

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

JANE CARMEM MAGALHÃES

**O GRÁFICO DA FORMA E A FORMAÇÃO DO CONCEITO: UM
ESTUDO DE CASO SOBRE OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO
ENSINO FUNDAMENTAL**

CAMPO GRANDE / MS

2011

JANE CARMEM MAGALHÃES

**O GRÁFICO DA FORMA E A FORMAÇÃO DO CONCEITO: UM
ESTUDO DE CASO SOBRE OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação do Prof. Dr. Antônio Pádua Machado.

CAMPO GRANDE / MS

2011

JANE CARMEM MAGALHÃES

**O GRÁFICO DA FORMA E A FORMAÇÃO DO CONCEITO: UM
ESTUDO DE CASO SOBRE OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação de Mestrado de Jane Carmem Magalhães submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, tendo sido aprovada, em 15/08/2011, pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. Dr. Antônio Pádua Machado - Orientador - UFMS: _____.

Prof^a. Dra. Gladys Denise Wielewski - UFMT: _____.

Prof^a. Dra. Patrícia Sândalo Pereira – UFMS: _____.

*Dedico este trabalho aos meus filhos,
Leandro e Gustavo.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me dar vida, saúde, alegria e persistência para alcançar meus objetivos com sucesso.

A minha família, pelo apoio, carinho, incentivo e compreensão nos diversos momentos da construção deste degrau acadêmico.

Ao professor orientador, Dr. Antônio Pádua Machado, pelos momentos de dedicação e paciência para a construção desse trabalho e, principalmente, pela oportunidade de crescimento intelectual e profissional.

Aos professores do Programa de Mestrado em Educação Matemática da UFMS e da Banca Examinadora pelas valiosas contribuições para a realização dessa pesquisa.

À professora e aos jovens estudantes que participaram da pesquisa, pela contribuição com as informações para o desenvolvimento desse trabalho.

RESUMO

O presente texto é a transcrição do Estudo de Caso realizado sob o título *O Gráfico da Forma e a Formação do Conceito: um Estudo de Caso sobre os Sólidos Geométricos no Ensino Fundamental*. O objeto é a aprendizagem sobre sólidos geométricos mediante a produção gráfica do aluno. Da notoriedade que tem a atividade gráfica na aprendizagem escolar em geral, procuramos organizar um conhecimento acerca da atividade gráfica do aluno no particular das suas experiências na construção de conceitos e na aprendizagem sobre sólidos geométricos. Com a estratégia do Estudo de Caso, buscamos obter os dados no meio escolar dos alunos e, como fonte primária dos dados, foram tomados os seus próprios cadernos escolares com as transcrições das aulas sobre sólidos geométricos. Para nortear as análises dos dados, os alunos do Ensino Fundamental foram reunidos para as entrevistas em duas oportunidades, individual e em grupo. Obtivemos deles aquilo que já podem versar como conhecimento sobre os conceitos dos sólidos geométricos, no modo individual e socializado, atendendo assim aos princípios da aprendizagem e aos preceitos do Estudo de Caso, o que nos manteve nas análises. Nesse ensejo de análise nos organizamos mediante três modalidades de representações: a representação conceitual, a representação discursiva e a representação gráfica. Ainda, como amparo teórico no estudo dos dados, utilizamos do sistema terminológico de Piaget, a imagem mental, a representação simbólica e a formação do pensamento. Estudamos e interpretamos conteúdos referentes aos sólidos geométricos a partir da obra “Os Elementos”, de Euclides. Acentamos os resultados em uma organização de três condições para a formação conceitual no aluno, a saber: a durabilidade das experiências com representações, a vivência observadora intensa e favorável à abstração geométrica e o encontro planejado do discurso pedagógico do professor com as condições simbólicas do aluno.

Palavras-chave: Educação Matemática; Estudo de Caso; Sólidos Geométricos.

ABSTRACT

This text is the transcription of our case study under the title: *Chart of Form and Concept Formation: A Case Study on Solid Geometry in Elementary Education*. We aim to learn about geometric solids through the graphic production of the student. The notoriety that has the graphic activity in school learning in general, we organize a knowledge of graphic activity of the student in particular their experiences in building concepts and learning about geometric solids. With the strategy of case study, we sought to obtain the data from middle school students. To direct the analysis of the data, we met with the elementary school students who provided us their notebooks and two interviews on two different occasions, an individual and other in group. We took from them what they already can express as knowledge about the concepts of geometric solids, in a socialized way and in an individual way, thus meeting the principles of learning and precepts of the Case Study, which kept us in the analysis. We organized the analysis by three types of representations: a conceptual representation, the discursive representation and graphical representation. To support the theoretical study of the data, we made use of Piaget terminological system, the mental image, the symbolic representation of thought and training. We studied and interpreted content related to geometric solids from the book "The Elements" of Euclid. We conducted a thematic review of other academic researches, relevant to the contexts of representations of graphic production and the study of geometric solids. We put our results in an organization of three conditions for the concept formation in students – the durability of experiences, experiences intense observer and toward geometric abstraction, and the planned meeting of the pedagogical discourse of the teacher with the symbolic conditions of the student.

Keywords: Math Education, Case Study, Solid Geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:

Atividade orientada de ensino do sujeito MA que trata das formas geométricas planas.....78

Figura 2:

Atividade orientada de ensino do sujeito MA que trata das formas geométricas não-planas.....79

Figura 3:

Os alunos durante a entrevista socializada.....83

Figura 4:

Atividade orientada de ensino do sujeito BA que trata das formas geométricas não-planas.....90

Figura 5:

Atividade orientada de ensino do sujeito JU que trata das formas geométricas não-planas..... 99

LISTA DE QUADROS

Quadro ideográfico 1.MA:

As formas geométricas e a relação social.....78

Quadro ideográfico 2.MA:

As formas geométricas e a relação escolar.....82

Quadro ideográfico 3.MA:

As formas geométricas e a relação psicológica.....86

Quadro ideográfico 1.BA:

As formas geométricas e a relação social.....89

Quadro ideográfico 2.BA:

As formas geométricas e a relação escolar.....93

Quadro ideográfico 3.BA:

As formas geométricas e a relação psicológica.....96

Quadro ideográfico 1.JU:

As formas geométricas e a relação social.....98

Quadro ideográfico 2.JU:

As formas geométricas e a relação escolar.....101

Quadro ideográfico 3.JU:

As formas geométricas e a relação psicológica.....102

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1. A GEOMETRIA DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS EM APRENDIZAGEM	16
1.1. ANTECEDENTES ESCOLARES	16
1.2. OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS DO CURRÍCULO ESCOLAR	17
1.3. A GEOMETRIA NA INSTRUÇÃO ESCOLAR	19
1.4. OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL	24
1.4.1. Os livros escolares do ensino fundamental	29
1.4.2. A geometria da obra “Os Elementos” e a dos livros escolares contemporâneos.....	32
1.4.3. Nossa interpretação na descrição de algumas formas geométricas de Euclides	35
1.5. REVISÃO TEMÁTICA	37
2. A PSICOLOGIA EPISTEMOLÓGICA DE JEAN PIAGET	46
2.1. A PSICOLOGIA COGNITIVA	46
2.2. A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO	48
2.3. AS ETAPAS DO PROCESSO DO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO	51
2.4. A IMAGEM MENTAL COMO OBJETO DA COGNIÇÃO EM PIAGET	55
2.4.1. A hipótese de Piaget sobre a origem e a formação da imagem mental	56
2.4.2. O desenvolvimento da imitação	59
2.4.3. A imagem mental e a representação conceitual na construção do conhecimento.....	60
2.4.4. As relações solidárias entre as imagens e o pensamento	65
2.4.5. Representação imagética e a construção do conhecimento do mundo real	67
3. A EXPERIÊNCIA EMPÍRICA	69
3.1. A ESTRATÉGIA ESTUDO DE CASO	69
3.2. A DESCRIÇÃO DO CAMINHO PERCORRIDO	71
3.3. O ESTUDO DOS DADOS	76
3.3.1. Quadros ideográficos	76
4. UMA SÍNTESE CONCLUSIVA	104
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	107
ANEXOS	110
Anexo 1: Declaração de matrícula da pesquisadora no Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.....	111
Anexo 2: Solicitação da carta de anuência à direção da escola.....	112
Anexo 3: Solicitação da carta de anuência à professora de Matemática do sétimo ano.....	113
Anexo 4: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido aos responsáveis.....	114
Anexo 5: Encontros individuais.....	117
Anexo 6: Encontro socializado.....	121
Anexo 7: Transcrição do encontro socializado.....	123

INTRODUÇÃO

*Os limites de minha linguagem significam os limites do meu mundo.
Ludwig Wittgenstein*

Nosso estudo propõe organizar um conhecimento acerca da própria atividade gráfica do aluno no particular das suas experiências na construção de conceitos e na aprendizagem sobre sólidos geométricos. O nosso interesse pelo tema surgiu a partir de inquietações profissionais, provenientes de experiências como professora de Geometria, nos anos finais do ensino fundamental. Nesse sentido, foram várias as indagações que deram início à busca da compreensão de que os alunos necessitam de atividades variadas referentes às representações de objetos geométricos, a fim de alcançarem a desejada compreensão conceitual, que é a compreensão experiente do sujeito com o objeto. Do que assim compreendemos de modo ingênuo, queremos avançar e organizar como conhecimento científico, a importância das representações gráficas na aprendizagem sobre sólidos geométricos no ensino fundamental.

Para esse estudo, formulamos nossa indagação norteadora: *Como as representações gráficas contribuem para a aprendizagem de conceitos dos sólidos geométricos em alunos do ensino fundamental?* Tomamos por representações gráficas de sólidos geométricos, registros gráficos que organizam os dados e o discurso teórico do sujeito sobre aqueles objetos. O termo “dados” se refere a todas as condições que o sujeito dispõe do objeto para representá-lo.

Dado o momento que já passaram os primeiros ciclos da alfabetização e que as crianças usam lápis e papel com efeito de representações gráficas, consideramos que as produções gráficas nas representações dos sólidos geométricos são atividades promissoras em prol dos conceitos e das abstrações das formas geométricas. Desta convicção experiente, tomamos a representação gráfica como “alça” do nosso objeto de pesquisa. Nossa investigação se dá como um estudo de caso, visto que tomamos como fonte de pesquisa todo dado pertinente e original, como as revelações em entrevistas e os cadernos escolares dos alunos.

Como exemplo ilustrativo da nossa prática, relatamos uma experiência recorrente. Observamos que por nossa didática convencional, o aluno não associa, de forma imediata, as descrições discursivas dos objetos representados com as representações gráficas. Muitas vezes, o desenvolvimento do aluno só ocorre quando ele se depara com um problema e a sua

representação gráfica. Uma relação proveitosa ocorre quando o aluno tem uma experiência mais duradoura com as representações. Verificamos que a figura como representante é sempre mais vantajosa do que apenas a descrição discursiva da situação. Para investir nesse conhecimento epistêmico, procuramos problematizar o nosso objeto de estudo e realizar uma investigação que nos permite estruturar um conhecimento acerca do objeto.

Para tratar da aprendizagem sobre sólidos geométricos mediante a produção gráfica, identificamos em nossa revisão temática a pesquisa de Paulo (2006), que oferece compreensões proveitosas para o encaminhamento do nosso trabalho. Essa pesquisadora buscou os significados epistemológicos dos diagramas no ensino e na produção do conhecimento em matemática. Identificamo-nos na vertente do significado dos diagramas no ensino de Matemática; o que chamamos de representações gráficas de sólidos geométricos, Paulo (2006) toma como diagrama em matemática. Entendemos que os diagramas são mais do que simples recursos visuais ou representações, são expressões da linguagem para organização dos dados e a comunicação do intuído na evidência. São registros próprios da atividade matemática, que organizam a percepção visual e o discurso teórico e que possibilitam expor o conhecimento matemático.

Tratando da relevância dos diagramas, Paulo (2006, p.144) afirma que eles “(...) favorecem um tipo de pensamento que leva o aluno a lidar com situações matemáticas, questionando-as e comunicando suas compreensões”. A pesquisadora estudou a significação dos diagramas na comunidade, no seio das experiências vividas e categorizou as manifestações discursivas sobre o valor epistemológico dos diagramas. Destaca a relevância do diagrama na Educação Matemática e ressalta que ele “põe em foco o pensar, a linguagem e a produção do conhecimento matemático” (*ibid.*, p.147). Alguns dos aspectos significativos foram tratados em suas análises das categorias abertas e propõe outros como perspectivas abertas que merecem ainda mais estudo. Nesse sentido, vemos seu trabalho como referência inicial para nossa investigação.

Buscamos como elementos para a associação entre as representações gráficas e suas aprendizagens, as produções dos cadernos escolares dos alunos e dois encontros, sendo um encontro individual e outro socializado. No encontro individual, buscamos com a entrevista semiestruturada os conhecimentos adquiridos pelos sujeitos nas aulas, cujo conteúdo matemático abordado foi os sólidos geométricos e, como complemento, procuramos estabelecer uma interação com os alunos. Entendemos que essa interação proporciona condições para que eles possam discursar de maneira espontânea e natural sobre os sólidos geométricos e também articular seus discursos com o material dos seus cadernos escolares.

No segundo encontro realizamos uma entrevista socializada no sentido de aprofundar a investigação da atividade gráfica nos cadernos escolares dos alunos.

Na entrevista socializada, visamos o que Piaget (2009) refere ao trabalho em grupo. Destaca que o ponto de partida do pensamento surge sob a influência da linguagem e da socialização. A linguagem, permitindo ao sujeito contar suas ações passadas, antecipar as ações futuras, e até substituí-las, sem nunca realizá-las, e a socialização permitindo atos de pensamento que não pertencem exclusivamente ao eu que os concebe, mas a um plano de comunicação que lhes multiplica a importância. Segundo Moll e Barbosa (1998, p.108), “além das relações de construção dos conhecimentos acontecerem entre os sujeitos e objetos cognoscíveis, também as relações e as negociações entre diferentes sujeitos, tendo em vista chegar a um objetivo comum, fazem com que a educação – em pequenos grupos – possibilite a aprendizagem como um ato solidário de crescimento moral e cognitivo”.

Nosso trabalho apresenta a interpretação de uma situação singular e de significado próprio que se desenvolveu no ambiente natural. Para a seleção do grupo a ser entrevistado, contamos com a participação da professora de Matemática de uma turma do 7º ano, de uma escola municipal de Campo Grande, Mato Grosso do Sul, a qual indicou seis sujeitos, justificando serem bons alunos de Matemática e apresentarem o caderno escolar dessa disciplina bem organizado. O critério da nossa escolha por apenas três sujeitos, coincidentemente do gênero feminino, foi a participação integral nas duas entrevistas realizadas. Vale ressaltar que, dentre os seis sujeitos indicados inicialmente, dois deles faltaram pelo menos em uma entrevista e o terceiro, depois de um certo tempo, ausentou-se da entrevista socializada. Nesse sentido, adotamos como material de análise, os discursos dos sujeitos que estiveram presentes efetivamente em todos os momentos dessas duas entrevistas.

A nossa investigação trata do estudo das atividades gráficas dos alunos produzidas em sala de aula, pois, assim, temos uma situação estabelecida num contexto bem definido; o nosso objetivo é descrever e compreender uma situação de aprendizagem como ela se apresenta em uma dada realidade, da forma mais completa possível. Entendemos que essa forma particular de estudo é a mais adequada para tratar o problema proposto, já que não desejamos a generalização dos resultados obtidos, mas sim, a apresentação de elementos com uma situação singular que possam enriquecer as pesquisas referentes ao ensino e à aprendizagem da geometria. Nessas condições, para a condução do nosso estudo, adotamos a modalidade naturalística, Estudo de Caso, pois entendemos estar cumprindo os preceitos exigidos por ele. Para elaborar as entrevistas e dar tratamento aos dados, remetemo-nos à epistemologia genética de Jean Piaget.

Jean Piaget, biólogo por formação, em seus estudos, trata das relações psicológicas entre o sujeito e o objeto no processo de conhecer. Explica como acontece o desenvolvimento cognitivo do indivíduo, desde o nascimento, a partir de suas bases biológicas. Para Piaget, o conhecimento não está pronto ou acabado, ele se constrói pela ação do sujeito sobre o objeto, por meio de toda interação do sujeito com o meio físico e social do objeto. Procura por meio da experimentação e da observação, desvendar os processos fundamentais da formação do conhecimento e elabora sua teoria com base nos dados revelados por crianças e jovens, quando interrogados sobre suas explicações e argumentos a respeito de várias noções e categorias do pensamento. Vale ressaltar que a teoria piagetiana não é teoria da aprendizagem ou da aprendizagem escolar. Ela revela uma concepção sobre a aprendizagem que foi elaborada a partir dos dados de investigação dirigidos por ele em seus 50 anos de pesquisa.

A partir do nosso objeto de estudo, a aprendizagem sobre sólidos geométricos mediante a produção gráfica, tomamos para realizar nossas análises, a “teoria” da Imagem Mental de Piaget, que estabelece relações entre a representação imagética ou imagem mental e a construção do conhecimento na criança. Para Montoya (2005), o papel da imagem mental na construção do pensamento não implica em militar a favor de uma educação figurativa; ela tem função simbólica com origem motora no desenvolvimento e na interiorização da imitação. Segundo esse pesquisador, na teoria de Piaget, a imitação enquanto técnica adquirida deixa de ser um ato mecânico e passa a ser como a esquematização.

