lidar diretamente com elas”.

Já Cury (2006) observa que a maior parte dos erros cometidos pelos alunos em Cálculo é decorrente de problemas com conteúdos da Educação Básica, especialmente de Álgebra, tais como: simplificação, fatoração, produtos notáveis e resolução de equações polinomiais. Assim sendo, faz-se necessário buscar conhecer as origens destes problemas, os quais se dão no Ensino Fundamental e Médio.

Estas pesquisas trazem indícios da necessidade de repensar o ensino da Álgebra tanto no ensino básico quanto no ensino superior. Atemos este estudo apenas às equações e expressões, mas sabemos que os problemas não se restringem apenas a elas.

Tradicionalmente, o estudo da Álgebra está fortemente ligado à manipulação simbólica e resolução de equações (BORRALHO *et al*, 2005), ou seja, o cálculo com letras, geralmente, desprovido de significado. Sabemos que equações e expressões são compostas por letras e números, neste sentido, é conveniente a observação de Soares (2008) de que algumas dificuldades de aprendizagem do cálculo literal, bem como das operações algébricas, podem ser decorrentes da forma como estes conteúdos são apresentados: forma abstrata e mecânica. De acordo com Pinto (*apud* SOARES, 2008), a “grande dificuldade dos alunos, ao passar dos números da aritmética para as letras da Álgebra, é em relação ao significado das letras” (p. 6), ou seja, aí pode residir um dos maiores problemas.

Os PCNEF (1998a) relatam que os resultados de pesquisas em Educação Matemática e o desempenho dos alunos em avaliações demonstram o insucesso dos alunos na aprendizagem da Álgebra escolar. Levando em consideração este fato, o referido documento “propõe novo enfoque para o tratamento da Álgebra, apresentando-a incorporada aos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo” (BRASIL, 1998a, p. 60). Este parâmetro ressalta que, para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, é necessário ter clareza de seu papel no currículo (BRASIL, 1998b). A partir da leitura de Tinoco (2006), notamos que os resultados de sua pesquisa realizada com alunos das séries finais do Ensino Fundamental e com alunos do Ensino Médio refletem neste mesmo sentido. A autora conclui que existe

a necessidade de mudar o ensino de Álgebra, a partir de uma explicação de seu papel no currículo e da compreensão de como o estudante constrói, de forma significativa, esse conhecimento matemático, levando em conta as suas várias funções. (TINOCO, 2006, p. 14)

Os PCNEF apontam que “o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (BRASIL, 1998b, p. 115), ou seja, evidenciam que a Álgebra é uma poderosa ferramenta Matemática, por isso, concordamos com Usiskin (1995a, p. 21) quando afirma que a Álgebra “é a chave para a caracterização e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a Álgebra seja hoje a área-chave de estudo da Matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo”.

Diante disso, interessamos investigar a formação inicial do futuro professor de Matemática do Ensino Fundamental, no que se refere ao tratamento dado às equações e

expressões algébricas. É sabido que o modelo de formação oferecido nos cursos de Licenciatura em Matemática no que concerne à formação de professores para o ensino básico é preocupante (GATTI *et al*, 2010), o que reforça a tese de que é necessário continuarmos “batendo na mesma tecla” para que, quem sabe, assim, “zunindo como a abelha em torno do mel”, consigamos ser ouvidos, ou seja, que a Educação Básica saia do lugar de segundo plano no atual modelo de formação docente. É neste propósito que estamos investigando os currículos prescritos de alguns cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil.

No que se refere à Álgebra escolar, utilizamos como aporte teórico as concepções de Álgebra de Usiskin (1995a)⁶, o qual a concebe segundo o uso da variável, elencando, a partir desta ideia, quatro concepções: Álgebra como aritmética generalizada, como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, como estudo de relações entre grandeza e Álgebra, como estudo das estruturas. Muitas pesquisas têm utilizado este referencial – Usiskin (1995a) – por isso, consideramos essencial realizar um levantamento de algumas delas para o desenvolvimento do nosso estudo, conforme segue.

1. 2 – Outros Olhares sobre as Concepções de Álgebra de Usiskin

Diversas pesquisas têm adotado as concepções de Álgebra propostas por Usiskin e com diversos tipos de abordagem. Para conhecermos como estas pesquisas têm trabalhado com este autor e vislumbrar este quadro de produção, bem como contribuições à nossa pesquisa, explicitamos alguns trabalhos publicados nos últimos anos.

Santos (2005) realizou uma pesquisa com 28 professores que atuavam no Ensino Fundamental e Médio, utilizando a metodologia descritiva. Os dados foram tratados qualitativa e quantitativamente. A autora utilizou as concepções de Usiskin (1995a) para investigar as concepções do professor de Matemática sobre o ensino de Álgebra, comparando as concepções deste autor com as abordagens para o ensino de Álgebra que são sugeridas por Berdnarz, Kieran e Lee (1996), ou seja, ela relaciona as concepções de Álgebra e as abordagens para o ensino de Álgebra. A autora ainda utiliza a Teoria de Ausubel para analisar possíveis habilidades que poderão ser desenvolvidas nos alunos a partir das concepções dos professores referentes a este campo e ao seu ensino.

Santos concluiu que os professores evidenciaram que três concepções de Usiskin sobre a Álgebra estão implícitas em suas concepções sobre o ensino da mesma: todos os professores

⁶ Este referencial, bem como a razão de sua escolha, será explanado no capítulo 2, item 2.2.

pesquisados tratam-na como Aritmética generalizada, e 23 deles fazem-no como procedimentos para resolver certos tipos de problemas e um pequeno número deles, quatro concebem a Álgebra como relações entre grandezas. Para a autora, tal fato proporciona “uma situação promissora no Ensino de Álgebra, pois, abordar a Álgebra das três formas diversificadas: Aritmética generalizada, procedimentos e generalização, facilita para o aluno a construção dos conceitos algébricos [...]” (2005, p. 98). Já, o pequeno número de professores (4) que concebem a Álgebra como relações entre grandezas preocupa a autora, pois segundo ela:

Essa concepção trata o ente algébrico desvinculado de qualquer particularidade, ou seja, trata-o como generalização, diferentemente do que acontece na concepção “Álgebra como Aritmética generalizada”, evidenciada pelos 28 professores. Essa concepção [...] é abordagem preferida pelos professores que na tentativa de facilitar a aprendizagem dos alunos, partem sempre de casos particulares para depois generalizar (SANTOS, 2005, p. 99).

Burigato (2007) procurou estudar a dificuldade dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Campo Grande – MS na aprendizagem da fatoração. Para isso, a autora empregou a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) e uma sequência didática em papel e lápis e com o *software Aplusix* com situações de fatoração, na qual ela buscou identificar teoremas em ação (conhecimentos tidos como pertinentes pelos alunos para resolver uma situação proposta) utilizados pelos alunos.

A autora considera que seu trabalho insere-se na quarta concepção de Álgebra de Usiskin (1995a), a Álgebra como estudo das estruturas, pois, segundo a mesma, ao analisar “as dificuldades dos alunos na fatoração, buscamos identificar os erros no que diz respeito à manipulação algébrica, seguindo regras próprias desta estrutura, em que a variável nesse caso é um símbolo arbitrário” (BURIGATO, 2007, p. 10). Ao final, a autora observou várias dificuldades nos alunos, a maior parte delas relacionada aos conhecimentos envolvidos na formação deste conceito, dentre elas: fatoração de um número inteiro, utilização da propriedade da multiplicação, dificuldade em colocar o fator comum máximo em evidência, dificuldade em reduzir os termos semelhantes, dificuldade em extração da raiz quadrada de termos que são quadrados perfeitos e, até mesmo, tentativas de extração da raiz quadrada de termos que não são quadrados perfeitos.

A intenção da autora com a pesquisa era testar a resistência dos teoremas em ação utilizados pelos alunos. Dessa forma, ela empregou a quarta concepção de Álgebra de Usiskin apenas para inserir sua pesquisa em uma linha/concepção algébrica, situando o leitor

na visão de Álgebra que estava sendo considerada em seu trabalho. Expresso em outros termos, o uso desta concepção não desempenhou um papel de referencial teórico na pesquisa porque o objetivo da autora não era analisar concepções ou usos da variável, apenas demonstrar uma possibilidade diferenciada do uso das concepções de Usiskin.

Figueiredo (2007) realizou um estudo com objetivo de detectar quais saberes e concepções de Educação Algébrica são mobilizados por alguns atores de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade de São Paulo. Foram pesquisados oito alunos e quatro professores, todos deste Curso de Matemática. Seu trabalho caracteriza-se como um estudo de caso de natureza etnográfica. Para alcançar seu objetivo, ela utilizou, como categorizações, as concepções de Álgebra de Lee (2001), Fiorentini *et al.* (1993, 2005), Lins e Gimenez (1997) e Usiskin (1995a). Já, os saberes docentes foram analisados segundo a ótica de Tardif e Shulman. No entanto, em relação às concepções de Álgebra, a autora tomou como principais referenciais teóricos as de Lee e Fiorentini *et al.* pelo fato de Usiskin não explicitar, nas atividades que exemplifica, o pensamento algébrico subjacentes a essas atividades.

Dessa forma, as concepções predominantes entre os professores foram a fundamentalista-estrutural de Fiorentini *et al.* e a de Álgebra como Linguagem de Lee. Entre os alunos, predominaram as concepções Linguístico-pragmática de Fiorentini *et al.* e de Aritmética Generalizada de Lee. Entretanto, esta última concepção de Álgebra também faz parte das concepções propostas por Usiskin (1995a). Figueiredo conclui que sua pesquisa “vislumbra a possibilidade de ampliação de saberes relativos ao ensino de tópicos algébricos elementares, que se vinculam a concepções de Educação Algébrica” (2007, p. 6).

Carvalho (2007) realizou uma pesquisa com a intenção de promover uma reflexão sobre o uso de provas e demonstrações sobre os conteúdos algébricos conjuntos e conjuntos numéricos abordados em livros de didáticos do Ensino Médio. Para a análise das tarefas relacionadas ao objeto de pesquisa, a autora utilizou a noção de praxeologia de Chevallard (1999) e de níveis de prova de Balacheff (1988). Em cada tarefa analisada, Carvalho destaca também a possibilidade do trabalho com as concepções de Álgebra propostas por Usiskin (1995a). Mas, como Usiskin não mostra que tipos de dificuldades podem surgir nos alunos em relação à Álgebra, a autora recorre ainda a Kieran (1992).

Segundo a autora, os livros didáticos trabalham com diferentes significados das variáveis e com um excesso de atividades de aplicação de técnicas, daí o uso deste referencial teórico, isto é, Usiskin (1995a). Ela ainda pontua que os *Conjuntos* propiciam o contato com a

concepção de Álgebra como aritmética generalizada e com a concepção de Álgebra como estrutura. Com a análise das tarefas, a autora percebeu que:

Tanto as tarefas propostas aos alunos como as tarefas realizadas pelos autores podem propiciar o trabalho com as 4 concepções de álgebra de Usiskin (1995). Nas tarefas mais utilizadas pelos autores, a concepção mais utilizada foi a de aritmética generalizada. Nas tarefas aos alunos, foi a de estudo das relações (CARVALHO, 2007, p. 153).

Santos (2009) procedeu a uma pesquisa quanti-qualitativa na qual analisa as concepções de 47 professores de Matemática que atuam no 8º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública de Marília – SP, sobre o conceito e o ensino de equação do 1º grau, estabelecendo relações entre estes aspectos e buscando indícios de possíveis relações dessas com o processo de formação inicial e continuada dos professores. Para o desenvolvimento deste estudo, a autora fundamentou-se nas concepções de Álgebra de Usiskin (1995a), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez (1997), PCNEF de Matemática (1998a, 1998b) e Lee (2001, *apud* FIGUEIREDO, 2007). A autora elabora aproximações entre as concepções de todos estes autores.

A observação de regularidades identificadas entre tais concepções de Álgebra, de Educação Algébrica e as noções de Equação conduziu-a a elaboração de cinco categorias norteadoras, formadas de um misto das concepções dos autores, para a análise das concepções dos professores sobre o ensino da equação do 1º grau. Ao final, em relação ao ensino da equação do 1º grau, Santos observou que os professores valorizavam o ensino tradicional, centrado no professor, e as concepções mais presentes nos mesmos foram: *algoritmo relacionado à equação em si*, seguido da concepção *resolução de problemas da equação em si*. A concepção *situações relacionadas à sua aplicabilidade* apareceu em terceiro lugar, seguido da concepção *ferramenta (base para outros conteúdos)*. Por último, ficou a concepção *analogia ao uso de material concreto*. Além disso, Santos observou também que mais da metade dos professores não praticava as indicações presentes nos PCN de Matemática sobre o 4º ciclo (8º e 9º ano) para o desenvolvimento do ensino deste conteúdo.

A pesquisa de **Ferreira (2009)** procurou verificar como os professores compreendem a Álgebra e quais concepções possuem sobre a mesma, buscando também identificar se ocorre ressonância das concepções dos professores na concepção de álgebra de seus alunos. Inicialmente, o pesquisador entrevistou cinco professores do Ensino Fundamental e Médio de uma escola pública do Rio de Janeiro, depois, observou as aulas de duas professoras. Após esta etapa, foram entrevistados três alunos de cada professora com o intuito de analisar a

ressonância das concepções das professoras nos alunos, ou seja, se estas (dos professores) determinam ou influenciam aquelas (dos alunos). Para a análise dos dados, o autor utilizou os trabalhos de Ernest (1989), Usiskin (1988/1995a) e Lins e Gimenez (1997).

De acordo com o autor, Usiskin foi utilizado ao buscar “teorias que abordassem as crenças e concepções sobre álgebra de uma forma simbólica, mas que também nos permitissem discutir o assunto num sentido não apenas simbólico” (p. 47). A análise dos dados indicou que as professoras apresentam semelhanças quanto às concepções sobre álgebra, pois, concepções do tipo álgebra como estudo de técnicas para resolver certos tipos de problemas foram bem frequentes. No que diz respeito aos alunos, o autor pontua que as preocupações deles são muito próximas das que as professoras apresentaram, como dificuldades de ambos, professores e alunos, sobre o que seria ou que compunha exatamente a álgebra.

Como é possível notar na maioria dos casos, as ideias de Usiskin são utilizadas para buscar compreender as concepções de Álgebra de professores e/ou de alunos. Em nossa pesquisa, além de tentar compreender como os professores pesquisados veem a Álgebra acadêmica e escolar, buscamos analisar se há vínculo entre o tratamento dado aos conteúdos matemáticos, equações e expressões algébricas na formação inicial do professor de Matemática com as indicações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais ao Ensino Fundamental, isto é, investigar se o trabalho desenvolvido com os licenciandos em relação à Álgebra escolar tem procurado atender suas necessidades como futuro professor do ensino básico no que refere às equações e expressões algébricas. Usiskin (1995a) explicita que *as finalidades do ensino de álgebra, as concepções que tenhamos dela e a utilização das variáveis estão intrinsecamente relacionadas*, ou seja, conhecendo um destes três elementos (ou mais), podemos conjecturar acerca dos outros. Este olhar traz um diferencial em relação ao modo como, geralmente, as pesquisas utilizam este referencial, as quais na maior parte das vezes limita-se ao estudo das concepções. Usiskin não elenca tipos de dificuldades subjacentes a atividades relacionadas a cada concepção proposta por ele à Álgebra, assim como também não expõe, nas atividades que exemplifica, o pensamento algébrico subjacente a essas atividades, porém, a ausência destes elementos não interfere neste trabalho, pois não buscamos investigar tais informações.

As pesquisas anteriormente descritas, como a de Santos (2005), auxiliam este trabalho ao evidenciar que todos os professores do Ensino Fundamental e Médio pesquisados tratam a Álgebra como Aritmética generalizada, grande parte deles como procedimento para resolver certos tipos de problemas e apenas uma pequena parte considera-a como relação entre

grandezas, ou seja, os professores do ensino básico possuem uma visão de que a Álgebra possui diversas dimensões a serem exploradas, conforme sugerem os PCNEF (1998b). Concordamos com a autora ao refletir que este quadro proporciona uma situação promissora no Ensino de Álgebra, pelo fato de a mesma ser abordada de três formas. Já Ferreira (2009), ao indicar que a concepção de Álgebra como estudo de técnicas para resolver certos tipos de problemas sobressaiu entre os professores investigados do ensino básico e que as preocupações dos alunos destes e dos próprios professores são muito próximas, demonstra que o ensino proporcionado pelos professores reflete nos alunos. Além disso, Carvalho (2007) aponta que os livros didáticos trabalham com diferentes significados das variáveis e muitas atividades de aplicação de técnicas. Assim sendo, é perceptível a necessidade do desenvolvimento de um trabalho que contemple e proporcione o entendimento das várias concepções de Álgebra e uso da letra na formação inicial do professor de Matemática, pois as diversas dimensões da Álgebra fazem-se presentes nos livros didáticos (CARVALHO, 2007) e na prática do docente da Educação Básica (FERREIRA, 2009; SANTOS, 2005), e há ressonância do ensino do professor na visão/formação dos alunos (FERREIRA, 2009).

Este capítulo buscou justificar, contextualizar e localizar nosso trabalho dentre a literatura existente em relação à Álgebra escolar. No contexto da Álgebra escolar, embasamos nos estudos de Usiskin (1995a) e nos PCNEF (1998b), por isso, apresentamos como as pesquisas utilizaram as ideias de Usiskin, que possui estreitas relações com as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Desse modo, realizaremos, no capítulo seguinte, uma explanação de ambos e o levantamento de relações entre eles, além disso são apresentados os demais suportes teóricos.

CAPÍTULO 2

FORMAÇÃO DE PROFESSORES: MATEMÁTICA ACADÊMICA E MATEMÁTICA ESCOLAR

*“O conhecimento nos faz responsáveis”
Che Guevara*

Neste capítulo, apresentamos as sinalizações dos PCNEF (1988a, 1998b) em relação ao ensino de equações e expressões, e, em seguida, discorremos sobre as concepções de Álgebra de Usiskin (1995a), a qual foi utilizada para caracterizarmos a Álgebra escolar. Após, discutimos a formação inicial de professores de Matemática, tendo em vista a futura prática do professor na Educação Básica e finalizamos o capítulo apresentando o entendimento de alguns autores acerca da Matemática acadêmica e da escolar, estendendo esta visão ao campo da Álgebra como subárea da Matemática. Este capítulo visa a fornecer a discussão teórica deste estudo, a qual subsidia a análise realizada sobre o *corpus* dos dados da pesquisa.

2. 1 – As Equações e Expressões Algébricas nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais traduziram as aspirações da maior parte da comunidade de educadores matemáticos brasileiros sobre as questões de ensino e aprendizagem de Matemática (PIETROPAOLO, 2002). Segundo Pires (2005), especificamente ao Ensino Fundamental, há um considerável consenso de que as proposições daquele documento contemplam as principais tendências⁷ da Educação Matemática, mas que, obviamente, os PCN não contemplam as expectativas de todos. As críticas em torno dos PCN iniciam-se desde a sua elaboração e implantação (SILVA, 2006, p. 63 – 65; KOBASHIGAWA, 2006, p. 39; CAMARGO, 2003, p. 70 – 71; PIRES, 2005, p. 27 – 28). Algumas pesquisas (CAMARGO, 2003; SANTOS, 2009)⁸, mostram ainda que muitos professores não utilizam este material. Embasamos-nos no citado documento, pois, até o momento, ele é o referencial curricular nacional que temos para o Ensino Fundamental, além

⁷ Não entraremos neste campo, mas, dentre muitas destas tendências citadas por Pires (2005), há: explicitação do papel da Matemática na Educação Básica, propõe objetivos que evidenciam a importância do aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo a sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas; dentre várias outras.

⁸ A pesquisa de Camargo (2003) será explicitada ao final deste texto, e Santos (2009) foi citada no item 1.2.

disso, conforme aponta Pietropaolo (2002), os PCN de Matemática também norteiam a formação docente, uma vez que a medida que torna claro os fundamentos do currículo fica implícito o tipo de formação que se pretende para o professor.

Há quase 20 anos atrás, até 1995, não havia no país uma referência nacional para nortear os currículos dos estados e municípios brasileiros. Durante a década de 90, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB – lei nº 9.394/1996) desencadeou mudanças, avanços e debates sobre os novos parâmetros para a formação docente no Brasil. Após a sua aprovação, no período de 1995 a 1998, uma das prioridades do Ministério da Educação foi a elaboração de referenciais curriculares para a Educação Básica, considerando, para isso, as propostas que já eram utilizadas nos currículos dos estados e municípios do Brasil. Além disso, equipes de educadores realizaram estudos dos currículos de outros países como França, Inglaterra, Espanha e Estados Unidos (PIETROPAOLO, 2002). Ainda como reflexo da LDB, no início dos anos 2000, houve a promulgação de legislações para a formação inicial de professores, como os pareceres e resoluções do Conselho Nacional de Educação, os quais serão citados no texto, em seu item 2.3, e no decorrer deste trabalho.

Publicado em 1998, os PCNEF (1998b) indicam a Resolução de Problemas como eixo norteador da atividade Matemática e discutem caminhos para “fazer Matemática” em sala de aula. Segundo o documento, a resolução de problema é um bom caminho para trabalhar conceitos e procedimentos matemáticos, pois o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver, empenhados para desenvolver estratégias de resolução.

Especificamente, aos anos finais do Ensino Fundamental quanto ao ensino de Álgebra, os PCNEF (1998b) apontam que é aconselhável que, no 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, não se desenvolva um trabalho visando ao aprofundamento das operações com as expressões algébricas e as equações, ou seja, aconselha-se que as técnicas convencionais sejam deixadas para o 8º e 9º ano. A recomendação deste documento para esta fase é que “os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas” (p. 68). Desse modo, em situações – como o surgimento de uma equação – que podem levar o aluno a interpretar a letra como uma incógnita, os PCNEF (1998b) recomendam que os alunos sejam conduzidos e instigados a construir variados procedimentos de resolução, desenvolvendo estratégias de resolução por si mesmos, para que o estudo detalhado das técnicas próprias de solução seja realizado apenas nos dois últimos anos do Ensino Fundamental.

Dessa forma, alguns dos conceitos e procedimentos indicados por este documento ao 6º e 7º ano, em relação ao ensino da Álgebra, são:

Utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas.

Compreensão da noção de variável pela independência da variação de grandezas.

Construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples (BRASIL, 1998b, p. 72).

Quanto ao 8º e 9º ano, os PCNEF indicam que não é conveniente que o trabalho com Álgebra fique restrito a procedimentos puramente mecânicos com equações e expressões (BRASIL, 1998b). É essencial que se proponha situações diversificadas, as quais possam levar o aluno a “reconhecer diferentes funções de Álgebra (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas)” (p. 84). No que tange especificamente às equações, é fundamental o entendimento de conceitos como “a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da ‘sintaxe’ (regras para resolução) de uma equação” (BRASIL, 1998b, p. 84).

Entre alguns conceitos e procedimentos relacionados à Álgebra aos dois anos finais, 8º e 9º ano, os PCNEF indicam:

- Tradução de situações problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta.
- Resolução de situações problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo [...].
- Construção de procedimentos para calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas, utilizando as propriedades conhecidas.
- Obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatoração e simplificações.
- Resolução de situações problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta. (BRASIL, 1998b, p. 88).

Apesar da ênfase dada pelos PCNEF em mostrar que “o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (1998b, p. 115), no próprio documento é frisado que o enfoque que

tem recaído sobre o ensino da mesma é a repetição mecânica de exercícios e mais exercícios, e que isto não tem propiciado o sucesso dos alunos neste campo do conhecimento, pois, eles não conseguem utilizar todas as ferramentas que esta ciência dispõe, ou seja, não conseguem explorar suas várias dimensões. Tradicionalmente, nos anos finais do Ensino Fundamental, 8º e 9º ano, os conteúdos algébricos são abordados de forma meramente mecânica, distanciando-se consideravelmente das situações problema do cotidiano, ou mesmo, de situações problema, pois o trabalho fica restrito apenas à repetição de exercícios, com a manipulação de regras e macetes. É como se, nesta fase da escolaridade, o aluno tivesse que esquecer ou deixar para trás quase tudo o que aprendeu antes, porque tais conhecimentos já não lhe servem mais para resolver as situações que lhes são propostas (BRASIL, 1998b).

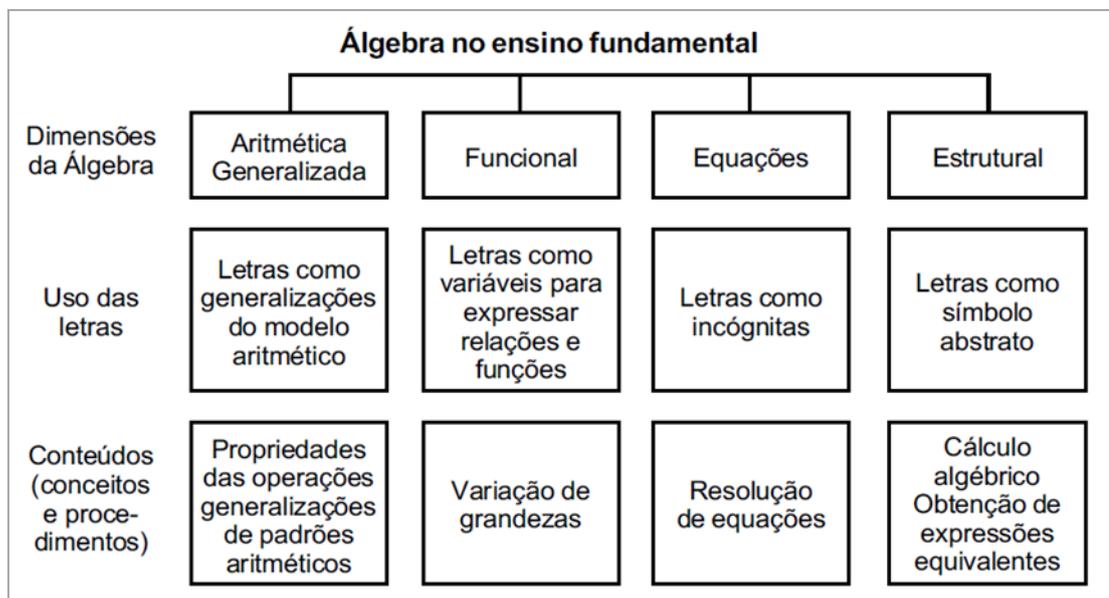
Como será que fica a cabeça de uma criança diante disso? Se pararmos para refletir um pouco, é compreensível porque tantos alunos tenham dificuldades em Álgebra. Quando o professor ensina, por exemplo, uma equação, de forma meramente mecânica e encontra em uma aula, por exemplo, $x = 2$ como solução, não é de se admirar, e não deveria tornar-se motivo de piada que, em uma aula seguinte, quando outra equação fosse resolvida encontrando, por exemplo, $x = 0$ como solução, um aluno questione: professor, mas outro dia o x não valia 2, porque hoje ele vale zero? Da maneira que lhe foi ensinada, esta situação torna-se incompreensível, não faz sentido e associando ao que ele já conhece (Aritmética), o aluno não consegue entender o que seja uma incógnita, pois entende que cada coisa ou elemento possui um valor numérico fixo, único.

Segundo os PCNEF, os procedimentos “não algébricos” (os que não utilizam equações, sistemas, etc.) são esquecidos ou não indicados para os alunos resolver problemas nos últimos anos do Ensino Fundamental, mesmo em casos que a Álgebra poderia ser dispensada (BRASIL, 1998b). Dessa forma, este documento recomenda que os professores valorizem as resoluções aritméticas tanto quanto as algébricas. Por isso, enfatizam que

é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as “manipulações” com expressões e equações de uma forma meramente mecânica (BRASIL, 1998b, p. 116).

Assim, os PCNEF (1998b) indicam que é necessário que o aluno seja envolvido em atividades que inter-relacionem as diversas funções ou concepções da Álgebra. A figura 1 (um) é apresentada neste documento, a qual sintetiza as concepções da Álgebra e as respectivas funções da letra em cada uma, bem como os conteúdos abrangentes:

Figura 1 – Álgebra no Ensino Fundamental



Fonte: BRASIL, 1998b, p. 116

No próprio PCNEF (1998b), é apontado que os professores não desenvolvem todas estas dimensões da Álgebra no Ensino Fundamental, no entanto, é indicado que “para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com essas quatro dimensões ao longo do terceiro e quarto ciclos [6º ao 9º ano]” (p. 117), pois, de acordo com o documento, os alunos desenvolvem, de forma bastante expressiva, a “habilidade de pensar ‘abstratamente’, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas [...]. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados” (p.117). Quanto a possíveis atividades que podem ser desenvolvidas pelo professor tendo em vista estas recomendações, o documento indica a busca de atividades que englobe as várias dimensões da Álgebra, as quais estão elencadas na figura 1 (um): Aritmética Generalizada, Funcional, Equações e Estrutural. É necessário que este trabalho dê-se de forma articulada, durante os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

Quanto à primeira dimensão, a **aritmética generalizada**, sugere-se propor “situações de modo que permitam identificar e generalizar as propriedades das operações aritméticas, estabelecer algumas fórmulas [como de figuras regulares planas]. Nessa dimensão a letra simplesmente substitui um valor numérico” (p. 117), isto é, explorar a álgebra em sua condição de aritmética generalizada.

Já o trabalho com **equações** é importante para que os alunos “percebam que as equações, sistemas e inequações facilitam muito as resoluções de problemas difíceis do ponto de vista aritmético. Nesse caso, a letra assume o papel de incógnita e eventualmente de parâmetro” (1998b, p. 121). A proposta dos PCNEF busca modificar o modo como a Álgebra e a letra/variável têm sido trabalhadas em sala de aula, pois, segundo o documento, a noção de variável, de maneira geral, não tem sido explorada no Ensino Fundamental e, como resultado, muitos alunos chegam a concluir o Ensino Médio acreditando que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para encobrir um valor desconhecido (BRASIL, 1998b), ou seja, restrito ao plano das equações. No entanto, as pesquisas de Santos (2005), Santos (2009) e Pinto (1999) indicam que a dimensão da álgebra como equações é uma das mais utilizadas pelos professores, assim como a aritmética generalizada, ou seja, talvez todas as funções da álgebra e, conseqüentemente, de variável, não sejam exploradas em sala, mas já se tem indícios de que o ensino não está estacionado apenas no estudo da álgebra como equação e da letra como incógnita.

O trabalho com as várias funções da letra poderá levar o aluno a compreender melhor o campo da Álgebra que, como sabido, gera muitas dificuldades para os mesmos, como é o caso da utilização de “variáveis para representar relações funcionais em situações problema concretas permite que o aluno veja outra função para as letras ao identificá-las como números de um conjunto numérico, úteis para representar generalizações” (p. 118). Para o trabalho com esta dimensão da Álgebra – **funcional** –, os PCNEF ainda indicam a possibilidade de explorar situações problema sobre variações de grandezas, pois elas propiciam ótimos contextos para desenvolver a noção de função nos alunos do Ensino Fundamental, como estabelecer como varia o perímetro (ou área) de um quadrado, em função da medida de seu lado e determinar a expressão algébrica que representa esta variação⁹.

Este documento aponta também que “iniciar o estudo da sintaxe que o aluno está construindo com as letras poderá completar a noção da álgebra como uma linguagem com regras específicas para o manuseio das expressões, ou seja, o cálculo algébrico” (p. 118). Este estudo é importante, pois poderá levar o aluno a perceber que transformar uma expressão algébrica mais complexa em outra mais simples, que lhe é equivalente, facilita o encontro da solução de um problema (BRASIL, 1998b). No trabalho com a obtenção de expressões equivalentes, o professor está explorando a dimensão **estrutural** da Álgebra e desenvolvendo no aluno a percepção da letra como símbolo abstrato.

⁹ Esta atividade vai ao encontro da terceira concepção proposta por Usiskin, a Álgebra como estudo de relação entre grandezas, que será discutida no próximo texto, 2.2.

Para o desenvolvimento de atividades pedagógicas que articulem estas quatro dimensões da Álgebra, os PCNEF (1998b) sugerem a construção, interpretação e preenchimento de planilhas na qual o aluno poderá perceber as vantagens do uso de letras para generalizar um modelo ou processo, bem como perceber a letra funcionando ora como variável, ora como incógnita, incumbindo ao professor explorar estas facetas da letra com seus alunos. Além disso, este documento pontua que o trabalho com situações desta natureza pode favorecer o desenvolvimento de atividades que envolvem a simplificação de expressões algébricas. Também propõe situações que privilegiam a visualização geométrica de expressões algébricas, por exemplo, o cálculo de áreas e perímetros de retângulos, por ser um recurso facilitador no entendimento das expressões. Segundo os PCNEF, “a utilização desses recursos possibilita ao aluno conferir um tipo de significado às expressões” (1988b, p. 121). Mas ressalva, que “a interpretação geométrica dos cálculos algébricos é limitada, pois nem sempre se consegue um modelo geométrico simples para explicá-lo. Além disso, é preciso que ele perceba que é possível atribuir outros significados às expressões” (BRASIL, 1998b, p. 121). Assim, recomenda-se que o trabalho com as expressões não fique apoiado somente em visualizações geométricas, mas que elas sejam apenas um recurso auxiliador.

De modo geral, os PCNEF enfatizam que:

As atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confirmem significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a “sintaxe” das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as “regras” para resolução de equações. (BRASIL, 1998b, p. 122).

Apesar de todas estas indicações dos PCNEF, algumas pesquisas evidenciam que os professores encontram dificuldade em levar para a prática de sala de aula tais recomendações, bem como mostram que muitos não a utilizam. Brighenti e Mareni (2003) demonstram que é pequeno o uso do conteúdo deste documento como subsídio para a prática pedagógica dos profissionais da educação e que os professores não se sentem preparados para trabalhar com tais sugestões metodológicas. Keppke (2007) destaca nos resultados de sua pesquisa que:

Os professores consideram, em sua maioria, a Álgebra como um elemento importante para o desenvolvimento de habilidades de generalização, abstração, interpretação, mas que encontram severas dificuldades justamente no desenvolvimento dessas habilidades. Os problemas mais frequentes apontados

são: incompreensão no uso de letras e barreiras para generalizar e abstrair. Corroboram essas dificuldades aspectos como a forte crença no valor cultural dos conteúdos como o aspecto da aprendizagem mais valorizado pelos professores; a visão estruturalista da Álgebra e a mecanização como a técnica mais presente nas respostas (KEPPKE, 2007, p. 09).

Isso se torna um verdadeiro desafio já que, por um lado, temos a Álgebra que é indispensável e desenvolve várias habilidades matemáticas nos alunos e, por outro, os professores que encontram dificuldades sobre como agir para explorar esta ferramenta com todas suas funções e levar o aluno a desenvolver tais habilidades, levando-nos a reforçar a importância das propostas dos PCNEF serem consideradas no processo de formação dos professores, ou seja, na formação inicial, que a universidade não se isente desta responsabilidade. Por tal motivo, questionamos os professores formadores dos cursos de Licenciatura em Matemática que fazem parte da amostra de dados da pesquisa sobre o desenvolvimento de situações e/ou atividades que contemplem as orientações dos PCN na formação dos licenciandos.

Ainda quanto às dificuldades de implementação das propostas dos PCNEF em sala de aula, a pesquisa de Camargo (2003) demonstra que um dos fatores apontados pelos professores como o mais crítico foi quanto ao desenvolvimento de práticas pedagógicas interdisciplinares, além de outras dificuldades de implantação como:

A incipiente orientação específica recebida; a quase inexistência de grupos de discussão da área de matemática; estudos fragmentados que comprometem a compreensão em totalidade da proposta; sentimentos de ceticismo frente à abrangência da proposta e falta de tempo dos professores para um estudo orgânico e cuidadoso das orientações dos PCNs (CAMARGO, 2003, p. 115).

Estas razões levam a perceber que os professores do ensino básico não utilizam simplesmente porque não querem. Eles têm outra saída? Eles têm tempo? Eles foram preparados?

