UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UMA ANÁLISE DE REFLEXÕES E DE CONHECIMENTOS CONSTRUIDOS E MOBILIZADOS POR UM GRUPO DE PROFESSORES NO ENSINO DE NÚMEROS DECIMAIS PARA O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

ADRIANA FÁTIMA DE SOUZA MIOLA

CAMPO GRANDE - MS

2011

ADRIANA FÁTIMA DE SOUZA MIOLA

UMA ANÁLISE DE REFLEXÕES E DE CONHECIMENTOS CONSTRUIDOS E MOBILIZADOS POR UM GRUPO DE PROFESSORES NO ENSINO DE NÚMEROS DECIMAIS PARA O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Orientador(a): **Profa. Dra. Patrícia Sandalo Pereira.**

CAMPO GRANDE - MS

2011

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço imensamente a Deus, pelo dom da vida. Por ter me ajudado a vencer meus limites, tanto os físicos como os cognitivos.

Seria impossível finalizar este trabalho se não tivesse sido construído coletivamente. Muitos foram os que contribuíram para que este trabalho viesse à tona. Sendo assim, quero expressar meus agradecimentos a todas as pessoas que dele participaram, em especial:

A professora e orientadora Patrícia, pela sabedoria compartilhada com humildade, pela compreensão e competência, pela orientação geral dada a este trabalho… Obrigada!

Ao meu incansável amigo, incentivador, companheiro e marido, João, pelos momentos que estive ausente, por todo o apoio, carinho e cumplicidade.

A professora Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes pelas valiosas contribuições dadas por ocasião do exame de qualificação.

Aos professores do Programa de Mestrado em Educação Matemática, por tudo que aprendi com eles durante as aulas e discussões nos seminários. Agradeço em especial aos professores: José Luiz Magalhães de Freitas e Marcio Antônio da Silva, professores membros da banca de qualificação, pelos caminhos apontados.

Aos colegas da turma de 2010, Adnilson, Camila, Clarice, Claudia, José Wilson, Marcela, Vanessa e Viviane, pelos conhecimentos e dúvidas compartilhadas, por tudo que vivemos e aprendemos juntos, e pela parceria que formamos, eu nunca me esquecerei de vocês.

Aos professores participantes dessa investigação, pela disponibilidade e colaboração na construção desta pesquisa.

Aos meus pais e todos da minha família, pelo incentivo durante os meus estudos.

A CAPES, pela bolsa concedida durante um ano e três meses desta pesquisa.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Patrícia Sandalo Pereira – UFMS
Orientadora

Profa. Dra. Anemari R. L. Vieira Lopes - UFSM

Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva – UFMS

Prof. Dr. José Luiz M. de Freitas - UFMS

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal analisar as práticas docentes elaboradas e os conhecimentos mobilizados por um grupo de professores durante a realização de encontros visando ao ensino de números decimais no sexto ano do Ensino Fundamental. Para isso, realizamos seis encontros com seis professores da rede pública municipal de Campo Grande-MS, em que, juntamente com duas pesquisadoras, eles discutiram e elaboraram uma sequência de atividades com o uso de um material didático manipulável. Os encontros ocorreram no Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Como referência para a organização e a análise dos dados foi utilizado o modelo teórico desenvolvido por Lee Shulman sobre a base de conhecimentos para o ensino, focando três vertentes: o conhecimento específico do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular, os quais se mostraram pertinentes na análise dos conhecimentos dos professores participantes dessa pesquisa. A formação do grupo possibilitou momentos de estudo, escolha, aplicação e reflexão, que conferiram situações muito ricas de construção e reconstrução de conhecimento. Os dados foram analisados, segundo proposta de Análise de Conteúdo de Franco e Bardin. Os resultados revelaram lacunas nos conhecimentos dos professores observados em relação aos números decimais. As análises apontaram ainda que os encontros entre professores e pesquisadores contribuíram para que os sujeitos expusessem as suas dúvidas, as suas experiências e os conhecimentos, refletindo sobre a sua prática, e, desse modo, percebessem a necessidade dos conhecimentos específicos, pedagógicos e curricular de um conteúdo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação de Professores. Ensino de Decimais**.**

Reflexões. Conhecimentos dos Professores.

ABSTRACT

This work has a main objective goal to analyze the built docent practices and the mobilized knowledge by a group of teachers during their meetings trying to teach the decimal numbers to the 6th grade from the Fundamental School. For such we utilized six encounters with six teachers from the public municipality network from Campo Grande, MS, gathering with two researchers, they discussed and elaborate a sequence of activities with the use of manipulative didactic material. The gatherings happened in the Mathematic Laboratory for Teaching (LEMA) in the Federal University from Mato Grosso do Sul. As reference for this organization and data, an analysis was used the theory model developed by Lee Shulman about the knowledge base for this method was used three types: the specific knowledge from the contend, the pedagogical knowledge from the contend and the curricular knowledge, those which showed pertinent into this subject analysis regarding the teachers knowledge presented into this survey. The group formation enable moments of study, choice, application and introspection this conferred excellent situations for construction and reconstruction of knowledge. The data were analyzed following the proposed Contend Analysis by Franco. The results revealed gaps between the knowledge from the observed teachers in relation to the decimal numbers. The analysis pointed that the gatherings between teachers and researchers contributed to the subjects to expose their doubts and their experiences and their knowledge reflected about its practice and in such way they could perceive the necessity of specific knowledge, pedagogical and curricular from this contend.

Keywords: Mathematical Education, Teachers Formation, Decimal Learning. Reflections. knowledge of the teacher.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Inicio este trabalho contando a minha trajetória educacional, na tentativa de destacar as primeiras inquietações que contribuíram para formação das ideias contidas na pesquisa. Aos seis anos de idade, principiei os meus estudos no interior do estado de Mato Grosso do Sul, onde morava com minha família, em uma escola de turmas multiseriadas. Quando terminei os quatro anos iniciais, fiquei seis anos fora da sala de aula. Retomei os estudos junto com o meu irmão mais velho e, assim, ingressei numa escola que oferecia um supletivo que se chamava Telecurso 2000 e, mais tarde, foi substituído pelo Ensino de Jovens e Adultos (EJA), em que conclui o Ensino Fundamental e, em continuidade, o Ensino Médio.

Na sala de aula, eu sempre procurei comportar-me bem. Gostava de todas as matérias, porque sempre gostei muito de estudar, mas me identificava melhor com Matemática e Ciências. No Ensino Médio, os professores eram bem diferentes, trabalhavam de forma mais profissional, talvez pelo fato deles também lecionarem no Ensino Médio regular.

Para tentar entender os conteúdos não abordados em relação ao ensino regular, eu sempre procurava pelos professores e era sempre bem atendida. Considerando que o supletivo é um curso que forma de maneira aligeirada um indivíduo, vários conteúdos não eram muito explorados e, em geral, não apareciam relacionados a outros conteúdos, inclusive à representação decimal do número racional. Lembro-me bem que, durante o Ensino Fundamental, os números decimais foram tratados como um conteúdo separado e, raramente, apareciam em uma situação-problema, provocando uma dificuldade em relação à aprendizagem desse conteúdo.

Persistente, em continuar minhas inserções escolares, preparei-me para o vestibular, mas estudando em casa. A conclusão do Ensino Médio revelou a existência de algumas oportunidades que eu imaginava serem muito distantes de minha realidade, como fazer uma faculdade. Prestei vestibular para Licenciatura em Matemática e Física, sendo aprovada em ambos, porém, como os dois cursos eram em períodos concomitantes, optei pela Licenciatura em Matemática, porque sentia mais afinidade.

Tive inúmeras surpresas e percebi que, ao ingressar em um curso superior, nós nos modificamos. Trata-se de um período de transformação em que cada um adquire outras e maiores responsabilidades. O primeiro contato inicial que eu tive em relação à representação decimal, durante o primeiro ano da graduação, deu-se com um professor da disciplina de Prática de Ensino. Nessa disciplina, observei o quanto precisava estudar para entender os conceitos dessa representação que, até aquele momento, não havia dado tanta importância.

Durante a realização da disciplina, discutíamos muito a respeito das dificuldades encontradas quando se trabalha com essa representação, sendo que tais discussões constituíram a primeira inquietação que tive a respeito do meu objeto de pesquisa atual.

Após a conclusão do curso de graduação, lecionei por dois anos nas séries finais do Ensino Fundamental e verifiquei que as escolas, em que trabalhei, recebiam alunos que apresentavam diferentes níveis de dificuldades envolvendo conhecimentos matemáticos, para matrícula no 6° ano do Ensino Fundamental.

Constatei também, que essas deficiências dificultavam o aprendizado nas séries que lecionei, vindo daí a motivação para pesquisar sobre o ensino e a aprendizagem da representação decimal dos números racionais.

Durante o período em que estava lecionando, inscrevi-me como aluna especial no curso de Mestrado em Educação Matemática. Participei também do Grupo de Estudos em Educação Matemática – GEEMA, o qual me fez aproximar-me ainda mais do meu objeto de pesquisa. A participação neste grupo proporcionou-me várias leituras sobre formação de professores que contribuíram muito, não só para minha formação acadêmica, como também para a intenção de pesquisa para o mestrado para o qual fui aprovada.

O título inicial da proposta era "Práticas Didáticas no Ensino de Decimais no Sexto e Sétimo Anos do Ensino Fundamental". Depois do ingresso no curso, alguns recortes foram feitos, em conjunto com a minha orientadora, entretanto, a essência fundadora permaneceu.

Com isso, fui levada a realizar leituras sobre a linha de formação de professores de Matemática, tendo notado que as discussões sobre essa linha trazem, em seu bojo, os porquês do fracasso no ensino e na aprendizagem, levando o professor a refletir sobre a sua prática docente.

Em busca de encontrar elementos para responder as discussões, procurei, em nível de pós-graduação, desenvolver uma pesquisa que investigasse o quanto um trabalho produzido coletivamente pode contribuir para o ensino e a aprendizagem da representação decimal dos números racionais pelos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, buscamos[1] focar os conhecimentos dos professores responsáveis pelos conteúdos em questão. Sendo assim, a pesquisa que, aqui, apresentamos investiga os conhecimentos de um grupo de professores sobre os números decimais. Para isso, adotamos a teoria desenvolvida por Shulman (1986) como pressuposto teórico da pesquisa, por apontar os

[1] A partir desse momento, o texto passará a ser escrito na primeira pessoa do plural (nós), por se tratar de um trabalho de colaboração entre orientanda e orientadora.

conhecimentos a serem investigados durante a realização dos encontros com os professores, além de alicerçar teoricamente o estudo em pauta.

Desenvolvemos esta pesquisa juntamente com um grupo de professores por acreditarmos que o trabalho realizado em grupo traz reflexões que podem contribuir para o desenvolvimento profissional dos envolvidos.

Tendo como referência os trabalhos de Ponte (1994, 1995), Fiorentini (2004), Garcia (2006), Ferreira (2003) e Pimenta (2005), formamos um grupo, o qual desenvolveu a pesquisa por meio de discussões e reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de números decimais pelos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. O grupo utilizou material manipulável (canudinho) e, a partir desse material, elaborou um planejamento, envolvendo os números decimais.

Este planejamento foi aplicado em sala de aula com os alunos e apresentado ao grupo no penúltimo encontro. Além disso, foram relatadas as contribuições que as discussões em grupo e a realização e o desenvolvimento das atividades propiciaram na prática docente de cada sujeito.

Neste grupo, os professores, também, investigaram e analisaram os seus próprios alunos. Assim sendo, o trabalho realizado coletivamente possibilitou momentos de discussões a respeito do conceito e das operações básicas com números decimais, mostrando as principais dificuldades conceituais e operacionais envolvendo o conteúdo, incluso, entre os alunos das turmas em que os professores atuavam. Dessa forma, deu-se a construção e a reconstrução do conhecimento por parte dos professores, concedendo-se sentido à reflexão sobre a própria prática, conforme ideias difundidas por autores, tais como Bolzan (2002) e Piatti (s/d).

A escolha deste conteúdo deve-se também ao fato de que o trabalho escolar com este tópico começa, em geral, nos anos iniciais do Ensino Fundamental (4º e 5º anos), e é retomado nos dois anos subsequentes (6º e 7º anos) de forma mais sistemática, sendo revisto em diferentes momentos nas demais séries do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) orientam que;

> Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal (BRASIL, 1998, p.100).

Acreditamos que parte das dificuldades dos alunos está na construção do conceito da representação decimal do número racional, porque, geralmente, eles não percebem que a fração possui também o estatuto de número. De acordo com Bittar e Freitas (2005), os números decimais já fazem parte do contexto diário dos alunos mesmo antes de frequentarem a escola. Desse modo, mesmo sem conhecer formalmente os “números com vírgula”, eles já tiveram contato com a escrita decimal, sobretudo, no contexto monetário, através de folhetos de supermercado, propagandas etc. Esse conhecimento, se explorado pelo professor, pode contribuir para a construção do conceito de números decimais. Conforme proposto nos PCN (BRASIL, 1998, p. 101);

> No terceiro e no quarto ciclos a abordagem dos racionais, em continuidade ao que foi proposto para os ciclos anteriores, tem como objetivo levar os alunos a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão.

Entretanto, Moreira (2004) relata os fortes questionamentos sobre a abordagem que se desenvolve na Licenciatura em relação à preparação do futuro professor para o trabalho pedagógico escolar no que se refere à construção dos racionais.

Gomes (2006) corrobora essa ideia ao comprovar, em seus estudos, a fragilidade dos conhecimentos matemáticos apresentados por futuros professores, bem como a tomada de consciência e a compreensão dos conceitos básicos da Matemática pelos futuros professores, representando elementos primordiais na superação de dificuldades e, consequentemente, promovendo a mudança de sua concepção da Matemática, o que se reflete na prática docente.

Os trechos dos estudos e das orientações citadas anteriormente justificam a pertinência e a importância do assunto matemático escolhido para a pesquisa que se representa.

Além disso, este estudo justifica-se também, pela escassez de pesquisas com professores e que abordem o mencionado conteúdo nos anos finais do Ensino Fundamental. De acordo com as orientações nos PCN (1997), a construção do conceito dos números racionais, ao qual pertencem os números decimais, começa nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com base nas justificativas apresentadas anteriormente e consciente de que um dos momentos cruciais no desenvolvimento de uma pesquisa é o estabelecimento de uma pergunta, visto que, como afirmam Araújo e Borba (2004, p. 39), “ao realizar uma pesquisa torna-se importante que, após a definição do tema, seja encontrado um foco, que se traduz, de forma especifica, em um problema ou pergunta de pesquisa”, estabeleceu-se a pergunta central: **A partir da constituição de um grupo de professores e pesquisadores, quais conhecimentos e práticas docentes são colocados em ação, visando o ensino de números decimais nos sextos anos do Ensino Fundamental?**

Queremos investigar o quanto um trabalho produzido coletivamente pode contribuir, para possíveis alterações no contexto da sala de aula, com a finalidade de encontrar respostas para a nossa questão norteadora. De outro lado, com base nas justificativas apresentadas, fomos levados a definir o seguinte objetivo geral de pesquisa: **Analisar as reflexões sobre as práticas docentes e os conhecimentos construídos e mobilizados por um grupo de professores durante a realização de encontros visando o ensino de números decimais no sexto ano do Ensino Fundamental.**

A coleta de dados foi feita por meio de encontros realizados no Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS. Os professores que participaram da pesquisa estiveram vinculados ao Projeto de Extensão intitulado "Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) na Formação e na Prática do Professor". Ademais, para atingir o objetivo geral, elencamos três objetivos específicos:

- ✓ Identificar, durante a realização dos encontros, os conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares dos professores sobre o ensino de números decimais.

- ✓ Analisar as inferências na elaboração do planejamento feito pelo grupo sobre a prática pedagógica dos professores no ensino de decimais.

- ✓ Analisar as inferências no desenvolvimento do planejamento elaborado pelo grupo sobre a prática pedagógica dos professores no ensino de decimais, após a aplicação em sala de aula.

Para que se alcançassem os objetivos propostos e seus resultados fossem, aqui, apresentados, esta dissertação está organizada em quatro capítulos.

O primeiro deles traz um breve percurso histórico da representação decimal do número racional, bem como os resultados que as pesquisas já revelaram sobre o estudo dessa representação, além de uma análise sucinta dos livros didáticos de sexto ano do Ensino Fundamental utilizados pelos professores sujeitos da pesquisa.

O segundo capítulo é destinado a discutir o quadro teórico que embasa a pesquisa, em que apresentamos o modelo teórico proposto por Lee Shulman, sobre a base de conhecimentos para o ensino, focando as três vertentes: o conhecimento específico do conteúdo, pedagógico do conteúdo e o curricular, como também outros autores que reforçam a ideia desse referencial. Discutimos também, o desenvolvimento profissional do professor de Matemática e o professor reflexivo, além da opção pela pesquisa ser desenvolvida em grupo.

O terceiro capítulo apresenta nosso caminho metodológico, as escolhas metodológicas, os caminhos percorridos para a coleta de dados, além da descrição dos instrumentos de coleta de dados e dos sujeitos participantes.

No quarto capítulo, discutimos e analisamos os dados coletados, organizamos e categorizamos esses dados.

Por último, trazemos algumas considerações, em que traçamos algumas reflexões acerca dos resultados obtidos com as análises.

I - A REPRESENTAÇÃO DECIMAL DOS NÚMEROS RACIONAIS

Para uma melhor compreensão do nosso objeto de estudo, buscamos, neste capítulo descrever o nosso objeto de estudo matematicamente, definindo conceitos relacionados aos números racionais, e, especificamente, a sua representação decimal. Em seguida, abordamos algumas questões ligadas ao desenvolvimento histórico dos números decimais, a fim de compreendermos o surgimento e o desenvolvimento desse conceito na História da Matemática.

Pesquisamos nos documentos oficiais por recomendações em relação ao ensino dos números racionais de maneira geral, e, de forma mais específica, em relação ao ensino de números decimais. Neste capítulo, apresentamos ainda alguns resultados de pesquisas no campo da Educação Matemática sobre o estudo do número racional.

Por fim, trazemos uma breve análise dos livros didáticos de sexto ano do Ensino Fundamental adotados pelos sujeitos da pesquisa, dando ênfase ao capítulo que trata da representação decimal do número racional.

1.1 - OS NÚMEROS DECIMAIS NESTA PESQUISA

Sendo os números decimais um tema avaliado como de grande distorção ou ausência de conceitos matemáticos materializados nas práticas escolares de ensino de matemática, buscamos nesta pesquisa não só investigar os conhecimentos mobilizados e construídos por um grupo de professores, mas também esclarecer como estamos definindo números decimais.

Percebemos, por meio de pesquisas (PADOVAN, 2000; ESTEVES, 2009; OUTROS), que os alunos ou até mesmo professores definem os números decimais como sendo números "quebrados", ou "com vírgula", confundindo a natureza dos números racionais com sua representação escrita.

Padovan (2000, p.41) afirma: "é como se a sua multiplicidade de significados pudesse se resumir a uma vírgula". Com isso, muitos alunos chegam ao sexto ano com o conhecimento sobre números decimais resumidos a sua representação, sem compreender o seu real significado.

Os números decimais são equivalentes às frações decimais, as quais lhe deram origem, são representados por vírgula e por ponto na calculadora e, em alguns países (países anglo-saxão), os algarismos à esquerda da vírgula indicam as quantidades inteiras, enquanto que os algarismos à direita representam partes do inteiro (décimos, centésimos, milésimos, e assim por diante). As frações e os decimais podem, em alguns casos, representar, de maneiras diferentes, as mesmas coisas.

Os números decimais pertencem ao conjunto dos números racionais[2], podendo ser representados por frações decimais e/ou pela representação decimal finita. Segundo Niven (1984), o número racional $\frac{1}{2}$ possui outra representação diferente das formas $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, etc. A saber, a representação decimal: 0,5, sendo esta representação decimal, finita. Já outros números possuem a sua representação decimal infinita, ou seja, que não termina, como $\frac{1}{6}$ = 0,166..., $\frac{5}{11}$= 0, 454545... Mas, quais números racionais têm uma representação decimal finita? Para Niven (1984), qualquer fração decimal finita pode ser escrita como uma fração ordinária, com denominador igual uma potência de dez.

Um exemplo trazido pelo autor é a fração $\frac{8625}{10000}$, da qual, ao torná-la irredutível[3], obtemos, dividindo 10000 por 125, que é o maior divisor entre 10000 e 8625, a fração $\frac{69}{80}$. Segundo ele, tanto o inteiro 80 quanto 10000 têm somente dois fatores primos, 2 e 5. Com isso, ele concluiu: “Um número racional, na forma irredutível $\frac{a}{b}$, tem uma representação decimal finita, se, e somente se, *b* não tiver outros fatores primos além de 2 e 5.” (NIVEN, 1984, p. 36).

Penteado (2004) destaca que o número que possui uma representação decimal finita é racional, sendo a sua representação $\frac{a_q a_1 a_2 \ldots a_n}{10^n}$ fracionária: e se tivermos um número racional, no seu registro fracionário, com seu denominador contendo, apenas, os fatores 2 e 5, este número admite uma representação decimal finita. De fato, pois $\frac{p}{q} = \frac{p}{2^m.5^n}$, se m ≥ n, basta multiplicar a fração por 5^{m-n}, obtendo-se, $\frac{p.5^{m-n}}{2^m.5^n} = \frac{p.5^{m-n}}{2^m.5^n} = \frac{C}{10^m}$. Portanto

[2] Número racional é todo número que pode ser escrito sob a forma de fração, ou seja, um número r é racional se existem números inteiros p e q; q diferente de zero, tal que r = p/q. (Se q for igual a zero, a divisão de p por q não tem sentido algum). (BITTAR, FREITAS, 2005, p.160)

[3] Uma Fração $\frac{a}{b}$ se diz irredutível se o maior divisor comum de *a* e *b* for 1, ou seja, se *a* e *b* forem primos entre si. (NIVEN, 1984, p. 35).

$\frac{p}{q}$ admite uma representação com "m" casas decimais. Mas se n $\leq$ m, basta multiplicar a fração por 2^{m-n}, obtendo-se $\frac{p.2^{m-n}}{10^n} = \frac{d}{10^m}$. Portanto $\frac{p}{q}$ admite uma representação com "n" casas decimais.

De acordo com Pérez (1997), um número decimal é um número que possui, ao menos, uma escrita em forma de fração decimal, sendo que a fração decimal é uma fração cujo denominador é uma potência de 10. Assim, um número n é decimal se possuir a forma n= $\frac{A}{10^a}$, sendo A e a números inteiros. Com isso, um número inteiro positivo ou negativo é também número decimal, pois podemos escrevê-los como uma fração com denominador sendo uma potência de dez, como o número inteiro 6 = $\frac{6}{10^0}$.

Considerando toda a escritura decimal de todos os números reais, teremos as escritas decimais, sendo que as escritas finitas representam os números decimais; por sua vez, as escritas infinitas periódicas representam os números racionais; enquanto as infinitas não periódicas representam os números irracionais. (PÉREZ, 1997).

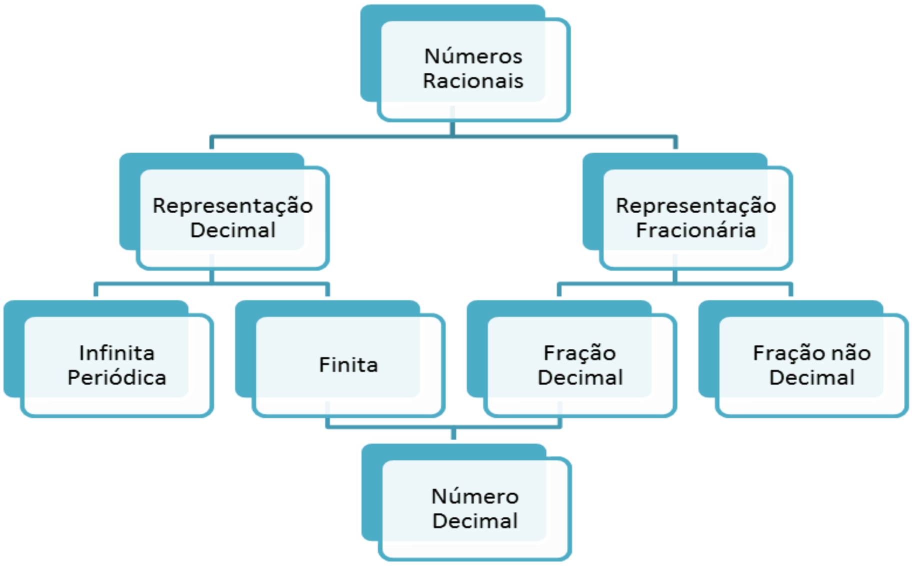
Para Cunha (2002, p.57), "os números racionais têm sua representação decimal dada por parte não inteira finita e dízimas periódicas".

Pérez (1997), por seu turno, traz, em seus estudos, a importância de se distinguir bem um número quando nos referimos as suas diversas formas de representação, quando, por exemplo, buscamos um número que multiplicado por 4 (quatro) resulte um, sabemos que é um número racional que pode ser escrito como 25/100 ou 0,25, sendo este um número decimal, pois pode ser escrito em forma de uma fração decimal.

Outro caso apresentado por Pérez (1997) refere-se a encontrar um número que multiplicado por 3 (três) resulta em um, o resultado é um número racional 1/3 que não é um número decimal porque não existe uma fração decimal que seja equivalente a 1/3, pois 1/3 não pode ser representado em forma de decimal com um número finito de casas, sendo possível, assim, obter uma aproximação tão grande quanto se queira do racional 1/3. (PÉREZ, 1997).

Ressaltamos que tomaremos, nesta pesquisa, como definição de números decimais, o conjunto formado por todos os números que podem ser escritos como uma fração cujos termos são números inteiros e onde o denominador é uma potência de 10.

No Quadro 1 (um), sintetizamos a definição de número decimal, a partir do seguinte organograma:



Fonte: Elaboração própria

Quadro 1 - Representação do conjunto dos números racionais.

Segundo Bittar e Freitas (2005), apesar da diferente representação escrita, é fundamental a compreensão de que todo número decimal pode ser representado por uma fração e todo número fracionário pode ser representado sob a forma decimal.

Compartilhamos ideia defendida pelos autores Pérez (1997) e Bittar e Freitas (2005), que também é recomendada nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) de que alguns recursos, como é o caso do material dourado, podem auxiliar o trabalho dos professores no ensino das relações entre as diferentes representações do número racional.

Bittar e Freitas (2005) valorizam o uso do material dourado, considerando-o como um material adequado no trabalho com os números decimais, pois o uso dele também pode ser feito para estabelecer relações entre os números decimais e as frações decimais.

Cabe lembrar que quando propusemos ao grupo, que formamos para este estudo, a discussão sobre o ensino de números decimais, tínhamos o intuito de contribuir para a compreensão do conceito de números racionais, tendo em vista que, como defendido por Bittar e Freitas (2005), mais do que aplicar uma regra (por exemplo: 10 no denominador coloca-se um algarismo após a vírgula, 100 no denominador, coloca-se dois algarismos após a vírgula), "é importante que os alunos manipulem esses números, descobrindo suas propriedades sem, entretanto, serem obrigados a decorá-las, o que representaria uma regra com pouco sentido para eles". (BITTAR E FREITAS, 2005, p.177).

Para Zunino (1995), resolver operações aplicando "regras simplificadas[4]" não garante que os alunos compreendam o que estão fazendo. A autora aponta que:

> É necessário criar condições que permitam às crianças apropriar-se dos princípios que regem nosso sistema de operação e compreender que os procedimentos utilizados para resolver as operações estão inseridos no contexto desse sistema. É imprescindível - para alcançar esse objetivo – tomar como ponto de partida a natureza do sistema posicional, assim como as ideias que as crianças têm construído a respeito dele através de sua interação com os números e sua notação (ZUNINO, 1995, p. 189).

Nesse sentido, Brousseau (*apud* PÉREZ, 1997, p. 146) referindo-se aos obstáculos na aprendizagem dos decimais sublinha que:

> A representação atual dos decimais no nível elementar é o resultado de uma grande evolução no marco de uma eleição didática feita pelos enciclopedistas e depois pela convenção (seguindo uma concepção que remonta Stevin): levando em conta sua utilidade, os decimais iriam ser ensinados a todo mundo o quanto antes possível, associados a um sistema de medida e relacionados a técnicas operatórias dos inteiros. Assim, ainda hoje em dia, os decimais são para os alunos do E.G.B (Educação Geral Básica). inteiros naturais como uma mudança de unidade, portanto, naturais (com vírgula) e medidas. Esta concepção, aliada a uma mecanização do aluno, será um obstáculo até a universidade para uma boa compreensão dos números reais. (*tradução nossa*)

Também concordamos com as ponderações de Nacarato (2000, p.105) quando ressalta que "se a humanidade levou tantos séculos para abstrair um conceito e criar formas de representação, por que não se levar isso em consideração, e não propiciar situações mais significativas para a criança?".

Assim, apresentamos a seguir informações relativas ao desenvolvimento histórico dos números decimais.

1.2 - OS NÚMEROS DECIMAIS E O SEU PERCURSO HISTÓRICO

Os números decimais acompanharam os inúmeros passos dado pela humanidade em busca da construção do conceito de número, para que se chegasse, hoje, aos números que comumente chamamos de decimais. Entre as principais descobertas estão as distinções entre quantidades, o estabelecimento da unicidade e, a correspondência biunívoca.

---

[4] Entende-se por "regra simplificada" os macetes utilizados para memorizar o processo das operações.

As primeiras formas de contar e a descoberta do zero impulsionaram o desenvolvimento dos sistemas de numeração posicional para a forma que conhecemos atualmente. Segundo Ifrah (1997), enquanto os povos egípcios, hebreus e gregos permaneceram, durante séculos, valendo–se das numerações primitivas, com operações inoperantes, exceto das escritas contábeis, por sua vez, os babilônios, os chineses e os maias tomaram a dianteira em descobertas, como o princípio de posição e o zero.

Nota-se, desse modo, que, quando a civilização indiana criou o sistema de numeração, que utilizamos nos dias de hoje, muito antes dela, algumas culturas já haviam descoberto duas características dessa realização intelectual. Porém, nenhuma dessas culturas conseguiu reunir, num sistema completo e coerente, o conjunto de condições necessárias munida de potencialidades como o sistema atual deixado pela civilização indiana, a única, na história, a ter realizado essa obra-prima.

Do ponto de vista histórico, foram criações originais, apenas quatro numerações de posição: as dos sábios da Babilônia, da civilização Maia, da China e da Índia.

Segundo Pérez (1997), para interpretar o número 3333,3, utilizamos dois princípios importantes da Matemática, os quais levaram muitos anos para se constituir. O primeiro, chamado de princípio de posição, revolucionou a história da ciência, simplificando a escrita dos inteiros e os cálculos com esses números. O segundo, conhecido como uma extensão do primeiro, seria a escrita dos números menores que a sua unidade.

O surgimento e a evolução do segundo princípio começaram, em consonância com Ifrah (1997), com os povos babilônios, que adotavam um dos mais perfeitos sistemas de numeração posicional da história da antiguidade, o de base 60, para representar os números inteiros e fracionários.

Os sábios babilônios descobriram o princípio de posição e aplicaram-no rigorosamente à base 60, mas não tiveram a ideia de associar um algarismo particular a cada uma das unidades significativas do sistema sexagesimal, que, ao invés de possuir 59 algarismos diferentes, possuía apenas dois, sendo um a unidade e o outro a dezena, limitando-se a repetir, tantas vezes quantas era necessário, até a 59° unidade.

Entretanto, o sistema sexagesimal tornou-se conveniente por possuir muitos divisores não triviais, como dois, três, quatro, vinte, trinta, levando civilizações antigas da Mesopotâmia a substituir o sistema decimal pelo sexagesimal, por oferecer a facilidade de se realizar cálculos na prática, por meio da quantidade de divisores que esse sistema oferecia.

Por seu turno, os povos maias, principalmente os sacerdotes e os astrônomos, empregavam um sistema de numeração escrito na base 20, em que os símbolos recebiam um valor, dependendo da posição da escrita. Eves (2004) informa, em sua obra, que o sistema de numeração maia é essencialmente vigesimal, porém, o seu segundo grupo vale (18)(20)=360 em vez de $20^2 = 400$, e os de ordem superior são da forma $(18)(20^n)$. Em conformidade com o autor, uma explicação para essa divergência, possivelmente, seria o fato de o ano maia consistir em 360 dias.

Sem muita influência externa, essa ideia de numeração posicional também foi utilizada pelos povos chineses, por volta dos séculos VIII e VII a.C. Os chineses descobriram a regra de posição e aplicaram-na na base dez, contudo, não se diferenciaram dos babilônios em relação à notação das unidades, pois conservavam uma notação ideográfica. Nessa época, os matemáticos chineses usavam barras horizontais e verticais para expressar quantidades abstratas de todas as classes, as barras serviam para distinguir as ordens de unidades, evitando ambiguidade.

Consoante Boyer (2003), a numeração chinesa permaneceu essencialmente decimal, suas notações eram diferentes daquelas empregadas por outros países. Eles usavam, desde os tempos primitivos, dois sistemas de notação, em que num predominava o princípio multiplicativo e, no outro, a forma de notação posicional. Boyer (2003) ressalta que se a cultura chinesa não tivesse sido seriamente prejudicada por grandes declives, a Matemática chinesa teria modificado substancialmente o desenvolvimento da Matemática.

O uso do sistema posicional utilizado pelos chineses era pertinente para os cálculos na placa de calcular, porque permitia o uso, sem confusão, do ábaco com colunas verticais marcadas. A descrição da numeração chinesa tornou-se completa com uso das frações, pois os chineses conheciam as operações sobre frações comuns, sendo que a ênfase sobre o *yin* e *yang* (oposto) facilitou a manipulação das frações. Penteado (2004) assinala que a numeração posicional foi adotada durante muitos séculos sem que se notasse que uma de suas grandes vantagens estava na facilidade de manipular as frações.

Em consonância com Peréz (1997), os três sistemas posicionais, apresentados anteriormente, não foram tão perfeitos quanto o sistema de numeração desenvolvido pelos povos hindus. Nesse sentido, Ifrah (1997, p. 683) afirma que;

> Graças a essa descoberta essencial, tais povos puderam representar qualquer número (por maior que fosse) através de um número muito limitado de sinais de base. Mas nenhum desses três povos soube verdadeiramente tirar proveito de tamanha descoberta.

O sistema de numeração criado pelos hindus é superior aos sistemas anteriores, uma vez que os símbolos referem-se aos objetos concretos e a regra de posição aplica-se seguindo as potências consecutivas da base dez, anota Pérez (1997).

Ifrah (1997) descreve, em sua obra, a reunião de três ideias resumidas pelos hindus na criação do seu sistema, que, atualmente, possui mais de quinze séculos:

> ✓ Dar aos algarismos de base sinais gráficos livres de qualquer intuição sensível, evocando visivelmente apenas o número de unidades apresentadas;
>
> ✓ Adotar o princípio pelo qual os algarismos de base têm um valor que varia segundo o lugar que ocupam nas representações numéricas;
>
> ✓ Conceber um zero totalmente 'operacional', isto é, que permitia substituir o vazio das unidades faltantes e que tenha simultaneamente o sentido de 'números nulos'. (IFRAH, 1997, p. 690)

Muitos foram os que contribuíram para que, enfim, se chegasse aos números decimais. O problema de medir terras ao longo do rio Nilo foi desenvolvido pelos povos babilônios, gregos e hindus que conduziram ao surgimento das primeiras formas de notação fracionária: aquelas com numerador igual a um. Esse fato levou ao surgimento dos números decimais, muitos séculos depois. Mas, somente com o completo sistema criado pelos hindus, foi possível uma extensão natural da representação dos números inteiros para outros conjuntos numéricos.

Segundo Padovan (2000), a representação de quantidades menores que o inteiro e a utilização do sistema de numeração decimal foram construções necessárias para que o homem chegasse aos decimais. O desenvolvimento desse conceito deu-se a partir da construção de relações entre um inteiro e suas partes, além da representação escrita.

Para Ifrah (1997), o surgimento do sistema de numeração decimal permitiu uma notação simples e coerente de todos os números, possibilitando a realização de inúmeros cálculos, até então inconcebíveis, modificando profundamente a existência do ser humano, abrindo caminhos para o desenvolvimento da Matemática, das Ciências e das técnicas.

O tratado de Aritmética de Al-Kawarizmi (780-850) é considerado a primeira obra a tratar detalhadamente as operações de cálculo, permitindo o uso do número decimal como instrumento matemático. Essa obra, que tinha como principal objetivo ser eminentemente pedagógica, também trata das frações, dando nomes particulares para as frações que têm como numerador uma unidade, por exemplo, $\frac{1}{10}$.

O primeiro matemático que utilizou os decimais foi o árabe Al- Uglidisi, no século X. Sua obra trata de maneira natural as frações decimais, mostrando as vantagens do sistema decimal nas operações. Outra obra importante foi o livro: *A chave da aritmética* escrito, em 1429, pelo astrônomo e matemático AL-kasi. O autor foi o primeiro a explicar uma teoria das frações decimais e a noção dos números decimais. Ele dedica grande atenção às conversões de frações sexagesimais em frações decimais e vice-versa, assim como reconhece o número decimal como uma grande descoberta (PÉREZ, 1997)

Somente no século XVI, os matemáticos perceberam que seria possível utilizar a mesma escrita dos números inteiros para o não inteiro. Boyer (1996) confirma a contribuição do uso das frações decimais, descoberta em manuscritos medievais, como um elemento importante, que se usava desde a China Antiga, na Arábia Medieval e na Europa do Renascimento. Segundo o autor, assim como a metrologia sexagesimal levou à numeração sexagesimal na Mesopotâmia, a adesão à ideia decimal de pesos e medidas fez a China ter um hábito decimal no tratamento de frações.