Iniciamos as nossas análises buscando como a aprendizagem sobre os sólidos geométricos vai acontecendo no aluno. Tratando-se da hipótese de Piaget referente ao conhecimento-assimilação, vimos que “conhecer o objeto significa agir sobre ele para transformar e descobrir suas propriedades” (MONTROYA, 2005, p.8). A aquisição do conhecimento se efetua por um processo de integração dos objetos nas estruturas de ação do sujeito e ocorre pela inserção do objeto em sistemas de transformação. Com isso, destaca o papel das operações, pois são elas que alcançam as transformações dos pontos de vista lógico-matemático e físico.

Para Piaget (2009), não existe uma única forma de aprendizagem. Em seus estudos, referiu a aprendizagem a um processo de construção do próprio ser humano e, de uma forma mais ampla, ele relaciona a aprendizagem ao próprio desenvolvimento da inteligência, cujo processo é espontâneo e contínuo e que necessita de maturação, experiência, transmissão social e desenvolvimento do equilíbrio. Numa forma mais estrita, a aprendizagem se limita à aquisição de novas estruturas para operações mentais mais específicas. Para o desenvolvimento da inteligência humana, as novas aprendizagens se servem de aprendizagens

anteriores e se utiliza das aprendizagens mais simples às mais complexas; nesse contexto, o processo de aprendizagem se desenvolve por assimilação e acomodação, cujo conhecimento assimilado se constitui de base para as experiências permitindo, assim, enfrentar novas situações e formular novas ideias e conceitos. A nova forma de ação que surgiu após a transformação do conhecimento assimilado é a acomodação do nosso organismo com o ambiente no qual vivemos e são nas constâncias de assimilações e acomodações que cada ser humano organiza seu próprio conhecimento.

Tratamos a representação imagética ou imagem mental na sua compreensão de relação primária do sujeito com o objeto, quando o objeto ainda não comporta nada do sujeito. Este é o marco inicial da relação de conhecimento do sujeito sobre o objeto. Interpretamos a representação conceitual como a relação experiente do sujeito com o objeto, no que o objeto comporta compreensões do sujeito.

Para nossas análises e com base na perspectiva de Piaget, a partir da imagem mental, organizamos três modalidades de representações: a representação conceitual (RC) que se refere às manifestações experientes dos sujeitos sobre o objeto mesmo que de modo incipiente; a representação discursiva (RD) que diz respeito às manifestações espontâneas dos sujeitos socialmente reconhecidas no tocante ao objeto e a representação gráfica (RG) como produção gráfica do sujeito, realizada na superfície plana, guardando as propriedades métricas do objeto, que materializa uma imagem figural do objeto.

Organizamos nosso trabalho em quatro capítulos. No primeiro capítulo focalizamos a Geometria dos sólidos geométricos no contexto do ensino fundamental. A geometria é conteúdo consagrado no currículo da educação básica, não só por força das orientações oficiais, mas como exigência natural no desenvolvimento dos conhecimentos da matemática escolar. Versamos sobre a Geometria do ensino fundamental, de modo a tomar entre nossas referências a histórica obra de Euclides “Os Elementos”, quando interpretamos suas definições sobre os elementos da geometria e os sólidos geométricos. Examinamos livros escolares, documentos de orientação oficial e também descrevemos uma revisão temática que realizamos sobre diferentes estudos no contexto da nossa pesquisa.

No segundo capítulo abordamos nosso estudo do referencial teórico que iniciamos pela compreensão da psicologia cognitiva até a teoria psicológica de Jean Piaget, com enfoque na imagem mental.

No terceiro capítulo apresentamos os caminhos percorridos orientados pela modalidade naturalística, o Estudo de Caso. Tomamos para nosso caso, a aprendizagem sobre sólidos geométricos mediante a produção gráfica, as atividades gráficas dos sólidos

geométricos registradas nos cadernos escolares dos alunos, os quais são a forma material da descrição letrada dos conhecimentos escolares tratados nas aulas ou dos conhecimentos organizados pelo aluno mediante a orientação do professor. Nesses cadernos estão registros gráficos dos objetos de aprendizagem e, também, registros das respectivas aprendizagens. Na escola tradicional, a dinâmica consagrada é a da aula expositiva, com a exposição do conteúdo na lousa, pelo professor e a transcrição desse conteúdo, pelo aluno, em seu caderno escolar. Percebemos que a utilização do caderno tem sido uma prática essencial em meio às estratégias do ensino e da aprendizagem. Esclarecemos ainda, neste capítulo, os critérios de escolha da escola e dos participantes da pesquisa, sendo todos alunos do sétimo ano de uma mesma turma. Descrevemos os instrumentos de coleta dos dados e apresentamos os quadros ideográficos com nossas interpretações, observando que a apresentação dos principais trechos das entrevistas socializadas foram esclarecedores sobre os conhecimentos dos sujeitos com nossa análise e possibilitaram a nossa interpretação.

E, por fim, efetuamos nossas considerações sobre o estudo realizado, apresentando uma síntese conclusiva do que observamos acerca da atividade gráfica do aluno no particular das suas experiências na construção de conceitos e na aprendizagem sobre sólidos geométricos. Em seguida, apresentamos as referências bibliográficas e os anexos.

1. A GEOMETRIA DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS EM APRENDIZAGEM

*Se quiserdes conhecer o que é a matemática, basta olhardes Os Elementos de Euclides.
Immanuel Kant*

A partir do que propomos como objeto da pesquisa, a aprendizagem sobre sólidos geométricos mediante a produção gráfica, nos remetemos aos cadernos escolares dos alunos, onde se dão registros de seus estudos sobre os sólidos geométricos. Dada a situação do nosso objeto, procuramos antecedentes escolares na literatura da geometria Euclidiana que organiza o conhecimento científico da geometria, como também na literatura normativa do ensino e ainda em outros estudos acadêmicos da própria evolução da ciência matemática e da sua escolarização, como o chamado “Movimento da Matemática Moderna”.

Para nossa compreensão do ensino de Geometria no Brasil buscamos uma retrospectiva a partir da década de sessenta quando, na cidade de São Paulo em 1961, ocorreu a criação do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM).

1.1. ANTECEDENTES ESCOLARES

No que antecede a realidade atual do nosso Ensino Fundamental de Geometria temos o chamado Movimento da Matemática Moderna (MMM) que ficou conhecido como movimento internacional de reformulação do ensino da matemática escolar. Esse movimento deixou importantes influências no uso da linguagem destinada à Matemática como também uma recente organização do governo brasileiro sobre orientações para toda educação escolar.

Nas décadas de sessenta e setenta, tanto o ensino da Geometria no Brasil como o da Matemática foram bastante influenciados por esse Movimento da Matemática Moderna (MMM), que veio com o objetivo de unificar os diferentes campos da Matemática. As mudanças propostas pelo movimento, segundo Silva (2008, p.690), aproximavam “o ensino realizado na educação básica àquele desenvolvido na Universidade, o que corresponde à linguagem e à estrutura empregada pelos matemáticos da época.”

Esse currículo, com base na Teoria dos Conjuntos e na própria lógica interna da Matemática, enfatizava o uso de uma linguagem matemática precisa e rigorosa. Os trabalhos de Piaget fundamentaram o uso das estruturas matemáticas. Sobre esses trabalhos, Artigue

(1993) citada por Viana (2000, p.1-2) destaca que “Para esse autor, as estruturas da inteligência correspondem às estruturas sobre as quais se assenta o edifício matemático: estruturas algébricas, estruturas de ordem, estruturas topológicas”. Segundo Viana (2000), nas práticas das escolas e

nos livros didáticos, o que se verificou foi um abuso da linguagem e uma preocupação de tornar concretas, para as crianças, até mesmo noções abstratas (como os conceitos de conjunto vazio e infinito). Nessa perspectiva, o ensino de geometria para as crianças era iniciado com as noções “intuitivas” de ponto, reta e plano, sendo importante, neste estudo, o uso correto da linguagem: “o ponto pertence à reta”, “a reta está contida no plano”, “a intersecção das retas é um ponto” etc. (p.2).

O ensino de geometria plana, segundo Viana (2000) ficava para o então ensino de 1º grau, hoje o ensino fundamental e só no final do 2º grau estudavam a geometria espacial.

Centrar o ensino da Matemática nas estruturas e fazer uso de uma linguagem única reflete que “(...) a reforma deixou de considerar um ponto básico que viria se tornar seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do ensino fundamental” (BRASIL, 1997, p.21). No Brasil, o MMM foi veiculado principalmente pelos livros didáticos. A oposição a esse movimento iniciou-se a partir da constatação de distorções e inadequações de alguns de seus princípios.

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), dos Estados Unidos, apresentou o documento “Agenda para Ação” que tratava para o ensino da Matemática a resolução de problemas e a importância de aspectos sociais, antropológicos e linguísticos. Esses novos enfoques para a aprendizagem da Matemática refletiram em reformas ocorridas mundialmente. No Brasil, essa discussão também resultou em novas propostas curriculares que vieram em 1998 com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), onde a geometria dos sólidos ganhou presença em todo o Ensino Fundamental.

1.2. OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS DO CURRÍCULO ESCOLAR

As visíveis transformações da sociedade contemporânea na década de 90 apontaram para a necessidade de inovações e reformas em todos os níveis educacionais. No final de 1996, a Lei nº 9394, denominada Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB(1996), veio estabelecer princípios e fins para a educação nacional. Com sua promulgação emergiu um novo momento do ensino brasileiro.

O artigo primeiro da LDB (1966) reforça a ideia de que a educação escolar assume a responsabilidade de formar o indivíduo para que ele possa interagir como pessoa em desenvolvimento dentro da sociedade. Já, o artigo segundo destaca que “A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1996, p.1). Nessa perspectiva, a LDB (1996) distribui funções, atribuições, responsabilidades e sinaliza caminhos a percorrer, porém, a base da responsabilidade social fica nas ações do professor e da escola. Essa lei apresenta possibilidades para construir um currículo mais voltado para a formação humana, como também ir adequando os conteúdos às necessidades dos alunos.

Estudos e pesquisas de orientação governamental, realizadas na década de 90 por educadores brasileiros, resultaram de forma organizada nos documentos oficiais denominados Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) com a orientação de transformar o sistema educativo brasileiro. Os PCN surgem “com a intenção de ampliar e aprofundar um debate educacional que envolva escolas, pais, governos e sociedade e dê origem a uma transformação positiva no sistema educativo nacional” (BRASIL, 1998, p.8). Em 1998, pautados por princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos, tornam-se públicos os PCN de Matemática que têm como objetivo principal orientar o papel da Matemática no Ensino Fundamental. Os PCN de Matemática apontam para duas grandes questões:

a necessidade de se reverter o quadro em que a Matemática se configura como um forte filtro social na seleção dos alunos que vão concluir, ou não o ensino fundamental e a necessidade de proporcionar um ensino de Matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão. (*ibid.*, p.15)

Observamos que, nos últimos anos, o ensino da Matemática foi se adaptando à realidade e às necessidades de cada época. As diferentes formas de ver a realidade e de aquisição de novos conhecimentos são alguns dos fatores que influenciaram a atualização do ensino e a definição dos conteúdos a serem discutidos em sala de aula. Ocorre uma grande preocupação por parte de muitos educadores não apenas com a forma, mas também com os conteúdos que devem ser ensinados. A partir desse quadro, observamos nos PCN de Matemática que um dos objetivos do ensino de Matemática para o terceiro ciclo, é visar ao desenvolvimento dos pensamentos numérico, algébrico e geométrico.

Em nosso caso específico, identificamos que os PCN de Matemática apontam que os educandos devem reorganizar e ampliar seus conhecimentos sobre o tema Espaço e Formas,

abordados anteriormente. Para o desenvolvimento do pensamento geométrico, indicam a exploração de situações de aprendizagem que conduzem o aluno a “estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo suas representações” (BRASIL, 1998, p.65). Quanto às atividades geométricas, o enfoque deve ser nos procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como no manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras.

Desse modo, estudar geometria é propiciar ao aluno o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento, possibilitando-lhe a compreensão, a descrição e o pensamento organizado do mundo em que vive. Vemos também nos PCN de Matemática, sugestões de como organizar situações de ensino e de aprendizagem, relacionando a matemática a novas formas de seu ensino, bem como os critérios e procedimentos avaliativos.

Buscando relacionar os PCN de Matemática com o nosso objeto de investigação, observamos que eles recomendam, na lista de conteúdos e procedimentos relativos ao campo Espaço e Forma para o terceiro ciclo,

- Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.
- Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não regulares; prismas; pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixo de simetria de um polígono; paralelismo de lados; medidas de ângulos e de lados.
- Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números. (*ibid.*, p.72-73)

Desse modo, os PCN consideram que o estudo de Geometria no Ensino Fundamental favorece aos jovens o desenvolvimento do pensamento geométrico. A aquisição dessa habilidade colaborará em outras áreas do conhecimento e também possibilitará a resolução situações da vida que forem geometrizadas, como por exemplo, questões presentes na composição musical, na coreografia, na arte e nos esportes.

1.3. A GEOMETRIA NA INSTRUÇÃO ESCOLAR

Buscando a compreensão do papel que a Geometria cumpre na instrução escolar, encontramos com a leitura dos PCN forte orientação a respeito da Matemática e de todas as

disciplinas do Ensino Fundamental quando se referem à adequação do ensino escolar às tendências da realidade.

Segundo esse documento, “A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural” (BRASIL, 1998, p.24). Destaca ainda, numa visão oposta, que a escola não considera a Matemática uma ciência viva com seu valor intrínseco e de natureza lógica, mas um corpo de conhecimento imutável e verdadeiro. A Matemática tem sido instrumento na solução de problemas científicos e tecnológicos da maior importância, porém devem ser considerados os aspectos especulativos e estéticos para não perder parte de sua natureza.

Dois aspectos indissociáveis impulsionam o trabalho em Matemática. Por um lado, o apelo das aplicações às mais simples situações da vida cotidiana e às mais complexas elaborações de outras ciências e, por outro lado, a busca de respostas a questões do próprio edifício da Matemática. Segundo os PCN, a Matemática está presente na criação de “sistemas abstratos, ideais, que organizam, inter-relacionam e revelam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados quase sempre a fenômenos do mundo físico” (*ibid.*, p. 25). Fruto da criação e invenção humana, a matemática não se desenvolve de forma linear e logicamente organizada. Seu desenvolvimento, segundo ainda o texto dos PCN, segue caminhos de idas e vindas com rupturas culturais de paradigmas.

Na mesma referência, uma mudança importante de paradigma ocorre na aceitação da comunidade acadêmica de uma pluralidade de modelos geométricos capaz de modelar a realidade do espaço físico: é o aparecimento das chamadas geometrias não-euclidianas. Nessas oportunidades, os novos conhecimentos de geometria referem-se à superação da visão de uma única geometria do real, a geometria euclidiana. Para os PCN, o modelo de Matemática de hoje tem origem na civilização grega, aproximadamente 700 a.C. a 300 d.C., formado por sistemas formais, logicamente estruturados a partir de premissas e o emprego de regras de raciocínio preestabelecidas. Esse sistema atingiu a maturidade no século XIX com o surgimento da Teoria dos Conjuntos e o desenvolvimento da Lógica Matemática. Seja nos vários ambientes escolares ou nos livros, o saber matemático tem sido exposto pela vertente da dedução lógica, no âmbito de um sistema de axiomas.

Ao longo da história, a Matemática tem convivido com a reflexão nas direções da epistemologia e da lógica. Para o conhecimento matemático, reconhece-se a demonstração formal como única forma de validação dos resultados e, nesse sentido, nenhuma verificação experimental valida matematicamente, como por exemplo, o teorema de Pitágoras ou a soma

dos ângulos de um triângulo. Entretanto, deve-se focar o papel heurístico dos contextos materiais como fonte de conjecturas matemáticas. Para os PCN,

Essas características permitem conceber o saber matemático como algo flexível e maleável às inter-relações entre os vários conceitos e entre os seus vários modos de representação, e, também, permeável aos problemas nos vários outros campos científicos. Um saber matemático desse tipo pode ser o motor de inovações e de superação dos obstáculos, desde os mais simples até aqueles que significam verdadeiras barreiras epistemológicas no seu desenvolvimento. (BRASIL, 1998, p. 26)

A colaboração que a Matemática oferece à formação básica para a cidadania é promover reflexões sobre as condições humanas de sobrevivência, a inserção dos jovens no mundo do trabalho e o desenvolvimento da crítica e do posicionamento diante das questões sociais. A sobrevivência da sociedade está relacionada cada vez mais com um conhecimento mais elaborado. A complexidade da organização social e a falta de condições para interpretar informações dificultam a tomada de decisões em relação aos problemas sociais. Hoje, o mundo do trabalho exige pessoas mais criativas, versáteis e autônomas em condições de entender o processo de trabalho como um todo. Desse modo, cabe a escola desenvolver uma educação que associe escola, conhecimento, trabalho e que coloque o aluno diante de desafios que lhe dê condições para desenvolver atitudes de responsabilidade, compromisso, crítica, satisfação e reconhecimento de seus direitos e deveres.

Nessa perspectiva, desenvolver caminhos que buscam a construção de estratégias, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia conquistada na confiança da própria capacidade para enfrentar desafios são as contribuições da matemática para a formação integral do cidadão. Ou seja, exercer a cidadania é saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, etc. Segundo os PCN, é importante que a Matemática

(...) desempenhe, no currículo, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (*ibid.*, p.28)

Nos dias atuais, os currículos de Matemática para o Ensino Fundamental devem contemplar estudos nos campos dos números e das operações, do espaço e das formas e o das grandezas e das medidas. Segundo esse documento oficial, os currículos devem considerar para cada campo a relevância social dos conceitos, procedimentos e atitudes e apontar em que medida os conteúdos contribuem para a coordenação do pensamento lógico-matemático, para o desenvolvimento da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica. Para os

conceitos, os PCN apontam que, “Conceitos permitem interpretar fatos e dados e são generalizações úteis que permitem organizar a realidade, interpretá-la e predizê-la. Sua aprendizagem desenvolve-se de forma gradual e em diferentes níveis e supõe o estabelecimento de relações com conceitos anteriores”(BRASIL, 1998, p.49). No terceiro ciclo ocorre a consolidação de alguns conceitos, uma vez que eles já vêm sendo trabalhados desde os ciclos anteriores e outros iniciados como noções/ideias que se consolidarão no Ensino Médio.