Silva (2006) analisa ainda que a resolução de problemas é a metodologia mais mencionada pelos PCN para o ensino de Matemática, mas o autor relata não ter identificado, nas orientações didáticas deste documento, subsídios que indicassem como se dará, na prática, essa metodologia de ensino em sala de aula. Este é um exemplo que pode configurar-se como um complicador no desenvolvimento da prática do professor e indicador de uma lacuna deixada pelos Parâmetros.

E os professores da universidade? Eles também encontram ou possuem dificuldade em trabalhar com a proposta dos PCN em sala de aula com os licenciandos? Com base nas ideias

expostas aqui, analisaremos se os professores formadores pesquisados entendem a importância de trabalhar as propostas dos PCN na formação dos licenciandos e se este trabalho é realizado particularmente no campo da Álgebra, de forma que propicie ao futuro professor uma formação Matemática e didática nesta área, que possibilite ao mesmo explorar as diversas concepções de Álgebra e o uso das variáveis, utilizando referenciais como os PCNEF.

Pela ótica de Lins e Gimenez (1997), os PCN seguem uma linha letrista da Álgebra, pois, centram-se nos significados das letras, algo que, muitas vezes, é criticado, mas discutir se a concepção de Álgebra deste documento é a “ideal” (ou não) não é nosso foco, por isso, não entraremos neste mérito. Mesmo porque utilizamos a concepção de Álgebra segundo o uso das letras, conforme propõe Usiskin (1995a).

2. 2 – A Leitura de Usiskin ao Ensino da Álgebra Escolar¹⁰

Como este estudo busca analisar a formação docente em álgebra do futuro professor do Ensino Fundamental, tendo como parâmetro para esta análise o referencial curricular do Ensino Fundamental, PCNEF (1998a, 1998b), utilizamos as ideias de Usiskin (1995a) para caracterizar a álgebra deste nível de ensino. Expresso de outra forma, referenciamos-nos neste autor pelo fato de as indicações dos PCNEF possuírem estreitas relações, isto é, vêm ao encontro às concepções de Álgebra deste autor. A partir do estudo realizado sobre os PCNEF, emergiu este referencial na intenção de reforçar, ou mesmo detalhar, cada dimensão da Álgebra apontada pelo referido Parâmetro ao estudo da mesma no Ensino Fundamental.

Zalman Usiskin é norte americano, foi professor de Educação da Universidade de Chicago (hoje, professor emérito daquela universidade) durante 38 anos (1969 – 2007). Seus estudos não se restringem apenas à Álgebra, mas abrangem também a Geometria, a Modelagem Matemática e ao currículo de Matemática. Foi diretor do Projeto Escola de Matemática da Universidade de Chicago¹¹ (UCSMP) e supervisionou o desenvolvimento do currículo do Ensino Fundamental e Médio desde o início do UCSMP em 1983 e, desde 1987, ele tem sido o seu diretor geral. O Projeto citado foi fundado com o objetivo de modernização e atualização da educação Matemática nas escolas primárias e secundárias dos Estados Unidos. Desde a sua criação, tem sido o maior da universidade com base em projeto de currículo de Matemática nos Estados Unidos. Usiskin também foi membro do Conselho de

¹⁰ No texto 2.5 será explicitado o que estamos entendendo por Álgebra Escolar.

¹¹ Tradução nossa para: University of Chicago School Mathematics Project (UCSMP).

Administração do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)¹² – Conselho Nacional de Professores de Matemática – dentre outros importantes cargos (USISKIN; ANSERSEN; ZOTTO, 2008).

Usiskin (1995a) concebe a Álgebra escolar a partir de quatro concepções, as quais serão detalhadas, mais adiante, neste texto, e que, em muito, se assemelham às aquelas apresentadas nos PCNEF (1998b), como pode ser observado no quadro¹³ seguinte:

Quadro 1 – Relação entre as concepções de Álgebra de Usiskin e as dos PCNEF

CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA		USO DA LETRA	
Usiskin (1995a)	PCNEF (1998b)	Usiskin (1995a)	PCNEF (1998b)
Aritmética generalizada		Generalizar modelos	Generalizações de modelos aritméticos
Estudo de procedimentos para resolver problemas	Equações	Incógnitas e Constantes	Incógnitas
Estudo de relações entre grandezas	Funcional	Argumentos e Parâmetros	Variáveis para expressar relações e funções
Estudo das estruturas	Estrutural	Sinais arbitrários no papel	Símbolo abstrato

Fonte: Elaborado pela autora.

A diferença mais notável entre ambos está apenas na concepção 2 (dois) de Usiskin – Estudo de procedimentos para resolver problemas – que corresponde a dimensão da Álgebra como Equações dos PCNEF, que é mais abrangente que a dos PCN, pois não contempla apenas as equações. Esta semelhança é um indício de que existe uma influência americana direta sobre o currículo brasileiro do Ensino Fundamental – PCNEF (1998a, 1998b) – já que o artigo de Usiskin (1995a) pertence ao livro *As ideias da Álgebra*, o qual consta entre as referências bibliográficas dos PCNEF (1998b) e, neste livro, são apresentados artigos

¹² O NCTM foi fundado em 1920, como resultado das preocupações e propostas dos professores de Matemática, principalmente daqueles envolvidos com a educação pré-universitária, na busca de um espaço adequado para refletir sobre suas preocupações e interesses, e para discutir as propostas. O crescente interesse em Educação Matemática repercutiu neste Conselho, que cresceu e fortaleceu-se com o passar dos anos (MIGUEL; GARNICA; IGLIORI; AMBROSIO, 2003). Disponível em: www.anped.org.br/reunioes/26/outrotextos/tegt19.rtf. Acesso em 05 de set. de 2012.

¹³ Este quadro, no qual procuramos evidenciar a proximidade entre as concepções de Álgebra de Usiskin (1995a) e dos PCNEF (1998b), foi construído com base no uso da variável em cada dimensão da Álgebra explicitados por ambas as propostas.

referentes ao encontro anual de 1988 do NCTM, ocasião em que a Álgebra foi objeto de discussão entre estudiosos da área da Educação Matemática (BAILO, 2011).

Conforme pontua Hygino Domingues, na introdução do livro *As ideias da Álgebra*, o mesmo é composto por 33 artigos produzidos por iminentes estudiosos da Educação Matemática, muitos deles professores norte americanos da Educação Básica, fornece um quadro sobre sérios dilemas que se apresentam no ensino da Álgebra nas escolas. Estes artigos focalizam desde a preparação do terreno para o ensino de Álgebra (pré-álgebra) até a introdução dos computadores no mesmo, a fim de torná-lo mais dinâmico e moderno, tendo como fio condutor para a aprendizagem a resolução de problemas. Este eixo condutor da aprendizagem pode ser observado nas propostas dos Parâmetros Curriculares brasileiros de 1998, conforme pontuado no texto 2.1. O livro em questão é um dos mais citados entre os trabalhos brasileiros que tratam da Álgebra.

Usiskin (1995a) reflete acerca do que é a Álgebra do ensino básico, isto é, como poderíamos definir a álgebra da Educação Básica? Ao pesquisar sobre a Álgebra da escola média americana, o autor observa que:

não é fácil definir álgebra. A álgebra ensinada na escola média tem uma conotação muito diferente daquela ensinada em cursos superiores de matemática. [...] a álgebra da escola média tem a ver com a compreensão do significado das “letras” (hoje comumente chamadas de *variáveis*) e das operações com elas, e consideramos que os alunos estão estudando álgebra quando encontram variáveis pela primeira vez. (USISKIN, 1995a, p. 9).

Ele realiza uma leitura da Álgebra a partir do uso da variável, assim é importante realizar um estudo da visão do mesmo sobre este conceito. Usiskin observa que o conceito de variável é multifacetado, por isso, reduzir a álgebra ao estudo das variáveis não define a álgebra do ensino básico. De fato, ao considerarmos as seguintes equações, todas com o mesmo modelo, isto é, o produto de dois números é igual a um terceiro, notamos tal aspecto:

$$1) A = b \cdot h$$

$$2) 40 = 50x$$

$$3) \operatorname{sen} x = \cos x \cdot \operatorname{tg} x$$

$$4) 1 = n \cdot \left(\frac{1}{n}\right)$$

$$5) y = kx$$

Cada uma delas tem um caráter diferente. Costumamos chamar 1) de fórmula, 2) de equação, 3) de identidade, 4) de propriedade e 5) de expressão de uma função que traduz uma

proporcionalidade direta, que não é para ser resolvida. Estas diversas denominações refletem os diversos usos dados às variáveis e os diferentes papéis¹⁴ da letra em cada caso.

Em 1) A , b e h representam, respectivamente, a área, a base e a altura de um retângulo e têm caráter de uma coisa conhecida. Em 2), tende-se a pensar em x como uma incógnita. Em 3), x é o que denominamos o argumento de uma função. Já 4), ao contrário das outras, generaliza um modelo aritmético, isto é, o produto de um número por seu inverso é sempre 1, e n representa um exemplo de modelo. Em 5), x é novamente o argumento de uma função, y o valor e k uma constante ou parâmetro. Apenas em 5), há o caráter de variação, do qual resulta o termo variável. Diante destes casos, observamos que, em Álgebra, não há uma única concepção de variável (USISKIN, 1995a).

No entanto, o próprio autor chama a atenção para o fato de que há várias interpretações¹⁵ do que seja uma variável. Além disso, as concepções a respeito do que seja variável mudam com o tempo (conceito histórico)¹⁶. Usiskin assinala que, ultimamente, a tendência é evitar a distinção nome-objeto e pensar numa variável como um “símbolo que representa indistintamente os elementos de um conjunto” (USISKIN, 1995a, p. 11), pela qual podemos substituir coisas. Assim sendo, mesmo em situações que a letra possui um valor fixo, único, que não esteja sujeita a variação, ela é chamada de variável. Como pontuado no item 2.1, segundo os PCNEF (1998b), muitos alunos concluem o Ensino Fundamental pensando que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar ou encobrir um valor desconhecido, ou seja, que a letra é sempre uma incógnita. Talvez isso se deva ao fato do largo enfoque dado ao estudo das equações do primeiro e segundo grau no ensino da Álgebra, nas quais a variável assume esta função. Os PCNEF (1998b) ao colocar que o aluno

¹⁴ Estes diferentes papéis da letra são discutidos por Usiskin (1995a) e serão tratados no decorrer deste texto.

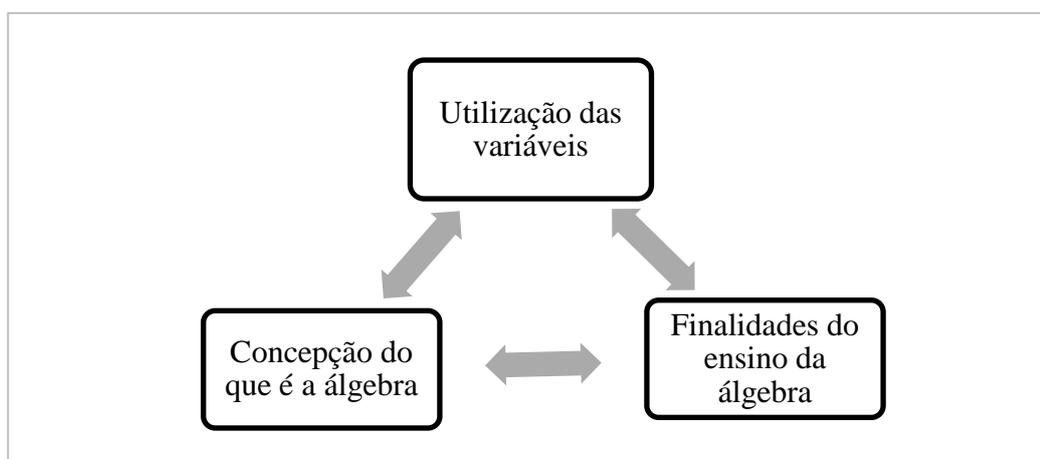
¹⁵ Dentre algumas denominações citadas pelo autor, que, segundo o mesmo, outrora, foram utilizadas na literatura, encontra-se: variável é um *número mutável*, *número literal*, *símbolo pelo qual se substituem os nomes de alguns objetos*, e *mero sinal no papel*.

¹⁶ Uma leitura bastante frequente nos manuais de história da Matemática é a que distingue três momentos de desenvolvimento da álgebra em função das fases evolutivas da linguagem algébrica: a verbal (ou retórica), a sincopada e a simbólica. A verbal corresponde à fase em que não se fazia uso de símbolos nem de abreviações para expressar o pensamento algébrico, tudo era descrito em linguagem corrente. A fase sincopada teria surgido por volta do século III, por Diofanto de Alexandria, o qual introduziu um símbolo para a incógnita (a letra *sigma* do alfabeto grego) e utilizou uma forma mais abreviada e concisa para expressar suas equações. A fase simbólica corresponde à etapa em que as ideias algébricas são expressas somente por símbolos, sem o uso de palavras. Os principais atores envolvidos nesta fase são Viète e Descartes (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993). Assim, a variável constitui-se como um conceito histórico, isto é, na fase retórica (das palavras), a variável era a palavra; na fase sincopada (junção de palavras e símbolos diversos), a variável pode ser entendida como o numeral; e na fase simbólica (da utilização dos símbolos), surge a variável letra e que é priorizada nos dias atuais (MOURA; SOUSA, 2008). Estas autoras assinalam, com base em Caraça (1998), que a matemática na tentativa de isolar os movimentos para, então, entendê-los, institui a variável, o elemento essencial da álgebra.

deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra (as quais estão elencadas na figura 1, p. 33), atreladas à resolução de problemas, entendem que, com esta conexão ou relação entre as dimensões da Álgebra objetiva-se que o aluno construa um entendimento de variável como um conceito que possui diversas faces. Usiskin também alerta para o fato de que “os valores assumidos por uma variável nem sempre são números, mesmo na matemática do segundo grau”¹⁷ (p. 11).

Assim, o autor mostra que “as variáveis comportam muitas definições, conotações e símbolos. Tentar enquadrar a ideia de variável numa única concepção implica uma supersimplificação que, por sua vez, distorce os objetos da álgebra” (p. 12). A ideia principal pontuada por Usiskin é de que “**as finalidades do ensino de álgebra, as concepções que tenhamos dessa matéria e a utilização das variáveis estão intrinsecamente relacionadas**” (p. 13, grifo nosso). Este princípio fornece a possibilidade de identificarmos, por meio das impressões presentes nas respostas dos professores formadores ao questionário aplicado, as finalidades do ensino (ou orientações dadas ao ensino) de equações e expressões no processo de formação dos licenciandos, uma vez que Usiskin aponta que as finalidades da Álgebra *são determinadas por concepções diferentes da mesma que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis* (USISKIN, 1995a). Sob este ponto de vista, as concepções da Álgebra, as finalidades do seu ensino e o uso da variável estão intimamente ligados, inter-relacionados:

Figura 2 – Relação entre uso das variáveis, concepções de Álgebra e finalidades do ensino de Álgebra



Fonte: Elaborado pela autora

¹⁷ Na Geometria, as variáveis podem representar pontos; na lógica, p e q podem representar proposições; na análise, a variável f , muitas vezes, representa uma função; na álgebra linear, A pode representar uma matriz, e v um vetor; em álgebra abstrata, a variável $*$ pode representar uma operação (USISKIN, 1995a).

O estudo de Usiskin focaliza esta relação, por isso, este referencial auxilia-nos quanto ao nosso objetivo de pesquisa, visto que abrange as dimensões que buscamos em relação ao nosso objeto, isto é, quando procuramos analisar o tratamento didático dado aos conteúdos equações e expressões na formação inicial do professor tendo em vista sua futura prática no Ensino Fundamental equivale dizer que almejamos compreender as finalidades do ensino destes conteúdos considerando o ensino básico e atuação do futuro professor no mesmo. Neste cenário, no qual a finalidade do ensino de Álgebra é determinada por concepções a respeito da mesma, torna-se harmonioso ensejarmos perceber a visão que os professores formadores têm sobre a Álgebra.

Usiskin (1995a) define quatro concepções de Álgebra segundo o uso de variáveis:

Concepção 1 – A Álgebra como aritmética generalizada: Esta concepção é caracterizada por ideias iniciais da atividade algébrica, neste caso, a ideia de generalização. Aqui, as variáveis são pensadas como generalizadoras de modelos aritméticos, ou seja, a álgebra como uma ampliação da aritmética, e “as instruções-chave para o aluno são *traduzir* e *generalizar*. Trata-se de técnicas importantes, não só para a álgebra, mas também para a aritmética” (p. 13, grifos do autor). Por exemplo, generaliza-se o modelo:

$$\frac{-1}{1} = -1; \frac{1}{1} = 1; \frac{0}{1} = 0; \frac{2}{1} = 2; \frac{3}{1} = 3; \frac{4}{1} = 4$$

para tirar a propriedade de que todo número dividido por 1 resulta no próprio número:

$$\frac{x}{1} = x.$$

Segundo o autor, o modelo: $(-1). 3 = -3; (-2). 3 = -6; (-4). 3 = -12$ que se generaliza por $(-a). b = -(ab)$, nesta concepção, muitas vezes é considerado álgebra e não aritmética. Desse modo, fica claro que as variáveis são entendidas apenas como letras que generalizam relações entre números e nada mais. Usiskin pontua que esta noção de variável é essencial em modelagem Matemática, na qual as variáveis são ferramentas valiosas para descrever relações entre números que desejamos descrever matematicamente.

A cargo de ilustração, apenas para exemplificar a presença destas dimensões da álgebra no Ensino Fundamental, trazemos um exemplo de atividade em cada uma delas. A seguir, encontra-se uma atividade de generalização, presente em livro didático deste nível de ensino:

Figura 3 – Atividade de Álgebra enquanto Aritmética Generalizada

Use x para indicar o número citado e escreva, usando símbolos, o correspondente a cada afirmação:

- a) A diferença entre um número e ele mesmo é zero.
- b) O produto de um número por ele mesmo é igual ao quadrado desse número.
- c) A soma de um número com ele mesmo é igual ao produto de 2 por esse número.
- d) O quociente de um número não nulo por ele mesmo é 1.

Fonte: Luiz Roberto Dante. Tudo é Matemática, 8º ano – São Paulo: Ática, 2009, p. 107.¹⁸

Neste caso, a letra apenas generaliza o modelo aritmético, por exemplo, no item b, generalizando, temos: $x * x = x^2$, e no item c: $x + x = 2 * x$.

Concepção 2 – A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: Na concepção 1 não há incógnita. Generalizamos relações conhecidas entre números e, assim sendo, não temos sequer a sensação de incógnitas. Na álgebra como estudo de procedimentos, não existe este “problema”. Nesta concepção, as variáveis são *incógnitas* ou *constantes* (USISKIN, 1995a). Neste caso, as instruções-chave para o aluno são *simplificar* e *resolver*. Na verdade, “‘simplificar’ e ‘resolver’ são, às vezes, dois nomes diferentes para a mesma ideia” (p. 15, aspas do autor), de fato, pois quando resolvemos uma equação, por exemplo, simplificamos alguns termos a fim de encontrar uma equação equivalente e, então, conseguir resolvê-la (BURIGATO, 2007). Portanto, aqui, as variáveis deixam de ser apenas uma generalização, é preciso perceber os procedimentos necessários para resolver problemas matemáticos que as envolvem. Segundo Ferreira (2009), possivelmente esta concepção seja a mais comum nas aulas de Matemática.

Vamos tomar o seguinte problema: Subtraindo 3 do quádruplo de um determinado número, a diferença é 15. Qual é este número?

Podemos traduzir o problema para a linguagem algébrica:

$$4x - 3 = 15$$

Resolveremos esta equação com um procedimento. Somemos 3 em ambos os membros:

$$4x - 3 + 3 = 15 + 3$$

Façamos a simplificação: $4x = 18$

¹⁸ A escolha deste livro deu-se, principalmente, pelo fato de ser aprovado pelo Guia do PNLD de 2011 e por ele estar disponível, em mãos, além disso, é um livro tradicional, ou seja, que está há muito tempo no mercado.

Finalmente, resolvemos a equação, isto é, dividimos ambos os membros por 4 e obtemos $x = 4,5$. Para verificação ou testar se o resultado está correto, substituímos este valor na primeira equação: $4 \cdot 4,5 - 3 = 18 - 3 = 15$. Logo, a variável assume o papel de objeto desconhecido (incógnita) que, por meio da resolução de uma equação, é descoberta (SANTOS, 2005). Usiskin chama atenção para o fato de que neste tipo de problema enquanto a resolução aritmética ou “de cabeça” consiste em somar 3 e dividir por 4, a forma algébrica $4x - 3$ envolve a multiplicação por 4 e subtração de 3, isto é, operamos inversamente, pois, para montarmos a equação (escrevê-la algebricamente), devemos raciocinar de maneira totalmente oposta a que usaríamos para resolver o problema aritmeticamente. Logo, o aluno, nesta concepção, precisa dominar não apenas a capacidade de equacionar os problemas, ou seja, traduzi-los para a linguagem algébrica em equações, mas também precisa manejar matematicamente essas equações e encontrar a solução, isto é, além da necessidade de compreender inteiramente o problema para que o expresse em estrutura algébrica (generalização – equação), é necessário ainda que o aluno saiba manipular corretamente a letra e símbolos operatórios da equação para resolvê-la. Precisa dominar procedimentos característicos da atividade algébrica. Um exemplo deste tipo de atividade muito comum em livro didático do Ensino Fundamental é o que segue:

Figura 4 – Atividade de Álgebra enquanto Equações

Em seu caderno, escreva uma expressão de acordo com o que cada pessoa está dizendo.

Daniele

Pensei em um número, multipliquei por dois e adicionei 2 unidades. Em seguida, subtraí 1 unidade do resultado obtido.

$2x + 2 - 1$

Henrique

Multipliquei um número por 4 e subtraí 8 unidades do resultado. Depois, dividi o resultado por 4.

$\frac{4a - 8}{4}$

Agora, encontre os resultados obtidos por Daniele e Henrique, sabendo que:

- Daniele pensou no número 3; 7
- Henrique pensou no número 8. 6

Fonte: Jackson da Silva Ribeiro. Projeto Radix: Matemática, 7º ano – São Paulo: Scipione, 2009, p. 149.¹⁹

¹⁹ Este livro foi escolhido pelo fato de ser aprovado pelo Guia do PNLD de 2011 e por ele estar disponível, em mãos.

Nela, o aluno precisa traduzir o enunciado da questão da língua materna para a linguagem algébrica e, em seguida, encontrar o resultado, devendo, para tal, executar as operações e procedimentos necessários para a resolução de uma equação do primeiro grau.

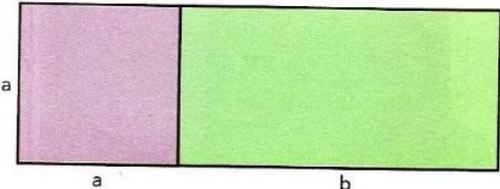
Concepção 3 – A Álgebra como estudo de relações entre grandezas:
“Considerando que a concepção de álgebra como o estudo das relações pode começar com fórmulas, a distinção crucial entre esta concepção e a anterior é que, neste caso, as variáveis *variam*” (USISKIN, 1995a, p. 15, grifo do autor), ou seja, aqui, elas não assumem um único valor a ser descoberto como na concepção anterior, mas podem assumir qualquer valor do conjunto universo (SANTOS, 2005). Quando escrevemos a fórmula de uma figura geométrica plana, por exemplo, a fórmula da área do triângulo $A = \frac{b \cdot h}{2}$, estamos expressando uma relação entre grandezas. Segundo o autor, não temos a sensação de estar trabalhando com incógnitas, porque não estamos resolvendo nada.

Ou, se perguntarmos: “o que ocorre com o valor de $\frac{1}{x}$ quando x se torna cada vez maior?” (USISKINa, 1995a, p. 15), pode parecer simples, mas é suficiente para confundir muitos alunos. Não pedimos o valor de x , logo não se trata de uma incógnita. Não pedimos para que se traduza e o modelo a ser generalizado não se trata de modelo aritmético, pois não faz sentido perguntar o que ocorreria com o valor de $1/5$ quando 5 (cinco) torna-se cada vez maior. Isso porque se trata de um modelo estritamente algébrico (USISKIN, 1995a). Nesta concepção, a Álgebra se ocupa de modelos e leis funcionais que descrevem ou representam as relações entre duas ou mais grandezas variáveis. Assim, uma variável é “um *argumento* (representa os valores do domínio de uma função) ou um *parâmetro* (um número do qual dependem outros números). Só no contexto dessa concepção existem as noções de variável dependente e independente” (p. 16, grifos do autor). De acordo com o autor, as funções surgem quase que prontamente, pelo fato de que precisamos de um nome para os valores que dependem do argumento ou parâmetro x . Logo, nesta concepção as variáveis representam relações, tem papel funcional, não assumem um único valor, desempenhando o papel de argumento ou parâmetro. As instruções-chave para o aluno são *relacionar* e os *gráficos*.

Ferreira (2009), baseado em Freitas (2002), afirma que ao se trabalhar com relações entre grandezas “a expectativa é que o aluno consiga conceber incógnitas como representantes de um conjunto de números que podem satisfazer às relações estabelecidas em cada situação” (FERREIRA, 2009, p. 49). Conforme pontuado por Usiskin, esta dimensão da Álgebra pode ser iniciada com estudo de fórmulas, abaixo temos um exemplo disso:

Figura 5 – Atividade Álgebra Funcional

25 a) Escreva de duas maneiras diferentes a expressão algébrica que representa a área total da figura ao lado.



Fonte: Luiz Roberto Dante. Tudo é Matemática, 8º ano – São Paulo: Ática, 2009, p. 53.

Aqui, o aluno é solicitado a escrever a área total do retângulo em função das medidas de seus lados a e b , de, pelos menos, duas formas diferentes, por exemplo: $A_t = base \times altura = (a + b) * a$ e $A_t = A_q + A_r = a^2 + ab$. Não é solicitado que encontre valores, mas apenas que se escreva a área da figura, em casos como este que, para o autor, é iniciado o estudo da Álgebra funcional.

Concepção 4 – A Álgebra como estudo das estruturas: A Álgebra como o estudo das estruturas, de acordo com Usiskin, é reconhecida e distinguida das anteriores pelas propriedades que são atribuídas às operações com números reais e polinômios. Para ilustrar, o autor cita o seguinte exemplo:

$$\text{Fatorar } 3x^2 + 4ax - 132a^2$$

Ele explica que, nesta situação, a concepção de variável não coincide com nenhum dos casos anteriores, pois, aqui, ela não se refere a nenhuma função ou relação, a variável não é um argumento como na concepção 3; não é uma incógnita, como na concepção 2, já que não há equação para ser resolvida; e, do mesmo modo, não estamos na concepção 1 pois não há nenhum modelo aritmético a ser generalizado. O autor explica que, na resolução deste tipo de problema, o aluno geralmente trata as variáveis como meros sinais no papel, sem qualquer tipo de referência numérica (USISKIN, 1995a). Dessa forma, ele aponta o surgimento do seguinte dilema: “desejamos que os alunos tenham em mente os referenciais (geralmente números reais) quando utilizam as variáveis. Mas, também desejamos que eles sejam capazes de operar com as variáveis sem ter que voltar sempre ao nível desse referencial” (p. 18). É o caso, por exemplo, de quando somos solicitados a provar uma identidade trigonométrica, na qual se deseja simplesmente que sejam manipuladas as funções trigonométricas usando propriedades tão abstratas quanto a identidade a ser deduzida. Dessa forma, variável, na ótica desta concepção, é pouco mais que um símbolo arbitrário (aleatório, casual), é um símbolo arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades. Em outros termos, isso é uma

variável para a Álgebra abstrata. No entanto, nos cursos superiores, as estruturas são os grupos, anéis, corpos, etc.; na Álgebra do ensino básico, reconhecemos as estruturas pelas propriedades das operações. As instruções-chave para o aluno, nesta concepção, são *manipular e justificar* (USISKIN, 1995a). Um exemplo de atividade comumente encontrada em livro didático do Ensino Fundamental é o que segue:

Figura 6 – Atividade Álgebra Estrutural

73 Escreva as diferenças como produto de uma soma por uma diferença dos mesmos termos:		
a) $x^2 - 1$	d) $1 - a^2$	g) $64x^2 - 9$
b) $y^2 - 81$	e) $x^2 - 144$	h) $36 - \frac{x^2}{49}$
c) $9a^2 - 49$	f) $4x^2 - 81y^2$	i) $x^4 - 25$

Fonte: Luiz Roberto Dante. Tudo é Matemática, 8º ano – São Paulo: Ática, 2009, p. 114.

Nesses tipos de situações, o aluno manipula as letras como simples sinais no papel. Esta concepção é bastante utilizada em conteúdos do ensino básico, pois, se observarmos ela faz-se presente nas atividades conhecidas como de cálculo algébrico que são muito frequentes no currículo da Educação Básica, por exemplo: produtos notáveis, operações com monômios e polinômios, fatoração.

Usiskin adverte que há muitas críticas contra a prática de um “simbolismo extremado” nas primeiras experiências dos alunos com a Álgebra. Segundo ele, isto é chamado de *manipulação “cega”* quando o condenamos, e de *técnica “automática”* quando o elogiamos. O autor considera “uma ironia que as duas manifestações desse uso da variável – teoria e manipulação – sejam vistas, muitas vezes, como campos opostos quando se estabelece uma política visando ao currículo de um lado e os que priorizam a teoria do outro” (p. 19), isto porque, segundo ele, ambos partem da mesma visão de Álgebra.

Tendo em vista estas quatro concepções, Usiskin concebe a álgebra como um campo em que todas estas visões estão inseridas:

já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. [...] a área-chave de estudo da matemática da escola secundária (USISKIN, 1995a, p.21).

Dessa forma, o autor demonstra a importância de cada concepção, ou seja, a Álgebra não pode ser concebida ou abordada em apenas uma dimensão, mas precisa ter exploradas todas as suas funções, por isso, é importante que seja vista e ensinada como um conjunto de todas estas concepções, conforme aponta a proposta dos PCNEF (1998a, 1998b).

As ideias de Usiskin (1995a) possuem estreitas relações com o modelo 3UV (três usos da variável) de Ursini *et al.* (2005)²⁰. Segundo este modelo, na Álgebra escolar, são trabalhados essencialmente três usos distintos da variável, os quais não são únicos, mas são os mais comuns: *variável como incógnita específica*, *variável como número genérico*, *variável em uma relação funcional*. Este modelo permite ao professor delimitar, com mais clareza, a finalidade das atividades e formular questões específicas que podem ajudar os alunos a compreenderem o conceito de variável. Neste contexto, a *variável como incógnita específica* está presente em situações nas quais a letra representa um valor desconhecido a ser descoberto, comum em equações, e pode também aparecer durante a resolução de situações problemas. Esta ideia é idêntica à concepção 2 de Usiskin (1995a), a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas. Já a *variável como número genérico* está presente em expressões abertas (onde não há o uso da igualdade), nas quais a letra pode assumir qualquer valor, sendo desnecessário determiná-lo, como em casos de simplificação e fatoração de uma expressão algébrica; em situações que envolvem regularidades e padrões (numéricos ou geométricos) e em fórmulas gerais como da área de um quadrado com lado l : $A = l^2$. Este uso do 3UV, envolve tanto a concepção 1 (álgebra como aritmética generalizada), como a concepção 3 (álgebra como estudo de relação entre grandezas) e a concepção 4 (álgebra como estudo das estruturas) de Usiskin. A concepção 1 é abarcada quando do estudo de padrões numéricos, a concepção 3 por Usiskin considerar que a mesma inicia-se com o estudo de fórmulas, e, na concepção 4 na qual a variável é entendida por este autor como símbolo genérico, arbitrário. A *variável como uma relação funcional*, no 3UV, ocorre em situações que envolvem quantidades cujos valores estejam relacionados, e que a variação de uma quantidade afeta a variação da outra. Este conceito está presente na terceira concepção de Usiskin. De certa forma, este modelo fornece uma visão concisa das concepções de Usiskin, bem como vem reforça-las, uma vez que são leituras convergentes quanto ao ensino da Álgebra escolar.

Ainda a respeito do uso das variáveis, é notável que a complexidade deste conceito exige um ensino que ressalte os distintos usos dos símbolos literais e que ajude o aluno

²⁰ Leitura baseada na pesquisa de Bailo (2011).

mover-se com flexibilidade entre eles. Bailo (2011) salienta, com base em Ursini *et al.*(2005), que, para que os alunos desenvolvam capacidades de compreensão e manejo com cada tipo de uso da variável, bem como de transição entre eles, é necessário que o professor tenha uma compreensão profunda do conceito de variável e seus diferentes usos. Neste direcionamento, por meio das ideias propostas por Usiskin à Álgebra escolar, buscaremos perceber e traçar inferência através das respostas dos professores formadores ao questionário aplicado aos mesmos sobre a formação Matemática e didática proporcionada pelos formadores aos licenciandos no que tange ao uso das variáveis em Álgebra escolar em equações e expressões algébricas. No texto a seguir, discutimos a formação inicial de professores de Matemática, abarcando alguns dilemas que perpassam a mesma no que se refere à Educação Básica e à futura prática do professor.

2. 3 – A Formação Inicial de Professores de Matemática para a Educação Básica

A formação inicial de professores de Matemática é um tema bastante pesquisado e discutido nas Instituições de Ensino Superior que oferecem cursos de Licenciatura em Matemática, nos Congressos e Encontros de educadores matemáticos, nos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, enfim, especialmente face às mudanças desencadeadas a partir das propostas das diretrizes curriculares das licenciaturas, a formação docente é foco de discussões, com propostas que visam às melhorias e mudanças do modelo atual. Um dos motivos da existência dessas discussões em torno da formação inicial de professores é o fato de que, nela, intervêm a sociedade, instituições, pesquisadores, formadores de professores, além de professores e alunos. Todos estes interventores desenvolvem-se e evoluem constantemente e isto faz com que a formação docente seja vista e sentida como problemática, já que, conforme evoluímos, mudamos de ponto de vista e de opinião (BLANCO, 2003).

Os problemas apontados na formação inicial de professores não são poucos, mas o que precisamos ter consciência e clareza é que “reverter um quadro de formação inadequada não é processo para um dia ou alguns meses, mas para décadas” (GATTI, 2009, p. 6). No entanto, para iniciarmos uma reflexão em torno da formação inicial de professores de Matemática é importante frisarmos a respeito da principal função/finalidade dos cursos de Licenciatura em Matemática. De acordo com o Conselho Nacional de Educação, Conselho Pleno 9 de 2001 – CNE/CP9:

É preciso indicar com clareza para o aluno qual a relação entre o que está aprendendo na licenciatura e o currículo que ensinará no segundo segmento do ensino fundamental e no ensino médio. Neste segundo caso, é preciso identificar, entre outros aspectos, obstáculos epistemológicos, obstáculos didáticos, relação desses conteúdos com o mundo real, sua aplicação em outras disciplinas, sua inserção histórica. Esses dois níveis de apropriação do conteúdo devem estar presentes na formação do professor (BRASIL, 2002a, p. 21).

Ainda, segundo esta diretriz:

É importante observar que a lei prevê que as características gerais da formação de professor devem ser adaptadas ou adequadas aos diferentes níveis e modalidades de ensino assim como a cada faixa etária. É preciso destacar a clareza perseguida pela Lei ao constituir a **educação básica como referência principal para a formação dos profissionais da educação** (BRASIL, 2002a, p.13, grifo nosso).

No Parecer CNE/CES 1302 de 2001 (p. 01) também está estabelecida esta finalidade ou objetivo dos cursos de Licenciatura, em particular, o de Matemática. De acordo com o Artigo 21 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996, a Educação Básica é composta pela Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio. Aos licenciados em Matemática competem os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e Ensino Médio (1º ao 3º ano). Pelo exposto na lei, fica claro que o papel primordial dos cursos de licenciatura é a Educação Básica. Sobre esta finalidade dos cursos de licenciatura, Gatti (2010) acrescenta que:

Sua institucionalização e currículos [dos cursos de Licenciatura] vêm sendo postos em questão, e isso não é de hoje. Estudos de décadas atrás já mostravam vários problemas na consecução dos propósitos formativos a elas atribuídos (Candau, 1987; Braga, 1988; Alves, 1992; Marques, 1992). Hoje, em função dos graves problemas que enfrentamos no que diz respeito às aprendizagens escolares em nossa sociedade, a qual se complexifica a cada dia, avoluma-se a preocupação com as licenciaturas (GATTI, 2010, p. 1359).