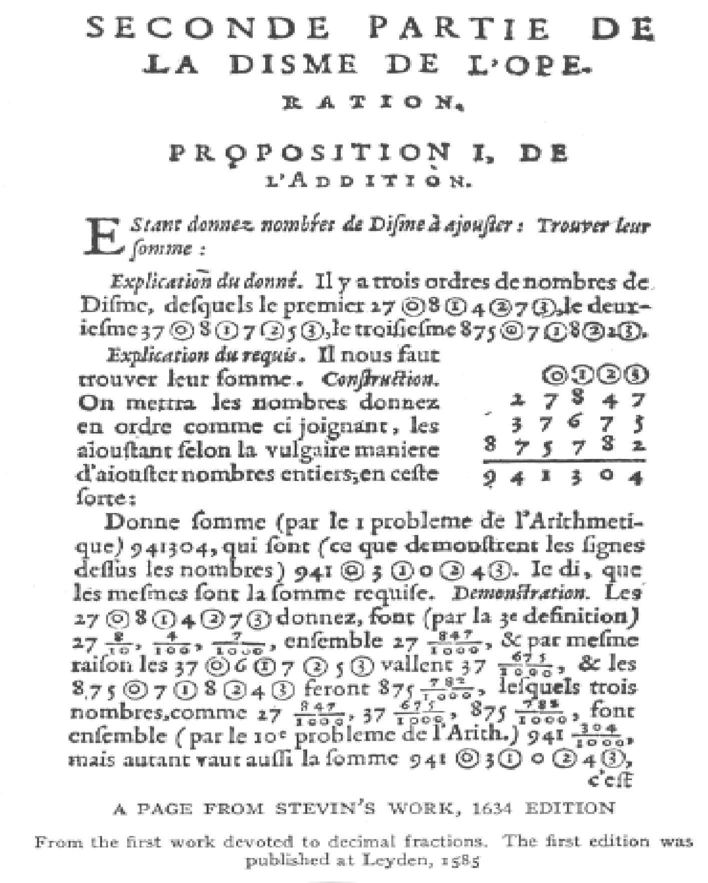
De acordo com Penteado (2004), os procedimentos usados para representar valores aproximados às raízes enésimas $\sqrt[n]{a}$, sem o uso de decimais, contribuíram para a invenção das frações decimais, bem como o aparecimento das tabelas de raízes quadradas. No entanto, essa regra já era conhecida pelos hindus e pelos árabes.

Embora não haja frequentes registros, as operações com frações foram utilizadas por muito tempo antes do surgimento da impressão, afirma Penteado (2004). A autora considera também que o matemático e astrônomo Ghiialh Al Din Jamshid al – Kashi foi o primeiro a dar ao π mais de dez casas decimais, sendo que ele também elaborou um dispositivo para simplificar cálculos ligados ao eclipse lunar, antecipando o mesmo símbolo empregado na Europa, um século e meio depois.

Em 1579, François Viète recomendou constantemente o uso das frações decimais ao invés das sexagesimais e, em 1585, outra recomendação a favor da escala decimal, tanto para frações, quanto para inteiros, foi feita pelo mais importante matemático dos Países Baixos, Simon Stevin de Bruges. Cabe ressaltar que Stevin não foi o inventor das frações decimais, tampouco, o primeiro a sistematizá-la. Os povos da China antiga, assim como, da Arábia Medieval e da Europa do Renascimento já as utilizavam.

Quando Viéte indicou-as, em 1579, elas já eram aceitas pelos matemáticos pesquisadores, contudo, somente seria admitida entre a sociedade, quando Stevin explicou o sistema de maneira elementar e completo, em que ensinava como efetuar, de forma muito simples, todas as computações necessárias entre os homens apenas com os números inteiros, ou seja, sem utilizar as frações. Um exemplo seria o fato de que, quando pensamos em três minutos, pensamos como um número inteiro, e não como $\frac{3}{60}$ de hora, essa era a maneira de analisar de Stevin e, por isso, ele não escrevia as expressões decimais em notação de fração, como o fazia Viéte. Stevin escrevia num círculo acima ou depois de cada dígito a potência de dez, assumida como divisor (BOYER, 2003).

Na figura 1 (um), a seguir, apresentamos a notação dada por Stevin às frações decimais.



SECONDE PARTIE DE LA DISME DE L'OPERATION.

PROPOSITION I, DE L'ADDITION.

Estant donnez nombres de Disme à ajouster: Trouver leur somme:

Explication du donné. Il y a trois ordres de nombres de Disme, desquels le premier 27 ⓪ 8 ① 4 ② 7 ③, le deuxiesme 37 ⓪ 8 ① 7 ② 5 ③, le troisiesme 875 ⓪ 7 ① 8 ② 2 ③.

Explication du requis. Il nous faut trouver leur somme. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme ci joignant, les aioustant selon la vulgaire maniere d'aiouster nombres entiers, en ceste sorte:

			⓪	①	②	③
		2	7	8	4	7
		3	7	6	7	5
8	7	5	7	8	2	
9	4	1	3	0	4	

Donne somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui sont (ce que demonstrent les signes dessus les nombres) 941 ⓪ 3 ① 0 ② 4 ③. Ie di, que les mesmes sont la somme requise. *Demonstration.* Les 27 ⓪ 8 ① 4 ② 7 ③ donnez, font (par la 3e definition) 27 $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$, ensemble 27 $\frac{847}{1000}$, & par mesme raison les 37 ⓪ 6 ① 7 ② 5 ③ vallent 37 $\frac{675}{1000}$, & les 875 ⓪ 7 ① 8 ② 4 ③ feront 875 $\frac{782}{1000}$, lesquels trois nombres, comme 27 $\frac{847}{1000}$, 37 $\frac{675}{1000}$, 875 $\frac{782}{1000}$, font ensemble (par le 10e probleme de l'Arith.) 941 $\frac{304}{1000}$, mais autant vaut aussi la somme 941 ⓪ 3 ① 0 ② 4 ③, c'est

A PAGE FROM STEVIN'S WORK, 1634 EDITION

From the first work devoted to decimal fractions. The first edition was published at Leyden, 1585

Fonte: Boyer (2003, p. 218)

Figura 1 – Página do trabalho de Stevin (edição de 1634)

Apesar de Stevin pensar corretamente em relação às frações decimais, a sua notação seguia a de Bombelli, que era mais apropriada à álgebra. No entanto, a notação moderna das frações decimais apareceu logo depois na tradução em inglês de Napier, em 1617, em que a parte inteira era separada por um ponto da parte fracionária. Com a obra de Napier de 1619, o ponto tornou-se padrão na Inglaterra, entretanto, muitos países da Europa usam a vírgula. Ifrah (1997) assevera que o uso do ponto separando a parte inteira da fracionária só estabeleceu-se a partir das obras de Simon Stevin, responsável pela extensão dos números decimais no Ocidente, e de Jost Bürgi e Magini. Quanto à vírgula, foi Wilbord Snellius que a inventou, no início do século XVII.

Pérez (1997), em seus estudos, salienta que o redescobrimento dos números decimais aparece associado a uma época de grandes transformações sociais, como o descobrimento da ciência moderna de Copérnico (1543) e dos estudos de Newton (1687), como também transformações religiosas, filosóficas e econômicas. Os cálculos de distâncias, as repartições de terras e o crescimento do comércio incentivaram o desenvolvimento dos números decimais.

As frações decimais, ou números decimais, foram incorporados ao nosso sistema de numeração muitos séculos depois de sua invenção. Muitos erros tiveram que ser superados ao longo desses séculos para que, hoje, pudéssemos interpretar um número como é o caso de 5,5. Pérez (1997) registra que, por volta de 1793, a França estabeleceu, pela primeira vez, o sistema métrico decimal, tendo como objetivo principal os interesses políticos, definindo unidades de medidas regionais e local válidas para todo território nacional, evitando divisões complicadas em cálculos comerciais e fraudes que resultavam em erros no comércio.

A adaptação do sistema métrico decimal favoreceu a extensão do cálculo com decimais. Mas, os números decimais ganharam caráter de números somente no final do século XIX, quando Cantor e outros matemáticos iniciaram estudos sobre os fundamentos da Matemática.

Segundo Penteado (2004), Cantor empregou um argumento baseado no princípio posicional do sistema decimal para provar que o conjunto dos números reais era enumerável. Cantor demonstrou, com rigor matemático, que é possível estabelecer uma comparação entre conjuntos infinitos, ou seja, mostrar que nem todos os conjuntos infinitos são de mesmo tamanho.

Penteado (2004) aponta que uma das maiores dificuldades encontradas por Cantor foi em relação aos números irracionais, os quais, ele propôs, já em 1872, representar por sucessão infinita de racionais. Assim o número $\sqrt{2}$ era representado por uma sucessão infinita de racionais: 1; 1,4; 1,41. Porém, observou-se que os pontos irracionais, como $\sqrt{2}$, caiam entre pontos racionais, indicando que o conjunto não era contínuo. Com isso, Cantor fez um aprofundamento teórico nos dados deixados por Dedekind, Bolzano, entre outros, que também estudavam as propriedades do contínuo e mostrou que os números racionais podiam ser colocados em correspondência biunívoca com os números inteiros. Demonstrou, além disso, que não havia correspondência biunívoca entre o conjunto dos inteiros positivos e conjunto de pontos de uma reta e, consequentemente, entre o primeiro conjunto e os números reais.

Na demonstração aprimorada da não enumerabilidade do conjunto dos números reais, Cantor considerou apenas as representações decimais infinitas de cada número, em que cada um deles tinha apenas uma única representação decimal, como: 0,4 = 0,3999... Com isso, ele supôs existir uma correspondência um a um entre os números do intervalo [0;1] e os números inteiros positivos, em que os números desse intervalo eram elementos de uma sequência $x_{1,}$ x_2, x_3, ... Escritos em suas representações decimais, da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 0,\mathbf{a_{11}}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}\ldots \\
x_2 &= 0,a_{21}\mathbf{a_{22}}a_{23}a_{24}a_{25}\ldots \\
x_3 &= 0,a_{31}a_{32}\mathbf{a_{33}}a_{34}a_{35}\ldots \\
x_4 &= 0,a_{41}a_{42}a_{43}\mathbf{a_{44}}a_{55}\ldots \\
x_5 &= 0,a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}\mathbf{a_{55}}\ldots \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

Ao construir um número diferente de $x_{1,}$ na primeira casa, outro diferente de x_2, na segunda casa e outro diferente de x_3, na terceira casa, e assim por diante, o estudioso obteve um número que não coincidia com nenhum da lista apresentada. Assim, Cantor evidenciou ser possível produzir um número no intervalo [0; 1] diferente dos presentes nesta lista. Foi, dessa forma, que concluiu que o intervalo [0,1] não era enumerável. Sendo o [0, 1] não enumerável e contido no conjunto dos números reais, esse também não poderia ser um conjunto enumerável.

Buscamos, na história, fatos que pudessem esclarecer o uso da representação decimal utilizada atualmente e percebemos que a construção e a apropriação dos números decimais possuem certa semelhança nos processos de ensino e aprendizagem em nossas escolas. Entretanto, hoje, essa compreensão trata-se de algo muito adotado em nossa sociedade.

A partir desse ponto de vista, consideramos relevante tanto que o professor tenha conhecimento sobre a evolução histórica do conceito dos números decimais, quanto a existência de pesquisas sobre o campo dos racionais, especificamente dos números decimais.

1.3 - O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE NÚMEROS DECIMAIS: O QUE JÁ REVELARAM ALGUMAS PESQUISAS

Apresentamos, em continuidade, algumas pesquisas encontradas que foram realizadas na linha de ensino e aprendizagem do conceito de números racionais. Julgamos conveniente inserir trabalhos desenvolvidos em diferentes níveis da educação básica, incluindo professores e alunos, tanto das séries finais do Ensino Fundamental, como das séries iniciais da Educação Básica. Acreditamos que esse levantamento possa contribuir na compreensão das práticas desenvolvidas pelo grupo de professores, sujeitos deste estudo, e também na análise dos livros didático por eles utilizados.

As pesquisas no campo dos racionais, tanto do ponto de vista internacional como nacional, apresentaram grande desenvolvimento nas últimas décadas, porém, estudos como o de Ponte (2005) revelam que o trabalho no campo numérico dos racionais é bastante complexo. Em seus estudos, ele constata que, muitas vezes, presumimos que os conceitos numéricos são um assunto fácil, quando, na verdade, tratam-se de construções extremamente complexas e engenhosas. Moreira e David (2007, p. 59) corroboram:

> Ao longo de todo o processo de formação na licenciatura, o conjunto dos números racionais é visto como um objeto extremamente simples, enquanto as pesquisas mostram que, em termos da prática docente, a sua construção pode ser considerada uma das mais complexas operações da matemática escolar.

Ponte (2005) alerta para os problemas do currículo atual referentes à aprendizagem dos racionais, mostrando certa carência nas articulações entre as representações decimais e fracionárias, além da pouca atenção dada aos modelos intuitivos importantes para o desenvolvimento do conceito de número racional. Esse autor indica a pouca preocupação das pesquisas em Educação Matemática com os campos numéricos em geral.

A respeito das características do ensino dos decimais nos anos 60 e 70, nos trabalhos de Brousseau (1980; 1981), são ressaltadas principalmente aquelas que se referem à visão dos números decimais como naturais munidos de uma vírgula, assim como os procedimentos para operações. Para Esteves (2009), essas características são muito similares ao ensino dos números decimais que se efetua, atualmente, no Brasil. Damico (2007, p.87) valida essa discussão quando afirma que:

> [...] a ênfase exagerada nos procedimentos algorítmicos e o treinamento exaustivo por intermédio de extensas listas de exercícios repetitivos e descontextualizados acarretam, muitas vezes, um distanciamento entre as operações e a compreensão do significado do cálculo realizado. Quando estas operações envolvem números racionais, o problema se torna ainda maior [...]

Nesse sentido, o autor realiza uma breve análise, seguida de uma discussão, sobre o ensino das operações elementares com frações, procurando salientar o entendimento dos conceitos envolvidos nas operações, como também uma análise das dificuldades de aprendizagem subjacentes a estas operações, refletindo sobre possíveis formas de organização do ensino. O autor conclui que há um acentuado desequilíbrio entre o conhecimento conceitual e processual, além de um baixo nível de conhecimento didático relacionado às formas de representação de conteúdos ensinados, relacionados aos números racionais.

Outros estudos mostram limitações dos conhecimentos matemáticos de alunos e professores, incluindo as falhas na compreensão sobre os números decimais. (CUNHA, 2002; RIBEIRO, 2009; PADOVAN, 2000; ESTEVES, 2009; DAMICO, 2007; VALERA, 2003, ZUNINO, 1995, FONSECA, 2005).

Valera (2003) verificou o uso social e escolar dos números racionais com as suas representações fracionárias e decimais em diferentes documentos e publicações oficiais (Parâmetros Curriculares Nacionais, Proposta Curricular Paulista para Matemática) que abordam os números racionais. O autor procurou caracterizar a dicotomização existente entre o uso e o ensino da Matemática. Para ele, a sociedade faz maior uso da representação decimal e o uso escolar recai mais sobre a forma fracionária dos números racionais. Em seu estudo, assegura que:

> Embora o estabelecimento de relações entre o uso social e uso escolar ainda não ocorra de maneira efetiva, reconhece-se que aquelas orientações dos múltiplos significados dos números racionais e, conseqüentemente, pela resolução de diversificadas situações-problema associadas ao tema, abrem caminho para uma aproximação entre ambos e para o enfrentamento de rupturas verificadas no ensino e na aprendizagem dos números racionais. (VALERA 2003, p.6)

O pesquisador concluiu que não está sendo ensinado nas escolas o que é indicado nos documentos oficiais e nas avaliações do Saresp (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), considerando existir vários mitos e equívocos a respeito do currículo de matemática e da sua implementação.

Os estudos de Ribeiro (2009) analisam um dos componentes do conhecimento profissional, o conhecimento matemático para o ensino, por meio de uma situação em que, num grupo de trabalho colaborativo – no âmbito de um Programa de Formação Contínua, são discutidas as bases teóricas da multiplicação de dois números decimais. Desta discussão, o autor evidencia a falta de conhecimentos por parte dos professores envolvidos sobre como explicar aos seus alunos, de forma compreensível, e que lhes permita utilizar os algoritmos com clareza, como efetuar a multiplicação de dois números decimais.

O estudioso revela, nas experiências realizadas em seu estudo, que uma das grandes dificuldades dos alunos foi a de perceberem o motivo pelo qual, ao multiplicarem dois números decimais, utilizando o algoritmo, devem considerar duas e não apenas uma casa decimal (como ocorre na adição ou subtração). Para ele, essa dificuldade manifestada pelos alunos justifica-se em grande parte, porque os próprios professores não conhecem os fundamentos de tal regra.

Esteves (2009) também explicita resultados semelhantes ao investigar os conhecimentos de professores do 5º ano do Ensino Fundamental sobre números decimais. A autora realizou sessões de atividades sobre números decimais com os professores, nas quais foram propostas situações que envolveram o conceito de números racionais, as operações com números decimais e as relações estabelecidas entre os números decimais, o sistema de numeração decimal e os sistemas de medidas e monetário.

As suas análises revelaram a existência de lacunas no conhecimento específico sobre números decimais desses professores, interferindo em seu conhecimento pedagógico do conteúdo e também em seu conhecimento curricular, influenciando, assim, a forma como esses professores organizam o processo de ensino e aprendizagem dos números decimais em sala de aula. Estes resultados têm relação direta com os conhecimentos apresentados pelos professores participantes da nossa investigação.

A referida autora chama a atenção para o fato de que os conhecimentos sobre os objetos de ensino (conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular) não podem ser desconsiderados na formação do professor e evidencia, em seu estudo, a fragilidade dos conhecimentos dos professores observados no que concerne aos números decimais, mostrando a urgência de se rever o papel do conhecimento matemático na formação, inicial e continuada, dos professores polivalentes.

Outro estudo que merece nossa atenção foi realizado por Cunha (2002), cujo objetivo era diagnosticar, por meio de questões, as representações das crianças no que tange à quebra da unidade. Seus apontamentos teóricos emergidos da observação e da análise demonstram que grande parte das dificuldades encontradas na aprendizagem dos números decimais está diretamente relacionada com a falta de conexões estabelecidas com o sistema de numeração decimal. Assim sendo, segundo a pesquisadora,

> É necessário que o aluno aproprie-se da noção dos possíveis valores que uma unidade pode assumir, para poder, então, fazer conexões entre as posições relativas dos dígitos antes e após a vírgula com as quantidades da unidade considerada" (CUNHA, 2002, p. 153).

Assim, o aluno deve fazer conexões entre os múltiplos e submúltiplos da unidade. A autora entende que é necessário que os professores trabalhem com várias noções de unidade, conforme orientam os PCNs, de modo que, desde as séries iniciais e sempre que possível, os alunos possam fazer conexões entre as representações que sejam mais significativas e oportunas em função da faixa etária e do contexto social nos quais eles encontram-se.

Zunino (1995) também identificou dificuldades nos alunos em relação a esse conteúdo ao realizar um estudo diagnóstico com crianças da 1ª, 3ª e 5ª séries (atuais 2º, 4º e 6º anos do Ensino Fundamental). A falta de compreensão dos alunos fez com que a autora concluísse que a forma como os aprendizes produziam e interpretavam os números decimais evidenciou que eles não tinham tido oportunidade de reconstruir completamente os conceitos e as relações que representavam.

Contudo, verificou que a maioria das crianças era capaz de compreender o significado dos números decimais, se estes fossem relacionados ao dinheiro, ou seja, ao conhecimento extraescolar dos alunos.

> As crianças têm aprendido muito na escola. Na primeira série já sabem que uma dezena tem 10 unidades, na terceira podem posicionar corretamente os lugares das potências de 10 [...] e também começam a trabalhar com os décimos, centésimos e milésimos. Sabem ordenar quantidades decimais levando em conta a vírgula e realizar operações que precisam compor ou decompor em base 10. Na quinta série podem repetir – em alguns casos aplicar – as regras de multiplicação e divisão pela base 10 e realizam (com maior ou menor êxito) multiplicações e divisões com inteiros e decimais. Porém, todos estes conhecimentos não resultam suficientes para que

> compreendam o que é que fazem quando ‘se leva’ ou ‘pede emprestado’, não são suficientes para entender a natureza dos números decimais e diferenciá-los dos inteiros [...]. (ZUNINO, 1995, p. 188)

Outro ponto que a autora chama atenção diz respeito ao ensino oferecido em modelos convencionais, dificultando a compreensão dos alunos sobre o significado dos números decimais. Para ela, as situações de aprendizagem que envolvem o conhecimento extraescolar que os alunos possuem em relação ao dinheiro (o sistema monetário e o seu emprego no sistema de medidas, o sistema de numeração decimal e os números decimais, decimal e fracionária, entre outras), além de outras relações, proporcionariam a reformulação do significado dos decimais. Nesse sentido, a pesquisadora propõe mudanças nas práticas pedagógicas para o ensino dos decimais, apontando que essas práticas não têm fornecido uma aprendizagem significativa do conteúdo.

Sua pesquisa também aborda o ensino e a aprendizagem das operações com decimais, constatando que as dificuldades para operar com decimais estão diretamente ligadas ao fato de que as crianças têm aprendido por meio de regras não compreendidas, com isso, decoram e esquecem, dificultando a reconstrução de seu raciocínio. Ainda ressalta que:

> Se o enfoque pedagógico que é adotado leva as crianças a deixarem de lado seu raciocínio lógico quando lhes são ensinados conteúdos matemáticos, elas seguramente aprenderão a adaptar-se às exigências da escola, porém não aprenderão matemática, porque não é possível aprender matemática renunciando a pensar. (ZUNINO, 1995, p. 190)

Fonseca (2005), por sua vez, realizou um estudo diagnóstico junto a vinte e quatro alunos da 6° série (atual 7º ano do E.F) da rede pública, visando a investigar a compreensão dos alunos sobre a divisão do número racional na forma decimal. Sua pesquisa procurou responder as seguintes questões: os alunos conhecem a técnica de divisão de racionais? Os alunos utilizam a operação de divisão para resolver questões contextualizadas? Que relação os alunos estabelecem entre dividendo, divisor e quociente. E qual significado os alunos atribuem aos restos parciais na operação de divisão? Por meio de nove questões formais e contextualizadas, o autor concluiu que dez alunos conhecem a técnica de divisão, vinte e dois utilizam a operação em questões contextualizadas, cinco demonstraram conhecer ambas as relações $\frac{D}{q} =$ d e D = d x q, enquanto outros cincos têm noção apenas da última.

Nenhum aluno fez atribuições aos restos parciais e, dos que sabem ambas as relações, apenas três aplicam a técnica da divisão. Entre os alunos que não conhecem a técnica, a maior dificuldade apresentada vincula-se à colocação da vírgula e do zero no quociente.

Nas entrevistas realizadas pelo autor, foi possível notar que a dificuldade na colocação da vírgula e do zero no quociente ocorreu, em alguns casos, pelo fato dos alunos não iniciarem a divisão igualando as casas decimais, como também resulta do pouco entendimento sobre os algoritmos (FONSECA, 2005).

Padovan (2000) também chama atenção para as dificuldades relacionadas a esse conteúdo. Em seu estudo, discute os principais erros de alunos da 5ª série do Ensino Fundamental (atual 6º ano) em função da aprendizagem dos números decimais. A autora anota vários obstáculos enfrentados pelos alunos na tentativa de compreender os números decimais, pois mesmo os alunos que chegam à 5ª série (atual 6º ano do E.F.) e dominam as principais operações do conjunto dos naturais, mostram-se despreparados ao se depararem com os decimais.

A pesquisadora considera a representação escrita do número decimal como um fator de influência na conceitualização dos números decimais. Segundo ela, para alguns alunos, a presença da vírgula é um dos únicos e mais fortes indicativos para que um número seja considerado como decimal, enquanto outros chegam até a ignorá-la numa notação decimal, considerando, assim, o número decimal como número inteiro.

A autora também destaca, por parte do professor, os erros cometidos pelos alunos, pois se analisados profundamente, eles poderão auxiliar no planejamento das ações didáticas e nas intervenções docentes, tendo em vista a possibilidade de antecipar as dificuldades que os alunos poderão ter durante o processo de ensino e aprendizagem. Baseada nos estudos de Shulman (1986, 1987), Esteves (2009) esclarece que esse tipo de análise só é possível ser feita pelo professor quando ele possui seus conhecimentos bem estruturados, tanto o específico do conteúdo, como o pedagógico do conteúdo.

Ribeiro (2009) corrobora quando afirma que o fato de se abordar conjuntamente representações dos números em decimais e fracionários propicia melhor compreensão dos alunos para reconhecer as diferentes representações para um mesmo valor. Mas alerta que será possível somente se o professor for detentor de um sustentado conhecimento matemático para o ensino, podendo recorrer às distintas representações de modo construtivo e significativo para os alunos.

Alves e Gomes (s/d) ao realizar, em Portugal, um estudo com 90 professores do 1.º C. E. B. (Ciclo da Educação Básica), sobre os conhecimentos em relação às operações com decimais, anotaram que existem fragilidades no conhecimento matemático e didático e essas mesmas dificuldades foram encontradas na observação de alunos acerca dos números decimais. Assim, segundo as autoras, parece haver tópicos que são complicados tanto para os alunos, quanto para os professores.

Os questionamentos, levantados pelas autoras, sobre a decisão de não trabalhar de maneira mais aprofundada os temas envolvendo números decimais deve-se as dificuldades dos alunos ou as limitações dos professores. A autora notou, ademais, a pertinência de um processo construtivo de discussão e reflexão que possa analisar, de forma mais detalhada, as questões e as implicações sobre o estudo em questão.

As autoras já mencionadas ressaltam o fato do conhecimento dos professores ser alvo de inúmeros estudos e tentam compreender como se dá o processo de organização e estrutura desse conhecimento. Segundo as pesquisadoras:

> Um professor de matemática que possui um profundo entendimento da matemática (segundo as orientações de Portugal) é capaz de estabelecer conexões relacionando diferentes tópicos, pelo que terá de ser capaz de ir além do cálculo e aplicação de algoritmos. Não está apenas consciente da estrutura conceitual e dos procedimentos básicos da matemática, mas é capaz de os ensinar aos alunos. Para tal, não é suficiente saber como, também é necessário saber o porquê (ALVES e GOMES, s/d, p. 2).

Silva (2005) constata, em sua pesquisa, que os alunos não sabem reconhecer o número racional na forma decimal como um número, sendo esta a maior dificuldade apresentada por eles. A autora ainda observa que, embora haja resultados sobre o não-saber dos alunos e de possíveis obstáculos ao ensino e à aprendizagem do tema, há necessidade de se observar as condições em que as ações formativas possibilitam mudanças nas práticas docentes.

Nas pesquisas que apresentamos, procuramos evidenciar os problemas acerca do ensino e da aprendizagem da representação decimal dos números racionais, porém verificamos que muitas dessas pesquisas tratam da representação fracionária. Embora todas enfatizem a dificuldade tanto de professores quanto de alunos em relação ao ensino e à aprendizagem de número racional, poucas fazem relação entre as diferentes representações e o uso de materiais manipuláveis.

Quanto ao conceito de número decimal, as pesquisas pontuam a existência de dificuldades tanto de alunos, quanto de professores da Educação Básica, em trabalhar com esse conteúdo. As dúvidas recaem sobre os conceitos básicos de número decimal, como: definição, comparação, representação, etc.

Um fator agravante dessa situação é que as dificuldades não ficam restritas aos alunos da Educação Básica que estão aprendendo o conteúdo. Os professores desse nível escolar apresentam confusões conceituais básicas, o que evidencia que tanto a Educação Básica como o Ensino Superior, em alguns casos, não estão oferecendo uma formação matemática suficiente no que diz respeito ao conteúdo objeto do presente estudo.

Consciente da necessidade de compreender como este conteúdo é abordado no Ensino Fundamental, buscamos, nos livros didáticos adotados pelos sujeitos desta pesquisa, analisar como esses livros tratam a conceituação de números decimais e a representação de um número na forma decimal.

1.3 - A REPRESENTAÇÃO DECIMAL DO NÚMERO RACIONAL NOS LIVROS DIDÁTICOS ADOTADOS PELOS SUJEITOS DA PESQUISA

O livro didático é, em muitos casos, uma das principais fontes de consulta para o professor de matemática quando ele planeja as suas aulas. Assim, a forma de abordagem trazida nos conteúdos dos livros influencia na maneira do professor abordar os conteúdos em sala de aula, determinando também o conjunto de ferramentas utilizadas pelo aluno na resolução de situações propostas pelo professor, e, em longo prazo, prejudicando o aprendizado de conceitos envolvidos. Segundo o Guia do PNLD (2008):

> [...] apesar de toda a sua importância, o livro didático não deve ser o único suporte do trabalho pedagógico do professor. É sempre desejável buscar complementá-lo, seja para ampliar suas informações e as atividades nele propostas ou contornar suas deficiências, seja para adequá-lo ao grupo de alunos que o utilizam. (BRASIL, 2008, p. 12).

Concebemos o livro didático como um instrumento essencial para o andamento do conteúdo, entretanto, acreditamos ser importante que o professor intervenha e participe da construção do conhecimento dos alunos, como um agente de transformação e não como um mero expectador, tendo em vista que, de acordo com Lajolo (1996, p. 12):

> Escolha e uso de livro didático precisam resultar do exercício consciente da liberdade do professor no planejamento cuidadoso das atividades escolares, o que reforçará a posição de sujeito do professor em todas as práticas que constituem sua tarefa docente, em cujo dia-a-dia ele re-escreve o livro didático, reafirmando-se, neste gesto, sujeito de sua prática pedagógica e um quase co-autor do livro.

Nota-se que o livro didático exerce grande influência na atividade didática e pedagógica do professor, assim como na aquisição do conhecimento por parte do aluno. Diante disso, analisamos quatro livros didáticos, observando, particularmente, a apresentação da representação decimal do número racional. Faremos, ainda, algumas observações acerca da resenha destes livros, que foram extraídas do guia do PNLD de 2008 e 2011.

1.4.1 - Análise dos 4 Livros Didáticos.

Analisamos quatro livros didáticos referentes ao sexto ano do Ensino Fundamental. A opção por analisar apenas o volume que se refere ao sexto ano do Ensino Fundamental justifica-se por ser o ano foco da nossa investigação e por ser a série dos anos finais do Ensino Fundamental que aborda, com maior ênfase, os números decimais. Para isso, faremos uma breve apresentação do livro, de maneira geral, e, mais especificamente, do capítulo que trata dos números racionais, focando, mais detidamente, os números decimais.

Os quatro livros analisados fazem parte de um total de 16 coleções e foram adotados pelos professores sujeitos dessa pesquisa. Cabe salientar que três livros (livros 2, 3 e 4) constam no Guia PNLD/2008 e dois (1 e 2) fazem parte do Guia PNLD/2011. Os livros analisados foram:

- **Matemática e Realidade: 6° ano** / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado. São Paulo: Atual, 2009.
- **Tudo é Matemática: 5ª série (6° ano)** / Luiz Roberto Dante. São Paulo: Ática, 2005.
- **Matemática: Fazendo a Diferença: 5ª série (6° ano)/** José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno, Ayrton Olivares. São Paulo: FTD, 2006.
- **Projeto Araribá – Matemática: 5ª série (6° ano)**/ Juliana Matsubara Barroso. São Paulo: Moderna, 2007.

Para realizar a nossa investigação sobre o conteúdo, sentimos a necessidade de estabelecer alguns critérios de análise, que são os seguintes:

Critério A	Observar e analisar como os livros definem número decimal, buscando a formalização do conceito de número decimal.
Critério B	Verificar de que forma os livros apresentam a representação decimal de um número.
Critério C	É um complemento do critério B. Observar e analisar se os livros fazem distinção entre a representação e o número decimal.

Quadro 2 - Critérios de análise de livros didáticos

Uma das principais dificuldades apresentadas pelos professores sujeitos desse estudo está centrada no critério C.

1.4.1.1. **LIVRO 1: Matemática e Realidade: 6° ano** / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado. – São Paulo: Atual, 2009.

Na apresentação deste livro, os autores afirmam tratar-se de uma obra com finalidade didática, com teorias lógicas e em linguagem acessível ao aluno do Ensino Fundamental. De fato, pois o capítulo que se refere aos números decimais é iniciado com a apresentação do material dourado, embora seja utilizado apenas como ilustração, logo após, o material é usado, também, para explicar as frações decimais. Os autores ponderam, ainda, que a obra traz situações problemas ligadas à realidade e com aplicações da matemática, para isso, eles valem-se das sessões "Matemática em notícia" e "Matemática no tempo".

Cada tópico, ou conjunto de tópicos, apresenta exercícios, problemas propostos e desafios para que, segundo os autores, os alunos possam medir o seu aproveitamento. O livro possui oito unidades, subdividas em 26 capítulos nas 488 páginas, além do Manual do Professor. Devemos lembrar que se trata de um livro pertencente a uma coleção de quatro volumes, com conteúdos para serem tratados durante o sexto ano do Ensino Fundamental. A seguir, apresentamos o sumário dos capítulos 18 e 19, que são destinados aos números decimais (Figura 2):

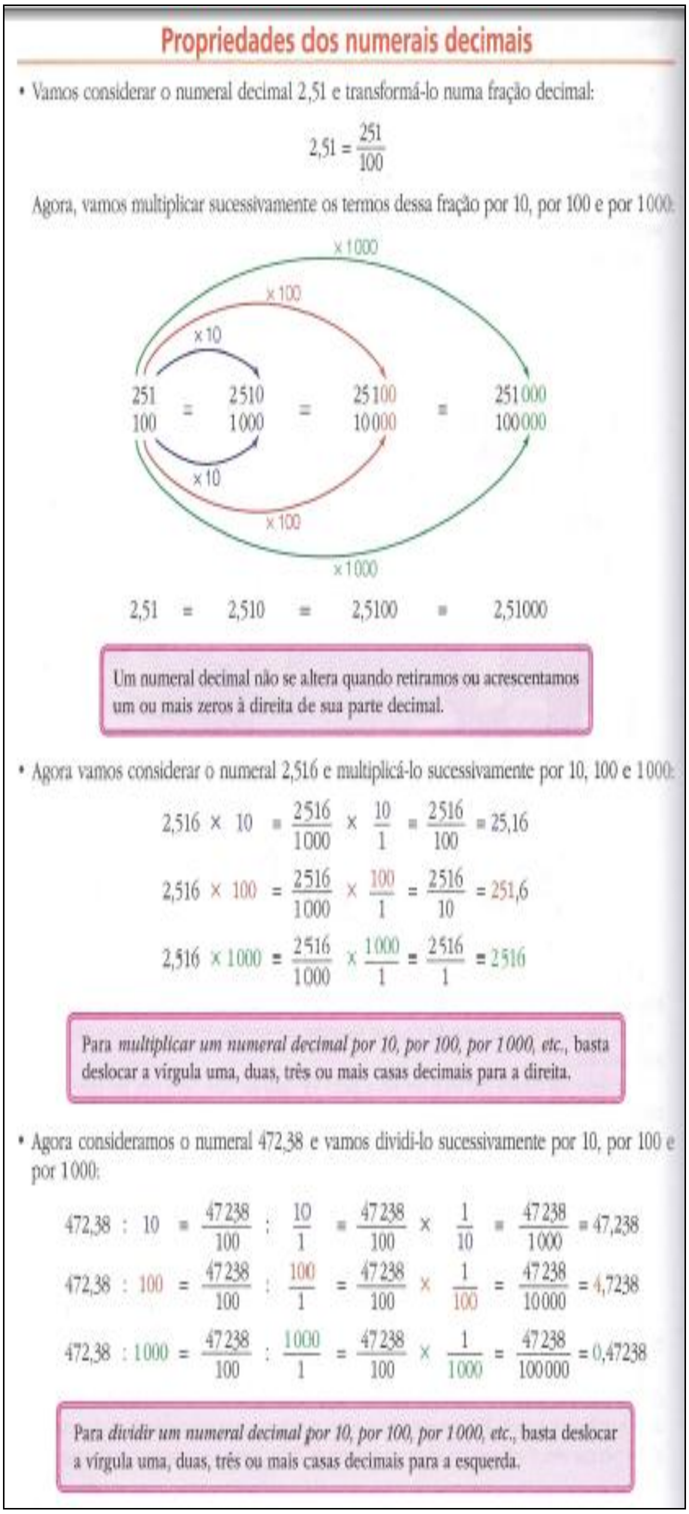
Fonte: Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado, Matemática e Realidade: 6° ano - São Paulo: Atual, 2009, p. 4.

Figura 2 - Sumário das unidades de números racionais.

Nota-se que o conteúdo de números racionais está em uma sequência lógica de aprendizagem em que o conteúdo anterior serve de requisito para o conteúdo posterior. Entretanto, o conteúdo sobre a representação decimal trata da fração decimal, mas não a distingui como sendo um tipo de fração dentro do conjunto dos números racionais, sendo que, nos capítulos anteriores, foram abordados diversos tipos de fração.

Os autores desta obra asseguram, no manual do professor, que, após vista a noção de fração decimal, é introduzida a notação em forma de numeral decimal. Contudo, definem, com rigor, as frações decimais e apresentam, em seguida, o numeral decimal, ampliando o sistema de numeração decimal de duas maneiras: ao colocar uma vírgula para separar a parte inteira da parte decimal e ao criar nova ordem à direita da vírgula, ou seja, casas decimais.

Porém, observamos que não definem número decimal. Por outro lado, transformam numeral decimal em fração decimal e vice-versa, além de representar as frações decimais em forma de taxa percentual. Ao finalizar o capítulo 18, comparam-se os números decimais e apresentam, anteriormente, as propriedades deles (Figura 3).



Propriedades dos numerais decimais

- Vamos considerar o numeral decimal 2,51 e transformá-lo numa fração decimal:

$$2{,}51 = \frac{251}{100}$$

Agora, vamos multiplicar sucessivamente os termos dessa fração por 10, por 100 e por 1000:

$$\frac{251}{100} \overset{\times 10}{=} \frac{2510}{1000} \overset{\times 100}{=} \frac{25100}{10000} \overset{\times 1000}{=} \frac{251000}{100000}$$

$$2{,}51 = 2{,}510 = 2{,}5100 = 2{,}51000$$

> Um numeral decimal não se altera quando retiramos ou acrescentamos um ou mais zeros à direita de sua parte decimal.