Estudar Geometria é militar em um campo farto de situações-problema, o que favorece o interesse de modo natural por esse campo de estudo. Nesse sentido, o estudo de Geometria oferece condições para que o aluno estabeleça conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. O estudo do campo Espaço e Forma deve ser explorado a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, de pinturas, desenhos, esculturas e artesanatos.

Os princípios norteadores para o ensino de Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, segundo os PCN, estão pautados na construção e apropriação de um conhecimento que permitirá orientar o aluno na compreensão e na transformação da realidade, no desenvolvimento das capacidades de observação, estabelecimento de relações, argumentação e validação de processos, no estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e na relação de observações do mundo real com representações.

Buscamos no documento oficial da Secretaria Municipal de Educação de Campo Grande/MS, o Referencial Curricular da Rede Municipal de Ensino de 2008, as orientações para o ensino de Matemática em Campo Grande/MS. A elaboração desse documento ocorreu por conta da promulgação da Lei nº 11274, de 6 de fevereiro de 2006, que prescreveu a duração de nove anos para o Ensino Fundamental. Desse modo, a necessidade de fundamentar o Referencial Curricular (2008) foi para atender os pressupostos da Lei 11274/2006, que são

(...) a busca da totalidade social e histórica da formação do cidadão, compreendida como uma educação que oportuniza aos alunos entenderem o funcionamento dos valores cultural, estético, político e econômico da sociedade da qual faz parte, e conforme o nível de compreensão, em consonância com a política de educação do município de Campo Grande. (CAMPO GRANDE, 2008, p.17)

O Referencial Curricular (2008) objetiva nortear a proposta curricular da Rede Municipal de Ensino. Atendendo à LDB/1996 que determina para os currículos do Ensino Fundamental e Médio que “devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada” (BRASIL,

1996, p.1), as áreas de conhecimento são distribuídas em base comum e diversificada. Essa distribuição cumpre também o artigo 210 da Constituição Federal de 1988, que delega ao Estado a fixação de conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental assegurando a formação básica comum e respeitando valores culturais e artísticos, nacionais e regionais.

Nesse sentido, o Referencial Curricular (2008, p.91) indica como objetivos de operacionalização dos conteúdos matemáticos do 3º ao 9º anos do Ensino Fundamental:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meio para compreender e transformar o mundo a sua volta, bem como estabelecer relações de aspectos quantitativos e qualitativos com as problemáticas da vida humana;
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, construindo, a partir delas, os significados das operações fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio;
- Estabelecer relações entre os conhecimentos matemáticos nos diferentes campos das atividades humanas, bem como entre os conhecimentos de outras áreas do currículo;
- Selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las com criticidade;
- Descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, com coerência e clareza da linguagem oral, estabelecendo, entre elas, relações nas diferentes representações matemáticas.

Embora os conteúdos estejam organizados nos eixos temáticos números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma e tratamento da informação, os conteúdos devem ser trabalhados de maneira articulada, isto é, devem relacionar o conteúdo de um determinado eixo com conteúdos de outros eixos.

Para o eixo temático, Espaço e Forma, o Referencial Curricular (2008) destaca que “os conceitos geométricos constituem uma parte importante do currículo de Matemática do Ensino Fundamental. Eles permitem, ao aluno, desenvolver a capacidade de compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (p.93). Enfatiza que a Geometria trabalhada no ensino fundamental, a geometria Euclidiana, aceita os entes primitivos como o início de todos os postulados e teoremas que fundamentam a constituição dos objetos bidimensional e tridimensional.

A obra “Os Elementos”, de Euclides, é à base de todos os estudos da Geometria. Destaca a Geometria como campo fértil para trabalhar situações-problema e, com isso, torna-se um tema que desperta interesse no aluno, pois possibilita a exploração das formas presentes na vida das pessoas. Referente às contribuições do estudo da Geometria no ensino fundamental, o Referencial Curricular (2008) destaca que

O trabalho com noções de geometria contribui para a aprendizagem de números e medidas, ao estimular o aluno a observar, perceber semelhanças, diferenças e

identificar regularidades (...). Todo corpo que ocupa um lugar no espaço possui forma e volume. A geometria Euclidiana tem a função de estudar e explorar as formas planas e espaciais com as suas propriedades. (p. 94)

Os conteúdos propostos pelo Referencial Curricular (2008) para o sétimo ano do ensino fundamental, no eixo Espaço e Formas, estão na seção 8.3 Eixo – Espaço e seguem distribuídos em figuras planas, sólidos geométricos, ampliação e redução de figuras planas na malha quadriculada, propriedades do triângulo, condição de existência do triângulo, nomenclatura dos triângulos quanto a lados e ângulos, relação entre circunferência, seu raio e diâmetro, referencial cartesiano (mapas e croquis) e situações-problema envolvendo razão e proporção em mapas e plantas.

No eixo Espaço e Forma, esse documento enfatiza a relevância social da aprendizagem desses conteúdos para o 7º ano do ensino fundamental, pois proporciona ao aluno condições para que reconheça as formas geométricas (bidimensionais e tridimensionais), em diversos contextos; que identifique e utilize a nomenclatura própria dos elementos que compõem essas formas ao relacionar os sólidos com suas planificações. É nesse sentido que situamos nosso trabalho, cujo objetivo geral é organizar um conhecimento acerca da atividade gráfica do aluno no particular das suas experiências na construção de conceitos e na aprendizagem sobre sólidos geométricos.

De acordo com o Referencial Curricular (2008) e em relação ao ensino de Geometria, vimos que, “Todo corpo que ocupa um lugar no espaço possui forma e volume. A geometria Euclidiana tem a função de estudar e explorar as formas planas e espaciais com as suas propriedades” (CAMPO GRANDE, 2008, p.94).

1.4. OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Para a apresentação da matemática dos sólidos geométricos do ensino fundamental, tomamos como referência a obra de Euclides “Os Elementos” e três exemplares de livros didáticos do 6º ano de coleções apontadas no Guia de livros didáticos (2010) do 6º ao 9º anos aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático 2011 – PNLD (2011). A seleção desses exemplares foi feita de acordo com o que tínhamos disponível. Focando o ensino fundamental, articulamos o que é apresentado na obra de Euclides e nos livros didáticos no que se refere à matemática dos sólidos geométricos do ensino fundamental.

Sobre a obra mais popular do mundo que versa sobre Geometria, “Os Elementos” de Euclides, destacamos o prefácio do livro *Euclid, The Creation of Mathematics*, do matemático alemão Beeno Artmann:

Esse livro é para todos os amantes da matemática. É uma tentativa de entender a natureza da matemática do ponto de vista de sua fonte antiga mais importante. Mesmo que o material coberto por Euclides possa ser considerado elementar na sua maior parte, o modo como ele o apresenta estabeleceu o padrão mais de dois mil anos. Conhecer “Os Elementos” de Euclides pode ser da mesma importância para o matemático hoje o conhecimento da arquitetura grega para um arquiteto. (ARTMANN *apud* BICUDO, 2009, p. 15)

Quanto aos aspectos ensinados da matemática, Artmann citado por Bicudo (2009) ressalta que Euclides nos ensina em um sentido mais geral, pois

Exibe o fundamento axiomático de uma teoria matemática e o seu desenvolvimento consciente rumo à solução de um problema específico. Vemos como a abstração trabalha e impõe a apresentação estritamente dedutiva de uma teoria. Aprendemos o que são definições criativas e como uma compreensão conceitual leva à classificação dos objetos relevantes. (p. 16)

Sobre o pensamento científico, destaca que “Um dos poderes maiores do pensamento científico é a habilidade de desvelar verdades que são visíveis somente “aos olhos da mente”, como diz Platão, e de desenvolver modos e meios de lidar com elas” (*ibid.*, p.16). Observamos que a história da obra “Os Elementos”, segundo Bicudo (2009), confunde-se com a história da matemática grega. Nessa origem buscamos a matemática dos sólidos geométricos do ensino fundamental.

Na tradução da obra “Os Elementos”, Bicudo (2009) aponta que muitos pensadores têm o homem como uma estranha criatura. Constantemente oscila entre o passado, que procura conhecer, e o futuro que não pode ser examinado. Sua memória se prende ao que foi; e o seu desejo, ao que será. O homem de hoje é o resultado dos que viveram antes, isto é, somos o que os séculos nos fizeram.

Pode-se dizer que o conhecimento matemático, tanto o egípcio quanto o babilônico, considerava a experiência como critério de verdade. Tal conhecimento foi herdado pelos gregos, porém o que satisfazia egípcios e babilônios não contentou a exigência grega. Para Bicudo (2009, p.77), “Com os matemáticos da Grécia, a razão suplanta a *empeiria* como critério de verdade e a matemática ganha características de uma ciência dedutiva”.

Depois do século XIX, a organização de uma teoria matemática consiste no matemático definir os conceitos de que se servirá e demonstrar as propriedades desses conceitos. Para Bicudo (2009), “definir um conceito significa explicá-lo em termos de outros

conceitos já definidos, e demonstrar uma proposição equivale a argumentar pela sua veracidade, usando as regras de inferência válidas fornecidas pela lógica, com base em proposições anteriormente demonstradas” (p.82), isto é, para definir certo conceito utilizamos de vários conceitos anteriormente definidos, sendo tais definições desses conceitos obtidas em função de outros conceitos que antecedem as estruturas e, analogamente, para provarmos uma proposição, recorremos a proposições anteriormente provadas e que foram provadas com o auxílio de outras já provadas anteriormente à ordenação da teoria. Quer na definição de conceitos ou nas demonstrações de propriedades, dada a nossa finitude, usa-se o termo “assim por diante” para dar a solução.

Para Duhamel, citado por Bicudo (2009, p.82), “É por entendê-lo desse modo que diremos que a definição de uma coisa é a expressão das suas relações com coisas conhecidas. E, por conseqüência, nem todas as coisas podem ser definidas, pois que, para isso, seria necessário conhecer já as outras”. Assim, o compromisso do matemático, valendo-se dos conceitos não definidos e procurando escolher no menor número possível, é definir todos os demais conceitos de que deva lançar mão. Para a demonstração de propriedades/proposições, o matemático deve acolher as proposições necessárias sem demonstrações no menor número possível e procurar provar todas as outras afirmações que venha fazer a partir daquelas.

Para Bicudo (2009), os conceitos não definidos são chamados de conceitos ou termos primitivos e os demais, conceitos ou termos derivados; já os axiomas são as proposições aceitas sem demonstrações e vale destacar que hoje não se faz distinção entre axioma e postulado. É dessa estruturação das “disciplinas matemáticas” em conceitos primitivos e derivados, axiomas e teoremas que provém “a arquitetura” dessa ciência. Segundo Bourbaki, citado por Bicudo (2009, p.83), “a noção de demonstração nesses autores [Euclides, Arquimedes, Apolônio] não difere em nada da nossa”.

Na atualidade, a presença da matemática nas diversas atividades humanas do cotidiano, a influência das tecnologias de base científica e a troca de informações de vários tipos, segundo o Guia de livros didáticos (2010), são fatores que contribuem para a importância do desenvolvimento de competências matemáticas. As rápidas e profundas mudanças no mundo do trabalho exigem novas adaptações e novos processos de produção e de comunicação. Nesse sentido, o ensino atual do conteúdo Sólidos geométricos no Ensino Fundamental é apresentado como fonte de modelos para construções abstratas que, segundo o Guia de livros didáticos (2010), essas construções se constituem como instrumentos de ajuda na compreensão de fenômenos das mais diversas áreas do saber. Incluem-se como modelos matemáticos “conceitos, relações entre conceitos, procedimentos e representações simbólicas

que, num processo contínuo, passam de instrumento na resolução de problemas a objeto próprio de conhecimento.” (BRASIL, 2010, p.14)

Os modelos matemáticos, segundo o Guia de livros didáticos (2010), são construídos em vários estágios de abrangência e de sistematização. Inicialmente, eles são associados a objetos do mundo físico e são denominados de figuras ou sólidos geométricos. Um dado de jogar pode ser associado à figura geométrica abstrata definida como um cubo. Quase sempre os modelos particulares são envolvidos por teorias matemáticas gerais. As teorias matemáticas, por sua vez, se constituem em modelos abstratos nos vários outros campos do saber. Nesse enfoque, a geometria Euclidiana pode ser considerada exemplo de modelo matemático mais geral.

O conteúdo Sólidos geométricos do Ensino Fundamental, muitas vezes é ensinado a partir de um conceito ou ente matemático e relacionado com objetos ou fenômenos do mundo físico que o represente. Neste caso, para o Guia de livros didáticos (2010), os objetos ou fenômenos são chamados de modelo concreto do ente matemático. Assim, certa lata de leite em pó pode ser um modelo concreto da figura geométrica definida como cilindro. As figuras, de uso frequente como recurso didático no ensino de geometria, tratadas em nossa pesquisa por representações gráficas dos sólidos geométricos,

formam uma classe significativa de modelos concretos de entes matemáticos e cumprem papel importante nas atividades em que intervêm as habilidades de visualização. Cabe observar que os desenhos, mesmo considerados como modelos concretos, contêm certo grau de abstração em relação aos objetos do mundo físico. (*ibid.*, p.14)

Desse modo, um dos aspectos fundamentais da geometria Euclidiana é a diversidade de representações gráficas que colaboram na representação de conceitos, relações e procedimentos. Quanto ao tipo de pensamento que é desenvolvido com o estudo de Geometria, o pensamento geométrico, segundo o Guia de livros didáticos (2010),

surge da interação espacial com os objetos e os movimentos no mundo físico e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas. A organização e a síntese desse conhecimento também são importantes para a construção do pensamento geométrico. (p.16)

Como o ensino da Matemática vem sendo realizado buscando desenvolver competências, segundo o Guia de livros didáticos (2010), é necessário estabelecer diversas articulações. Uma delas é a articulação da Geometria com diferentes campos do saber, pois assim ela não fica isolada em campo estanque e autossuficiente. Outra é estabelecer a

articulação entre os vários enfoques na abordagem de um mesmo conteúdo. Uma terceira que se faz necessário estabelecer é articular as diversas representações de um mesmo conteúdo.

O nosso propósito em estudar as produções gráficas dos sólidos geométricos nos cadernos escolares é buscar, com as articulações das diferentes representações dos sólidos geométricos, a aprendizagem dos alunos referente à formação de seus conceitos.

Considerando que a construção de um conceito se dá no decorrer de um período, de estágios mais intuitivos aos mais formalizados e que um conceito nunca é isolado, mas se integra por meio de relações, das mais simples às mais complexas a um conjunto de outros conceitos, e ainda segundo o Guia de livros didáticos (2010), educadores matemáticos “têm defendido a ideia de que os conceitos relevantes para a formação matemática atual devem ser abordados desde o início da escolarização” (BRASIL, 2010, p.17).

Nesse enfoque, quando buscamos estudar a aprendizagem dos conceitos dos sólidos geométricos consideramos, que os alunos já tenham estudado esse conteúdo em anos anteriores e, dessa forma, esperamos que a aprendizagem dos conceitos se realize de forma ampla e completa em um curto período de tempo. Levamos em conta que esse conteúdo é revisado de forma ampliada e aprofundada no decorrer do percurso escolar.

Para o ensino de Geometria no ensino fundamental, destacam-se os princípios da contextualização e o da interdisciplinaridade. Conforme o Guia de livros didáticos (2010), o princípio da contextualização estabelece que o ensino de Geometria deve estar articulado com várias práticas e necessidades sociais. Já o princípio da interdisciplinaridade estabelece a necessidade de o ensino de Geometria estar aberto para as interrelações entre outras áreas do saber científico ou tecnológico. Mesmo ocorrendo harmonia desses princípios com a Geometria, não se pode desconsiderar as conexões internas entre os conteúdos. Para as contextualizações artificiais é necessário observar que elas são ineficazes se a situação é apenas uma condição para obter dados numéricos ou se são condições baseadas em situações cotidianas com aspectos irrealis.

O ensino de Geometria deve contribuir para a formação de jovens críticos e responsáveis na sociedade contemporânea. Para o Guia de livros didáticos (2010), primeiro deve-se considerar todo aluno como “sujeito ativo de seu processo de aprendizagem; que reconheça os seus conhecimentos prévios e extraescolares; que incentive sua autonomia e sua interação com os colegas” (*ibid.*, p.18). Também deve ser considerado que o ensino de Geometria no ensino fundamental se constitui de maneira a proporcionar condições para o desenvolvimento de competências matemáticas para auxiliar o aluno de forma mais direta a compreender questões sociais ligadas à sociedade.

1.4.1. Os livros escolares do ensino fundamental

Para situarmos o ensino de Geometria nos dias atuais, procuramos os livros escolares contemporâneos que são sugeridos no documento oficial, Guia de livros didáticos (2010) do 6º ao 9º anos, que apresenta resenhas das dez coleções aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático 2011 – PNLN (2011). Realizamos um breve estudo do conteúdo Sólidos Geométricos em três exemplares de livros escolares do 6º ano, de coleções apresentadas pelo Guia de livros didáticos (2010), a fim de verificarmos como o ensino dessa área está ocorrendo no Ensino Fundamental.