Além da finalidade destes cursos, não podemos esquecer o currículo e conteúdos formativos das Licenciaturas em Matemática, pois, eles também são indispensáveis para a discussão e busca de melhorias na formação docente. Ou seja, é necessário analisar o que os cursos de Matemática consideram essencial à formação dos licenciandos, futuros professores da Educação Básica. No campo curricular, segundo Pires (2002), uma das questões a serem enfrentadas na formação inicial é a “desconsideração das especificidades próprias das etapas da educação básica e das áreas do conhecimento que compõem o quadro curricular na educação básica” (p. 45). O Parecer do Conselho Nacional de Educação CES 1302, de 2001,

indica que a parte comum a todos os cursos de Licenciatura em Matemática deve incluir “conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise” (BRASIL, 2002b, p. 6). No entanto, Gatti e outros pesquisadores, ao investigar os projetos pedagógicos de 31 cursos de Licenciatura em Matemática distribuídos pelas diversas regiões do Brasil, verificaram que

todos os cursos apresentam disciplinas que contemplam conteúdos matemáticos presentes na educação básica, nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise. [...] Porém é perceptível que as disciplinas propostas que contemplam os conteúdos da educação nos cursos analisados não possuem essa função, pelo conteúdo examinado (GATTI *et al*, 2010, p. 120).

Expresso de outra forma, apesar dos cursos apresentarem disciplinas que contemplam conteúdos da Educação Básica, estas não possuem este nível de ensino como objetivação do estudo, é apenas uma aparente preocupação, um faz de conta para argumentar que a lei é cumprida. Ainda a respeito do currículo, Schnetzler (*apud* JARAMILLO, 2003, p. 92) realça esta mesma tendência nos cursos de formação:

Os currículos de formação docente têm instaurado a separação entre a teoria e a prática, entre a pesquisa educacional e o mundo da escola, entre a reflexão e a ação [...]. Concebidos como técnicos, os professores, ao final de seus cursos de licenciatura, veem-se desprovidos do conhecimento e de ações que lhe ajudam a dar conta da complexidade do ato pedagógico, ao qual não cabem receitas prontas nem soluções padrão, por não ser reproduzível e envolver conflito de valores.

Convém esclarecer que não argumentamos a fim de que as demais modalidades de ensino (como a preparação para a carreira acadêmica) sejam dispensadas, mas sim que o quadro atual seja repensado, ou seja, que a Educação Básica não seja deixada em segundo plano no processo formativo dos licenciandos em Matemática. Além disso, pesquisas como a realizada por Gatti *et al* (2010) mostra que os:

[...] cursos de Licenciatura em Matemática estão formando profissionais com perfis diferentes, alguns com uma formação matemática profunda, que talvez não se sintam preparados para enfrentar as situações de sala de aula, que não se restringem ao saber matemático. Outros, com uma formação pedagógica desconexa da formação específica em Matemática, forçando o licenciando a encontrar as inter-relações entre essas formações. (GATTI *et al*, 2010, p. 121).

Este quadro formativo mostra que a formação docente nas licenciaturas em Matemática não consegue atender às distintas demandas, os diferentes níveis e modalidades

de ensino estabelecidas pelo Parecer CNE/CP9 de 2001. O futuro professor, ao se formar, ou está preparado para seguir a carreira acadêmica (mestrado, doutorado) ou, como está evidenciado nos resultados de pesquisa de Gatti *et al* (2010), apenas com uma formação pedagógica desconectada da formação Matemática, ficando a seu encargo buscar meios para atingir o seu interesse profissional – carreira acadêmica ou docência na Educação Básica. Segundo Gatti *et al* (2010, p. 119), “não se percebe um projeto pedagógico que intencionalmente ligue aspectos de formação para a docência entre si e em relação à formação disciplinar”. Esta autora afirma que os cursos de Licenciatura em Matemática ainda não incorporaram, em suas matrizes curriculares, uma quantidade de horas maior quanto a aspectos importantes para a atuação docente nos níveis fundamental e médio. Mas será que quanto mais conteúdo os futuros professores de Matemática souberem, melhor será o ensino? Os resultados desta recente pesquisa evidenciam que os cursos de Matemática não dão ênfase suficiente para aspectos importantes que visam à preparação dos profissionais que vão atuar no ensino básico, fato este preocupante, pois os muitos problemas relacionados à Educação (em relação ao ensino e aprendizagem), em nossas escolas, são conhecidos.

Para Blanco (2003, p. 74), “uma formação matemática adequada e específica é básica para o posterior desenvolvimento dos outros componentes ou domínios do conhecimento do professor”, ou seja, para a autora, a formação inicial deve oferecer o suporte, a base, e, a partir deste alicerce, o professor teria condição suficiente para desenvolver-se e consolidar seus conhecimentos com o exercício da profissão. Gatti (2010) vai além, conforme a autora,

o que se verifica é que a formação de professores para a educação básica é feita, em todos os tipos de licenciatura, ocorre de modo fragmentado entre as áreas disciplinares e níveis de ensino, não contando o Brasil, nas instituições de ensino superior, com uma faculdade ou instituto próprio, formador desses profissionais, com uma base comum formativa, como observado em outros países, onde há centros de formação de professores englobando todas as especialidades, com estudos, pesquisas e extensão relativos à atividade didática e às reflexões e teorias a ela associadas (GATTI, 2010, p. 1358).

Além de instituto próprio e base comum formativa, no que concerne à formação de professores, Gatti defende “uma verdadeira revolução nas estruturas institucionais formativas e nos currículos da formação. As emendas já são muitas. A fragmentação formativa é clara. É preciso integrar essa formação em currículos articulados e voltados a esse objetivo precípuo” (GATTI, 2010, p. 1375). Esta autora acrescenta ainda que a formação de professores para a educação básica deve partir de seu campo de prática e agregar-lhe os conhecimentos

necessários selecionados como importantes e com as mediações didáticas necessárias (GATTI, 2010).

É possível notar que todas estas pesquisas e autores evidenciam que é preocupante o modelo ou quadro atual referente à formação de professores para a Educação Básica oferecidos nas instituições de ensino superior. Por isso, concordamos com (GATTI *et al*, 2010) ao apontar que:

[...] há uma necessidade urgente de se repensar essa licenciatura em termos mais coerentes com sua finalidade – a de formar professores de Matemática para a Educação Básica [...] Aliás, aponta-se nesses cursos a quase ausência de uma concepção relativa à Educação Básica, sua função social, e suas demandas no que se refere a essa área disciplinar e aos professores que aí irão atuar (GATTI *et al*, 2010, p. 122).

No início dos anos 2000, o Conselho Nacional de Educação brasileiro publicou novas diretrizes curriculares aos Cursos de Licenciatura em Matemática, as quais, algumas, já foram citadas neste texto, isso levou tais cursos a realizar mudanças com o intuito de adaptarem-se às novas exigências da Lei, mas os problemas continuam como indica a pesquisa de Gatti *et al* (2010). Os projetos pedagógicos dos cursos, que pesquisamos, segundo consta nos mesmos, foram reformulados para atender tais diretrizes, que direcionam e orientam a formação do professor de Matemática do século XXI.

Lorenzato e Vila (1993), no artigo *Século XXI: qual matemática é recomendável*, pontuam que, em 1988, em seu Encontro Anual, realizado em Chicago, Estados Unidos, a famosa associação americana *The National Council of Supervisors of Mathematics* (NCSM) – Conselho Nacional de Supervisores de Matemática - promoveu uma discussão sobre o currículo de Matemática de nosso século, da qual se originou o documento *Habilidades básicas de matemática para o século XXI*²¹. No documento, esta associação apresenta sua posição sobre as habilidades de base, em Matemática, que os estudantes do século XXI deverão possuir. O NCSM vê, como básicas, aquelas habilidades que são necessárias para que subsistam abertas ao indivíduo tanto as portas para o emprego quanto uma educação posterior.

Conforme observa Pietropaolo (2002), o currículo de Matemática da Educação Básica pode nortear a formação de professores, uma vez que torna claros seus fundamentos, ou seja, estas habilidades originadas do NCSM podem aclarar os propósitos formativos dos cursos de Licenciatura em Matemática.

²¹ Tradução nossa para: *Basic Mathematical Skills For The 21st Century*.

Lorenzato e Villa (1993) explicitam as doze áreas de competências indicadas pelo documento do NCSM como necessárias para formar os alunos do século XXI:

- | | |
|--|--------------------------------------|
| ✓ Resolução de problemas | ✓ Habilidades apropriadas de cálculo |
| ✓ Comunicação de ideias matemáticas | ✓ Raciocínio algébrico |
| ✓ Raciocínio matemático | ✓ Medidas |
| ✓ Aplicação da Matemática a situações da vida cotidiana; | ✓ Geometria |
| ✓ Atenção para com a “razoabilidade” dos resultados | ✓ Estatística |
| ✓ Estimação | ✓ Probabilidade |

A maior parte destas habilidades, senão todas, pode ser encontrada nos currículos (PCN) da Educação Básica brasileira. Para o NCSM, a resolução de problemas é a principal razão para o estudo de Matemática, sendo que, nos PCNEF, ela é colocada como eixo condutor da aprendizagem. Como este trabalho tem como objeto a Álgebra escolar, ateremo-nos a ela. O pensamento algébrico é uma das doze habilidades básicas indicadas pela Associação. Dentre as várias características do pensamento algébrico, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) elencam a percepção de regularidades; a percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam; as tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema; a presença do processo de generalização; etc. De acordo com o documento do NCSM, para desenvolver o pensamento algébrico, os alunos devem aprender a resolver problemas práticos, envolvendo razão, proporção, variação direta e indireta; além disso, devem ser capazes de lidar com números positivos e negativos, bem como em notação científica (LORENZATO; VILA, 1993).

No entanto, de acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p. 40), “a maioria dos professores trabalha a álgebra – de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões [...]” e isso, direta ou indiretamente, está relacionado com a formação que receberam, conforme mostra D’ Ambrósio (1993, p. 38), “as pesquisas sobre a ação de professores mostram que em geral o professor ensina da maneira como lhe foi ensinado. [...] Predomina o sucesso por memória e repetição”. Ou seja, esta observação quanto ao ensino mecânico da Álgebra cabe tanto para professores da universidade como os professores da escola básica. É imprescindível que os professores em formação vivenciem

práticas diferenciadas, situações mais relacionadas com a futura prática, para que sejam levados a transpor estas mudanças ou experiências em suas práticas de ensino. Isso não significa que não existe possibilidade de um profissional com formação tradicional ou baseada na transmissão de conteúdos, desde sua trajetória como aluno da Educação Básica, desenvolver práticas diferenciadas, inovadoras. É mais improvável que ocorra, mas não que seja impossível.

Concordamos com Araujo (2008, p. 342) quando afirma que “o ensino da Álgebra nas escolas de educação básica deve ser uma das preocupações dos cursos de Licenciatura em Matemática na busca de uma melhor formação de professores”, já que a ênfase destes tem recaído sobre a álgebra abstrata e várias pesquisas (QUINTILIANO, 2004; BARBOSA, 2008; TINOCO *et al*, 2007) apontam que os alunos do ensino básico possuem diversas dificuldades de aprendizagem nesta área. Para exemplificar, Quintiliano (2004) analisou que, entre 26 alunos do 3º ano do ensino médio, houve dificuldades como: confusão entre equação e expressão algébrica na escolha de estratégias para solução e na utilização de propriedades algébricas importantes para a simplificação de expressões e equações. Já Tinoco *et al*. (2007), entre os resultados de sua pesquisa realizada com alunos do 7º ao 9º ano, observaram que os alunos pensam que uma expressão tem que ser igualada a número ou pelo menos uma letra; não atribuem significado aos processos de resolução de equações e às operações envolvidas nelas; usam sinais de pontuação inadequadamente; interpretam erroneamente informações codificadas em legendas; entre outros. De modo semelhante, Barbosa (2008), em uma pesquisa com 70 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, observou que, no início da aprendizagem em Álgebra, os alunos veem as expressões algébricas como proposições de alguma forma incompleta que precisam ser fechadas para, então, ter significado.

Diante deste quadro, faz-se necessário pensar como preparar (ou formar) o professor de Matemática do século XXI, no perfil do profissional para atender as habilidades necessárias aos seus alunos. Beatriz D’Ambrosio (1993) reflete acerca do desafio de formar de professores de Matemática para o século XXI. Ela elenca algumas características que considera desejável a este profissional. A primeira delas é a *visão do que vem a ser a Matemática*, isto é, deixar para trás a visão de Matemática como absoluta, incontestável, pronta e acabada, sem espaço para criatividade, para vê-la como uma disciplina de investigação. Segundo a autora, o conhecimento matemático, desde a sua origem, evolui da resolução de problemas advindos da realidade ou da própria construção da Matemática. A segunda característica é a *visão do que constitui a atividade matemática*. A partir da visão de Matemática como campo de pesquisa e investigação, o objetivo é que os alunos vivenciem

legítimas experiências matemáticas, semelhantes às aquelas experienciadas pelos matemáticos. A autora explica que, assim como no processo de construção da Matemática, a essência é a pesquisa, na construção do conhecimento do aluno ela também deve imperar. Quando o professor prepara todos os problemas com antecedência, o legítimo ato de pensar matematicamente é ocultado do aluno, conseqüentemente, este ato fica restrito apenas ao professor. Assim o que o aluno experiencia é uma solução bonita e eficiente.

A terceira característica, pontuada por D'Ambrosio, indispensável ao professor de Matemática do século XXI, é a *visão do que constitui a aprendizagem matemática*. Nesta vertente, é evidenciada a necessidade do professor conhecer como os alunos interpretam a situação, qual o conhecimento que eles usam no processo de solução e quais conflitos cognitivos cuja resolução leva à aprendizagem, isto é, entender o processo de construção do conhecimento matemático pelo aluno. A quarta e última característica é a *visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem da Matemática*. Um ambiente propício é descrito como aquele onde os alunos propõem, exploram e investigam situações problemas, e o professor deixa de ser a autoridade do saber, um lugar similar a uma comunidade de pesquisa matemática, com o incentivo do uso de diversos recursos. Neste ambiente, o conteúdo dificilmente seguirá a ordem em que ele aparece nos livros-textos.

Com o olhar voltado à formação inicial de professores, D'Ambrósio (1993) salienta que dificilmente um professor de Matemática formado em um programa tradicional estará preparado para enfrentar desafios já mencionados. Ela afirma que é muito difícil encontrar professores dispostos a criar um ambiente de pesquisa em sala de aula e questiona: “Como acreditar que a Matemática possa ser aprendida desta forma se o professor nunca teve semelhante experiência em sala de aula enquanto aluno?” (p. 38). Segundo a mesma autora, os futuros professores constroem seu conhecimento sobre o ensino por meio de suas experiências com o ensino, ou seja, este ambiente de pesquisa deve estar presente em seu processo de formação.

Já Fiorentini (2003) chama atenção ao fato de que precisamos sair do nível do discurso, mas que ainda necessitamos também encontrar o caminho para realizar esta saída:

Se olharmos com atenção ao que vem sendo dito e publicado [...] A principal mudança percebida acontece no âmbito do discurso. [...] Assim, apesar da mudança de discurso, o que percebemos, nos processos de formação de professores, é a continuidade de uma prática predominantemente retrógrada e centrada no modelo da racionalidade técnica que cinde teoria e prática. A verdade é que ainda sabemos muito pouco sobre como transformar o discurso em práticas efetivas, ou melhor, como produzir discursos autênticos, e sem ambigüidade semântica, a partir de investigações e de experiências concretas

que contemplem as novas concepções do professor como profissional autônomo e investigador de sua própria prática. Professor que, em face das demandas do mundo atual – pós-moderno, globalizado e neoliberal – e da “ortodoxia das reformas curriculares baseadas numa padronização” mundial, é levado a projetar a “docência como uma profissão paradoxal” (Hargreaves, 2001). (FIORENTINI, 2003, p. 09).

Diante do exposto e de toda a complexidade em torno da formação inicial do professor de Matemática, de toda a variedade de ideias e sugestões para a mesma, deixamos a reflexão: “superaremos os velhos esquemas formativos?” (GATTI, 2009, p. 11). A legitimação e fortalecimento da Educação Matemática como campo profissional e acadêmico, tanto nacional quanto internacionalmente, representa uma grande conquista dos educadores e uma forte expectativa para melhorias nos cursos de Licenciatura em Matemática, pois seu crescimento torna-a mais forte politicamente e as políticas detêm poder e influência sobre os segmentos educacionais. Inclusive, alguns programas do governo federal como o PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência), OBEDUC (Observatório da Educação) e PARFOR (Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica) são iniciativas que renovam as esperanças para Educação brasileira.

No item que segue, continuamos a realizar algumas reflexões em torno da formação inicial de professores, abordando questões mais diretamente ligadas à formação matemática na licenciatura e à futura prática do professor no ensino básico.

2. 4 – A Formação Matemática do Futuro Professor de Matemática *versus* sua Prática Profissional

Neste tópico, realizamos uma discussão acerca das relações entre os saberes valorizados no processo de formação matemática do professor na licenciatura e a futura prática do professor de Matemática na escola básica, uma vez que, atualmente, se apresenta aos cursos de Licenciatura em Matemática a necessidade de discutir e trabalhar os conteúdos matemáticos tendo como referência o processo de ensino e aprendizagem da escola.

Em sua formação inicial, o futuro professor de Matemática tem contato simultâneo com a Matemática acadêmica e a escolar²². No entanto, durante o processo de formação, a ênfase recai sobre a Matemática acadêmica (GATTI, 2010; PIRES, 2000; SBEM, 2003), ao passo que, em seu exercício profissional, o destaque será para a Matemática escolar, ou seja,

²² Estes termos – Matemática Acadêmica e Matemática Escolar – serão definidos no próximo texto.

há uma desarticulação entre ambas na licenciatura. Assim, torna-se relevante caracterizá-las ou distingui-las, bem como discuti-las.

Os autores Moreira e David (2003, 2005, 2007) levam-nos a refletir acerca dos conteúdos formativos ou formação matemática do futuro profissional da Educação Básica: “O futuro matemático e o futuro professor de Matemática da escola básica requerem uma mesma formação matemática? Que formação matemática ‘sólida’ – ou melhor, ‘avançada e profunda’ [...] – requer um professor do ensino básico?” (p. 9, aspas no original). Esta questão não é nada simples. Na realidade, de acordo com Sztajn (2002), esta pergunta inquieta os educadores e formadores de professores há muito tempo. Segundo a autora, temos a ilusão de que, se pudermos respondê-la, poderemos melhorar a formação do professor e, como numa simples relação causal, poderíamos melhorar a educação dos alunos. Mas, segundo ela, nem é simples responder tal questão, nem as relações entre o que precisa saber um professor e a educação dos alunos são lineares.

É evidente, conforme afirma Pires (2002, p. 56), que os futuros professores precisam conhecer “os conteúdos definidos nos currículos da educação básica, pelo desenvolvimento dos quais serão responsáveis, as didáticas próprias de cada conteúdo e as pesquisas que as embasam. E necessário tratá-lo de modo articulado”. Isto, sem dúvida, é essencial a todo professor em formação. Entretanto, Fiorentini e Castro (2003, p. 137) observam que a licenciatura em Matemática “preocupa-se muito mais em formar um profissional que tenha o domínio *operacional e procedimental* da matemática do que um profissional que fale sobre a matemática, que saiba explorar suas ideias de múltiplas formas”.

Este quadro formativo, possivelmente, está relacionado com a estrutura do modelo atual da Licenciatura em Matemática. Neste molde, como observam Moreira e David (2007, p. 15):

De modo geral, o saber docente é decomposto em componentes, de tal forma que um deles, o chamado *conhecimento da disciplina*, assume a condição de essencial. Os demais componentes, ainda que reconhecidos como saberes complexos e importantes, conformam um conjunto de conhecimentos de caráter basicamente acessório ao processo de transmissão do saber disciplinar. Decomposta dessa forma, a Matemática escolar costuma se reduzir à parte elementar e simples da Matemática Acadêmica, e a complexidade do saber profissional do professor vai se localizar em conhecimentos considerados de natureza essencialmente não-matemática. Dessa perspectiva, a construção de vínculos substantivos da formação com a prática é vista como uma tarefa a ser executada basicamente no exterior da formação matemática (negrito e itálico no original).

Os resultados da pesquisa de Gatti *et al* (2010) confirmam tal fato ao concluir que os licenciados ou recebem uma forte formação matemática sem uma preparação para a prática em sala de aula na escola básica, ou uma formação pedagógica distanciada da formação matemática, ficando a cargo deles buscarem as inter-relações necessárias. Em qualquer um dos casos, a Matemática escolar, assim como a preparação para seu ensino, não é valorizada na formação acadêmica. Este fato precisa ser repensado, já que a função das licenciaturas em Matemática é formar professores para atuar no ensino básico (CNE/CP 9 de 2001), ou seja, é preciso ter a prática do profissional da Educação Básica como referência no processo de formação. Até quando a formação de professores persistirá com o atual modelo? Sabemos que, apesar dos cursos de Licenciatura serem “pensados” pelos Departamentos de Matemática, estes seguem orientações superiores, como as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), onde as incoerências iniciam-se.

A dicotomia entre a formação pedagógica e específica do professor tem se mantido nas reformas curriculares, haja vista que as DCN (CNE/CP2 de 2002; CNE/CES 3 de 2003) estabelecem que o projeto pedagógico dos cursos de licenciatura explicitem os conteúdos curriculares de formação geral e os da formação específica, o que supõe e favorece a separação entre estes dois campos. Em relação à teoria e prática, também há uma desarticulação nas diretrizes quando estipulam determinado número de horas para cada uma²³ mas, ao mesmo tempo mencionam que as mesmas são articuladas/interligadas. Porém, se assim o fosse, como seria, então, possível a contagem de horas para a prática e a teoria? Se as mesmas fossem realmente trabalhadas de forma imbricada, seria impossível estabelecer o momento que se termina uma e inicia outra. Além disso, as DCN (CNE/CP9 de 2001; CNE/CES 1302 de 2001) estabelecem que o principal objetivo dos cursos de Licenciatura é formar professores para a educação básica e que os conteúdos da Educação Básica devem ser incluídos nestes cursos, porém, quando elenca os conteúdos obrigatórios não cita nenhum conteúdo específico do ensino básico, apenas a Matemática do ensino superior (AVILA; VIOLA DOS SANTOS, 2012).

De acordo com Moreira e David (2007), esta separação entre conteúdo pedagógico e específico no modelo de formação docente torna o saber disciplinar ainda que, de forma implícita ou subliminar, o lugar de saber fundante ou a razão de ser do trabalho docente – uma

²³ O parecer CNE CP2, de 19 de fevereiro de 2002, institui a carga horária dos cursos de licenciatura. A carga horária total deve ter, no mínimo, 2800 horas, distribuídas em: 400 horas de prática como componente curricular; 400 horas de estágio curricular supervisionado; 1800 horas de aula de conteúdos curriculares de natureza científico-cultural e 200 horas para outras atividades acadêmico-científico-culturais.

vez que é visto como parte da Matemática científica – ocupando, assim, lugar central, sendo super valorizado nos cursos superiores. Ao passo que para a parte pedagógica, saber a ensinar ou Matemática escolar é destinado lugar inverso. Dessa forma, segundo os autores, “a educação matemática na escola acabaria se reduzindo ao ensino da Matemática Acadêmica, adaptada às condições escolares. Uma formação matemática profunda para o professor se reduziria, então, ao domínio da Matemática Acadêmica não elementar [...]” (2007, p. 35). Além disso, eles apontam que a formação matemática na licenciatura desenvolve-se orientada pelos valores conceituais e estéticos da Matemática científica, o que assegura, em tese, um estatuto de formação teórico-científica. Assim, a articulação do processo de formação na licenciatura com a prática escolar é concebida como uma tarefa a ser executada no *exterior* da formação matemática (MOREIRA; DAVID, 2005). Em síntese,

[...] o processo de formação na licenciatura em Matemática veicula certos saberes que são considerados “inúteis” para a prática docente. Do mesmo modo, trabalha outros saberes “de forma inadequada”, com referência a essa prática. Além disso, muitas vezes se recusa a desenvolver uma discussão sistemática com os licenciandos a respeito de conceitos e processos que são fundamentais na educação escolar básica em Matemática (MOREIRA; DAVID, 2007, p. 42, aspas no original).

Por isso, concordamos com estes autores ao defenderem a necessidade de um redimensionamento da formação matemática na licenciatura, de modo a equacionar melhor os papéis da Matemática Acadêmica e da Escolar e levantar algumas questões que nos levam a refletir tanto acerca da formação inicial do professor de Matemática quanto em relação a sua futura prática:

Em que saberes fundamentais à prática pedagógica escolar não são devidamente discutidos no processo de formação, a que tipo de recurso pode recorrer o professor? Esse “não-saber” proveniente de deficiência da formação inicial incorpora-se à prática ou é superado pelo simples exercício da experiência profissional? A prática docente seria auto-suficiente em relação à produção dos saberes necessários ao seu exercício, isto é, ela sempre responde convenientemente às próprias questões que coloca? (MOREIRA; DAVID, p. 42; 43, aspas no original).

Em outras palavras, podemos fazer a seguinte indagação: As deficiências ou lacunas em relação à prática docente para o ensino básico deixadas pela formação inicial são superadas no desenvolver da atuação do professor em sala de aula? Como é possível contornar, na prática, estas lacunas? Moreira e David explicitam que a prática docente escolar não deve ser considerada como um “lugar” capaz de gerir a produção de todos os saberes

associados à ação pedagógica do professor. No entanto, em relação a este “não-saber”, os autores esclarecem que

Do mesmo modo que os saberes produzidos na experiência docente se incorporam à matemática escolar e não são considerados contribuições originais ao conhecimento matemático científico, esse “não saber” se refere, também, fundamentalmente, à matemática escolar, ou seja, às questões que se colocam na prática escolar da educação matemática e não pode ser reduzido a uma simples falha de formação em relação ao conhecimento matemático científico, abstrato e descontextualizado” (MOREIRA; DAVID, 2003, p. 75).

Estas ideias podem deixar a impressão de que os autores defendem que a lógica da prática escolar seja integralmente transportada para o processo de formação do professor de Matemática, no entanto, eles explicam que “isso é impossível. Trata-se de pensar o processo de formação do professor a partir do reconhecimento de uma tensão – e não identidade – entre educação matemática escolar e ensino da Matemática Acadêmica elementar” (MOREIRA; DAVID, 2007, p. 45).

A preparação para a prática docente escolar deve ser dada em conjunto, isto é, a licenciatura precisa oferecer o suporte, os princípios básicos e a partir deste alicerce ser consolidada com a prática diária em sala de aula, com o exercício da profissão. Entretanto, o que prevalece “[...] é o abandono sistemático, no processo de formação, das questões que se referem à prática docente escolar, em favor de uma centralização do foco sobre questões que, muitas vezes, são relevantes apenas do ponto de vista da Matemática Acadêmica” (idem, p. 100). Além disso, “a hipervalorização da Matemática Acadêmica no processo de formação estimula o desenvolvimento de concepções e valores distanciados da prática e da cultura escolar [...]” (p. 103). Finalizamos com a constatação destes autores com relação às chamadas disciplinas integradoras²⁴:

tendo em vista as inadequações [...] mais do que tentar integrar à prática escolar uma formação específica orientada pela matemática científica – o fracasso histórico das disciplinas integradoras reforça a hipótese de que tal formação possa não ser “integrável” – demandaria uma concepção de formação “de conteúdo” que leve em conta a especificidade do destino profissional do licenciado e tome como referência central a matemática escolar (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 59).

²⁴ As disciplinas integradoras foram criadas na década de 1980, na busca de alternativas para o problema da integração ou conexão com a prática (MOREIRA; DAVID, 2007). Estas disciplinas, em tese, têm a função de articular os blocos de conhecimentos específicos (matemáticos) e os pedagógicos. Este modelo mantém-se basicamente até hoje.

Mediante estas questões referentes à Matemática acadêmica e a Matemática escolar que permeiam a formação inicial de professores, tendo em vista sua futura prática profissional, buscamos, no texto a seguir, expor o entendimento de alguns autores sobre a constituição destes campos do conhecimento matemático.

2. 5 - Matemática Acadêmica e Matemática Escolar sob Óticas Distintas

Neste item, colocamos em discussão o “conjunto de significados que costuma ser identificado com o nome de matemática” (MOREIRA; DAVID, 2003, p. 58). Convém esclarecer que, por mais que haja diversas matemáticas escolares e científicas, assim como autores com concepções diferentes acerca das mesmas em relação aos autores expostos aqui (como André Chervel), o objetivo deste texto não é elencar todas as variedades. Buscamos, aqui, definir estes termos a fim de caracterizar as distintas visões dos professores formadores pesquisados. E, mesmo que estes autores contraponham-se em suas visões²⁵, utilizamo-las para evidenciar as diferenças entre as visões de Matemática dos sujeitos de pesquisa.

O francês Yves Chevallard é autor da teoria da Transposição Didática. A principal característica desta teoria é estudar as transformações (ou adaptações) que os objetos de estudo matemáticos passam desde que são produzidos até chegar a serem ensinados ou mesmo aprendidos, e como ocorrem estas transformações. Em outras palavras, esta teoria analisa o fenômeno da passagem do saber científico (ou saber sábio) ao saber ensinado “que ocorre através de uma rede de influências, envolvendo diferentes segmentos do sistema educacional” (PAIS, 2010, p. 15). Esta rede de influências oriundas do saber científico e de outras fontes, na trajetória percorrida pelo saber escolar, Chevallard chama de *noosfera*²⁶, a qual determina conteúdos, influencia a estruturação dos valores, dos objetivos e dos métodos que conduzem a prática de ensino (PAIS, 2010). Uma definição formal da noção de transposição dada pelo autor é a seguinte:

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os *objetos de ensino*. O *trabalho* que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino é chamado de transposição didática (CHEVALLARD *apud* PAIS, 2010, p. 15, itálico no original).

²⁵ Estamos utilizando a palavra *visão* como sinônimo de *entendimento*, *percepção* dos professores pesquisados sobre.

²⁶ Da *noosfera*, fazem parte os cientistas, professores, especialistas, políticos, autores de livros e outros agentes da educação (PAIS, 2010, p. 16).

Para Pais (2010, p. 11), “essa noção, que passa por um processo recente de evolução, pode ser concebida como um caso especial da transposição dos saberes, sendo esta entendida no sentido mais amplo da evolução dos saberes produzidos pela humanidade”. Mas, além deste contexto mais amplo do saber, Pais (2010) indica que faz sentido tratar também da transposição de conhecimento restrito ao plano pessoal de quem estuda Matemática, pois é aí que se localiza parte da complexidade da problemática da aprendizagem. Dessa forma, é conveniente que se diferencie *saber* de *conhecimento*. O autor explica que, no meio acadêmico, o *saber* “é quase sempre, caracterizado por ser relativamente descontextualizado, despersonalizado e mais associado ao contexto científico histórico e cultural” (p. 12) ao passo que o *conhecimento* “diz respeito ao contexto mais individual e subjetivo, revelando aspectos com os quais o sujeito tem uma experiência mais direta e pessoal” (p. 13).

No contexto da transposição, é necessário que seja cultivada uma permanente *vigilância intelectual* para que se torne possível identificar possíveis distorções, chamadas por Chevallard de *criações didáticas*. Estas *criações* podem ser entendidas como recursos criados para supostas necessidades de ensino para outras aprendizagens, isto é, técnicas facilitadoras, geralmente, positivas. Mas existem casos em que elas degeneram-se, ou seja, surgem com uma finalidade didática, mas quando seu uso acontece de forma estritamente automatizada e desvinculada de aplicação, emergem problemas, como os produtos notáveis que, quando ensinados isoladamente, podem figurar como apenas objetos de ensino em si mesmos. As diferenças entre o saber científico e o saber ensinado são evidenciadas pelo conjunto das criações didáticas (PAIS, 2010). Estes conceitos caracterizam a ideia inicial de transposição didática. Para esclarecê-la, citamos um exemplo dado por Pais (2010, p. 18):

Um exemplo de transposição descrito por Chevallard (1982) é o conceito de *distância*. Desde a influência de Euclides na sistematização do conhecimento geométrico, a noção de distância entre dois pontos é estudada de uma forma meio espontânea. Entretanto, em 1906, essa noção foi amplamente generalizada pelo matemático Fréchet [...]. Como consequência deste trabalho, a partir de 1971, após passar por transformações, essa noção foi inserida no currículo escolar francês. Antes dessa data, essa noção era estudada pelos matemáticos apenas como uma ferramenta para resoluções de problemas. Após sua inclusão nos programas, ela passou a ser um objeto de estudo em si mesmo e o seu tratamento didático continua a ser modificado, prosseguindo assim o trabalho da transposição didática (itálico no original).

Pais (2010) explica que se o conjunto das transformações sofridas pelo saber for visto sob um contexto mais amplo, sem especificar um conceito, então, a transposição didática pode ser decomposta em três tipos de saberes: o científico, o saber a ensinar e o saber

ensinado. O objeto do saber científico está mais ligado à vida acadêmica e não ao ensino fundamental e médio. Este saber, normalmente, desenvolvido nas universidades, “não pode ser ensinado na forma em que se encontra redigido nos textos técnicos [...]. Para viabilizar a passagem do saber científico para o saber escolar, torna-se necessário um trabalho didático efetivo, para proceder a uma reformulação visando a prática educativa” (p. 23). Já, o saber a ensinar refere-se ao saber associado a uma forma didática destinada para apresentar o saber ao aluno, está comumente em livros didáticos, programas e outros materiais de apoio ao professor. Finalmente, o saber ensinado é aquele registrado no plano de aula do professor. Este não necessariamente coincide com aquele, isto é, o saber ensinado pode não ser compatível com a intenção prevista nos objetivos programados no nível do saber a ensinar (PAIS, 2010).

Para concluir a noção de transposição didática, realizamos ainda um paralelo do trabalho do matemático com o do professor de Matemática. Pais (2010) aponta que o tipo de trabalho desenvolvido pelo matemático, por fim, determina uma influência considerável na prática do professor. Dentre algumas características do trabalho do matemático está o fato de que ele sempre apresenta o saber científico com a máxima generalidade possível e isto acaba determinando uma prática pedagógica semelhante, ou seja, uma prática com conteúdos apresentados em sua forma mais geral possível. No entanto, o professor realiza uma atividade inversa a do pesquisador, ou seja, ao invés de eliminar as condições contextuais da pesquisa e de buscar níveis mais amplos de abstração e generalidade, o professor recontextualiza o conteúdo, buscando torná-lo significativo ao seu aluno. Esta é uma das características que leva situações didáticas com todas as suas especificidades ao ambiente em sala de aula (PAIS, 2010). Chevallard (*apud* PAIS, 2010, p. 38) explicita que “desde o início, a teoria da transposição didática situa o saber matemático no centro das atenções e procura se inserir na elaboração de um projeto de análise epistemológica do regime proposto do saber”, ou seja, a origem deste modelo teórico é o saber sábio (dos especialistas) ou saber científico.

As ideias expostas aqui fornecem uma noção da Teoria da Transposição Didática, outros elementos²⁷ mais diretamente relacionados à aprendizagem do aluno e/ou ao contexto pedagógico julgamos não ser necessário apresentá-los, pois o intuito é fornecer informações que possam evidenciar como o saber científico e o escolar são entendidos e relacionados dentro da teoria. Pretendemos identificar a visão de Matemática escolar como uma

²⁷ Outros elementos da transposição didática podem ser encontrados em: PAIS, Luiz Carlos. Transposição didática: in: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2010. 3 ed. (Série Trilhas) ou ainda em: PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. 2 ed. 2 reimp.

transposição didática entre os professores formadores ao serem externalizados, em suas falas, elementos de filtragem/adaptações ao ensinar a Álgebra – equações e expressões algébricas – tendo em vista a futura prática do professor no Ensino Fundamental.