- Agora vamos considerar o numeral 2,516 e multiplicá-lo sucessivamente por 10, 100 e 1000:

$$2{,}516 \times 10 = \frac{2516}{1000} \times \frac{10}{1} = \frac{2516}{100} = 25{,}16$$

$$2{,}516 \times 100 = \frac{2516}{1000} \times \frac{100}{1} = \frac{2516}{10} = 251{,}6$$

$$2{,}516 \times 1000 = \frac{2516}{1000} \times \frac{1000}{1} = \frac{2516}{1} = 2516$$

> Para *multiplicar um numeral decimal por 10, por 100, por 1000, etc.*, basta deslocar a vírgula uma, duas, três ou mais casas decimais para a direita.

- Agora consideramos o numeral 472,38 e vamos dividi-lo sucessivamente por 10, por 100 e por 1000:

$$472{,}38 : 10 = \frac{47238}{100} : \frac{10}{1} = \frac{47238}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{47238}{1000} = 47{,}238$$

$$472{,}38 : 100 = \frac{47238}{100} : \frac{100}{1} = \frac{47238}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{47238}{10000} = 4{,}7238$$

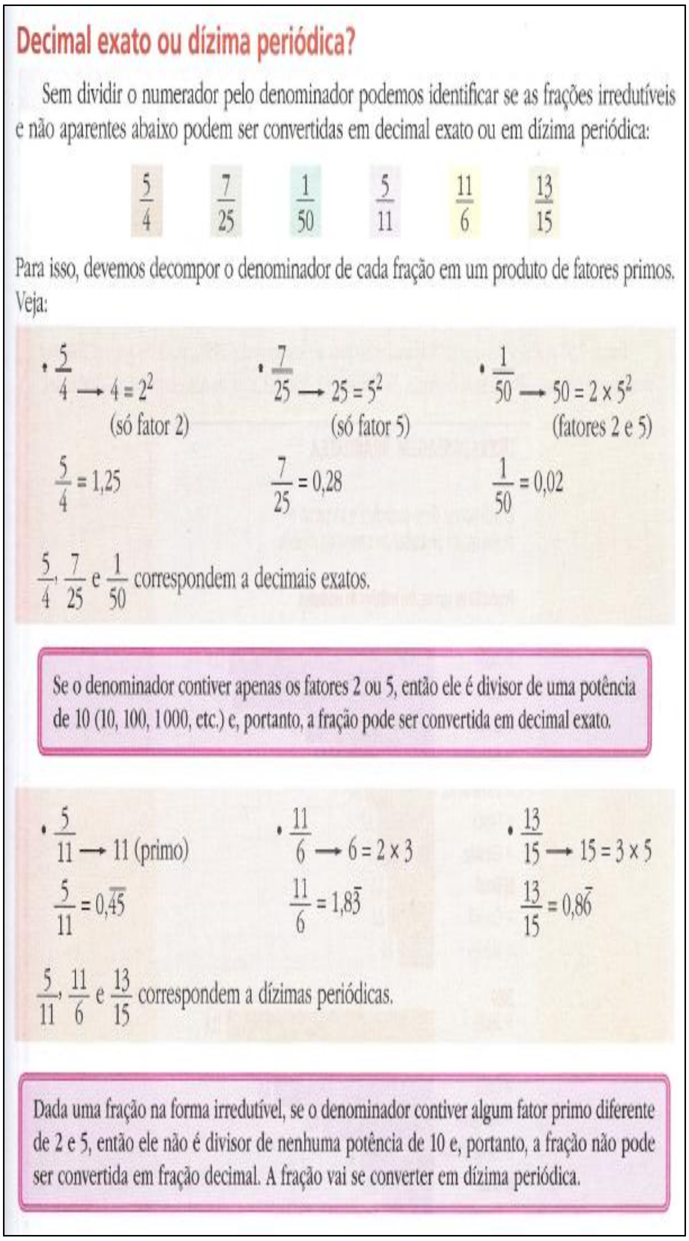
$$472{,}38 : 1000 = \frac{47238}{100} : \frac{1000}{1} = \frac{47238}{100} \times \frac{1}{1000} = \frac{47238}{100000} = 0{,}47238$$

> Para *dividir um numeral decimal por 10, por 100, por 1000, etc.*, basta deslocar a vírgula uma, duas, três ou mais casas decimais para a esquerda.

Fonte: Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado, Matemática e Realidade: 6° ano - São Paulo: Atual, 2009, p. 212.

Figura 3: Propriedades dos números decimais

No capítulo 19, o livro enfoca as operações com decimais e traz, de forma precisa, à representação decimal exata e infinita periódica do número racional, conforme mostra a figura 4 a seguir.



Decimal exato ou dízima periódica?

Sem dividir o numerador pelo denominador podemos identificar se as frações irredutíveis e não aparentes abaixo podem ser convertidas em decimal exato ou em dízima periódica:

$$\frac{5}{4} \quad \frac{7}{25} \quad \frac{1}{50} \quad \frac{5}{11} \quad \frac{11}{6} \quad \frac{13}{15}$$

Para isso, devemos decompor o denominador de cada fração em um produto de fatores primos. Veja:

- $\frac{5}{4} \longrightarrow 4 = 2^2$ (só fator 2); $\frac{5}{4} = 1{,}25$
- $\frac{7}{25} \longrightarrow 25 = 5^2$ (só fator 5); $\frac{7}{25} = 0{,}28$
- $\frac{1}{50} \longrightarrow 50 = 2 \times 5^2$ (fatores 2 e 5); $\frac{1}{50} = 0{,}02$

$\frac{5}{4}$, $\frac{7}{25}$ e $\frac{1}{50}$ correspondem a decimais exatos.

Se o denominador contiver apenas os fatores 2 ou 5, então ele é divisor de uma potência de 10 (10, 100, 1 000, etc.) e, portanto, a fração pode ser convertida em decimal exato.

- $\frac{5}{11} \longrightarrow 11$ (primo); $\frac{5}{11} = 0{,}\overline{45}$
- $\frac{11}{6} \longrightarrow 6 = 2 \times 3$; $\frac{11}{6} = 1{,}8\overline{3}$
- $\frac{13}{15} \longrightarrow 15 = 3 \times 5$; $\frac{13}{15} = 0{,}8\overline{6}$

$\frac{5}{11}$, $\frac{11}{6}$ e $\frac{13}{15}$ correspondem a dízimas periódicas.

Dada uma fração na forma irredutível, se o denominador contiver algum fator primo diferente de 2 e 5, então ele não é divisor de nenhuma potência de 10 e, portanto, a fração não pode ser convertida em fração decimal. A fração vai se converter em dízima periódica.

Fonte: Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado, Matemática e Realidade: 6° ano - São Paulo: Atual, 2009, p. 229.

Figura 4: Divisao exata e não exata

Os assuntos dentro dos capítulos são abordados de forma excessivamente detalhada, porém não se acham relacionados. O catálogo do PNLD de 2011 corrobora nossa interpretação quando registra que: “As diferentes representações matemáticas de um mesmo conceito são bem trabalhadas. Mas, em alguns casos, a relação entre diversos significados de um mesmo conceito não é bem explorada” (BRASIL, 2010, p. 67).

Sendo assim, parece que o critério A não é contemplado totalmente, pois os capítulos de números decimais não apresentam, em nenhum momento, uma definição clara de número decimal. Tampouco distingue, de forma precisa, a representação decimal de um número decimal. Portanto, podemos afirmar que os critérios A e C não se fizeram presentes nesta obra.

1.4.1.2 – **LIVRO 2: Tudo é Matemática**: 5ª série (6° ano) / Luiz Roberto Dante – São Paulo – Ática, 2005.

O autor do segundo livro posto em estudo apresenta-o convidando o aluno a compreender, por meio de sua obra, as ideias matemáticas e a aplicá-las em seu dia-a-dia. No final do livro, o autor traz um manual pedagógico do professor, com observações e sugestões de cada capítulo.

Os números decimais fazem parte do Capítulo 7, onde o autor relata que esses números vêm substituindo as frações em praticamente todas as aplicações pela facilidade de comparar e pela praticidade em expressar medidas, além de ser um importante instrumento da tecnologia moderna. Sugere, em seguida, o uso do material dourado como um recurso excelente para introduzir os décimos, centésimos e milésimos. O livro possui 10 capítulos e 296 páginas.

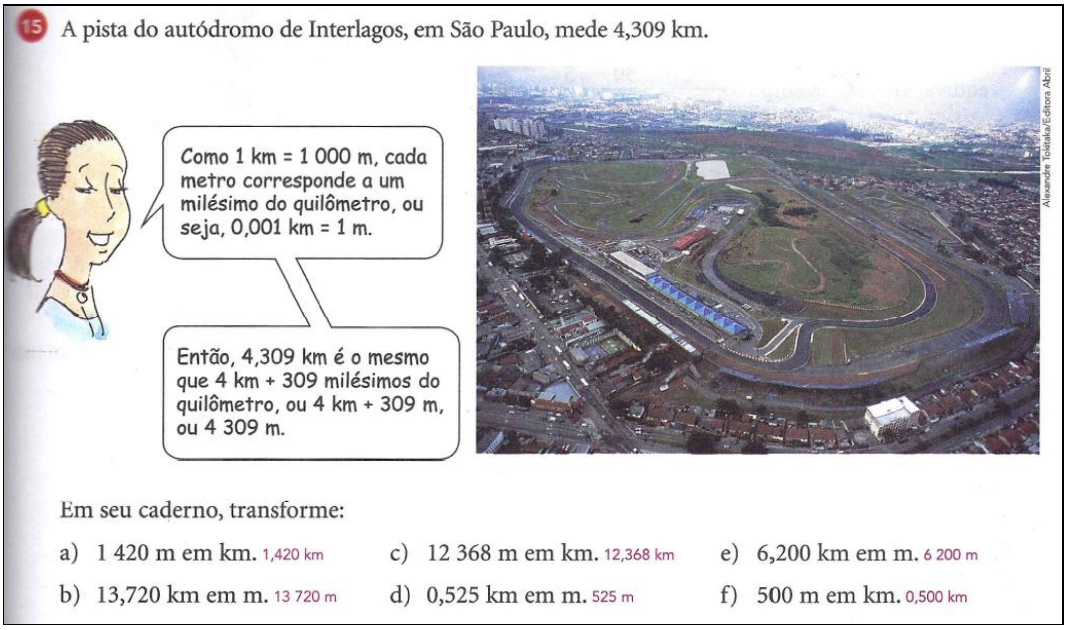
Assim como a obra anterior, esta também traz o conteúdo de números racionais em dois capítulos, conforme podemos observar na figura 5.

Fonte: Luiz Roberto Dante, Tudo é Matemática: 5ª série (6° ano) – São Paulo – Ática, 2005, p.269

Figura 5 - Sumário dos capítulos de números racionais

O capítulo que trata dos números decimais inicia mostrando, por meio de frações, as diversas formas de representar um único número. A partir daí, enuncia que trabalhará, no referido capítulo com esses mesmos números, só que representado de outra forma, isto é, usando vírgula. E, assim traz a representação decimal do número racional com exemplos que aparecem constantemente no cotidiano, como o preço de um produto.

Na sequência, apresenta o material dourado como auxílio na compreensão do número decimal, fazendo uma breve apresentação das frações $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, mas não denomina fração decimal. O autor traz uma sequência extensa de exercícios para tratar dos décimos centésimos e milésimos, bem como nos demais assuntos. Além disso, ele utiliza, nos exercícios, exemplos de preços, medidas, pesos, entre outros, assim como relaciona décimos, centésimos e milésimos, sempre iniciando com exercícios resolvidos, para, a seguir, propor as atividades, conforme apresentado na figura 6, que segue.



15 A pista do autódromo de Interlagos, em São Paulo, mede 4,309 km.

Como 1 km = 1 000 m, cada metro corresponde a um milésimo do quilômetro, ou seja, 0,001 km = 1 m.

Então, 4,309 km é o mesmo que 4 km + 309 milésimos do quilômetro, ou 4 km + 309 m, ou 4 309 m.

Em seu caderno, transforme:

a) 1 420 m em km. 1,420 km
b) 13,720 km em m. 13 720 m
c) 12 368 m em km. 12,368 km
d) 0,525 km em m. 525 m
e) 6,200 km em m. 6 200 m
f) 500 m em km. 0,500 km

Fonte: Luiz Roberto Dante, Tudo é Matemática: 5ª série (6° ano) – São Paulo – Ática, 2005, p.269.

Figura 6 - Atividade proposta

Tratando a parte de décimos, centésimos e milésimos, o autor aborda a comparação de números decimais e, após, as operações com decimais, sempre com exercícios resolvidos, seguidos de atividades. Quase ao final do capítulo, traz a porcentagem na forma decimal, com as frações de denominador 100.

Por fim, encerra o capítulo fazendo uma revisão, por meio de exercícios, chamada “Revisão Cumulativa”. Segundo o guia do PNLD (2008, p. 62): “A articulação dos conhecimentos novos com os já abordados é um ponto positivo da obra, e é feita, em especial, por meio de muitas atividades de revisão”.

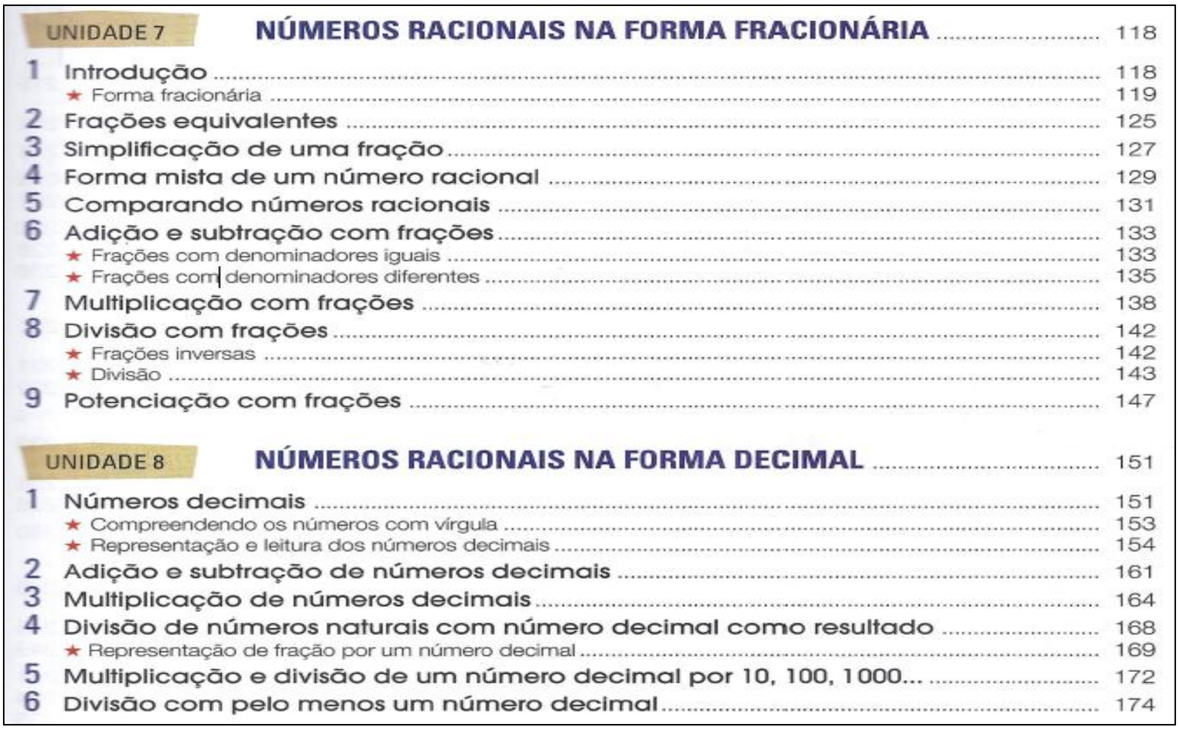
A obra apresenta conversão de fração para número na representação decimal e vice-versa. Porém, não define número decimal, sequer relaciona a representação decimal nas frações decimais e cita apenas frações irredutíveis. Ressalvamos ainda que faz distinção entre a representação de um número e o próprio número, assim como somente enfatiza os exercícios (cerca de 120 em todo o capítulo). Com isso, concluímos que, neste livro, os critérios A, C não se fizeram presentes.

1.4.1.3. **LIVRO 3 - Matemática: Fazendo a Diferença: 5ª série (6° ano)** / José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno, Ayrton Olivares. – São Paulo. – FTD, 2006.

Os autores iniciam o volume informando que ele foi feito para aprender com prazer a matemática e a aplicá-la na vida, da melhor maneira possível. Na obra, consta o manual do professor, o qual o autor denomina de “Orientações para o professor”, em que sugere iniciar o conteúdo com uma pesquisa em jornais, revistas e até mesmo no espaço da escola.

O autor recomenda ainda que, a partir da compreensão do número decimal, deve-se iniciar um trabalho que permita o entendimento das noções de porcentagem. Outra sugestão é iniciar o trabalho com números decimais por meio do manuseio do material dourado.

Este volume possui 319 páginas e quinze unidades, os números racionais são tratados nas unidades sete e oito, sendo que, na unidade oito, estão os números racionais na forma decimal, conforme apresentado pelo autor na figura 7.



Fonte: José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno, Ayrton Olivares. Matemática : Fazendo a Diferença: 5ª série (6° ano) – São Paulo. FTD, 2006, p.151

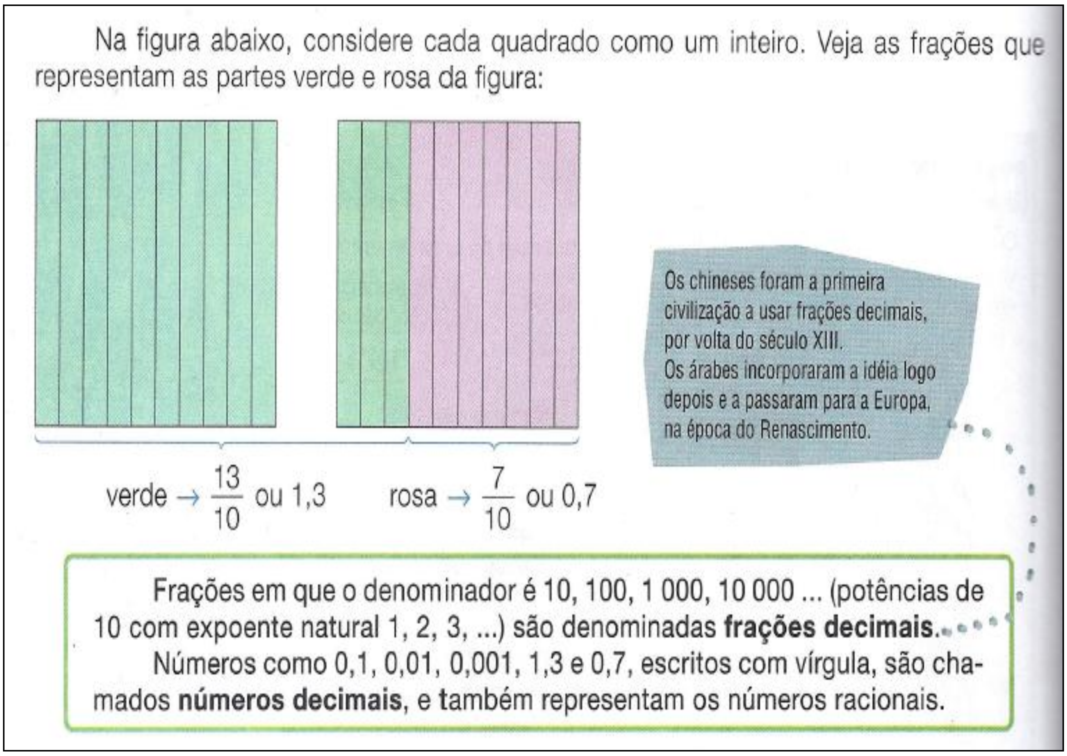
Figura 7: Sumário das unidades de números racionais

As primeiras páginas da unidade oito são dedicadas à representação e à leitura dos números decimais. O autor apresenta um exemplo de “valores monetários” para referir o uso dos números decimais no cotidiano, entretanto, afirma que os números escritos com vírgulas são chamados de números decimais, conforme apresentado, a seguir, na figura 8.

Fonte: José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno, Ayrton Olivares. Matemática : Fazendo a Diferença: 5ª série (6° ano) – São Paulo. FTD, 2006, p.151

Figura 8: Apresentação da unidade 8

Essa generalização feita pelos autores, de que todo número com vírgula é número decimal, reforça a compreensão errônea de alguns alunos e professores sobre a definição de número decimal. Entretanto, logo após mencionar a relação da representação decimal com medidas e porcentagem, os autores trazem, de forma clara, os números decimais e a relação deles com as frações decimais (figura 9), porém, não há uma definição rigorosa de números decimais. O livro apresenta uma nota histórica que, a nosso ver, teve a finalidade apenas de informar um fato histórico e não contribuiu para a atribuição de significado ao conceito.


Na figura abaixo, considere cada quadrado como um inteiro. Veja as frações que representam as partes verde e rosa da figura:

verde → $\frac{13}{10}$ ou 1,3 rosa → $\frac{7}{10}$ ou 0,7

Os chineses foram a primeira civilização a usar frações decimais, por volta do século XIII. Os árabes incorporaram a idéia logo depois e a passaram para a Europa, na época do Renascimento.

Frações em que o denominador é 10, 100, 1 000, 10 000 ... (potências de 10 com expoente natural 1, 2, 3, ...) são denominadas **frações decimais**.

Números como 0,1, 0,01, 0,001, 1,3 e 0,7, escritos com vírgula, são chamados **números decimais**, e também representam os números racionais.

Fonte: José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno, Ayrton Olivares. Matemática : Fazendo a Diferença: 5ª série (6° ano) – São Paulo. FTD, 2006, p.154

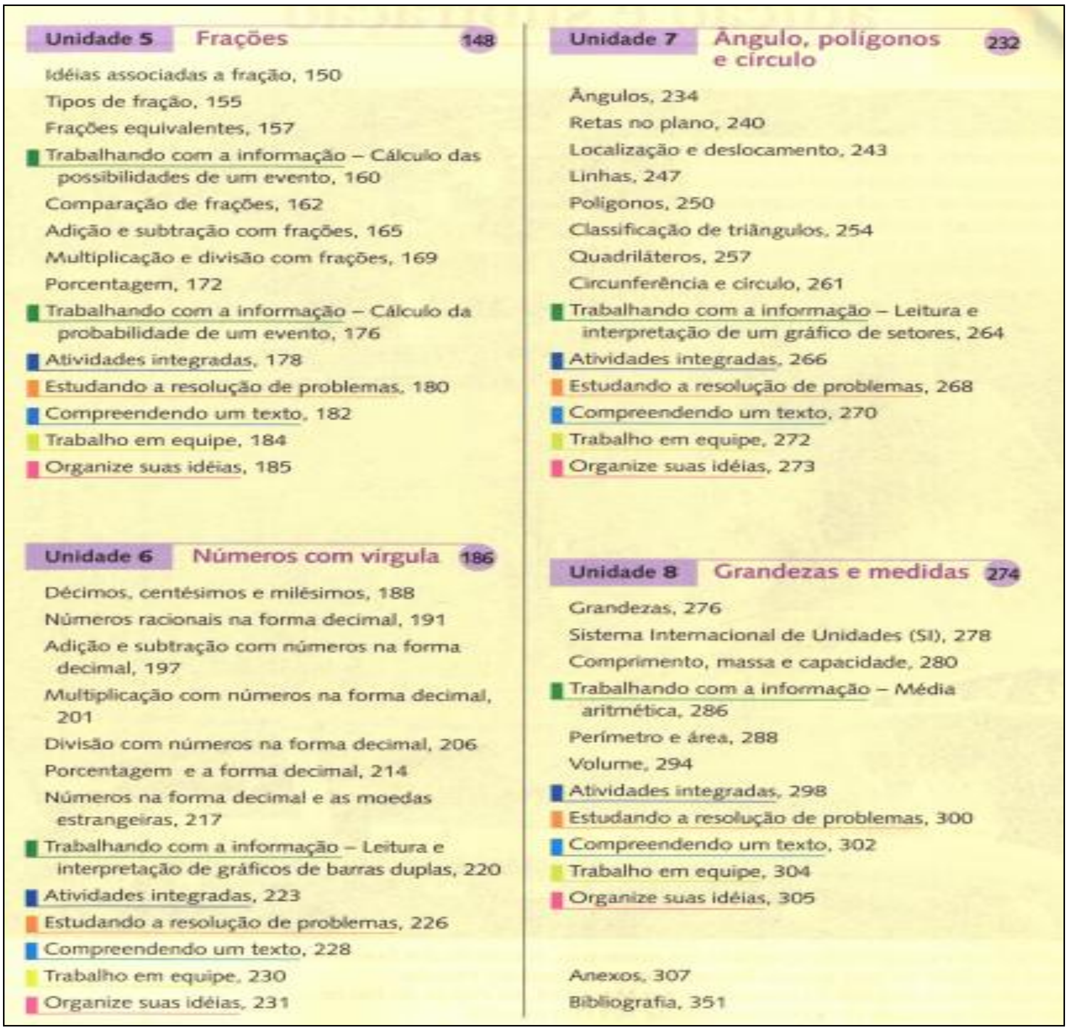
Figura 9 - Fração decimal e Representacao decimal

Os autores ainda remetem ao uso do ábaco para tratar sobre décimos, centésimos e milésimos. Em seguida, trazem as operações com números decimais e, no final da unidade, um desafio seguido de exercícios testes. De acordo com o catálogo do PNLD (2008, p.100): “Os diferentes significados dos números e suas operações são trabalhados. No entanto, a ênfase recai sobre o emprego de técnicas de cálculo aritmético, baseado nas regras e procedimentos apresentados”.

Observamos que a obra contempla a representação decimal de um número, apesar disso, os critérios A e C não foram observados.

1.4.1.4 – **LIVRO 4: Projeto Araribá – Matemática: 5ª série (6° ano)** / Juliana Matsubara Barroso. São Paulo: Moderna, 2007.

O conteúdo de números decimais aparece na sequência da unidade que trata das frações, o que significa uma organização muito semelhante aos livros analisados anteriormente. O livro conta, também, com oito unidades e 352 páginas, além do manual do professor que traz uma cópia do livro do aluno, com respostas de exercícios e sugestões aos professores, sendo seguido do Guia e Recursos Didáticos. Em continuidade, apresentamos o sumário que mostra a unidade destinada aos números racionais (Figura 10).



Fonte: Juliana Matsubara Barroso, Projeto Araribá – Matemática: 5ª série (6° ano) – São Paulo. Moderna, 2007. p. 187.

Figura 10: Sumário das unidades de números racionais

As primeiras atividades do capítulo permitem um resgate, por meio de questões dos conhecimentos anteriores dos alunos, buscando respondê-las no desenvolvimento da unidade.

O que você já sabe?

1. Que tipo de número podemos usar para representar quantidades não-inteiras? Dê exemplos.
2. Que tipo de número representa as notas das ginastas?
3. O que significa "um décimo"? E "um centésimo"? E "um milésimo"?
4. Qual é a função da vírgula no número 10,25?
5. Em que situações são usados os números com vírgula (números na forma decimal)?
6. Um número racional que está na forma de fração pode ser expresso na forma decimal?

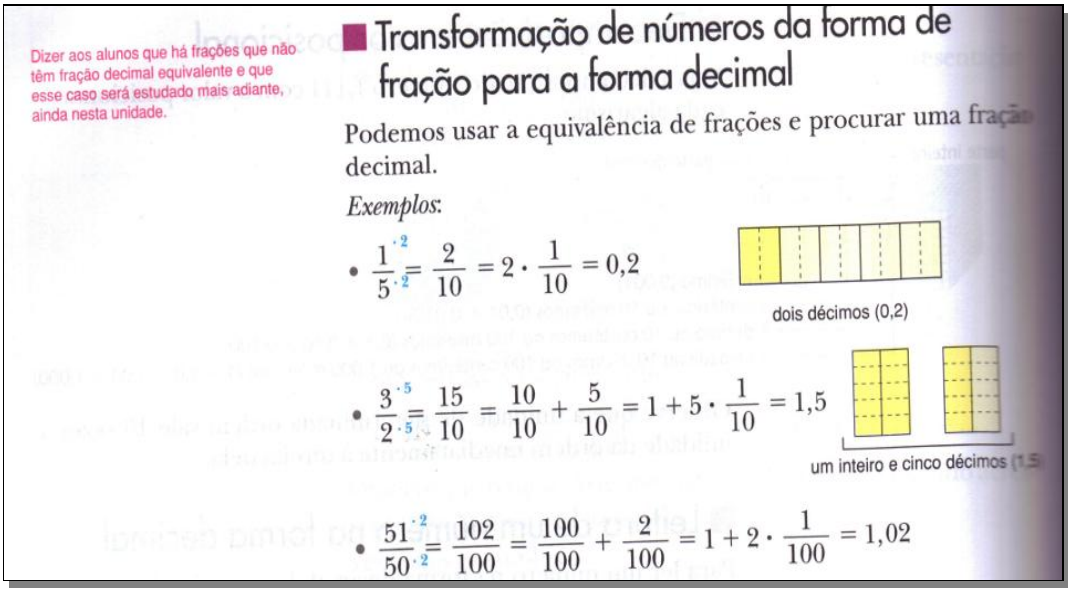
Fonte: Juliana Matsubara Barroso, Projeto Araribá – Matemática: 5ª série (6° ano) – São Paulo. Moderna, 2007. p. 187.

Figura 11: Questões motivadoras

De fato, a obra apresenta situações que necessitam de representação não inteiras, como a nota e o tempo obtidos em uma competição, os décimos, centésimos e milésimos são abordados de forma detalhada e relacionados às frações decimais, que são apresentadas de maneira clara e precisa, sendo, em seguida, propostas várias atividades ligadas ao sistema monetário.

Encontramos, nesta obra, um tópico dedicado às representações dos números racionais, em que é feito uma comparação entre a fração e a representação decimal e as transformações entre as diferentes representações, sendo que, da mesma forma, aborda-se o valor posicional e a leitura de um número na forma decimal.

Não constatamos, em nenhum momento, uma definição precisa de números decimais. Entretanto, a autora apresenta uma nota, em vermelho, orientando sobre as frações que são decimais.



Dizer aos alunos que há frações que não têm fração decimal equivalente e que esse caso será estudado mais adiante, ainda nesta unidade.

Transformação de números da forma de fração para a forma decimal

Podemos usar a equivalência de frações e procurar uma fração decimal.

Exemplos:

- $\frac{1}{5}\frac{\cdot 2}{\cdot 2} = \frac{2}{10} = 2 \cdot \frac{1}{10} = 0{,}2$

dois décimos (0,2)

- $\frac{3}{2}\frac{\cdot 5}{\cdot 5} = \frac{15}{10} = \frac{10}{10} + \frac{5}{10} = 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} = 1{,}5$

um inteiro e cinco décimos (1,5)

- $\frac{51}{50}\frac{\cdot 2}{\cdot 2} = \frac{102}{100} = \frac{100}{100} + \frac{2}{100} = 1 + 2 \cdot \frac{1}{100} = 1{,}02$

Fonte: Juliana Matsubara Barroso, Projeto Araribá – Matemática: 5ª série (6° ano) – São Paulo. Moderna, 2007. p.194

Figura 12: Fração decimal e Representacao decimal

Em relação aos critérios elencados, inicialmente, podemos afirmar que a apresentação do conteúdo na unidade de números com vírgula foi, de certa forma, enfocada com detalhes, além de deixar muito claro o critério B. Concordamos com o catálogo PNLD 2008 quando afirma que, neste livro:

> Os números e suas operações são abordados em seus diferentes significados. Porém, há excessiva formalização de regras e procedimentos, muitas vezes, realizada de forma rápida, sem que o aluno tenha a oportunidade de observar regularidades e estabelecer suas próprias conclusões. (BRASIL, 2008, p. 105).

Pelo exposto, concluímos que os critérios A e C não foram constatados.

Após esta breve análise nos quatros livros, observamos que os autores denominam a unidade de maneira diferente, ou, em alguns casos, capítulos relacionados à representação decimal do número racional, entretanto, todos os autores, sem exceção, trazem esse conteúdo seguido da representação fracionária do número racional, como se fosse pré-requisito.

Assim, o conteúdo abordado nos livros é o mesmo, o que os diferencia é a forma de apresentação. Cada autor concede a sua obra uma maneira particular de trabalhar o conteúdo. Com isso, é possível notar a concepção de ensino e aprendizagem trazida por cada um deles.

Embora cada obra relacione a representação decimal e fracionária de número racional, não enfatizam a diferença entre representação decimal e número decimal, nem mesmo no manual do professor.

Em contrapartida, reconhecemos a relação feita, com exceção do livro-2, “Tudo é Matemática”, entre a representação decimal e as frações decimais, porém, nenhuma obra define número decimal, deixando subentendido que a representação decimal é o número decimal, como também se pode verificar a compreensão equivocada de que dizima periódica é número decimal, questão que discutiremos em nossa pesquisa (Capítulo IV), a partir dos conhecimentos de um grupo de professores e pesquisadores sobre o ensino de números decimais.

Portanto, percebemos que não existem divergências muito significativas entre a nossa análise e aquela encontrada nos catálogos do PNLD 2008 e 2011, que abrange esses volumes. Em relação ao tratamento de números decimais, acreditamos que nosso estudo traz uma abordagem, no que concerne à definição e à representação de números decimais, distinta da apresentada nos livros, aqui, analisados.

Nesse sentido, podemos afirmar que nosso trabalho tende a contribuir como mais uma fonte de consulta, principalmente, para os professores que atuam no sexto ano do Ensino Fundamental e que se baseiam nos livros analisados, como também em outros livros com metodologias e abordagens semelhantes deste conteúdo.

II – O CONHECIMENTO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E O SEU DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

O presente capítulo é dedicado ao estudo do aporte teórico que embasa o desenvolvimento da pesquisa. Inicialmente, faremos uma breve introdução apresentando alguns resultados (SERRAZINA, 1999; FIORENTINI, 1999; PIMENTA, 2005; PONTE 1998, 1997; CURI, 2005; MIZUKAMI, 2004; BORGES, 2001) acerca do conhecimento do professor, realizado por pesquisadores na área da Educação e Educação Matemática, destacando, sobremodo, aqueles realizados por Shulman.

Para isso, trazemos uma exposição a respeito da Base de Conhecimentos para o Ensino, focando, especificamente, os aspectos dos conhecimentos investigados neste trabalho. Em seguida, teceremos uma discussão sobre o desenvolvimento profissional do professor e do professor reflexivo. E, por fim, apresentamos as justificativas pela escolha de se trabalhar a investigação em grupo.

2.1 – O CONHECIMENTO DO PROFESSOR: UMA PREOCUPAÇÃO ATUAL

O conhecimento, tanto de especialistas como de professores polivalentes, tem sido investigado por vários pesquisadores. Segundo Ponte (1998), o conhecimento do professor tem sido objeto de estudos e reflexões. Para este autor, o professor elabora e reelabora constantemente o seu conhecimento, em função dos seus contextos de trabalho e das necessidades decorrentes das situações que vai enfrentando.

Em seus estudos, Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999) chegaram à seguinte síntese conceitual de saber docente:

> O saber docente é reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia, mais ou menos coerente e timbricada, de saberes científicos — oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos — e de saberes da experiência e da tradição pedagógica (p. 55).

Percebe-se, na concepção de saber docente dos pesquisadores brasileiros, uma semelhança com os trabalhos desenvolvidos pelos canadenses Maurice Tardif *et all*. Para os autores, o saber docente é concebido num sentido amplo, “engloba os conhecimentos, as competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes dos docentes, ou seja, aquilo que foi muitas vezes chamado de saber, de saber-fazer e de saber-ser" (TARDIF e RAYMOND, 2000, p. 212). Assim compreendido, os pesquisadores consideram o professor como profissional da educação, aquele que constrói o seu conhecimento e o seu saber a partir de sua ação, fazendo-o por meio de interações, define o seu próprio conhecimento.

Neste caso, os estudiosos situam o saber do professor a partir de seis fios condutores: *saber e trabalho* – produzido e modelado no e pelo trabalho; *diversidade do saber* – o saber dos professores é plural, composto e heterogêneo; *temporalidade do saber* – aprende a dominar progressivamente os saberes necessários à realização do trabalho docente; *a experiência de trabalho enquanto fundamento do saber* – os saberes oriundos da experiência de trabalho; *saberes humanos a respeito de seres humanos* - trabalho interativo, interação humana; *saberes e formação de professores* – apresenta a necessidade de repensar a formação docente e considera os saberes dos professores e suas realidades específicas de trabalho.

Segundo Tardif (2002), esses saberes possuem diferentes fontes de aquisição, sendo provenientes da família, da escola primária e secundária, dos estabelecimentos de formação de professores, tais como: os estágios, os cursos de aperfeiçoamento, etc. Do mesmo modo, são oriundos da formação profissional para o magistério, dos programas e dos livros didáticos utilizados e da própria experiência na profissão, fortalecendo o fato de que os saberes profissionais docentes são situados, plurais, heterogêneos e temporais. O autor destaca ainda a pluralidade e a heterogeneidade dos saberes docentes, como também valoriza a epistemologia da prática,

> [...] baseada no princípio segundo o qual a prática profissional constitui um lugar original de formação e de produção de saberes pelos práticos, pois ela é portadora de condições e de condicionantes específicos que não se encontram noutra parte nem podem ser reproduzidos 'artificialmente', por exemplo, num contexto de formação teórica na universidade ou num laboratório de pesquisa. (Ibid, p. 255).

Ainda sobre a questão dos saberes docentes, Pimenta (2005) ao se referir à formação dos professores, destaca a construção da identidade profissional, asseverando que a identidade "não é um dado imutável. Nem externo, que possa ser adquirido. Mas um processo de construção do sujeito historicamente situado" (p. 18). Em conformidade com a autora, a mobilização dos "saberes da docência" é fundamental para mediar o processo de construção da identidade profissional dos professores.