Consideramos que a contribuição do livro didático no processo ensino-aprendizagem é como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno e, que nesse diálogo é apresentada “uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir aprendê-lo mais eficazmente – que devem ser explicitados no manual do professor” (BRASIL, 2010, p.12). Além de destacar o papel do professor que é central em todo o processo ensino-aprendizagem, esse documento também apresenta informações que auxilia o professor na escolha do livro didático; inclui reflexões sobre a sala de aula interagindo o professor, o aluno, o livro didático e o saber a ser estudado e, por fim, apresenta comentários gerais sobre as coleções aprovadas. Esse material objetiva contribuir para a escolha e uso do livro didático e para a formação dos professores. O PNLN (2011) é constituído inicialmente com as editoras inscrevendo as coleções em resposta a um edital público do Ministério da Educação (MEC). As coleções são apresentadas em ordem crescente de sua inscrição no PNLN (2011).

As resenhas apresentam, de maneira mais fiel possível, a estrutura e o sumário dos conteúdos desses livros. Educadores envolvidos com o ensino do 6º ao 9º anos e embasados nos critérios publicados pelo MEC, expressam uma avaliação de cada coleção e, com isso, “buscam-se aumentar os efeitos positivos da presença do livro didático em nossas escolas públicas; efeitos esses que não dependem apenas de uma boa escolha do livro, mas também de um uso adequado desse instrumento em sala de aula.” (BRASIL, 2010, p.12)

Para Gérard e Roegiers (1998), citados no referido Guia de livros didáticos (2010, p.12-13), as funções mais importantes do livro didático na relação com o aluno são

- favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes;
- propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar a autonomia;
- consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos;
- auxiliar na autoavaliação da aprendizagem;

- contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania.

No que se refere ao professor, o Guia de livros didáticos (2010) aponta que o livro didático desempenha, entre outras, as importantes funções de

- auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, seja pela explanação de conteúdos curriculares, seja pelas atividades, exercícios e trabalhos propostos;
- favorecer a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência;
- favorecer a formação didático-pedagógica;
- auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno. (p.13)

Acrescenta, ainda, que essas funções são históricas e socialmente situadas e, com isso, são sujeitas a limitações e contradições. Assim, é indispensável à participação do professor na observação e adequação desse instrumento didático à sua prática pedagógica, ao aluno e ao projeto político-pedagógico de sua escola.

É sempre desejável que o livro didático não tenha papel dominante no processo ensino-aprendizagem, mas que seja um recurso auxiliar nesse processo. Ele não deve ser o único material para auxiliar o trabalho do professor, pois para que a autonomia pedagógica não seja comprometida o professor deve buscar complementá-lo,

(...) seja para ampliar suas informações e as atividades nele propostas ou contornar suas deficiências, seja para adequá-lo ao grupo de alunos que o utilizam. Mais amplamente, é preciso levar em consideração as especificidades sociais e culturais da comunidade em que o livro é utilizado, para que o seu papel na formação integral do aluno seja mais efetivo. (BRASIL, 2010, p.13)

Focando a coleção referente ao exemplar I, verificamos que há demonstrações de propriedades geométricas, com encadeamento lógico adequado. Para os conteúdos de Geometria, o Guia de livros didáticos (2010) aponta que eles estão concentrados e dificultando a conexão com os demais. Privilegia a geometria plana e seu estudo inicia-se com as noções de ponto, reta, plano, ângulos e polígonos. Ao longo dos volumes, os conceitos são retomados e ampliados; as construções geométricas realizadas não apresentam justificativas desejáveis.

Quanto à metodologia de ensino e aprendizagem, a coleção do exemplar I privilegia a apresentação formal dos conteúdos; os conceitos e os procedimentos são introduzidos por meio de exemplos, seguidos de sistematização dos resultados. A apresentação direta dos conteúdos não favorece uma participação ativa dos alunos na construção de seus conhecimentos, no entanto, alguns desafios possibilitam liberdade para a aplicação dos

conhecimentos adquiridos e, frequentemente, utilizam-se instrumentos de desenho e de medição. Um ponto forte dessa coleção é relacionar a Matemática com outras áreas do conhecimento.

A coleção do exemplar I apresenta textos escritos na língua materna, com linguagem clara e acessível, porém enfatiza o uso da linguagem matemática formal. Valoriza as definições e enuncia propriedades com uso de simbolismo que algumas vezes são dispensáveis. Para o Guia de livros didáticos (2010, p.46),

Um ponto positivo é a explicação da origem e significado de algumas palavras, o que pode contribuir para aumentar o vocabulário do estudante. A obra é bem organizada e é feito um bom uso de cores para diferenciar as seções e destacar conteúdos importantes. As ilustrações, de diversos tipos, são pertinentes e favorecem a compreensão dos conteúdos, como no cálculo da área de figuras planas.

A coleção do exemplar II destaca a articulação dos conhecimentos que estão sendo abordados com aqueles apresentados em anos anteriores. Os exercícios apresentados são variados e com diferentes graus de dificuldades. Toda a coleção desse exemplar desprende muita atenção a “procedimentos, algoritmos e fórmulas e, após a apresentação de poucos exemplos, passa rapidamente à sistematização dos conteúdos. Assim, não oferece muitas oportunidades para o aluno pensar de forma autônoma” (BRASIL, 2010, p.65).

Ainda em relação a essa coleção, “As diferentes representações matemáticas de um mesmo conceito são bem trabalhadas. Mas, em alguns casos, a relação entre diversos significados de um mesmo conceito não é bem explorada” (*ibid.*, p.67). Nem sempre são justificadas as construções geométricas com instrumentos de desenho e, também, não se explora a visualização espacial. Valoriza-se pouco as atividades experimentais e enfatiza a nomenclatura e a classificação.

No que se refere à metodologia e à aprendizagem, ela introduz os conteúdos com poucos exemplos e segue com uma rápida explicação e apresentação de conceitos, de propriedades, de algoritmos e da simbologia matemática. Em seguida, apresenta os exercícios de aplicação e de fixação desses conteúdos. As atividades propostas e as situações contribuem no desenvolvimento da memorização, da compreensão e das capacidades de análise e síntese. Os desafios colaboram com o desenvolvimento das competências de observação, exploração e estabelecimento de relações. Os materiais didáticos mais utilizados são os instrumentos de desenho. Sobre a linguagem, “observa-se certo exagero no vocabulário matemático utilizado, a exemplo de região interior convexa. Em geral, as ilustrações são adequadas, porém algumas páginas estão muito carregadas” (*ibid.*, p.69).

A coleção do exemplar III valoriza a resolução de problemas, porém na apresentação dos conceitos, definições e procedimentos nem sempre favorece a iniciativa do aluno. As contextualizações colaboram para dar mais significado aos conteúdos e proporciona uma interação entre os alunos quando indica trabalhos em duplas e projetos em equipe. Essa coleção valoriza o uso de materiais concretos.

Esta obra apresenta uma lista extensa de conteúdos e de atividades. Constantemente retomam-se os conteúdos e observa-se o cuidado em estabelecer relações entre eles. No que se refere aos sólidos, eles são abordados de maneira apropriada: as figuras planas, por exemplo, são estudadas com base em planificações de figuras tridimensionais. Esta coleção procura, “(...) levar o aluno a observar a geometria em imagens ou desenhos presentes no texto, para, em seguida, incentivar a construção de figuras com o uso de instrumentos de desenho” (BRASIL, 2010, p.86).

Referente à metodologia e à aprendizagem, a coleção do exemplar III retoma os conceitos já trabalhados e procura levar o aluno a refletir sobre os conhecimentos construídos. Valoriza-se a resolução de problemas, mas nem sempre oportuniza o aluno a experimentar, refletir, conjecturar e fazer inferências, pois apresenta precocemente os conceitos, definições e procedimentos. Com a indicação de trabalhos em duplas e projetos em equipes sobre temas variados promove o incentivo para interação entre os alunos, que também contribuem para a construção da cidadania. A contextualização da matemática ocorre por meio de várias práticas sociais. No que se refere à linguagem, os conteúdos são apresentados de maneira clara e adequados. Com raras exceções, a passagem da língua materna para a linguagem matemática ocorre gradualmente, ao longo dos volumes e as ilustrações colaboram na compreensão dos temas estudados.

Buscando aprofundar nosso conhecimento acerca da geometria dos sólidos geométricos no ensino fundamental, procuramos fazer um estudo comparativo entre a geometria da obra de Euclides “Os Elementos” e a dos livros escolares contemporâneos.

1.4.2. A geometria da obra “Os Elementos” e a dos livros escolares contemporâneos

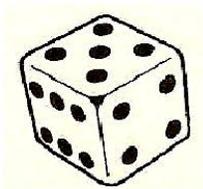
No decorrer do tempo, as atividades matemáticas usadas pelo homem foram para interagir com o mundo físico, social e cultural. Segundo o Guia de livros didáticos (2010), a matemática é fonte de modelos para as mais diversas áreas do conhecimento. Esses modelos são construções abstratas constituídas por instrumentos para ajudar a compreender os fenômenos das diversas áreas do conhecimento. Nestes modelos estão incluídos os conceitos,

relações entre conceitos, procedimentos e representações simbólicas que, constantemente, passam de instrumento na resolução de problemas a objeto próprio de conhecimento. Ao longo da história, os modelos matemáticos geraram um corpo de saber, isto é, um conjunto de ideias e procedimentos poderosos, com evolução constante. Assim, a contribuição da Matemática para as outras áreas do saber é aprofundar o conhecimento sobre os modelos matemáticos e, na direção oposta, procurar resolver problemas mais complexos de outros campos do conhecimento, a fim de proporcionar o desenvolvimento de novos modelos matemáticos.

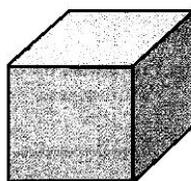
Os modelos matemáticos, segundo o Guia de livros didáticos (2010), são construídos em várias etapas de abrangência e de sistematização. Nas etapas mais simples, os modelos matemáticos são associados a objetos do mundo físico e são chamados de figuras ou sólidos geométricos. São modelos particulares, enfeixados em teorias matemáticas gerais, que se constituem em modelos abstratos para várias classes de fenômenos nos outros campos do saber. Um exemplo é uma lata qualquer de leite em pó podendo ser associada à figura geométrica abstrata do cilindro. A geometria Euclidiana é exemplo de modelos matemáticos mais gerais. Identificamos que

Os desenhos formam, igualmente, uma classe significativa de modelos concretos de entes matemáticos e cumprem papel importante nas atividades em que intervêm as habilidades de visualização. Cabe observar que os desenhos, mesmo considerados como modelos concretos, contêm certo grau de abstração em relação aos objetos do mundo físico. (BRASIL, 2010, p.14)

Buscando relacionar a geometria da obra de Euclides “Os Elementos” com a dos livros escolares contemporâneos, identificamos as definições de “fronteira” e “figura” como sendo: “E fronteira é aquilo que é extremidade de alguma coisa. Figura é o que é contido por alguma ou algumas fronteiras” (EUCLIDES, 2009, p.97). Os três exemplares dos livros escolares do 6º ano que analisamos, definem “figura” utilizando modelos matemáticos relacionados a objetos do mundo real para associar as suas respectivas figuras geométricas abstratas, conforme mostramos o modelo da figura geométrica abstrata do cubo abaixo.



Dado



Cubo

O conceito geométrico de sólidos geométricos aparece de maneira mais abstrata na obra de Euclides. No Livro XI, aparece a definição “1. Sólido é o que tem comprimento e largura e profundidade. 2. E uma extremidade de um sólido é uma superfície” (EUCLIDES, 2009, p.481). Nos três exemplares dos livros escolares, esse conceito é relacionado com o modelo concreto do ente matemático. Um dos exemplares classifica os sólidos geométricos de figuras tridimensionais justificando ter três dimensões (comprimento, largura e altura). Outro exemplar diferencia os sólidos geométricos classificando-os em poliedros, para os que possuem faces planas, os que rolam, que são os corpos redondos e os que têm partes arredondadas e partes planas, mas não rolam como não sendo poliedros nem corpos redondos.

Relacionar conceito ou ente matemático com objeto ou fenômeno que o represente no mundo físico é cumprir com os PCN que apontam para o ensino e a aprendizagem de Matemática no terceiro ciclo. Destacam que “É preciso ainda que essa aprendizagem esteja conectada à realidade, tanto para extrair dela as situações-problema para desenvolver os conteúdos como para voltar a ela para aplicar os conhecimentos construídos” (BRASIL, 1998, p.63).

Quanto ao recurso didático no ensino da Matemática, o Guia de livros didáticos (2010) observa que, “um dado de jogar pode ser um modelo concreto da figura geométrica definida como cubo. Outros exemplos são os denominados materiais concretos, de uso frequente como recurso didático no ensino da Matemática” (BRASIL, 2010, p.14).

Observamos no exemplar I a utilização do modelo concreto do cubo para definir figuras geométricas planas e a demonstração de que a face de um dado é uma figura geométrica plana e que o dado (cubo) é uma figura geométrica não-plana. No exemplar II aparece a definição de ponto, reta, plano, vértice, aresta e face, baseando-se num baú na forma de um paralelepípedo. Utiliza-se do “canto do baú” para a ideia de ponto e é nomeado como vértice. As dobras têm a ideia de “pedaço de reta” e são chamadas de arestas e, por fim, para dar a ideia de plano utilizam-se as faces como um “pedaço do plano”.

O exemplar III apresenta modelos de poliedros na construção civil e detalha os elementos de um prisma triangular. Para o vértice indica um ponto de encontro de três arestas, a aresta como sendo um segmento de reta obtida pelo encontro de duas faces e a face, uma região plana. Exemplifica com o sólido geométrico prisma triangular duas faces triangulares e três faces retangulares. Para os corpos redondos, apresenta objetos que podem ser relacionados com a ideia dos corpos redondos mais conhecidos: a esfera, o cilindro e o cone. Para definir região plana retoma a definição de figuras tridimensionais que foi apresentada

como figura que tem três dimensões: comprimento, largura e altura e define região plana como figuras que têm duas dimensões (comprimento e largura).

Para esse nível de compreensão, identificamos que as figuras têm presença marcante nos livros do 6º ano como modelos matemáticos e muitas vezes são utilizadas para apresentar algumas propriedades. Observamos a preocupação, diferentemente da obra de Euclides, de relacionar a geometria com objetos do mundo real. Nesse nível, o aluno precisa estar envolvido com experiências para que ocorra a aprendizagem.

Tomamos as definições da clássica obra de Euclides “Os Elementos” e apresentamos nossas interpretações em termos atuais, utilizando a linguagem da teoria dos conjuntos.

1.4.3. Nossa interpretação na descrição de algumas formas geométricas de Euclides

A partir das definições de Euclides, contidas em Os Elementos, trazemos aqui a descrição de algumas formas geométricas, aquela lá contida seguida de uma descrição que realizamos, mediante terminologia da teoria dos conjuntos.

Apesar da convenção de que os elementos primitivos da geometria, *ponto*, *reta* e *plano*, não têm definição, vemos que mesmo Euclides procurou explicitar o que se pode dizer sobre esses elementos. Atentamos para esse aspecto e com palavras usuais da teoria dos conjuntos descrevemos nossas compreensões desses elementos primitivos e de algumas formas sólidas. A ordem das descrições está conforme apresentado em “Os Elementos”.

Nos livros de Euclides encontramos descrições de noções primitivas e definições de sólidos geométricos que transcrevemos e, em seguida, interpretamos com a linguagem moderna da teoria dos conjuntos.

1. Ponto é aquilo de que nada faz parte. (EUCLIDES, 2009, p.97)

Ponto geométrico é o lugar geométrico cuja ideia é obtida por nossa abstração empírica com o que indicamos um lugar ou a ideia de um lugar. O “em si” do ponto geométrico não requer nenhuma medida.

2. E linha é comprimento sem largura.
3. E extremidades de uma linha são pontos
4. E linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma.

(*ibid.*, p.97)

Reta geométrica é o lugar geométrico de todos os pontos colocados na direção estabelecida por quaisquer dois deles. Do que diz Euclides, nos itens de 1 a 4 é que ele dá o ponto com dimensão 0 e a reta com dimensão 1. A dimensão ai é uma medida.

5. E superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura.
6. E extremidades de uma superfície são retas.
7. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma. (EUCLIDES, 2009, p.97)

Plano geométrico é o lugar geométrico de todas as retas concorrentes a uma reta dada e contendo um ponto fora dela.

8. Planos paralelos são os que não se encontram. (*ibid.*, p.97)

Planos paralelos são planos que não se encontram em nenhuma reta.

23. Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram. (*ibid.*, p.98)

Retas paralelas são retas que não se encontram em nenhum ponto.

No Livro XI da obra de Euclides “Os Elementos”, encontramos

1. Sólido é o que tem comprimento e largura e profundidade. (*ibid.*, p.481)

Sólidos geométricos, da geometria Euclidiana, são formas geométricas volumosas contidas por planos e que comportam medidas de altura, largura e profundidade. Na formação desses sólidos surgem planos concorrentes dois a dois a uma reta e três a três a um ponto. Nas retas chamamos aresta e nos pontos chamamos vértice.

12. Pirâmide é uma figura sólida contida por planos, construída a partir de um plano até um ponto. (*ibid.*, p. 482)

Pirâmide é um sólido geométrico de base poligonal convexa de onde se erguem faces triangulares concorrentes duas a duas e todas concorrentes a um ponto fora da base. Esta base poligonal convexa é uma região fechada por segmentos de reta em que um segmento qualquer ligando dois pontos do seu interior esta totalmente contido no seu interior.