De forma contrastante, Moreira e David (2003, 2005, 2007) concebem a Matemática escolar nem como uma versão “didatizada”²⁸ da matemática científica, como, segundo eles, ocorre na visão de Chevallard, nem como uma construção autônoma da escola (como na visão de Chervel)²⁹. Eles argumentam na perspectiva de mostrar que “o processo de constituição da matemática escolar ultrapassa tanto a ideia de transposição didática, regulada pela matemática científica e pelas ciências da educação, quanto a de uma construção totalmente endógena [interna/própria] à escola” (2003, p. 57). Os autores apresentam uma concepção de Matemática escolar e acadêmica tomando como referência a prática profissional efetiva do professor da Educação Básica.

Moreira e David tecem fortes críticas ao modelo teórico de Chevallard, pois, para eles, Chevallard considera “a matemática escolar como fundamentalmente ‘dada’ pela matemática científica, ao invés de ‘a ser explicada’, em termos de seus múltiplos condicionantes” (2003, p. 61, aspas no original). Segundo os autores, embora Chevallard conceda algum espaço de criatividade e de produção de conhecimento à prática do professor na sala de aula da escola, ele parece hiperdimensionar o peso do conhecimento matemático científico, tomando-o como fonte privilegiada de saber na constituição da Matemática escolar, reduzindo-a a uma espécie de resultado do processo técnico de didatização daquele (MOREIRA; DAVID, 2003).

Os autores argumentam que a formação docente acaba se estruturando em torno da Matemática científica, caso a Matemática escolar seja pensada, numa perspectiva técnica, como uma versão “didatizada” da Matemática acadêmica. Neste caso, a formação pedagógica teria apenas a função de “fornecer o lubrificante” para o processo de ensino e a prática se tornaria apenas a instância de aplicação dos saberes da formação ou, no máximo, uma referência para a detecção de elementos que podem conduzir a um ‘desvio’ do desempenho *ideal* do professor” (2003, p. 78, itálico e aspas no original).

Por isso, Moreira e David (2003) propõem que a Matemática escolar seja pensada como “uma construção histórica que reflete múltiplos condicionamentos, externos e internos à instituição escolar, e que se expressa, em última instância, na própria sala de aula” (p. 78). Para eles, com esta formulação à Matemática escolar a referência da prática profissional dos

²⁸ Termo utilizado por estes autores.

²⁹ A visão de Chervel não será estudada neste trabalho. Ela é citada apenas para fim de delimitação, ou seja, na tentativa de tornar mais clara a visão de Moreira e David sobre a matemática escolar.

professores assume um papel fundamental no processo de formação. Elucidando a visão destes autores em relação ao conjunto de saberes que escola e universidade identificam por Matemática, segue a demarcação dada por eles a cada uma:

Matemática Científica e *Matemática Acadêmica* são sinônimos que se referem à Matemática como um corpo científico de conhecimentos profissionais. E *Matemática Escolar* referir-se-á ao conjunto dos saberes “validados”, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em Matemática. Com essa formulação, a Matemática Escolar inclui tanto saberes produzidos e mobilizados pelos professores de Matemática em sua ação pedagógica na sala de aula da escola, quanto resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos etc. (MOREIRA; DAVID, 2007, p. 20, negrito, itálico e aspas no original).

Estes pesquisadores pontuam que, dessa forma, se distanciam de maneira razoável de uma concepção de Matemática escolar que a compreende apenas com uma disciplina “ensinada” na escola, para vê-la e entendê-la como um conjunto de saberes associados ao exercício docente. Moreira (2003) explica que não é pelo fato de a Matemática científica ser vista como uma construção teórico-científica, que a Matemática escolar também não tem seus fundamentos teóricos e elementos científicos.

Os autores elencam vários aspectos que distinguem a Matemática escolar da científica, dentre eles, encontram-se a maneira como o matemático e o professor de Matemática da escola lidam com os conceitos matemáticos, o papel das definições e demonstrações, e o papel dos erros. Quanto aos conceitos matemáticos, vejamos o caso dos números reais:

o que são os números reais? São cortes de Dedekind? São classes de equivalência de sequências de Cauchy? São classes de equivalência de intervalos encaixantes? A distinção entre essas formas de conceber os números reais não é relevante para o matemático profissional. O mesmo objeto pode ser, pelo menos, três “coisas” completamente diferentes, e não há o menor problema. (MOREIRA; DAVID, 2007, p.78).

Se os elementos desse conjunto são galinhas ou computadores, não faz a menor diferença. É a estrutura que o caracteriza como o conjunto dos números reais. Agora pensemos na forma como o professor do ensino básico precisa conhecer esse mesmo objeto. Em primeiro lugar é fundamental concebê-lo como “número”, o que faz toda a diferença, porque números são coisas que já estão concebidas como tal: 1, 2, 3, $2/5$, etc., são números, enquanto galinhas ou computadores não são números. Em segundo lugar são números que estendem os já conhecidos racionais, isto é, são números tais que os racionais são uma parte deles. E, finalmente, são objetos criados com alguma finalidade, ou seja, devem responder, de certa forma, a alguma necessidade humana (MOREIRA; DAVID, 2003, p. 65).

É claro que essas considerações não pretendem induzir a ideia de que, para o matemático, os reais não respondem a nenhuma finalidade ou que os matemáticos pensam os reais como galinhas ou computadores. O que se quer enfatizar é que, para o matemático, lidando com a teoria na fronteira do conhecimento, não importa pensar os reais como um professor precisa pensá-los, lidando com seus alunos no processo de escolarização básica. A ideia que precisa ficar clara é a de que o conjunto dos números reais é um objeto para a matemática escolar e “outro objeto” para a matemática científica (MOREIRA; DAVID, 2003, p. 66).

Os autores explicam que, na escola, corte de Dedekind, classe de equivalência de sequências ou de intervalos encaixantes não são números. A estrutura de corpo ordenado completo é estabelecida *a posteriori*. Isso só faz sentido ao aluno e ao professor da escola básica na medida em que são números e não “qualquer coisa” que possua a estrutura de corpo ordenado completo. Eles procuram evidenciar que a Matemática científica, com sua estética, assim como suas necessidades práticas e seus valores específicos, baseia-se, essencialmente, numa percepção “transversal” do *matematicamente correto*³⁰, tomando, como principal aporte, o corpo de conhecimentos abstratos que a constitui como ciência. Já o trabalho da Educação Matemática na escola básica condiciona-nos a uma visão “longitudinal”, na qual se pensa a apreensão de um conceito (como o de número real, por exemplo) como um processo que se desenvolve ao longo de vários anos de escolarização (MOREIRA; DAVID, 2003).

Quanto ao papel das definições e demonstrações, Moreira (2003) explica que, apesar da necessidade, tanto na Matemática escolar quanto na científica, de caracterizar corretamente os objetos, de validar as afirmações a elas citadas e de explicar o porquê de certos fatos serem aceitos como verdadeiros e outros não, o papel que estas desempenham em cada contexto tem diferenças consideráveis. No caso da Matemática científica:

devido à sua estruturação axiomática, todas as provas se desenvolvem apoiadas nas definições e nos teoremas anteriormente estabelecidos (e também, evidentemente, nos postulados e conceitos primitivos). Isso exige, para as definições, uma formulação bastante precisa, pois, caso contrário, podem produzir-se contradições na teoria (MOREIRA, 2003, p. 03).

Moreira (2003) enfatiza que, para a Matemática científica, as definições formais e as demonstrações rigorosas são elementos importantes durante o processo da conformação da teoria e no processo de apresentação sistematizada da teoria já elaborada. No caso da Matemática escolar, o autor pontua dois elementos que fundamentalmente modificam o papel das definições e provas: a validade e aprendizagem. Quanto ao primeiro elemento, ele explica

³⁰ Termos utilizados pelos autores.

que “a ‘validade’ dos fatos matemáticos a serem discutidos no processo de escolarização básica não está posta em dúvida, ao contrário, já está garantida, a priori, pela própria matemática científica” (p. 4). Um exemplo é o fato de que o produto de dois números naturais é comutativo, não há dúvidas quanto a isso, a questão que se coloca não é a de demonstrar esse fato rigorosamente como no processo axiomático, mas sim em relação à aprendizagem e, conseqüentemente, ao “desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à *compreensão* desse fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extra-escolar” (MOREIRA, 2003, p. 5, *italico no original*). Segundo o autor, a diferença está entre alinhar argumentos logicamente irrefutáveis (postulados, definições, conceitos primitivos) que garantam a validade de um resultado e desenvolver uma convicção profunda a respeito da validade deste mesmo resultado. Ele explica que, na Matemática escolar, a prova rigorosa e formal não é a única forma aceitável de demonstração, ou seja, as justificativas menos formais, aquelas “que se desenvolvem tomando como postulados e elementos primitivos tácitos certos conhecimentos provenientes da vida cotidiana não apenas podem ser aceitas, mas levar [...] a uma compreensão mais aprofundada das relações matemáticas em discussão” (p. 8). Portanto, no âmbito das definições e provas, percebemos que “enquanto na matemática científica a caracterização através da definição formal é central para o desenvolvimento rigoroso da teoria, na matemática escolar, muitas vezes, não é adequado utilizar-se esse tipo de identificação do objeto” (MOREIRA, 2003, p. 10). Em outras palavras, o papel principal das demonstrações na Matemática científica refere-se “à inscrição de um determinado resultado entre os aceitos como verdadeiros pela comunidade científica, na educação matemática escolar a demonstração desempenha papéis essencialmente pedagógicos” (MOREIRA; DAVID, 2007, p. 28).

Quanto à noção de erro nestes dois campos do conhecimento matemático, Moreira e David (2007) pontuam que, para a Matemática científica, “o erro é um fenômeno lógico que expressa uma contradição com algum fato já estabelecido como ‘verdadeiro’” (p. 32, *aspa no original*). Já, para Matemática escolar, é interessante olhar o erro como um “fenômeno psicológico que envolve aspectos diretamente relacionados ao desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem” (p. 32). Neste campo, o erro pode ser encarado como um indicador didático-pedagógico e não apenas como um desconhecimento de conceitos relacionados ao objeto em estudo: “na Matemática Escolar, o erro desempenha um papel importante: fornece elementos para o planejamento e a execução das atividades pedagógicas em sala de aula” (p. 34), enquanto que, para a Matemática científica, “a função do erro, embora também muito

importante, é essencialmente negativa: indica a inadequação ou a falsidade de resultados, formas de argumentação etc.” (p. 34).

Por fim, segundo os autores, no plano das prescrições curriculares, são manifestos os vínculos mais estreitos entre a Matemática escolar e a científica. Moreira e David (2003) observam que estas prescrições resultam de disputas que ocorrem no plano social, envolvendo interesses políticos, econômicos e socioculturais. Neste cenário, atuam grupos acadêmicos e outros profissionais que detêm e produzem saberes associados ao processo de escolarização básica. Assim, nessa dimensão prescrita da Matemática, onde ela está “sob forte influência da comunidade acadêmica cuja legitimidade social, para essa tarefa, ainda se mostra incomparavelmente mais sólida do que aquela conquistada pela comunidade dos professores da escola” (p. 67), que se manifestam mais claramente as relações estreitas com a Matemática científica. Mas, os autores advertem que,

a matemática escolar não fica totalmente definida pelos resultados dessa disputa que se desenvolve, fundamentalmente, fora dos muros da escola. Há ainda que se considerar, de modo essencial, o que a prática escolar vai produzir a partir das prescrições vencedoras e as formas com que essas prescrições vão moldar as reações a elas no interior da escola, como elas vão ser acomodadas, parcial ou integralmente, a curto, médio ou longo prazo, dentro do processo histórico de produção da disciplina escolar (MOREIRA; DAVID, 2003, p. 68).

Por isso, para eles, “a matemática escolar constitui-se com base em disputas que se desenvolvem no plano das prescrições curriculares, mas resulta, em última instância, do processo pelo qual a prática escolar, valendo-se de sua lógica e de seus condicionantes, opera sobre as prescrições” (2005, p. 52).

Como esta pesquisa tem a Álgebra, mais especificamente, as equações e expressões algébricas, como objeto de estudo, os entendimentos de Chevallard e Moreira e David sobre a Matemática escolar e a acadêmica serão aqui estendidos, sem perda de generalidade à Álgebra como subárea da Matemática, ou seja, a Álgebra escolar e a Álgebra acadêmica concebidas como subáreas da Matemática escolar e da Matemática acadêmica, respectivamente. Assim sendo, as equações e expressões caracterizam-se como conceitos pertencentes à Álgebra escolar e a Álgebra acadêmica. Cabe-nos, então, analisar como estes conceitos são tratados na escola, com base nos PCNEF (1998b), e na universidade, com base nos programas de ensino das disciplinas e nas respostas dos professores formadores e, assim, buscar relações entre estes tratamentos com vistas à prática do futuro professor do Ensino Fundamental.

Com estes dois referenciais, ensejamos analisar como os professores formadores, sujeitos desta pesquisa, compreendem a Matemática, uma vez que, de acordo com Moreira e

David (2003), os diferentes entendimentos acerca do conjunto de significados que a escola concebe como Matemática e o conjunto de saberes que a comunidade científica identifica por Matemática não demarcam apenas pontos de vistas particulares quanto as relações entre Escola e Universidade, “podem também, induzir diferentes leituras do exercício profissional da docência na escola básica e, a partir daí, influenciar na conformação dos projetos de formação do professor de matemática nos cursos de licenciatura” (p. 59).

Enfim, neste capítulo, abarcamos os referenciais teóricos, iniciamos com as sinalizações dos PCNEF ao ensino da Álgebra escolar, conectando às concepções de Usiskin e buscando contextualizá-las junto a documentos internacionais, como o NCTM. Na sequência, discutimos a formação inicial de professores de Matemática tendo como referência a Educação Básica. Por fim, trazemos as visões de Moreira e David e de Chevallard sobre Matemática escolar e acadêmica, estendendo estas visões ao campo da Álgebra. No capítulo seguinte, discorreremos sobre as características metodológicas da pesquisa.

CAPÍTULO 3

APORTES METODOLÓGICOS

“Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar.

Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota”

Madre Teresa de Calcutá

Neste capítulo, explicitamos tanto o percurso metodológico, provendo informações acerca do processo de afunilamento do objeto de pesquisa e as indagações que surgiram no caminho, buscando atentar-se à perspectiva metodológica da Análise de Conteúdo, quanto as características metodológicas da pesquisa e os instrumentos que configuraram a coleta dos dados e constituíram o *corpus* da análise.

3. 1 – A Pesquisa Qualitativa

Face ao nosso objetivo de pesquisa, adotamos a abordagem qualitativa pelo fato de as suas características metodológicas contemplarem aspectos que consideramos adequados ao tratamento dos dados que compõem nossa amostra de pesquisa e por vir ao encontro de nossos anseios no que diz respeito ao objetivo deste estudo, ou seja, tecer inferências sobre a existência de conexões entre o tratamento dado aos conteúdos matemáticos, equações e expressões algébricas na licenciatura e a futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, com base nas sinalizações dos PCNEF.

Sobre as características desta abordagem de pesquisa, Ludke e Andre (1986), com base nos estudos de Bogdan e Biklen (1982), apresentam cinco ideias básicas que configuram esse tipo de estudo, dentre elas, destacamos as seguintes: a) *Os dados coletados são predominantemente descritivos*, b) *a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto* e c) *a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo*. A respeito da primeira característica citada, os autores assinalam que o material obtido nessas pesquisas é rico em descrições, dessa forma, citações constituem ferramentas importantes para subsidiar uma afirmação ou esclarecer um ponto de vista. Além disso, todos os dados devem ser considerados importantes, por isso, o pesquisador deve explorar o maior número possível de elementos presentes na situação estudada, já que um aspecto supostamente irrelevante pode ser essencial para a melhor compreender a questão em estudo (LÜDKE; ANDRE, 1986). Em

relação a segunda característica, isto é, a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto, os autores sublinham que “o interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas” (p. 12) e quanto a terceira característica, ou seja, o processo da análise dos dados, os autores explicam que, nesta abordagem,

os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações se formam ou se consolidam basicamente a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima. [...] O desenvolvimento do estudo aproxima-se a um funil: no início há questões ou focos de interesse muito amplos, que ao final se tornam mais diretos e específicos. O pesquisador vai precisando melhor esses focos à medida que o estudo se desenvolve (LÜDKE; ANDRE, 1986, p. 13).

Este processo funil foi experienciado neste trabalho, conforme será descrito no item a seguir (3.2). Com o caminhar da pesquisa, o objeto de estudo, isto é, investigar o tratamento dado pelos professores formadores aos conteúdos matemáticos, equações e expressões algébricas na licenciatura, buscando analisar se há conexão com a futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, com base nos Parâmetros Curriculares, foi sendo moldado.

A comparação entre os métodos qualitativo e quantitativo é clássica, pelo fato de o tratamento dos dados de pesquisa, em um, ser diferente do tratamento desenvolvido no outro. Eles diferenciam-se tanto na forma e na ênfase, quanto no processo e no produto.

Alguns autores chamam a atenção para alguns cuidados que precisam ser observados em pesquisas do tipo qualitativas. Manning (*apud* NEVES, 1996, p. 4) cita os “problemas relacionados com o uso da linguagem na expressão das ideias, e para o fato de que estas devem ser decodificadas para que a análise qualitativa seja feita”, ou seja, que o próprio texto produzido pelo pesquisador deve ser um elemento de análise a fim de observar se a decodificação dos dados analisados, os quais estão relacionados a seguir, está realmente condizente com que o sujeito de pesquisa quis expressar.

3. 2 – Um Caminho Trilhado à Luz da Análise de Conteúdo

Após a realização de leituras, notamos que nos aproximamos da abordagem metodológica da Análise de Conteúdo de Laurence Bardin (2009) e Franco (2008). A Análise de Conteúdo (AC) busca captar o que está oculto por traz de um texto por meio de sua

decodificação³¹. Na AC, é possível realizar um trabalho tanto de natureza quantitativa e/ou qualitativa, mas, não utilizaremos o enfoque quantitativo, apenas o qualitativo, e não seguiremos todas as subfases presentes nas suas três etapas. Dessa forma, não utilizaremos todo o conjunto de técnicas e pressupostos da AC, mas apenas alguns elementos que são pertinentes para a análise dos dados desta pesquisa.

Segundo Bardin (2009), a AC é um

conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2009, p. 44).

Pêcheux (apud FRANCO, 2008, p. 11) salienta que a AC “procura conhecer aquilo que está por trás das palavras sobre as quais se debruça”, isto é, ela busca decifrar a mensagem, compreender seu significado, as entrelinhas presentes nesta.

Esta técnica é composta de três etapas cronológicas. A primeira delas é a **pré-análise**, isto é, a organização do material para que o mesmo possa ser manipulado posteriormente, com a enumeração das características do texto. Nesta fase, ocorre a escolha dos documentos, isto é, a construção do *corpus*, que, segundo Bardin, é o conjunto de documentos tidos em conta para serem submetidos à análise; formulação de hipóteses ou afirmação provisória que o pesquisador propõe a verificar recorrendo aos procedimentos de análise; busca da homogeneidade, ou seja, os documentos a serem analisados devem obedecer critérios precisos de escolhas; leitura flutuante, na qual, segundo Bardin (2009), imergimos nos documentos sendo invadidos por impressões e, pouco a pouco, tornando a leitura mais precisa, em função das hipóteses emergentes.

Nesta fase, correspondente à pré-análise, buscamos organizar o material disponível para análise, realizando a construção do *corpus* de análise, recorrendo, para isso, a critérios de escolhas. Este material diz respeito aos projetos pedagógicos (PP's) de vinte e dois cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil que obtiveram as melhores notas no ENADE de 2008.

A nota do ENADE é expressa numa escala que varia de 1 (um) a 5 (cinco) – nota máxima. Ao analisarmos os resultados do exame realizado em 2008, que avaliou os cursos de Ensino Superior do Brasil, em particular os cursos de Licenciatura em Matemática,

³¹ Este aspecto pode auxiliar no momento da análise às respostas do questionário, o qual será explicitado no item 4.2.

verificamos que apenas 14 (quatorze) deles obtiveram conceito máximo³². Por esse motivo, optamos pela ampliação de nossa amostra, contemplando também os 30 (trinta) cursos que obtiveram conceito igual a 4 (quatro). Como, na região Norte, não houve cursos que obtiveram conceitos 4 (quatro) e 5 (cinco), para que esta região fosse abarcada, estendeu-se, apenas para a mesma, os cursos que obtiveram conceito 3 (três). Foi realizado convite aos coordenadores de todos estes cursos para participarem do projeto de pesquisa (já explanado na introdução), no entanto, apenas 22 (vinte e dois) aceitaram e disponibilizaram³³ seus projetos pedagógicos para a pesquisa, configurando a amostra inicial, distribuídos nas cinco regiões brasileiras.

Antes de iniciar o processo de análise, busca e seleção nestes projetos pedagógicos, ou seja, antes de “mergulhar” nos mesmos, procuramos definir nosso objeto de pesquisa. Nosso objetivo inicial constituía-se em investigar as disciplinas destes cursos de formação de professores nas quais a Álgebra fazia-se presente, tendo em vista a Educação Básica. Com o andamento do trabalho, questionamo-nos sobre que Álgebra investigaríamos: a Álgebra elementar³⁴ ou a Álgebra abstrata? Então, como pretendíamos estabelecer relações entre a Álgebra da Educação Básica e as propostas de formação algébrica presentes nas licenciaturas, assim sendo, optamos pelo trabalho com a Álgebra elementar presente nas disciplinas pedagógicas, por acreditarmos que esta aproxima-se mais da Álgebra dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Estas propostas, as quais nos referimos, dizem respeito àquelas presentes nos programas de ensino das disciplinas, isto é, o conjunto formado pelas ementas, objetivos, rol de conteúdos, referências bibliográficas. Os documentos que, inicialmente, utilizamos para estabelecer possíveis relações neste estudo são os documentos oficiais das licenciaturas em Matemática (projetos pedagógicos, usando também, como suporte para a análise destes, as

³² Já expusemos, na introdução deste trabalho, algumas razões que motivaram a escolha em pesquisar os cursos que obtiveram os melhores conceitos (ou nota) no ENADE de 2008.

³³ Foram enviados convites via e-mail aos coordenadores dos cursos em questão para participarem do projeto, solicitando também envio do material a ser analisado (projetos pedagógicos, matrizes curriculares e ementas de disciplinas). Para as instituições que disponibilizam essas informações nos seus *sites*, na internet, bastaria o aceite de participação no projeto, por parte do coordenador do curso. As instituições que não responderam a solicitação via e-mail, foi realizado contato via telefone. As instituições que não responderam aos convites e/ou não enviaram o material solicitado ficaram automaticamente fora da amostra, ou seja, mesmo havendo projetos pedagógicos disponíveis na internet, só utilizamos aqueles em que houve autorização para tal fim.

³⁴ No início do trabalho, utilizávamos o termo Álgebra elementar, pois é um termo bastante usado nas pesquisas e no meio acadêmico. Apenas com o decorrer do trabalho e de apropriação do referencial teórico é que passamos a utilizar o termo Álgebra escolar, uma vez que elementar, com base em dicionários de Português, significa “muito simples, primário”, mas consideramos que a Álgebra escolar possui suas especificidades próprias, isto é, vai muito além do simples, conforme discutido nos aportes teóricos, então com o decorrer da pesquisa, exposto neste capítulo, o termo Álgebra elementar deixa de ser utilizado.

diretrizes curriculares que orientam os cursos, principalmente os pareceres CNE/CP 9 de 2001 e CNE/CES 1302 de 2001) e da Educação Básica (PCNEF, PCNEM, PCN + e OCEM).

A partir destes balizadores, iniciamos a busca nos projetos pedagógicos. Neste primeiro momento, realizamos uma análise superficial, ou seja, apenas identificando os projetos que ofereciam condições básicas para a posterior investigação dos dados. Estas condições básicas dizem respeito aos programas de ensino das disciplinas, ou seja, precisávamos que fossem apresentadas as ementas e referências das mesmas. Foi observado que nem todos os projetos traziam as ementas e referências bibliográficas das disciplinas e a ausência mútua ou de apenas uma destas informações dificultaria e até mesmo impossibilitaria a realização sistemática de nosso estudo. Este constituiu nosso primeiro critério de seleção dos PP's. Foram, então, selecionados os projetos que nos propiciavam observar, por meio das ementas e referências bibliográficas, os conteúdos de Álgebra elementar trabalhados nas disciplinas e que fazem parte dos conteúdos abordados na Educação Básica. Assim, a partir da primeira sondagem, observamos que apenas em 10, dos 22 projetos disponíveis, constam a ementa e as referências bibliográficas das disciplinas, seis trazem apenas a ementa e seis apresentam apenas a grade curricular, sem ementas ou referências. Estes seis últimos foram descartados devido à falta de informações. Já, a respeito dos seis que apresentavam ementa, resolvemos não os excluir de imediato, mas analisar a possibilidade de permanência na pesquisa. Dessa forma, o *corpus* de análise ficou estruturado por 16 PP's.

Os conteúdos que consideramos integrar a Álgebra elementar do ensino básico, a partir da perspectiva de Usiskin (1995a), ou seja, segundo o uso da variável, e que foram buscados nas ementas e/ou referências, são essencialmente: conjuntos, números e operações; funções; equações; inequações; expressões algébricas; polinômios; sistemas lineares; progressão aritmética e geométrica; matrizes, etc. Desse modo, a presença destes conteúdos constituiu nosso segundo critério de seleção dos projetos pedagógicos.

Dos 10 projetos que continham informações suficientes para a realização da análise, nove possuíam disciplinas que abarcavam a Álgebra elementar, ou seja, um foi retirado pela ausência deste conteúdo em suas disciplinas³⁵. Em relação aos seis projetos com ementas,

³⁵ A seleção foi realizada por meio da identificação de termos ou palavras ligadas a Álgebra elementar, ou a própria: álgebra elementar; ensino de álgebra; resolução de problemas em álgebra; matemática do ensino fundamental/médio; equações; inequações; sistemas lineares; polinômios; funções; expressões algébricas; trigonometria; progressões. Dessa forma, algum curso pode ter sido excluído apenas pela ausência destes elementos. Isso pode não significar que nos mesmos não seja desenvolvido este trabalho, significa apenas que, nos respectivos PP's, não são explicitados termos ligados a Álgebra elementar.

cinco integraram a amostra, já que um se exclui pelo caso citado anteriormente. Dessa forma, a amostra de pesquisa ficou composta por 14 projetos pedagógicos.

Após este primeiro afinamento da amostra de pesquisa, buscamos imergir nestes documentos selecionados. Voltamos aos mesmos com o seguinte olhar: (1) Quais são as disciplinas que contemplam a Álgebra elementar? (2) Ela faz-se presente nas disciplinas “pedagógicas” ou “específicas”? (3) Em quais semestres as disciplinas que contemplam a Álgebra elementar são ministradas, ou seja, na primeira ou na segunda metade do curso?

Foram selecionadas 41 disciplinas dos 14 PP's, das quais 28 são pedagógicas, dentre estas estão: Didática da Matemática; Educação Matemática e suas investigações no Ensino Fundamental e Médio; Prática de ensino, Metodologia para o ensino de Matemática, Instrumentação para o Ensino da Matemática, Oficinas de Ensino Aprendizagem da Matemática, Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem em Matemática; Matemática básica (Matemática e escola, Matemática para o Ensino Fundamental, Matemática para o Ensino Médio, Educação Matemática no Ensino Fundamental), entre outras. As 13 restantes fazem parte do núcleo específico: Fundamentos de Matemática, Complementos de Matemática, Álgebra elementar, Aritmética e Álgebra elementar, Tópicos de Álgebra, Tópicos de Matemática, dentre outras.

Desse modo, observamos que a Álgebra elementar faz-se mais presente nas disciplinas de dimensão pedagógica, ou seja, aquelas voltadas para o ensino e a futura prática do professor, do que nas específicas, isto é, onde predomina o domínio de conteúdo, da Matemática pura, abstrata, disciplinas essencialmente teóricas. A grande maioria (26) das disciplinas selecionadas está inserida na primeira metade do curso e 11 dentre as 26 estão no primeiro semestre. O que nos fornece indícios de que as disciplinas que contemplam a Álgebra elementar têm a condição de revisadoras de conteúdos da Educação Básica e/ ou como pré-requisito para outras disciplinas da segunda metade do curso. No entanto, quase metade (seis dentre as 14) das IES não apresenta pré-requisitos para as disciplinas. Isso nos impossibilita tirar conclusões (a respeito se são pré-requisitos ou não) em 17 disciplinas dentre as 41, pois pertencem a estas IES. Quanto as 24 restantes, pouco mais de um terço (9) não são pré-requisitos para outras disciplinas; três, por serem optativas, não têm especificados estes critérios, ou seja, em apenas 21 é fornecida esta informação, desse modo, foi possível identificar apenas 12 disciplinas que são pré-requisitos para outras. Chamou-nos atenção o fato de que oito, dentre estas 12, são pré-requisitos para outras disciplinas de dimensão pedagógica, como Estágio Supervisionado, Prática de Ensino e Metodologia do Ensino de

Matemática e apenas quatro são pré-requisitos para Cálculo Diferencial e Integral, Análise Real e Álgebra abstrata.

Em busca de um maior afunilamento, questionamo-nos: Qual(is) conteúdo(s) da Álgebra elementar sobressai(em)-se nestas disciplinas, ou seja, qual(is) conteúdo(s) de Álgebra elementar esta(ão) presente(s) na maioria dos projetos pedagógicos e é (são), portanto considerado(s) indispensável(is) à formação do futuro professor da Educação Básica? Construimos um quadro contendo as 41 disciplinas e elencamos os conteúdos abordados em cada uma. Dessa forma, conseguimos observar que os conteúdos predominantes na maior parte das instituições, isto é, que mais apareceram inseridos nas disciplinas com enfoque em Álgebra elementar foram: funções, conjuntos, números e operações, e, em seguida, trigonometria. Observando também os PCN, notamos que seria complicado o trabalho com a Álgebra elementar como um todo, já que a abrangência de conteúdos neste campo é vasta e trabalhá-la com um enfoque geral tornaria a pesquisa muito complexa para ser desenvolvida em 24 meses. Este mesmo raciocínio estende-se ao trabalho com todos os conteúdos citados acima que sobressaíram na análise, isto é, tornou-se necessário delimitarmos nosso olhar a apenas um conteúdo da Álgebra.

Decidimos voltar o olhar da pesquisa em direção das equações (1º e 2º grau) e expressões algébricas (sistemas de equações lineares, monômios, polinômios). As equações e expressões algébricas são a base para a maioria dos conteúdos matemáticos, como as funções, por exemplo, e são ferramentas riquíssimas na resolução de problemas e generalização de padrões matemáticos. Além disso, após a realização de revisão de literatura, conforme explicitado na introdução deste trabalho, observamos que tanto alunos do ensino básico quanto de cursos de Licenciatura em Matemática encontram dificuldades em lidar com este conteúdo. Assim, mesmo que este conteúdo não tenha sobressaído na análise das ementas dos PP's, optamos por trabalhar com ele. Após esta delimitação do conteúdo matemático, demarcamos também nosso olhar aos anos finais do Ensino Fundamental.

Diante destas escolhas, nossa amostra reduziu-se para três instituições e para quatro disciplinas a serem analisadas, conforme segue no quadro 2 (dois). Esta seleção, como já mencionado, deu-se pela identificação de termos ou palavras ligadas às equações e expressões algébricas (ou pela presença destas próprias palavras, como pode ser observado na quarta coluna do quadro 2 [dois]). Isto não garante que, dentre as 22 instituições iniciais, apenas em três são trabalhados conteúdos relacionados às equações e expressões, pode até mesmo ter em todas, mas apenas estas três explicitam esta informação nas ementas de suas disciplinas e a ausência destes dados impossibilita-nos identificar se tal conteúdo é ministrado ou não na

disciplina. As disciplinas de estágio, por exemplo, apesar de serem voltadas para o preparo do futuro professor, não se incluem nesta amostra, pois não explicitam nas ementas quais conteúdos matemáticos são abordados nas mesmas. Além disso, os conteúdos que os licenciandos desenvolvem nestas disciplinas dependem do planejamento didático do professor da escola básica com o qual desenvolvem o estágio.

Quadro 2 – Disciplinas a serem analisadas

IES	Região	Disciplinas	Conteúdo relativo às equações e expressões algébricas	Semestre
IES 1	Sudeste	Álgebra Elementar	Polinômios. Equações polinomiais.	1º
		Prática de Ensino Fundamental II	Análise de livros didáticos do Ensino Fundamental. Equações. Expressões algébricas. Problemas algébricos.	5º
IES 2	Centro Oeste	Prática de Ensino de Matemática III	Ensino de Álgebra. Análise de livros didáticos.	3º
IES 3	Nordeste	Matemática para o Ensino Fundamental	Equações e inequações de graus um e dois.	2º

Fonte: Elaborado pela autora

A quarta coluna da tabela refere-se aos conteúdos ligados às equações e expressões algébricas identificados na ementa das disciplinas, mas como é possível observar, na disciplina Prática de Ensino de Matemática III da IES 2, não há termos que identifiquem especificamente a realização de trabalho com equações e expressões. O ensino de álgebra e o trabalho com livros didáticos explicitados na ementa da mesma despertou-nos interesse, mas este interesse fortaleceu-se com suas referências bibliográficas voltadas à Educação Matemática, a presença dos Parâmetros Curriculares Nacionais e de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, bem como do livro Ideias da Álgebra que, como apontado nos itens 2.1 e 2.2, foi produzido por pesquisadores norte-americanos, sendo todo voltado à Álgebra do ensino básico, o qual é resultado de um encontro anual do NCTM e que influenciou o currículo da Educação Básica brasileira, como os PCNEF. Além disso, o artigo de Usiskin (1995a), que utilizamos como referencial teórico, está inserido neste livro, o que pode indicar que as ideias deste autor ao ensino da Álgebra (e que como já explicitado, os PCNEF possuem estreitas relações com o mesmo), podem ser desenvolvidas na disciplina.

Conforme apontam Lüdke e Andre (1986), este processo de afunilamento é característico em pesquisas com abordagem qualitativa. O desenvolvimento funil, indicado por eles, foi explicitamente vivenciado neste trabalho, isto é: “no início há questões ou focos de interesse muito amplos, que no final se tornam mais diretos e específicos. O pesquisador vai precisando melhor estes focos à medida que o estudo se desenvolve” (p. 13).

A segunda etapa da AC é a exploração do material, com a definição das Unidades de Análise que serão utilizadas na fase seguinte. As Unidades de Análise (UA) dividem-se em Unidades de Registro e Unidades de Contexto. As Unidades de Registro, segundo Franco (2008), são a menor parte do conteúdo e sua ocorrência é registrada de acordo com as categorias levantadas. Dentre as unidades de registro da AC, utilizaremos apenas *a palavra*, a qual pode ser uma simples palavra, um símbolo ou um termo, e *o tema*, que é considerado como a mais útil unidade de registro, o qual pode ser uma simples sentença (sujeito ou predicado), um conjunto delas ou um parágrafo, um fragmento, uma frase. De acordo com Bardin (2009), ele é uma unidade de significação, que consiste em descobrir os “núcleos de sentido” que compõem a mensagem. Já, as Unidades de Contexto, com base em Franco (2008) e Bardin (2009), são o pano de fundo que imprime significado às Unidades de Análise: “esta pode, por exemplo, ser a frase para a palavra e o parágrafo para o tema” (BARDIN, 2009, p. 133). Elas podem ser uma frase ou parágrafo que ajudam a compreender a significação exata da unidade de registro e fazem-se necessárias para que uma fala não seja retirada de uma totalidade e interpretada de forma equivocada, enfim, por isso, elas são indispensáveis no processo de decodificação das mensagens.