Sob este aspecto, a estudiosa revela que esses saberes são constituídos por três categorias: os *saberes da experiência* – referem-se ao saber vivenciado na condição de aluno, na escolarização, e os que são produzidos no cotidiano do professor; os *saberes do conhecimento* – referindo-se aos da formação específica (Matemática, Português, Geografia, Artes, etc) e os *saberes pedagógicos* - produzidos na ação, por meio do contato com os saberes sobre a educação e sobre a pedagogia, entendidos como os que viabilizam a ação do "ensinar". Assim, para a autora, as três categorias compõem o que é necessário saber para ensinar.

Serrazina (1999) considera o conhecimento do professor de natureza situada, dinâmica e continuamente alterada durante a sua trajetória profissional pelas interações e pelas experiências profissionais suas e de seus pares. Além disso, ressalta que o conhecimento profissional "é indispensável para desempenhar com sucesso uma atividade profissional. Está diretamente relacionado com a ação e baseia-se necessariamente na experiência e na reflexão sobre a experiência, mas não se limita a esta" (p.2).

Em relação aos tipos de conhecimentos necessários ao professor, Curi (2004) enriquece a discussão ao apresentar, em seu estudo, algumas considerações acerca dos conhecimentos dos professores, os quais a autora grifa como essenciais:

> Conhecimento dos objetos de ensino, dos conceitos definidos para a escolaridade em que ele irá atuar, mas indo além, tanto no que se refere á profundidade desses conceitos como a sua historicidade, articulação com outros conhecimentos e tratamentos didáticos; conhecimento da natureza da Matemática, de sua organização interna, apreensão dos princípios subjacentes aos procedimentos matemáticos e os significados em que se baseiam esses procedimentos; conhecimento do fazer matemática [...] entendimentos de ideias fundamentais na matemática e seu papel no mundo atual [...] conhecimento sobre a aprendizagem e do processo instrutivo (planejamento de ensino, conhecimentos sobre as representações, rotinas e recursos instrucionais, conhecimento das características das interações e sobre as tarefas acadêmicas) [...] conhecimento da estrutura da matemática e de relações entre temas matemáticos [...] (CURI, 2004, p. 164).

As categorias empregadas sobre os conhecimentos ou saberes dos professores são tão vastas quanto o número de pesquisas que temos, atualmente, em relação a este assunto. De acordo com Borges (2001), houve um crescimento substancial de pesquisas sobre o conhecimento dos professores nos últimos tempos, acompanhado também de uma grande diversificação qualitativa, tanto no que diz respeito aos enfoques e às metodologias, quanto em relação às disciplinas e aos quadros teóricos.

Mizukami (2004) expõe que há vários estudos sobre o conhecimento do professor, alguns focalizam os processos cognitivos, outros consideram o conhecimento que o professor tem a respeito do aluno, do conteúdo, do currículo, de teorias pedagógicas, de fins e metas educacionais etc, além da variedade de tipologias que possuem elementos em comum. Ao realizar investigação sobre aprendizagem profissional na área docente, a autora apresenta as contribuições de Shulman para a questão.

Com isso, ressalta que, embora muitos estudos, ainda não conclusivos, contribuíram para compreensões sobre o que o professor pensa e sobre como aprende a ser professor, compreendendo diversas classificações de conhecimentos de fontes teóricas e conhecimentos da experiência (e de diferentes tipos de experiência profissional) que sirvam de quadros explicativos, deflagrando-se a necessidade de pesquisas que mostrem as suas limitações e os seus avanços.

Ao traçar um quadro geral do que tem sido a investigação internacional sobre a figura do professor de Matemática no que concerne às concepções e aos saberes do professor, Ponte (1997) agrupa os estudos analisados em três grandes áreas: **(a) Fundamentos** - engloba as concepções, crenças, atitudes e identidade profissional; **(b) Conhecimento de Base** - refere-se ao conjunto de saberes do professor, ao conhecimento sobre a Matemática, incluindo o ensino, o conhecimento ligado à aprendizagem e ao aluno; e **(c) Conhecimento na Acção e Práticas** - diz respeito aos saberes específicos que o professor revela quando em ação, correspondendo ao *saber fazer* por oposição ao *saber que*.

O autor destaca que o quadro teórico da maioria das pesquisas (um total de 30 estudos) na área (b) Conhecimento de Base, foi influenciado direta ou indiretamente pelo modelo proposto por Shulman (1986) que “salienta a importância do conhecimento do conteúdo, do conhecimento de pedagogia e de um domínio que, de algum modo, resulta da fusão dos anteriores e que ele designa por conhecimento didáctico” (PONTE, 1997, p. 9).

Ressaltamos que dentre os estudos que discutem este tema, merecem referência pesquisadores como Philippe Perrenoud, Antônio Nóvoa, Gauthier e outros. Contudo, limitamo-nos a fazer uma abordagem mais aprofundada apenas de um autor anteriormente citado, por considerarmos capaz de dar suporte aos questionamentos desta pesquisa.

Em função do nosso objeto de estudo, sobressai-se, dentre os estudos analisados, o realizado pelo americano Lee Shulman, pois, em nossa investigação, restringimo-nos apenas aos conhecimentos do professor e o autor em questão compõe um repertório de conhecimentos focando a importância deles na atuação dos professores entendidos como profissionais do ensino.

A opção por tal referencial justica-se por permitir investigar os conhecimentos explicitados por um grupo de professores durante os encontros realizados para a pesquisa em relação ao ensino de números decimais para alunos de sexto ano do Ensino Fundamental.

Para que possamos compreender as ideias da teoria apresentada por este pesquisador e a relação delas com o nosso trabalho, assim como atender, consequentemente, os nossos objetivos, tratamos, a seguir, as pesquisas desenvolvidas por Shulman e seus colaboradores, bem como enfocamos as suas contribuições para a área de formação de professores.

2.2 - CONTRIBUIÇÕES DE LEE SHULMAN

Shulman (1986) elaborou, em meados da década de 80, um mapeamento dos programas de pesquisa sobre ensino, tornando-se um dos pioneiros nos estudos sobre os conhecimentos do professor. Segundo Borges (2001), foram identificados cinco programas de pesquisa sobre o ensino e sobre a docência pelo pesquisador, tratam-se das pesquisas processo-produto; do programa *Academic learning time* e do programa sobre a cognição dos alunos.

Estes três programas compartilham da mesma tradição das pesquisas processo-produto, porque interessavam-se pelo comportamento eficaz do professor e não pela questão dos saberes docentes. O enfoque era, pois, identificar padrões de comportamento de professores que resultaram em um melhor desempenho acadêmico entre os educandos.

Já o programa *Classroom ecology* tinha como objetivo principal extrair o sentido dado pelos estudantes e professores as suas ações, ao ensino propriamente dito. No quinto programa, sobre a cognição docente, o professor é visto como profissional dotado de razão, autônomo, capaz de fazer julgamentos no contexto de sala de aula e seus processos cognitivos tornam-se objeto de estudo.

O sexto programa, cujo desenvolvimento é do próprio Shulman, procurou preencher as falhas dos programas anteriores que, segundo o autor, careciam de esclarecimento sobre a compreensão cognitiva dos conteúdos das matérias ensinadas e de suas relações.

Shulman (1986) fez uma investigação sobre os conceitos de conhecimentos dos professores em relação aos testes usados nos Estados Unidos durante o século XIX. Nos arquivos pesquisados, encontrou testes que mostraram como os conhecimentos dos professores eram limitados, possibilitando comparações com as concepções atuais da época.

O que se observou nas categorias dos exames aplicados, por volta de 1875, foi que, para exercer o papel de professor, era exigido um amplo conhecimento específico do conteúdo, valorizando apenas o conteúdo, não havendo preocupação com a maneira pela qual o professor pudesse ensinar o referido conteúdo.

Somente no século seguinte, as diretrizes deram maior ênfase aos processos pedagógicos realizados pelo professor em sala de aula. Shulman (1986) ressalta que, ao comparar as categorias encontradas nos exames, com as atuais, observou um impressionante contraste, uma vez que os exames atuais enfatizavam os procedimentos adotados pelos professores.

Essas pesquisas destacavam que os procedimentos realizados pelos professores poderiam estar associados ao desempenho do aluno. Para Mizukami (2004, p. 2), essas pesquisas de caráter psicológico mostravam que "os comportamentos do professor eram observados, contados e combinados sem referência às suas intenções ou cognições. Eram abstraídos sem considerar os contextos, os conteúdos do ensino e as limitações".

A partir de suas investigações acerca das pesquisas sobre ensino, dos programas de formação docente e dos programas de avaliação e certificação de professores, Shulman (1986) demonstrou que, até os anos 70, a preocupação em relação à formação de professores era sobre o conhecimento do conteúdo, de tal sorte que as teorias e os métodos ficavam em segundo plano. Já nos anos 80, a ênfase maior passou a ser dada às questões procedimentais e o conteúdo assumiu papel secundário.

Essa lacuna existente por falta de foco no conteúdo, tanto em programas de ensino, quanto nas pesquisas, Shulman (1986 p. 5) denominou de "o paradigma perdido".

> [...] Na simplificação necessária das complexidades do ensino em sala de aula, os investigadores ignoraram um aspecto central da vida em sala de aula: o conteúdo. [...] ninguém focou no conteúdo. Ninguém questionou como o conteúdo foi transformado de conhecimento do professor para o conteúdo de instrução. Nem questionaram como as formulações particulares e conteúdo, se relacionou com o que os alunos passaram a saber ou passaram a entender equivocadamente.

O autor afirma que essa mudança no foco de "o que ensinar" para "como ensinar" não representa uma divisão ocorrida apenas no século passado, pelo contrário, trata-se de um fato recente.

Na tentativa de mostrar a importância de estudos relacionados ao conteúdo que o professor ensina, Shulman (1986) propôs-se a investigar questões importantes sobre os conhecimentos dos professores e que haviam ficado sem respostas, tais como:

> Quais são as fontes de conhecimento do professor?;
> O que um professor sabe e quando ele aprendeu isso?;
> Como um aluno com bom desempenho transforma seu conhecimento do conteúdo de modo que alunos de ensino médio podem compreender?;
> Qual é a fonte de analogias, metáforas, exemplos, demonstrações e reformulações de frases?;
> Como que o professor novato (ou até os veteranos acostumados) usa sua perícia no conteúdo no processo de ensino? (SHULMAN, 1986, p. 09).

Os estudos realizados pelo autor evidenciam a preocupação com os conteúdos de ensino e com a formação de professores. Ele ainda ressalta que o simples domínio do conhecimento do conteúdo específico não garante, por si só, um ensino eficaz, para ele, os professores devem encontrar maneiras diferenciadas de comunicar os conhecimentos para os outros. “(...) Eles devem ter dois tipos de saberes sobre o conteúdo: saber sobre a área da matéria e o saber sobre como ajudar seus alunos a alcançar a compreensão dessa matéria” (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987, p. 109).

Percorrendo caminhos já trilhados por outros pesquisadores, Shulman (1987) segue uma discussão sobre as fontes e as linhas gerais do conhecimento-base necessário para a educação, dividindo esta discussão em duas linhas distintas. Primeiramente, examina os domínios de escolaridade e experiência em que os professores possam extrair as suas compreensões e, em segundo lugar, explora os processos de raciocínio pedagógico.

Destacamos o processo de raciocínio pedagógico, neste caso, porque concordamos com Mizukami (2004) que este modelo envolve as ideias compreendidas que, de alguma forma, devem ser transformadas para serem ensinadas. Segundo a autora, o processo de transformação envolve subprocessos que produzem um conjunto de estratégias para uma aula. “Essas formas de transformação, esses aspectos do processo pelo qual o professor se move de uma compreensão pessoal para possibilitar a compreensão de outros, são a essência do ato de raciocínio pedagógico” (p. 8)

O modelo, que se comenta, é constituído por seis aspectos, sendo a compreensão a primeira deles. Este aspecto refere-se ao entendimento aprofundado do conteúdo e está presente durante todo o processo do raciocínio pedagógico. O segundo é a transformação, que é considerada a essência do raciocínio pedagógico, pois envolve a interpretação crítica, as representações, as seleções e as adaptações, bem como considera as características dos alunos.

Para Shulman (1987), as ideias compreendidas pelo professor devem ser, de alguma forma, transformadas para serem ensinadas.

O terceiro aspecto desse processo vincula-se à instrução que, por sua vez, envolve todas as características observáveis de ensino na sala de aula. Outro aspecto assinalado é a avaliação, que relaciona e verifica constante e informalmente as compreensões dos alunos, sendo um processo que ocorre durante e após as instruções. A reflexão é um aspecto que trata, de certa forma, de uma auto-avalição, em que o professor revisa e analisa a sua atuação e o seu desempenho em sala de aula.

Por fim, temos o sexto aspecto que possibilita a consolidação de novas compreensões e aprendizagens, que é chamado de nova compreensão. Conforme Shulman (1987, p. 20), “a nova compreensão não se produz automaticamente, nem mesmo após a avaliação e a reflexão. Para que ela se produza são necessárias estratégias específicas de documentação, análise e debate”.

É importante lembrar que, apesar do modelo proposto por Wilson, Shulman e Richert (1987) apresentar processo sequencial, “eles não representam uma série de etapas, fases ou passos fixos. Muitos dos processos podem ocorrer em ordem diferente. Alguns talvez nem ocorram durante as ações de ensino” (p.20).

Shulman (1987) realça que o processo do raciocínio pedagógico está fortemente relacionado à base de conhecimento para o ensino, a qual será apresentada em continuidade.

2.2.1 - Aspectos da Base de Conhecimento para Ensino

No levantamento anteriormente apresentado, notamos que, a partir das críticas feitas por Shulman às antigas abordagens, ele defende a recuperação das pesquisas sobre o ensino dos conteúdos e consolida a corrente - *base de conhecimento* - que se tornou uma referência para as reformas no ensino americano nos anos 90.

Nesse sentido algumas questões são levantadas acerca da compreensão sobre os conhecimentos dos professores

> [...] Que conhecimento-base? Há conhecimento suficiente sobre ensino para apoiar um conhecimento-base? Não seria o ensino um pouco mais que um estilo pessoal, comunicação, conhecimento de uma matéria, e aplicação de resultados de pesquisas recentes sobre a eficácia do ensino? (WILSON, SHULMAN & RICHERT, 1987a, p. 4)

Nos estudos realizados em 1986, Shulman critica a dicotomia existente entre conhecimento do conteúdo específico e conhecimento pedagógico que é encontrada em professores nos Estados Unidos, apontando a necessidade de outro eixo: - conhecimento do conteúdo no ensino - vinculando aos dois já existentes.

Propondo, assim, que os professores precisam ter diferentes tipos de conhecimentos, entre eles, o conhecimento do conteúdo específico, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular. Embora, no artigo em comento, o autor tenha se limitado a discutir apenas três eixos da base de conhecimento por ele proposto, enfatizando que esta base de conhecimento inclui inúmeras categorias. Mizukami (2004, p.5) assevera:

> A base de conhecimento para o ensino consiste de um corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários para que o professor possa propiciar processos de ensinar e de aprender, em diferentes áreas de conhecimento, níveis, contextos e modalidades de ensino. Esta base envolve conhecimentos de diferentes naturezas, todos necessários e indispensáveis para atuação profissional. É mais limitada em cursos de formação inicial, e se torna mais aprofundada, diversificada e flexível a partir da experiência profissional refletida e objetivada. Não é fixa e imutável. Implica construção contínua, já que muito ainda está para ser descoberto, inventado, criado.

Nas ponderações Shulman (1987), percebemos que os três aspectos organizam-se em categorias, sendo elas: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento do conteúdo pedagógico, conhecimento dos alunos, conhecimento de contextos educacionais e conhecimentos sobre os fins educacionais, propósitos e valores. “Estes saberes se consolidam em um amálgama pedagógico que une conteúdo e pedagogia” (BORGES, 2001, p. 10).

Lembramos que essa base é apresentada ao longo de quatorze anos pelo autor. Este fato parece deixar, pois, evidente a validade de suas pesquisas.

Dentre as categorias que compõem a Base de Conhecimentos para o Ensino, utilizaremos, em nosso estudo: *conhecimento específico do conteúdo*[5], *conhecimento pedagógico do conteúdo*[6] *e conhecimento curricular do conteúdo*. A seguir, enfocamos com mais detalhes cada um desses aspectos.

---

[5] Utilizaremos a expressão conhecimento do conteúdo específico como tradução da expressão *subject matter content Knowledge*, com base nos estudos de Mizukami *et al* (2002).

[6] Adotaremos a expressão conhecimento pedagógico do conteúdo como tradução da expressão *pedagogical content Knowledge*, com base nos estudos de Mizukami *et al* (2002), que discutem as pesquisas de Shulman.

O *conhecimento específico do conteúdo* refere-se ao entendimento do professor em relação à sua disciplina, incluindo informação factual, a organização de princípios e a identificação, a definição e a discussão de conceitos. Nesse sentido, Shulman (1986, p. 11) afirma que:

> Professores não devem ser somente capazes de definir para os alunos as verdades aceitas no âmbito da disciplina. Eles devem também explicar porque uma particular afirmação é dita garantida, e porque vale a pena saber e como isso se relaciona com outras afirmações. Tanto dentro da disciplina e fora dela, tanto na teoria como na prática. Além disso, nós esperamos que professores entendam porque um dado tópico é particularmente central para uma disciplina, ao mesmo tempo em que um outro pode ser de alguma forma periférico.

Wilson, Shulman e Richert (1987) asseveram que além do entendimento dos fatos e dos conceitos de uma determinada matéria, é importante a compreensão de suas estruturas substantivas e sintáticas. Para isso, os autores baseiam-se no modelo proposto por Schwab (1964) para considerar tais estruturas.

A estrutura substancial diz respeito aos paradigmas ou quadros teóricos, dando sentido às estruturas de uma determinada ciência, exige um domínio em relação à organização conceitual dentro da disciplina. Inclui as ideias, os fatos e as concepções sobre o campo, assim como as relações entre essas ideias, fatos e concepções, ou seja, "são os vários modos que os conceitos e princípios básicos da disciplina estão organizados para incorporar seus fatos" (SHULMAN, 1986, p. 11).

As estruturas sintáticas, por sua vez, são o conjunto de formas em que a verdade, a falsidade, a validade e a invalidade são estabelecidas. "É o conjunto de regras para determinar o que é legitimo para ser dito no âmbito disciplinar e para determinar o que 'quebra' as regras" (SHULMAN, 1986, p. 11). Este tipo de conhecimento permite responder questões como:

> Quais são as ideias e habilidades importantes neste domínio?
> Como novas idéias são adicionadas e aquelas deficientes descartadas por aqueles que produzem conhecimento nesta área?
> Ou seja, quais são as regras e procedimentos de um estudo sério ou investigação? (SHULMAN, 2001, p. 08).

Cabe ressaltar que outros autores (FIORENTINI, 2004; PONTE, 1996; CURI, 2004) traduziram a mesma expressão como conhecimento didático do conteúdo.
.

Para Mizukami (2004), esta estrutura “envolve conhecimento de formas pelas quais a disciplina constrói e avalia novo conhecimento. É importante que o professor não só aprenda os conceitos, mas que os compreenda à luz do método investigativo e dos cânones de ciência assumidos pela área de conhecimento” (p. 5).

Acreditamos que este tipo de conhecimento não se refere apenas ao entendimento do conteúdo em si, mas compreender, organizar e entender os processos de produção desse conteúdo, como também as diferentes perspectivas de relação entre tópicos de áreas distintas.

Tal amplitude de entendimento relacionada a esse conhecimento parece ser desnecessária a um professor de matemática, visto que muitos professores creem que o simples domínio do conteúdo é suficiente. Entretanto, a ampla compreensão de uma dada disciplina possibilita ao professor falar com mais propriedade sobre os seus conteúdos.

Diante disso, percebe-se que o conhecimento de um conteúdo exige do professor algo além do que simplesmente saber resolver problemas ou definir conceitos. Com base nisso, analisaremos, em nossa investigação, os conhecimentos explicitados por um grupo de professores em relação ao conteúdo de números decimais, assim, verificaremos, portanto, a compreensão que os sujeitos possuem deste conteúdo no que tange ao conceito de números decimais, a comparação de números decimais, bem como as principais operações e as relações entre os números decimais e o sistema de numeração decimal.

Para Shulman (1987) e seus colaboradores, o conhecimento específico do conteúdo ocupa um lugar central na base de conhecimento para o ensino. Afirmam, neste caso ,que a compreensão pessoal do conteúdo pelo professor não é condição suficiente para que o profissional em questão seja capaz de ensinar, de tal modo que, para eles, os professores devem encontrar diferentes maneiras de ensinar os seus conhecimentos aos alunos, utilizando representações, ilustrações, exemplos que facilitem a compreensão do conteúdo.

Outra categoria da base de conhecimento para o ensino a ser destacada é o *Conhecimento pedagógico do conteúdo* – nesta categoria, acham-se incluídas as diferentes formas de representações e analogias que o professor dispõe para facilitar a aprendizagem do aluno,

> [...] Dentro da categoria do conhecimento pedagógico do objeto estudado, eu incluo, na maioria dos tópicos ensinados, regularmente na área de um professor, as formas mais úteis de representações dessas idéias, as analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais poderosas -

> resumindo, as maneiras de representar e formular a matéria para torná-la compreensível para outros [...] inclui uma compreensão do que faz o aprendizado de tópicos específicos tornarem-se fácil ou difícil: as concepções e pré-concepções que os alunos de idades e formação diferentes trazem para o ensino (SHULMAN, 1986, p.12).

Assim, além do conhecimento específico do conteúdo, Shulman assegura que o professor necessita do *conhecimento pedagógico do conteúdo*. Para Mizukami (2004, p. 6), trata-se de:

> [...] um novo tipo de conhecimento, que é construído constantemente pelo professor ao ensinar a matéria e que é enriquecido e melhorado quando se amalgamam os outros tipos de conhecimentos explicitados na base. É uma forma de conhecimento do conteúdo. Inclui compreensão do que significa ensinar um tópico de uma disciplina específica assim como os princípios e técnicas que são necessários para tal ensino.

E completa:

> Trata-se de conhecimento de importância fundamental em processos de aprendizagem da docência. É o único conhecimento pelo qual o professor pode estabelecer uma relação de protagonismo. É de sua autoria. É aprendido no exercício profissional, mas não prescinde dos outros tipos de conhecimento que o professor aprende via cursos, programas, estudos de teorias etc. É importante, por fim, que se considere que embora Shulman não coloque em forma destacada o conhecimento da experiência como uma categoria da base de conhecimento, a experiência está presente em todo processo de raciocínio pedagógico [...] e é condição necessária (embora não suficiente) para a construção do conhecimento pedagógico do conteúdo por parte do professor (MIZUKAMI, 2004, p. 7).

Entendemos que este conhecimento vai além dos conhecimentos do conteúdo em si para a essência do conhecimento a ser ensinado. Neste aspecto, estão inseridas, pois, as percepções e as concepções que os professores têm sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos, bem como o seu entendimento de um determinado assunto, além dos erros que são por eles cometidos. Com isso, o professor precisa conhecer diversas formas de representação que deem conta do conteúdo que ele pretende ensinar a seus alunos. Essa variedade de representações é adquirida tanto por pesquisas, quanto pela prática quotidiana do docente.

Por fim, destacamos o *conhecimento curricular* que, por sua vez, envolve o conhecimento dos professores sobre os materiais que podem ser utilizados para o ensino de uma disciplina específica (no nosso caso, materiais didáticos manipuláveis). Shulman (1986) mostra a necessidade da atualização profissional ao comparar o conhecimento curricular do professor e o conhecimento médico sobre os fármacos:

> [...] O currículo e seus materiais associados são a matéria médica da pedagogia, a farmacopéia dos quais professores retiram ferramentas de ensino que apresentam ou exemplificam um conteúdo particular e remediam ou avaliam a adequação das realizações do estudante. Nós esperamos que um médico experiente entenda todos os diferentes tratamentos disponíveis para melhorar certa desordem, assim como as alternativas para circunstâncias particulares de sensibilidade, custo, interação com outras intervenções, conveniência, segurança ou conforto. Similarmente, nós temos que esperar que o professor experiente tenha tais entendimentos sobre alternativas curriculares para instrução [...] (SHULMAN, 1986, p.13).

Este tipo de conhecimento compreende duas facetas: horizontal e vertical. O conhecimento curricular horizontal concerne à capacidade de relacionar conteúdos de outras disciplinas (interdisciplinaridade) com assuntos desenvolvidos numa determinada aula. Já, o conhecimento curricular vertical é a relação de conteúdo trabalhado numa mesma disciplina, ou seja, a familiarização de tópicos que já foram ministrados com os que ainda serão ensinados, envolvendo os materiais que fazem parte deles. Ressaltamos que, nesta pesquisa, discutiremos somente a última faceta.

Neste momento, cabe ressaltar que, conforme defendido por Wilson, Shulman & Richert (1987), na maioria das vezes, esses conhecimentos (conteúdo específico, conhecimento pedagógico e curricular do conteúdo) estão totalmente ligados. Considerando que a prática docente exige um amplo conhecimento do professor sobre sua disciplina, podemos pontuar que a deficiência em relação a esses conhecimentos (específico e pedagógico e curricular do conteúdo) pode influenciar na capacidade de escolher um material didático que auxilie no desenvolvimento de uma aula. De fato:

> [...] Ensinar conteúdos dos quais não se tem domínio é difícil e os professores usam uma variedade de táticas para lidar com essa tarefa. Alguns professores evitam ensinar o que não conhecem muito bem [...] ao ensinar o que eles não estão seguros, os professores optam por palestrarem sobre o assunto a solicitar que os alunos indaguem o que poderia levar o professor a um território desconhecido [...] Assim o conhecimento, ou a falta dele, no que diz respeito ao conteúdo, pode afetar nas críticas que os professores fazem ao material didático, como eles selecionam esse material para ensinar, como eles estruturam seus cursos, e como eles conduzem o processo de instrução [...] (GROSSMAN; WILSON; SHULMAN, 1989, p. 09).

Ao tentarmos olhar para os conhecimentos dos professores a partir de uma dessas categorias, observaremos que nenhuma existe por si só, que um conhecimento mobilizado por um professor pode depender de duas ou até das três categorias. Este fato foi comprovado por algumas pesquisas realizadas com professores que apontam o entrelaçamento desses conhecimentos (ESTEVES, 2009; OLIVEIRA, 2010; SILVA, 2010; entre outras).

Essa relação imbricada pode ser identificada na prática dos professores sujeitos dessa investigação, ao propomos a produção de um material didático manipulável para auxiliar no planejamento de uma sequência de atividades sobre o ensino de números decimais que serão desenvolvidas em sala de aula.

Tomemos como exemplo o material dourado, este grupo de professores obterá êxito no planejamento e no desenvolvimento de suas atividades, se conhecer o material escolhido e tiver domínio dos conhecimentos matemáticos envolvidos e, ademais, encontrar a melhor forma de trabalhar com este material, explorando os conceitos de números decimais e suas operações, entre outros. Além disso, deve considerar os conhecimentos que seus alunos já possuem para, com isso, realizar intervenções junto à turma durante a realização desse planejamento. Assim, ao olharmos para os conhecimentos dos professores a partir das três categorias estabelecidas por Shulman em nossa investigação, observaremos a imbricação desses conhecimentos.

Diante disso, concordamos com Shulman (1987, p. 22) ao considerar que "uma compreensão apropriada do conhecimento - base na educação, às fontes para este conhecimento, e as complexidades dos processos pedagógicos tornarão mais provável o surgimento de profissionais com excelência pedagógica". Nesse sentido, Ponte (2000) declara ser necessário investigar em que consiste o conhecimento do professor e em quais processos ele aprende e desenvolve-se profissionalmente.

2.3 - O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

No breve relato que fizemos anteriormente sobre as pesquisas realizadas por Shulman a respeito da formação de professores, percebemos que elas focalizam os conhecimentos do professor. Outra linha de investigação no campo da formação de professores que merece nossa atenção está presente nos estudos de Ferreira (2003), Pereira (2005), Ponte (1998), Gonzalves (2000), Garcia (1999), Zechner (1993), Perez (2004) e Salles (2005), que enfocam, principalmente, o desenvolvimento profissional do professor de Matemática.

Gonzalves (2000) apresenta, em seu estudo, algumas denominações dadas ao tema desenvolvimento profissionais em diferentes épocas. Dentre as diversas formas utilizadas, estão: Aperfeiçoamento de Professores, Reciclagem de docente, Formação em Serviço, entre outras. Entretanto, o objetivo permanece o mesmo da atualidade.

Segundo Garcia (1999), essas denominações foram usadas como conceitos equivalentes, porém, destaca a importância de marcar algumas diferenças entre elas. Como é o caso de Formação Contínua e Educação em Serviço, sendo que a formação contínua é toda atividade desenvolvida individual ou coletivamente, com finalidade formativa. Já a educação em serviço é qualquer atividade, de desenvolvimento profissional, realizada por um professor isoladamente, e será efetivada com outros professores somente depois de ter recebido o seu certificado inicial de professor e iniciado a sua prática profissional.

O referido autor apresenta ainda oito definições concernentes ao conceito de desenvolvimento profissional de professores. Para ele, a escola é ambiente de ação do professor, onde o processo de formação do desenvolvimento profissional concretiza-se, possibilitando qualidade nos processos educativos. Além disso, afirma que o conceito de formação vai além da capacidade de se formar, dependendo da vontade e do compromisso dos professores com esse propósito. Com isso, define o desenvolvimento profissional como um:

> Processo individual e coletivo que se deve concretizar no local de trabalho do docente: a escola; e que contribui para o desenvolvimento das suas competências profissionais através de experiências de índole diferente, tanto formais, como informais (GARCIA, 2009, p. 7).

Em conformidade com Ferreira (2003), embora a formação de professores tenha sido considerada, por alguns autores (DARSIE e CARVALHO, 1998), como um processo contínuo, o professor ainda é entendido, na maioria dos casos, como um objeto a ser estudado e reformado, de modo que, em um movimento de fora para dentro, o professor deve assimilar conhecimento suprindo as suas carências.

Em consonância com Ponte (1994), o professor não se torna um profissional acabado ao receber sua habilitação profissional. Ao longo de sua carreira, os seus conhecimentos e as competências manifestam-se insuficientes para o exercício de sua função. Entretanto, o professor não deve ser encarado como um receptor de formação, mas como um ser humano com potencialidades e vários tipos de necessidades que devem ser descobertas e valorizadas.

Ponte (1992) grifa que, apesar da noção de desenvolvimento profissional ser próxima de sua formação, há noções diferentes. Para ele, a formação está muito associada à ideia de ’frequentar’ cursos, numa lógica mais ou menos ’escolar’; o desenvolvimento profissional processa-se através de múltiplas formas e processos, que inclui a frequência a cursos, mas também outras atividades como projetos; trocas de experiências; leituras; reflexões. O professor deixa de ser objeto e passa a ser sujeito, tanto de sua formação, quanto de seu desenvolvimento profissional, conforme Ponte (1992, p. 3):

> Na formação o movimento é essencialmente de fora para dentro, cabendo-lhe absorver os conhecimentos e a informação que lhe são transmitidos; com o desenvolvimento profissional está-se a pensar num movimento de dentro para fora, na medida em que toma as decisões fundamentais relativamente às questões que quer considerar, aos projetos que quer empreender e ao modo como os quer executar; ou seja, o professor é objeto de formação, mas é sujeito no desenvolvimento profissional. Na formação atende-se principalmente (se não exclusivamente) aquilo em que o professor é carente; no desenvolvimento profissional parte-se dos aspectos que o professor já tem, mas que podem ser desenvolvido.

De acordo com Zeichner (1993, p. 17), “cada um deve responsabilizar-se pelo seu próprio desenvolvimento profissional [...] a universidade pode, quando muito, preparar o professor para começar a ensinar”.

Para outros autores, como Pehkonen e Tornen (apud FERREIRA, 2005, p.35),

> O desenvolvimento profissional dos professores não pode ser compreendido e estimado sem que se privilegie sua experiência, saberes e história profissional no processo. Nessa perspectiva o professor passa a ser visto como um agente de mudança de todo o processo educacional.

Atualmente, esse processo tem sido compreendido como um conceito amplo que envolve a formação inicial e continuada, indo além, dando-se ao longo da experiência com o ensino, considerando também as experiências como aluno e como professor, a sua história pessoal, envolvendo todos os aspectos do professor e, assim, ao invés de sanar as suas dificuldades, procura valorizar as suas potencialidades, opiniões e escolhas, tornando-o responsável pelo seu desenvolvimento profissional, seu foco está, desse modo, mais no processo do que no resultado. Para Ponte (1997, p. 44) o desenvolvimento profissional corresponde a um

> processo de crescimento na sua competência em termos de práticas lectivas e não lectivas, no autocontrolo da sua actividade como educador e como elemento activo da organização escolar. O desenvolvimento profissional diz assim respeito aos aspectos ligados à didáctica, mas também à acção educativa mais geral, aos aspectos pessoais e relacionais e de interacção com os outros professores e com a comunidade extra-escolar.

Esse processo tem como sujeito principal o próprio professor. Esse papel de protagonista também é lembrado por Perez (2004) ao afirmar que muitos professores continuam achando que a sua parte é receber formação, esquecendo-se do importante papel de "personagem" principal nesse processo. Garcia (1997, p. 64) enfatiza a relevância de os professores serem considerados como sujeitos "cuja atividade profissional os leva a envolver-se em situações formais de aprendizagem".

Ressaltamos, porém, que, embora esse processo seja visto como um crescimento uniforme e contínuo, o ritmo de crescimento varia para cada professor. Ponte (1998) salienta que o desenvolvimento profissional permanente é uma necessidade incontornável e não deve ser visto como uma mera fatalidade. Deve ser concebido de maneira positiva, como uma finalidade, a de tornar os professores mais capazes de conduzir um ensino da Matemática que seja mais adequado às necessidades de cada aluno.

Nos estudos de 1994, Ponte alerta para a importância das diversas condições referentes, até mesmo, ao próprio sujeito, como também ao seu contexto institucional, além de recursos humanos e materiais (interiores e exteriores à escola) para que desenvolvimento almejado possa ter lugar em condições favoráveis.

Concordamos com Perez (2004, p. 255) ao afirmar o seu ponto de vista sobre as ideias de Ponte (1996) consignando que, quando o professor valoriza o seu desenvolvimento profissional, ele passa a ser considerado como profissional autônomo e responsável, com múltiplas facetas e potencialidades próprias.

Ponte (1994) lembra também a necessidade de se criar dispositivos e contextos para que o professor invista em seu desenvolvimento durante a sua carreira profissional, pois é ele quem decide quando e como quer estudar determinado conteúdo, e cabe-lhe também querer ou não se envolver em um ou outro projeto. Com isso, não basta proporcionar saberes, promover mudanças das concepções, etc, o que se faz relevante é torná-lo um profissional reflexivo sobre o seu posicionamento profissional, a fim de assumir uma nova postura de iniciativa no equacionar e no resolver os problemas vividos em sala de aula.

Para Pimenta (2005), o conhecimento adquirido pelo professor durante a sua formação inicial será reformulado, ou seja, será reconstruindo no contexto escolar, por meio de seus conhecimentos (curriculares e da experiência) e de outros saberes científicos da formação continuada e do desenvolvimento profissional.

Essa tomada de consciência está diretamente relacionada ao conceito de “professor reflexivo”, que é entendido como o professor que está sempre buscando compreender o que acontece no seu ambiente profissional, no sentido de identificar as relações entre o currículo existente, em busca de novas formas de ensino de um conteúdo, num processo que valoriza as estratégias de solução adotadas pelos alunos e as razões pelas quais essas estratégias foram assumidas (SALLES, 2005)

De acordo com Pereira (2005), “o desenvolvimento profissional envolve todas as situações em que o professor reflete sobre a sua prática, sempre procurando aprofundar os seus conhecimentos e competências”. Para a pesquisadora, a reflexão é o processo chave do desenvolvimento profissional, pois é ela que contribui para a mudança do professor. Nesse sentido, acreditamos que o professor desenvolve-se profissionalmente por meio de uma aprendizagem contínua, atualizando-se, aprimorando-se e, principalmente, a partir da reflexão sobre a sua prática profissional.

Conforme defendido por Shön (1983) e Zeichner (1993), para atingir mudanças significativas no processo pedagógico e, consequentemente, melhorar a qualidade educativa, o desenvolvimento profissional deve apoiar-se em modelos de matrizes reflexivas.

2.3.1 - O Professor Reflexivo

A ideia de refletir está associada à possibilidade do professor enfrentar situações inesperadas, fazendo-o de forma positiva, com a certeza de estar aberto a novas hipóteses de trabalho, identificando-se, assumindo os problemas com que se depara, descobrindo novos caminhos, construindo e concretizando renovadas soluções.

Alguns estudos, dentre eles, o realizado por Serrazina (1998) consideram que a reflexão sobre a prática propicia, entre os professores, novas maneiras de pensar, de equacionar os problemas da prática e questionar as suas próprias práticas. Assim sendo, torna-o investigador de sua ação, absorvendo e produzindo conhecimentos.

Refletimos em diversas situações em nossa condição de professores, porém partimos do princípio que a reflexão acontece quando existe o reconhecimento de um problema a resolver, uma incerteza. Schön (1987, p. 31) assegura que esse processo:

> Envolve o equacionar e re-equacionar de uma situação problemática, onde em um primeiro momento há o reconhecimento de um problema e a identificação de um contexto em que ele surge e, em um segundo momento, a conversação com o repertório de imagem, teorias, compreensões e ações, buscando uma forma de criar uma nova maneira de vê-lo, reconstruindo algumas ações, o que resulta em novas compreensões da situação.

Diante de um contexto de reformas curriculares em que se questionava a formação técnica, a preocupação era formar profissionais que ensinem em situações de conflito e cheios de dilemas e incertezas. Também se perguntava sobre o papel do professor nas mudanças curriculares. A participação desses sujeitos nas propostas curriculares tornou-se um importante requisito para as possíveis alterações curriculares e o conceito de professor reflexivo apontava possibilidades nessa direção (PIMENTA, 2002).

Um profissional formado em moldes de um currículo normativo em que, primeiro, se apresenta a ciência e, depois, a sua aplicação, não corresponde a situações do dia-dia da sala de aula. Após conceber críticas à racionalidade técnica, Shön explora as características do pensamento de um profissional, analisando as suas atividades diante de situações problemáticas (VALADARES, 2002).