13. Prisma é uma figura sólida contida por planos, dos quais os dois opostos são tanto iguais quanto também semelhantes e paralelos, e os restantes são paralelogramos. (EUCLIDES, 2009, p.482)

Prisma é um sólido geométrico limitado por duas bases poligonais convexas congruentes e paralelas e da base inferior se erguem faces na forma de paralelogramos concorrentes duas a duas e todas concorrentes a base superior.

18. Cone é a figura compreendida, quando um lado, dos à volta do ângulo reto, de um triângulo retângulo, permanecendo fixo, o triângulo, tendo sido levado à volta, tenha retornado ao mesmo lugar de onde começou a ser levado. E, caso, por um lado, a reta que permanece fixa seja igual à restante, [a] levada à volta do ângulo reto, o cone será retângulo, caso, por outro lado, menor, obtusângulo, e caso maior, acutângulo. (*ibid.*, p.482)

Os Cones tem rotundidade. Tem base circular, base elíptica e, eventualmente, bases em outras formas. Euclides descreveu aquele de base circular gerado na ideia de rotação da forma triangular. Se se trata do triângulo retângulo com lado fixo, gera-se o cone circular reto. Se não, gera-se o cone oblíquo. Rotundidade é um termo que se refere a corpos com aspectos “de redondo”.

21. Cilindro é a figura compreendida, quando um lado, dos à volta do ângulo reto, de um paralelogramo retângulo, permanecendo fixo, o paralelogramo, tendo sido levado à volta, tenha retornado ao mesmo lugar de onde começou a ser levado.” (*ibid.*, p.482)

Os Cilindros tem rotundidade. Tem base circular, base elíptica e, eventualmente, bases em outras formas. Euclides descreveu aquele de base circular gerado na ideia de rotação do paralelogramo retângulo. Se se trata do paralelogramo retângulo com lado fixo no eixo central, gera-se o cilindro circular reto. Se não, gera-se cilindros oblíquos.

25. Cubo é uma figura sólida contida por seis quadrados iguais. (*ibid.*, p.483)

O Cubo é uma forma sólida, ou volumosa, contida ou fechada por seis regiões planas quadradas, duas a duas paralelas e cada uma concorrente com outras quatro e que tem medidas iguais nas três dimensões, altura, largura e profundidade.

Complementamos nossos estudos com trabalhos da comunidade científica que entendemos colaborar conosco no que se refere à aprendizagem em Geometria.

1.5. REVISÃO TEMÁTICA

Buscando nos constituir como pesquisadora, sujeito pleno do objeto de pesquisa, queremos interrogar e entender as funções compreensivas das representações gráficas dos

sólidos geométricos para os conceitos das formas geométricas. O que vimos discernindo, já são compreensões construídas por leituras em nosso referencial, constituído por trabalhos da comunidade científica, que entendemos colaborar conosco no que se refere à aprendizagem da Geometria. Iniciamos nossa revisão temática com o trabalho de Paulo (2006), intitulado O Significado Epistemológico dos Diagramas na Construção do Conhecimento Matemático e no Ensino de Matemática. Esse trabalho foi tomado como referência inicial para o desenvolvimento de nossa pesquisa. Consideramos a ordem cronológica de realização para ordenar os demais trabalhos da nossa revisão temática.

Identificamos em Paulo (2006) uma pesquisa que apresenta compreensões proveitosas para o nosso estudo sobre o emprego de figuras, diagramas, conceitos, entre outros. Essa pesquisadora busca no contexto histórico-cultural o significado epistemológico das figuras e dos diagramas. Inicialmente tem as figuras como objeto de apoio à tarefa de ensinar geometria e no decorrer de seu trabalho, opta por questionar o fazer didático buscando uma análise crítica da questão relativa ao ensino e a atividade do professor de Matemática. Para as questões da prática em sala de aula, busca compreender se as figuras são algo mais do que um simples apoio didático e se elas colaboram ou já colaboraram com os matemáticos na construção da geometria.

Seus diálogos são com autores que apresentam contexto didático referente às figuras ou aos recursos visuais para o ensino da Matemática. Encontra no trabalho de Lindquist (1994) uma discussão sobre o desempenho dos alunos em geometria e uma proposta para se trabalhar em sala de aula tanto com a construção de figuras, inclusive com régua e compasso, quanto às possibilidades de transformações. Verifica nesse trabalho que a geometria não é entendida apenas no seu aspecto visual, mas identifica a “(...) defesa da significação que as figuras podem favorecer quando exploradas na sala de aula” (PAULO, 2006, p.6). No trabalho de Fainguelernt (1999), Representação e Construção em Geometria, observa a necessidade de desenvolver uma educação visual para que os jovens possam acompanhar a evolução tecnológica que tanto influencia o dia a dia e cita como exemplo, a computação gráfica.

Paulo (2006) destaca que os PCN do ensino fundamental tratam como aspecto considerável para os conteúdos de matemática do terceiro ciclo, o desenvolvimento de um estudo que privilegia a observação e a compreensão de relações bidimensionais e tridimensionais. Observou nesse documento um aspecto considerável nessa fase de escolaridade que se refere ao ensino de procedimentos para a construção de figuras com régua e compasso, pois “(...) o uso desses instrumentos permite que o aluno estabeleça relações

entre as propriedades geométricas das figuras que estão sendo construídas.” (PAULO, 2006, p.7).

Identificou com suas leituras em Filosofia da Matemática algo que ainda é desconhecido: os diagramas. Referente às palavras “figura” e “diagrama” entendeu que a diferença não estava somente na nomenclatura, mas em concepções diferentes. O que chama de figura, na matemática grega, aparecem como diagramas e estão sempre relacionados com a construção do conhecimento. Segundo Paulo (2006), os diagramas eram usados na Grécia antiga para comunicar, tanto para si como para o outro, o movimento do pensar.

Num dos caminhos escolhidos para o conhecimento histórico-filosófico, essa pesquisadora encontra alguns autores que levam a uma reflexão de práticas sociais e que utilizam o contexto da matemática como via para a compreensão do mundo em que vivemos. Paulo (2006) aponta que a obra *Conceitos Fundamentais da Matemática* de Bento de Jesus Caraça apresenta um estilo de ensinar matemática caracterizado “por um grande poder de comunicação e uma pedagogia baseada em compreensões sobre a condição humana e a condição da cultura” (p.14). Nessa obra não encontra nada relativo à concepção de diagrama, mas identifica nela a possibilidade de compreender a visão do educador. Na obra *Maravilhas da Matemática: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos*, de Hogben (1946), percebe um contexto associando figuras a diagramas. Para a palavra “figura” existe uma variação de sentido conforme o contexto em que está sendo usada e, para os diagramas, identifica que são figuras que expõem grandezas geométricas. Na obra de Netz (1999), *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics: a study in cognitive history* que trabalha o sentido da palavra, o principal significado da palavra “diagrama” é “figuras marcadas por linhas” (*ibid.*, p.21). Os diagramas concebidos pelos gregos eram reservados para significar as proposições.

Tratando-se da Índia do século VII D.C., Paulo (2006) identificou no estudo de Keller (2005), que “figura é a ideia abstrata de um objeto matemático, diagramas são desenhos que representam tais ideias” (p.33). Esse autor realizou um trabalho que trata o modo como os diagramas eram usados naquele período. Nessa cultura, os diagramas colaboravam para a compreensão do raciocínio matemático que era explicitado nos textos. Esse pesquisador baseando-se em outros trabalhos, encontra que Baskara segue uma estrutura de texto organizada por uma sentença introdutória, um comentário geral, exemplos resolvidos, representação e procedimentos. Paulo (2006) entende que a representação é a via para a compreensão da prática dos diagramas na Matemática da Índia. Segundo essa pesquisadora, a representação segue com um raciocínio que é exposto pela resolução do exemplo. Quanto aos

diagramas, enfatiza que podem aparecer em diversas situações como figuras geométricas simples, complexas, representação de objetos tridimensionais ou de situações concretas.

Nos contextos atuais, Paulo (2006) encontra em Ghione (2005) o fato de que hoje as figuras nos textos matemáticos aparecem em pequeno número e indica que essa pouca atenção deve-se ao fato de os matemáticos as considerarem falsas ou enganosas. A pouca importância dada às figuras, segundo Paulo (2006, p.40),

(...) faz desaparecer a evidência fundamental do pensamento original do autor e, embora não seja objetivo do texto desmerecer o rigor da estrutura matemática, acredita-se que o uso inteligente das figuras não apenas auxilia a compreensão do desenvolvimento matemático como propicia que nossa imaginação crie situações e exemplos que o texto formal sozinho não o faria.

Em muitos casos, a importância das figuras é particular e, outras vezes, acrescentam um novo significado ao texto.

Na sua interpretação, essa pesquisadora aponta para três categorias abertas sendo

(A) Os diagramas são significativos para o entendimento de situações matemáticas. (B) Os diagramas são significativos na busca de soluções e investigação de situações matemáticas com vistas à generalização. (C) Os diagramas são recursos de linguagem usados na comunicação do que é compreendido e produzido. (*ibid.*, p. 112)

Para Paulo (2006), os diagramas são significativos para a Educação Matemática, pois são mais que simples recursos visuais ou representações, são expressões de linguagens que requerem análise e interpretações. Para essa pesquisadora, os diagramas são elementos que favorecem o pensar, a linguagem e a produção do conhecimento matemático; desse modo, eles são registros próprios da atividade matemática e proporcionam uma abertura para a compreensão e produção da matemática. Destaca ainda, que “Eles organizam a percepção visual e a prática do discurso teórico. Eles estão presentes na construção do pensar” (p.47). A comunicação do que se percebe nos diagramas pode acrescentar o repertório matemático do aluno e proporcionar ao professor uma condição de conhecer os recursos matemáticos de seus alunos. Ou seja,

a exploração visual pode ser elemento de *avaliação* dos conhecimentos prévios e a construção de um diagrama, pelo aluno em situações de aprendizagem, pode expor o conhecimento matemático que ele já construiu. Olhar o modo como o diagrama pode ser visto como *elemento de avaliação do que foi compreendido* em situações de aprendizagem é uma das aberturas possibilitadas por esta investigação. (PAULO, 2006, p.147)

É nessa perspectiva que tomamos o trabalho de Paulo (2006) como referência inicial para nosso estudo, cujo objeto é a aprendizagem sobre sólidos geométricos mediante a produção gráfica.

Deparamos com alguns trabalhos de outros pesquisadores brasileiros, entre eles Pavanello (1989), Lorenzato (1995) e Fainguelernt (1999) apontando que a geometria tem sido pouco ensinada nas escolas.

Em seu trabalho, Pavanello (1989) constata que o ensino de geometria vem gradualmente desaparecendo do currículo real das escolas. Algumas causas dessa diminuição do espaço reservado ao ensino de geometria no Brasil foi “o tratamento não rigoroso dado à geometria Euclidiana, o apelo que esta fez à visualização - atrelando seu estudo a duas ou três dimensões e induzindo oticamente certos resultados – e sua *submissão* à álgebra” (PAVANELLO, 1989, p.15). Essa autora vê a questão da visualização como a mais delicada, pois envolve os processos mentais por onde se dá o conhecimento.

Para esta pesquisadora, a visualização conseguida por desenhos que representam as situações que se quer analisar, aumenta o grau de compreensão que delas se tem. Entretanto, as representações podem induzir tanto a ilusões como proporcionar uma visão mais clara do problema a resolver. Evidencia que a exclusão da geometria dos currículos escolares ou seu tratamento inadequado podem causar prejuízos à formação dos indivíduos. Quanta à contribuição da geometria para essa formação, não pode se resumir apenas ao desenvolvimento da percepção espacial.

Identificamos que Lorenzato (1995) aponta em seus trabalhos alguns fatores para o ensino reduzido de geometria na sala de aula nos últimos anos no Brasil, dentre eles,

(...) muitos professores não detêm conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas (...) a omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. (LORENZATO, 1995, p.3)

O autor enfatiza que a falta do acesso aos conhecimentos de geometria favorece, para muitos professores, a exclusão dessa área do seu plano de trabalho e, com isso, deixam de refletir sobre a importância do ensino da geometria na formação dos jovens. Ainda acrescenta, que a estafante jornada de trabalho a que o professor é submetido, faz com que ele enfatize a importância do livro didático como determinante dos conteúdos a serem desenvolvidos em sala de aula. Para esse pesquisador, a maioria dos livros didáticos apresenta as figuras e seus elementos já definidos, os teoremas e as demonstrações colocados de forma a serem copiados

e, com isso, os alunos não desenvolvem capacidades como a exploração e a construção de conceitos.

Em seu trabalho, Fainguelernt (1999) realiza uma investigação com professores e alunos de um colégio particular do Rio de Janeiro. Identifica o contexto e enfatiza a importância da visualização e da representação na construção de um conceito; discute noções fundamentais de forma e movimento que, segundo a pesquisadora, são noções longe de serem técnicas apenas para quem convive com a Matemática e afirma que essas noções são de domínio geral, ao alcance do senso comum e não apenas de quem convive com a Matemática. Utiliza diferentes representações de um mesmo conceito e estabelece conexões entre elas; investiga a contribuição do uso do computador em sala de aula de Matemática e observa a atuação e o desenvolvimento dos alunos e dos professores, bem como a interferência dos professores no processo de construção realizado pelos alunos.

Fainguelernt (1999) focaliza, especialmente, o que acontece no cenário real do cotidiano na sala de aula no processo de construção do conhecimento geométrico, utilizando-se de diferentes atividades e do computador para explorar e formalizar os conhecimentos intuitivos. Para a condução do seu trabalho na abordagem qualitativa, utilizou-se dos preceitos do Estudo de Caso. Buscou descrever e fundamentar-se na teoria construtivista e interacionista de Piaget e Vygotsky, na teoria construcionista proposta por Paper, nas teorias de representação de Frege, Fischbein e Vergnaud e na teoria das inteligências múltiplas de Gardner. Apresenta a descrição e a análise das atividades realizadas em sala de aula e no laboratório de informática com a coordenadora pedagógica, professores e alunos da 3ª e 4ª séries do 1º grau, hoje o ensino fundamental. Na discussão dos resultados das diferentes representações do conhecimento geométricos, sintetiza que “se o aluno ou qualquer aprendiz compreender as diferenças entre a aquisição de um conceito e as suas diferentes representações, ele tem a possibilidade de realizar a passagem das operações concretas para as operações abstratas através das ações”(FAINGUELERNT, 1999, p.212). Explicita que em seu trabalho foram observadas mudanças no esquema cognitivo e na atitude dos alunos. Aponta como um dos resultados encontrados a “mudança da postura do aprendiz, não mais como receptor passivo que se limita a acumular conhecimentos, como bens materiais que são guardados em depósitos, mas como um construtor do seu próprio conhecimento” (*ibid.*, p.209).

Considera enfaticamente a autora que o professor deve seguir questionando e motivando as representações mentais na construção dos conceitos geométricos dos alunos. Para ela, no grande consenso das didáticas atuais, apropriar-se de um conceito é fazer a

passagem de uma representação para outra, trabalhando com desenvoltura nas diferentes representações. Nossa pesquisa em torno da aprendizagem dos sólidos geométricos a partir das representações gráficas encontra-se com essa orientação quando percebemos, nas manifestações de nossos sujeitos, um intenso movimento de mudanças de representações dos sólidos geométricos, entre as representações mentais (representações imagéticas) e as representações gráficas.

Considerando que o conhecimento básico da geometria é importante para a descrição e interação dos jovens com o meio em que vivem, identificamos no trabalho investigativo de Passos (2000, p.2) um estudo sobre “as representações, as interpretações e a prática pedagógica no processo de ensino e aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental”. Em seu trabalho, buscou em episódios de ensino na sala de aula, noções geométricas manifestadas por alunos. Destaca que os jovens estarão sempre interagindo com os objetos concretos em um espaço físico e que esses objetos podem ser representados esquematicamente como entes geométricos. Enfatiza que o espaço físico não é a única fonte de matematização, pois os alunos do ensino fundamental elaboram o espaço lógico-matemático considerando as ações que realizam sobre os objetos concretos em seu espaço real.

Passos (2000) considera que, para esclarecer o significado das formas de representação expressas pelos alunos, é importante considerar o alcance e os modos que as imagens mentais interferem no processo da representação do conhecimento. Explica que Piaget e Inhelder destacaram que o alcance epistemológico de um estudo referente à imagem mental estabelece, razões fundamentais relativas ao fato de o conhecimento não ser apenas uma cópia do real. Referindo-se ao desenvolvimento da criança, identificou que para Piaget o sujeito elabora espaços específicos para cada domínio sensório-motor. Em suas análises, Piaget mostra que determinados conhecimentos considerados óbvios aos adultos não o são para as crianças em qualquer idade. A construção do espaço e dos conceitos geométricos se dá num processo gradativo de elaborações e reelaborações do sujeito.

Considerando em seu trabalho a importância da aprendizagem geométrica no ensino fundamental e as pesquisas sobre o assunto, Passos (2000, p.317) entendeu nesse contexto que “as representações geométricas podem ser expressas por meio de desenhos, objetos construídos, gestos, pela linguagem, entre outras manifestações”. Em seu estudo, a pesquisadora constatou

(...) que os alunos começam reconhecendo as figuras geométricas quanto aos seus aspectos mais globais, a partir do aspecto perceptual, identificam sua forma e suas

características planas ou espaciais, e só depois expressam sua compreensão de relações entre a forma e os elementos intrínsecos às figuras geométricas; posteriormente, passam a elaboração de algumas deduções. (PASSOS, 2000, p. 317)

Essa situação foi verificada por Passos (2000) quando alguns sujeitos classificaram os sólidos geométricos a partir de sua aparência e só depois consideraram as características de cada um dos objetos para que pudessem permanecer em um determinado conjunto. Observou que o senso comum pode levar o professor a imaginar que a visão dos objetos e a manipulação dos mesmos sejam suficientes para o aluno aprender geometria. Destaca que as representações “podem assumir qualquer tipo de representação gráfica ou verbal de conceitos ou propriedades incluindo figuras, desenhos, diagramas, gestos, construção de modelos, entre outras” (*ibid.*, p.319).