Nesta segunda etapa, examinamos os projetos pedagógicos de forma mais precisa e diretiva, isto é, buscamos analisar os dados dos programas didáticos de cada disciplina com vistas ao nosso objetivo de pesquisa. Assim, a partir deste olhar mais crítico às ementas das disciplinas elencadas no quadro 2 (p. 80), constatamos que apenas a análise dos documentos não seria suficiente para alcançarmos nossa meta. Após esta constatação, procuramos estabelecer contato com os professores que ministraram estas disciplinas no ano de 2011 para a realização de entrevista ou questionário. Desse modo, o critério de escolha dos sujeitos a serem pesquisados deu-se, primeiramente, pelas disciplinas que emergiram da análise dos projetos pedagógicos e, depois, pelo trabalho na disciplina no ano de 2011, ano em que iniciamos o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Seguindo estes critérios, entramos em contato com tais professores e perguntamos se os mesmos disponibilizavam-se a responder o questionário ou participar de uma entrevista via *Skype*. A maior parte deles optou pelo questionário e, então, decidimos aplicar o

questionário³⁶ (Apêndice A, p. 143) a todos, enviando-o via e-mail. O questionário configurou um processo demorado, levando-se quatro meses para concluir esta fase, já que os professores sempre encontram problemas com o tempo, devido as muitas atribuições da profissão. Apenas um professor não retornou o questionário, no entanto, dois professores ministraram a disciplina Matemática para o Ensino Fundamental, pois, na IES 3 (três), há o curso de Licenciatura em Matemática em dois turnos (vespertino e noturno) e esta disciplina é ministrada por professores diferentes em cada turno. Dessa forma, a disciplina permaneceu já que um deles retornou o questionário.

Nesta fase, levantamos unidades de registro (temas e palavras) com base nos programas didáticos de cada disciplina visando à construção das categorias para a análise do questionário aplicado, os quais serão explicitados no próximo capítulo, da análise dos dados.

Após a realização da banca de qualificação, nosso problema de pesquisa tomou o atual formato: Qual o tratamento dado por alguns cursos de licenciatura em Matemática aos conteúdos equações e expressões algébricas diante das indicações propostas pelo PCNEF, visando à futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental? Investigaremos o tratamento dado aos conteúdos equações e expressões na formação inicial do professor de Matemática, por meio da análise do projeto pedagógico e do posicionamento dos professores formadores diante das questões presentes no questionário aplicado, com base nas indicações dos PCNEF para o ensino destes conteúdos nos anos finais do Ensino Fundamental, buscando relações entre ambos.

A terceira e última etapa da AC consiste no tratamento dos resultados e interpretação, na qual se envolve a definição das categorias, interpretação dos resultados obtidos, inferências, validação, enfim, dar significação às características do texto. As categorias e subcategorias elaboradas, bem como o tratamento dos dados e resultados, serão abordados no capítulo das análises, capítulo 4 (quatro).

Sobre as fases da AC, Bardin (2009) pontua que a primeira fase é a *descrição*, a última fase é a *interpretação* e a fase do meio é *inferência*. Logo, esta permite a passagem explícita e controlada da descrição à interpretação. A autora explica que “o analista tira partido do tratamento das mensagens que manipula para *inferir* (deduzir de maneira lógica) conhecimentos sobre o emissor da mensagem [...]” (p. 41). Franco (2008) acrescenta que produzir inferências é “*la raison d’être* [a razão de ser] da análise de conteúdo. É ela que

³⁶ Será detalhado no item 3.3.2

confere a esse procedimento relevância teórica [...] a informação puramente descritiva, sobre conteúdo, é de pequeno valor” (p. 29).

Para a realização da terceira etapa, ou seja, interpretação e significação dos resultados, é necessário que o pesquisador estabeleça as categorias de análise, que dependem das unidades de análises já definidas na segunda etapa. Em conformidade com Bardin (2009, p. 145), a “categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos”. A autora apresenta uma comparação que facilita, consideravelmente (principalmente, aos iniciantes em pesquisa), o entendimento do que seja a categorização. Ela compara-a a uma espécie de gavetas, onde é possível a passagem de dados, inicialmente, “desorganizados” a dados organizados, com uma lógica de classificação:

Imagine-se certo número de caixas, tipo caixas de sapatos, dentro das quais são distribuídos objetos, como por exemplo aqueles, aparentemente heteróclitos [fora do comum], que seriam obtidos se se pedisse às passageiras de uma carruagem de metro que esviassem as malas de mão. A técnica consiste em classificar os diferentes elementos nas diversas gavetas segundo critérios suscetíveis de fazer surgir um sentido capaz de introduzir alguma ordem na confusão inicial (BARDIN, 2009, p. 39).

Bardin observa que as categorias reúnem grupos de elementos com características comuns – que, segundo ela, na AC, se refere às unidades de registro – sob um título genérico. A autora explica que o critério de categorização pode ser semântico (categorias temáticas, junção dos temas comuns), sintático (por verbos e adjetivos), léxico (classificação de palavras sinônimas) e expressivo (classificação de diversas manifestações sobre determinado assunto). Segundo a mesma, entre as diferentes possibilidades de categorização, “a investigação dos temas, ou *análise temática*, é rápida e eficaz na condição de se aplicar a discursos diretos e simples” (BARDIN, 2009, p. 199, itálico no original). Por isso, optamos por utilizar categorias e subcategorias (divisão de uma categoria) temáticas, ou seja, constituídas essencialmente a partir dos temas levantados da análise dos PP’s.

Para Franco, o momento da criação de categorias é o ponto crucial da AC. Sobre este aspecto, Holsti (apud FRANCO, 2008, p. 59) é enfático quando afirma que “a análise de conteúdo *stands or falls* [permanece ou desaparece] por suas categorias”, logo, estas devem ser produzidas com todo o rigor e precisão possível. No entanto, produzi-las é um desafio ao pesquisador já que este processo é comumente longo, difícil e desafiante, mesmo estando o problema de pesquisa bem definido, e implica constantes idas e vindas da teoria ao material de análise e vice versa (FRANCO, 2008).

Para a construção das categorias, Franco explicita dois caminhos que podem ser seguidos: criação *a priori* e *a posteriori*. No primeiro caso, segundo a autora, as categorias “são pré-determinadas em função da busca a uma resposta específica do investigador” (p. 60) e, no segundo caso, as categorias “emergem da ‘fala’, do discurso, do conteúdo das respostas” (p. 61, aspas no original) dos entrevistados. Neste caso, classificam-se convergências e divergências em algumas respostas, iniciando, assim, o processo de criação de códigos e expande-se este sistema de códigos ou categorias para a fala dos demais respondentes (FRANCO, 2008). Ambos os caminhos têm suas implicações. Quando as categorias são criadas *a priori*, “o pesquisador, muitas vezes, se vê induzido a imprimir ‘uma camisa de força’ na fala dos respondentes, procurando indícios daqui e dali para classificar as respostas em seu sistema categórico” (FRANCO, 2008, p. 62, aspas no original).

O segundo caso, categorias criadas *a posteriori*, exige uma maior bagagem teórica do pesquisador por se tratar de um sistema aberto. Mas a autora expõe uma vantagem do trabalho com um sistema de categorias *não apriorístico*, o qual é a possibilidade do surgimento de grande quantidade de dados novos e diversificados que emergem da fala dos entrevistados, tornando a análise mais rica (FRANCO, 2008). Tendo em vista estas informações, optamos por criar as categorias *a posteriori*, ou seja, todas as nossas categorias foram criadas *a posteriori*.

Para a construção das mesmas, seguimos os princípios da AC, isto é: a exclusão mútua (cada elemento não pode existir em mais de uma divisão), a homogeneidade (cada categoria só deve ter uma dimensão de análise), pertinência (adaptadas ao conteúdo e objetivo), a objetividade e fidelidade (diferentes partes de um mesmo material ao qual se aplica o mesmo conjunto de categorias, devem ser codificadas da mesma maneira), e a produtividade (fornecer resultados úteis em inferências, hipóteses e dados exatos).

Neste texto, buscamos unir as principais ideias da AC com o processo de desenvolvimento do nosso trabalho. No entanto, estas ideias apresentadas referentes a esta metodologia de pesquisa formam apenas o eixo principal da AC, ou seja, as demais informações ou procedimentos, que não seriam utilizados aqui, não foram expostos.

Como discorrido ao longo do texto, o *corpus* de análise está composto por quatro disciplinas, referentes às três IES expostas no quadro 2 (dois). Sobre as mesmas, dispomos as informações presentes em seus programas de ensino nos PP’s, que compõem a parte documental da pesquisa, e as respostas fornecidas no questionário pelos professores das mesmas no ano de 2011. Estes instrumentos de coleta de dados serão objeto de considerações a seguir.

3. 3 – Os Instrumentos da Coleta de Dados

Como já mencionado, inicialmente, o material de análise desta pesquisa era constituído apenas pelos PP's dos cursos, isto é, seria estritamente documental. Após análise dos mesmos, devido às informações disponíveis serem insuficientes para atingirem nosso objetivo de pesquisa, eles foram complementados com a aplicação dos questionários aos professores que ministraram, no ano de 2011, as disciplinas selecionadas por meio da observação das ementas e referências bibliográficas, pois, para investigar o tratamento dado aos conteúdos equações e expressões algébricas no processo de formação dos licenciandos com base nas sinalizações dos Parâmetros para o ensino destes conteúdos no Ensino Fundamental, apenas conhecer os tópicos que são trabalhados nos cursos referentes a estes conteúdos, conforme consta nos programas de ensino das disciplinas, é insuficiente. Assim, esta pesquisa transcende a análise dos PP's, os quais constituem a parte da análise documental da pesquisa. A seguir, explicitamos alguns conceitos desta metodologia. E, na sequência, é apresentado o questionário aplicado aos professores com a explicitação dos objetivos de cada questão constante no mesmo.

3. 3. 1 – A análise documental

A análise documental caracteriza-se como uma técnica de abordagem de dados qualitativos, que, segundo Ludke e Andre (1986), baseados em Caulley (1981), “busca identificar informações factuais [baseado em fatos] nos documentos a partir de questões ou hipóteses de interesse” (LUDKE; ANDRE, 1986, p. 38).

De acordo com Phillips (*apud* LUDKE; ANDRE, 1986, p. 38), são considerados documentos, “quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano”, já, para Cellard (2008, p. 296), não é tarefa fácil definir documento: “definir o documento representa em si um desafio”. Mas, semelhantemente a Phillips, para este autor, o documento “consiste em todo texto escrito, manuscrito ou impresso, registrado em papel”. Neste caso, os documentos de análise são compostos pelos projetos pedagógicos de três cursos de Licenciatura em Matemática.

A análise de documentos é usada em muitas investigações educacionais e pode ser utilizada segundo duas perspectivas: para complementar a informação obtida por outros métodos, sendo os documentos meios para enriquecer ou acrescentar ideias com o intuito de

fortalecer o conjunto de dados para maior apreensão do objeto em estudo e/ou ser o método de pesquisa central, até mesmo exclusivo, de uma pesquisa. Neste caso, os documentos são o alvo de estudo por si próprios (CALLADO; FERREIRA, 2005).

Para a análise dos projetos pedagógicos, e também dos questionários, utilizamos alguns elementos da Análise de Conteúdo de Bardin (2009) e Franco (2008), conforme explicitado no tópico anterior, 3.2. Sobre a utilização de uma metodologia para a análise de documentos Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009, p. 4) assinalam que “a pesquisa documental é um procedimento que se utiliza de métodos e técnicas para a apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos”, ou seja, é recomendado que se disponha de métodos e técnicas para a análise de documentos e, no caso da análise de documental, vários estudos (LÜDKE; ANDRE 1986, CALLADO; FERREIRA 2005, SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI 2009) apontam a Análise de Conteúdo como uma possível abordagem metodológica.

Cellard (2008, p. 298) afirma que “uma pessoa que deseja empreender uma pesquisa documental deve, com o objetivo de constituir um *corpus* satisfatório, esgotar todas as pistas capazes de lhe fornecer informações interessantes”, o pesquisador deve ser incansável. Além disso, há alguns cuidados que precisam ser observados no momento da análise dos documentos em relação aos dados ou ideias presentes nos mesmos, isto é, o pesquisador deve

compreender adequadamente o sentido da mensagem e contentar-se com o que tiver na mão: eventuais fragmentos, passagens difíceis de interpretar e repletas de termos e conceitos que lhes são estranhos e foram redigidos por um desconhecido. É impossível transformar um documento; é preciso aceitá-lo tal como ele se apresenta, às vezes, tão incompleto, parcial ou impreciso. No entanto, torna-se, essencial saber compor com algumas fontes documentais, mesmo as mais pobres, pois elas são geralmente as únicas fontes que podem nos esclarecer sobre uma determinada situação. Desta forma, é fundamental usar de cautela e avaliar adequadamente, com um olhar crítico, a documentação que se pretende fazer análise (SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI, 2009, p. 8).

Em outras palavras, os documentos podem não conter toda a informação necessária de modo detalhado, sendo esta uma das limitações do trabalho com este tipo de material, por isso, cabe ao pesquisador buscar meios para dispor dos dados indispensáveis à sua análise, para que, assim, possa conseguir atingir seu objetivo. Isso reflete o ocorrido neste trabalho, já que apenas os dados presentes nos PP's eram insuficientes para que, apenas com eles, alcançássemos nosso objetivo, tornando necessária a aplicação do questionário.

Lüdke e Andre (1986), com base em Guba e Lincoln (1891,) apresentam também algumas críticas frequentemente feitas ao uso de documentos. A primeira é que os documentos são amostras não representativas dos fenômenos estudados. Mas as próprias autoras esclarecem que isso é especialmente verdade quando, por exemplo, se pretende estudar o que ocorre no dia a dia de uma escola, já que quando existe algum material escrito ele é superficial e não reflete a realidade, ou seja, representa pouco do que ocorre no seu cotidiano. Além desta, seguem outras críticas ao uso de documentos como

A sua falta de objetividade e sua validade questionável. Essas objeções são geralmente levantadas por todos aqueles que defendem uma perspectiva “objetivista” e que não admitem a influência da subjetividade no conhecimento científico. Quanto ao problema da validade, ele não se restringe apenas aos documentos, mas aos dados qualitativos em geral [...]. Finalmente, a utilização de documentos é também criticada por representar escolhas arbitrárias, por parte de seus autores, de aspectos a serem enfatizados e temáticas a serem focalizadas. Esse ponto, porém, pode ser contestado lembrando-se do próprio propósito da análise documental de fazer inferência sobre os valores, os sentimentos, as intenções e a ideologia das fontes ou dos autores dos documentos. Essas escolhas arbitrárias dos autores devem ser consideradas, pois, como um dado a mais na análise (LÜDKE; ANDRE, 1986, p. 40).

Notemos que, a cada crítica, o próprio autor tece argumentos favoráveis. Percebemos também que o intuito da análise documental é a inferência, assim como na Análise de Conteúdo. Ainda, segundo estas autoras, os documentos constituem uma fonte poderosa da qual podem ser retiradas evidências que fundamentem afirmações do pesquisador. Esta ideia aplica-se aos momentos que utilizamos documentos como os PCNEF e as Diretrizes Curriculares dos Cursos de Licenciatura nas análises dos PP's e dos questionários.

Na busca pelo nosso objetivo de pesquisa, a análise documental, isto é, dos projetos pedagógicos, fomos direcionados para o atual *corpus* dos dados, haja vista que partimos de 22 projetos pedagógicos correspondentes a 22 IES, e, por fim, após análise dos mesmos, nossa amostra reduziu-se para três IES, quatro disciplinas e quatro professores pesquisados. Além da delimitação da amostra, a análise documental forneceu-nos alguns direcionamentos em relação ao teor da disciplina e encaminhamento dos conteúdos em questão, que se confirmaram ou se desfizeram com a análise dos questionários, conforme será explanado no capítulo 4. No texto a seguir, apresentamos o questionário aplicado aos quatro professores formadores.

3.3.2 – Questionário

A aplicação do questionário visou a complementar, ampliar e afirmar ou infirmar as informações encontradas nas ementas das disciplinas selecionadas após a análise dos PP's, bem como o teor das mesmas. O questionário é composto por oito perguntas, as quais foram elaboradas tendo em vista nossos objetivos de pesquisa e nossos referenciais teóricos relacionados ao ensino da Álgebra no Ensino Fundamental [(USISKIN (1995a) e os PCNEF (1998a, 1998b)]. O questionário foi aplicado com quatro professores formadores, pertencentes a três instituições de ensino superior, sendo dois professores da IES 1, um da IES 2 e outro da IES 3. Como já citado, estes professores foram selecionados por terem ministrado as disciplinas que emergiram da análise dos projetos pedagógicas das instituições onde atuam no ano de 2011.

A seguir, listamos as perguntas que constituíram o questionário, bem como o objetivo referente a cada uma delas:

1 – Em relação aos conteúdos que envolvem equações e expressões algébricas, quais tipos de atividades são desenvolvidas com os alunos desta disciplina? Exemplifique.

O objetivo desta questão é buscar conhecer algumas atividades ou exercícios que são propostas aos alunos para resolverem, e além de descrever o tipo de atividade, temos a intenção de que os professores citem, pelo menos, um exemplo que foi trabalhado em sala com os licenciandos, para que possamos analisá-la.

2 – Quais são as estratégias de ensino utilizadas com seus alunos, futuros professores de Matemática, em relação a equações e expressões algébricas? Cite algumas.

Nesta questão, almejamos conhecer algumas estratégias de ensino que foram desenvolvidas com os licenciandos em algumas atividades. Diferentemente da questão anterior, que apenas objetiva conhecer algumas atividades propostas aos alunos, aqui, queremos visualizar como o professor formador prepara os professores em formação para a sua futura prática, ou seja, se o mesmo direciona-os para como ensinar tais atividades aos alunos do ensino básico. Aqui, buscamos observar alguns elementos didático-pedagógicos do conteúdo.

3 – De que forma as propostas dos PCN para o ensino de equações e expressões algébricas têm auxiliado o seu trabalho em sala de aula?

Aqui, objetivamos analisar se as recomendações dos PCN, em relação ao ensino de Álgebra (particularmente, em relação às equações e expressões), são consideradas na prática do professor formador, tendo em vista a futura prática dos professores em formação.

4 – De acordo com os PCN, “existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções de álgebra” (PCN, 1998, p. 116). As concepções de álgebra presentes nos PCN (1998) (aritmética generalizada, funcional, equações e estrutural) são trabalhadas com os professores em formação nesta disciplina? De que forma?

Esta questão é mais direta em relação ao nosso referencial teórico e é mais pontual que a anterior, que é mais geral em relação ao uso dos PCN. Diante desta indagação, desejamos que o professor formador descreva se, e como, tais concepções da Álgebra foram trabalhadas com os licenciandos, podendo usar, para isso, exemplos de atividades que foram desenvolvidas nas quais seja possível a visualização das diferentes concepções da Álgebra ou apenas descrever, explicitando tal trabalho.

5 – É sabido que os alunos do ensino básico possuem muitas dificuldades e deficiências em álgebra, dentre os possíveis motivos está o estudo da Álgebra, particularmente das equações e expressões algébricas, de uma forma meramente mecânica com manipulações de regras e macetes. Por exemplo, de acordo com os PCN (1998), muitos alunos concluem o ensino fundamental pensando que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar ou encobrir um valor desconhecido, ou seja, que a letra é sempre uma incógnita. De que forma as várias funções do uso da letra são trabalhadas com seus alunos, que serão futuros professores de Matemática?

Em complementação à questão anterior, porém, aqui, sendo mais pontual em relação ao uso das letras numa sentença algébrica, tendo em vista o futuro trabalho com os alunos da Educação Básica, buscamos conhecer como as várias funções da letra presente nas quatro concepções de Álgebra dos PCNEF [e de Usiskin (1995a)] são trabalhadas com os professores em formação. Consideramos este preparo indispensável já que, como explicitado no enunciado da questão, os alunos do ensino básico possuem diversas dificuldades e deficiências quanto à diferenciação dos significados das letras em atividades de Álgebra, dessa forma, faz-se necessário que o professor tenha este conhecimento para trabalhá-lo com seus futuros alunos.

6 – Você considera que a formação oferecida aos licenciandos nesta disciplina, no que diz respeito a equações e expressões algébricas, oferece subsídios suficientes para que estes futuros professores de Matemática ensinem este conteúdo a seus alunos de forma não mecânica? Justifique? Quais conhecimentos você considera indispensáveis na abordagem deste conteúdo?

Nesta, desejamos conhecer a visão do professor formador em relação a sua própria prática, levando-o a refletir e explicitar sua visão sobre a mesma, no que se refere ao nosso objeto de estudo. Dessa forma, analisaremos se o ponto de vista do mesmo condiz com sua prática, mediante as respostas que forneceu anteriormente, além de evidenciar se o mesmo considera sua forma de trabalho “adequada”. Além disso, objetivamos que o professor formador explicita o que ele considera como essencial para o trabalho destes conteúdos em sala de aula.

7 – Você trabalha com análise de algum livro didático com os licenciandos na disciplina?³⁷

Se não, por quê?

Se sim, por favor, responda:

- a) Quais livros são utilizados?
- b) Quais as orientações dadas aos alunos para a análise dos livros?
- c) Há algum desses livros que, a seu ver, apresenta alguma especificidade em relação ao ensino de equações e expressões algébricas? Quais?
- d) Os livros didáticos utilizados trazem indícios que as propostas dos PCN em relação ao ensino de equações e expressões algébricas foram contempladas na sua elaboração?

Com esta questão, buscamos analisar se os licenciandos são preparados para o trabalho com o livro didático, visto que este material faz-se presente na atuação profissional dos professores da Educação Básica, ou seja, preparar os futuros professores para lidar com este recurso didático e desenvolvê-los para que tenham um posicionamento crítico sobre o mesmo é fundamental, pois, com base em Varizo (1999), Biehl e Bayer (2009, p. 1), indicam que “o livro didático exerce grande influência sobre o processo de ensino e aprendizagem, na medida em que a partir dele o professor seleciona os conteúdos que serão ministrados e a maneira como serão abordados esses conteúdos”, além disso, apontam que, muitas vezes, este é o único suporte que os professores têm para preparar suas aulas. Em relação ao ensino das equações e expressões, procuramos identificar se são observadas pelo professor formador as recomendações dos PCN nos livros didáticos, desenvolvendo este olhar nos professores em formação. Ou seja, buscamos observar também se os licenciandos são levados a perceber a inserção ou ausência das várias funções da letra inseridas nas concepções de Álgebra dos

³⁷ O enunciado desta questão foi mais direto aos professores de disciplinas que já apresentavam nas ementas a realização deste trabalho, da seguinte forma: Na ementa da disciplina consta “Análise de livros didáticos:” e então seguiu as (mesmas) perguntas a, b, c e d. Aos que não foi possível identificar tal trabalho nas ementas das disciplinas, colocamos o condicional na pergunta, como está exposto na questão 7 (sete).

PCNEF no livro didático para que possam posicionar-se a respeito, quando ocorrer a utilização do livro em sua prática.

8 – Há outras informações que queira acrescentar?

Esta pergunta tem a intenção de fornecer um espaço livre para que o professor pesquisado acrescente alguma ideia que talvez tenha faltado nas questões ou algum tipo de esclarecimento ou mesmo alguma observação que desejar fazer, enfim é um espaço aberto para que o professor pontue aquilo que lhe parecer conveniente.

De maneira geral, este capítulo demonstra como ocorreu nosso caminhar durante todo processo de desenvolvimento da pesquisa, com todas as suas particularidades e escolhas metodológicas. Junto com o desenvolvimento e amadurecimento do trabalho, houve também o da pesquisadora, até então principiante. Este caminho demonstra o processo de aprendizagem do que é e de como fazer pesquisa. Os aportes metodológicos expostos neste capítulo foram essenciais para nosso problema de pesquisa, uma vez que tais escolhas é que moldam e direcionam qual olhar será dado ao objeto. Este olhar é realizado no próximo capítulo, o da análise dos dados.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DOS DADOS

“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante dos meus olhos”

Isaac Newton

Este capítulo é composto pelas análises dos dados da pesquisa. Iniciamos com as análises dos programas de ensino das disciplinas selecionadas a partir dos projetos pedagógicos dos cursos, seguimos com a análise do questionário aplicado aos professores formadores que ministraram, no ano de 2011, as disciplinas selecionadas a partir da análise destes projetos pedagógicos. Ao final, tecemos algumas relações entre estas análises, levando também em consideração as orientações didáticas e pedagógicas dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental quanto ao ensino da Álgebra escolar. Neste capítulo, procuramos sistematizar ideias desencadeadas ao longo do trabalho em relação à formação do futuro professor quanto ao objeto matemático em estudo, equações e expressões, atentando-se para o problema de pesquisa.

4.1 – Os Projetos Pedagógicos: as Primeiras Impressões sobre o Objeto

Como exposto em nosso percurso metodológico, após um processo de delimitação da pesquisa e análise dos projetos pedagógicos, selecionamos três instituições de ensino e quatro disciplinas pertencentes aos cursos dessas instituições, como segue no quadro 3:

Quadro 3 – Conjunto das disciplinas

IES	Disciplinas	Semestre	Carga horária
IES 1	Álgebra Elementar	1º	60h
	Prática de Ensino Fundamental II	5º	30 h
IES 2	Prática de Ensino de Matemática III	3º	68 h
IES 3	Matemática para o Ensino Fundamental	2º	90 h

Fonte: Elaborado pela autora

A carga horária dos cursos de formação de professores para a Educação Básica é 2800 horas, sendo destinadas 1800 horas para os conteúdos curriculares de natureza científico-cultural, conforme estabelece o Parecer do CNE/CP 2, de 2002. Assim sendo, a carga horária destinada à formação do futuro do professor em relação à Álgebra escolar, mais especificamente, às equações e expressões algébricas visando a sua atuação no Ensino Fundamental é relativamente pequena, pois, estes conteúdos fazem parte das disciplinas juntamente com vários outros conteúdos, ou seja, não são únicos nas mesmas. Dessa forma, uma carga horária de 30h, 60h ou 90h é expressivamente pequena, sendo possível, talvez, desenvolver apenas uma ideia, entre os licenciandos, quanto às possibilidades de trabalhar com estes temas no ensino.

Em nosso olhar sobre os programas de ensino das disciplinas, obtemos as primeiras informações sobre o teor pedagógico das mesmas. Este olhar possui um caráter mais descritivo e que nos direcionou à análise dos questionários, ou seja, por meio deste formulamos/levantamos hipóteses que serão verificadas na análise dos questionários. Sob a ótica da Análise de Conteúdo, podemos caracterizar esta fase como de exploração do material, na qual definimos Unidades de Análise para a construção das categorias na fase seguinte. Em cada disciplina, buscamos definir unidades de registro, isto é, o tema (simples sentença – sujeito ou predicado – um conjunto delas, um parágrafo, um fragmento, uma frase) e a palavra, que, posteriormente, nos auxiliarão na elaboração e formação das categorias temáticas de análise, ou seja, constituídas por temas.

Desse modo, passamos a apresentar os achados nos projetos pedagógicos das instituições selecionadas:

IES 1 – Álgebra Elementar: Esta disciplina originou-se da disciplina Fundamentos de Matemática Elementar que foi desmembrada para: Fundamentos de Geometria Elementar e Álgebra Elementar. A mesma é mencionada no PP (projeto pedagógico) como sendo uma ponte entre a Matemática do Ensino Fundamental e Médio e a do nível Superior. No entanto, por meio do recorte seguinte presente no PP da IES 1, quando da disciplina originária, Fundamentos de Matemática Elementar, encontram-se indícios contrários a tal afirmação de fio condutor entre ensino básico e ensino superior:

“Fundamentos de Matemática Elementar” irá retomar os conteúdos básicos da Álgebra e Geometria Elementar com o objetivo de fundamentação dos conceitos e exploração das idéias algébricas e geométricas, **visando a sequência de**

disciplinas que versam sobre Matemática Superior” (PP da IES 1, 2002, p. 8, grifo nosso).

Na frase em destaque, é possível perceber que, aparentemente, há uma preocupação com a Matemática do Ensino Superior e não com a do ensino básico ou uma preparação para seu ensino. A palavra *retomar* pode significar revisão de conteúdos, neste caso, da *Álgebra Elementar*, conforme sugere o nome da disciplina. Assim, conjecturamos que, nesta disciplina, sejam retomados *os conteúdos básicos da Álgebra* com o intuito de preparar o licenciando para disciplinas mais abstratas da Álgebra, ou seja, aquelas pertencentes à Matemática *superior* ou acadêmica. Esta hipótese será examinada durante as análises dos questionários. A saber, elencamos como temas para as categorias de análise os fragmentos *retomar os conteúdos básicos da Álgebra e Matemática Superior*.

Durante as primeiras sondagens, havíamos também selecionado a disciplina Matemática e Escola II desta IES, que conforme explicitado no seu projeto pedagógico é uma disciplina que tem por meta levar o licenciando a estabelecer um contato próximo com o “mundo” escolar do Ensino Fundamental: “No segundo semestre, o aluno já entra em contato direto com a realidade escolar, através da disciplina intitulada ‘Matemática e Escola II’, que aborda as quatro últimas séries do Ensino Fundamental” (PP da IES 1, 2002, p. 9). No entanto, após o recebimento de um material fornecido pela instituição com um histórico das disciplinas ofertadas/ministradas no curso, bem como visita ao *site* do Curso, constatamos que, atualmente, a mesma não é mais ministrada, pois, o PP fornecido por esta instituição para a pesquisa data do ano 2002.

Quanto ao encaminhamento dos conteúdos, não temos dados suficientes que possibilitem tecer inferências a respeito, uma vez que o programa de ensino da disciplina (Anexo A, p. 137) apenas lista os conteúdos. Em relação aos polinômios, é elencado o desenvolvimento das operações, e quanto às equações polinomiais é explicitado o Teorema Fundamental da Álgebra, a decomposição em fatores irredutíveis e a multiplicidade de raízes.

O PP desta IES relata que “ainda no segundo ano, o aluno cursa ‘Matemática e Escola III’, possibilitando o contato com o Ensino Médio. No quarto semestre, o aluno estuda Filosofia da Educação e começa sua Prática de Ensino Fundamental” (PP da IES 1, 2002, p. 9). E então, no 5º semestre, o trabalho com Prática de Ensino Fundamental prossegue, sendo ministrada a disciplina Prática de Ensino Fundamental II, que constitui outra disciplina selecionada nesta instituição.

IES 1 – Prática de Ensino Fundamental II: No programa de ensino desta disciplina (Anexo B, p. 138), há vários tópicos que vêm ao encontro de nosso objeto de pesquisa, como segue:

Retomada do conteúdo de Álgebra do Ensino Fundamental, do ponto de vista da Didática; Análise de livros didáticos de Ensino Fundamental; Estratégias e atividades de ensino destacando os temas: [...] Expressões Aritméticas; [...]; Álgebra Geométrica; Funções; Equações; Expressões Algébricas; Problemas Algébricos (PP da IES 1, 2002, p. 42).

Estas informações formam o conjunto de todos os dados que possuíamos sobre os conteúdos que são ministrados na disciplina. Também não são explicitadas referências o que nos impossibilita inferir acerca dos livros que são utilizados. Apenas poderíamos inferir a respeito dos conteúdos ministrados na mesma. Dessa forma, percebemos que a mesma contempla as equações e expressões algébricas, o que é explicitado por meio de frases e palavras no recorte. Assim, o trabalho com a retomada da Álgebra do Ensino Fundamental *do ponto de vista da Didática, estratégias e atividades de ensino* com alguns conteúdos da Álgebra escolar e *problemas algébricos*, evidencia, a princípio, uma preocupação com o preparo dos licenciandos para o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental, bem como o trabalho de *Análise de livros didáticos de Ensino Fundamental* pode ser um indicativo de preparo do professor em formação para lidar com materiais didáticos da sua futura vida docente. Todavia, esta disciplina possui apenas 30h/a de carga horária, o que limita bastante o trabalho do professor formador, já que este tempo é reduzido.

Todavia, apenas estas informações da ementa não nos permitem realizar muitas inferências, mas apenas o levantamento das hipóteses citadas no parágrafo anterior. Identificamos os assuntos que são abordados na disciplina, mas não é possível perceber como são abordados e o que é privilegiado no trabalho com estes tópicos em sala de aula, pois a ementa é bem resumida. Assim, selecionamos como temas para posterior análise: *Retomada do conteúdo de Álgebra do Ensino Fundamental, do ponto de vista da Didática; Análise de livros didáticos de Ensino Fundamental; Estratégias e atividades de ensino; Equações; Expressões Algébricas; Problemas Algébricos.*

IES 2 - Prática de Ensino de Matemática III: Esta disciplina integra o bloco da formação didático-pedagógica do curso. O PP desta IES, quanto à ementa da disciplina, traz apenas os tópicos “Ensino de Combinatória e Álgebra. Análise de Livros Didáticos”, destes apenas o Ensino de Combinatória não é nosso foco de análise. Apesar da ementa (Anexo C, p. 139) ser bem resumida, a bibliografia na qual a disciplina se baseia despertou atenção:

Bibliografia Básica:

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3º. e 4º. ciclos do Ensino Fundamental)*. Brasília, MEC/SEF, 1998.

BIGODE, A. J. L. *Matemática Hoje é Feita Assim. 7ª e 8ª. séries*. São Paulo: Editora FTD, 2000.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. *Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais*. Publicação da EAD – Editora UFMS, Campo Grande – MS.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA. Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (PP da IES 2, s/d, p. 33)

Além da utilização dos PCNEF (o que pode caracterizar um indício de que suas recomendações são levadas em consideração em aula com os licenciandos), do livro didático do Ensino Fundamental, há também uma atenção com o campo da Educação Matemática. Na bibliografia complementar, consta ainda o livro *As ideias da Álgebra* de Coxford e Shulte (1994) que possui diversas sugestões ao ensino da Álgebra escolar, bem como a apresentação de várias experiências e estudos realizados neste campo que, se explorados forem, poderão contribuir de forma expressa com a formação destes futuros professores de Matemática em Álgebra escolar. Tais dados configuram indícios de que pode haver uma preocupação da disciplina não apenas com a parte conteudista, isto é, do domínio de conteúdos na formação dos professores, mas também com a didática ou os aspectos pedagógicos dos mesmos, assim como com os materiais de ensino que farão parte da futura vida profissional dos licenciandos. Entretanto, assim como no caso das demais disciplinas, é preciso conhecer como se dá este trabalho pelo professor formador.

Nesta disciplina, elencamos os seguintes temas para a elaboração das categorias: *Ensino de Álgebra; análise de livro didático; Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental*.

IES 3 – Matemática para o Ensino Fundamental: No PP desta IES, são disponibilizadas mais informações acerca das disciplinas em relação à IES anterior, como identificação, objetivo, ementa, programa e bibliografia da disciplina.

Assim, no programa de ensino (Anexo D, p. 140), é explicitado que o objetivo da disciplina é desenvolver no licenciando a compreensão e a capacidade de trabalhar no Ensino Fundamental os conteúdos que são abordados na mesma: “Ao final do curso, o aluno (futuro docente) deverá ser capaz de compreender e trabalhar os conteúdos inseridos no currículo do ensino fundamental” (PP da IES 3, 2008, p. 41).

Na ementa, constam os tópicos: “Números Naturais. Números inteiros. Divisibilidade. Sistemas de numeração. Os números racionais. Números reais. Equações e inequações de graus um e dois. Aplicações” (PP da IES 3, 2008, p. 41). Destacamos o interesse em investigar as equações de graus um e dois e as aplicações. No entanto, apesar deste PP conter mais informações a respeito das disciplinas, podemos observar pelo programa de ensino, que tais informações também são insuficientes para a realização de um estudo ou análise do tema de interesse desta pesquisa, já que o que dispomos são também tópicos dos assuntos abordados na mesma, tendo apenas a informação documental de que os conteúdos, equações e expressões algébricas, são abordados, assim como nos casos das disciplinas anteriores. Ou seja, novamente, não é possível concluir acerca dos elementos pedagógicos relacionados aos conteúdos ministrados.

Os livros listados nas referências podem configurar indícios de que não há elementos didáticos para a Matemática do Ensino Fundamental, conforme sugere o título da disciplina: Fundamentos de Aritmética (Hygino Domingues); Curso de Álgebra (Abramo Hefez); A Matemática do Ensino Médio (Elon L. Lima, v. 1); Números: racionais e irracionais (Ivan Niven); Principles of Mathematical Analysis (Walter Rudin) e Introdução à Teoria dos Números (Said Sidki). Pelo conhecimento de alguns destes livros, sabemos que eles não possuem subsídios para uma formação que visa à futura prática docente do professor de Ensino Fundamental, mas sim apenas ao domínio do conteúdo matemático acadêmico e não escolar. No entanto, não é possível concluir a este respeito apenas pela referência bibliográfica.