Assim, opera-se a distinção entre três situações como categorias conceituais, em que, primeiramente, propõe que o professor seja capaz de refletir em sua ação. Essa reflexão ocorre durante a prática profissional e promove um novo olhar do professor sobre sua prática. Refletir sobre a ação é analisá-la, fazendo uma retrospectiva, isso ocorre quando há situações inesperadas, diferentes daquelas ocorridas na rotina e é possível mobilizar meios para resolvê-la. Quando um professor reflete sobre a ação, ele toma consciência dos seus conhecimentos, revê as suas falsas crenças e reformula o seu pensamento (VALADARES, 2002).

Day (2001, p. 57) destaca que esta perspectiva permite "a análise, a reconstrução e a reformulação da prática no sentido de planear o ensino e a aprendizagem em termos futuros". Ponte (1994) reforça tal postulado e, assim, considera que essa reflexão ocorre em momento posterior à ação, "processando-se de forma mais formalizada, com apoio da linguagem e por isso com outra possibilidade de rigor. Tem lugar, muitas vezes, a partir de discussões e trocas de experiências entre professores preocupados com problemas comuns".

Adotada esta ótica, ao realizar essa reflexão sobre a ação, o professor tira dela estratégias que ajudam a realizar outras situações, exigindo uma análise, um diálogo com outras perspectivas. Esse movimento é denominado reflexão sobre a reflexão na ação e, por ser uma reflexão orientada para uma ação futura, possui papel principal no desenvolvimento profissional dos professores.

Shön (1987) argumenta ainda que a conversação durante a ação gera assuntos que poderão ser aprofundado pelos participantes, com isso, essa “conversação reflexiva” pode tornar-se, em alguns casos, colaborativa. As ideias de Schön foram adotadas em diferentes países e o conceito de professor reflexivo influenciou muitos trabalhos com temas pertinentes à área de formação de professores.

Autores como Nóvoa (1992), Perrenoud (2000) e Tardif (2002) também chamam a atenção para o professor como um profissional reflexivo. Essa influência, de forma análoga, é observada nas Diretrizes Curriculares Nacionais para formação de professores da Educação Básica em nível superior:

> A aquisição de competências requeridas do professor deverá ocorrer mediante uma ação teórico-prática, ou seja, toda sistematização teórica articulada com o fazer e todo fazer articulado com a reflexão (BRASIL, 2001, p. 29).
>
> O princípio metodológico geral é de que todo fazer implica uma reflexão e toda reflexão implica um fazer, ainda que nem sempre este se materialize. Esse princípio é operacional e sua aplicação não exige uma resposta definitiva sobre qual dimensão – a teoria ou a prática - deve ter prioridade, muito menos qual delas deva ser o ponto de partida na formação do professor. Assim, no processo de construção de sua autonomia intelectual, o professor, além de saber e de saber fazer deve compreender o que faz (BRASIL, 2001, p. 56).

Contudo, é necessário atentar para o fato de que a grande repercussão do trabalho de Shön, conforme aponta Pimenta (2002), não foi analisada cuidadosamente sobre o próprio conceito de reflexão, visto que falta clareza sobre seus limites. Com isso, algumas questões são levantadas: Qual tipo de reflexão tem sido realizado pelos professores? Que condições os professores têm para refletir? Zeichner (1993) ressalta que não se trata apenas de refletir por refletir.

Com base nos estudos de Liston e Zeichner (1993), Pimenta (2002) aponta os limites dos profissionais reflexivos, uma vez que a reflexão desenvolvida por Shön aplica-se a profissionais individuais, os quais não conseguem alterar situações além da sala de aula. Com isso, os autores mencionados por Pimenta (2002) consideram que o enfoque dado por Shön é reducionista, tendo em vista que não leva em conta o contexto institucional.

A autora ainda indica a possibilidade de superação desses limites,

> a partir de teoria(s) que permita(m) aos professores entenderem as restrições impostas pela prática institucional e histórico-social ao ensino, de modo que se identifique o potencial transformador da prática" (PIMENTA, 2002, p. 25).

Outro movimento enfatizado pela autora para superar esses problemas é proposto por Zeichner ao formular três perspectivas a serem acionadas coletivamente. De início, a prática reflexiva deve focar tanto no exercício do professor quanto no contexto que acontece. Em segundo lugar, o reconhecimento de que os atos dos professores podem direcionar-se a objetivos democráticos emancipatórios. E, em terceiro lugar, a necessidade de comunidades de aprendizagens em que ocorra apoio entre os professores, isto é, que eles estimulem-se. Essa perspectiva é importante por tornar a prática reflexiva em uma prática social, proporcionando condições de mudança institucional.

De acordo com Ponte (1994), a reflexão permite uma explicitação e, consequentemente, uma conscientização do conhecimento-na-ação, conduzindo à identificação de quadros teóricos pertinentes à análise de situações práticas.

> Um professor reflexivo vive permanentemente num ciclo, da prática e da teoria à reflexão, para voltar de novo à teoria e à prática. A teoria é fundamental para um alargamento de perspectivas e para indicar linhas condutoras da reflexão. A prática permite o envolvimento activo do próprio professor, proporcionando uma experiência concreta a partir da qual é possível reflectir. A reflexão estimula novos interesses, chama a atenção para novas questões e possibilita uma prática mais segura, mais consciente e mais enriquecida (PONTE, 1994, p. 6).

Serrazina (apud GARCIA, 2006) realça a relevância de proporcionar momentos de reflexão coletiva, enriquecer a reflexão individual e fornecer novos conhecimentos. Nesse sentido, Zeichner (1993) defende que os formadores devem despertar a prática reflexiva nos futuros professores, a fim de responsabilizá-los pelo seu próprio desenvolvimento profissional. Pimenta (2005) também corrobora essa ideia ao defender que os *saberes necessários ao ensino* são reelaborados e construídos pelos professores:

> Em confronto com suas experiências práticas, cotidianamente vivenciadas nos contextos escolares. É nesse confronto e num processo coletivo de troca de experiências e práticas que os professores vão constituindo seus saberes como *praticum*, ou seja, aquele que constantemente reflete na e sobre a prática (PIMENTA, 2005, p. 29)

Nesse aspecto, pensamos que o trabalho coletivo propicia discussões que conduzem à reflexão, assim, a constituição de um grupo de professores, que objetive refletir sobre os seus conhecimentos e práticas e que esteja disposto a mudar, a crescer e desenvolver-se profissionalmente, terá maiores chances de sucesso.

Ressaltamos que, segundo Perez (2004, p.256), é fundamental, também, que o professor de matemática acredite no seu potencial e de que sua prática é muito significativa e que ela possui momentos riquíssimos, os quais merecem discussão/reflexão coletiva. Nesse sentido, destacamos a necessidade de uma formação que propicie espaços de reflexões coletivas, em que os professores possam, juntamente com os seus pares, mobilizar os seus conhecimentos à procura de solucionar fatos que acontecem em seus contextos escolares.

O compromisso com a reflexão, entendida como prática social, é uma das características da prática reflexiva. Essa reflexão envolve o trabalho coletivo em que os professores apóiam-se e sustentam o seu crescimento, em que aprendem mediante reflexão compartilhada. Diante desta perspectiva, apresentamos, a seguir, a nossa opção pela investigação em grupo.

2.4 - O TRABALHO EM GRUPO

Partimos do pressuposto de que os professores após participarem de cursos, palestras, seminários, entre outros, voltam para a sala de aula, com dúvidas e incertezas, muitas vezes sem inserir muitas das atividades aprendidas nas capacitações em suas práticas.

Sabemos que os programas de formação são elaborados, na maioria das vezes, na perspectiva de colaborar com a prática docente, porém, os professores não são convidados a expressar suas ideias. Em geral, os professores participam como meros “expectadores”, quando, na verdade, são os principais “atores”, mas nem sempre têm espaço para explicitar as suas necessidades e expor os seus sucessos e os seus insucessos.

Conforme defendido por Montezuma (2010), na perspectiva social, o desenvolvimento profissional não separa o crescimento individual, mas considera o local de trabalho do professor como um contexto amplo que integra professores e alunos, além do envolvimento com os pares.

Os modelos de formação, segundo Garcia (1999), abarcam dois objetivos. O primeiro é que os professores adquirem conhecimento ou competências, por meio da participação nas atividades planejadas e desenvolvidas pelos especialistas. Nesse aspecto, o professor recebe as decisões prontas e acabadas dos especialistas, os quais pressupõem ser necessário à prática do professor. Já o segundo objetivo excede o domínio de conhecimento e competência pelos professores e exige um verdadeiro envolvimento deles no planejamento e no desenvolvimento do processo de formação. Neste caso, o papel do professor é ativo, ele participa, planeja e atua nas decisões relacionadas ao seu desenvolvimento profissional. Ressaltamos que, em nossa pesquisa, priorizamos o segundo objetivo.

Nesse sentido, formamos um grupo de estudos para contemplar nosso objetivo geral, que é analisar as práticas docentes elaboradas e os conhecimentos mobilizados por um Grupo de Professores durante a realização de encontros visando o ensino de números decimais no sexto ano do Ensino Fundamental. Para isso, buscamos investigar, por meio desse grupo, o quanto um trabalho produzido coletivamente pode contribuir para possíveis inferências no contexto da sala de aula, tendo em vista que acreditamos que as discussões em grupo possibilitam uma reflexão, podendo trazer muitas contribuições por meio de trocas de experiências.

Cabe salientar que, embora tenha sido proposto um tema - números decimais - para a discussão, todos que aceitaram o convite, participaram voluntariamente.

Vários autores destacam a importância de trabalhos desenvolvidos em grupo, enquanto outros sublinham a utilidade de projetos que envolva professores e pesquisadores. De acordo com Ponte (1997) "trata-se, de se investigar com os professores, em vez de se investigar sobre os professores". Esta perspectiva apresentada pelo pesquisador, e adotada nesta investigação, reconhece o papel do professor no processo de produção do conhecimento e avalia as atividades desenvolvidas em grupos como positiva, tanto para os professores como para os investigadores.

Para Saraiva e Ponte (2003, p. 9), "a colaboração entre professores e investigadores pode contribuir para anular a separação entre a prática profissional do professor e a investigação educacional, bem como a separação entre as escolas e as universidades".

Um elemento importante, nesta perspectiva do trabalho em grupo, é que os professores participantes aprendem colaborativamente, compartilhando os seus conhecimentos em busca da construção de um conhecimento mais amplo significativo, em que a investigação é uma parte maior do esforço de transformar o ensino, a aprendizagem e o ambiente escolar Montezuma (2010).

Estudos como os de Fiorentini (2004), Garcia (2006), Ferreira (2003), Pimenta (2005), entre outros, enfatizam a relevância do trabalho coletivo. Neste sentido, crê-se que um trabalho realizado em grupo traz contribuições inigualáveis a um trabalho individual. Neste contexto, Fiorentini (2004, p. 48) argumenta que “o trabalho individual tem sido visto como uma heresia, algo que deve ser reprimido a todo custo”. Porém, é significativo salientar que, apesar do trabalho coletivo ser altamente positivo, ele pode ser improdutivo, dependendo da maneira como é realizado.

Hargreaves (*apud* FIORENTINI, 2004, p.48) escreve: “a cultura coletiva pode ser altamente positiva, mas dependendo da forma como é concebida pode encerrar grandes perigos, podendo ser perdulária e nociva para professores e alunos”. Para Garcia (2006, p. 75), por seu turno,

> O trabalho em grupo de estudos, por meio de discussões, propicia novos saberes aos professores, que são construídos no decorrer dos encontros. Porém, para que isso aconteça é importante que haja interesse e disponibilidade por parte dos participantes.

Os Referenciais para Formação de Professores (BRASIL, 2001, p. 115) ainda trazem que:

> O grupo de estudo propicia a construção de um percurso próprio de desenvolvimento intelectual, compartilhado com os pares. Podem ser organizados a partir das demandas identificadas ou de propostas dos formadores, mas sua trajetória deve ser sempre pautada nas necessidades do grupo.

A presente investigação encontra-se calcada nessa perspectiva, pois partimos da premissa que o trabalho em grupo possibilitará aos sujeitos compartilhar saberes uns aos outros, além de mobilizar e construir conhecimentos.

Contudo, nos momentos de discussão e reflexão do trabalho em grupo, entendemos que se faz necessário que os participantes construam, elaborem, planejem coletivamente, e foi pensando nisto que, nesta pesquisa, fizemos a opção de investigar os conhecimentos mobilizados pelos professores durante as discussões levantadas nos encontros realizados principalmente, sobre o planejamento elaborado e desenvolvido pelos sujeitos.

A descrição detalhada no que tange aos encontros, ao planejamento e ao desenvolvimento, coletivo bem como as discussões durante os encontros, será apresentada no próximo capítulo, o qual será destinado ao referencial metodológico. No capítulo, abordaremos também a importância da pesquisa qualitativa, os procedimentos utilizados para análise e a descrição dos sujeitos participantes da investigação.

III – A PESQUISA

O presente trabalho inscreve-se numa abordagem de pesquisa qualitativa, a qual consiste na obtenção de dados através do contato direto com os sujeitos pesquisados, em que os dados recolhidos o são em forma de palavras ou imagens, sendo analisados em toda a sua riqueza. Dando ênfase mais ao processo do que o produto, o método não é estático e permite um diálogo entre os investigadores e os sujeitos (BOGDAN e BIKLEN, 1994). A respeito, Richardson (1999, p. 79) pondera que: “A abordagem qualitativa de um problema, além de ser uma opção do investigador, justifica-se, sobretudo, por ser uma forma adequada para entender a natureza de um fenômeno social”.

As pesquisas que utilizam essa metodologia descrevem a complexidade de um problema, analisam a interação das variáveis, além de:

> Compreender e classificar processos dinâmicos vividos por grupos sociais, contribuir no processo de mudança de determinado grupo e possibilitar, em maior nível de profundidade, o entendimento das particularidades do comportamento dos indivíduos” (RICHARDSON 1999, p. 80).

Essas características dialogam com as ideias de Bicudo (1999, p. 104), haja vista que, para ela, “o qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiência”.

Dentro das abordagens qualitativas, optamos por adotar, para a análise dos dados, a Análise de Conteúdo, segundo proposta de Franco (2008) e Bardin (2008).

> O ponto de partida da Análise de Conteúdo é a **mensagem,** oral ou escrita, expressando um significado e um sentido. Esta mensagem pode ser emitida por uma palavra, um texto, um enunciado até mesmo um discurso. (FRANCO 2008, p.19 grifo do autor)

Segundo a autora, a análise de conteúdo necessita de descobertas com relevância teórica, em que um dado sobre o conteúdo tem que estar relacionado, pelo menos, a outro dado, implicando comparações contextuais, tipos de comparações que devem ser obrigatoriamente direcionados por meio da sensibilidade, intencionalidade e competência teórica do pesquisador. Adotada tal perspectiva, esse procedimento permite realizar inferências sobre qualquer um dos elementos de comunicação. Para Bardin (2008, p.40)

> A análise de conteúdo aparece como um **conjunto de técnicas de análise das comunicações** que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens [...] A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos ás condições de produção (ou, eventualmente, de recepção), referencia essa que recorre a indicadores (quantitativos ou não)(grifo da autora).

Em nossa pesquisa, a análise dos dados coletados durante a realização dos encontros delimita-se em modelos de comunicações dos conhecimentos explicitados pelos professores participantes. Pautados por essas recomendações, tecemos, a seguir, informações relativas ao desenvolvimento da investigação.

3.1 - DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Para contemplar nossos objetivos, fez-se necessária a formação de um grupo de professores que atuavam nos sextos anos do Ensino Fundamental. Primeiramente, elaboramos uma carta convite (Apêndice A), na qual explicamos a sistemática de nossos encontros.

Esse convite foi estendido aos professores da rede pública do município de Campo Grande/MS, por meio de visitas a algumas escolas. De início, recebemos catorze inscrições, além de alguns professores que manifestaram interesse, fazendo-o via e-mail e por telefone, porém, somente oito professores compareceram aos encontros e apenas seis permaneceram.

O principal motivo das desistências é que, apesar de serem informados que os encontros seriam realizados aos sábados, muitos professores tiveram dificuldade em participar. A formação do grupo respeitou o interesse voluntário de cada participante e nenhuma outra condição foi aceita para a seleção dos participantes da investigação.

A opção por realizar esse estudo com professores da rede pública justifica-se pelas “condições de trabalho dos profissionais que lecionam nessas escolas. Esses profissionais, obrigados muitas vezes a cumprir jornadas duplas ou triplas, são os que, geralmente, possuem menos possibilidades de estudos” (FERREIRA, 2003, p.115).

A pesquisa foi realizada no Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Escolhemos este espaço por apresentar um ambiente propício para a formação continuada de professores. O Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) contribuiu como espaço de reflexão, discussão sobre ensino e aprendizagem do tema, proporcionando aos professores a oportunidade de trocar ideias e elaborar, de forma criativa e prática, uma sequência de atividades, contribuindo, por sua vez, para o enriquecimento das aulas dos referidos professores e cumprindo com o papel social da Universidade, através da sua integração com a comunidade.

Cabe ressaltar que o presente estudo está vinculado ao projeto de extensão intitulado "*Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) na Formação e na Prática do Professor*". Trata-se de um projeto de extensão que teve duração de sete meses e tinha como objetivo principal incentivar o conhecimento matemático, proporcionando aos professores do ensino fundamental e médio da rede municipal e estadual a ampliação desses conhecimentos.

Os professores sujeitos da pesquisa sempre foram considerados o centro de estudo, em que procuramos conhecer e respeitar as suas expectativas, os seus conhecimentos e, principalmente, aprender com eles.

3.1.1 – Coleta de Dados

Os dados foram coletados durante seis encontros, realizados entre junho e novembro de 2010 e em maio de 2011. Passamos a apresentação de cada um dos diferentes tipos de instrumentos utilizados.

I - Transcrição dos Encontros.

Todos os encontros foram gravados (gravadores de áudios) e transcritos, sendo esse recurso a principal fonte de dados da pesquisa. Os professores tinham conhecimento das gravações e sempre os conscientizamos da utilização dessa fonte. Eles também assinaram um termo de consentimento (Apêndice B).

No último encontro, apresentamos as transcrições ao grupo, as quais, por terem uma quantidade muito grande de páginas, foram enviadas por e-mail aos sujeitos e, em nenhum momento, eles manifestaram-se contra alguma fala, pedindo para que não fosse publicada.

II - Relato por Escrito

Inicialmente, não tínhamos a intenção de pedir-lhes para escrever, apenas que falassem sobre suas práticas, mas sentimos a necessidade de um texto escrito por conta da timidez apresentada por alguns professores, dificultando a troca de experiências no ambiente de discussão.

III - Questionário

Aplicamos um único questionário, que foi respondido no primeiro encontro e tinha o objetivo de caracterizar os sujeitos.

3.1.2 – Sujeitos Participantes

Nossa investigação envolveu seis professores que estavam atuando nas escolas públicas de Campo Grande/MS, sendo eles: Cristiane, Solange, Veriani, Alexandre, João e Junior[7].

O fato dos professores trabalharem em instituições diferentes fez com que tivéssemos uma representação da realidade, em sentido amplo. Outro fato que nos chamou a atenção foi a heterogeneidade do grupo, constituído por seis professores, três em início de carreira e três mais experientes como aponta a Quadro 2.

Quadro 3 - Caracterização dos sujeitos

PROFESSORES	FORMAÇÃO – NÍVEL SUPERIOR E ANO DE CONCLUSÃO	TEMPO DE DOCÊNCIA NO 6º ANO
VERIANI (P1)	Matemática – 2001	Superior a 6 até 10 anos
SOLANGE (P2)	Matemática – 2007	Superior a 1 até 3 anos
CRISTIANE (P3)	Matemática -2008	Superior a 1 até 3 anos
JOÃO (P4)	Matemática – 1996	Superior a 10 anos
JUNIOR (P5)	Matemática – 1998	Superior a 6 até 10 anos
ALEXANDRE (P6)	Matemática – 2007	Superior a 1 até 3 anos

Fonte: Questionário

Dos professores envolvidos, Junior e Veriani disseram participar de cursos de capacitação nos últimos três anos, assim como os demais participantes. Ambos muito

[7] Os nomes dos sujeitos apresentados são fictícios.

.

comunicativos. João é o mais experiente do grupo, efetivo no período noturno, trabalhava com EJA e com séries regulares do Ensino Fundamental, leciona há mais de vinte anos, porém, demonstrava certo receio de se expor.

Cristiane trabalhava com cursinho pré-vestibular e era recém-formada, assim como Solange e Alexandre. Devido à quantidade de alunos em sala e salário baixo, Alexandre disse estar insatisfeito com a profissão e que se sentia despreparado para o ensino de seus alunos. Ao contrário dos demais que se diziam satisfeitos, além de verem na profissão um meio de mudanças no quadro político e social, de contribuição para o desenvolvimento intelectual do ser humano, de se avaliar como profissional, conhecer os seus limites e aprender.

Após o contato com os professores inscritos, foi possível marcar um primeiro encontro. Decidimos não organizar um cronograma de datas, pois respeitamos a disponibilidade dos participantes. Com isso, realizamos os encontros, com duração de três horas, perfazendo um total de seis encontros durante 2010 e 2011.

Os encontros foram organizados com os seguintes objetivos: conhecer os professores (crenças, concepções, etc.) acerca do ensino de números decimais; criar um ambiente de discussão, de troca de experiências e de respeito e interesse, a partir de suas experiências e conhecimentos.

Neste sentido, inspiramo-nos na experiência das pesquisadoras Silva (2010), que relata que os encontros com os professores participantes de sua pesquisa propiciaram uma relação de harmonia entre os sujeitos e a pesquisadora proporcionaram um ambiente agradável de estudo e discussões.

Após algumas discussões, as etapas seguintes foram: 1) elaborar um plano de aula; 2) aplicá-lo com os alunos de sexto ano; 3) discutir as dificuldades e os sucessos encontrados durante o desenvolvimento das atividades em sala; 4) reelaborar o plano, caso fosse necessário.

Foram realizados, como já firmado anteriormente, seis encontros com os seis professores.

3.1.3 - Descrição dos Encontros

O primeiro encontro foi realizado no mês de junho e teve o objetivo de levantar e discutir os conhecimentos dos professores sobre os números racionais, dando especial atenção à representação decimal. Iniciamos o encontro com aplicação de um questionário, o qual continha questões a respeito da formação e da prática dos sujeitos, de modo a caracterizar os professores participantes.

Logo após, procuramos criar um ambiente de discussão. Sendo assim, esforçamo-nos por garantir a transparência de nossos objetivos, porque não nos propusemos a ensinar a melhor maneira de trabalhar a representação decimal com os alunos de sextos anos, mas como assinalamos anteriormente, conduzir os professores a questionar e refletir os seus conhecimentos e as suas práticas. A partir daí, elaborar conjuntamente um planejamento (Apêndice C) para ser trabalhado com seus alunos, e se necessário, reelaborá-lo.

Esse primeiro encontro teve, ademais, o objetivo de apresentar o Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA), onde foram efetivados os encontros. Para criar um ambiente de discussão, propusemos aos professores algumas atividades (Anexo A), as quais estavam relacionadas com o tema proposto e envolviam situações que poderiam ser vivenciadas pelos professores em sala de aula.

Em tais ocasiões, os participantes relatavam um pouco de suas experiências, quando se deparavam com alguma situação problema semelhante a alguma situação vivida por eles, discutindo e trocando experiências, registravam no papel as respostas das quatro questões propostas.

Nosso intuito era colocar o grupo diante de erros enfrentados por alunos e possíveis causas para os referidos erros, pois as atividades também apresentavam elementos sobre o conhecimento do conteúdo (no caso, decimais) e a didática que lhe é pertinente. As questões também tinham a intenção de levar os professores a refletir sobre a maneira que ensinam e, a partir disso, repensar a forma de ensinar esse conteúdo e compreender os significados existentes por trás do algoritmo, sobretudo, refletindo a respeito das dificuldades apresentadas pelos alunos quando se enfoca esse conteúdo.

3.1.3.1 - Questões Propostas para Discussão

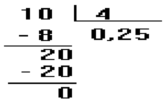
Apresentaremos a seguir as quatro atividades propostas ao grupo no primeiro encontro. Ressaltamos que as questões elaboradas sobre os números racionais foram planejadas de modo que possibilitassem aos professores participantes explicitarem os seus conhecimentos do conteúdo específico, pedagógico e curricular, expondo as suas dúvidas, as experiências e o conhecimento sobre o conceito de números racionais.

Esclarecemos que essas atividades foram extraídas das questões que compõem as provas aplicadas no Processo Seletivo do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, na qual esta pesquisa foi desenvolvida.

Destacaremos alguns pontos que consideramos relevantes, visto que essas questões serão mais bem detalhadas no próximo capítulo, em que analisamos, com mais acuidade, os conhecimentos explicitados pelos sujeitos da investigação.

Disponibilizamos uma folha com as questões para cada participante, juntamente com folhas em branco para que pudessem registrar suas respostas. Inicialmente, foi proposta a seguinte questão:

1 - Paulo é um aluno que está interessado em compreender o algoritmo da divisão de 1 por 4. Ao estudar as anotações em seu caderno (figura abaixo), surgiram as seguintes dúvidas: (1) por que se deve acrescentar zero à direita do dividendo 1 e, ao mesmo tempo, colocar zero acompanhado de vírgula no quociente, ao iniciar a divisão? (2) por que, ao colocar zero à direita do resto 2, não se deve colocar um zero também no quociente?



a) Como você responderia às dúvidas matemáticas desse aluno?

b) Descreva uma situação didática para mostrar como você ensinaria divisões dessa mesma natureza?

Fonte: Processo Seletivo (2007)

A professora Solange dispôs-se a ir ao quadro para explicar ao grupo a maneira que ela trabalha com seus alunos questões semelhantes.

> **Solange:** Fazendo as transformações, eu justificava por isso. Há! Dá para dividir dois, quantos que nós temos agora? Dois. Dois o quê? Dois décimos. Dá para dividir por quatro? Não dá. Então, transforma num número menor ainda. Qual é o próximo? Centésimo. Então, a gente vai transformar em vinte centésimos, eu justificava por isso, porque a gente está transformando, é como se a gente pegasse um número e dividisse em partes menores, né? E se a gente vai dividindo em partes menores é por isso que continua dando para fazer essa divisão.
>
> **Pesquisadora:** E vocês concordam? Vocês também costumam fazer dessa forma?
>
> **João:** Eu trabalho normal, trabalho no quadro.

Pesquisadora: Não utiliza nenhum recurso?

João: Às vezes, mais o material dourado planificado na folha sulfite, porque, no concreto mesmo, é meio complicado, até pela clientela, né, porque a que eu trabalho é bem abençoada, né. Perde-se muito? Perde, perde a qualidade.

Pesquisadora: Mas o senhor não usa mais pela questão da indisciplina, então?

João: É.

Pesquisadora: Tem a questão dos conhecimentos que nem sempre eles não trazem.

João: É, porque eles não trazem, pela questão do índice, né, eles vão passando, eles chegam à outra série com aquela defasagem muito grande, então, não dá para você falar não, não ensinou ele, é seu aluno e você tem que ensinar, tem que tirar dúvida, [...] é até uma questão de você se avaliar quanto Profissional, porque você acaba avaliando seu limite, seu limite como profissional [...]. Mas a questão decimal, eu trabalho como a Solange falou, às vezes, uso mais o quadro, o material planificado. [...] às vezes, também, a gente pode fazer aula diferente na sala de informática, buscar alguma coisa, um vídeo. Eu trabalho com o vídeo do telecurso, daí mostrar, ele vê as imagens, isso ajuda um pouco.

Os professores comentaram que a maior dificuldade dos alunos de sexto ano em compreender essa divisão deve-se ao fato deles não saberem operar com números naturais e os docentes fizeram as seguintes afirmações:

Solange: No tempo que eu trabalhei em escola, sempre trabalhei com sexto ano até o nono, geralmente, os alunos não entendem divisão nem com números inteiros quanto mais com números decimais

[outros confirmam]

Alexandre: Eles não sabem nem dividir números naturais, quando entra nesse assunto ai complica mais ainda.

Veriani: Sempre trabalhei com sexto ano e a dificuldade dos alunos com decimais é porque eles não sabem as quatro operações, a leitura do número decimal até que eles conseguem, mas quando você parte para as operações aí...

Cristiane: Muitos deles não sabem explicar o que estão usando, sabem usar, mas não sabem o porquê... Você gasta muito tempo com as quatro operações dos números naturais, você fica quase um semestre trabalhando com operações com números naturais.

Nesse sentido, os PCN (1998, p. 103) orientam que:

> O estudo do cálculo com números racionais na forma decimal pode ser facilitado se os alunos forem levados a compreender que as regras do sistema de numeração decimal, utilizadas para representar os números naturais, podem ser estendidas para os números racionais na forma decimal. Além disso, é importante que as atividades com números decimais estejam vinculadas a situações contextualizadas, de modo que seja possível fazer uma estimativa ou enquadramento do resultado.

Durante a discussão desse problema, observamos, nos registros deixados pelos professores na folha de questão, algumas estratégias utilizadas por eles para a explicação dos algoritmos da divisão envolvendo decimais.

Percebemos a dificuldade de explicar como ensinaria esse tipo de divisão, pois todos deram apenas sugestões do que poderia ser utilizado, como recursos didáticos, do tipo, quadro valor de lugar, material dourado e, principalmente, uma situação problema que envolvesse esse tipo de divisão.

Na segunda atividade, propusemos ao grupo algumas afirmações (verdadeiras e falsas) a serem discutidas. Nossa intenção era provocá-los sobre o conceito de números decimais, com o objetivo de verificar o que eles entendem por número decimal.

2- O **conjunto dos números decimais** é formado por todos os números que *podem s*er escritos como uma fração cujos termos são números inteiros e onde o denominador é uma potência de 10. Os números decimais têm origem nas frações decimais. Por exemplo, a fração ½ equivale à fração 5/10 que equivale ao número decimal 0,5. Por exemplo, os números, 5; 2,37 e 3/4 pertencem a esse conjunto. As dízimas periódicas e os números irracionais não pertencem a esse conjunto.

A partir da definição acima, dizer se cada afirmação abaixo é verdadeira ou falsa e justificar cada resposta:

a) 0,17 é menor que 0,105.
b) A soma de dois números decimais é sempre um número decimal.
c) O quociente de dois números decimais é sempre um número decimal.
d) Entre 3,17 e 3,18 não há número decimal.
e) Um inteiro mais três décimos é igual um inteiro mais trinta décimos.

Fonte: Processo Seletivo (2008)

Após alguns minutos de tensão, os professores comentaram, entre si, algumas dúvidas que sugiram em relação à comparação de números decimais. Essas afirmações provocaram dúvidas entre eles, principalmente porque a definição apresentada não considera a dízima periódica um número decimal. Por esse motivo, os questionamentos persistiram por bom tempo. Conforme já afirmamos, essas questões serão retomadas no próximo capítulo.

3 - Um aluno anotou a seguinte frase que foi dita pela sua professora: *um décimo dividido por um centésimo é igual a dez*. Ele ficou com dúvida, pois imaginou: *como pode o quociente ser dez se o dividendo era apenas um décimo?* a) A afirmação feita pela professora está correta? b) Faça um texto explicando, detalhadamente, a resposta que você deu ao item anterior.

Fonte: Processo Seletivo (2010)

Na terceira atividade, não restaram muitos registros nas folhas de questões, pois apenas discutimos, visto que o tempo estava se esgotando e alguns professores tinham compromisso. Mas, esse motivo não tirou o interesse deles em discutir, nem mesmo o fascínio por estar aprendendo.

Constatamos que a maior dificuldade apresentada pelo grupo em relação a esta questão foi a alternativa (b), o professor Alexandre disse "vou fazer aqui no quadro...tá pedindo para explicar, mas eu não sei escrever um texto não, eu sei escrever matematicamente, [risos]." A professora Cristiane tentou explicar no material dourado, mas não teve muito sucesso, conforme transcrevemos a seguir:

> **Cristiane**: E então, a placa é a unidade, vou dividir a unidade em dez partes, ele (aluno) vai representar, ai como o Alexandre falou, eu vou ter que dividir cada partezinha agora em dez, então... um, dois, ...dez.
>
> **Pesquisadora**: Mas, no caso aí, ela já não está dividida
>
> **Cristiane**: Pois é, aí teria que...
>
> **Pesquisadora**: Você tem dez barrinhas divididas em dez
>
> **Cristiane**: Aí ele (aluno) vai pegar dez
>
> **João:** E coloca um ao lado do outro
>
> **Cristiane:** Isso. Coloca um em cima do outro, aí ele (aluno) vai ter que manipular cada barrinha dessa, né, então...
>
> **Pesquisadora**: Mas será que precisaria, por exemplo, um décimo é um quadradinho.
>
> **Cristiane:** Um cubinho é um centésimo da unidade, se mostrar isso, assim, para os alunos eles conseguem
>
> **Pesquisadora**: Mas agora, cadê o dez?
>
> **Cristiane**: É verdade, cadê o dez né.

> **Pesquisadora**: Mas aí a gente poderia pensar na questão do quanto cabe. Um décimo dividido por um centésimo. Quantas vezes um centésimo cabe dentro de um décimo dessa barra aqui né, porque essa placa aqui tem dez barrinhas e cada barrinha tem dez centésimos, então, quantas vezes um centésimo desse aqui cabe dentro de uma barra dessa aqui. Uma barra dessas é um décimo da placa.
> **Cristiane:** É.
> **Pesquisadora**: E então, quantas vezes um centésimo cabe aqui dentro?
> **João**: Dez vezes
> **Pesquisadora**: Exatamente.

O material manipulável mostrou-se favorável à compreensão dessa operação, porque possibilitou que os sujeitos visualizassem a operação.

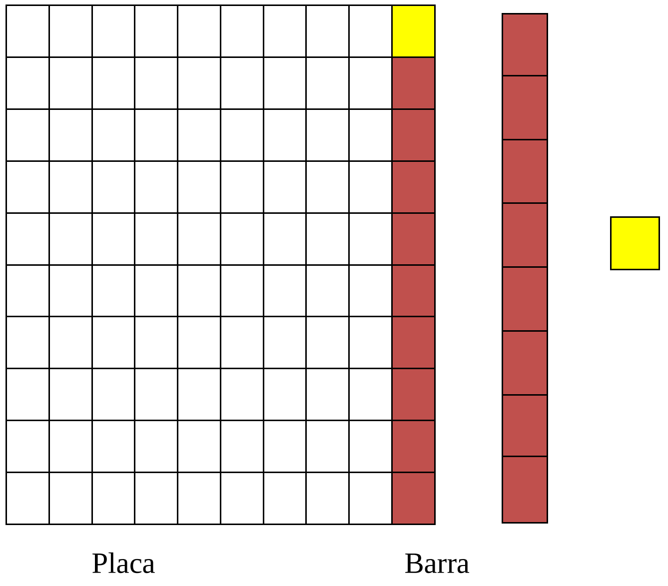


Figura 13 - Representação Geométrica da Divisão 0,1 por 0,01.

Cabe destacar, conforme orientação dos PCN (1998), que, às vezes, deve-se lançar mão de outras estratégias, pois nem todas as representações permitem a visualização do resultado como a que foi apresentada na figura 13. Um método muito empregado é a propriedade da invariância do quociente, em que um quociente não se altera ao multiplicar dividendo e divisor por um mesmo número. O método permite obter, na divisão de frações, uma fração com denominador 1. Como no exemplo:

$$\frac{3}{7} \div \frac{5}{11} = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{11}} = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{11}{5}}{\frac{5}{11} \times \frac{11}{5}} = \frac{\frac{33}{25}}{1} = \frac{33}{25}$$

Assim, uma maneira de interpretar a divisão é utilizar a ideia do inverso multiplicativo de um racional diferente de zero, em que dividir é "multiplicar pelo inverso" (BRASIL, 1998). Com isso, podemos fazer $\frac{3}{7} \div \frac{5}{11} = \frac{3}{7} \times \frac{11}{5} = \frac{33}{25}$

A discussão na questão três possibilitou que os professores se manifestassem e expusessem as suas opiniões, o professor Alexandre propôs explicar de outra maneira essa questão, usando o material dourado.

Alexandre: Eu pensei de outra forma aqui.

João: Opa!

Alexandre: Nessa forma de trocar aí, eu poderia fazer assim, isso é um inteiro (estava se referindo a placa). Certo? Eu vou dividir ele em dez partes.

João: Ah! aí o aluno vê.

Alexandre: Ele vê você dividindo, bem, isso aqui é um décimo do inteiro. Certo? Agora, vamos dividir isso aqui em cem partes.

Solange: Daí você pega todos os cubinhos de lá e coloca aqui.

Alexandre: Vamos ver quantos centésimos tem... Vamos dividir esse negócio aqui em cem partes, eles vão montar lá, até chegar nisso aqui, aí pela ideia da divisão lá. Quantas vezes um centésimo vai caber aqui?

Pesquisadora: Eles vão ver que são dez pedacinhos.

Alexandre: Dez pedacinhos.

Pesquisadora: Isso é interessante porque, em geral, a criança chega, lá no sexto ano, com a ideia de que a divisão faz o quociente diminuir e a multiplicação faz o produto aumentar, esse é um exemplo de divisão que o resultado dá maior que o dividendo. Por isso, a ideia do "cabe" é interessante, porque a quantidade de vezes que o quociente "cabe" pode ser maior ou menor que o dividendo.

Solange: Isso está relacionado à última questão em que ele está multiplicando e está dando um número menor. Como pode?

A última atividade causou tensão no grupo, que apresentou muita dificuldade para explicar de que forma ensinaria esse tipo de multiplicação, viabilizando que as suas dúvidas fossem explicitadas. A questão era a seguinte:

4 - Sandra, aluna do 5º ano do Ensino Fundamental, aprendeu a seguinte regra de multiplicação de frações $\frac{a}{b} x \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, $b \neq 0$ e $d \neq 0$. Ao multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$, usando essa regra, obteve como resultado $\frac{1}{6}$. Comparando $\frac{1}{6}$ com cada fator ($\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$) percebeu que o resultado da multiplicação foi menor que cada um dos fatores diferentemente do que ela sabia até aquele momento: ao multiplicar dois números naturais não nulos, o produto é sempre maior do que cada um dos fatores. Que estratégia didática você utilizaria para justificar esse resultado para Sandra?