Segundo Viana (2000, p.1), nas últimas décadas movimentos do ensino em geral tem sido “fatores que fizeram da geometria uma disciplina praticamente abandonada nas escolas.” Uma das consequências desse abandono aparece nas dificuldades dos alunos em reconhecer e desenhar as figuras geométricas. Avaliou o desempenho dos alunos e classificou-os de acordo com graus de aquisição propostos pelos níveis de conceituação estabelecidos por Van Hiele. Analisou as habilidades visual/gráfica por meio de desenhos de planificação de figuras e a verbal por meio da linguagem utilizada para nomear e descrever propriedades das figuras. Para o estudo dos dados, fundamentou-se nas teorias de Piaget referente à representação do espaço e de Vygotsky sobre a nomeação de conceitos científicos e espontâneos.

Seu trabalho mostra que os sujeitos estão em um “nível de conhecimento que não possibilitou formalizar relações entre as propriedades das principais figuras espaciais utilizadas” (VIANA, 2000, p.198). Quanto à aprendizagem da geometria espacial, a pesquisadora constatou que os sujeitos aprenderam muito pouco de geometria ao longo de sua escolaridade. Na categorização, utilizou-se de termos que constam na descrição das figuras, pois Piaget (1971), citado em sua obra, afirma que a formação dos conceitos se dá por meio de ações sensório-motoras individuais ou de ações concretas também individuais. O trabalho tratou dos conceitos relativos às formas geométricas dos objetos físicos representados por figuras. Para a pesquisadora o aluno deveria interpretar a realidade, interagindo com ela e transformando-a. Explicita que a linguagem utilizada mostrou domínio conceitual referente à geometria plana num nível de análise de propriedades e que essa estrutura conceitual identificada permitiu que eles interpretassem as figuras apresentadas.

Dentre os nossos estudos, identificamos que para Pais (2006), “estudar a elaboração de conceitos, do ponto de vista pedagógico e epistemológico, contribui para ampliar as condições

de entendimento do ensino e da aprendizagem”(p.127). Esse pesquisador nomeia os desenhos que aparecem frequentemente nos livros didáticos e em outras publicações de configurações geométricas. Em seus estudos, caracteriza a função pedagógica das configurações geométricas nas estratégias de ensino considerando os aspectos positivos e suas limitações. Considera sua presença como suporte de raciocínio, seja na formação de conceito, na compreensão de teoremas ou na resolução de problemas.

Segundo o pesquisador Pais (2006, p.113) “um conceito geométrico pode ser representado por diferentes tipos de desenho, levando-se em conta as variações gráficas, entre elas, sua posição e a proporção entre as medidas. Destaca que ao trabalhar com o ensino de um conceito devemos limitar os representantes dessa classe que tenham as propriedades de uma configuração. Tratando-se do equilíbrio da configuração geométrica, destaca que os elementos mais frequentes são as posições horizontal e vertical, tanto para os objetos do mundo físico, como nos desenhos geométricos. O autor infere que as configurações geométricas possibilitam um conhecimento mais operacional com as informações geométricas de forma eficiente, resultando em melhores estratégias de resolução de problemas.

Para os conceitos, “são ideias gerais e abstratas, associadas a certas classes de objetos, criados e transformados nos limites do território de uma área de conhecimento disciplinar” (*ibid.*, p.121). Segundo Pais o autor, os conceitos científicos enfatizam a condição de sintetizar situações, classes de objetos ou problemas. A expressão do discurso objetivo em torno de uma ideia, relacionando-a com outros conceitos e teorias, configura o domínio de um nível conceitual. Para este pesquisador, uma definição matemática é o registro de uma ideia cujo significado encontra-se estabilizado no contexto do saber científico, ou seja, é uma expressão linguística formal que, por meio de palavras e expressões, resume as características essenciais de um conceito. O trabalho com a formação de conceitos apresenta certa dificuldade por tratar-se de coisas que não pertencem ao mundo material, mas sim, ao mundo das ideias. No que se refere à aprendizagem, precisa-se trabalhar com a construção de conceitos e com seus registros textuais por meio das definições, propriedades e teoremas.

A leitura desses trabalhos, que complementaram nosso referencial para o desenvolvimento de nossa pesquisa, permitiu a construção de algumas compreensões como: a obtenção de uma visão panorâmica do ensino de Geometria no Brasil nos últimos anos e a importância de estudos focando a utilização “figuras” para a aprendizagem da Geometria. Vale ressaltar que aprofundamos nossos conhecimentos com o referencial teórico da psicologia epistemológica de Jean Piaget.

2. A PSICOLOGIA EPISTEMOLÓGICA DE JEAN PIAGET

A principal meta da educação é criar homens que sejam capazes de fazer coisas novas, não simplesmente repetir o que outras gerações já fizeram. Homens que sejam criadores, inventores, descobridores.
Jean Piaget

O objetivo da presente pesquisa é organizar um conhecimento acerca da própria atividade gráfica do aluno no particular das suas experiências na construção de conceitos e na aprendizagem sobre sólidos geométricos. Buscamos como a aprendizagem sobre os sólidos geométricos vai acontecendo nos alunos do terceiro ciclo do ensino fundamental. Neste capítulo apresentamos os estudos desenvolvidos por Piaget, que envolvem questões da representação imagética e suas relações na construção do conhecimento. Iniciamos pela compreensão do que se conhecia da psicologia antes da Psicologia Epistemológica de Jean Piaget para responder à nossa questão de pesquisa: *Como as representações gráficas contribuem para a aprendizagem de conceitos dos sólidos geométricos em alunos do ensino fundamental?* Dissertamos sobre a compreensão da expressão “aprendizagem”, as fases e estágios pelos quais passam os seres humanos durante o seu desenvolvimento cognitivo e o estudo da imagem mental na construção do conhecimento, segundo Piaget.

2.1. A PSICOLOGIA COGNITIVA

Em cada etapa da história foram estabelecidos questionamentos do ser humano a respeito da natureza das coisas e do processo de conhecimento. Essas perguntas têm sido respondidas de diferentes maneiras. Situando-as historicamente, vemos que

Na Antiguidade, as explicações faziam uso dos escassos conhecimentos disponíveis e eram orientadas por uma forte influência do natural e do humano. Na Idade Média, as respostas foram estabelecidas de acordo com princípios religiosos e orientadas em direção ao sobrenatural, ao divino. No Renascimento, produziu-se uma volta ao naturalismo e ao humanismo. Na Época Moderna, a ênfase foi colocada no empirismo e no desenvolvimento científico e, na Época Contemporânea, tenta-se aplicar o conhecimento e o método científico na busca de soluções de problemas atuais. (BRITO e GARCIA, 2005, p.29)

Para Brito e Garcia (2005), os pensadores gregos elaboraram diversos aspectos, sendo que os aspectos gerais se tornaram aplicáveis a todas as ciências modernas e, os específicos, relacionaram-se ao conhecimento humano. Em termos muito gerais, esses pesquisadores

gregos trataram fundamentalmente sobre a natureza da realidade e do processo de conhecimento. Os cosmologistas gregos centralizavam na ideia de que para compreender o universo bastava descobrir as unidades que o compõem. No ponto de vista atomista, que entendemos ser a vertente do pensamento pré-socrático baseado na teoria dos átomos, os fenômenos podem ser estudados adequadamente por meio de análises de suas partes. Os atomistas e a observação natural constituem em dois aportes gerais desses pensadores. Para Brito e Garcia (2005), aos poucos foram sendo desenvolvidas diversas abordagens, cuja utilização do conhecimento acumulado era mais importante do que o próprio conhecimento.

No final do século XIX, onde o empirismo, o racionalismo e o associacionismo firmemente se estabelecem, ocorre o desenvolvimento das ciências naturais e nessas condições aparece a Psicologia como ciência independente da Filosofia, porém, de forma direta ou indireta, a Filosofia continuou influenciando a Psicologia. Nessa época, desenvolvem-se os primeiros marcos teóricos da Psicologia como ciência.

Para Brito e Garcia (2005, p.32), “os primeiros laboratórios de psicologia não deram muita importância aos estudos dos propósitos e intenções na execução de tarefas”. Com esse fato, surge uma preocupação que teve como consequência a teoria da Gestalt. A psicologia da Gestalt influenciou o que viria a ser a psicologia cognitiva. Foi fundada por Max Wertheimer (1880-1943) e desenvolvida por Wolfgang Köhler (1887 – 1943), Kurt Koffka (1886 – 1941) e, posteriormente, Karl Duncker, que deu grandes contribuições ao desenvolvimento dessa modalidade de ciência humana.

No que diz respeito ao seu aspecto fundamental, a psicologia da Gestalt se opôs “ao atomismo, à análise dos fenômenos em elementos componentes ou análises puramente moleculares. Defendia a noção de que a relação entre as partes era determinada pela configuração do todo” (*ibid.*, p.33). Como método, valorizava a introspecção e a observação frente aos fenômenos complexos e se opunha à análise lógica tradicional em termos de definições formais, proposições, inferências e raciocínios silogísticos. Para os gestaltistas, o pensamento era visto como um fenômeno produtivo e inédito e a solução de um problema, “é encontrada quando, de forma súbita, se produz uma reestruturação da percepção, de modo que a relação entre os elementos adquire novos significados em função desta nova percepção da totalidade” (*ibid.*, p.33).

Os gestaltistas explicaram o comportamento humano como sendo a resultante dos processos de percepção, isto é, a percepção do todo é maior que a soma das partes percebidas. Consideram que as pessoas vêem os objetos como uma unidade e não como algo formado por associações anteriores.

A psicologia cognitiva tem como foco principal os processos cognitivos que se concentram no comportamento. Ela busca compreender a capacidade do indivíduo de encontrar novos caminhos a partir de experiências vividas e de imaginar soluções antes de tomar uma decisão, ou seja, o modo de pensar do indivíduo se modifica com a influência do comportamento. As partes são necessárias para a construção do todo.

A seguir, apresentamos nosso estudo referente à compreensão da expressão “aprendizagem”, as fases e estágios pelos quais passam os seres humanos durante o seu desenvolvimento cognitivo e o estudo da imagem mental na construção do conhecimento, segundo Piaget.

2.2. A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

Para Lima (1999, p.154), Piaget acha equivocada a expressão “aprendizagem” usada na Psicologia empirista, pois,

Uma indução, uma dedução, um *insight*... são aprendizagens? Aprender a andar (função ligada à maturação) é aprendizagem? A passagem da pré-lógica à lógica (aquisição das conservações) é aprendizagem? A percepção é aprendizagem? Ou só os reflexos condicionados são aprendizagens?

A expressão “aprendizagem” na Psicologia tradicional é sempre “a modificação do comportamento resultante da experiência” (*ibid.*, p.154). Segundo Lima (1999), Piaget não tem essa modificação como verdade para a criança e inverteu a definição: “aprendizagem é a modificação da experiência resultante do comportamento (relatividade da natureza e da cultura). Piaget mostrou que nosso espírito jamais copia a realidade, organiza-se e transforma-a” (p.154).

Piaget (2009), em suas pesquisas psicológicas, visa compreender o homem. Sua ideia consiste basicamente em considerar que compreender a formação dos mecanismos mentais da criança, é a condição necessária para compreender sua natureza e seu funcionamento no adulto. Destaca que o desenvolvimento mental se inicia a partir do nascimento e termina na idade adulta e que, quando comparado ao crescimento orgânico, verifica-se que, como este, segue essencialmente para o equilíbrio. Afirma que a vida mental evolui em busca de equilíbrio final, o qual é progressivo e passa do estado de menor equilíbrio para um estado de equilíbrio maior. Nesse contexto, vemos que para Piaget (2009, p.13), “do ponto de vista da

inteligência, é fácil se opor à instabilidade e incoerência relativas das ideias infantis à sistematização de raciocínio adulto”.

Sua teoria explica como o sujeito constrói o conhecimento desde seu nascimento até a vida adulta, enfatizando que esse conhecimento se constitui pela interação do sujeito com o meio físico e social. Afirma ainda, que a evolução desse conhecimento está relacionada à adaptação a novas situações, entendendo o conhecimento como construção individual e participativa, mas que não ocorre de maneira automática e sim, como uma adaptação; o sujeito transforma aquilo que aprende de acordo com sua capacidade interna e nata.

As funções superiores da inteligência tendem a um equilíbrio móvel, isto é, “quanto mais estáveis, mais haverá mobilidade, pois, nas almas sadias, o fim do crescimento não determina de modo algum o começo da decadência, mas, sim, autoriza um progresso espiritual que nada possui de contraditório com o equilíbrio anterior” (PIAGET, 2009, p.14). E, é nesses termos de equilíbrio que Piaget descreve a evolução da criança.

Para Lima (1999, p.188), equilibração “é a série de “estratégias”, cada uma delas orientada pelo resultado da precedente, até o momento em que as ações, transformadas em reversíveis pela própria coordenação das estratégias precedentes, se liberam do processo histórico anterior para alcançar o equilíbrio”. Nesse sentido, a equilibração é a adaptação do equilíbrio móvel com o meio.

O desenvolvimento mental da criança é uma construção contínua. Na medida em que se acrescenta algo, fica com maior mobilidade. Existem funções constantes e comuns para todas as idades e segundo Piaget (2009), “Em todos os níveis, a ação supõe sempre um interesse que a desencadeia, podendo-se tratar de uma necessidade fisiológica, afetiva ou intelectual (a necessidade apresenta-se nesse último caso sob forma de uma pergunta ou de um problema)”(p.14).

Tratando-se do equilíbrio, verifica-se que ele se caracteriza por sua estabilidade e mobilidade. No campo da inteligência devemos focar a noção do equilíbrio móvel, ou seja, “Um sistema operatório será, por exemplo, um sistema de ações, uma série de operações essencialmente móveis, mas que podem ser estáveis, no sentido de que as estruturas as determina, uma vez constituídas, não se modificará mais” (*ibid.*, p.127). Todo sistema pode sofrer interferências exteriores que tendem a modificá-los. Nesse caso, terá equilíbrio quando essas interferências exteriores são compensadas pelas ações do sujeito orientadas no sentido da compensação. Para Piaget (2009), a ideia de compensação é fundamental e mais geral para definir o equilíbrio psicológico. O equilíbrio é algo essencialmente ativo, ou seja, segundo Piaget (2009), no campo da inteligência é sinônimo de atividade. A estrutura estará em

equilíbrio na medida em que “o indivíduo é, suficientemente, ativo para poder opor a todas as perturbações e compensações exteriores”(PIAGET, 2009, p.127).

Para Piaget (1972), o desenvolvimento do conhecimento e a aprendizagem são questões diferentes. O primeiro é um processo espontâneo que se refere aos desenvolvimentos do corpo, do sistema nervoso e das funções mentais que só termina na vida adulta. Esse desenvolvimento é um processo que se relaciona com a totalidade de estruturas do conhecimento. A aprendizagem, em geral, apresenta o caso oposto. É provocada por situações, isto é, por um professor ou uma situação externa. É um processo limitado a um problema ou a uma estrutura.

O conhecimento não é olhar e fazer uma cópia mental ou imagem do mesmo. Não é uma cópia da realidade, pois conhecer um objeto, segundo Piaget (1972), é modificar, transformar o objeto e compreender como ocorreu essa transformação e, conseqüentemente, compreender como o objeto é construído. Assim, a essência do conhecimento é uma operação, ou seja, uma ação interiorizada que modifica o objeto do conhecimento.

As estruturas operacionais constituem a base do conhecimento. Para Piaget (1972, p.1), “(...) o problema central do desenvolvimento é compreender a formação, elaboração, organização e funcionamento dessas estruturas”. O desenvolvimento dessas estruturas acontece em quatro grandes períodos, que se constituem por diversas formas estruturais detalhadas e, embora esses períodos estejam associados a faixas de idades, eles podem variar para cada criança.

O primeiro período é o sensorial-motor que vai do nascimento até, aproximadamente, aos dois anos e, é nessa fase que a inteligência assume a forma de ações motoras. Dos dois aos sete anos é o período da pré-operação, onde a inteligência é de natureza intuitiva. No terceiro período que vai dos sete aos doze anos, aproximadamente, é a fase das operações concretas em que a estrutura cognitiva¹ é a lógica, porém depende de referências concretas. No quarto período, dos doze aos quinze anos, é a fase final de operações concretas, onde pensar envolve as abstrações.

Segundo Piaget (2009), os quatros períodos caracterizados por faixas etárias classificam o processo do desenvolvimento cognitivo dos seres humanos. Nesse enfoque, apresentamos nosso estudo referente aos períodos do desenvolvimento cognitivo da criança, segundo Piaget.

¹ Estrutura cognitiva é um modelo de ação física e mental subjacentes a atos específicos de inteligência e correspondem a estágios do desenvolvimento infantil.