A conjectura levantada a partir das referências, isto é, de domínio de conteúdo matemático acadêmico, parece contradizer o objetivo da disciplina, que aponta o intuito de desenvolver no licenciado a capacidade de *compreender e trabalhar os conteúdos inseridos no currículo do Ensino Fundamental*. O termo *compreender* entendemos como sinônimo de saber, entender. Neste contexto, isto é, acompanhado do termo *trabalhar* conteúdos do Ensino Fundamental, entendemos que é desejado que o licenciando adquira a capacidade de ensinar, (ad) ministrar, desenvolver os conteúdos. No entanto, como mencionado, no que diz respeito à bibliografia, não se encontram referências que ofereçam suporte para o desenvolvimento e trabalho, no Ensino Fundamental, dos conteúdos listados na ementa da disciplina.

Os temas levantados a partir do programa didático desta disciplina são: *Equação e inequação de grau um e dois; aplicações; Matemática para o ensino fundamental; currículo do ensino fundamental; Matemática acadêmica*.

Em suma, inicialmente, dispúnhamos de 22 PP's e identificamos, em apenas três deles, disciplinas que contemplavam as equações e expressões com elementos didáticos voltados à docência no Ensino Fundamental. As ementas destas disciplinas são consideravelmente resumidas, o que nos propiciou apenas levantar hipóteses sobre os temas abordados nas mesmas. Isso nos levou a buscar outro meio para que estas informações fossem complementadas, o que se concretizou na aplicação do questionário aos professores que ministraram estas disciplinas no ano de 2011. Este instrumento de coleta de dados foi necessário devido ao fato de apenas estes dados presentes nos PP's não terem possibilitado atingir o objetivo desta pesquisa, a saber: *Investigar o tratamento dado aos conteúdos equações e expressões algébricas na licenciatura em Matemática e sua relação com as indicações dos PCNEF, visando à futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.*

Notamos que apesar do Parecer do Conselho Nacional de Educação CES 1302 de 2001 indicar que a parte comum de todos os cursos de Licenciatura em Matemática deve incluir “conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise” (BRASIL, 2002b, p. 6), no campo da Álgebra, percebemos que praticamente todos os cursos analisados oferecem Álgebra escolar, que seria, então, a Álgebra presente na Educação Básica. Porém, para ilustração, consideramos propício, a cargo de reflexão, expor a ementa de, pelo menos, uma disciplina intitulada “Álgebra elementar” presente em um dos projetos pedagógicos da amostra inicial:

1. Noções de Lógica

- Lógica Proposicional. Conectivos lógicos: conjunção, disjunção, condicional, bicondicional. Negação;
- Tabela Verdade. Tautologia e Contradição.
- Relações de Implicação e Equivalência.
- Propriedades dos conectivos lógicos. Analogia com Teoria dos Conjuntos.
- Lógica de Predicados: sentenças abertas, domínio de interpretação e conjunto verdade.
- Quantificadores existencial e universal.
- Comutatividade dos quantificadores. Negação de sentenças quantificadas.

2. Teoremas: métodos de demonstração.

- Contraexemplo. Demonstração Direta. Exaustão.
- Contraposição. Demonstração por Absurdo.

Quanto às equações e expressões algébricas, não conseguimos extrair tantas informações dos PP's quanto desejávamos. Há aparentes indícios de que as IES 1 e 2 (com base na análise do projeto pedagógico destas IES) oferecem mais elementos didáticos voltados à futura prática dos professores em formação no que se refere a estes conteúdos do

que a IES 3, que, por meio da disciplina analisada, deixa impressão de domínio de conteúdo, com a ausência de elementos didáticos. Contudo, faz-se necessário um conjunto maior de dados para a realização destas e outras inferências. Assim, segue a análise dos questionários.

4.2 – Análise dos Questionários

Quatro professores responderam ao questionário de pesquisa, respectivamente, um por disciplina. Neste trabalho, eles serão identificados como P1, P2, P3 e P4. No quadro 4 a seguir, são descritas as principais informações sobre cada um e as respectivas disciplinas que ministraram no ano de 2011 nas instituições selecionadas:

Quadro 4 – Descrição dos professores por disciplina e IES

IES	Profs.	Formação	Disciplinas	Semestre
IES 1	P1	Graduação em Matemática. Especialização em Psicopedagogia. Mestrado e Doutorado em Educação Matemática.	Prática de Ensino Fundamental II	5°
	P4	Graduação em Licenciatura Matemática e bacharelado em Matemática. Mestrado e Doutorado em Matemática.	Álgebra Elementar	1°
IES 2	P3	Graduação em Licenciatura em Matemática. Mestrado e Doutorado em Educação Matemática.	Prática de Ensino de Matemática III	3°
IES 3	P2	Licenciatura em Matemática. Mestrado e Doutorado em Matemática.	Matemática para o Ensino Fundamental	2°

Fonte: Elaborado pela autora

Haja vista nosso objetivo de pesquisa: *Investigar o tratamento dado aos conteúdos matemáticos equações e expressões algébricas na licenciatura e sua relação com as indicações dos PCNEF, visando à futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental*, após leituras e releituras das respostas ao questionário e dos temas levantados a partir da exploração dos projetos pedagógicos, elaboramos duas categorias para a análise dos questionários, conforme segue:

1. Álgebra Escolar
2. Visão de Matemática dos Professores Formadores

A partir dos programas de ensino das disciplinas, foram levantados os seguintes temas:

Quadro 5: Temas levantados

	IES 1		IES 2	IES 3
Disc.	Álgebra Elementar	Prática de Ensino Fundamental II	Prática de Ensino de Matemática III	Matemática para o Ensino Fundamental
Temas	<ul style="list-style-type: none"> ■ retomar os conteúdos básicos da Álgebra; ■ Matemática Superior. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Retomada do conteúdo de Álgebra do Ensino Fundamental, do ponto de vista da Didática; ■ Análise de livros didáticos de Ensino Fundamental; ■ Estratégias <ul style="list-style-type: none"> ■ Atividades de ensino; ■ Equações; ■ Expressões Algébricas; ■ Problemas Algébricos. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Ensino de Álgebra; ■ Análise de livro didático; ■ Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental; 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Equação e inequação de grau um e dois; ■ Aplicações; ■ Matemática para o ensino fundamental; ■ Currículo do ensino fundamental; ■ Matemática acadêmica.

Fonte: Elaborado pela autora

Levando em consideração os temas expostos no quadro e o contato com as respostas fornecidas pelos professores, construímos subcategorias às categorias 1 (um) e 2 (dois) supracitadas. Os temas elencados em cada subcategoria, na sequência, foram o que levou a constituir tais subcategorias, ou seja, eles são constituintes das mesmas. Reunimos todos os respectivos temas e formamos uma subcategoria que, de modo geral, caracterize todos os temas do “grupo”:

Quadro 6 – Categorias e Subcategorias

Categorias	Subcategorias	Temas Constituintes
1 – Álgebra escolar	1.1 – Equações e Expressões Algébricas	<ul style="list-style-type: none"> ■ Equações; ■ Expressões Algébricas; ■ Problemas Algébricos; ■ Inequação de grau um e dois; ■ Retomada do conteúdo de Álgebra do Ensino Fundamental; ■ Ensino de Álgebra;
	1.2 – Parâmetros Curriculares Nacionais	<ul style="list-style-type: none"> ■ Estratégias; ■ Currículo do ensino fundamental;
	1.3 – Livro Didático	<ul style="list-style-type: none"> ■ Análise de livros didáticos de Ensino Fundamental; ■ Atividades de ensino;
2 – Visão de Matemática dos Professores Formadores	2.1 – Matemática Escolar como Transposição Didática da Matemática Acadêmica	Nesta categoria e subcategorias, levamos em consideração os temas Matemática Superior e Matemática Acadêmica, além do direcionamento ocorrido com a leitura realizada sobre o questionário, ou seja, neste, o tema Matemática acadêmica e Matemática escolar emergiu de forma acentuada na fala dos sujeitos.
	2.2 – Matemática Escolar como uma Construção sob Múltiplos Condicionantes	
	2.3 – Unicidade da Matemática Acadêmica	

Fonte: Elaborado pela autora

Todas as categorias, bem como as subcategorias, foram elaboradas a *posteriori*, ou seja, mesmo tendo sido levantados temas a partir da leitura realizada sobre os projetos pedagógicos visando à construção das categorias de análise, as mesmas foram constituídas apenas após o contato com as respostas dos questionários.

A partir de então, as categorias bem como as subcategorias serão explanadas e analisadas.

4. 2. 1 – Álgebra Escolar

Como temos em perspectiva a formação do professor nos cursos de licenciatura em Matemática em relação ao trabalho didático com a Álgebra escolar, especificamente quanto as equações e expressões algébricas, e a relação deste processo com a futura prática docente no Ensino Fundamental, tendo em vista as indicações dos PCNEF, buscamos conhecer com os professores formadores alguns aspectos relacionados ao preparo do licenciando à sua futura prática na escola básica. Para tanto, abordamos aspectos matemáticos e didáticos das equações e expressões algébricas, as sinalizações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e de instrumento didático como o livro didático. Estes assuntos correspondem às subcategorias de análise da categoria em questão, conforme segue:

a) Equações e Expressões Algébricas

Nesta subcategoria, encontram-se os dados relacionados tanto à metodologia dos professores em relação ao conteúdo, quanto alguns entendimentos referentes ao conteúdo matemático, equações e expressões, e elementos relacionados à futura prática do professor no que tange a estes conteúdos.

No que diz respeito ao aspecto matemático de equações e expressões, os professores P2 e P3 afirmam que os licenciandos não possuem dificuldades quanto ao domínio do conteúdo, conforme podemos observar pelos fragmentos a seguir:

*P2: Equações do primeiro e segundo grau já são **muito bem compreendidas pela maioria dos alunos**. Ao menos, a parte básica: definição e resolução.*

P3: Eles já conhecem o aspecto “matemático” do conteúdo [equações e expressões] (Grifos nosso).

Teoricamente, os licenciandos não deveriam ter dúvidas ou dificuldades nestes conteúdos, pois eles são abordados no ensino básico. Mas, algumas pesquisas, como as de Pereira (2005) e Quintiliano (2004), mostram o contrário, ou seja, que os alunos do ensino básico têm diversas dificuldades nestes conteúdos e, possivelmente, carregam-nas até o Curso Superior. Pereira (2005) analisa este quadro com alunos do 1º ano de um curso de Licenciatura em Matemática e Quintiliano (2004) com alunos do último ano do Ensino Médio. Dentre outras dificuldades, estes autores observaram uma aparente confusão feita pelos alunos entre expressão algébrica e equações, em exercícios que foram apresentados

estes conceitos, a maioria não conseguia solucioná-los; em outros casos, os alunos aplicavam processos de resolução de uma equação em expressões algébricas, inserindo, por exemplo, o símbolo de igualdade, buscando encontrar o valor numérico da letra na sentença algébrica. Quintiliano (2004, p. 8) conclui que “considerando que os conceitos (expressão e equação) são básicos da álgebra e que os sujeitos estavam finalizando o ensino médio, pode-se afirmar que tal desempenho não é adequado e suficiente para a aprendizagem posterior”. De modo semelhante, Pereira (2005) conclui que a maior parte dos alunos pesquisados não sabe diferenciar uma equação de uma expressão algébrica e que apenas uma pequena parte deles apresenta fragmentos de noções sobre expressões.

Já, o professor P4 fornece indícios de que compreende tal realidade:

P4: sabemos das dificuldades apresentadas pelos alunos que ingressam na Universidade com conteúdos do ensino Médio e Fundamental. Sendo assim, apesar de podermos pensar que equações e expressões algébricas são temas já aprendidos pelos estudantes, esta não é a realidade com a qual nos deparamos.

Dessa forma, ele menciona que a ementa da disciplina que ministra tem “caráter revisional”, ou seja, como é reconhecido que os licenciandos chegam até a universidade com várias dificuldades relativas aos conteúdos da Educação Básica, na disciplina ministrada por P4, Álgebra elementar, é oferecida uma revisão de diversos conteúdos algébricos presentes no Ensino Fundamental e Médio. P4 pode também possuir esta visão por ministrar uma disciplina do 1º semestre, fase em que os alunos ingressam na universidade e, geralmente, encontram diversas dificuldades, já P3 ministra uma disciplina do 3º semestre, o que pode configurar-se como uma razão para acreditar que os estudantes já tenham construído um entendimento acerca dos conteúdos do ensino básico nos semestres anteriores.

Buscamos conhecer o método de ensino, bem como materiais didáticos utilizados pelos professores pesquisados no ensino destes conteúdos. Sobre isso, os professores relatam a realização de

*P1: *Estudo de documentos oficiais (PCN, Proposta Curricular de Minas Gerais e de outros estados, Documentos do Ministério da Educação de Portugal, etc), artigos sobre ensino de álgebra, etc.*Oficinas realizadas pela professora com os licenciandos. *Aulas desenvolvidas e ministradas por grupos (no máximo trios, mas geralmente duplas) de alunos e avaliadas pelos colegas e professora. *Análise de vídeos disponíveis nas páginas Domínio Público, Portal do Professor, TV Escolas, etc.*

P2: O método é aula expositiva e resolução de problemas com a participação ativa dos alunos.

P3: O objetivo é trabalhar o ensino da Álgebra, e não o conteúdo somente [...].

P4: São desenvolvidas aulas expositivas, resolvidos diversos exercícios, deixadas listas de exercícios a serem desenvolvidas pelos alunos como fixação de conteúdo.

Apesar de, à primeira vista, a fala de P4 trazer indícios de uma metodologia convencional, ou seja, pautada numa abordagem de transmissão de informação ou de conteúdo, posteriormente, pela escrita, podemos observar que, assim como P1 e P3, P4 fornece indícios de que aborda com os licenciandos aspectos relacionados sobre como ensinar os conteúdos. Estes professores expressam entender que estão formando futuros professores de Matemática, ou seja, que, além do domínio matemático do conteúdo, é necessário desenvolver um trabalho pedagógico, didático:

P3: saber o conteúdo é condição necessária, mas não suficiente para ensinar.

P4: tenho em mente que muitas vezes os exemplos e posturas apresentados pelos professores em suas aulas são tão importantes quanto a teoria apresentada nas aulas (Grifos nosso).

Já, P1 explicita este trabalho no processo de formação ao mencionar que desenvolve atividades com artigos relacionados ao ensino de álgebra e que os mesmos desenvolvem e ministram aulas com os colegas e professor avaliando, além da realização de análise de vídeo aulas e estudo de documentos oficiais. Esta formação é indispensável ao futuro professor, conforme estabelece o Conselho Nacional de Educação – Conselho Pleno 9, de 2001: “é preciso indicar com clareza para o aluno qual a relação entre o que está aprendendo na licenciatura e o currículo que ensinará no segundo segmento do ensino fundamental e no ensino médio” (BRASIL, 2002a, p. 21).

Em contrapartida, P2 deixa indicativos de que, possivelmente, possui uma visão distinta dos demais professores pesquisados. Segundo ele: “*Não é finalidade da disciplina a preocupação com o ensino e didática*”. O mesmo ministra a disciplina Matemática para o Ensino Fundamental no curso de Licenciatura em Matemática, o qual, como já mencionado, tem como principal objetivo formar professores para a Educação Básica, ou seja, em tese, todas as disciplinas de um curso de Licenciatura deveriam ter elementos voltados ao ensino e a didática dos conteúdos. É conveniente ressaltar, conforme apontam Moreira e David (2007), que isso não se trata de buscar

transportar integralmente para o processo de formação do professor de Matemática na licenciatura a lógica da prática escolar [...] Trata-se de pensar o processo de formação do professor a partir do reconhecimento de uma tensão entre educação matemática escolar e ensino da Matemática Acadêmica elementar (p. 45).

É necessário que, nos cursos de formação de professores de Matemática, seja desenvolvida e valorizada sua principal finalidade e, conseqüentemente, a Matemática Escolar seja desenvolvida e privilegiada tanto quanto a Matemática Acadêmica. Cabe pontuar a observação de Schnetzler, de que uma formação técnica docente é insuficiente, haja vista a complexidade da sala de aula:

os professores, ao final de seus cursos de licenciatura, veem-se desprovidos do conhecimento e de ações que lhe ajudam a dar conta da complexidade do ato pedagógico, ao qual não cabem receitas prontas nem soluções padrão, por não ser reproduzível e envolver conflito de valores (SCHNETZLER *apud* JARAMILLO, 2003, p. 92).

Os professores foram ainda questionados quanto ao próprio ensino ou formação oferecida aos licenciandos na disciplina ministrada. Eles evidenciaram entender que apenas uma disciplina é insuficiente para que os professores em formação consigam ensinar este conteúdo (equações e expressões) de forma eficaz ou não mecânica:

P1: O tema Álgebra faz parte de uma disciplina de Prática de Ensino, assim, em 60h, e não sendo tema único, é possível construir uma visão acerca de possibilidade de trabalho com o tema, porém, a ênfase está na construção do conceito de equação. A parte de expressões algébricas fica como tema de uma das aulas que um dos grupos apresentará para os colegas.

P2: O tema é abordado muito formalmente e não se aprofunda sobre questões didáticas [...] O que se requer é a devida contextualização por parte do professor para que não se tenha que apelar para a abstração do aluno que nesta fase é muito imatura (grifo nosso).

P3: Somente nesta disciplina não é suficiente. [...] A articulação entre várias disciplinas é necessária.

P4: Apesar de a formação dos licenciados se dar durante todo o curso, há momentos posteriores a essa disciplina inicial em que há mais reflexões relativas à prática docente. Claramente o ensino desta disciplina já é feito de maneira a não repetir “práticas mecânicas”, que sabemos serem ainda muito comum nas redes de ensino do país, mas entendo que os subsídios aos quais você se refere só serão alcançados pela união desta disciplina e de outras que se apresentam ao longo do curso.

Fica a dúvida sobre o que vem a ser “contextualizar” para P2, pois o mesmo indica que não se aprofunda sobre questões didáticas na disciplina e, na seqüência, afirma que o que

se requer é a devida contextualização por parte do professor. Mas, o professor não discorre mais sobre o assunto.

Concordamos com a indicação dos demais professores em dizer que apenas uma disciplina é insuficiente para a devida formação dos futuros professores para lecionar o conteúdo. No entanto, levando em consideração que não há muitas disciplinas com foco na Álgebra escolar nos cursos de Licenciatura, conforme constatamos na análise da amostra inicial dos vinte e dois projetos pedagógicos dos cursos, acreditamos que a análise de uma das disciplinas que possuem este foco fornece razoáveis indícios sobre o processo de formação nesta área.

Até o momento, podemos concluir que três dos quatro professores pesquisados trazem à tona indícios que sinalizam a possibilidade do desenvolvimento de uma formação que possa contribuir com a futura prática docente dos licenciandos em relação aos conceitos matemáticos em estudo, equações e expressões algébricas; à exceção de P2, que pontua que a didática e o ensino não são finalidades da disciplina que ministra. Mas, algumas observações devem ser realizadas, como o fato de alguns professores explicitarem que os acadêmicos dominam totalmente o conteúdo matemático, o que nem sempre ocorre como mostram algumas pesquisas (URSINI; TRIGUEROS 1997, QUINTILIANO 2004, PEREIRA, 2005), logo é importante que este aspecto também seja levado em consideração no processo de formação.

b) Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Com esta subcategoria, analisamos questões referentes ao uso dos PCN, ou seja, se suas propostas são consideradas ou utilizadas pelo professor formador, como a exploração das concepções de Álgebra presente no mesmo e as várias funções da letra, haja vista que no mesmo é frisada a necessidade de o professor de Matemática conhecer e ter capacidade de explorar tais propostas de ensino.

Em relação à utilização dos PCN, apenas o professor P2 evidencia não ter contato com este material:

P1: Os PCN são um dos documentos que norteiam as discussões em sala de aula e a elaboração e avaliação das aulas ministradas pelos alunos. Nesse sentido, na medida do possível, procuramos estar sempre atentos às suas orientações (grifo nosso).

P2: Desconheço tais propostas (grifo nosso).

P3: [...] indiretamente, os PCN se referem aos resultados de pesquisa em Educação Matemática sobre o ensino de Álgebra. Portanto, essas orientações curriculares aparecem no curso (grifo nosso).

P4: além da teoria apresentada de maneira formal, são abordados aspectos como representações gráficas, análise e aplicação do conhecimento referentes a situações reais (grifo nosso).

Exceto o caso de P2, que declara não conhecer os PCN, os demais professores evidenciam utilizar/explorar as propostas deste documento com os licenciandos, conforme pode ser observado nas falas anteriores. Já a afirmação do professor P2 sobre o desconhecimento dos PCN conduz a algumas reflexões. Por que a disciplina intitulada Matemática para o Ensino Fundamental não leva em consideração nenhuma das propostas de ensino dos Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental? Se esta proposta não é considerada, qual outra seria? Essa Matemática realmente é voltada ao Ensino Fundamental?

Até o momento é possível detectar, nas falas de P2, alguns indícios que nos levam a teorizar possibilidades sobre a disciplina que ministra. Em falas anteriores, P2 menciona não ser finalidade de sua disciplina o ensino e a didática, que o conteúdo equações e expressões é abordado bem formalmente, sem explorar questões didáticas, assim, emerge a possibilidade de que a formação de professores para atuar no Ensino Fundamental pode não se constituir como foco da disciplina, haja vista que elementos didáticos são desconsiderados na mesma, como o trabalho com os PCNEF.

Este quadro leva-nos a corroborar com um dos resultados de pesquisa de Gatti *et al* (2010) ao indicar que todos os cursos de Licenciatura em Matemática analisados continham conteúdos matemáticos da Educação Básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise, conforme estabelece o parecer CES 1302 de 2001 do Conselho Nacional de Educação, porém, segundo a mesma, “é perceptível que as disciplinas propostas que contemplam os conteúdos da educação nos cursos analisados não possuem essa função, pelo conteúdo examinado” (GATTI *et al*, 2010, p. 120).

Em relação ao trabalho com as concepções de álgebra propostas pelos PCNEF (1998b) visando à docência no Ensino Fundamental, são externalizadas as seguintes apreciações e modos de utilização pelos professores:

P1: Na parte das leituras, realizamos o estudo histórico do desenvolvimento da álgebra, procurando compreender como os conceitos aqui envolvidos evoluem com o tempo. Nesse sentido, as diversas concepções são contempladas (grifo nosso).

P2: Vejo em tais termos como "concepções de álgebra" uma certa vacuidade; sem nenhum significado. O que vejo é **álgebra como uma ferramenta para solucionar problemas em matemática**. É isto que tento passar para meus alunos (grifo nosso).

P3: **Eu trabalho essas concepções em textos de educadores matemáticos que falam sobre concepções algébricas. Os PCN, como disse anteriormente, é uma síntese desses resultados de pesquisa. Procuro abordar os próprios autores que serviram de fonte para a escrita dos Parâmetros** (grifo nosso).

P4: As diversas concepções não são todas abordadas nesta disciplina. [...] Em *Álgebra Elementar* **abordamos principalmente o aspecto de equações**. (grifo nosso).

P1 e P3 trazem, de imediato, indicativos de que levam os licenciandos a conhecer diversas concepções de Álgebra não limitando este estudo a um único autor da área, cada um a seu modo: P1 com estudos históricos e P3 abarcando, em seu trabalho em sala de aula, autores da Educação Matemática que tratam do assunto. P3 cita trabalhar com as concepções de Kieran (1992) e Fiorentini *et al* (1993). Já, P4 explicita dar enfoque maior às equações no estudo da *Álgebra Elementar*. A Álgebra como equação faz parte das quatro concepções expostas nos PCNEF (1998b), na qual a letra assume a função de incógnita, pois, este trabalho, de acordo com os PCNEF, está relacionado prioritariamente com a resolução de equações. Esta concepção utilizada por P4 está também incluída na segunda concepção de Álgebra de Usiskin (1995a): a Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, na qual a letra desempenha o papel de incógnita ou constante. Apesar do professor P4 não mencionar outras concepções utilizadas, ao referir-se as equações com a palavra, *principalmente* inferimos que as equações é a concepção a mais utilizada, mas que alguma (ou algumas) outra deva ser também contemplada, porém não conseguimos perceber qual seja.

Já, P2 apesar de explicitar que não vê sentido ou significado no uso do termo concepções de Álgebra, ao dizer que vê a *álgebra como uma ferramenta para solucionar problemas em matemática* já está externalizando uma concepção de Álgebra, a qual se refere à segunda concepção proposta por Usiskin (1995a): a Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas. Consequentemente, ao complementar a fala dizendo *é isto que tento passar para meus alunos*, leva-nos a observar o princípio de que as finalidades do ensino de Álgebra são determinadas por diferentes concepções da mesma e que estão relacionados à importância relativa dada aos diversos usos das variáveis (USISKIN, 1995a), pois, fica claro, na fala do professor, que ele tenta conduzir o ensino da Álgebra de modo a

explorar a mesma como ferramenta para resolução de problemas, assim como a *vê*, e, implicitamente, o uso da variável está incluído nesta visão ou forma de trabalhá-la.

Especificamente em relação ao uso das várias funções da letra em sentenças algébricas, os professores pontuaram que:

*P1: O pensamento algébrico é o foco principal dessa parte da disciplina. Nesse sentido, o trabalho com padrões, sequências, conceitos chave como **variável, incógnita, valor desconhecido, etc...** são trabalhados por meio de leituras e discussões, bem como por meio de oficinas elaboradas pela professora e desenvolvidas com os licenciandos (grifo nosso).*

*P2: Os termos **incógnita, variável e indeterminada** seriam melhores compreendidos se os alunos percebessem que tais denominações **dependem apenas do contexto no qual está se usando as letras**. Sem uma introdução exata e matemática de tais noções fica impossível distinguir tais diferenças. Reconheço que em certo nível isto é difícil de ser alcançado pela própria imaturidade psicológica do aluno em seus diferentes graus de desenvolvimento (grifo nosso).*

P3: Pelo menos seis níveis de interpretação da letra são mencionados, exemplificados e analisados nos livros didáticos usados na disciplina: 1 – Letra avaliada [...]. 2 – Letra não considerada [...]. 3 – Letra considerada como objeto [...]. 4 – Letra considerada como incógnita [...]. 5 – Letra considerada como número generalizado [...]. 6 – Letra considerada como variável [...] (grifo nosso).

P4: A distinção entre incógnitas e variáveis é feita ao (re) abordarmos os conteúdos tanto na disciplina Álgebra Elementar quanto na disciplina Introdução ao Cálculo (grifo nosso).

Como é possível notar todos os professores disseram trabalhar as letras, pelo menos, como incógnita (ou valor desconhecido a ser descoberto) e variável, que abrangem, respectivamente, as concepções de Usiskin (1995a) da Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas e da Álgebra como estudo de relações entre grandezas e correspondem, respectivamente, as concepções Equações e Funcional propostas pelos PCNEF (1998b). Há a exceção do professor P3, que explicita explorar, por meio do trabalho com livros didáticos, vários níveis de interpretação da letra em sentenças algébricas. Em relação às propostas dos PCNEF (1998b), há a ausência apenas da letra como símbolo abstrato, em contrapartida, positivamente, são abarcados outros usos que nem mesmo neste documento são contemplados e que podem fazerem-se presentes no ensino básico, já que estas formas de interpretação da letra são extraídos e exemplificados por meio de livro didático, instrumento presente no cenário escolar.

A observação feita por P2, de que *incógnita, variável e indeterminada seriam melhores compreendidos se os alunos percebessem que tais denominações dependem apenas*

do contexto no qual está se usando as letras, pode ser reescrita, com base nas ideias teóricas que nos referenciamos, como: incógnita, variável e indeterminada são compreendidas pelos alunos se as diversas funções da Álgebra forem exploradas. Ou seja, estes contextos a que se refere o mesmo, conforme referenciais como Usiskin e os PCNEF, são situações que abrangem as diversas concepções de Álgebra, nas quais as letras desempenham diferentes funções, que, se exploradas com os licenciandos, podem levá-los a compreender tais ferramentas e explorá-las. Enfim, a consequência dos licenciandos perceberem o contexto e não se confundirem com as diversas funções que a letra desempenha, com base nos referenciais supracitados, procede do estudo destas concepções ou dimensões da Álgebra, e não o contrário.

Apesar de P2 ter citado não conhecer as propostas dos PCN, podemos perceber pela sua fala o uso de, pelos menos, duas concepções de Álgebra, pois a letra como incógnita faz parte da concepção da Álgebra como Equações e variável pertence a Álgebra como Funcional, segundo as concepções expostas nos PCNEF (1998b). Mas, apenas esta utilização em si mesma pode não significar que seu trabalho seja significativo ao futuro professor do ensino básico em relação à Álgebra escolar, pois, em outras falas do mesmo, identificamos uma prática possivelmente voltada à Matemática acadêmica, sem elementos didáticos.

Por fim, concluímos que as concepções mais utilizadas pelos professores, de acordo com as concepções expostas nos PCNEF (1998b), são a Álgebra como Equações e Funcional, explorando a letra como incógnita e variável, as quais correspondem, segundo as concepções expostas por Usiskin (1995a), à Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas e da Álgebra como estudo de relações entre grandezas, nas quais a letra assume papel, respectivamente, de incógnitas ou constantes e argumento ou parâmetro. No próprio PCNEF (1998b), é exposto que os professores não desenvolvem todas aquelas quatro concepções da Álgebra sugeridas pelo mesmo ao Ensino Fundamental, entretanto, este documento indica que, para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos, é necessário um trabalho articulado com as quatro dimensões da Álgebra (Aritmética Generalizada, Funcional, Equações e Estrutural), logo a necessidade deste conhecimento estende-se ao professor em formação para que possa incorporá-lo em sua prática docente.

Há ainda duas considerações a serem pontuadas. O professor P3 menciona trabalhar seis níveis de interpretação da letra, algo que vai além das propostas dos PCNEF (1998b) ao ensino de Álgebra no Ensino Fundamental. Há várias vertentes ou concepções referentes à Álgebra, as concepções de Usiskin (1995a) e dos PCNEF (1998b) são apenas duas delas, que escolhemos para trabalhar devido ao nosso objetivo de pesquisa e a proximidade entre ambas,

mas o professor formador dispõe de um leque de opções para trabalhar as diversas concepções de Álgebra e usos das letras. Já, P2, apesar de explicitar que utiliza pelo menos duas concepções da Álgebra presentes nas propostas dos PCNEF (1988b) (Funcional e Equações) com os licenciandos, deixa transparecer, em algumas falas, que não ensina com vistas à didática dos conteúdos para o ensino básico. Nos Parâmetros, é indicado que o trabalho com Álgebra não fique restrito a procedimentos puramente mecânicos com equações e expressões, que sejam propostas situações diversificadas e articuladas, as quais possam levar o aluno a reconhecer diferentes funções de Álgebra. Logo, é importante ao professor em formação não apenas conhecer as concepções, mas também saber explorá-las no ensino, isto é, a didática é indispensável.

c) Livro didático

Os autores Biehl e Bayer (2009), e Carvalho e Almeida (2010) indicam que o livro didático é um recurso indispensável para o professor. Em conformidade com Carvalho e Lima (2010), a grande maioria dos educadores atribui ao livro um papel destacado entre os recursos didáticos que podem ser utilizados na escola. Assim, tendo em vista a futura prática profissional do professor de Matemática em formação, por meio desta subcategoria, buscamos analisar se são trabalhadas com os licenciandos situações que exploram o livro didático, como análise do mesmo, as orientações dadas para essa análise e os livros didáticos utilizados. Enfim, o livro didático é um recurso que se faz presente na prática profissional do professor da Educação Básica e constitui um dos mais importantes componentes do cotidiano escolar, dessa forma, buscamos investigar se e como estes futuros professores são orientados para lidar com este recurso, se são levados a ter uma visão crítica sobre o mesmo e sobre seu conteúdo, haja vista que, de acordo com Carvalho e Lima (2010, p. 22), “não existe livro perfeito. Todos contêm imperfeições ou falhas no encaminhamento dado a certos assuntos”.

Em relação ao trabalho com livros didáticos, dois professores afirmaram desenvolvê-lo (P1 e P3) e dois não (P2 e P4). Quanto à escolha dos livros que P1 e P3 utilizam com os licenciandos para análise, os mesmos relatam:

P1: Na análise de livros didáticos costumamos trabalhar com livros antigos (décadas de 1970 e 1980) bem como livros atualmente adotados nas escolas [da região][...].

P3: Livros aprovados no PNLD dos anos finais do ensino fundamental ou do ensino médio. Os próprios acadêmicos providenciam as coleções e levam nas aulas.

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)³⁸, citado por P3, é um programa do Ministério da Educação (MEC) que subsidia o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da Educação Básica. Após avaliação, o MEC publica o Guia de Livros Didáticos com resenhas das coleções que foram aprovadas. Este Guia é encaminhado às escolas, que escolhem, entre as coleções disponíveis, aqueles que melhor atendem sua proposta de ensino³⁹.

Os dois critérios utilizados são relevantes, uma vez que as escolas trabalham com livros aprovados pelo PNLD, logo é importante para o licenciando vivenciar este trabalho em seu processo de formação. Por outro lado, também é relevante que os mesmos sejam levados a perceber as mudanças que ocorrem (ou ocorreram) nos livros didáticos, e, conseqüentemente, no ensino. No entanto, P1 fornece indícios de que não restringe seu trabalho com os licenciandos apenas aos livros mais antigos, pois, ao indicar que também utiliza livros atualmente adotados nas escolas das cidades da região, leva-nos a inferir que estes livros sejam aqueles aprovados no PNLD. De fato, esta inferência confirma-se em falas posteriores de P1. Dessa forma, este professor traz indicativos de que procura promover uma formação que favoreça aos futuros professores o desenvolvimento de capacidades como criticidade e conhecimento quanto a este recurso didático.

As orientações dadas pelos professores aos licenciandos, bem como o procedimento sobre como estas análises ocorrem são explicitadas pelos mesmos. Iniciando pelo relato de P1, que afirma:

P1: A análise dos livros acontece em etapas. Primeiro, os alunos, em dupla, recebem e folheiam uma coleção, procurando identificar aspectos importantes (na opinião deles). A seguir, trabalham com diferentes coleções (antigas e novas) procurando perceber o que mudou. Nesse momento, trabalham com um roteiro construído coletivamente com base nos estudos dos PCN, Proposta curricular e outros documentos usualmente estudados nas disciplinas de Prática de Ensino. Depois, é realizada uma discussão de toda a classe sobre os documentos produzidos pelo PNLD. Ao final, cada dupla analisa – tendo como base o roteiro – uma coleção atualmente adotada [na região] [...] e a apresenta para os colegas.

³⁸ Não citamos o PNLD no capítulo dos aportes teóricos pelo fato de o mesmo não constituir um referencial de análise, ao contrário dos PCN.

³⁹ Estas e outras informações encontram-se no portal do MEC: http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=668&id=12391&option=com_content&view=article

P1 disponibilizou-nos o roteiro elaborado que os licenciandos utilizam no processo de análise das coleções de livros didáticos. No mesmo, aparecem questões tais como: *O que significa PNLD? Quando foi criado, com que propósito e como funciona? Quais são os princípios e critérios comuns à avaliação de obras didáticas para o Ensino Fundamental?* Após, é solicitado que o licenciando escolha uma coleção utilizada em uma escola da região e analise aspectos gerais do livro, segundo critérios como: *Apresenta correção e adequação conceituais e correção das informações básicas (ou seja, não apresenta erros conceituais nem induz ao erro; Contribui para o desenvolvimento de capacidades básicas do pensamento autônomo e crítico; Contribui para a percepção das relações entre o conhecimento matemático e suas funções na sociedade e na vida prática)*, entre outros. Ao final do roteiro, os licenciandos são solicitados a escolherem entre os temas Álgebra e Números para análise, e buscar informações nos livros que respondam a algumas perguntas referentes ao tema. Por fim, são questionados se adotariam o livro analisado, bem como a justificar tal decisão. Além disso, são questionados quanto ao papel do livro didático na prática do professor de Ensino Fundamental, isto é, se deve ser considerado um material completo a ser seguido em todas as aulas, se apenas um material de apoio, mas que deva ser complementado ou se ele nem deveria ser adotado, justificando tal opinião. Com base nas orientações do Guia do PNLD – 2011, esta formação é indispensável ao professor, pois, segundo este documento, apesar de toda a sua importância, o livro didático não é autossuficiente, ou seja, “não deve ser o único suporte do trabalho pedagógico do professor. É sempre desejável buscar complementá-lo, seja para ampliar suas informações e as atividades nele propostas ou contornar suas deficiências, seja para adequá-lo ao grupo de alunos que o utilizam” (BRASIL, 2010, p. 13)⁴⁰.