Fonte: Processo Seletivo (2009)

Alguns participantes apresentaram dificuldade em explicar qual a estratégia seria adotada para justificar essa afirmação. Alexandre disse:

> Sempre eu vejo nos livros didáticos, eles falam que a multiplicação na verdade é um meio de um terço, então você vai pegar um terço e vai dar um sexto, né? Eu sei explicar isso geometricamente, mas usando material eu não dou conta, mas no desenho eu consigo explicar.

A professora Solange confirmou: “eu também, [risos]”

Outro ponto que chamou bastante nossa atenção foi a dificuldade para compreender esse tipo de operação, como a que a professora Veriani apresentou:

> **Veriani**: Então, eu não consigo explicar isso, um meio de um terço.
>
> **Pesquisadora:** É, por exemplo, duas vezes três é dois de três.
>
> **Veriani:** É para somar né?
>
> **Pesquisadora:** Isso é dois de três eu vou ter seis. E se eu tiver dois de meio? Se eu tiver dois de meio, eu vou ter um, daí meio de um terço, a gente poderia até representar. Como eu representaria, aqui, eu tenho meio, então, quanto é um terço disso aqui, eu tenho que pegar e dividir isso aqui em três e pegar uma parte dela que é um terço da metade, do todo isto é um sexto.
>
> **Veriani:** Mas difícil hein! Como é que eu vou explicar isso aqui para os alunos?

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ao se referirem aos conceitos e aos procedimentos dos números racionais destacam que: “A compreensão da multiplicação com frações pode ser pensada como partes de partes do total. (neste caso a multiplicação não se apoia na ideia de adição reiterada). Assim, $\frac{2}{5}$ x $\frac{3}{4}$ podem ser interpretados como $\frac{2}{5}$ dos $\frac{3}{4}$ de um todo” (BRASIL, 1998, p. 104).

Diante disso, a multiplicação $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{3}$ pode ser interpretada como procurar $\frac{1}{2}$ dos $\frac{1}{3}$ de um todo, em que teremos a seguinte representação geométrica.

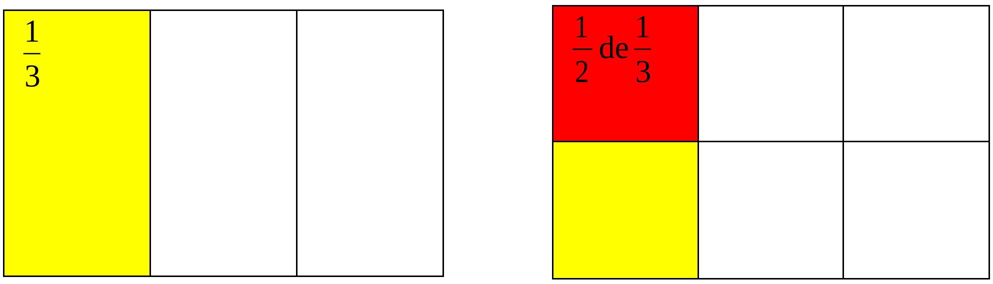


Figura 14 – Representação Geométrica da Multiplicação $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$.

Assim, $\frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Após a discussão e vários questionamentos, resolvemos esta questão e percebemos a admiração por parte dos professores em compreender esse tipo de multiplicação através da manipulação do material dourado.

> **Pesquisadora**: Mas isso aí você pode usar só essas barrinhas (material dourado), pega seis barrinhas dessa aí, é até interessante fazer a multiplicação e mostrar que vale a comutativa. Metade disso será o quê? Um terço da metade. Você pegou metade, né?.
>
> **Alexandre**. Ah, um terço da metade.
>
> **Pesquisadora**: Ou fazendo a metade, depois tirando um terço, um terço dessa metade ou tirando primeiro um terço depois fazendo a metade desse um terço...
>
> **Alexandre**: Dá o mesmo um sexto.

> **Solange**: Tinha que filmar isso! Nunca eu ia pensar em fazer isso.
>
> **Pesquisadora:** Aí dá para fazer com a adição e a subtração e, na adição e subtração, eles vão entender o porquê do mínimo múltiplo comum (mmc), mas nós fizemos indiretamente o m.m.c. com a multiplicação, e por que eu escolhi o seis? Se eu começo com o meio e um terço, porque o seis é o m.m.c. de dois e de três e se fosse um quarto vezes um terço? [...]. Daí eu tenho que pensar quantas peças eu devo pegar. Aí eles entendem porque fazem essas escolhas e elas não são aleatórias.

Diante do entusiasmo de visualizar todo o procedimento das operações, o professor Alexandre nos questionou-nos sobre a adição com frações.

> **Alexandre**: E para somar um meio com um terço, como é que faz?
>
> **Pesquisadora:** Qual seria a sua escolha, quantas peças você escolheria para não ter o trabalho de dividir em peças menores? Provavelmente em seis partes, mas o aluno vai por experiência perceber isso.
>
> **João:** O aluno vai visualizar né?
>
> **Pesquisadora:** O que seria a metade disso, mas você deixa essa unidade aí. Pega outra para representar. Isso aí é meio. O que seria o inteiro? Você destaca um terço e um meio e tem que somar e depois juntar comparar ao inteiro.
>
> **Alexandre**: Cinco sextos.
>
> **Pesquisadora:** Exatamente.
>
> **Solange:** Que legal! Adorei.
>
> **Pesquisadora**: Mas não precisa ser seis, pode ser outro múltiplo, como o doze.

Ao final desse encontro, após termos discutido e finalizado todas as questões, muitas dúvidas ainda permaneceram, porque vários professores sentiram-se incomodados em relação à definição apresentada a respeito de números decimais, muitos não compreenderam e sequer aceitaram tal definição.

A professora Veriani, incomodada com as dúvidas surgidas durante a atividade, disse: “quando eu chegar em casa, vou dar uma olhada, principalmente, nessa das dízimas periódicas, essa acabou”.

Consideramos que as questões propostas foram significativas e um tanto desafiadoras, mas determinaram que os professores mobilizassem os seus conhecimentos. Como podemos observar, houve uma discussão riquíssima em termos conceituais e uma reflexão pertinente sobre as facetas da representação do número racional.

Cabe ressaltar que todas as questões discutidas foram finalizadas e retomadas em outras ocasiões no decorrer dos encontros. No próximo capítulo, enfocaremos essas questões com mais detalhes.

Após o recesso acadêmico, retornamos às atividades propostas no nosso segundo encontro realizado em Agosto. Retomamos nossas discussões, agora, um pouco mais direcionada. Diante da dificuldade de se expressar apresentada por alguns professores, buscamos uma estratégia alternativa: a produção de um texto de cada participante, em que relatasse uma experiência vivida em sala de aula que envolvesse o ensino de decimais com o uso de material didático.

Nosso objetivo, nesse encontro, era conhecer melhor o trabalho realizado pelos professores e suas concepções sobre o uso de materiais didáticos como recurso pedagógico. No entanto, não conseguimos que os professores passassem da redação de uma página. Nessa ocasião, eles também relataram outros momentos vividos por eles e por colegas de trabalho.

No dia dezoito de setembro, realizamos o terceiro encontro em que foi proposto ao grupo que pensasse em um recurso didático que poderia ser criado ou adaptado para ser utilizado na elaboração de um planejamento de uma sequência de atividades, haja vista que todos disseram que trabalhavam com materiais didáticos. No encontro anterior, os professores posicionaram-se favoráveis ao uso desse recurso, como afirmou o professor João: “quando você fala em material, o aluno visualiza, ajuda ele”, além de afirmarem que os utilizam em suas aulas, a professora Solange argumentou: “geralmente na escola não tinha material dourado, e algumas não tinha pra todo mundo... nas escolas particulares tinha sobrando, mas na pública não, então o que a gente fazia, a gente usava o sulfite mesmo.” Junior comentou o auxílio do material; “uma coisa que ajuda muito é aquele quadro valor de lugar, porque muitas vezes o aluno ele não consegue entender exatamente o porquê surgiu a vírgula e nesse exemplo aqui da divisão o porquê surgiu aquela vírgula ali.”

Após algumas sugestões, não obtivemos muito êxito e o grupo recomendou que houvesse um tempo para pesquisar. Assim, ficou decidido que, no próximo encontro, seriam apresentadas as sugestões de atividades com o uso de materiais manipuláveis adaptados ou não e, a partir delas, seria elaborada uma única sequência de atividades.

No mês de outubro, realizamos o quarto encontro em que o objetivo foi a elaboração da sequência de atividades. Inicialmente, pedimos para que os professores expusessem os materiais didáticos que haviam pensado em criar ou adaptar. Alguns justificaram-se por não ter tido tempo para pesquisar, como expressou-se o professor João: “não tive tempo de pesquisar” mas, ao longo da discussão, foi se recordando de alguns cursos que participou “me lembro de uma oficina que fazia num copo, colocava, num copo, a unidade” .

O professor Alexandre disse que havia trabalhado com o Tangram, mas foi mais a questão de medidas envolvendo decimais e não conseguiu adaptar o material, nem mesmo pensar em uma atividade para introduzir o ensino de decimais utilizando o próprio Tangram.

Já os professores Junior e Veriani sugeriram uma adaptação do material dourado, utilizando canudinhos, pois tiveram uma experiência com o uso de canudinhos e disseram ser fácil de manipular, barato, além de atrair a atenção dos alunos. Segundo o professor Alexandre: “é fácil de manipular os canudinhos, acho até melhor que aqueles cubinhos do material dourado”.

Figura 15 - Material elaborado pelo grupo

Após o consentimento do grupo quanto ao uso desse material, disponibilizamos folhas para que cada sujeito elaborasse uma sequência de atividade que seria, posteriormente, socializada. A partir daí, começaram a surgir as dificuldades, principalmente, no que se refere à forma pela qual iniciaria a sequência de exercícios.

O grupo optou por iniciar pela representação fracionária, Cristiane justificou-se dizendo: “por que decimal eles sabem, tem o picolé de 0,40 centavos, se você perguntar, quanto custou sua balinha? Ele sabe então a dificuldade é da passagem”. Veriani confirmou:

"até eles (alunos) entenderem que meio é igual à zero vírgula cinco, essa transferência eu acho mais difícil".

Assim, foi desenvolvida uma sequência com cinco atividades que envolviam a passagem das frações para o decimal, além de conteúdos como: frações equivalentes, divisão e representação fracionária e decimal do número racional. O uso do quadro valor de lugar (QVL) foi utilizado para registrar a representação decimal no final da sequência.

Esse planejamento foi aplicado pelos professores em suas turmas de sexto ano e o seu desenvolvimento em sala de aula foi relatado no quinto encontro, realizado no mês de novembro, em que as experiências foram socializadas e tivemos a oportunidade de discutir o planejamento e reelaborá-lo.

Passadas as férias escolares e após termos analisado as transcrições dos cincos encontros realizados no ano de 2010, sentimos a necessidade de retornar ao grupo para que pudéssemos contribuir com eles no que concerne, principalmente, à questão de definição do número decimal. Por várias vezes, percebemos que eles utilizaram a definição apresentada no primeiro encontro durante a realização de outras atividades, porém, não aceitaram de modo que pudessem convencer-nos que eles teriam realmente entendido.

Com isso, marcamos outro encontro, pois já havíamos ventilado a possibilidade de continuar as discussões tanto por parte dos pesquisadores como dos professores. Assim, após o consentimento de todos os participantes, o encontro foi marcado para o mês de maio de 2011. Este encontro teve o objetivo de levantar entre os sujeitos o quanto eles ficaram satisfeitos e o quanto aprenderam sobre o tema, além de quais as dúvidas que ainda permaneciam.

Para isso, elaboramos uma apresentação em *slides* sobre as recomendações curriculares e levantamos alguns questionamentos sobre o que havíamos discutido durante nossos encontros, como a definição de números decimais que foi tão questionada por eles.

Neste encontro, os sujeitos tiveram contato com os livros didáticos que eles utilizam, e a partir da apresentação do Quadro 1 - Representação do número racional (I, p. 10), enquanto folheavam os livros, eles fizeram alguns comentários, como se fosse uma breve análise crítica, e surpreenderam-se com a maneira que alguns autores tratam os números decimais.

> **Cristiane**: Neste livro[8], eles começaram errado, mas depois eles fazem uma definição parecida como essa aí. [...] Aqui, eles consideram todos os números com vírgula, sendo dízima periódica ou não, números decimais. Aí, depois, eles falam que as frações com denominadores potências de dez são denominadas frações decimais, mas se eles tivessem começado com essa ideia, talvez...
>
> **Alexandre:** Aí diz que o número decimal é representado pela fração decimal e pela representação decimal finita, mas o que os autores deixam entender, aqui, neste livro[9], é que representação decimal é uma coisa e número decimal é outra, quando ele fala para transformar a fração decimal em numeral decimal, ele teria que colocar para transformar a fração decimal em sua representação decimal finita, usando, no caso, a vírgula, eu acho que deveria ser representado assim.

Este encontro, assim, como os demais foi transcrito e analisado. Os resultados foram tratados de modo que se tornassem significativos e válidos, sendo a sua análise apresentada no próximo capítulo.

[8] Matemática: Fazendo a Diferença: 5ª série (6° ano)/ José Roberto Bonjorno, Regina Azenha Bonjorno, Ayrton Olivares. – São Paulo. – FTD, 2006.

[9] Matemática e Realidade: 6° ano / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado. – São Paulo: ATUAL, 2009.

IV – ORGANIZAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Os encontros, os relatos dos professores e as questões respondidas no primeiro encontro possibilitaram a obtenção de diferentes informações para análise de dados. Segundo Bogdan e Biklen (1999), a pesquisa qualitativa não é estática, mas está em constante movimento, reformulando-se e readequando-se às realidades existentes. Durante o desenvolvimento da pesquisa, pudemos vivenciar inúmeras surpresas nas realizações dos encontros e na elaboração do planejamento e, a partir desses dados, readequamo-nos a fim de nos aproximarmos melhor de nossos objetivos.

Neste capítulo, os dados são descritos e analisados com suporte da análise de conteúdo proposta por Franco (2008) e Bardin (2008). Os dados foram categorizados com base nos estudos realizados sobre números decimais (Capítulo I) e nos dados colhidos durante os encontros, tendo o modelo proposto por Shulman (1986, 1987) sobre a base de conhecimento para o ensino, definido como o conhecimento específico do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular.

Buscamos identificar esses conhecimentos sobre o ensino de números decimais em cada um dos professores envolvidos no estudo durante os encontros e, principalmente, sobre o planejamento elaborado, aplicado e discutido em grupo, objetivando estabelecer possíveis inferências destas ações em relação ao ensino de decimais em suas práticas. Analisaremos os conhecimentos explicitados pelos professores a partir das três vertentes da base de conhecimento para ensino proposta por Shulman (1986).

Reiteramos que esses três conhecimentos (específico do conteúdo, pedagógico do conteúdo e curricular) não existem separadamente do ponto de vista da teoria proposta por Shulman e seus colaboradores, pois, percebemos, nas falas dos sujeitos, uma ligação muito forte entre eles. Esta estreita relação dificultou identificar em qual aspecto um dado conhecimento localizava-se, por isso, analisaremos, em nossa investigação, a imbricação desses conhecimentos.

Alguns fragmentos dos diálogos durante as sessões de atividades são apresentados durante o texto, contribuindo para evidenciar e explicar a nossa análise. Os momentos de fala retirados das transcrições dos encontros serão identificados por E1, E2, E3, E4, E5 e E6, correspondendo a cada encontro e aparecerão entre parênteses, sempre que, no texto, não for informado de qual encontro o fragmento apresentado foi selecionado.

A partir do nosso referencial teórico baseado em Shulman (1986, 1987) e das análises feitas como decorrência dos seis encontros realizados, estabelecemos as seguintes categorias de conhecimentos:

a) Conhecimento conceitual dos números decimais.
b) Conhecimento das operações com números decimais.
c) Conhecimento das relações entre a representação fracionária e decimal.
d) Conhecimento do material manipulável elaborado para o ensino de números decimais.

A primeira categoria inclui conhecimentos como: definição de números decimais, comparação de números decimais, conhecimentos sobre a representação decimal e o número decimal, a escrita e a leitura de um número decimal. A segunda refere-se ao conhecimento das operações com números decimais, incluindo o conhecimento do domínio de validade desse conjunto. A terceira categoria está relacionada ao conhecimento entre a representação fracionária e decimal do número racional e a quarta refere-se ao conhecimento do material manipulável elaborado pelo grupo. Estabelecemos essas quatro categorias, pois acreditamos que elas permeiam os três conhecimentos propostos por Shulman.

A seguir, traçamos uma descrição das categorias com alguns fragmentos que elencamos possuir a função de identificar pontos centrais de cada uma das categorias estabelecidas.

4.1 – OS PROFESSORES E OS SEUS CONHECIMENTOS

Os conhecimentos, supracitados na fundamentação teórica, envolvem a compreensão dos professores em relação a uma determinada disciplina. Estes conhecimentos incluem os principais conceitos de um conteúdo, como também o entendimento de suas estruturas[10], além de possui-lo, o professor deve ser capaz de abordar um determinado conteúdo de forma que o torne compreensível ao aluno. Nesse sentido, Gauthier *et al*. (1998) argumentam:

> Pensar que ensinar consiste apenas em transmitir um conteúdo a um grupo de alunos é reduzir uma atividade tão complexa quanto o ensino a uma única dimensão, aquela que é mais evidente, mas é, sobretudo negar-se a refletir de forma mais profunda sobre a natureza desse ofício e dos outros saberes que lhes são necessários. Numa palavra, o saber do magister não se resume apenas ao conhecimento da matéria (p. 20-21)

[10] A discussão dessas estruturas encontra-se no capítulo II.

Outro aspecto que compõe a base de conhecimento para o ensino, segundo Shulman (1986), é o curricular, o qual se refere ao conhecimento dos materiais do currículo (materiais manipuláveis, livros didáticos, propostas curriculares, jogos pedagógicos, uso de *softwares*, etc). O autor propõe que se pense sobre os conhecimentos dos professores como um amálgama. Com isso, analisaremos o quanto o conhecimento específico dos números decimais interfere no conhecimento pedagógico deste conteúdo e, consequentemente, esses conhecimentos interferem no conhecimento curricular, ou seja, a maneira que eles se entrelaçam.

Os seis encontros possibilitaram, por meio das discussões realizadas, que os professores explicitassem os seus conhecimentos sobre o conteúdo de números decimais. Vejamos quais relatos feitos pelos professores evidenciou, do nosso ponto de vista, a relação dos conhecimentos de Shulman (1986, 1987) em cada categoria.

4.1.1 - Conhecimento Conceitual de Números Decimais

Essa categoria abarca os conhecimentos específicos de números decimais, como a definição, a comparação, a escrita e a leitura desse conteúdo. Em outras palavras:

> O conhecimento do conteúdo da disciplina deve envolver o conhecimento para ensinar, não como um conjunto de regras relativas à aplicação do conteúdo, mas os conhecimentos relativos à natureza e aos significados dos conteúdos, o desenvolvimento histórico, os diversos modos de organizá-los (CURI, 2005, p. 4).

Analisaremos esses conhecimentos e verificaremos o quanto eles intervêm no conhecimento pedagógico do conteúdo e curricular.

Nessa categoria, é possível observar indícios de que não há muita clareza para os professores sobre a definição de números decimais. O professor Junior aceitou a definição proposta no primeiro encontro como a definição de decimais, mas a considerou como sendo um caso particular. Ao se referir à questão dois, ele relata: "*aí depende, se você considerar o inteiro como sendo decimal e com a parte decimal igual a zero, você pode falar que sim, que sempre vai ser um decimal. [...]aí então vai ser, nesse caso, por essa definição sim*.".

A professora Veriani também manifestou dúvida nessa questão, ao dizer: *"Depende, porque inteiro não é decimal, e se você pegar meio mais meio é um inteiro e inteiro não é* *considerado decimal. É?”.* Os demais professores não reconheceram a definição apresentada como sendo a definição de números decimais.

Essa questão causou certa polêmica no grupo, com isso, identificamos dúvidas na compreensão do que é um número decimal, o fato dos números inteiros pertencerem ao conjunto dos decimais foi praticamente inaceitável pelo grupo, como podemos observar no diálogo a seguir.

> **Solange**: Porque ele fala assim também, as dízimas periódicas e os números irracionais não pertencem a esse conjunto. Mas se eu dividir três transformar em decimal e dividir, será que dá um número com vírgula, o número 3,75, eu posso escrever em fração, três mil trezentos e setenta e cinco dividido por cem, se eu dividir de novo, ai fica nessa...e...
>
> **João:** Acaba ficando um número inteiro.
>
> **Cristiane:** É, eu não sei se eu for dividindo se vai ser uma dízima periódica ou irracional.
>
> **Alexandre**: Isso me leva a outra pergunta: se é um denominador de potência de base dez, então, o inteiro quatro... Ele é um número decimal, porque a potência dez elevado a zero dá um. Então, um número inteiro é decimal também. Porque se todo número inteiro for decimal, eu respondi tudo errado.
>
> **João**: Eu também.
>
> [risos]
>
> **Cristiane**: Então, está tudo errado.
>
> **Solange:** Não são todas, né, mas a B e a C (da questão 2) sim, porque a B e a C, quando ele propõe que a soma de um número decimal é sempre decimal... Ah, eu encontrei um inteiro, então ah... Não é.

Cabe enfatizar que, embora buscássemos categorias que mostrassem a imbricação dos conhecimentos presentes na base de conhecimento para o ensino proposta por Shulman (1986), foi inevitável não destacar pontos específicos que contemplaram apenas um dos conhecimentos, como é o caso da dificuldade que o grupo apresentou em aceitar que as dízimas periódicas não pertenciam ao conjunto de números decimais.

> **Pesquisadora:** [...] Ele diz que os números irracionais e as dízimas periódicas não pertencem a esse conjunto.
>
> **Veriani:** É 0,75 é 3 sobre 4, e as dízimas.... 0,666... Não dá.
>
> **Pesquisadora:** Eu não consigo escrever ela como uma potência de dez.
>
> **Veriani**: Então não é decimal? Por quê? Então 0,333333333... Não é decimal?

> **Pesquisadora**: Segundo essa definição, não.
>
> **Veriani**: Mas eu não acredito nessa definição. [...] porque 0,333... é três décimo, três centésimo, três milésimo três. [...] Estranho né, é interessante, mas é estranho, né. Ficou um ponto de interrogação, tem que estudar, porque, pra mim, isso aqui sempre foi decimal, agora, tem parte inteira e parte decimal e não é decimal.

Segundo Esteves (2009), as lacunas existentes nas estruturas do conhecimento específico do conteúdo dos professores comprometem a compreensão acerca dos números decimais. Essas lacunas tornam o conhecimento específico do conteúdo dos professores muito próximo dos conhecimentos dos alunos. Para ilustrar nossa percepção, fazemos uso da fala da professora Solange, em que notamos que a ausência do domínio do conteúdo, além de tornar sua compreensão próxima a de seus alunos, também influencia a forma que ela utiliza para ensinar esse conteúdo.

> **Solange**: [...] Porque é assim, a gente explica para o aluno que os números antes da vírgula são a parte inteira, por isso, que vai o zero, não tem parte inteira nenhuma. Então, vai o zero e os números depois são os números decimais, então, está errado porque a parte inteira... O número inteiro é um número decimal, então, e aí?
>
> **Pesquisadora**: A questão está falando do conjunto de números decimais como outro tipo de conjunto, que englobaria parte dos racionais, porque as dízimas periódicas são números racionais, qual a definição de números racionais, um número que pode ser escrito como uma fração de inteiros, a dízima periódica pode ser escrita como uma fração de inteiros, mas por essa definição de conjunto de números decimais, as dízimas periódicas não entram, porque ela não pode ser escrita com um denominador com base de potência de dez, que é isso que ele está falando, mas tanto pela definição de racional como pela definição de números decimais todos os inteiros entrariam inteiros é racional, porque ele pode ser escrito com fração de inteiro, então, ele é racional. E um inteiro também faria parte desse conjunto de decimais porque ele pode ser escrito como uma fração que tem como potência de dez no denominador [...] a forma decimal que a gente tem na cabeça é aquele número com vírgula, mas o cinco, eu posso escrever, cinco vírgula zero [...]
>
> **Solange:** Mas aí a gente separa a parte inteira da parte decimal
>
> **Pesquisadora**: Isso, é que o cinco, a parte decimal dele é tudo zero, a gente nem escreve.
>
> **Solange**: Daí é complicado porque se um professor me explicasse isso a primeira parte eu iria falar, mas o um a senhora não falou que era decimal, então, ele pode ficar depois da vírgula.

> **Pesquisadora**: Você fala que se o um é decimal, ele tem que ficar depois da vírgula?
>
> **Solange**: É, porque quando a gente explica, é isso que eu estava falando, questionando o professor.
>
> **Pesquisadora**: Só são decimais aqueles que você considera que têm alguma coisa depois da vírgula?
>
> **Solange**: Isso, que é o que a gente aprende como definição que tem no livro, que é o que a gente justifica, igual a professora acabou de falar cinco dá para ser escrito, que a parte decimal é zero então é zero depois da vírgula, mas se cinco é um número decimal como a gente acabou de falar porque dá para escrever na base dez, dá para transformar numa fração então, se ele é um número decimal ele pode ficar depois da vírgula, e daí?
>
> **Pesquisador**: Ficar depois da vírgula. Como? Depois da vírgula, tipo 0,1 ser mesma coisa que 1?
>
> **Solange**: [...] Se ele é um número decimal, ele pode ficar depois da vírgula, não precisa ficar antes, ele pode ficar como zero vírgula um.

Identificamos na fala dessas professoras uma semelhança com os resultados encontrados por Padovan (2000), em que a autora constatou que a representação escrita do número decimal é um dos fatores de influência na conceitualização dos números decimais. Para ela, a presença da vírgula é um indicativo muito forte para que um número seja considerado pelos alunos como decimal, pois, geralmente, são definidos, por alunos e professores, como números “com vírgula”. A pesquisadora ainda afirma que, ao resumir a ideia do número à sua representação, perde-se a compreensão de seu real significado.

De acordo com Pérez (1997), podemos converter uma fração decimal em escrita decimal por meio da divisão do numerador pelo denominador, que resulta em um número com vírgula, como ¾ = 3:4 = 0,75. Porém, se tentarmos aplicar o mesmo procedimento para o número racional 1/3, encontraremos uma divisão, cujo quociente é uma infinidade de casas decimais, pois a fração 1/3 não possui uma escrita decimal finita. E sabemos que 1/3 não é um número decimal.

Assim sendo, o que significa a escrita infinita 0,3333...? Segundo a referida autora, se considerarmos a sucessão de números decimais: 0,3; 0,33; 0,333; 0,3333...veremos que essa sucessão está relacionada com a fração 1/3 pois, ao término de cada sucessão, temos um quociente aproximado de 1/3.

Outra forma de considerar a escrita infinita 0,333... Seria observando a sucessão infinita de intervalos que contêm o número 1/3, assim, podemos afirmar que 1/3 é maior que

0, porém menor que 1. Numa primeira subdivisão, observaremos que 1/3 é maior que 0,3, porém menor que 0,4; e, na subdivisão seguinte do intervalo [0,3; 0,4], verificaremos que 1/3 é maior que 0,33, contudo, menor que 0,34..., e assim sucessivamente.

Outro aspecto que chamou nossa atenção em relação a essa categoria foi as falas manifestadas pelos professores referentes à leitura dos números decimais, em que constatamos dificuldade referente à questão dois, levando-nos a presumir que eles não possuem um bom domínio conceitual do conjunto dos decimais.

> **Solange:** Você viu a (e), Alexandre, é falso também, né?
>
> **Alexandre**: Não, é verdadeiro.
>
> **Cristiane**: Pois é, um inteiro igual a...não...
>
> **Alexandre**: Um inteiro mais três décimos...
>
> **Solange:** Então... Três décimos...
>
> **Alexandre**: E trinta centésimos são as mesmas coisas que três décimos. Zero vírgula três é igual à zero vírgula trinta.
>
> **Cristiane**: Trinta centésimos, trinta centésimos não é igual à zero vírgula zero trinta?
>
> **Alexandre:** Isso aí, é três centésimos.
>
> **Pesquisadora:** Ficaria um vírgula três que é igual a um vírgula trinta, né? Ele que saber se é a mesma coisa.
>
> **Veriani: [...]** 0,3 é igual a 0,30? É, não é? Olha, eu posso igualar as casas, mas não são iguais, não sei.

De acordo com Pérez (1997), o aspecto mais importante do conjunto dos números decimais é a maneira como ele está ordenado. Entre os números decimais, sempre há uma infinidade de números. As reflexões que se têm adquirido dos números naturais não valem para os decimais, 7, 013 possui uma escrita maior que 7,3, mas designa um número menor.

Diante dessas falas, notamos falhas no conhecimento dos professores em questão sobre números decimais. Assim, observamos que essa ausência influenciou na maneira que eles realizaram o planejamento da aula, como também as formas que utilizaram para ensinar esse conteúdo, representar as ideias, ilustrações, bem como a maneira de representar e formular o conteúdo na tentativa de torná-lo compreensível a seus alunos.

Segundo Shulman (1986), o conhecimento específico do conteúdo é fundamental na base de conhecimento para o ensino, haja vista que exerce influência direta nas seleções que os professores fazem sobre como e o que ensinar. Em conformidade com o autor, embora o conhecimento específico do conteúdo seja o conhecimento necessário para o ensino, ele não é suficiente para que esse ensino, de fato, torne-se compreensivo para os alunos.

Valeremo-nos do diálogo a seguir para comprovar as nossas afirmações. As seguintes falas foram retiradas da transcrição do quarto encontro, em que, após terem escolhido o material para elaborarem o planejamento, os docentes discutiam as seguintes questões:

> **Alexandre:** [...] é, porque a gente sabe que alguns vão dar dízimas periódicas ou números com vírgula muito grande. [...] Eu digo que a gente tem que saber agrupar, porque se agrupar de uma forma que não dá para fazer com parte inteira. Por exemplo, aqui, nós pegamos oito, a metade de oito é quatro, deu parte inteira, mas se fosse a metade de cinco?
>
> **Veriani:** De sete, já não daria.
>
> **Alexandre:** Não daria, ou, nesse caso, aqui, a metade de seis é três, tá, mas e a metade da metade? Aí, já não daria, e a metade de um?
>
> **Pesquisadora:** Não? De três é o que? Um vírgula,...?
>
> **Alexandre:** Um vírgula cinco, aí não dá para... Só se você não tiver com os dez canudinhos.
>
> **Pesquisadora:** Aí, você vai ter que abrir um grupo de canudinhos desse aí e pegar a metade.
>
> **Alexandre:** Só se for assim, mas eu digo se for coisa que não dá para dividir [...].
>
> **Pesquisadora:** Aí, você vai ter que transformar aqueles dez em dez pedacinhos.
>
> **Alexandre:** Mas isso confunde um pouco as ideias dos alunos.
>
> **Veriani:** Na verdade, confunde por quê? Porque ele não tem essa noção de um que números inteiros são dez décimos e um décimo é dez centésimos. Essas transformações é que, até hoje, a gente sofre, mas quando entende vai embora. E por que não se tem? Porque não se trabalha.
>
> **Junior:** Se você colocar dez vírgula um e dez vírgula zero oito para ele dizer qual é maior, ele vai dizer que dez vírgula zero oito é maior que dez vírgula um. São coisas assim, que se você trabalhar dedicando um pouco mais de tempo, e trabalhar o valor posicional, você ganha lá na frente.
>
> **Alexandre:** Com certeza.

> **Junior:** Porque o aluno vai saber o que é décimo, o que é centésimo, o que é milésimo e o porquê eu faço a transformação.

Shulman (1986) considera que o conhecimento pedagógico do conteúdo inclui a “percepção do que faz a aprendizagem de assuntos específicos tornarem fácil ou difícil” (p. 12), assim como os conhecimentos que os alunos de diferentes idades trazem com eles para a aprendizagem de tópicos frequentemente ensinados. A professora Veriani relatou:

> [...] na verdade, o professor não consegue atingir porque tem a diversidade da sala de aula [...]. Então, essas diferenças faz com que o conteúdo fique para trás, por mais que eu falei, que eu revisei, por mais que eu repeti, por mais que eu mostrei aquele quadro valor de lugar mil e uma vez... Mesmo assim tinha criança que não entendia [...] (E5).

Nesse sentido, Shulman (1986) destaca que, geralmente, o erro cometido pelo aluno está relacionado a concepções errôneas, assim, cabe ao professor o conhecimento de estratégias que possam reorganizar o entendimento do aluno, pois, “é muito improvável que esses aprendizes não tenham conhecimentos prévios” (SHULMAN, 1986, p. 12). Nos excertos a seguir, podemos notar esse tipo de conhecimento.

> **Solange:** Eu falei para a Cristiane, no dia que a gente estava preparando, que eles não iriam entender o que era agrupar. Primeira coisa, eles não vão entender, o primeiro pensamento que a gente introduziu foi falar assim para eles: imaginam que a gente tem quatro balas, dá para dividir para quantas pessoas em partes iguais, aí, eles entendem né, risos... [...] Aí, nós pegamos os canudinhos, porque daí eles já sabiam, já tinham acabado de lembrar o que era agrupamento e, aí, eles conseguiram visualizar. [...] Porque assim, como eu estava falando, o aluno é complicado, como a gente sabe o aluno tem que ter os conhecimentos pré-estabelecidos, os conhecimentos prévios e o que acontece, os alunos têm esses conhecimentos, mas eles não lembram. Então você tem que o fazer despertar, relembrar, quais são os conhecimentos que ele tem para fazer essa atividade que foi o que a gente teve que fazer no inicio, porque se a gente não lembrasse não iria sair do agrupamento [...] (E5).

> **João:** [...] por causa da questão de índice, eles vão passando, eles chegam na outra série com aquela defasagem muito grande, então, não dá para você falar não, não ensinaram ele, é seu aluno e você tem que ensinar, tem que tirar dúvida, [...] é até uma questão de você se avaliar enquanto profissional [...], mas a questão do conhecimento fica até comprometido, né, tem uma insegurança até de impotência com seu trabalho, com aquela turma (E1).

O conhecimento que os professores possuem sobre o conteúdo que devem ensinar nem sempre é equivalente ao que os alunos aprenderão. O professor não deve ter apenas conhecimento da matemática, mas também sobre a matemática, abrangendo a compreensão dos processos de aprendizagem do aluno, pois as proposições de boas situações de aprendizagem necessitam do conhecimento que o professor tem do conteúdo a ser ensinado (PIRES *apud* CURI, 2005).

Nas falas apresentadas, notamos a presença do conhecimento curricular, uma vez que, conforme defendido por Shulman (1986, p.13), o conhecimento do currículo vertical “realça a habilidade do professor em relacionar o conteúdo de um dado curso ou lição aos tópicos ou questões que estejam sidos discutidos simultaneamente em outras aulas”.

Nesse sentido, destacamos a fala do professor Junior, em que identificamos a relação do conhecimento curricular e pedagógico do conteúdo.

> Para começar a falar, introduzir a transformação de unidade em décimos, eu cheguei a mostrar, para eles, fazendo comparativo de um metro [...]. Sempre me referindo ao metro, então, a minha unidade é o metro e um milímetro vai ser a milésima parte, eu cheguei a desenhar e a mostrar isso para eles (E5).

Nesta categoria no que tange ao conhecimento conceitual, percebemos, de modo geral, que os professores possuem uma compreensão errônea do que é um número decimal. Assim, ao olharmos os conhecimentos dos professores sobre números decimais, encontramos problemas relativos à definição de números decimais, à representação decimal e ao número decimal, bem como à leitura e à escrita desses números. Entendemos que, como defendido por Shulman e seus colaboradores (1986, 1987, 1989), os conhecimentos específicos do conteúdo, nesse caso, os números decimais, recaem sobre os conhecimentos pedagógico e curricular desses professores, conforme mostrado anteriormente.

4.1.2 - Conhecimento das Operações com Números Decimais.

Um aspecto importante a ser ressaltado no que concerne às operações envolvendo números decimais é as falsas generalizações de propriedades dos números naturais para os números decimais, principalmente quando realizamos operações de multiplicação e divisão. A forma mecanizada que, em geral, é trabalhada nas escolas, não oferece aos alunos a oportunidade de compreender o que fazem (ZUNINO, 1995). Para Brousseau (1980, p.27)

> [...] o uso de um algoritmo está, em relação à atividade mental, como a parte visível de um iceberg. [...] De uma certa maneira, aprender separadamente os algoritmos de cálculo e as condições de emprego deles é uma atividade

> comparável àquela que consiste em aprender as citações e o lugar onde as colocar. Ela é concebível em literatura acadêmica, mas não permite aprender uma língua.

Nesse sentido, observamos que o conhecimento dos professores investigados em relação às operações com decimais refere-se unicamente às técnicas algorítmicas, ou seja, sabem fazer, mas não conseguem explicar o porquê acontece dessa maneira.

Shulman (1986) salienta que o domínio do conteúdo não consiste apenas em compreender o porquê algo funciona assim, mas o porquê é assim, e em quais fundamentos isso é garantido e afirmado. Acreditamos que a compreensão das operações com números decimais está diretamente relacionada com a maneira que o professor ensina os seus alunos, como mostra o diálogo.

> **Veriani**: Na multiplicação de decimal, tem número que dá inteiro, tem número que não dá, e daí? Por que tem multiplicação que dá menor, multiplicação não é... Até isso eu não conseguia explicar para os meus alunos, na verdade, o que faz a multiplicação é aumentar, não é? Se eu multiplico, aumenta. Mas tem alguns decimais que multiplica não dá, ele diminui, e aí como é que você explica isso?
>
> **Pesquisadora:** Sempre tem aquele aluno que pergunta, mas professora sempre aumentou, por que diminuiu?
>
> **Veriani**: Até as dúvidas dos meus alunos, eu nunca soube explicar por que o valor abaixa. Por que abaixa, você sabe me explicar?