2.3. AS ETAPAS DO PROCESSO DO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO

Piaget, observando sujeitos desde a infância até a adolescência em ambientes naturais e em situações experimentais, descreveu o desenvolvimento cognitivo em termos lógico-matemáticos. A atividade inteligente da criança começa por estruturas,

a) *algébricas* (por exemplo, o grupo dos deslocamentos); b) *de ordem* (por exemplo, a tendência para a ordenação); e c) *topológicas* (vizinhança, fronteira, envolvimento, etc.). Na atividade sensório-motora da criança podem-se detectar formas embrionárias de comportamento (encaixes, ordenação, correspondências) que anunciam a futura organização dessas estruturas. (LIMA, 1999, p.195)

Segundo Brito e Garcia (2005), para Piaget o desenvolvimento do conhecimento ocorre mediante uma construção progressiva das estruturas lógicas, mesmo que inicialmente, “a lógica e o modo de pensar das crianças e adolescentes sejam totalmente distintos da maneira adulta de pensar” (p.38). Conforme a criança vai se desenvolvendo, essas estruturas se tornam mais evidentes.

Segundo Piaget (2009), os princípios do desenvolvimento cognitivo são os mesmos do desenvolvimento biológico. Para Brito e Garcia (2005), os fundamentos sobre o desenvolvimento cognitivo, “se relacionam com os conceitos de adaptação, organização, formação de estruturas e a tendência de autorregulação dos seres vivos”. O desenvolvimento cognitivo se produz quando ocorre uma adaptação do organismo ao meio. E nesse processo de interação pode ocorrer um rompimento do estado de equilíbrio do organismo. Neste caso, o organismo busca por novas formas de adaptação que envolvem os mecanismos básicos e indissociáveis que se completam: a assimilação e a acomodação.

Segundo Lima (1999), para Piaget tudo é uma construção a partir de uma estrutura pré-existente. É na interação do sujeito com o meio que ocorrem novas construções. Na medida em que o sujeito participa ativamente de acontecimentos, ocorre uma assimilação mental das informações sobre o meio físico e social, a qual é transformada em formas de agir sobre o meio. Para Lima (1999), esse conhecimento assimilado constitui-se como bagagem de experiências que nos permite enfrentar novas situações, assimilar outras experiências e construir novas ideias e conceitos. Esses novos conhecimentos baseiam-se nos anteriores e, dessa forma, colaboram com o desenvolvimento da inteligência humana. No enfoque cognitivo, segundo Brito e Garcia (2005, p.38), a assimilação é “o processo através do qual os esquemas internos são aplicados sobre os objetos, sendo que o objeto passa a ser conhecido pelo sujeito somente quando for assimilado por um esquema ou um grupo de esquemas.”

A acomodação, segundo Lima (1999), consiste na transformação do conhecimento assimilado em nova forma de ação. Toda experiência é assimilada a uma estrutura de ideias já existentes (esquemas), podendo provocar uma mudança nesses esquemas, gerando um processo de acomodação que, no enfoque cognitivo, consiste “na modificação dos esquemas internos como produto de uma experiência ativa com os objetos, quando o sujeito leva em conta as qualidades particulares do objeto sobre o qual atua” (BRITO e GARCIA, 2005, p. 38). São as constantes assimilações e acomodações que permitem que cada indivíduo organize seu próprio conhecimento.

Segundo Brito e Garcia (2005), na relação entre o meio e as respostas dos sujeitos existem estruturas que muitas vezes determinam o comportamento do indivíduo. Nessa direção, Piaget apresenta os conceitos de esquemas², operações³ e estruturas⁴. Para Brito e Garcia (2005, p.38), “Estes elementos mudam, despregam-se e se organizam de diferentes formas durante o desenvolvimento, dando origem a novas possibilidades intelectuais”. Piaget descreve o processo pelos quais os indivíduos passam durante o seu desenvolvimento cognitivo, não necessariamente com a mesma idade, mas na mesma sequência. Destaca que é preciso que o indivíduo passe por uma etapa para chegar à outra e que a passagem de cada etapa “se caracteriza pela consecução de uma nova forma de organização cognitiva (a estrutura) que implica em um melhor equilíbrio, isto é, uma forma superior de adaptação” (*ibid.*, p.39).

De maneira mais ampla, para Piaget (2009), a aprendizagem se compara ao próprio desenvolvimento da inteligência que é um processo espontâneo e gradativo, que inclui maturação, experiência, transmissão social e o desenvolvimento do equilíbrio. Num aspecto mais estrito, a aprendizagem se restringe à aquisição de novas estruturas para algumas operações mentais específicas.

Piaget (2009) classifica o processo do desenvolvimento cognitivo dos seres humanos em quatro períodos caracterizados por faixas etárias. No primeiro período, o sensório-motor, as funções mentais limitam-se ao exercício dos reflexos inatos como a sucção e os movimentos dos olhos. Com o aperfeiçoamento desses movimentos reflexos, a criança vai

²Esquema é a estratégia de ação verbal, motora e mental. É modelo de atividade que a mente utiliza para incorporar os elementos que lhe são exteriores. Esquema verbal: estratégia de ação verbalizada. Esquema abstrato: para a estratégia de ação mental. Esquema motor: estratégia de ações motoras.

³ Operação: grupo de ações que modifica o objeto e possibilita ao sujeito do conhecimento alcançar as estruturas de transformação. É uma ação interiorizada e reversível. Ela nunca é isolada e está sempre ligada a outras operações. Uma operação consiste em reunir objetos de uma classe para construir uma classificação, ordenar coisas em série, contar ou mensurar.

⁴ Estrutura é uma forma de organização da experiência.

desenvolvendo habilidades em diversas fases. A inteligência se desenvolve com as percepções e ações que ocorrem com o deslocamento do próprio corpo, ou seja, é uma inteligência que ocorre da prática. Ainda segundo Piaget (1972), é neste primeiro período que a criança desenvolve o conhecimento prático, que constitui a subestrutura do conhecimento representativo posterior. Também nesse período ocorre a construção do esquema do objeto permanente, pois durante os primeiros meses de vida, um objeto não tem permanência para um bebê, ele só existe no campo da percepção, e só mais tarde é que o bebê buscará achá-lo e vai encontrá-lo por sua localização espacial.

Segundo Lima (1999), no segundo período, o pré-operatório, surgem os símbolos. Com isso, inicia a linguagem, a função simbólica e, conseqüentemente, o pensamento ou representação. Nessa fase a criança começa a criar imagens mentais na ausência do objeto ou da ação, por isso é considerado um período da fantasia e do jogo simbólico. Nesse segundo período, no que se refere à linguagem, segundo Lima (1999), Piaget a tem como uma condição necessária, mas não suficiente para o desenvolvimento cognitivo, isto é, o desenvolvimento da linguagem depende do desenvolvimento da inteligência. A linguagem proporciona interações sociais que fornece a condição de trabalhar com representações para dar significado à realidade. Para La Taille (1992, p.17), embora nesse segundo período, “a inteligência já seja capaz de empregar símbolos e signos, ainda lhe falta a reversibilidade, ou seja, a capacidade de pensar simultaneamente o estado inicial e o estado final de alguma transformação efetuada sobre os objetos.”

No nível do pensamento representativo, no período pré-operatório, haverá a reconstrução do que foi desenvolvido no nível sensório-motor, ou seja, as ações sensório-motoras não são de imediato transformadas em operações. Nesse período ainda não há conservação. Por exemplo, se colocarmos o líquido de um copo em outro de formato diferente, a criança pensará que há mais em um do que em outro. Isto é, na falta da reversibilidade, não há conservação da quantidade.

No terceiro período, o das operações concretas, segundo La Taille (1992), o pensamento já opera mentalmente. É quando surgem as primeiras operações chamadas de operações concretas pelo fato de as crianças operarem com objetos, o que lhes proporciona condições à para organizar coleções e conjuntos sem incluir outros maiores ou menores. O mundo começa a ser organizado de forma lógica ou operatória, ou seja, “a criança raciocina de forma coerente, contanto que possa manipular os objetos ou imaginar-se nessa situação de manipulação (...)” (LA TAILLE, p.17-18). Sua linguagem ainda é estrita, mas já é capaz de

colocar-se no lugar do outro, ou seja, a criança estabelece relações e coordena pontos de vista diferentes.

Para La Taille (1992, p.18), as operações mentais permitem à inteligência “chegar à coerência, à objetividade, mas tanto a busca do conhecimento como da coerência não representam necessidades que se poderiam atribuir a um indivíduo isolado: são antes de mais nada, necessidades decorrentes da vida social” . Com a organização social em grupo inicia-se a compreensão de regras. Vale ressaltar que, segundo La Taille (1992), “a lógica representa para Piaget a forma final do equilíbrio das ações” (p.17). Piaget (1972, p.2) exemplifica esse período pelas “(...) operações de classificação, ordenamento, a construção da ideia de número, operações espaciais e temporais e todas as operações fundamentais da lógica elementar de classes e relações, da matemática elementar, da geometria elementar e até da física elementar”.

No quarto período, o das operações abstratas, as operações do período anterior são ultrapassadas, pois à medida que a criança alcança o nível de operações formais ela pode raciocinar com hipóteses e não só com objeto. Novas operações são construídas e assim atinge novas estruturas, ou seja, atingem grupos mais complicados de estruturas. Esse período das operações abstratas é o ápice do desenvolvimento da inteligência e, segundo Piaget (2009), torna-se possível o pensamento formal, ou seja, as operações lógicas passam do plano da manipulação para o plano das ideias sem o apoio da percepção e da experiência. Esse pensamento formal é, portanto,

capaz de deduzir as conclusões de puras hipóteses e não somente através de uma observação real. Suas conclusões são válidas, mesmo independentemente da realidade de fato, sendo por isto que esta forma de pensamento envolve uma dificuldade e um trabalho mental muito maiores que o pensamento concreto. (PIAGET, 2009, p. 59)

A partir da formação de seus esquemas conceituais, a criança começa a raciocinar sobre hipóteses e a executar operações mentais dentro de princípios da lógica formal. Para Piaget (2009), as operações formais fornecem ao pensamento um poder que permite construir, a seu modo, as reflexões. Ainda segundo o autor, nesta fase o indivíduo consegue atingir o padrão intelectual que persistirá durante a idade adulta, porém o seu desenvolvimento posterior será pela ampliação de conhecimentos em extensão e profundidade.

Observamos que o estudo de cada um dos períodos do desenvolvimento cognitivo nos permite compreender como o indivíduo adquire novos conhecimentos.

2.4. A IMAGEM MENTAL COMO OBJETO DA COGNIÇÃO EM PIAGET

Consideramos para a imagem mental a evocação psíquica de uma realidade ausente do meio físico. Observamos que Piaget considera para a imagem, a função simbólica. Para este pesquisador, as imagens são reproduções particulares de objetos e de situações vividas.

Segundo Montoya (2005), já nas primeiras obras de Piaget, existem preocupações com a natureza e a função da imagem mental no desenvolvimento do pensamento infantil. Um primeiro esboço teórico sobre o “pensamento simbólico” do adulto e suas analogias com o pensamento infantil foi apresentado por Piaget, na cidade de Berlim, em 1922, no VII Congresso Internacional de Psicanálise. Esse trabalho resultou na obra *O pensamento simbólico e o pensamento da criança*, em 1923, na qual aponta algumas relações entre a imagem mental e o pensamento da criança, sem estabelecer hipóteses sobre suas possíveis fontes ou origens genéticas.

Para Montoya (2005), a reprodução teórica de Piaget evidencia que a inteligência infantil é conceitual desde a elaboração das frases na linguagem. Considera que a conceitualização se manifesta mais evidente a partir dos 7-8 anos, quando as palavras abstratas começam a desvincular das imagens, as quais são a reprodução particular dos objetos, das situações e dos acontecimentos vividos, contrariando o caráter geral e abstrato dos conceitos.

O pensamento da criança, segundo Montoya (2005), não ocorre por generalização, abstração ou unicamente por processos de deslocamento simbólico, mas por processos intermediários entre esses extremos. Observa que Piaget reserva para a imagem a função simbólica e figurativa e, para o conceito, a abstração e a generalização. Consideramos para o conceito, a compreensão da significação de uma classe de objetos.

Para Montoya (2005. p.14), ”a dificuldade das crianças, antes dos 7-8 anos, para ordenar coerente e casualmente uma sequência de imagens provém da irreversibilidade de seu pensamento”. Essa irreversibilidade se manifesta pela incapacidade de a criança voltar, em pensamento, a um estado anterior que significa, não somente uma simples lembrança, mas uma transformação inversa.

Após os 7-8 anos, ela se torna capaz de realizar combinações coerentes e, assim, pode realizar deduções dos acontecimentos observados; o pensamento conceitual chega à forma dedutiva quando alcança a reversibilidade. Montoya (2005) observa nos estudos iniciais de Piaget que, por volta dos 7-8 anos aproximadamente, à medida que o pensamento conceitual e dedutivo da criança se estabelece, o caráter simbólico e imagético dela diminui expressivamente.

2.4.1. A hipótese de Piaget sobre a origem e a formação da imagem mental

Após alguns anos de pesquisa empírica com seus filhos, Piaget, em 1936, publica a obra clássica *O nascimento da inteligência na criança*, que trata das origens e formação da inteligência sensório-motora. Essa obra apresenta o caminho evolutivo da inteligência que se apóia nos movimentos e percepções e as hipóteses básicas referente à origem genética da imagem e o papel desta no acabamento da inteligência sensório-motora. Para Montoya (2005, p.142), a inteligência sensório-motora é o “Processo adaptativo em que os instrumentos utilizados pelo sujeito são ações motoras e percepções”.

A imagem mental se estabelece, sobretudo, com a formação da sexta fase da inteligência sensório-motora. É nessa fase que os esquemas da inteligência sensório-motora começam a combinar mentalmente visando assimilar os objetos sem a necessidade da ação direta sobre eles. Segundo Montoya (2005, p.139), na teoria de Piaget, “(...)o termo “esquema” remete à noção de sistema e estrutura, pois se trata de relações que obedecem a leis de totalidade; por isso a relação do sujeito com o objeto deixa de ser uma simples relação de associação e passa a constituir uma relação de assimilação”. Consideramos para o esquema, a estratégia de ação verbal, motora e mental, a qual é modelo de atividade que a mente utiliza para incorporar os elementos que lhe são exteriores. Tomamos como esquema verbal a estratégia de ação verbalizada, esquema motor como estratégia de ações motoras e esquema abstrato como estratégia de ação mental.

Para um melhor entendimento da sexta fase, buscamos compreender a quarta e quinta fases que se constituem num período de transição entre o predomínio de uma atividade imediata que pode ser confundida com os objetos e outra que, indiretamente, tornam-se esquemas que se combinam de uma maneira mais hábil e complexa.

Tratando-se da quarta fase, para Montoya (2005, p.15-16), é nela que “os esquemas secundários se coordenam mutuamente em termos de meios e fins, e dão lugar a ações complexas denominadas ‘aplicações de meios conhecidos às novas situações’”. Identificamos que

Contrariamente aos esquemas primários, nos esquemas secundários os movimentos estão centrados num resultado produzido no meio exterior, e a ação tem a única finalidade de manter esse resultado. Como o esquema é também mais complexo, os meios começam a diferenciar-se do fim, mas a *posteriori*. Como essa distinção não se faz de entrada, os esquemas secundários funcionam ainda como simples repetições para reencontrar o resultado interessante. Esse começo de diferenciação se desenvolve quando a criança coordena num ato único dois esquemas até então isolados; para que isso aconteça, é preciso que o sujeito se proponha a atingir um

fim não diretamente acessível e ponha em ação, com esse intuito, esquemas até então relativos a outras situações. (MONTROYA, 2005, p.139)

A quinta fase da inteligência sensório-motora se constitui como um período em que, segundo Montoya (2005), “a criança estabelece uma certa objetividade e espacialidade do mundo, graças a uma coordenação de esquemas que atuam sob a condição de que o deslocamento dos objetos seja percebido diretamente” (p. 15). Nessa fase, a coordenação dos esquemas atua sob a percepção direta dos objetos e a criança estabelece uma objetividade e espacialidade do mundo em que vive. Com a efetividade das experimentações, a criança produz novos esquemas intermediários que tornam instrumentos para assimilação adaptada dos esquemas-fins. A assimilação é “o mecanismo contrário à noção de associação. No processo adaptativo, assimilação exprime o pólo ativo do organismo ou do sujeito, pois se trata de integrar os objetos aos esquemas do sujeito” (*ibid.*, p.136). Para Lima (1999, p.156), assimilação é

a integração dos objetos nos esquemas de ação. É a fusão de um objeto novo com um esquema já existente, ou seja, é a interpretação de eventos em termos de estruturas existentes. “Quando se diz “Maria é bonita”, não se modifica o conhecimento da realidade. Incorpora-se “Maria” ao esquema “bonito”(encaixe de classe).”

Uma característica particular da quinta fase é a formação de novos esquemas devidos não mais a reprodução de resultados, mas a uma espécie de experimentação ou de busca ativa da novidade; assim, aparece outro tipo de coordenação de esquemas. Com isso, a criança adapta-se a situações desconhecidas, não só utilizando os esquemas adquiridos anteriormente, mas procurando descobrir também novos meios, podendo resultar em uma série de consequências para o funcionamento da inteligência e essências do pensamento concreto. Nesta fase, os limites estão diretamente relacionados com a experiência, pois a assimilação acontece na percepção direta sem a representação.

Montoya (2005) observa duas limitações nessa fase: por um lado, tentando se adaptar às novas circunstâncias, a criança coordena apenas entre si os esquemas já conhecidos e por outro lado, estão as relações das crianças com as coisas que ainda dependem de esquemas já montados. Para a construção do real, essas limitações fazem com que a criança ainda dependa de ações para a elaboração de objetos e de grupos espaciais.

Na sexta fase, em que se estabelece a imagem mental, os comportamentos começam a ser independentes da exploração tateante e sucessiva e a pesquisa passa a ser controlada por combinações mentais. Uma combinação mental original começa a se formar, pois o método

da pesquisa é novo, não mais de uma combinação de movimentos efetivamente executados em cada fase de operação. Desse modo, dá-se o início de dois processos para a compreensão da gênese da inteligência e da imagem mental: o da natureza da invenção por combinação mental e o da representação.