A formação inicial é o “momento” exato para o futuro professor conhecer este recurso didático e saber posicionar-se quanto às diversas questões que o rodeiam. O livro didático é uma realidade presente na vida docente e ausência desta formação pode refletir-se no processo de ensino e aprendizagem na prática pedagógica do professor, já que há a possibilidade de o professor utilizá-lo como um manual, sem um conhecimento necessário e posicionamento crítico quanto ao mesmo.

Já, P3 em relação ao método de análise desenvolvido, explicita que:

P3: Eu explico para os alunos como é feita a análise dos livros levando-se em conta os critérios de avaliação que são divulgados no próprio Guia do PNLD. A leitura do Guia é fundamental, pois eles percebem como as avaliações são realizadas. Os alunos formam grupos e, dentro de cada grupo, exploram os

⁴⁰ O Guia do PNLD – 2011 foi publicado em 2010.

vários volumes das coleções em busca de exemplos que configurem aspectos positivos ou negativos do livro. Depois, em conjunto, discutem a proposta geral da coleção em relação aos conteúdos algébricos.

A forma de trabalho de P3 tem relação com a de P1, com a exceção da realização de análise de livros mais antigos em comparação aos mais atuais que P1 desenvolve e P3, não. O professor P3 também desenvolve trabalho em grupo com os licenciandos. Estes são orientados a observar aspectos positivos e negativos nas coleções, ao invés de um roteiro próprio, as análises são guiadas pela própria ficha⁴¹ de avaliação do PNLD. Por fim, são feitas discussões, envolvendo todo o grupo, quanto à proposta dos livros em relação ao objeto de estudo, ou seja, a Álgebra.

Quanto aos professores que não desenvolvem atividades relacionadas ao livro didático em aula, eles justificam que:

P2: Não é do objetivo da disciplina discutir como os assuntos são colocados em sala de aula.

P4: O caráter da disciplina na [IES 1] é muito mais de “nivelamento” que da formação do professor propriamente dita. Desta forma, aspectos mais diretamente ligados à profissão docente são enfocados em cursos posteriores onde conteúdos de álgebra são retomados com vista a seu ensino. Nestas disciplinas há enfoque em aspectos como a análise de livros didáticos. [...] Acho difícil estabelecer análise de livros didáticos com alunos do primeiro semestre que apresentam grande dificuldade nos conteúdos. Entendo que inicialmente é mais importante apresentar-lhes as equações e expressões algébricas focando o próprio conteúdo em si para, em um momento futuro, apresentar-lhes este conteúdo com enfoque maior na (futura) prática docente. Claramente não é possível fazer distinção total entre os dois aspectos que citei, mas é possível focar cada um deles de maneira mais aprofundada em cada estágio do curso (grifo nosso).

P2 aponta que *não é do objetivo da disciplina discutir como os assuntos são colocados em sala de aula*, diante disso, questionamos: haverá coerência da formação nesta disciplina com a futura prática do professor da Educação Básica? Conforme estabelece o Parecer do Conselho Nacional de Educação, Conselho Pleno 9, de 2001, exposto no capítulo 2 dos referenciais teóricos.

De acordo com o Parecer CNE/CP1, de 2002, o preparo para exercício docente “deverá estar presente desde o início do curso e permear toda a formação do professor [...] não apenas nas disciplinas pedagógicas, todas terão a sua dimensão prática” (BRASIL, 2002c, p.

⁴¹ Durante o processo de avaliação das coleções pelo Programa Nacional do Livro Didático, é disponibilizada ao público uma ficha de avaliação contendo um leque de critérios a serem analisados se os mesmos são contemplados nas coleções.

05). No entanto, a análise de livros didáticos com alunos de primeiro semestre é realmente delicada, como aponta P4. Conforme discutido na primeira categoria, os alunos ingressam no curso superior com diversas dificuldades matemáticas. Como estas dificuldades são referentes a conteúdos do ensino básico, elas podem ser sanadas justamente por meio de livros didáticos. Apesar de não se desenvolver a análise propriamente dita, pode-se realizar uma familiarização com este material e utilizá-lo no processo de revisão de conteúdos. E, durante este processo, pode ser discutido como se dá o ensino destes conceitos matemáticos ou mesmo a maneira como foram ensinados aos alunos tais conteúdos durante o Ensino Fundamental e Médio, o que também contribui para o processo de formação do professor.

Ao abordamos e trazemos reflexões acerca da utilização dos PCN e do livro didático no processo de formação de professores de Matemática, não significa que consideramos que estes materiais são os únicos que devem ser trabalhadas, explorados ou “seguidos”, há muitos outros que seriam indispensáveis que fizessem parte da formação de um professor, como livros, dissertações, teses, artigos, documentos oficiais, etc. Os materiais em questão são abordados nesta pesquisa por serem considerados indispensáveis no processo de formação, tendo em vista que, possivelmente, farão parte da futura prática docente dos professores, mas sem dúvida, o trabalho do professor formador não fica restrito a apenas eles.

4. 2. 2 – Visão de Matemática dos Professores Formadores

D'Ambrosio (1993) aponta, entre as características que considera indispensáveis ao profissional do século XXI, a importância de se ter a visão do que vem a ser a Matemática. Já, o estudo de Ferreira (2009) expõe indícios a respeito da influência que os professores podem exercer sobre as concepções de seus alunos, ou seja, ele pontua que, possivelmente, há ressonância das concepções dos professores nas concepções de Álgebra dos alunos. Moreira e David (2003) indicam que os diferentes entendimentos acerca de Matemática acadêmica e Matemática escolar podem induzir a diferentes leituras do exercício profissional da docência na Educação Básica e, assim, influenciar na conformação de projetos de formação dos professores de Matemática nos cursos de formação. Desse modo, buscamos investigar a visão de Matemática dos professores formadores nos cursos que estamos analisando. Para esta investigação, consideramos três possíveis visões, que, aqui, desempenham o papel de subcategorias. A primeira delas, Matemática Escolar como Transposição Didática da Matemática Acadêmica, caracteriza-se pela teoria do francês Yves Chevallard, a segunda, Matemática Escolar como uma Construção sob Múltiplos Condicionantes, a qual se opõe a

visão anterior, é concebida pelos autores Moreira e David. Já, a terceira, Unicidade da Matemática Acadêmica foi criada a partir do contato com as respostas ao questionário aplicado, nela, observamos uma única visão de Matemática, ou seja, ou é Matemática acadêmica ou não é Matemática.

a) Matemática Escolar como Transposição Didática da Matemática Acadêmica

A Transposição Didática analisa o fenômeno da passagem do saber científico (ou saber sábio) ao saber ensinado, e como ocorre esta transformação adaptativa que torna o objeto matemático um objeto de ensino. Na visão de transposição, o saber ensinado é fruto das transformações sofridas pelo saber científico, dessa forma este ocupa lugar central nesta teoria.

Analisando as falas dos professores pesquisados, identificamos nas entrelinhas que dois deles podem possuir a visão de transposição sobre a Matemática escolar. Um deles é P4. Ele afirma que

***P4:** os conteúdos em questão [equação e expressões algébricas] são abordados de modo a reforçar muitas das teorias referentes a estes temas apesar de que por diversas vezes a **apresentação do conteúdo é feita de uma maneira mais aprofundada que aquela vista no Ensino Médio e Fundamental.** Desta forma, as atividades passam em grande parte das vezes pela explicação de toda a teoria relativa a tais conteúdos (grifo nosso).*

Por meio das palavras *mais aprofundada* em destaque na fala, e levando em consideração o contexto na qual elas estão inseridas, isto é, estão sendo usadas para comparação entre a abordagem dada ao conteúdo em questão na universidade com aquela vista no ensino básico, deduzimos que P4 trata estes conteúdos de forma mais teórica, mais densa, tendo por parâmetro o tratamento dado no Ensino Fundamental e Médio. Isso faz lembrar o processo de “didatização” da Transposição. Esta fala de P4 parece indicar também um caminho de volta, ou seja, de um objeto que já foi designado como de ensino e que já foi estudado pelos licenciandos na escola, e que, agora, volta a sofrer transformações para ser tratado na universidade. Mas esta nova transformação visa a adaptá-lo como saber científico, isto é observado quando o professor diz que apresenta o conteúdo de forma *mais aprofundada*, o que pode ser entendido como sinônimo de *mais teórica*.

Podemos também perceber, de forma sutil, na fala do professor, que os alunos são convidados a esquecerem da escola, o que viram na escola, pois, na universidade, os conteúdos serão vistos de forma mais aprofundada.

Para atender a distintas demandas, os diferentes níveis e modalidades de ensino, conforme estabelece o Parecer (CNE/CP 9 de 2001), realmente é necessário que o professor formador amplie os conhecimentos matemáticos relativos ao ensino para além daquilo que o futuro professor irá ensinar, porém, uma ampliação visando à Matemática escolar, já que a Matemática acadêmica, tradicionalmente, possui papel de destaque nos cursos de formação de professores de Matemática em relação à primeira. Os resultados da pesquisa de Gatti *et al* (2010) vêm apenas reforçar tal fato.

Segundo Pais (2010, p. 23), o saber científico “não pode ser ensinado na forma em que se encontra redigido nos textos técnicos [...]. É necessário, portanto, recorrer à elaboração de uma forma didática”. Ao citar, no recorte da primeira fala exposta neste texto, que *as atividades passam em grande parte das vezes pela explicação de toda a teoria relativa a tais conteúdos*, inferimos que o objetivo é propiciar e viabilizar ao futuro professor uma visão completa, isto é, não apenas prática mas também teórica do objeto, para que possa realizar, em sua prática, uma passagem segura, no sentido de que poderá adquirir segurança e confiança ao ministrar determinado conteúdo.

Assim como no caso de P4, P3 também demonstra cuidado com a futura prática dos licenciandos, o que pode caracterizar-se como uma propriedade de transposição, ou seja, ele preocupa-se em como o futuro professor filtrará e adaptará o conteúdo a seus futuros alunos. Este quadro é reforçado nas respostas deste professor, isto é, onze vezes P3 cita a palavra *ensino*⁴², sendo que quatro delas acompanhadas da palavra *álgebra*, isto é, *ensino de álgebra*. Além destas 11 ocorrências, em mais quatro ocasiões cita a palavra *ensinar*, totalizando quinze vezes a pronúncia do termo relacionado ao ensino. Este quadro pode constituir um indicativo de que P3 preocupa-se com a possível transposição do conteúdo que o futuro professor deverá fazer em sua prática profissional. O fragmento a seguir ilustra esta hipótese:

P3: [...] as aulas são preparadas para que os futuros professores compreendam aspectos relativos ao processo de ensino e aprendizagem nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. É claro que, ao tratar do ensino, acabo também tratando de questões conceituais da Matemática.

⁴² Nesta contagem da ocorrência da palavra *ensino*, excluem-se aquelas em que é citado o nome da disciplina que o mesmo ministra – Prática de Ensino – e os termos Ensino Fundamental e Ensino Médio, ou seja, aquelas que não estão relacionadas ao contexto de ensino, propriamente dito.

Nesta fala, observamos a possibilidade do desenvolvimento de uma formação que visa à preparação do licenciando ao processo de ensino na Educação Básica, tanto matemática quanto didática. A seguir, a partir da leitura que realizamos sobre a manifestação deste professor, é possível notar uma continuidade à fala anterior:

*P3: [...] não ensino equações, nem expressões algébricas [...] O que **procuro enfatizar é como ensinar** esses assuntos. Aí há uma grande diferença: uma coisa é saber o conteúdo, outra é saber o conteúdo para o ensino. Por exemplo, eu posso saber resolver muito bem qualquer tipo de equação algébrica e manipular expressões algébricas de maneira eficaz, porém, posso não ter ideia de como ensinar esses assuntos para alguém (grifo nosso).*

Inferimos, desse modo, que, a partir do destaque dado por P3 para o *saber o conteúdo para o ensino*, ele acaba por realizar um tratamento didático com licenciandos a fim de filtrar o conteúdo de maneira que atenda as necessidades de um futuro professor da Educação Básica, realizando, assim, um processo de transposição com os licenciandos.

Pais (2010) indica que “para viabilizar a passagem do saber científico para o saber escolar, torna-se necessário um trabalho didático efetivo, para proceder a uma reformulação visando a prática educativa” (p. 23), ou seja, para ocorrer a passagem do científico ao escolar, faz-se necessário a realização de adaptações e filtragens, isto é, o objeto de saber precisa sofrer transformações para que possa fazer parte do contexto escolar. P3 e P4, como professores formadores, externalizam elementos em suas falas que nos levam a visualizar este aspecto em suas práticas docente.

Em ambos os casos, não foi possível perceber se os professores P3 e P4 possuem a visão de que os objetos de ensino da Matemática escolar derivam de transformações sofridas por objetos matemáticos da Matemática científica, como é entendido na Teoria da Transposição Didática de Chevallard. Inferimos, apenas, segundo algumas preocupações didáticas evidenciadas em suas falas, que foram relatadas acima, que possivelmente eles preocupam-se em como os professores em formação irão ministrar os conteúdos abordados na licenciatura, em sua futura prática profissional, ou seja, eles realizam um tratamento didático com os objetos a ensinar que visa à prática docente destes professores, o que remete ao processo de transposição didática.

b) Matemática Escolar como uma Construção sob Múltiplos Condicionantes

Esta subcategoria caracteriza-se pela visão de Matemática de Moreira e David (2003, 2005, 2007). Estes autores tomam como referência à Matemática escolar a prática profissional do professor do ensino básico. Segundo eles, este entendimento vai além da ideia da Matemática escolar como “derivada” da (ou dada pela) Matemática acadêmica, mas também não é uma construção estritamente interna à escola. Para os autores, a Matemática escolar é uma construção histórica que reflete um conjunto de condicionamentos externos e internos à escola, e que se expressa, em último caso, na sala de aula. Algo que inclui tanto os saberes produzidos e mobilizados pelos professores de Matemática em sua prática docente, quanto resultados de pesquisas, no campo da Matemática, que tratam do ensino e aprendizagem escolar. Já, a Matemática Científica, na visão dos mesmos autores, refere-se à Matemática como um corpo científico de conhecimentos profissionais. Apenas no plano das prescrições curriculares é que são manifestos os vínculos mais estreitos entre ambas na visão destes autores.

Ao analisar as respostas dos professores ao questionário, percebemos alguns indícios de que um dos professores pesquisados pode possuir esta visão sobre a Matemática:

P3: no mesmo semestre que os alunos cursam “Prática de Ensino III”, eles também têm “Cálculo II”, “Álgebra Linear” e “Álgebra I”. Ora, é claro que todas essas disciplinas mencionadas abordam Álgebra no mesmo semestre. A questão é: todas contribuem para a formação do futuro professor de Matemática? Quais os conhecimentos matemáticos para o ensino são abordados?

Dependendo da abordagem dessas disciplinas e das concepções dos professores que a ministram, pode ser que a Álgebra tratada na disciplina “Álgebra I” não tenha relação alguma com a Álgebra tratada na disciplina de “Prática de Ensino”. Isso faz com que os alunos se confundam mais ainda. Parece que são “coisas” completamente diferentes e, infelizmente, podem ser: uma pode estar mais relacionada à Matemática escolar e outra à Matemática acadêmica (grifo nosso).

Por meio da fala de P3, em destaque, inferimos que a Matemática escolar e a Matemática acadêmica, para ele, podem ser áreas distintas. Ele inicia relatando uma situação presente no curso em relação ao ensino da Álgebra e ao mencionar *infelizmente podem ser*, expõe uma afirmação particular no que concerne à situação descrita, ou seja, uma visão de que as disciplinas de Cálculo, Álgebra Linear e Álgebra I, dependendo de alguns fatores, trabalham uma álgebra totalmente diferente da álgebra trabalhada, por exemplo, em sua disciplina, Prática de Ensino, pois, segundo o mesmo, uma estaria ligada a Matemática acadêmica e outra a Matemática escolar. Logo, entendemos que há a possibilidade de que, para P3, estes campos formam áreas distintas de conhecimento, sem relações diretas.

Como é possível observar, categorizamos P3 tanto na subcategoria a) – visão de Matemática Escolar como transposição didática da Matemática Acadêmica – quanto na subcategoria b) – visão de Matemática Escolar como uma construção sob múltiplos condicionantes, pois encontramos falas que remetem a ambos os entendimentos. No entanto, cabe ressaltar, assim como foi feito ao final da subcategoria a) em relação à Teoria da Transposição, que, aqui, nesta subcategoria, verificamos, com maior clareza, na fala de P3, a Matemática escolar e Matemática científica como campos distintos. No entanto, esta ideia foi encontrada em apenas um fragmento, ou seja, houve apenas uma ocorrência desta manifestação. Portanto, não foi possível perceber um afloramento maior desta visão nas suas demais falas. Além disso, apenas é possível indicar que esta visão de P3 vem ao encontro do entendimento dos autores Moreira e David, mas não que seja a mesma, haja vista que P3 apenas manifestou que os campos matemáticos em questão podem ser “*coisas*” diferentes, mas, na visão de Moreira e David, há muitos outros fatores complexos envolvidos no contexto, constituição e tratamento de cada uma, algo que transcende apenas a ideia de campos diferentes.

Diante do que foi analisado até o momento, inferimos a possibilidade de P3 ver a Matemática escolar tanto como uma transposição didática, como na teoria proposta por Chevallard, quanto uma construção histórica que reflete múltiplos condicionantes externos e internos a escola, como na visão de Moreira e David.

c) Unicidade da Matemática Acadêmica

Esta subcategoria emergiu da leitura realizada sobre o questionário, ou seja, ao analisá-lo, observamos que, possivelmente, um dos professores possui esta visão. Talvez em consequência de toda formação posterior à licenciatura de P2 ter sido voltada à Matemática pura, este professor evidencia privilegiar a Matemática acadêmica em seu exercício docente. O mesmo afirma que

P2: O assunto abordado em um nível escolar é muito elementar.

Nesta resposta, o professor estava explicando sobre a ausência de elementos didáticos na disciplina. Podemos observar que ele considera o contexto escolar como algo muito elementar, simplista. No trecho a seguir, seu entendimento sobre este aspecto fica mais evidente:

P2: A Álgebra em um contexto mais elementar é apenas uma das formas de expressão da matemática para auxiliar na solução de problemas. O que é mais interessante é uma forma de expressão tão abstrata ser tão aplicável em problemas cotidianos [...] (grifo nosso).

Nesta fala, é possível inferir, pelo uso do advérbio *apenas*, que à Álgebra escolar, como subárea da Matemática escolar, é reservado um lugar acessório, ou seja, ela é somente *uma das formas de expressão da matemática* que auxilia na resolução de problemas. Ela não chega a ser entendida como um campo complexo da Matemática escolar, assim como a Matemática Escolar não chega a ser vista como uma verdadeira Matemática, com toda sua complexidade e especificidades. Além disso, implicitamente, a Matemática a qual se refere P2 na frase, diz respeito à Matemática científica. Em outro trecho, também ao se referir sobre a didática dos conteúdos, o professor diz:

P2: A disciplina é acadêmica e não profissionalizante.

Ou seja, pode-se concluir que a formação oferecida na disciplina que ministra visa à formação matemática acadêmica e não a prática do professor (profissionalizante) ou à Matemática escolar. Este aspecto também pode ser percebido na fala seguinte, quando o professor explicita o modo como introduz o ensino de polinômios:

P2: Eu faço questão de introduzir polinômios sem uso de nenhuma letra. Como subconjunto formado por sequências finitas de sequências formais infinitas de números. Só depois de construir toda a estrutura algébrica por meio de tais sequências é que estabeleço a nova forma de representação de um polinômio por meio de uma letra.

Moreira e David (2007), ao tecer críticas ao modelo usual ou atual da formação de professores de Matemática, indicam que neste, geralmente, separa-se, de um lado, o conhecimento disciplinar científico (no caso a matemática) e, de outro, os conhecimentos pedagógicos, curriculares, experienciais etc. Segundo os mesmos, dentre as consequências dessa separação, temos que o saber disciplinar, visto como parte da Matemática acadêmica, ainda que de forma implícita, assume a condição de essencial e de razão de ser do trabalho docente. Os demais componentes conformam um conjunto de conhecimentos de caráter basicamente acessório ao processo de transmissão do saber disciplinar. Decomposta dessa forma, a Matemática escolar costuma reduzir-se à parte elementar e simples da Matemática

acadêmica. Esta ideia vem ao encontro do que consideramos ser a visão de P2, isto é, a Matemática acadêmica vista como superior e essencial e a Matemática escolar como simples e elementar, que não chega a ser entendida como um campo complexo de saber, como Matemática, mas apenas acessória (que auxilia) à Matemática acadêmica.

Diante disso, é possível entender os “fortes” apontamentos realizados por P2 em relação à Matemática escolar, a prática de ensino do futuro professor e a didática dos conteúdos, percorridos nas subcategorias da categoria 1 (um). Expresso, pois, em outros termos, apesar da disciplina que o mesmo ministra estar intitulada como Matemática para o Ensino Fundamental, seu posicionamento em relação ao ensino e a didática dos conteúdos pode decorrer de sua visão de Matemática e do que vem a ser a atividade matemática. Em outras palavras, se, para o mesmo, a Matemática acadêmica é a “verdadeira” Matemática, então, a sua prática está coerente com o seu entendimento a respeito de Matemática. Em determinado momento P2 indica:

Embora seja Licenciado em Matemática, toda minha formação acadêmica posterior foi voltada para matemática pura e pesquisa.

Segundo Marques (1977, p. 122), “[...] há uma forte tendência do professor para ensinar como foi ensinado [...] Ele carrega essas vivências para a sala de aula e elas podem influenciar, senão decidir, o seu desempenho [...]”, ou seja, uma hipótese é, pelo fato de P2 ter vivenciado apenas a Matemática acadêmica, de acordo com as palavras de Marques, uma forte tendência deste professor carregar esta vivência para sua prática, e como percorrido esta tendência foi percebida na prática deste professor, a partir de suas afirmações apresentadas no questionário.

Com esta segunda categoria, notamos que a visão de Matemática do professor pode influenciar em sua prática docente. Um caso a parte, quanto à visão de Matemática, é o professor P1. Em nenhum momento de suas falas, ele deixa transparecer seu entendimento sobre a Matemática escolar e acadêmica. Ressaltamos que os professores pesquisados não foram questionados sobre este aspecto, buscamos realizar esta percepção na fala dos mesmos, posteriormente, com o material que já dispúnhamos. Mas, por todos os fragmentos já expostos no texto nos quais P1 manifesta-se, é possível perceber, por meio das estratégias de ensino explicitadas, a utilização de artigos, dos PCN e de outros documentos oficiais, além da realização de análise de livro didático, que a disciplina que ministra reserva um cuidado especial à Álgebra escolar. No entanto, não foi possível perceber qual sua visão sobre a

Matemática escolar como área de conhecimento matemático. Além disso, este professor, ao contrário dos demais, nada menciona a respeito da Matemática acadêmica e esta menção facilita a percepção de sua visão quanto ao campo acadêmico, e, indiretamente, ao escolar. Como mencionado, percebemos que a Matemática escolar é contemplada na disciplina (Prática de Ensino Fundamental II) que P1 ministra, mas sua visão sobre a mesma não foi percebida.

No texto que segue, buscamos estabelecer relações entre as análises realizadas nos projetos pedagógicos com as do questionário.

4.3 – Fechamento das Análises

A análise dos programas de ensino das disciplinas selecionadas a partir dos PP's trouxe alguns indícios em relação às mesmas. Alguns destes indícios puderam ser observados com as respostas dos professores ao questionário.

Em relação à disciplina Álgebra Elementar, ministrada por P4, por ter sido derivada da disciplina Fundamentos de Matemática Elementar sobre a qual constava no PP da IES 1, que visava à sequência de disciplinas que versam sobre a Matemática superior, inferimos, inicialmente, que esta disciplina não possuía a Álgebra da Educação Básica como foco. Todavia, P4 explica, por meio do questionário, que a mesma tem por objetivo revisar os conteúdos do Ensino Fundamental e Médio devido ao fato de os alunos entrarem no curso com diversas dificuldades sobre os conteúdos destes níveis de ensino.

Quanto a disciplina Prática de Ensino Fundamental II, também pertencente a IES 1, a qual foi ministrada por P1, observamos pelas respostas do professor que as informações contidas na ementa estão em consonância com o que o mesmo relata desenvolver na prática. Assim como a disciplina Prática de Ensino de Matemática III da IES 2, ministrada por P3, o qual afirma que procura enfatizar como ensinar os conteúdos.

As respostas do professor P2, ministrante da disciplina Matemática para o Ensino Fundamental da IES 3, também vem ao encontro dos indícios levantados a partir da análise das referências bibliográficas da disciplina descritas no texto 4.1. Ou seja, nesta análise, observamos que os livros elencados não proporcionavam o trabalho com a parte pedagógica ou didática dos conteúdos, mas sim apenas o domínio do conteúdo matemático acadêmico. Este aspecto é observado quando P2 afirma que *não se aprofunda questões didáticas* na disciplina, bem como quando o mesmo responde desconhecer os Parâmetros Curriculares Nacionais e que *não é do objetivo da disciplina discutir como os assuntos são colocados em*

sala de aula, pois a disciplina é acadêmica. As referências utilizadas na disciplina e as falas de P2 não vão ao encontro do objetivo da disciplina descrito no programa de ensino da mesma: “Ao final do curso, o aluno (futuro docente) deverá ser capaz de compreender e trabalhar os conteúdos inseridos no currículo do ensino fundamental” (PP da IES 3, 2008, p 41). Todavia, pode estar em harmonia com a visão de matemática que identificamos na fala do mesmo, isto é, a Matemática acadêmica como razão de ser do trabalho docente, como singular.

Já, em relação ao livro didático, nas disciplinas ministradas por P1 e P3, ou seja, nas disciplinas de Prática de Ensino, são realizadas análises com os licenciandos, levando em consideração para a análise, entre outros, os critérios de avaliação do Guia do livro didático – PNLD. Esta formação é indispensável ao futuro professor, pois poderá contribuir para a utilização deste recurso em sua futura prática docente. No entanto, em apenas duas das quatro disciplinas analisadas é desenvolvido este trabalho.

Quanto à utilização dos PCN na formação dos licenciandos, os professores formadores (exceto P2) afirmam utilizá-lo, assim como as diversas concepções da Álgebra e o uso das variáveis. Entretanto, não temos dados que respondam como estas propostas são trabalhadas para auxiliar os professores em formação a compreender e desenvolver habilidades para utilizá-las em atividades de ensino. Mas é possível perceber que não são apenas os professores da escola que não desenvolvem todas as dimensões da Álgebra no ensino, conforme apontado nos PCNEF, mas também os professores da universidade. Ou seja, a universidade também encontra dificuldades em colocar em prática toda aquela teoria presente no currículo, nas indicações dos PCN.

Diante das cargas horárias das disciplinas e da quantidade de conteúdo que são desenvolvidos nas mesmas, é improvável que se desenvolvam nos licenciandos, além da visão sobre as várias concepções de Álgebra, situações de ensino e a didática relativa a como ensiná-las no Ensino Fundamental. A Álgebra constitui uma poderosa ferramenta matemática para resolver problemas, além de privilegiar o desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização nos alunos (BRASIL, 1998b), mas, temos indícios, por meio das análises aqui realizadas nas disciplinas que, em alguns casos, não é desenvolvido esta visão sobre a Álgebra na formação do professor, ficando a cargo do trabalho e do entendimento do professor formador sobre o que vem a ser matemática e, conseqüentemente, o que vem a ser indispensável na formação do futuro professor de Matemática do ensino básico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito.

Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes”

Martin Luther King

Inicialmente, este estudo buscava um diferencial nos cursos de Licenciatura em Matemática que obtiveram melhores notas no Enade de 2008, possíveis particularidades no tratamento dado à Álgebra escolar, tendo em vista a futura prática do professor da Educação Básica, com base nas orientações de documentos oficiais como os PCN. Com o andamento da pesquisa, delimitamos nosso olhar apenas aos conteúdos algébricos, equações e expressões algébricas no Ensino Fundamental, e norteamos nossa investigação pelo seguinte questionamento: Qual o tratamento dado por alguns cursos de licenciatura em Matemática aos conteúdos equações e expressões algébricas diante das indicações propostas pelo PCNEF, visando à futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental? Para a realização deste estudo, iniciamos analisando os programas de ensino das disciplinas, nos projetos pedagógicos de vinte e dois cursos de Licenciatura em Matemática pertencentes às diversas regiões do Brasil. A partir de um processo de afinamento, característico de pesquisa com abordagem qualitativa dos dados, estabelecemos três cursos para a realização do estudo. Posteriormente, realizamos a aplicação do questionário com quatro professores que ministraram, no ano de 2011, as disciplinas selecionadas a partir da análise dos PP's. Para a análise dos dados, foram utilizados alguns procedimentos metodológicos da Análise de Conteúdo de Bardin (2009) e Franco (2008).

O tema Álgebra escolar na formação do professor de Matemática despertou-nos o interesse devido ao fato de ela ser, conforme indica Usiskin (1995a), a área-chave do estudo da matemática do ensino básico e, de acordo com os PCNEF (1998b), os alunos desenvolvem de forma bastante expressiva a habilidade de pensar de forma abstrata quando lhes são proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, bem como adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. Mas, para tanto, estes referenciais frisam que é importante que todas as dimensões da Álgebra sejam abarcadas, de forma articulada, no ensino, ou seja, precisa ser vista e ensinada como um conjunto: Aritmética generaliza, como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas ou equações, como um estudo de relações entre grandezas ou funcional, e como estudo de estruturas.

Os PCNEF (1998b) trazem diversas indicações e sugestões de trabalho com Álgebra, e quanto às equações e expressões algébricas não é diferente. Para o 6º e 7º ano, a recomendação é que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas, mas que o estudo detalhado das técnicas de resolução seja deixado para os dois últimos anos do Ensino Fundamental. Quanto ao 8º e 9º ano, é indicado o trabalho com situações diversificadas, as quais possam levar o aluno a reconhecer diferentes funções da Álgebra. E junto com estas sugestões, paralelamente, vêm as situações problemas, ou seja, a orientação é que os alunos construam seu conhecimento por meio de diversificadas situações problemas que possibilitem a atribuição de significados à linguagem, conceitos e procedimentos ligados à Álgebra, e que favoreça o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Estas sinalizações são realizadas com a finalidade de que o estudo da Álgebra escolar não fique restrito a procedimentos puramente mecânicos com equações e expressões. No entanto, no próprio documento é relatado que a abordagem que tem recaído sobre o ensino da mesma é a repetição mecânica de exercícios, e que isto não tem propiciado o sucesso dos alunos nesta área do conhecimento. Entretanto, este fato é geralmente imposto somente sobre a escola, mas cabe observar pelas respostas dos professores formadores ao questionário, que a universidade também trabalha a Álgebra de forma mecânica. O ensino de Álgebra tem, como ponto de partida, a regularidade, enquanto a vida das pessoas, neste caso, estudantes, é fluente. As propostas indicam que a iniciação algébrica deveria começar quando os alunos têm, em média, 14 anos. A variável tem a finalidade de generalizar ideias, realizar leitura de mundo, como realizar leitura de mundo com alunos de 14 anos?

Algumas pesquisas (BRIGHENTI; MARENI 2003, KEPPKE 2007, CAMARGO 2003, SILVA 2006) evidenciam que os professores encontram dificuldades para utilizar as recomendações dos PCNEF em suas práticas docente. Por um lado, é compreensível que professores, tanto da Educação Básica, quanto do Ensino Superior, não consigam contemplar em sua prática **todas** as recomendações curriculares, uma vez que é de conhecimento geral os vários dilemas que cercam esta profissão, como a falta de tempo. Em muitos casos, um professor do ensino básico possui diversas turmas, tendo que atender e planejar aulas para cada uma delas, com conteúdos diferentes, em turmas diferentes, com níveis de escolaridade e aprendizagem diferentes. Em outras palavras, muitas vezes, o professor tem carga horária sobrecarregada, com falta de tempo para atender com a devida atenção e cuidado todas as turmas.

Já, o professor universitário, pode encontrar dificuldades em como formar/preparar o licenciando desde as incoerências presentes nas Diretrizes que norteiam a formação de professores. Como apontado em nosso referencial teórico (item 2.4), a dicotomia entre formação pedagógica e específica tem se mantido nas reformas curriculares, com uma desarticulação entre teoria e prática. Conforme observam Avila e Viola dos Santos (2012), ao mesmo tempo em que as DCN (CNE/CP9 de 2001; CNE/CES 1302 de 2001) estabelecem que o principal objetivo dos cursos de Licenciatura em Matemática é formar professores para atuarem na Educação Básica, quando elenca os conteúdos obrigatórios destes cursos, não cita conteúdos específicos do ensino básico, mas apenas do Ensino Superior. Neste cenário, pode haver um impasse semelhante ao que ocorre no Ensino Médio: prepara-se para o mundo do trabalho ou para o ingresso no Ensino Superior? E, no curso de Licenciatura em Matemática, os professores formadores devem privilegiar, na sua prática, o preparo de um futuro professor da Educação Básica ou o ingresso de seus alunos em cursos de pós-graduação (mestrado/doutorado) em Educação, Educação Matemática e Matemática Pura?

Na estruturação do atual modelo de formação, sabemos que o professor formador precisa atender a todas estas demandas, o que complexifica sua prática, pois exige-se que Matemática acadêmica e Matemática escolar tenham seus papéis bem equacionados para que o pêndulo entre elas esteja em equilíbrio, por outro lado, ele lida com uma “clientela” interessada tanto em, após se formar, atuar no ensino básico quanto com outros que desejam formar-se e ingressar em cursos de pós-graduação nas áreas supracitadas.

A dificuldade do professor da escola básica em seguir as orientações dos PCN, observada por meio de pesquisas aqui já citadas, reforçou nosso interesse em questionar os professores formadores sobre o trabalho com os Parâmetros Curriculares no processo de formação de professores, tendo em vista que é durante a formação que se forma a base docente. Por mais que os professores em atuação encontrem dificuldades em segui-los em sua totalidade, buscamos analisar o princípio/início do contato dos futuros professores com este documento, com o intuito de que, ao menos, o mesmo tenha conhecimento sobre os Parâmetros, sobre seus princípios norteadores. É importante ponderar que nesta relação universidade e escola, no que diz respeito à aprendizagem da Álgebra e ao insucesso dos alunos, a universidade geralmente fica ileso, isenta, mas é perceptível nas respostas dos formadores de professores que os mesmos também não fazem uso, em sua totalidade, da estrutura sugerida pelos PCN, e isso tem reflexos no ensino básico, já que a universidade é a formadora de professores.

Três dos quatro formadores expõem indícios de que desenvolvem com os licenciandos as diversas concepções de Álgebra sugeridas pelos PCNEF, no entanto, não foi possível identificar como este trabalho efetivamente acontece, pois, na resposta ao questionário, ao contrário do que esperávamos, não foram apresentados exemplos de atividades, o que também dificultou o estabelecimento de relações com as sugestões de atividades dos PCNEF (1998b). O uso dos PCN fica mais evidente nas falas de P1 e P3. Porém, diante das cargas horárias das disciplinas, que circula entre 30, 60 e 90h, e da quantidade de conteúdo que são desenvolvidos nas mesmas, é improvável que se desenvolva, além da visão sobre as várias concepções de Álgebra, situações de ensino e a didática relativa a como ensiná-las no Ensino Fundamental. O professor P2 é o único que afirma desconhecer-los.