No modelo proposto por Shulman (1987), o conhecimento pedagógico do conteúdo "inclui uma compreensão sobre o que significa ensinar um tópico particular, assim como o conhecimento sobre os princípios e técnicas requeridas para fazê-lo" (WILSON, SHULMAN & RICHERT, 1987, p. 118).

Outro ponto de destaque em relação ao conhecimento das operações com decimais foi durante a realização do primeiro encontro.

> **Veriani**: Um décimo dividido por um centésimo tem que transformar um décimo, porque um centésimo é menor que um décimo, mas só pode dividir quando ele for mais...
>
> **Pesquisadora**: Você está tentando igualar?
>
> **Veriani:** Na verdade, é, assim, dez dividido por cem, eu tenho que transformar isso aqui para centésimo, daí você... Não vai dar inteiro e, aqui, você não tem mais essa vírgula, você tem décimo? Tem, então, aqui, tem um e esse zero por que vai colocar ele aqui?

> **Pesquisadora**: Mas eu posso pensar o que é dividir.
>
> **Veriani**: Porque se fosse dez dividido por um você pega dez, dez dividido por um dá dez, aí é uma coisa lógica.
>
> **Solange:** [...] para que eu possa fazer a divisão, primeiramente, eu pensei, [...] isso aqui não é a mesma coisa que um sobre dez, mas qual que é a potência desse dez, é um sobre dez elevado a um, [...] o outro não é um centésimo, escrevendo em potência de dez é um sobre dez elevado ao quadrado, certo? Aí, eu transformei isso aí em fração equivalente, [...] daí, eu multipliquei por dez e aí ficou um sobre dez ou um sobre dez elevado ao quadrado. Ok?
>
> **João:** Eu não coloquei na base dez, eu fiz normalmente como eu trabalho, igualando as casas, igualando as casas e fazendo a divisão normal. Transformo em um número natural e faz a divisão.

Os estudos de Ribeiro (2009) coadunam-se com nossos resultados obtidos. Para ele, “as operações com números fracionários, em particular decimais, por não serem tão intuitivas como as que envolvem números naturais (inteiros), são, por vezes, encaradas pelos professores como apenas um conjunto de regras [...]” (RIBEIRO, 2009, p. 12). Encontramos essa afirmação na fala de Veriani ao explicar como, usualmente, ensina operações com decimais: “Mas aí o que gente explica quando vai dividir, qual é a primeira coisa que a gente vai fazer na divisão de decimais, iguala as casas, segunda coisa, corta a vírgula, terceira coisa, zero a esquerda não tem valor”.

Nesse sentido, Pérez (1997) observa, em primeiro lugar, que o quociente dos números decimais não é sempre um número decimal, portanto, o conjunto dos números decimais não é fechado para a divisão. Por exemplo, ½ : ¾ = 2/3, ½ e ¾ são números decimais, porém 2/3 não é um número decimal, visto que não existe nenhum número decimal que multiplicado ¾ resulte em ½.

Na escrita decimal, o número 0,5 : 0,75 não é um número decimal. Em segundo lugar, vemos que o modelo de divisão válido para os números naturais tampouco se pode estender para os números decimais. Nesse aspecto, Fiorentini *et al*. (1998, p. 316) enfatizam que o conhecimento do conteúdo da matéria

> Não deve ser apenas sintático (regras e processos) do conteúdo, mas, sobretudo, substantivo e epistemológico (relativo à natureza e aos significados dos conhecimentos, ao desenvolvimento histórico das ideias, ao que é secundário, aos diferentes modos de organizar os conceitos e princípios básicos da disciplina, e às concepções e crenças que os sustentam e legitimam).

As dificuldades apresentadas pelos professores em relação às operações com decimais confirmam também a dificuldade de ensinar essas operações, da mesma forma que planejar utilizando um material manipulável, evidenciando a imbricação dos aspectos indicados por Shulman (1986).

Durante a elaboração do planejamento, percebemos dificuldades por parte dos professores em compreender as operações por meio do material, como também tornar esse conhecimento compreensível ao aluno com o uso de material. Cabe ressalvar que o material foi escolhido e elaborado pelos professores.

> **Alexandre:** Como que eu faria a multiplicação usando canudinho, fala aí.
>
> **Junior:** A multiplicação usando canudinho, você vai aumentar a quantidade de canudinho.
>
> **Veriani:** Por um número inteiro, né? Porque fração com fração é mais difícil.
>
> **Alexandre:** Eu falo assim, um meio vezes um quarto.
>
> **Veriani:** No desenho, eu consigo representar, mas, no canudo, eu não consigo enxergar. Na verdade, um meio vezes um quarto, você tem quatro partes divide no meio um quarto, dá um oitavo, né, mas, e no canudo?

De acordo com Esteves (2009, p. 101): *"*O modo como os professores planejam suas aulas, a seleção das atividades a serem trabalhadas, suas opções metodológicas e as respostas dadas aos alunos evidenciam o conhecimento pedagógico do conteúdo que eles possuem". Para Salles (2005), por sua vez, esse tipo de conhecimento inclui as representações mais úteis sobre os tópicos ensinados de uma área específica, as analogias mais significantes, ilustrações, exemplos, demonstrações, etc. Também deve contemplar a compreensão do que torna mais fácil ou mais difícil a aprendizagem de determinado tópico.

> **Junior -** Quando você chegar e falar para ele: quatro de dez e dois de cinco é a mesma coisa, ele olha para sua cara e vai dizer, ah é, [risos]. Aí qual recurso você vai usar para mostrar que é a mesma coisa? Você faz a divisão.
>
> **Veriani -** Mas eu não sei representar isso (divisão) aí, aqui, nos canudinhos.

Ribeiro (2009) assevera que o desconhecimento está relacionado ao conhecimento matemático para o ensino, “pois o fato de os professores não conhecerem, e não saberem explicar, os passos intermédios do algoritmo da multiplicação, faz com que lhes seja impossível explicá-los aos seus alunos de modo a que estes o compreendam” (RIBEIRO, 2009, p. 21). O pesquisador pondera que, com isso, dificulta-se a oportunidade de se elaborar situações que permita entender esse tipo de operação.

O autor afirma que “os professores devem possuir de modo a estarem capacitados a fornecer aos seus alunos todas as justificações plausíveis sobre a forma, motivos e propriedades da multiplicação de números decimais, sejam estes maiores, menores ou iguais à unidade” (RIBEIRO, 2009, p.15).

Resultados semelhantes aos de Ribeiro (2009) também foram encontrados por Esteves (2009) em seu estudo sobre os conhecimentos específicos dos professores que ensinam Matemática. A autora registra que: “As afirmações dos professores revelam que eles possuem apenas o conhecimento de técnicas algorítmicas e regras para operar com decimais, isto é, sabem fazer, mas não sabem justificar por que fazem dessa maneira" (ESTEVES, 2009, p. 97). Isto pode ser comprovado pela fala da professora Cristiane ao relatar:

> Eu estava resolvendo e, no final da questão, ficou assim: cinco dividido por zero vírgula dois igual a vinte cinco. Por que cinco que é um número menor que vinte e cinco, zero vírgula dois que é menor que vinte e cinco e o resultado dá vinte e cinco? Então, eu me deparei com isso e fiquei pensando. Como eu vou explicar? E eu não soube explicar, aí eu transformei o zero vírgula dois em fração, conservei a primeira fração e multipliquei pelo inverso da segunda [risos], mas assim essa angustia deles eu não... (E1).

Nesse sentido, os PCN (1998) alertam para a importância da compreensão das regularidades das multiplicações de números racionais na forma decimal por 10, 100, 1.000,..., pois, segundo as suas orientações, o domínio desse conhecimento é importante para dar sentido aos procedimentos de cálculo com esses números. Além disso, chama atenção para as possíveis dificuldades que possa surgir quando operamos com os racionais, na forma decimal, sendo uma explicação a essas dificuldades o fato de que a aprendizagem desse conjunto supõe rupturas com ideias construídas para o conjunto dos naturais. Por exemplo, “ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por ½ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10”. (PCN, 1998, p.101)

Nos fragmentos anteriores, identificamos dificuldades nas operações com números decimais. Percebemos também que a falha do conhecimento específico influencia nos conhecimentos pedagógico e curricular em relação às operações com decimais. Para Shulman (1986, 1987), o conjunto de conhecimentos indispensáveis ao professor compreende o conhecimento de princípios e técnicas de ensino e aprendizagem, englobando o conhecimento sobre os alunos e as formas de tornar o conteúdo compreensível aos alunos (WILSON, SHULMAN e RICHERT, 1987).

4.1.3 - Conhecimento das Relações entre a Representação Fracionária e Decimal do Número Racional.

Observamos que o ensino das representações fracionária e decimal dos números racionais é realizado pelos professores, separadamente, dando-se mais ênfase ao trabalho com a representação fracionária do número racional, como já foi observado nas falas dos tópicos anteriores.

Assim, analisaremos, neste tópico, os dados referentes aos aspectos de conhecimentos de Shulman (1986) em relação às representações do número racional.

Uma ponderaçãoo feita pela professora Veriani, relacionada a essa categoria que acreditamos evidenciar os aspectos do conhecimento especifico e pedagógico do conteúdo de decimais, é a dificuldade apresentada pela professora para explicar que um mesmo número pode ter diferentes representações, como podemos examinar a seguir.

> [...] qual seria a verdadeira função trabalhar frações com decimais para eles entenderem isso, mas isso é muito difícil de ser trabalhado, primeiro por que o professor não consegue mostra isso o tempo todo, ele trabalha fração e depois trabalha decimal, ele não faz essa associação (E1).

Durante a elaboração do planejamento, surgiram algumas dificuldades. A primeira delas apresentada pelo grupo, já mencionada no capítulo anterior, foi em relação a que tipo de atividade seria adequado para introduzir-se o ensino de números decimais no sexto ano do Ensino Fundamental, conforme demonstra Alexandre:

> [...] uma das minhas grandes dúvidas assim é como começar um trabalho no sexto ano, então, a gente poderia, às vezes, iniciar por isso aí, como que eu posso estar introduzindo, como que eu posso estar trabalhando decimal com uma turma de sexto ano é... [...] Porque, assim, não é o primeiro contato que eles vão ter com números decimais, porque se eu não me engano tem do pré

> até o quinto ano [...] Como que eu vou começar isso aqui sabendo que ele já deve ter visto? (E4)

A partir do próximo parágrafo, apresentaremos algumas falas em que identificamos a presença do conhecimento curricular vertical em relação às representações dos números racionais.

Para o grupo não caberia tratar somente os números decimais, haveria a necessidade de mencionar as frações e mostrar a relação existente entre eles, a partir daqui notamos a. A professora Veriani disse: *"agora nós estamos trabalhando só com decimais, assim, como nós poderíamos trabalhar esses decimais sem antes trabalhar com as frações?"*.

O professor Alexandre refletiu: *"Se parar pra pensar na história da matemática... primeiro os fracionários e depois os decimais, então um partiu do outro".* Outra fala que confirma essa preocupação foi apresentada pela professora Cristiane durante as discussões das questões, quando disse: *"a maior dificuldade é essa passagem dos números fracionários para os números decimais..."*. Veriani ainda afirmou:, *"tem que partir da fração para o decimal".*

Embora os professores não apontassem a sequência trazida pelo livro didático, conforme observado no capítulo II, como justificativa para iniciar o ensino de decimais partindo das frações, acreditamos que essa questão não pode ser desconsiderada, pois segundo Marchesi (2001, p. 90);

> O livro didático também é importante para esta discussão [seqüência de ensino dos racionais]. Muitos profissionais utilizam-no de uma forma acrítica, obedecendo sua seqüência de conteúdos programáticos como se fosse prescrição médica. Como a grande maioria dos livros opta pela seqüência descrita anteriormente [inicialmente, as frações ordinárias, depois, as frações decimais e porcentagem; por fim, os números decimais], a abordagem tradicional dos números racionais aparece como a mais natural, sem contestação.

Essa preocupação foi apresentada apenas pelo professor Junior durante o primeiro encontro, quando discutíamos a dificuldade que os alunos têm para relacionar as duas representações: *"Uma coisa que eu acho que complica ainda mais é que... a gente percebe que, no livro didático, a maneira que a coisa é apresentada [...] você trabalha com ele primeiro a parte fracionária e depois a forma decimal [...] você não trabalha o número racional como um todo [...]".*

Neste particular, concordamos com Bittar e Freitas (2005, p 176) quando definem que “os números decimais são, portanto, muito mais ’naturais’ para os alunos do que as frações, apesar de serem, usualmente, trabalhados nas escolas após o estudo de fração”. Os PCNs (1998, p. 103) corroboram quando orientam que: “Ao abordar os racionais pelo seu reconhecimento no contexto diário, deve-se observar que eles aparecem muito mais na forma decimal do que na forma fracionária”.

Após algumas considerações, o grupo decidiu elaborar atividades que partissem dos fracionários para chegar à representação decimal, pois, para o professor Junior, “*uma coisa que a gente tem procurado combater, que é, agora, a gente vai trabalhar fração, agora a gente vai trabalhar decimal, não é? Fica aquela coisa compartimental e o aluno não consegue fazer relação. Lá na frente isso acaba trazendo algumas complicações para ele”.*

Nessas falas percebemos que embora os professores não demonstrem um bom domínio conceitual do conteúdo em questão, identificamos conhecimento curricular do conteúdo, pois apresentam entendimento sobre a ordem de apresentação dos tópicos deste conteúdo.

A princípio, as atividades estavam sendo elaboradas individualmente para, depois, serem compartilhadas, e tornarem-se apenas uma sequência. Após alguns questionamentos, o grupo resolveu pensar junto as atividades e socializar suas dificuldades como a apresentada por Veriani “não consigo pensar no decimal, só na fração”. A dificuldade de representar os números decimais no material foi observada em vários momentos durante a elaboração das atividades.

> **Alexandre:** Por exemplo, você também pode pegar assim, pode trabalhar com grupos, fica fácil, você pega eles, faz uns grupos assim, vamos supor que... Pega oito, pronto, isso aqui é um oitavo.
>
> **Junior:** É a questão do agrupamento, você pega, cada um representa um oitavo [...].
>
> **Veriani:** Isso o fracionário, mas e o decimal? No material, a gente não enxerga o número decimal, né?

Em face destas considerações, eles decidiram elaborar uma sequência de atividade que, por meio das frações equivalentes, os alunos poderiam entender que a representação decimal dessas frações representa o mesmo valor. Conforme evidencia diálogo

> **Veriani:** Na verdade, nós temos que partir para fração mesmo porque depois... Como que nós vamos chegar no decimal.
>
> **Junior:** No decimal como é que eu pensei, até para você mostrar para ele o porquê o decimal é muito mais usado do que a própria fração, porque ali eu tenho para o quatro e para cinco, eu tenho duas frações para representar, e, na hora que eu for representar no decimal, só tem uma forma de representar. [...] eu tenho que lançar mão do quadro valor de lugar para mostrar para ele essa representação [...].
>
> **Alexandre:** E então, tem que fazer lá, no quadro valor de lugar.
>
> **Junior:** Sim, e quantas partes desse meu inteiro eu estou pegando? Eu estou pegando quatro, então, é zero vírgula quatro. Aqui, você já introduz o conceito de equivalência. Seria bom mostrar as diferentes formas de agrupar as partes, porque daí vai surgir às frações equivalentes.

Nessas falas transcritas, identificamos os três aspectos mencionados por Shulman (1986), para quem o conhecimento específico do conteúdo envolve a relação de diferentes tópicos dentro da mesma disciplina, assim como o conhecimento curricular vertical. Notamos que as diferentes formas de representar um mesmo conteúdo por meio dos materiais mostra o conhecimento pedagógico e curricular sobre números decimais.

Entretanto, identificamos muitas falhas desses conhecimentos em relação às representações do número racional. Durante a elaboração do planejamento, muitas dúvidas surgiram sobre como fazer os alunos visualizarem as duas representações por meio do material.

> **Alexandre -** Esses questionamentos aí são para saber o que fazer na hora, por que a gente colocar passo a passo aqui, e quando chegar na hora, e aí? E essa parte aqui como é que eu vou fazer?
>
> **Veriani -** Eu entendi a preocupação do Alexandre, por quê? Porque os alunos têm a mesma dificuldade da gente de enxergar [...].
>
> **Junior -** O aluno vai ter [...].

Essas inquietações apresentadas pelos professores revelam falta de conhecimento pedagógico do conteúdo, o qual segundo (GOMES, s/d, p.1), está relacionado à dimensão do conhecimento de conteúdos para o ensino, "englobando a compreensão das diferentes formas de apresentar determinado conteúdo. Assim como o entendimento daquilo que provoca mais ou menos dificuldades na aprendizagem de determinados conteúdos". Podemos observar pelas falas apresentadas a seguir a ausência desse conhecimento:

> **Junior:** Esse dez como que eu posso agrupar ele? [...] Bom, eu posso dividir dez por... um [...]. Outra maneira que eu posso dividir, dez por dois, se eu dividir por dois, o que eu tenho, cinco grupos, cada grupo com duas partes eu posso pegar quatro? Posso pegar dois grupos
>
> **Veriani:** Ficou quanto?
>
> **Junior:** Ficou dois de cinco, entendeu?
>
> **Alexandre:** Sim, ficou dois quintos, que é a mesma representação que é quatro décimos. Tá, mas como que eu vou falar isso lá? É esse o problema.
>
> **Junior:** Dessa forma que eu te mostrei aqui.
>
> **Alexandre:** Representa aí, deixa eu ver se eu entendi, representa os quatro décimos aí, agora, esquece isso aí, e muda de assunto, eu estou mudando de assunto na verdade.
>
> [risos].

De fato, os alunos apresentaram dificuldades em relacionar as duas representações e até mesmo reconhecer as frações equivalentes, isso foi observado por todo o grupo durante os relatos no quinto encontro. Solange referiu "*no fim, nós não conseguimos finalizar essa passagem das frações equivalentes para decimais, nós chegamos até frações equivalentes, o final nós não conseguimos fazer*".

Cristiane revelou que os seus alunos não identificaram frações equivalentes como mesma quantidade "*[...] quando foi para representar de cinco em cinco para representar um quinto e dois décimos, eu perguntava você tem a mesma quantidade? Eles diziam que não, pois eram diferentes, eu ficava...*". João completa: "*não consegue, não tem jeito*".

Por sua vez, os alunos de Junior *"conseguiram escrever todas as frações, conseguiram escrever as equivalência, mas sem usar os canudinhos"*. Os alunos de Veriani também mostraram dificuldades. Durante o seu relato, a professora mostrou as atividades desenvolvidas pelos alunos *"você pode até ver que eles foram fazendo a fração, aí quando chega aqui e pede para ver os decimais, ele fala que não dá para dividir [...], eles não conseguiram enxergar aquela transposição"*.

Atentando-se a proposta de Shulman (1986, 1987), o conhecimento das concepções prévias dos alunos é fundamental para que o professor possa ter subsídios para elaborar atividades que visem a reconstruir as concepções errôneas dos alunos. O pesquisador avalia que é necessário partir dos conhecimentos que os alunos já possuem para que o conteúdo não seja trabalhado de uma forma muito diferente de sua compreensão, de modo a promover a aprendizagem mais significativa e prazerosa. Este conhecimento foi revelado no relato de alguns professores.

> **Solange:** Na hora de reconhecer quais eram as frações equivalentes, a gente teve que pedir para eles desenharem, não só os canudinhos, mas o que eles conheciam, pega o retângulo divide em partes iguais, para ficar a mesma quantidade, para eles virem que apesar de elas serem divididas em quantidades diferentes representavam o mesmo espaço de inteiro (E5).
>
> **Junior:** Eu fiz uma introdução sobre o que eles entendiam como fração, o que eles lembravam, então, de cara, eles falaram que quando falava de fração lembravam divisão. Teve um aluno que falou de número fracionário, eu pedi para ele falar o que era número fracionário, ele falou ah, é aquele número que você escreve numerador e denominador e outro falou de porcentagem [...] (E5).

Para Shulman (1986), os conhecimentos prévios acerca de um determinado conteúdo são imprescindíveis ao professor, pois proporcionam um conhecimento sobre conteúdo, facilitando ou dificultando a aprendizagem do aluno, além de revelar concepções errôneas dos alunos por parte dos conteúdos, o que, geralmente, acontece, em consonância com o mencionado autor.

As maneiras como os professores trataram as dificuldades que eles e os alunos tiveram acerca das representações fracionária e decimal com o uso do material manipulável, assim como as opções feitas pelos professores acerca do que ensinar, a escolha das atividades para o planejamento e a maneira como desenvolveram o planejamento, tudo isso reflete as relações existentes entre os conhecimentos pedagógico, específico e curricular do conteúdo, conforme defendido por Shulman e seus colaboradores (1986, 1987, 1989).

4.1.4 - Conhecimento do material manipulável elaborado para o ensino de números decimais.

Nos tópicos anteriores, analisamos o modo como material elaborado pelo grupo ajudou ou influenciou na elaboração das atividades do planejamento, da mesma forma se colaborou na compreensão dos conceitos, nas relações entre as representações e nas operações envolvendo números decimais.

Nossa intenção ao propor o uso de um material manipulável para auxiliar as atividades vai ao encontro do relato da professora Solange:

> Mas assim, qual a vantagem de trabalhar com o material manipulável? O aluno manipula e consegue compreender, porque até então um décimo e dois décimos e qualquer coisa é a mesma coisa por que ele não entende nada [...] (E4).

Neste tópico, focaremos com mais atenção o material elaborado pelo grupo, mostrando a importância do conhecimento deste material, as principais dificuldades encontradas em sala de aula ao respeito de como trabalhar com o material manipulável, bem como as sugestões de reelaboração do planejamento apresentadas pelo grupo.

O uso de materiais manipuláveis é visto por muitos professores como facilitador na aprendizagem de conceitos matemáticos. Segundo Fiorentini (1995), os materiais podem ser considerados uma construção Empírico-Ativista. Esta tendência vê o conhecimento matemático como algo que emerge do mundo físico e é extraído pelo homem através dos sentidos.

Cabe destacar que esta concepção Empírico-Ativista surgiu, no Brasil, na década de 20, em meio ao movimento escolanovista[11], valorizando os processos de aprendizagem envolvendo o aluno em atividade e entende a manipulação ou a experimentação como condição necessária para a aprendizagem. Por isso, privilegia e desenvolve materiais manipulativos e outros que permitam os alunos não somente o contato com noções já sabidas, mas também redescobri-las (FIORENTINI, 1995).

Gimenes e Lins (2001) ressaltam que, por um lado, há muitos professores que possuem a crença de que os materiais manipulativos distraem e fazem perder tempo, e que apenas o cálculo escrito é eficaz. Por outro lado, há professores que, às vezes, fazem uso de materiais manipulativos para "explicarem melhor", mas esquecem que esses materiais levam a produções de diferentes significações.

Fiorentini (1995) reflete que o papel da pesquisa neste ideário é investigar suas potencialidades e diferenças, além de desenvolver "materiais ricos que levem os alunos a aprender ludicamente e a descobrir a matemática a partir de atividades experimentais" (p. 12).

[11] Para obtenção de informações sobre esse movimento sugerimos a leitura de Miorim, Miguel e Fiorentini (1993) em "Ressonâncias e Dissonância do Movimento Pendular entre Álgebra e Geometria no Currículo Brasileiro ".

Entretanto, ao se referir aos materiais do currículo, o qual inclui também os materiais manipuláveis, Shulman (1986) questiona:

> Quantos indivíduos dos quais nós preparamos para ensinar [...] entendem bem os materiais para essa instrução, os textos alternativos, softwares, programas, materiais visuais, filmes de conceitos simples, demonstrações laboratoriais, ou 'convites para pesquisa'? Nós confiaríamos em um médico que não entendesse realmente das formas alternativas de lidar com categoriais de doenças contagiantes, e que só soubesse de uma forma? (SHULMAN, 1986, p. 13).

Nesse sentido, entendemos que o modo como o grupo de professores escolheu o material para realizar o planejamento das atividades evidenciou o conhecimento curricular que possuem.

> **Veriani:** Então, nós pensamos no trabalho com a questão dos canudinhos tanto como todo quanto parte desse todo [...]. E daí transformar para decimal, porque, no decimal, ele consegue enxergar mais claramente do que nos fracionários. Será que isso é verdade? Não tem outra forma?
>
> **Alexandre:** Outra coisa que a gente pode fazer é essa transformação. Trabalhar também essa transformação, assim, talvez usando o quadro valor de lugar e tudo mais, não sei, que é a fração para transformar para décimo. Ele já tem dificuldade em divisão normal, imagine dividir um por dois fazendo o algoritmo então, daí teria que usar esse quadro valor de lugar.
>
> **Cristiane:** Eu não sei trabalhar com o quadro valor de lugar com decimais.
>
> **Pesquisadora:** Mas você acha que, por aqui, não dá para você representar um dividido por dois?
>
> **Alexandre:** Nessa situação, aqui, dá porque tem canudinhos diferentes.
>
> **Veriani:** Na verdade, você teria que estipular, por exemplo, o rosa seria a parte inteira, o amarelo, decimal, aí você tem um rosa.
>
> **Junior:** Na verdade, você ainda está usando um quadro valor de lugar disfarçado.

Shulman (1989) assinala que o estilo de instrução do professor, as críticas que ele faz aos materiais manipuláveis, a maneira como seleciona um material a ser ensinado, enfim, a forma como organiza e desenvolve o processo de ensino de um determinado conteúdo apontam o conhecimento sobre o conteúdo específico que possui. Assim, os conhecimentos que os professores apresentaram sobre o conteúdo de números decimais, ou a falta deles, interferiram também na escolha do material.

Portanto, as escolhas realizadas pelo grupo para o uso do material no planejamento, bem como, a forma como esse material foi utilizado na sala de aula, envolveu muito mais que apenas o conhecimento curricular, pois abarcou a compreensão que os sujeitos têm sobre o conteúdo de números decimais (conhecimento específico).

Essa relação de interdependência existente entre os três tipos de conhecimento pode ser observada nos sujeitos ao relatarem, durante o quinto encontro, a dificuldade apresentada por eles em relação ao material. Lembramos que todos alegaram utilizar (alguns com frequência, outros não) materiais manipuláveis em suas aulas, conforme apresentamos no capítulo anterior. João relatou: *"[...] eu tenho certa dificuldade de trabalhar com o material concreto, eu tive que retomar um pouquinho*".

Cristiane e Solange também tiveram dificuldades "*Nós nos reunimos para manipular novamente os canudinhos para chegar lá e ter propriedade do que estávamos falando*".

De acordo com Moura (1992), tanto o uso de um material didático (jogo) como ferramenta do ensino, quanto o conteúdo, necessitam de uma intencionalidade. Ambos são partes do projeto pedagógico do professor, que, ao utilizá-lo, o professor deve ter uma ideia de como se dá o conhecimento. Tendo a concepção de que a interação é um fator de desenvolvimento e que o conhecimento evolui, assim como o ensino deve ser lúdico e o objetivo final é o conceito científico. Assim:

> Ao ensinar Matemática, fazemo-lo (ou deveríamos fazê-lo) com um objetivo determinado. Isto exige a intencionalidade por parte do educador. E a visão geral do processo de ensino requer que o dominemos, tendo em vista o sujeito que aprende (sujeito cognoscitivo) o conteúdo primeiro (conceitos já dominados pelo sujeito) e o conceito científico (aquele que se pretende sistematizar). Ao optar pelo jogo como estratégia de ensino, o professor o faz com uma intenção: propiciar a aprendizagem. E ao fazer isto tem como propósito o ensino de um conteúdo ou de uma habilidade. Dessa forma, o jogo escolhido deverá permitir o cumprimento deste objetivo. O jogo para ensinar Matemática deve cumprir o papel de auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, permitir o desenvolvimento operatório do sujeito e, mais, estar perfeitamente localizado no processo que leva a criança do conhecimento primeiro ao conhecimento elaborado (MOURA, 1992, p. 47).

Outra dificuldade explicitada pelo grupo em relação ao uso do material em sala de aula foi sobre a quantidade de alunos, de acordo com o relato de Cristiane *"Fazer esse tipo de atividade é interessante, mas a gente concluiu que o número de alunos... Nós, duas, com* *trinta e dois alunos... e éramos duas professoras, se tivesse eu sozinha, eu teria desistido [risos]".*

João completou: *"A gente parte para o ensino tradicional por conta disso, não tem como trabalhar, é inviável com um número grande de alunos"* (E5).

E Cristiane complementa

> [...] porque assim, não é assim... que eles não têm vontade, muitos ali pensava, não, não dá para pegar de... Sobram quantos? Sobra... ah! Sobram três grupos de dois, ah tá!. Então, assim o problema é o número de alunos, só isso, não é que é impossível.

Segundo os estudos de Shulman e seus colaboradores (1987, 1989), o conhecimento pedagógico do conteúdo incorpora o conhecimento específico do conteúdo e os conhecimentos pedagógicos gerais. Acreditamos que os usos de recursos didáticos são essenciais para o ensino e que, além de exigir do professor um conhecimento aprofundado dos conceitos de números decimais, requer também formas de organização, estrutura, conexão e construção de sua disciplina.

Percebemos que o pouco domínio dos conhecimentos pedagógicos dos professores levou-os a enfrentar desafios na apresentação da aula que entendiam estar planejada (pronta). Assim mesmo, antes de desenvolverem o planejamento, alguns professores alteraram-no. Veriani explicou: **"***Por que nós montamos outro? Porque só na fração, fração, decimal, decimal eles não saberiam*".

Ao serem questionados sobre essa necessidade que sentiram de reformular o planejamento, os professores justificaram que o objetivo foi atingir a realidade da classe. Outro fator foi "*por que eu trabalhei primeiro com as frações, entendeu? Para eles trabalharem no canudo com as frações que é mais simples que o decimal"* (VERIANI, E5).

Shulman, Grossman e Wilson (1989) alertam para a responsabilidade de se buscar novos conhecimentos e, consequentemente, de se preparar para expor uma aula. Segundo eles, o professor jamais terá um conjunto de conhecimentos necessários para o ensino.

Dentre as sugestões de reelaboração do planejamento, após o seu desenvolvimento, destacamos os seguintes relatos coletados no quinto encontro.

> **Solange:** Eu mudaria, aqui, no começo, pediria agrupamentos menores é claro que vai aumentar o trabalho dentro de sala de aula vai, mas eu acho que eles vão assimilar melhor, igual, pega quatro canudinhos, dois, invés de começar com dez, a gente começou com seis, né, Cristiane. [...] Quando a gente foi fazendo com seis e com oito a turma inteira foi interagindo.

> **João:** Eu gostei da ideia dela.
>
> **Junior:** Essa parte em que começa a fazer a transposição da fração para o decimal coloca mais algumas situações [...] solicitar para eles outros tipos de divisão [...], colocar alguma fração que desse uma dízima, divisão que desse uma dízima, [...]. Como o objetivo é trabalhar mais focado nos decimais, eu já faria uma segunda atividade usando o quadro valor de lugar com as operações [...].
>
> **Veriani:** Na atividade, o que eu vejo? Ela esta tranquila, mas para aquela realidade eu teria que iniciar do básico [...], Do inicio, o que é fração, o que é numerador, o que é denominador, se eu tirar um terço como é que eu tiro um terço de doze, porque eu estou tirando, o que significava esse um terço de doze. Entendeu?

Podemos notar, nas falas anteriores, neste tópico, indícios da necessidade do conhecimento específico do conteúdo para a construção do conhecimento pedagógico e curricular do conteúdo, conforme defendido por Wilson, Shulman e Richert (1987). Reiteramos que o conhecimento pedagógico e curricular do conteúdo é fundamental para que o professor consiga elaborar de maneira adequada as situações didáticas a serem trabalhadas com o uso de materiais manipuláveis para, assim, poder explorar os conceitos que pretende ensinar (Ibid, 1987).

4.2 – ALGUMAS INFERÊNCIAS NAS PRÁTICAS DOS PROFESSORES ADVINDAS DAS DISCUSSÕES DESENVOLVIDAS DURANTE A REALIZAÇÃO DOS ENCONTROS.

Após termos discutido, nos tópicos anteriores, por meio de uma análise, o conhecimento específico do conteúdo, pedagógico do conteúdo e curricular que os professores participantes dessa pesquisa possuem sobre os números decimais, ou a falta deles, resta-nos, analisar possíveis inferências nas práticas dos professores advindas dessas discussões e ações desenvolvidas durante a realização dos encontros.

Embora o tempo de duração dos encontros tenha sido relativamente pequeno, foi notória a importância das reflexões em grupo, todos consideraram importantes as discussões como demonstra a fala da professora Veriani (E5)

> Essa discussão que nós estamos fazendo aqui não chega lá para os professores, essa divisão de décimos e centésimos, a gente tem agora, por que quando a gente sai do curso, a gente tem que estudar, agora, a massa mesmo (..)..

Alexandre também mostrou-se satisfeito.

> Eu acredito que só o fato da gente parar para discutir como ensinar números decimais [...], só isso aí contribuiu muito para o meu aprendizado, fazer essa discussão, como também a discussão sobre o preparo do material. (E6)

O entrosamento entre os participantes do grupo foi além do esperado e consolidou-se por um ambiente agradável de discussão e aprendizado. Nesse sentido, Bolzan (2002) destaca a importância do trabalho em grupo em relação ao conhecimento que:

> É gerado e co-construído coletivamente e produzido na interatividade entre duas ou mais pessoas que dele participam, constituindo-se o núcleo da atividade. Assim, as tarefas conjuntas provocam uma necessidade de confrontar pontos de vista divergente, acerca da mesma atividade, o que possibilita a descentralização cognitiva e se traduz no conflito sociocognitivo que mobiliza as estruturas intelectuais existentes e obriga os sujeitos a reestruturá-las, dando lugar ao progresso intelectual. (BOLZAN, 2002, p.53)

Durante os primeiros encontros, foi possível notar que o grupo possuía algumas lacunas em relação ao conhecimento especifico do nosso objeto de estudo, apresentando certa resistência em aceitar a definição apresentada como sendo a definição de números decimais, conforme mostramos nos tópicos anteriores deste capítulo. Entretanto, verificamos que muitas destas dificuldades em relação ao conhecimento específico do conteúdo foram sendo superadas ao longo de nossas discussões, como evidencia o extrato de algumas falas das transcrições do último encontro.

> **Alexandre:** Eu acredito que um número decimal, até como está falando, está relacionado com dez [...]. Toda fração decimal, de potência de dez ou os que formam o dez que são os dois e o cinco poderia ser considerado um número decimal, e os próprios números naturais seriam números decimais e os finitos que não seriam dízimas periódicas, mas formados por vírgulas, porque tem aquela ideia de uma unidade, um décimo.
>
> **João:** Eu não sei definir assim, a mente da gente começa a viajar. Começa a enxergar os números como conjunto de pares de números tipo, 3 dividido por 4 é 0,75. Mas usar uma palavra clara da língua portuguesa foge.
>
> **Cristiane**: Os números decimais pertencem ao conjunto dos números racionais e as dízimas periódicas pode ser escrito como uma fração e o denominador tem que ser múltiplo de três, foi o que eu descobri, eu nunca havia prestado atenção [...].
>
> **Veriani**: [...] o número decimal é aquele número que tem parte inteira e parte... É um número que tem base dez. Por exemplo, a dízima periódica você não tem como escrever na base dez, então, ela é uma representação decimal.

Garcia (2006) analisa que o trabalho realizado em grupo propicia discussões levando os sujeitos integrantes à reflexão. Assim, a contribuição advinda da reflexão em grupo pode propiciar descobertas, como relatou Alexandre:

> Teve o primeiro dia que foi até uma descoberta para mim porque, até então, ainda não havia discutido, tinha uma atividade que falava sobre a definição de números decimais [...]. Aquilo já serviu para mim, abrir minha visão em relação a isso aí, o que é um número decimal. [...] Essa descoberta para mim foi recente. Eu nunca tinha parado para pensar.

As discussões levaram Cristiane a descobertas e a olhar com mais profundidade os conteúdos que ensina em sua classe: "*dando aula para o nono ano, fazendo esse estudo, eu disse 'ai meu Deus'. Agora que eu fui ver que tem que ser múltiplo de três e mesma coisa é o numero decimal, o denominador tem que ser potência de dez. [...]"(E5).*

De acordo com Serrazina (1998), os professores também aprendem através da reflexão sobre a sua própria experiência, por meio delas é possível examinar os pressupostos que fazem sentido nas suas ações.

Outro aspecto a destacar é que muita das descobertas deu-se por parte dos professores ainda em início de carreira. Vários foram os momentos em que eles relataram seu entusiasmo. Compete ressalvar que não tivemos a intenção de ensinar os professores a lecionar sobre este conteúdo, até porque alguns já lecionavam há muitos anos, mas de levá-los a refletir sobre suas práticas e seus conhecimentos.

Notamos, além disso, que tais reflexões tornaram possível desenvolver outro olhar em relação à aprendizagem do aluno. O professor João confirmou isso, quando disse:

> Eu nunca tinha pensado nos decimais assim, com tanta riqueza nos detalhes, em buscar... Porque antes eu pegava aquela parte metodológica ali e... Depois você começa a perceber que tinha mais para procurar sobre aquilo ali. Eu achei bacana por conta disso, e ajudou a buscar um pouco mais... [...]. Buscar como o aluno está enxergando, entendendo, e como você vai atingir ele..

Com base nesse relato, acreditamos ser importante o professor investigar os seus próprios alunos, pois, por meio dessa análise, ele estará refletindo sobre sua própria prática. Para Piatti (s/d) é significante valorizar os saberes construídos pelos professores na sua prática, priorizando a sua experiência e convidando-os a contribuir com ideias para a sua própria formação, pois:

> Os saberes são acumulados pelos professores e não se transformam em conhecimentos que podem ser construídos e reconstruídos coletivamente, transformando-se em saberes provindos da reflexão de um professor que pensa sobre o que faz e como faz, tentando, por meio dessa reflexão, buscar diferentes estratégias para melhorar a sua formação, tendo como resultado a melhoria da prática e aprendizagem dos alunos (PIATTI, s/d, p. 4).