Em relação ao livro didático, autores como Carvalho e Almeida (2010) salientam que grande parte dos educadores matemáticos atribui a este recurso um papel de destaque entre as ferramentas didáticas que podem ser utilizadas na escola, sendo indispensável ao professor. Dos quatro professores pesquisados, dois deles, correspondentes a duas instituições, indicaram desenvolver análise deste recurso com os professores em formação. Estes recursos (livro didático e os PCNEF) constituíram critérios de análise com os formadores, haja vista que esta pesquisa investiga a formação oferecida pelos cursos de Licenciatura em Matemática tendo em perspectiva a futura prática profissional do professor da Educação Básica, particularmente do Ensino Fundamental. Não consideramos estes recursos os únicos que precisam ser explorados, porém, os indispensáveis, uma vez que um constitui o currículo do Ensino Fundamental e o outro uma poderosa ferramenta que pode auxiliar a prática do professor deste nível de ensino.

Com a análise dos programas de ensino das disciplinas nos projetos pedagógicos, foram levantadas algumas hipóteses sobre as mesmas. Na disciplina Álgebra elementar da IES 1, do 1º semestre do curso, ministrada por P4, em 2011, foi possível perceber a realização de revisão de conteúdos na área de Álgebra visando às disciplinas dos semestres seguintes pertencentes à Matemática acadêmica. Este aspecto de revisão foi afirmado por P4 na resposta ao questionário. Porém, segundo o mesmo, esta revisão de conteúdos é realizada pelo fato de os licenciandos ingressarem no curso com dificuldades em conteúdos do ensino básico, desse modo, esta revisão possui a finalidade de suprir ou corrigir lacunas deixadas pela escola básica na formação matemática do aluno.

Já, na disciplina Prática de Ensino Fundamental II, também da IES 1, ministrada por P1, em 2011, observamos que, na mesma, a presença de elementos voltados à Álgebra escolar e ao exercício docente do futuro professor de Matemática do Ensino Fundamental, uma vez

que, com base no programa de ensino da disciplina e nas respostas de P1, é realizado trabalho com os conteúdos com vista a didática, são desenvolvidas estratégias e atividades de ensino com o auxílio de artigos, vídeos, documentos oficiais, dentre eles, os PCN e o livro didático.

De modo semelhante, na disciplina Prática de Ensino Fundamental III, da IES 2, ministrada pelo professor P3, em 2011, pela análise do programa de ensino, também percebemos uma atenção voltada ao preparo do futuro professor para sua atuação na Educação Básica, pois, em ambos os instrumentos da coleta de dados, encontramos o trabalho com autores da Educação Matemática, como, na área do ensino de Álgebra: Carolyn Kieran, Dario Fiorentini, Antonio Miguel, Maria Angela Miorim, o livro *As Ideias da Álgebra* de Coxford e Shulte, além da revista *Educação Matemática em Revista* da SBEM, o trabalho com livro didático do Ensino Fundamental e os PCNEF.

Quanto a disciplina Matemática para o Ensino Fundamental da IES 3, ministrada por P2, inferimos, por meio das referências bibliográficas que a mesma se pauta, que o caráter da disciplina voltava-se para o domínio matemático acadêmico, e a análise do questionário veio ao encontro desta inferência. Assim, podemos perceber a autonomia do professor formador sobre a disciplina que ministra, uma vez que o objetivo difere das referências bibliográficas. O primeiro está voltado para a Matemática escolar, e a segunda para a Acadêmica, no entanto, o que é privilegiado, na prática, é a segunda.

No capítulo 2, de nossos referenciais teóricos, explicitamos alguns conflitos existentes no atual modelo de formação docente, tanto em termos matemáticos quanto didáticos, tomando como referência sua futura prática profissional na escola básica, essencialmente com base nos autores Moreira e David (2003, 2005, 2007). E, neste aspecto, a pesquisa de Gatti *et al* (2010) vem a afirmar que estes conflitos permanecem. Neste estudo, os autores observam que todos os cursos⁴³ analisados contemplam conteúdos matemáticos pertencentes à Educação Básica na área de Álgebra, mas que as disciplinas que abarcam tais conteúdos, pelo conteúdo examinado, não possuem o ensino básico como finalidade. Além disso, é analisado que os cursos de Licenciatura em Matemática estão formando profissionais com perfis diferentes, isto é, alguns com uma formação matemática densa, que talvez os limite a enfrentar situações de sala de aula que não se restringem ao saber matemático, ao passo que outros estão recebendo uma formação pedagógica desconexa da formação específica em Matemática, tendo o licenciando que encontrar as inter-relações entre essas formações.

⁴³ No total, foram analisados 31 cursos, distribuídos pelo Brasil.

Levando em consideração estas questões e conflitos que envolvem os papéis da Matemática acadêmica e da Matemática escolar no processo de formação do professor, bem como a ideia de que entendimentos distintos sobre a constituição das mesmas podem também induzir a diferentes leituras do exercício profissional da docência no ensino básico, e, assim, influenciar a conformação de projetos de formação do professor de Matemática nos cursos de licenciatura (MOREIRA; DAVID, 2003), com base nas visões de Moreira e David, que concebem a Matemática escolar como uma construção histórica sob múltiplos condicionantes externos e internos a escola, e de Yves Chevallard, com a Teoria da Transposição Didática, isto é, Matemática escolar como uma transposição didática da Matemática científica, buscamos perceber e entender, por meio da segunda categoria de análise, as visões dos professores formadores nos cursos investigados acerca destes campos do conhecimento matemático.

Devido ao fato de que a visão dos formadores sobre a Matemática não constituía um critério inicial de análise, mas, emergiu posteriormente, após a aplicação dos questionários, tivemos dificuldades em filtrar estas visões nas falas dos mesmos, contudo, em um deles, não foi possível visualizar este aspecto. Identificamos elementos que remeteram P3 e P4 à visão de Transposição Didática, pelo fato de ambos evidenciarem acentuada preocupação em como ensinar os conteúdos, ou seja, em elaborar uma forma didática aos conteúdos visando à filtragem dos mesmos na atuação docente no ensino básico. Quanto ao professor P3, ainda é possível perceber também uma visão de Matemática escolar como uma construção histórica que reflete múltiplos condicionantes, conforme é concebida pelos autores Moreira e David. Nesta vertente, a prática profissional do professor da escola básica é tomada como referência, e Matemática escolar é entendida como um conjunto de saberes associados ao exercício docente, bem como inclui resultados de pesquisas que se referem ao ensino e à aprendizagem matemática escolar. Já, a Matemática acadêmica é entendida como um corpo científico de conhecimentos profissionais.

O estudo da visão de matemática dos professores auxiliou, principalmente, a compreender a prática de P2, com base em suas falas. Este formador frisa que *não se aprofunda questões didáticas* na disciplina, pois, *o assunto abordado em um nível escolar é muito elementar*, e que *não é do objetivo da disciplina discutir como os assuntos são colocados em sala de aula*, pois, *a disciplina é acadêmica e não profissionalizante*. Por meio do discurso do mesmo, inferimos que sua prática está coerente com que ele entende que vem a ser atividade matemática, bem como a própria Matemática. Neste caso, a Matemática acadêmica é vista como a “verdadeira” matemática, a razão de ser do trabalho docente, ela é

singular, única, primordial. Já, a *Álgebra em um contexto mais elementar é apenas uma das formas de expressão da matemática para auxiliar na solução de problemas*, esta matemática possivelmente vem a ser a acadêmica, ou seja, a Álgebra escolar, entendida como subárea da Matemática escolar, por mais que o contexto escolar seja considerado, é tida como uma ferramenta acessória da Matemática acadêmica que auxilia na resolução de problemas, sem suas especificidades próprias, apenas como algo secundário, menor.

Diante de todo o exposto até aqui, na busca por responder ao problema de pesquisa, torna-se essencial realizar duas considerações. A saber, a questão norteadora da pesquisa configura-se em investigar o tratamento dado aos conteúdos matemáticos, equações e expressões algébricas, na licenciatura diante das indicações propostas pelo PCNEF, visando à futura prática do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. Na ocasião da aplicação dos questionários, duas questões (1 e 2) foram elaboradas na intenção de que o formador disponibilizasse exemplos (pelo menos, um) de atividades que foram desenvolvidas em sala de aula e estratégias de ensino desenvolvidas com as mesmas, ou seja, explicitar como os professores em formação são orientados a posicionar-se diante de algumas situações didáticas. Acreditamos que estes aspectos facilitariam o estabelecimento de relações com as indicações dos PCNEF para o trabalho com a Álgebra escolar. No entanto, uma hipótese é a de que os enunciados de tais perguntas (Apêndice A, p. 141) não tenham ficado claros. Outro fator envolvido refere-se ao questionário com questões abertas como instrumento de coleta de dados. Este pode não fornecer as informações ou respostas que o pesquisador espera, uma vez que o pesquisado responde conforme interpreta a questão, este fato pode ser analisado na própria observação anterior quando dos exemplos de atividades. Assim, levando em consideração estes fatores, foi percebido que, principalmente, os professores P1 e P3 procuram estabelecer conexão entre a formação oferecida ao licenciando em Álgebra escolar com a futura prática profissional do mesmo, buscando tratar o como ensinar os conteúdos, utilizando recursos didáticos como os PCN, o livro didático, os seminários ministrados pelos alunos, os artigos de educadores matemáticos, dentre outros meios. Porém, por mais que saibamos que estes recursos são utilizados e que as orientações dos PCNEF são consideradas, especificamente em relação às equações e expressões algébricas, não foi possível perceber como ocorre o tratamento. Notamos que três professores contemplam dimensões da Álgebra com vistas a didática: P1, em estudos históricos, P3 indica trabalhar até seis níveis de interpretação da letra transcendendo até mesmo as dimensões sugeridas pelos Parâmetros Curriculares, e P4 indica abordar principalmente a Álgebra como equações. Mas, como este trabalho foi realizado não foi possível responder, isto é, sabemos que o objeto é tratado com

vistas à prática do futuro professor, e que há vínculos com as sugestões dos PCNEF, mas não sabemos como foi realizado este trabalho, como o licenciando é “orientado” a posicionar-se diante de diversas situações didáticas, o que, provavelmente, só seria possível analisar com o acompanhamento *in loco*.

Dessa maneira, algumas questões surgem e continuam inquietando: Que tipos de atividades são desenvolvidas pelos professores formadores para a realização do trabalho com as diversas dimensões da Álgebra escolar? Alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática possuem o entendimento que a Álgebra escolar tem variadas dimensões para serem exploradas no ensino? Em caso afirmativo, como desenvolver este trabalho? Em caso negativo, esta lacuna deixada pela formação inicial será suprida com prática, com o livro didático ou será transferida para a sala de aula? Acompanhando a prática do professor da escola básica ao trabalhar a Álgebra escolar e a prática do professor formador na licenciatura ao desenvolver conteúdos pertencentes a este campo, há consonância com as necessidades didáticas e pedagógicas que emergem na prática profissional do professor da escola básica?

Esta pesquisa será disponibilizada aos professores formadores sujeitos de pesquisa na esperança de contribuir para a formação em Álgebra escolar de futuros professores de Matemática, bem como esperamos que os dados apresentados propiciem uma reflexão e discussão em torno da formação inicial de professores de Matemática, tendo em vista que ainda há vários conflitos presentes no modelo de formação no que se refere aos papéis da Matemática acadêmica e da Matemática escolar, neste caso, particularmente quanto ao campo da Álgebra.

Finalmente, uma consideração a ser feita é que o processo de construção da pesquisa, para uma pesquisadora até então iniciante, conduziu-me a observar que fazer pesquisa é uma atividade árdua. O processo de obtenção dos questionários, pelo tempo absorvido, e a análise dos dados, pela responsabilidade envolvida, configura algumas das angústias enfrentadas. Como iniciante, julgamos, a princípio, que pesquisa é uma construção linear, no qual cada capítulo, cada texto deva ser cronologicamente escrito um após o outro, mas, com o decorrer do trabalho, percebemos que se trata de um “quebra cabeça” e que tais peças não possuem uma ordem exata e linear para serem encaixadas, assim uma peça que ora encaixa-se perfeitamente, em outro momento, ela deve ser removida ou modificada, pois, o problema de pesquisa vai sendo moldado conforme caminha-se pelos trilhos de constituição e construção da pesquisa. E, neste vai e vem de peças, cada *insight* precisa ser valorizado e devidamente registrado. Assim, concluímos que este trabalho proporcionou, além da ampliação de conhecimento e de horizontes, o crescimento pessoal da pesquisadora.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Elizabeth Adorno. Ensino de álgebra e formação de professores. In: **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo-SP: 2008, v. 10. n. 2. p. 331-346.

ÁVILA, Larissa Bonfim de; VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo. Propostas de formação matemática em currículos prescritos de cursos de licenciatura em matemática na modalidade a distância. In: **XI Encontro Sul-mato-grossense de Educação Matemática** (CD-ROM). Nova Andradina – MS: SBEM-MS, 2012.

BAILO, Fernanda Roberta Ravazi. **Análise dos usos da variável presente no Caderno do Aluno na introdução à Álgebra da Proposta Curricular do Estado de São Paulo do Ensino Fundamental II de 2008 e 2009**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/fernanda_ravazi_bailo.pdf. Acesso em: 09 de set. de 2012.

BARBOSA, Flaviane Oliveira. **Análise da produção escrita de alunos do 8º ano do ensino fundamental em situações que envolvem expressões algébricas**. 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Católica de Brasília, Brasília. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22008/FlavianeOliveiraBarbosa.pdf>. Acesso em 20 jan. 2012.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Traduzido por Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2009. 5. ed. (Edição revista e atualizada)

BIEHL, Juliana Volcanoglo; BAYER, Arno. A escolha do livro didático de matemática. In: **X Encontro Gaúcho de Educação Matemática - EGEM**. Ijuí – RS: 2009.

BLANCO, Maria Mercedes García. A formação inicial de professores de matemática: fundamentos para a definição de um curriculum. In: Fiorentini, Dario (org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com novos olhares**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003. p. 51-86.

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. (org.); SHULTE, Alberto P. (org.). **As ideias da álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo – SP: Atual, 1995. p. 23 – 37.

BORRALHO, Antonio *et al.* Os padrões no ensino e aprendizagem da álgebra. **Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação**. Lisboa: 2005. Disponível em: <http://sem.spce.org.pt/13iv.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2012.

BRASIL. Parecer CNE/CP 9/2001, de 8 de maio de 2001. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. **Diário Oficial da União**, Poder Executivo, Brasília, DF, 18 jan. 2002a. Seção 1, p. 31.

BRASIL. Parecer CNE/CES nº 1.302, de 6 de novembro de 2001. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. **Diário Oficial da União**, Brasília, 5 mar. 2002b. Seção 1, p. 15.

BRASIL. Resolução CNE/CP 1, de 18 de fevereiro de 2002. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de Licenciatura, de graduação plena. **Diário Oficial da União**, Brasília, 9 abr. 2002c. Seção 1, p.31. Republicada por ter saído com incorreção do original no Diário Oficial da União de 4 de mar. 2002. Seção 1, p. 8.

BRASIL. Resolução CNE/CP 2, de 19 de fevereiro de 2002. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior. **Diário Oficial da União**, Brasília, 4 mar. 2002d. Seção 1, p. 9.

BRASIL. Resolução CNE/CES nº 3, de 18 de fevereiro de 2003. Estabelece as Diretrizes Curriculares para os cursos de Matemática. **Diário Oficial da União**, Brasília, 25 de fevereiro de 2003. Seção 1, p. 13

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2011: Matemática**. Brasília – DF: MEC/SEB, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília – DF: MEC/SEF, 1998a.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática**. Brasília – DF: MEC/SEF, 1998b.

BRIGHENTI, Maria José Lourenção; MARENI, Camila Cássia de. Investigação sobre ações metodológicas realizadas segundo as metas dos PCNs de Matemática. In: **Zetetiké**. Campinas – SP: 2003. v. 11, n. 20, jul/dez. p. 11-129.

BURIGATO, Sonia M. M. da Silva. **Estudo de dificuldades na aprendizagem da fatoração nos ambientes: papel e lápis e no software Aplusix**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

CALLADO, Sílvia dos Santos e FERREIRA, Sílvia Cristina dos Reis. **Análise de documentos: método de recolha e análise de dados**. DEFCUL: 2004/2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ichagas/mi1/analisedocumentos.pdf>. Acesso em 21/11/2011.

CAMARGO, Vera Lúcia Vieira de. **Aprender e ensinar matemática através dos PCNs na visão dos professores do ensino fundamental**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

CARVALHO, Claudia Cristina Soares de. **Uma análise praxeológica das tarefas de prova e demonstração em tópicos de álgebra abordados no primeiro ano do Ensino Médio**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de; ALMEIDA, Adriano Pedrosa de. Introdução. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de (coord.). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica – MEC/SEB, 2010. v. 17. (Coleção Explorando o Ensino).

CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de; LIMA, Paulo Figueiredo. Escolha e uso do livro didático. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de (coord.). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica – MEC/SEB, 2010. v. 17. (Coleção Explorando o Ensino).

CELLARD, André. A análise documental. In: **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. Petrópolis - RJ: Vozes, 2008. (Coleção Sociologia).

CHEVALLARD, YVES; BOSH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Traduzido por Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre – RS: Artmed Editora, 2001.

CURY, Helena Noronha *et al.* Formação de professores de matemática. In: **ACTA Scientiae – Revista de Ciências Naturais e Exatas**. Canoas - RS: 2002. v. 4. n. 1. p. 37-42.

CURY, Helena Noronha; KONZEN, Beatriz. Classificação e análise de erros em álgebra. In: **IX Encontro Gaúcho de Educação Matemática**, 2006. Caxias do Sul – RS. Disponível em: http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaicho_Ed_Matem/cientificos/CC26.pdf. Acesso em: 20 jun. 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. São Paulo – SP: Ática, 2009. 3. ed. (coleção tudo é matemática).

D'AMBROSIO, Beatriz S. Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. In: **Pro-posições**. São Paulo: 1993. vol. 4. n. 1 [10]. p. 35 - 41.

FERREIRA, Magno Luiz. **Álgebra: como as crenças dos professores influenciam na aprendizagem dos alunos**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. **Saberes e concepções algébrica em um curso de licenciatura em matemática**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

FIorentini, Dario. Em busca de novos caminhos e de outros olhares na formação de professores de matemática. In: Fiorentini, Dario (org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com novos olhares**. Campinas – SP: Mercado de Letras, 2003. p. 07-16.

FIorentini, Dario; CASTRO, Franciana Carneiro de. Tornando-se professor de matemática: O caso de Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. In: FIorentini, Dario. **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com novos olhares**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003, p. 121 – 156.

FIorentini, Dario; Miorim, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. In: **Pro-posições**, 1993. v. 4. n. 1[10]. p. 78 – 91.

FRANCO, Maria Laura P. B. **Análise de conteúdo**. Brasília – DF: Liber Livro Editora, 2008. 3. ed. v. 6. (série pesquisa).

GATTI, Bernadete A. **Formação de professores: condições e problemas atuais**. In: **Revista brasileira de formação de professores**. São Paulo, 2009. v. 1. n. 1. p. 90-102.

GATTI, Bernadete *et al.* Formação de professores para o ensino fundamental: Instituições formadoras e seus currículos. In: **Estudos e pesquisas educacionais** - Fundação Victor Civita. São Paulo, 2010 - anual n. 1. p. 95-136.

GATTI, Bernadete A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. In: **Educ. Soc.** Campinas: 2010. v.31. n. 113. p. 1355-1379.

GIL, Katia Henn; PORTANOVA, Ruth. Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra. In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte – MG: SBEM, 2007.

GITIRINA, Verônica; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de; A metodologia de ensino e aprendizagem nos livros didáticos de Matemática. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de (coord.). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica – MEC/SEB, 2010. v. 17. (Coleção Explorando o Ensino).

JARAMILLO, Diana. Processos metacognitivos na (re)constituição do ideário pedagógico de licenciandos em matemática. In: FIORENTINI, Dario (org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com novos olhares**. Campinas – SP: Mercado de Letras, 2003, p. 87 – 120.

KEPPKE, Charston Lima. **Álgebra nos currículos do ensino fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

KOBASHIGAWA, Mutsu-Ko. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental: das prescrições ao currículo praticado pelos professores**. 2006. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/mutsu-ko_kobashigawa.pdf. Acesso em: 13 de set. de 2012.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquin. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas – SP: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

LORENZATO, Sergio; VILA, Maria do Carmo. Século XXI: qual Matemática é recomendável? In: **Zetetiké**. FE – Unicamp: 1993. Ano 1. n. 1. p. 41 – 49. Disponível em: <http://www.lce.esalq.usp.br/gabriel/Matematica.pdf>. Acesso em: 13 de set. de 2012.

LÜDKE, Menga e ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo – SP: EPU, 1986. (Coleção Temas básicos de educação e ensino)

MARQUES, J. C. **Os caminhos do professor; incerteza, inovações, desempenhos**. Porto Alegre: Ed. Globo, 1977.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? In: **Pro-Posições**: 1992. v. 3. n. 1[7]. p. 39 – 54.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti. Matemática escolar e matemática científica: uma palavra em comum e diferenças substantivas. In: **III Encontro Mineiro de Educação Matemática** (CD-ROM). Belo Horizonte: SBEM-MG, 2003.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. In: **Zetetiké**. São Paulo: FE – Unicamp, 2003. v. 11. n. 19. p. 57 – 80.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. In: **Revista Brasileira de Educação**, 2005. n. 28. p. 50 – 61.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. - 1 reimp. Belo Horizonte – MG: Autêntica, 2007. p. 116. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MOURA, Anna Regina Lanner de; SOUSA, Maria do Carmo. Dando movimento ao pensamento algébrico. In: **Zetetiké** – Cempem – FE: Unicamp, 2008. v. 16. n. 30. p. 63 – 76. Disponível em: www.fe.unicamp.br/zetetike/include/getdoc.php?id=468...125... Acesso em: 09 de set. de 2012.

NBR 14724 (2011) – Informação e documentação – Trabalhos Acadêmicos.

NEVES, José Luis. **Pesquisa qualitativa**: características, usos e possibilidades. São Paulo – SP: 1996. Disponível em: <http://www.ead.fea.usp.br/cad-pesq/arquivos/c03-art06.pdf>. Acesso em 21/11/2011.

OLIVEIRA, Eliana de *et al.* Análise de conteúdo e pesquisa na área da educação. In: **Revista Diálogo Educacional**. Curitiba – PR: 2003. v. 4, n. 9. p. 11-27. Disponível em: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/1891/189118067002.pdf>. Acesso em 02/05/2012.

PAIS, Luiz Carlos. Transposição didática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2010. 3 ed. 1 reimp. (Série Trilhas).

PEREIRA, Marcelo Dias. **Um estudo sobre equações**: identificando conhecimentos de alunos de um curso de formação de professores de matemática. 2005. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

PIETROPAOLO, Cesar Ruy. Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental. In: **Educação Matemática em Revista**: Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, 2002. Ano 9. n. 11a (Edição especial - formação de professores). p. 34 – 38.

PIRES, Célia Maria Carolino. Currículos de Matemática: para onde se orientam. In: **Revista de Educação** – PUC de Campinas, Campinas: 2005. n. 18. p. 25 – 34.

PIRES, Celia Maria Carolino Pires. Novos desafios para os cursos de licenciatura em matemática. In: **Educação Matemática em Revista**. Junho 2000. Ano 7 – n. 08.

PIRES, Célia Maria Carolino. Reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica. In: **Educação Matemática em revista**. SBEM: 2002. n. 11. p. 44-56.

PONTE, João Pedro da; PESQUITA, Idália. Dificuldades dos alunos do 8º ano no trabalho em álgebra. **Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação**. Lisboa: 2006. Disponível em: <http://sem.spce.org.pt/Montegordo/6XV.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2012.

QUINTILIANO, Luciane de Castro. Equações e expressões: uma análise dos fatores envolvidos na solução de atividades algébricas. In: **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2004, Recife – PE. Disponível: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/CC26286839895.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2012.

RAMOS, Rita de Cássia de S. S; SALVI, Rosana Figueiredo. Análise de conteúdo e análise do discurso em educação matemática: um olhar sobre a produção em periódicos *qualis* A1 e A2. In: **IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM**. Brasília – DF: 2009.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. **Analisando o desempenho de alunos do ensino fundamental em álgebra, com base em dados do SARESP**. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix: Matemática**. São Paulo – SP: Scipione, 2009 (coleção projeto radix).

SANTOS, Daniela Miranda Fernandes. **Ensino de equação do 1º grau: concepções de professores de matemática e formação docente**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

SANTOS, Leila Muniz. **Concepções do professor de matemática sobre o ensino de álgebra**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SANTOS FILHO, José Camilo dos; GAMBOA, Silvio Sánchez (org.). Pesquisa educacional: quantidade-qualidade. São Paulo – SP: Cortez, 2009. (Coleção Questões da Nossa época) 7. ed. v. 42.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. In: **Revista Brasileira de História e Ciências Sociais**. São Leopoldo – RS: 2009. p. 15.

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de licenciatura em matemática**: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2003. disponível em: http://www.prg.rei.unicamp.br/ccg/subformacaoprofessores/SBEM_licenciatura.pdf. Acesso em: 29 de ago. de 2012.

SCARLASSARI, Nathalia Tornisiello. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em aluno da 6ª série do ensino fundamental**. 2007. Dissertação (Faculdade de Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP.

SILVA, Maria Helena da. **Estudos das visões sobre Álgebra presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental em relação a números e operações**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/maria_helena_silva.pdf. Acesso em: 13 de set. de 2012.

SOARES, Hermes Geraldo. **O ensino de álgebra no ensino fundamental**: uma reflexão a partir dos parâmetros curriculares nacionais de matemática. 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Católica de Brasília, Brasília. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22008/HermesGeraldoSoares.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2012.

SZTAJN, Paola. O que precisa saber um professor de Matemática? uma revisão da literatura americana dos anos 90. In: **Educação Matemática em Revista: Licenciatura em Matemática – um curso em discussão**. SBEM: 2002. Ano 9. n. 11. ed. esp. p. 9 – 16.

TINOCO, Lucia Arruda de Albuquerque. Educação algébrica: In: **Anais do III Seminário Internacional em Educação Matemática**, 2006, Águas de Lindóia – SP. p.15

TINOCO, Lucia Arruda de Albuquerque. *et al.* Álgebra na escola básica: significado? Mecanização? In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2007, Belo Horizonte – MG. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/minicursos.html. Acesso em: 20 jan. 2012.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. (Org.); Shulte, Alberto P. (Org.). **As ideias da álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995a. p. 9-22.

USISKIN, Zalman. **Why is álgebra important to learn?** Chicago: Spring, 1995b. p. 30 – 37. (American Federation of Teachers).

USISKIN, Zalman. Introductions. In: USISKIN, Zalman (Ed.), ANSERSEN, Kathleen (Ed.), ZOTTO, Nicole (Ed.). **Future Curricular Trends in School Algebra and Geometry**: proceeding of a conference. Chicago: IAP, 2008. p. 1 – 4. (Research in mathematics education), (International Mathematics Curriculum Conference).

ANEXOS

Anexo A – IES 1: Programa de Ensino da Disciplina Álgebra Elementar

PROGRAMA DE DISCIPLINA

Disciplina: ÁLGEBRA ELEMENTAR					Código
Departamento: MATEMÁTICA				Duração/Semanas	Carga Horária Semestral
Unidade:				18	60
Carga Horária Semanal	Teórica 04	Prática 00	Estágio 00	Créditos 04	PRÉ-REQUISITOS --
Ementa:					
1. Arranjos, permutações e combinações;			4. Polinômios;		
2. Binômio de Newton;			5. Equações Polinomiais;		
3. Números Complexos;			6. Equações exponenciais e logarítmicas.		
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO					
1. ANÁLISE COMBINATÓRIA			4. POLINÔMIOS		
1.1. Princípio Fundamental da Contagem			4.1. Igualdade		
1.2. Arranjos			4.2. Operações		
1.3. Permutações			4.3. Grau		
1.4. Fatorial			4.4. Divisão de polinômios		
1.5. Combinações			4.5. Divisão por binômios do tipo $x - a$		
1.6. Permutações com elementos repetidos			4.6. Divisões sucessivas		
2. BINÔMIO DE NEWTON			5. EQUAÇÕES POLINOMIAIS		
2.1. Coeficientes Binomiais			5.1. Teorema Fundamental da Álgebra		
2.2. Triângulo de Pascal			5.2. Decomposição em fatores irredutíveis		
2.3. Somatório			5.3. Multiplicidade de raízes		
2.4. Desenvolvimento de $(a+b)^n$			6. EQUAÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARITMICAS		
3. NÚMEROS COMPLEXOS			6.1. Potenciação e suas propriedades		
3.1. Operações com pares ordenados			6.2. Função exponencial: propriedades, gráfico, equações, inequações.		
3.2. Forma algébrica			6.3. Propriedades dos logaritmos		
3.3. Forma trigonométrica			6.4. Mudança de base do log		
3.4. Potenciação			6.5. Função Logarítmica: propriedades, gráfico, equações, inequações.		
3.5. Radiciação					
BIBLIOGRAFIA					
TÍTULO DA OBRA			AUTOR		
Fundamentos de Matemática Elementar vol 2.: Logaritmos. 9ªed. Atual Editora, 2004.			IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos; DOLCE, Osvaldo.		
Fundamentos de Matemática Elementar vol 5.: Combinatória e Probabilidade. 7ªed. Atual Editora, 2004.			HAZZAN, Samuel.		
Fundamentos de Matemática Elementar vol 6.: Complexos, Polinômios e Equações. 7ªed. Atual Editora, 2005.			IEZZI, Gelson.		
Aprovado pelo Colegiado de Curso:				Resolução CEPE:	
Reunião: Data: 15/09/2009				Data: 05/11/2009	

Anexo B – IES 1: Ementa da Disciplina Prática de Ensino Fundamental II

PRÁTICA DE ENSINO FUNDAMENTAL II - MTM186

Retomada do conteúdo de Álgebra do Ensino Fundamental, do ponto de vista da Didática; Análise de livros didáticos de Ensino Fundamental; Estratégias e atividades de ensino destacando os temas: - Sistemas de Numeração; Operações Fundamentais; Algoritmos; Expressões Aritméticas; - Raízes e Potências; Álgebra Geométrica; Funções; Equações; Expressões Algébricas; Problemas Algébricos.

Disciplina: PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA III

Carga Horária: 68 horas

Ensino de Combinatória e Álgebra. Análise de Livros Didáticos.

1) Bibliografia Básica

- ❖ BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)*. Brasília, MEC/SEF, 1998.
- ❖ BIGODE, A. J. L. *Matemática Hoje é Feita Assim. 7ª e 8ª séries*. São Paulo: Editora FTD, 2000.
- ❖ BITTAR, M.; FREITAS J. L. M. *Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais*. Publicação da EAD- Editora UFMS, Campo Grande-MS, a aparecer.
- ❖ EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA. Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

2) Bibliografia Complementar

- ❖ BONGIOVANI, V.; CAMPOS, T.; ALMOULOUD, S. *Descobrimos o Cabri-Géomètre*. São Paulo, FTD, 1997.
- ❖ CANDIDO, S. L. *Formas num mundo de formas*. São Paulo, Editora Moderna, 2000.
- ❖ COXFORD, A. F.; SHULTE A. P. (Org.). *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1994.
- ❖ DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática*. 3.ed., São Paulo: Ática, 1991.
- ❖ LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. (Org.). *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

Programação Didática

1. IDENTIFICAÇÃO

NOME DA DISCIPLINA: Matemática para o Ensino Fundamental

CÓDIGO:

MATÉRIA DE ENSINO: Ensino de Matemática

Nº DE CRÉDITOS: 06

PEL: 4.02.0

CARGA HORÁRIA: 90 h

PRÉ – REQUISITO:

2. OBJETIVO

- Ao final do curso, o aluno (futuro docente) deverá ser capaz de compreender e trabalhar os conteúdos inseridos no currículo do ensino fundamental.

3. EMENTA

- Números naturais. Números inteiros. Divisibilidade. Sistemas de numeração. Os números racionais. Números reais. Equações e inequações de graus um e dois. Aplicações.

4. PROGRAMA

4.1 Números naturais

- O conceito de número natural.
- Os axiomas de Peano.
- As operações aritméticas e o princípio da boa ordem.

4.2 O domínio dos números inteiros.

- Construção dos inteiros a partir dos naturais.
- A boa ordenação, o algoritmo da divisão, a relação de divisibilidade e o teorema fundamental da aritmética.
- Máximo divisor comum, mínimo divisor comum, propriedades e aplicações.
- Algoritmos para o cálculo do máximo divisor comum e do mínimo divisor comum.

4.3 Sistemas de numeração.

- Os sistemas de numeração antigos: egípcio, babilônio e romano.
- O sistema indo-arábico.

4.4 O corpo dos números racionais.

- O conceito de fração.
- Construção dos racionais a partir dos inteiros.
- As operações aritméticas e a relação de ordem.
- Notação decimal das frações e numerais que não representam números racionais.

4.5 O corpo dos números reais.

- A definição de número real e a estrutura de corpo ordenado e completo do conjunto dos números reais.
- Equações e inequações polinomiais de graus 1 e 2. Aplicações.

5. BIBLIOGRAFIA

- DOMINGUES, H. "Fundamentos de aritmética". Atual.
- HEFEZ, A. "Curso de álgebra vol 1", SBM.
- LIMA, E. L. "A Matemática do ensino médio" vol. 1, SBM.
- NIVEN, I. "Números: racionais e irracionais". SBM.
- RUDIN, W. "Principles of mathematical analysis". McGraw – Hill.
- SIDKI, S. "Introdução à teoria dos números". IMPA.

APÊNDICE

Apêndice A – Questionário Aplicado aos Professores das IES



Questionário

- 1 – Em relação aos conteúdos que envolvem equações e expressões algébricas quais tipos de atividades são desenvolvidas com os alunos desta disciplina? Exemplifique.
- 2 – Quais são as estratégias de ensino utilizadas com seus alunos, futuros professores de matemática, em relação a equações e expressões algébricas? Cite algumas.
- 3 – De que forma as propostas dos PCN para o ensino de equações e expressões algébricas têm auxiliado o seu trabalho em sala de aula?
- 4 – De acordo com os PCN “existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções de álgebra” (PCN, 1998, 0. 116). As concepções de álgebra presentes nos PCN (aritmética generalizada, funcional, equações e estrutural) são trabalhadas com os professores em formação nesta disciplina? De que forma?
- 5 – É sabido que os alunos do ensino básico possuem muitas dificuldades e deficiências em álgebra, dentre os possíveis motivos está o estudo da álgebra, particularmente das equações e expressões algébricas de uma forma meramente mecânica com manipulações de regras e macetes. Por exemplo, de acordo com os PCN (1998), muitos alunos concluem o ensino fundamental pensando que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar ou encobrir um valor desconhecido, ou seja, que a letra é sempre uma incógnita. De que forma as várias funções do uso da letra são trabalhadas com seus alunos, que serão futuros professores de Matemática?
- 6 – Você considera que a formação oferecida aos licenciandos nesta disciplina, no que diz respeito a equações e expressões algébricas, oferece subsídios suficientes para que estes

futuros professores de Matemática ensinem este conteúdo a seus alunos de forma não mecânica? Justifique? Quais conhecimentos você considera indispensável na abordagem deste conteúdo?

7 – Há realização de análise de livros didáticos com os licenciandos na disciplina?

Se não, por quê?

Se sim:

- a) Quais livros são utilizados?
- b) Quais as orientações dadas aos alunos para a análise dos livros?
- c) Há algum desses livros que, a seu ver, apresenta alguma especificidade em relação ao ensino de equações e expressões algébricas? Quais?
- d) Os livros didáticos utilizados trazem indícios que as propostas dos PCN em relação ao ensino de equações e expressões algébricas foram contempladas na sua elaboração?

8 – Há outras informações que queira acrescentar?

Muito obrigada pela sua colaboração.