Nesse sentido, Bolzan (2002) afirma que a reflexão sobre a prática ganha sentido quando realizada de forma compartilhada, visto que a reflexão coletiva permite compreender o processo de construção do conhecimento pedagógico e a maneira que este processo constitui-se no contexto escolar. Saraiva e Ponte (2003) corroboram ao afirmar que a reflexão envolve "a crítica sobre como estamos a perceber, pensar, julgar e agir, bem como sobre as razões do porquê de termos feito o que fizemos" (p. 7). Neste particular, a professora Cristiane, afirmou que:

> Com certeza, me ajudou muito esses encontros, me fez mudar um pouco a prática, porque a gente trabalha tanto que chega uma hora que você liga o piloto automático, e você vai dando aula, dando aula e o risco de você trabalhar muitas aulas dá isso. Então, com os encontros me forçou a abordar de uma maneira diferente de aplicar as atividades de manipular, eles gostam do material [...] E eu gosto de trabalhar essas dinâmicas, acrescentou muito [...]. (E6).

Identificamos indícios de mudanças nas práticas dos professores advindas das discussões em grupo, possibilitando que alguns professores alterassem o modo como acostumavam trabalhar em suas salas, como comentou Cristiane: "*eu pensei no ano que vem invés de eu começar com números naturais e operações, começar por fração e decimal, por que foi trabalhado no quinto ano, então, no início do semestre, eles ainda voltam com aquela ideia*". O professor Alexandre também retirou das discussões a importância do uso de materiais manipuláveis, mostrando-se interessado em integrá-los em sua prática.

> Nessas nossas discussões, eu estou percebendo agora assim, eu nunca parei para pensar, mas para conseguir desenvolver o trabalho com números decimais e a passagem da fração para os números decimais e tudo mais, é muito importante, no sexto ano, o professor se fixar nesse quadro valor de lugar. [...]. Se os meninos conseguirem aprender, visualizar, utilizando o quadro valor de lugar [...] daí, decimal é moleza, passa fração para decimal é moleza, divisão é moleza (E5).

Nota-se que o trabalho coletivo tem acrescido o conhecimento que os professores têm dos seus alunos, favorecendo a reflexão sobre as suas práticas e contribuído tanto para a motivação e a aprendizagem de seus alunos, como também para o desenvolvimento profissional do professor. De acordo com Saraiva e Ponte (2003), o desenvolvimento profissional sempre envolve aprendizagem e, consequentemente, alguma mudança.

As discussões também levaram os professores a refletir sobre a importância tanto do conhecimento pedagógico como do conhecimento matemático, das dificuldades dos alunos, das concepções prévias e de formas de abordar um conteúdo, como reflete Alexandre:

> [...] uma coisa que eu percebo, quando aplico algumas atividades assim, diferenciadas, como essa aqui, é necessário fazer uma introdução, é porque, muitas vezes, o aluno nem sabe o que é número decimal. E como seria feito essa introdução? (E4).

Assim, após elaborarem e desenvolverem o planejamento, relatou que:

> Com certeza, essa atividade, eu acredito que ela está sendo melhor que as muitas atividades de outros cursos que eu já participei, porque tem um começo, um meio e um fim, porque tem atividade que a gente aplica que não tem um começo (Alexandre E5).

Outro ponto de reflexão foi em relação à necessidade de ambientes que viabilizem discussões entre professores, principalmente na elaboração de planejamentos.

> **João:** Você não consegue, tem escolas que eu trabalhei que você chega para planejar e o supervisor senta do seu lado, você chegou para planejar agora, ele quer saber como você está trabalhando... Quando você vê já passou uma hora quase duas horas, aí você vai pra casa, aí que você vai fazer, em casa.
>
> **Veriani:** Essa troca é muito importante, e quando a gente pensa uma coisa sozinho está excelente, e quando dá para outra pessoa analisar, puxa, mas pode mudar aqui. Por que pode mudar aqui? Então, essa discussão é válida e os professores, infelizmente, alguns não conseguem fazer isso [...], e nessa escola não tem ambiente, é muito barulho todo tempo, o tempo todo, os professores ficam sentados esperando e fazem planejamento em casa, e como é que em casa eles vão se reunir?
>
> **Solange**: [...] está aí, é outra coisa, e o que acontece, é... porque muitas vezes o professor não trabalha com o material diferenciado, porque o professor tem pouco tempo de planejamento, e no tempo que ele tem de planejamento, ele tem várias coisas para ele fazer.
>
> **Alexandre**: [...] com relação ao planejamento, como a professora falou, o que tinha que ser para te ajudar, para te auxiliar, na verdade, é você, sozinho, e isso aí que me deixa desanimado com relação à educação porque é você que tem que se virar.
>
> **Cristiane**: Professor é solitário.

Piatti (s/d) pondera que a escola não deve ser apenas um espaço de trabalho, é muito importante dar-lhe um caráter de autonomia para que ocorra a aprendizagem dos professores. Um espaço em que se ensina e aprende simultaneamente, onde se pensa coletivamente nos problemas, buscando soluções para melhorar o ambiente escolar e atender com qualidade a comunidade educativa. "Valorizar os saberes dos professores, construídos na prática, é um aspecto a ser priorizado, levando em conta a sua experiência, convidando-os a contribuir com ideias para sua própria formação" (PIATTI, s/d, p. 4).

Em face destas ponderações, a formação inicial parece-nos insuficiente para atuação do professor, fazendo necessária a formação continuada de professores, tanto como possibilidade para compreender melhor a prática, como para uma melhor atuação frente aos desafios que ela impõe.

Com base nisso, o professor Junior manifestou-se:

> E como é difícil mexer na formação da universidade, a gente tem que dá um foco muito grande na formação continuada, mas aí você esbarra nessa rotina louca do professor, essas formações são em horários de planejamento, mas as escolas não reconhecem isso [...]. A gestão não percebe que se ele está em formação, ele não tem tempo para outras coisas. (E5)

Desse modo, faz-se necessário rever o papel da formação continuada, posto que, conforme defendido por Esteves (2009), esses cursos contribuem para os professores aprofundarem e ampliarem os seus conhecimentos. Sem essas formações, eles, geralmente, buscam, em suas experiências como alunos, os alicerces para o ensino, conforme observado na investigação realizada pela pesquisadora citada.

Muitas vezes, os programas de formação continuada são criados incentivando a quantidade e não a qualidade. Nesse sentido, os participantes do grupo revelaram que muitos cursos não atingem a necessidade do professor, ou seja, a sua realidade. Alexandre desabafou: *"a gente só fala o que aconteceu se foi bom, ou se não foi. Não tem uma discussão se poderia melhorar. Aplicou, vai lá e fala o que foi feito, [...] aí começa outra apostila, outro conteúdo"* (E5). Junior complementa que "*isso é uma dinâmica que nós precisamos melhorar na formação*".

Finalmente, concordamos com as ideias de Piatti (s/d), para quem, na maioria das vezes, os cursos são criados sem considerar a realidade e as necessidades do professor entendido como agente participante do processo de aprendizagem dos alunos, dos seus colegas e de sua própria aprendizagem e formação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A questão que norteou o desenvolvimento deste estudo foi: *A partir da constituição de um grupo de professores e pesquisadores, quais conhecimentos e práticas docentes são colocados em ação, visando o ensino de números decimais nos sextos anos do Ensino Fundamental?* Na busca por respondê-la, definimos como objetivo geral: Analisar as práticas docentes elaboradas e os conhecimentos mobilizados por um grupo de professores durante a realização de encontros visando ao ensino de números decimais no sexto ano do Ensino Fundamental. Para tanto, contamos com a participação de seis professores de matemática que atuam no sexto ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino da cidade de Campo Grande/MS.

Os conhecimentos investigados, na pesquisa, foram os definidos como Base de Conhecimentos para o Ensino por Shulman (1986), a saber: conhecimento específico do conteúdo, pedagógico do conteúdo e curricular. De acordo com Shulman (1986), esses conhecimentos não podem ser analisados separadamente, assim buscamos identificar o entrelaçamento deles por meio de seis encontros realizados com os professores sujeitos da pesquisa. Embora pareça relativamente simples falar sobre os conhecimentos que os professores possuem sobre números decimais, percebemos a complexidade do trabalho docente ao analisar as conexões entre os conhecimentos elencados por Shulman

Na tentativa de identificar quais conhecimentos os professores possuíam e de que forma eles interligavam-se, propomos ao grupo a elaboração de um material didático para a construção de um planejamento coletivo. As atividades que compõem este planejamento foram desenvolvidas em sala de aula e discutidas nos encontros do grupo.

A partir dos dados coletados, foi possível detectar que as dificuldades dos conhecimentos específicos do conteúdo em questão levaram os sujeitos da pesquisa a ter dificuldades na escolha e na elaboração de um material didático dentro do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de números decimais. Mais especificamente, em relação ao conhecimento específico do conteúdo, esses professores apresentaram lacunas em suas estruturas substantivas e sintáticas, acarretando dificuldades no que concerne à definição e à comparação dos números decimais, à representação decimal e ao número decimal, à escrita e à leitura de um número decimal, e ainda da compreensão dos algoritmos que envolvem esses números, principalmente nas operações de multiplicação e divisão.

Com isso, certificamo-nos do pouco domínio no que se refere ao conhecimento pedagógico do conteúdo: a) na utilização de técnicas algorítmicas para realizar as operações; b) na opção, por parte do grupo, em elaborar o planejamento partindo das frações para chegar aos números decimais; c) na prioridade ao trabalho com as frações do que com os números decimais; e d) na maneira que trataram as dificuldades apresentadas pelos alunos durante o desenvolvimento das atividades do planejamento.

Essas opções de ensino pouco contribuem para a compreensão em relação ao conceito de números decimais, conforme relatado no capítulo quatro. Em consequência disso, percebemos a grande dificuldade por parte da maioria dos professores em escolher um material didático manipulável, como também em planejar e desenvolver as atividades do planejamento com o uso do material.

Embora não tenham tido contato com muitos recursos didáticos durante a graduação, como afirma Junior: *Pra vocês terem uma ideia, eu não me lembro do meu Ensino Fundamental e Médio e até mesmo dentro da Faculdade alguém ter me mostrado o quadro valor de lugar*", fato que foi confirmado por todos, os professores também apresentaram dificuldades entre as diferentes representações do número racional com o uso de materiais didáticos manipuláveis.

A falta de familiarização de tópicos trabalhados com os que ainda serão ensinados, envolvendo os materiais que fazem parte deles, demonstra a falta de domínio do conhecimento curricular do conteúdo, como aponta Shulman (1986). Percebemos, por meio dos dados, a necessidade de garantir ao professor a constituição sobre a base de conhecimento para o ensino de um conteúdo, como denotam as pesquisas realizadas por Shulman (1986, 1987).

Sabemos, conforme já apontado em várias pesquisas, que é dada pouca atenção aos conhecimentos matemáticos necessários para a atuação do professor na Educação Básica nos cursos de Licenciatura. A pesquisa desenvolvida por Oliveira (2009) evidenciou, na prática de um sujeito, a estreita relação existente entre os conhecimentos da formação inicial e os mobilizados na sua prática pedagógica, apontando o papel fundamental da Licenciatura para o preparo do futuro professor. O estudo revelou também a importância dos diversos tipos de conhecimentos que devem estar presentes de forma consistente na formação inicial.

Sem a contribuição dos cursos de formação inicial e continuada não é possível aprofundar, tampouco ampliar os conhecimentos matemáticos dos professores. Com isso, muitos deles buscam apoiar-se em experiências como alunos e até mesmo na forma como aprenderam o conteúdo em sua formação inicial.

Frente às lacunas de conhecimentos apresentadas e da complexidade da formação inicial, Alexandre manifestou-se:

> Quando eu comecei meu trabalho [...], eu senti essa dificuldade, e não é à toa que eles dão formação continuada, porque você sai sem saber praticamente como dar aula, e a primeira coisa que você vai fazer é dar aula, como você foi ministrado nas aulas, então era aula normal assim mesmo, eu sempre fui ensinado que um mais um é tal, o tradicional, então, eu cheguei na sala de aula... e sei dar aula desse jeito, porque na minha formação não falaram como se ensinava, como trabalhava [...] (E5).

As análises mostraram a necessidade de readequação dos cursos de formação continuada. Conforme apresentado no capítulo dois, a formação continuada no Brasil está, geralmente, vinculada à ideia de frequentar cursos em que os assuntos são tratados de forma compartimentada, buscando atingir aquilo que se acredita ser uma carência do professor. Com isso, as angústias, os interesses e as necessidades não são o foco, evidenciando a baixa eficácia e abrangência dos referidos cursos, não atingindo mudança na prática do professor (GAMA, 2007). Os relatos em continuidade exemplificam esta situação:

> **Solange:** Mas com relação aos cursos de formação continuada, sabe qual é o problema? Eu trabalhei em 2009 [...]. Olha eles mandaram um conteúdo nada a ver com os conteúdos da grade curricular que a gente tinha que cumprir com a escola, eu queria morrer. Como assim? Você tá lá, você tem que cumprir o programa curricular, aí eles vêm e dão um conteúdo que não tem nada a ver para você trabalhar lá.
>
> **Alexandre:** Todos nós sabemos que a aprendizagem é um processo, até nas atividades de um curso tal, a gente aplica, mas a gente aplica porque eles obrigam. Assim, mas eu discordo de algumas falas dos nossos líderes, nossos formadores é que eles falam que a gente tem atividades prontas e é só chegar lá e aplicar. Na verdade, eu vejo que não é só isso, não é só chegar lá e aplicar, você tem que ter todo um processo, você tem que pensar. Como eu vou iniciar isso aqui, eu vou chegar lá e aplicar, eu tenho certeza que não vai dar certo, por que nunca deu certo. Assim, eu apliquei outras atividades e não deram certo, eles não vão ficar com aquilo para sempre na mente deles lá, porque não foi construído nada. É a mesma coisa de você chegar lá e falar um mais um é isso porque é isso.

Ponte (1999, p. 17) postula que: “É preciso que o trabalho de formação não destrua o gosto pela disciplina, antes o desenvolva e o ajude a amadurecer”. O autor argumenta ainda que é importante que as instituições de ensino superior não apenas transmitam conhecimentos, mas ensinem, também, a produzir novo conhecimento.

Os dados, ademais, levaram-nos a refletir sobre a necessidade de ambientes que possibilitem discussões entre professores, principalmente na elaboração de planejamentos. O presente estudo aponta ainda o quanto os materiais didáticos manipuláveis caracterizaram-se favoráveis ao ensino e à aprendizagem dos números decimais, conforme observado no capítulo anterior. Outro ponto que merece novamente ser destacado foi que o trabalho realizado em grupo teve grande importância por considerar a reflexão sobre a prática, o conhecimento e o desenvolvimento profissional de cada sujeito.

As análises revelaram, além disso, que os encontros entre professores e pesquisadores contribuíram para que os sujeitos expusessem suas dúvidas, suas experiências e seus conhecimentos, refletindo sobre a sua prática e percebessem a necessidade dos conhecimentos específicos do conteúdo, pedagógicos do conteúdo e curricular.

Enfim, a pesquisa realizada defrontou-se com a fragilidade dos conhecimentos dos professores observados em relação aos números decimais. Evidenciou a relação existente entre os conhecimentos que compõem a base de conhecimento para ensino proposta por Shulman (1986) por meio dos conhecimentos mobilizados pelos professores durante a realização dos encontros. Embora o conteúdo de números decimais tenha sido escolhido, acreditamos que as reflexões ocorridas podem ter reflexos em vários conteúdos no exercício da profissão.

O estudo valorizou a importância das discussões em grupo e, principalmente, do planejamento elaborado em grupo, evidenciando o papel fundamental da formação continuada na prática do professor, bem como a maneira que os sujeitos participantes esperam que esses cursos aconteçam. Mais do que isso mostrou a importância dos conhecimentos, que devem estar presentes e poderão ser construídos na formação continuada, quando essas valorizam a participação dos professores.

Como perspectivas de trabalho futuro, acreditamos que novas pesquisas possam discutir os conhecimentos dos professores, principalmente os que atuam em sextos anos do Ensino Fundamental, valorizando o uso de materiais didáticos manipuláveis. Como indicou a professora Veriani:

> O sexto ano é o 'calo de Aquiles', porque a criança vem nessa formação biológica primeiramente, e depois, no quinto ano, ela tem um professor, já no sexto, vários, e tem toda a diferença de estrutura. Se um aluno vai mal no sexto ano, consequentemente, ele vai mal nos outros anos e se ele vai bem no sexto ano... Então, é o divisor de águas. Então, o professor do sexto ano não pode ser aquele professor carrasco, tradicional [...]. Outra coisa, tem conteúdos que são a gota d´agua, merecem ser trabalhados com mais atenção, merecem ser trabalhados com materiais concretos e todos os tipos de materiais. (E5).

Portanto, pudemos perceber a importância de novas investigações com conteúdos que levem em consideração as inquietações dos sujeitos e a sua realidade, desenvolvidas em grupos e com a participação consistente dos professores.

REFERÊNCIAS

ALVES, Berta; GOMES, Alexandra. **Operações com Números Decimais: O conhecimento de professores do 1.º C. E**. *Un*iversidade do Minho. S/d.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Pesquisa Qualitativa em Educação matemática**. Belo Horizonte. MG. Autêntica. Tendências em Educação Matemática, 2004.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. 4 ed. Lisboa, 2008.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: **Concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

BITTAR, Marilena; FREITAS, José Luiz, Magalhães de. **Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2 ed. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BORGES, Cecilia; TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes: Diferentes Tipologias e Classificações de um Campo de Pesquisa**. Educação & Sociedade, nº 74, 2001. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73302001000100002&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em 08 de Jul. 2011.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blüncher, 1996.

BOLZAN, Doris. **Formação de professores: compartilhando e reconstruindo conhecimento**. Porto Alegre: Mediação, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Vol. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. Conselho Nacional e Educação. Parecer CNE/CP009/2001. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Formação de Professores de Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Brasília, D.F., 08/05/2001. Homologado em 17/01/02 (D.O.U.18/01/02, Seção1, p.31).

______. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008** : Matemática / Ministério da Educação. — Brasília :MEC, 2007.

______. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2011** : Matemática / Ministério da Educação. — Brasília :MEC, 2010.

BROUSSEAU, Guy. **Problèmes d'enseignement des décimaux**. Recherches en Didactique des mathématiques *1.1*. Grenoble : La Pensée sauvage, éditions, 1980.

BROUSSEAU, Guy. **Problèmes de didactique des décimaux**. Recherches en Didactique des mathématiques *2.1*. Grenoble : La Pensée sauvage, éditions, 1981.

CUNHA, Michelline. Rizcallhah. Kanaan da. **A quebra da unidade e o número decimal: Um estudo diagnóstico nas primeiras séries do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2002.

CURI, Eda. **Formação de professores polivalentes: Uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2004.

DAMICO, Alécio. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2007.

DAY, Christopher. **Desenvolvimento profissional de professores. Os desafios da aprendizagem permanente**. Porto: Porto Editora, 2001.

DARSIE, Marta M. P. e CARVALHO, Anna M. P. **A Reflexão na Construção dos Conhecimentos Profissionais do Professor de Matemática em Curso de Formação Inicial**, Zetetiké, V 6, nº 10, jul/1998, p. (57 – 76).

ESTEVES, Anelise. Kisielewski. **Números Decimais na Escola Fundamental: Interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Campo Grande\/MS: UFMS, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas,SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FERREIRA, Ana Cristina. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo**. Tese de Doutorado em Educação: Educação Matemática – FE/Unicamp, 2003.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo de Carvalho e ARAUJO, Jussara de Loiola (orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. BH: Autentica 2004. p. (47 – 76). (Coleção – Tendências em Educação Matemática).

_________________; SOUZA JR., A. J.; MELO, G. F. A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (orgs.). **Cartografias do Trabalho Docente:** professor(a)-pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, Associação de Leitura do Brasil-ALB, 1998.

__________________; NACARATO**,** Adair Mendes ; ; Renata Anastácio Pinto. **Saberes da experiência docente em Matemática e Educação Continuada**. Quadrante Revista teórica e de investigação, Portugal, 8 (1-2), p. (33-60). 1999.

_________________. **Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino de Matemática no Brasil**. Revista Zetetiké, Campinas, ano 3, n. 4, p. (1-37), 1995.

FRANCO, Maria Laura Puglisi Barbosa. **Análise do Conteúdo**. 3 ed. Brasília-DF, Série Pesquisa v.6, 2008.

FONSECA, Fábio Luiz. **A Divisão de Números Racionais Decimais: Um estudo diagnóstico junto a alunos de 6ª série**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC. São Paulo, 2005.

GARCÍA, Carlos. Marcelo.**Formação de professores: Para uma mudança educativa**. Porto: Porto Editora, 1999.

_________________.**Desenvolvimento profissional docente: Passado e futuro**. Sísifo. Revista de Ciências da Educação, (2009), p. (7-22).

_________________. A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In: NÓVOA, A. (org). **Os professores e a sua formação**. 3 ed. Lisboa, Dom Quixote, 1997, p.(51-76).

_________________. **Como conocem los profesores la materia que enseñan: Algunas contribuiciones de la investigación sobre conocimento didáctico del contenido**. In: Congreso Las Didácticas Específicas En La Formácion Del Profesorado, Santiago, 1992. Disponível em: <http://prometeo.us.es/idea/mie/pub/marcelo> Acesso em: 02 jun. 2011.

GARCIA, Marinete da Fontoura. **Os saberes dos Professores de Educação Infantil em Relação à Construção Numérica: Formação de Professores em um Grupo Cooperativo**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2006.

GAMA, Renata Prenstteter. **Desenvolvimento Profissional com Apoio de Grupos Colaborativos: O Caso de Professores de Matemática em Inicio de Carreira**. Tese de Doutorado em Educação. UNICAMP/SP, 2007.

GOMES, Maristela Gonçalves. **Obstáculos na Aprendizagem Matemática: Identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores**. Tese de doutorado em Educação Científica e Tecnológica. Florianópolis: UFSC, 2006.

GONÇALVES, Tadeu Oliver. **Formação e Desenvolvimento Profissional de Formadores de Professores: O caso dos professores de matemática de UFPa**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação. São Paulo: UNICAMP. 2000.

GAUTHIER, Clermont et al. **Por uma teoria da Pedagogia**. Ijuí: Unijuí, 1998.

IFRAH, Georges. **História Universal dos Algarismos**. (vol. 1 e 2). Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

LAJOLO, Marisa. **Livro didático: um (quase) manual de usuário.** Revista Em Aberto Inep. Brasília, DF, v00, n. 69, 1996. Disponível em www.publicacoes.inep.gov.br. Acesso em

12 de agosto de 2011.

LINS, Romulo Campos; GIMENES, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XIX**. São Paulo: Papirus, 2001.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. *Série Idéias*, São Paulo, FDE, n.10, p.45-52, 1992. Disponível em: <www.crmariocovas.sp.gov.br>. Acesso em: 02 Set. de 2011.

MARCHESI, Armando. Inversão de mão na rua dos racionais: dos números com vírgula para os fracionários. In. FIORENTINI, Dario.; MIORIM, Miguel. Antônio. (org). **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas, São Paulo: Editora Graf. FE/Unicamp – Cempem, 2001.

MIZUKAMI, Maria Graça Nicoletti. **Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. Shulman.** Revista do Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria, RS, v.1, n. 29, nº. 2, 2004. Disponível em:<http://coralx.ufsm.br/revece/2004/02/r3.htm> Acesso em: 22 de Mar. de11.

MOREIRA, Plínio Calvalcante; DAVID, Maria Manuela M.S. **A Formação Matemática do Professor: Licenciatura e prática docente escolar.** Belo Horizonte. Autêntica, 2007.

NACARATO, Adair Mendes. **O conceito de números**. Jundiaí - SP, Ano II, n.3, jan. 2000, p. (84-106). (Revista das Faculdades de Educação, Ciências e Letras e Psicologia Padre Anchieta).

NIVEN, Ivan Morton, **Números: Racionais e Irracionais**. Trad. De Renate Watanabe. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

NÓVOA, Antônio. **Os Professores e sua Formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

OLIVEIRA, Adriana Barbosa de. **Prática Pedagógica e Conhecimentos Específicos: Um estudo com um professor de matemática em início de docência**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2010.

PADOVAN, Daniela. **Números decimais: O erro como caminho**. Dissertação de Mestrado em Educação. São Paulo: USP, 2000.

PEREIRA. Patrícia Sandalo. **Concepção de Prática na Visão de Licenciandos de Matemática.** Tese de Doutorado em Educação Matemática Rio Claro/SP.2005.

PEREZ, Geraldo. Prática Reflexiva do Professor de Matemática. In: BICUDO. Maria Aparecida Viggiani; BORBA. Marcelo de Carvalho. (Orgs.). **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento.** São Paulo – Cortez, 2004, p. (250-263).

PÉREZ, Julia Centeno. **Numeros decimales Por qué? Para qué?** Editorial Síntesis, São Paulo, 1997.

PENTEADO, Cristina Berndt. **Concepções do Professor do Ensino Médio Relativas a Densidade do Conjunto dos Números Reais e suas Relações Frente a Procedimentos**

para a Abordagem desta Propriedade. Mestrado em Educação Matemática. PUC: São Paulo, 2004.

PIMENTA, Selma Garrido. *Formação de professores:* identidade e saberes da docência. In: _____ . (Org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. São Paulo: Cortez, 4 ed. 2005.

_________________. Professor Reflexivo: Construindo uma crítica. In: PIMENTA, Selma Garrido; GUEDIN, Evandro. (Org.). **Professor Reflexivo no Brasil: Gênese e crítica de um conceito**. São Paulo: Cortez, 2 ed. 2002.

PIATTI, Célia Beatriz. **Formação Continuada: Questões que Suscitam.** (s/d). Disponível em <http://revistajuridica.uniube.br/index.php/rpd/article/view/105>. Acesso em 10 de Jun.2011.

PONTE, João Pedro da. **O conhecimento profissional dos professores de matemática** (Relatório final de Projecto "O saber dos professores: Concepções e práticas"). Lisboa: DEFCUL, 1997.

_________________. **O Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática.** Artigo publicado na revista Educação e Matemática, Nº 31, p. 9-12 e 20, 1994.

_________________. **Da Formação ao Desenvolvimento Profissional**. Conferência plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat 1998, realizado em Guimarães. Publicado In *Actas do ProfMat* (pp. 27-44). Lisboa: APM, 1998.

_________________. **A Investigação Sobre o Professor de Matemática Problemas e Perspectivas**. Conferência realizada no I SIPEM — Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, promovido pela SBEM — Sociedade Brasileira de Educação Matemática, e realizado em Serra Negra, São Paulo, Brasil, em Novembro de 2000.

_________________. **Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional de professores de Matemática.** Hélia Oliveira, *Universidade de Lisboa*
João Pedro da Ponte, *Universidade de Lisboa 1997.*

_________________. Didácticas Específicas e Construção do Conhecimento Profissional. In J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro, & H. A. Sá (Eds.), **Investigar e formar em educação**: Actas do IV Congresso da SPCE. Porto: SPCE, 1999. p. 59-72.

__________________; **Números e Álgebra no Currículo Escolar**. In: XVI Encontro de Investigação em Educação Matemática. Caminha, Portugal, 2005.

_________________. **Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de Matemática.** Este texto foi produzido no âmbito do projecto "O Saber dos Professores", financiado pela JNICT ao abrigo do contrato PCSH/379/92/CED, 1992.

RIBEIRO, Carlos Miguel. **Abordagem aos Números Decimais e suas Operações**: **A importância de uma "eficaz navegação" entre representações**. Centro de Investigação sobre o Espaço e as Organizações (CIEO), Universidade do Algarve. 2009.

________________; **Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais**. *Bolema*, Rio Claro/SP: ano 22, n º 34, p.1-26, 2009.

RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa Social: Métodos e técnicas**. (et al). São Paulo: Atlas. 1999.

SALLES, Sheila. **Colaboração Universidade-Escola:Contribuições para o desenvolvimento profissional de professores de matemática**.. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. RIO CLARO/SP, 2005.

SARAIVA, Manoel; PONTE, João Pedroa. **O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática**. *Quadrante, 12*(2), 25-52. 2003.

SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal.** Tese de Doutorado, Universidade de Londres. Lisboa: APM, 1998.

____________ Reflexão, conhecimento e práticas letivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1º. Ciclo. Quadrante, Lisboa: APM, n.8, 1999.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. Tese de doutorado em Educação Matemática PUC-SP, 2005.

SILVA, Rúbia Grasiela da. **Interações entre Licenciandos em Matemática e Pedagogia: Um olhar sobre o ensino do tema Grandezas e Medidas**. Dissetação de Mestrado em Educação Matemática. Campo Grande/UFMS, 2010**.**

SCHON. Donald. **Educating the Reflective practioner**. São Francisco: Jossey – Bass, 1987.

SHULMAN, Lee. **Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher**. Washington, v. 15, n.2, February, 1986.

__________. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review. v. 57, n.1 Febuary, 1987.

__________; WILSON, S. M.; RICHERT, A. E. **- 150 different way's of knowing: representations of knowledge in teaching.** Exploring Teachers Thinking, 1987.

___________; WILSON, S. M.; GROSSMAN, P. L. Teachers of Substance: subject matter knowledge for teaching. In: **Knowledge Base for the Beginning Teacher**. Ed Maynard C. Reynolds. For the American Association of Colleges for Teacher Education. Nova Yorque: Pergamon Press, 1989. p.(23-36).

TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. Petropólis, RJ: Vozes, 2002.

__________; RAYMOND, Danielle. **Saberes, Tempo e Aprendizagem do Trabalho no Magistério.** Educação & Sociedade, ano XXI, no 73, 2000.

VALADARES, Juarez Melgaço. O Professor Diante do Espelho: Reflexões sobre o conceito de professor reflexivo. In: PIMENTA, Selma Garrido; GUEDIN, Evandro. (Org.). **Professor Reflexivo no Brasil: Gênese e crítica de um conceito.** São Paulo: Cortez, 2 ed. 2002.

VALERA, Alcir Rojas, **Uso Social e Escolar dos Números Racionais: Representação Fracionária e Decimal.** Dissertação de Mestrado em Educação. Marilia. 2003.

ZEICHNER, Kenet. **A formação reflexiva dos professores: ideias e práticas**. Lisboa: Educa, 1993.

ZUNINO, Delia Lerner. **A matemática na escola: aqui e agora.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

APÊNDICES

APÊNDICE A

(Carta Convite)

FUNDAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL
DE MATO GROSSO DO SUL
UFMS

Campo Grande, 12 de maio de 2010.

Prezado(a) Professor(a)

Estou desenvolvendo um projeto envolvendo o tema "números decimais" junto ao Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS, sob a orientação da Profa. Dra. Patrícia Sândalo Pereira e gostaria de convidá-lo (a) a participar de minha pesquisa.

Esta pesquisa será desenvolvida por meio de encontros (aos sábados ou em horários pré-determinados pelo grupo), questionário, oficina e entrevista. Se houver interesse, você estará vinculado e participando de um projeto de extensão. Ao final do ano, quem tiver 100% de freqüência receberá um certificado com carga horária de 40 horas.

Trata-se de um projeto de extensão que será desenvolvido no Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS. Os interessados em participar do projeto deverão preencher a ficha de inscrição.

As vagas são limitadas.

Caso tenha interesse em obter maiores informações, entre em contato com Adriana Fátima de Souza pelo email drica220@yahoo.com.br

Atenciosamente

Adriana Fátima de Souza Miola
(mestranda)

Profa. Dra. Patrícia Sândalo Pereira
(orientadora)

....

FICHA DE INSCRIÇÃO

NOME: ____

ESCOLA QUE TRABALHA:

____

____

SÉRIE(S): ____

TELEFONE: ____

EMAIL: ____

APÊNDICE B

(Termo de Consentimento)

AUTORIZAÇÃO

AUTORIZO a mestranda Adriana Fátima de Souza Miola regularmente matriculada no programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade federal de Mato Grosso do Sul, a utilizar, parcial ou integralmente, anotações, gravações em áudio, de minhas falas, para fim de pesquisa relacionada ao mestrado, podendo divulgá-las em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que meu nome não será citado em hipótese alguma.

Nome:____

RG:____

Data:____

ASS:____

ORIENTADORA: Patrícia Sândalo Pereira

ASS:____

APÊNDICE C

(Planejamento Elaborado pelo Grupo)

ATIVIDADE ELABORADA EM GRUPO PARA SER APLICADA NO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Objetivo das atividades: as atividades tiveram como objetivo principal, levar o aluno a compreender a passagem da representação fracionária para a representação decimal do número racional, possibilitando-os fazer relação entre as duas formas de representar um mesmo número. Além disso, representar e mostrando, por meio do material didático, as equivalências, as divisões de frações, etc. Essa decisão foi tomada pelo grupo de professores sujeitos desta pesquisa, conforme descrito no capítulo 3.

1º Fazer grupos de 3 ou quatro alunos.

Objetivo: O grupo não justificou o motivo de a organização ser em grupo, deixando a entender que atividades dessa natureza são sempre realizadas dessa forma.

2º Distribuir ao grupo de alunos um conjunto de canudinhos com dez partes/canudinhos.

Objetivo: Que todos os grupos de alunos tivessem o material em mãos, facilitando o desenvolvimento da aula.

3º Explicar que um conjunto representa um inteiro.

Objetivo: Que os alunos entendessem que o grupo de dez canudinhos amarrado significava um inteiro.

4º Transformar o inteiro, ou seja, abrir o conjunto.

Objetivo: Que ao tirar a borracha que amarrava o grupo de dez canudinhos os alunos pudessem visualizar as partes desse inteiro.

4.1 Representar em quantas partes o inteiro foi dividido.

Objetivo: Após quebrar o inteiro os alunos deveriam representar as partes, classificando-os em décimos.

4.2 Perguntar aos alunos de que forma podemos representar o agrupamento das partes deste conjunto.

Objetivo: Que os alunos representassem os seguintes agrupamentos**;**

a) I I I I I I I I I I (dez grupos de uma parte cada grupo)

b) agrupamento II II II II II (cinco grupos de duas partes cada grupo)

c) agrupamento IIIII IIIII (dois grupos de cinco partes cada grupo)

d) agrupamento IIIIIIIIII (um grupo de dez partes)

5º Representar na forma fracionária as seguintes quantidades; 1, 2,4, 5 e 10 de cada agrupamento das partes da questão anterior.

Objetivo: Que os alunos representassem e posteriormente relacionasse os agrupamentos que representam a mesma quantidade, ou seja, as frações equivalentes.

5.1 Mostrar as frações equivalentes.

Objetivo: Que os alunos visualizassem por meio dos agrupamentos realizados as frações equivalentes.

5.2 Representar a divisão das frações com os canudinhos.

Objetivo: que os alunos encontrassem por meio da representação decimal as frações equivalentes.

5.3 Mostrar as frações equivalentes, por meio da representação decimal.

Objetivo: Comprovar que as frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{10}$; $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{10}$ são realmente são equivalentes.

5.4 Utilizar o quadro valor de lugar para registrar as divisões das frações, ou seja, os números decimais.

Objetivo: Mostrar a representação decimal e o valor posicional dessa representação.

U unidade	d décimos	C centésimo	Representação Fracionária
0	1		$\frac{1}{10}$
0	2		$\frac{1}{5}$
0	5		$\frac{1}{2}$
0	2		$\frac{2}{10}$

0	4		$\frac{2}{5}$
1	0		$\frac{2}{2}$
0	4		$\frac{4}{10}$
0	8		$\frac{4}{5}$
0	5		$\frac{5}{10}$
1	0		$\frac{5}{5}$

ANEXOS

ANEXO A

(Atividades)

QUESTÕES

1 - Paulo é um aluno que está interessado em compreender o algoritmo da divisão de 1 por 4. Ao estudar as anotações em seu caderno (figura abaixo), surgiram as seguintes dúvidas: (1) por que se deve acrescentar zero à direita do dividendo 1 e, ao mesmo tempo, colocar zero acompanhado de vírgula no quociente, ao iniciar a divisão? (2) por que, ao colocar zero à direita do resto 2, não se deve colocar um zero também no quociente?

```
 10 |_4___
 -8  0,25
----
  20
 -20
----
   0
```

a) Como você responderia às dúvidas matemáticas desse aluno?

b) Descreva uma Situação Didática para mostrar como você ensinaria divisões dessa mesma natureza?

2- O conjunto dos números decimais é formado por todos os números que podem ser escritos como uma fração cujos termos são números inteiros e onde o denominador é uma potência de 10. Os números decimais têm origem nas frações decimais. Por exemplo, a fração $\frac{1}{2}$ equivale à fração $\frac{5}{10}$ que equivale ao número decimal 0,5. Por exemplo, os números, 5; 2,37 e $\frac{3}{4}$ pertencem a esse conjunto. As dízimas periódicas e os números irracionais não pertencem a esse conjunto.

A partir da definição acima, dizer se cada afirmação abaixo é verdadeira ou falsa e justificar cada resposta:

a) 0,17 é menor que 0,105.

b) A soma de dois números decimais é sempre um número decimal.

c) O quociente de dois números decimais é sempre um número decimal.

d) Entre 3,17 e 3,18 não há número decimal.

e) Um inteiro mais três décimos é igual um inteiro mais trinta décimos.

3 - Um aluno anotou a seguinte frase que foi dita pela sua professora: um décimo dividido por um centésimo é igual a dez. Ele ficou com dúvida, pois imaginou: como pode o quociente ser dez se o dividendo era apenas um décimo?

a) A afirmação feita pela professora está correta?

b) Faça um texto explicando, detalhadamente, a resposta que você deu ao item anterior.

4 – Sandra aprendeu a seguinte regra de multiplicação de frações $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, b $\neq$0 e d$\neq$0 . Ao multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$, usando essa regra, obteve como resultado $\frac{1}{6}$. Comparando $\frac{1}{6}$ com cada fator ($\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$) percebeu que o resultado da multiplicação foi menor que cada um dos fatores diferentemente do que ela sabia até aquele momento: ao multiplicar dois números naturais não nulos, o produto é sempre maior do que cada um dos fatores. Que estratégia didática você utilizaria para justificar esse resultado para Sandra?