A oposição entre a invenção por combinação mental da sexta fase e a exploração dirigida da quinta fase resultam numa diferença de velocidade, que é a própria atividade intelectual; assim, essa atividade intelectual torna-se tão rápida que a estruturação parece ser repentina. Porém vale ressaltar que tanto na exploração empírica quanto na estruturação das combinações mentais, a assimilação e a acomodação, combinadas, não estão ausentes. Lima (1999) considera por acomodação a

atividade que consiste na variação e transformação do esquema que se encontra em via de assimilação, isto é, é para quando um esquema se reestrutura e adota um novo modelo de ação mais eficiente. “Quando contamos quantas laranjas há num cesto, usamos o esquema de “contar” para assimilar a situação. Se o esquema de ação não consegue assimilar a situação, ou o organismo desiste do esforço ou se modifica. Essa modificação é o que Piaget chama de acomodação” (p. 156)

Segundo Montoya (2005), a invenção para Piaget é a reorganização rápida do sistema de esquemas que operam espontaneamente, os quais não são somente do campo da percepção, mas também, são esquemas motores. A coordenação dos esquemas anteriores que entram em ação permanente permanece em atividade e se combinam antes de sua aplicação exterior e material e sua organização espontânea faz com que a invenção pareça surgir do nada. Entretanto, “Isso leva a entender melhor o papel da própria representação imagética na constituição das invenções e das primeiras deduções sensório-motoras”. (MONTROYA, 2005, p.19)

A representação imagética é essencial, porém não considera uma causa única ao acabamento da inteligência sensório-motora; também não é considerada fonte da invenção. Piaget tem a representação imagética como evocação de objetos ausentes.

Na perspectiva de resolver a natureza dessa interação entre a invenção e a representação, “Piaget postula a necessidade de se fazer das imagens visuais, próprias da representação, um simples simbolismo como função significante, e do processo dinâmico próprio da invenção a significação, propriamente dita, ou seja, o significado” (*ibid.*, p.20).

A reorganização do campo da percepção onde ocorre a invenção por combinação mental é o resultado da organização dos próprios movimentos e esquemas motores. Caso ocorra a intervenção de imagens elas se tornam símbolos que acompanham o processo motor, permitindo que os esquemas se apoiem nelas para seu próprio funcionamento. Nesse caso, as

imagens não são elementos da invenção, mas ferramentas simbólicas do pensamento. Para Montoya (2005), “A análise do advento da imagem supõe analisar, previamente, o problema da imitação” (p.21). Na passagem da atividade motora à atividade representativa “a imagem deve ser, de algum modo, acionada antes de pensada. Esse intermediário nada mais é senão a imitação” (PIAGET *apud* MONTOYA, 2005, p.21). Assim, para Piaget, na sexta fase a imitação torna-se representativa, isto é, a fonte da imagem mental está particularmente na imitação motora da criança, já que ela imita os modelos novos e também as imitações que anunciam o simbolismo.

2.4.2. O desenvolvimento da imitação

Para Montoya (2005), Piaget tem a imitação como técnica e a vê como produto da aquisição do indivíduo e, mesmo não sendo automática e nem involuntária, ela comprova a existência de coordenações inteligentes. Não há imitação de um modelo perceptível nos primeiros reflexos. Os funcionamentos dos mecanismos reflexos tornam possíveis certos processos para a imitação das fases seguintes.

Vale destacar o desenvolvimento da imitação em algumas fases da inteligência sensório-motora. Na segunda fase, os esquemas começam a assimilar alguns elementos exteriores e se ampliam em função de experiência adquirida. Segundo Montoya (2005), “(...) duas condições são necessárias para que surja a imitação: que os esquemas sejam suscetíveis de diferenciação na presença dos dados da experiência e que o modelo seja percebido pela criança como análogo aos resultados a que ela própria chegou” (p. 23). Já na terceira fase, a imitação se restringe às tentativas de acomodação de modelos conhecidos e percebidos visualmente. Tanto os novos modelos como os movimentos captados visualmente em outrem não são imitados, pois só serão se forem visualmente percebidos.

Segundo Montoya (2005), na quarta fase, Piaget vê o método da imitação se acentuando na construção do real, aparecendo as primeiras relações espaciais, causais e temporais descentradas das atividades do sujeito. Com isso, a imitação de novos modelos e dos movimentos já executados pela criança acontecerá de maneira invisível a ela. Na quinta fase, se afirma e se desenvolve o que foi constituído na fase anterior; a imitação do novo se aperfeiçoa e se torna sistemático e diferenciado da acomodação intelectual.

Reiteramos que, na sexta fase, a coordenação dos esquemas ocorre por combinações mentais. As explorações tateantes se interiorizam e a coordenação opera antes de dar lugar a um ajuste exterior. Nessa fase, a criança substitui a exploração tateante e exterior por uma

combinação interna de movimentos, o que lhe possibilita conseguir, rapidamente, imitar novos modelos.

Nas cinco fases da imitação sensório-motora anteriores não existem imagens mentais e é somente na sexta fase desse período que surge a representação imagética “como um prolongamento do esboço interior de imitação, logo como que consistindo numa imitação interiorizada” (MONTROYA, 2005, p.37). A partir de agora a imagem adquire vida própria e antecede a imitação de tal modo que faz o sujeito prolongar suas imagens interiores em vez de determiná-las.

Montoya (2005, p.38), destaca que a tese de Piaget acerca da inteligência sensório-motora é que ela “perdura durante toda vida, sob forma muito análoga à sua característica na quinta e na sexta fases, constituindo o órgão essencial da atividade perceptiva, assim como o intermediário necessário entre as próprias percepções e a inteligência.”

Salienta, também, que Piaget concebe a imagem como

(...) imitação interior que obedece às leis dos esquemas sensório-motores sempre presentes, na forma de atividades perceptivas. Assim, a imagem mental não é o prolongamento da percepção como tal, mas da atividade perceptiva, a qual é uma forma elementar de inteligência que deriva ela própria da inteligência sensório-motora. (p.39)

2.4.3. A imagem mental e a representação conceitual na construção do conhecimento

Segundo Montoya (2005), Piaget usa o termo “representação” em dois sentidos. Por um lado, a “representação” se confunde com a representação figurativa das realidades vividas, ou seja, ela se reduz à imagem mental e é nesse sentido que a imagem mental é traduzida para representação imagética, a qual permite ao sujeito evocar os objetos, ações e situações ausentes em exercícios de linguagem. Nesse sentido, “evocar” é uma atividade de linguagem do sujeito por meio do que ele pode representar a imagem do objeto e dispensar sua ação direta sobre o objeto. Para Montoya (2005, p.140), “a evocação permite ao sujeito se reportar mentalmente a objetos ausentes”. Essa condição humana torna real quando a inteligência sensório-motora alcança um alto grau de complexidade para coordenar esquemas sobre os objetos ausentes e simbolizados. Por outro lado, numa compreensão mais ampla, a “representação” se confunde com o pensamento representativo, também chamado de representação conceitual, isto é, entende-se também pela inteligência que se apoia não somente na inteligência sensório-motora, mas num sistema de conceitos ou esquemas mentais. Desse modo, substitui-se o termo “imagem mental” pelo termo “representação

imagética” e a inteligência apoiada no sistema de esquemas mentais, pelo termo “representação conceitual”.

Inicialmente, os termos “imagem” e “conceito” estariam em oposição, pois para a “imagem” nos referimos a um símbolo concreto e para “conceito”, a um esquema abstrato. Segundo Montoya (2005), Piaget, contrariando as concepções empiristas, revela que a atividade de pensar está interligada aos conceitos e não a imagens. Para responder questões referentes à importância da imagem mental no pensamento e no conhecimento humano, ao papel dela no pensamento acabado e no processo evolutivo do pensamento da criança e ao ato de pensar como significativo na interligação de conceitos, considerando que a imagem deixou de acompanhar o pensamento, Piaget realizou estudos sobre a “representação cognitiva”, que aparecem na obra *A formação do símbolo na criança*, de 1945. Nessa obra, Piaget fundamenta a hipótese de que “os conceitos se constituem a partir dos esquemas sensório-motores, constituídos durante os primeiros meses de vida da criança. As primeiras palavras ou esquemas verbais constituiriam assim a expressão desses esquemas sensório-motores.” (MONTROYA, 2005, p.42)

Nesse sentido, identificamos a importância da observação na evolução e manifestação dos primeiros esquemas verbais até a constituição do pensamento propriamente conceitual, pois a fonte dos conceitos se encontra nos esquemas da inteligência sensório-motora e a fonte da imagem na interiorização da imitação. Os primeiros esquemas verbais se entremeiam entre os esquemas da inteligência sensório-motora e os esquemas conceituais e a imitação entre a imitação sensório-motora e imitação que envolve a imagem mental, ou seja, a imitação representativa. Para Montoya (2005), os primeiros esquemas verbais, ou seja, as palavras utilizadas pelas crianças, que designam esses esquemas, são intermediárias entre significantes simbólicos e verdadeiros signos. Por se constituírem na forma de operações lógicas, os primeiros esquemas verbais não expressam verdadeiros conceitos, portanto não são esquemas sensório-motores puros e nem francos, são esquemas sensório-motores em via de conceitualização. Nesse nível, os conceitos podem ser, ora sistemas de classes, ou seja, a união de objetos agrupados sob uma mesma denominação, ora sistemas de relações particulares agrupadas por sua natureza assimétrica ou simétrica, ou seja, uma assimilação ao próprio ponto de vista.

O progresso dos esquemas verbais frente à representação conceitual é solidário com o da própria linguagem. A criança, de posse dos semissignos, rapidamente aprende a falar frases de duas ou mais palavras ou frases completas. Porém, para Piaget, o problema está em compreender como a linguagem permite a construção do conceito, pois a possibilidade de

construir representações conceituais é também uma das condições necessárias para a aquisição da linguagem. Essa questão busca saber como a criança passa da linguagem ligada ao ato imediato à construção de representações verbais, isto é, à constatação de conceitos e não à coordenação de esquemas sensório-motores. Segundo Montoya (2005, p.44), “Para Piaget o elemento intermediário que favorece essa transição se encontra na narrativa. Como meio de evocação e de reconstituição da experiência vivida, a narrativa constitui-se num intermediário indispensável do trânsito entre os esquemas verbais e os esquemas conceituais”.

Para Montoya (2005), Piaget caracteriza a representação conceptual como forma de equilíbrio cognitivo, em que a imagem mental é uma contribuição essencial como significante que se reporta a acomodações anteriores.

Nesse contexto, analisar o termo “representação” nos remete à principal característica do pensamento, o seu aspecto operativo, pois “os conceitos e esquemas mentais são ações interiorizadas e coordenadas em sistema de transformação que se aplicam e atribuem-se aos objetos” (*ibid.*, p.113).

É no sentido da representação conceptual que a concepção epistemológica de Piaget fundamenta a noção de conhecimento. A representação conceptual sintetiza a ação dos esquemas abstratos que formam os sistemas de transformação, isto é, a operatividade; sintetiza, também, a da imagem mental, que se refere ao concreto.

A oposição que existe entre os conceitos e esquemas mentais e a imagem mental não interfere nas contribuições solidárias e complementares entre si. Mesmo constituídos por diferentes fontes, a formação da imagem mental supõe a dos conceitos e esquemas, e isso reciprocamente.

Na teoria piagetiana, o significado da imagem mental se diferencia do que pressupunham classicamente os sistemas filosóficos e psicológicos. A imagem mental, segundo Montoya (2005), deixa de ser um prolongamento da percepção e passa a ser um significante psicológico, isto é, a imagem mental passa a constituir uma forma de ação mental que evoca os caracteres e traços percebidos nos objetos. Seu significado é reconhecido pelos esquemas e conceitos,

Assim, a lembrança que se tem de certa situação na nossa infância deixa de ser uma simples recordação daquilo que foi percebido e passa a ter um significado particular para o sujeito que experimentou, pois essa lembrança estará carregada de significado, de acordo com as ações efetuadas sobre essa situação na época passada. (MONTROYA, 2005, p.114-115)

Uma segunda diferença da imagem mental perante os sistemas filosóficos e psicológicos, segundo Montoya (2005), é que ela se constitui no segundo ano de vida da criança, em consequência ao desenvolvimento de toda sua atividade intelectual, em particular, de sua atividade imitativa.

A reciprocidade na constituição da imagem mental e dos conceitos e esquemas mentais é um fenômeno observado na sexta fase da inteligência sensório-motora, a qual é caracterizada pela coordenação mental dos esquemas de ação, que produz o acabamento da inteligência sensório-motora e a constituição das primeiras noções espaciotemporais. É nessa fase que “a imagem intervém como instrumento de apoio para evocar os objetos ausentes” (*ibid.*, p.115). É na sexta fase que o gesto imitativo se prolonga e se interioriza como imagem; os esquemas motores se interiorizam e buscam instrumentos simbólicos para evocar os objetos ausentes.

Conforme Montoya (2005), nessa fase podemos constatar as primeiras manifestações da imagem mental e as primeiras coordenações mentais dos esquemas de ação, entretanto, é na quinta fase da inteligência sensório-motora que as condições necessárias da transição dessa inteligência, que se apoia em percepções e movimentos, se evidenciam para a inteligência, sustentada em esquemas mentais e imagens mentais. Nessa fase, antes mesmo que os objetos interessantes sejam assimilados, a criança diferencia seus processos assimiladores e acomodadores. Assim, com maior poder de elaboração e coordenação dos esquemas, por meio de experimentações, ela produz novos esquemas intermediários para que eles sejam instrumentos para uma assimilação adaptada dos esquemas-fins. A caracterização dessa fase ocorre pela constituição de novos esquemas, mas não simplesmente da reprodução de resultados, mas de uma espécie de experimentação ativa da novidade como tal.

Diferentemente da quarta fase da inteligência sensório-motora, onde os esquemas adquiridos se coordenam mutuamente e dão lugar a ações denominadas “aplicações de meios conhecidos a novas circunstâncias” (*ibid.*, p.116), as coordenações se reduzem a relacionar esquemas já conhecidos em lugar de distingui-los por acomodação progressiva, regulando, assim, uns aos outros. Apesar de ocorrer nessa fase a busca ativa do objeto desaparecido, “não há elaboração de “objetos” inteiramente independentes da própria ação, nem de “grupos” espaciais inteiramente objetivos, como ocorrerá na quinta fase” (MONTTOYA, 2005, p.116). É nessa fase que, pela primeira vez, a criança se adapta às situações desconhecidas, utilizando os esquemas adquiridos anteriormente; busca, também, descobrir novos meios. Desse processo, resultam várias consequências no que diz respeito ao funcionamento e às categorias essenciais da inteligência.

As ações da quinta fase são limitadas, tal como as explorações sensório-motoras das fases anteriores, cuja experiência ainda é direta, pois em vez de corrigi-las, as coisas são consideradas tal como aparecem. A assimilação não ocorre sobre a representação, mas sobre a percepção direta e sem a interferência da representação; a compreensão progressiva é assegurada somente por uma assimilação sensório-motora pura.

Na sexta fase da inteligência sensório-motora ocorre a constituição de dois processos importantes para a compreensão da gênese da imagem mental e do pensamento, ou seja, a invenção por combinação mental e a imagem mental. Essa fase é caracterizada pelos comportamentos que deixam de se desenvolver por exploração tateante e sucessiva e pelas combinações mentais que começam a controlar a pesquisa. Com isso, mesmo antes de experimentar, a criança consegue prever quais as manobras terão sucesso e quais fracassarão. O novo método de pesquisa construído não é o resultado de uma combinação e de movimentos executados em cada momento de operação, mas de uma combinação original.

Para Montoya (2005), o resultado observado na contradição entre a exploração dirigida da quinta fase e a invenção por combinação mental é uma diferença de velocidade. Na tentativa experimental, a assimilação estruturante opera passo a passo e, na invenção, a atividade da inteligência é tão rápida que a estruturação parece ser repentina. Esse fato evidencia a presença da atividade intelectual própria à assimilação e à acomodação na exploração empírica e na estruturação por combinações mentais. Entretanto, a diferença entre ambas as situações submete à velocidade de marcha de um motor, que é a própria atividade mental. O aumento de velocidade, até então irregular e observável exteriormente, provoca uma diferenciação no mesmo método de funcionamento, tornando-se regular e se interiorizando cada vez mais rápido.

Nesse sentido, a evolução da inteligência faz com que a atividade coordenadora dos esquemas não necessite mais se apoiar em percepções e movimentos, mas em imagens que evocam objetos e situações ausentes. Esse resultado faz da representação imagética uma condição essencial para o acabamento da inteligência sensório-motora e para a constituição do pensamento nascente. Para Piaget (1982),

Fazer antecipadamente uma bola de uma corrente de relógio para introduzi-la num orifício estreito (quando o sujeito nunca teve qualquer oportunidade prévia de fazer semelhante bola, em tais circunstâncias), combinar de antemão as posições da vara, antes de passá-la através das barras de uma grade (quando a experiência é inteiramente nova para a criança), ampliar antecipadamente uma fenda para dela retirar um objeto escondido (quando a criança defronta pela primeira vez tal problema), tudo isso supõe que o sujeito se representa os dados oferecidos à sua visão de um modo inteiramente distinto de como os percebe diretamente: corrige em

espírito a coisa que vê, isto é, evoca posições, deslocamentos ou até mesmo objetos, sem que os observe atualmente no seu campo visual. (p. 329-330)

Não se considera correta a representação imagética causa única para a constituição do pensamento. Para Piaget (1982), existe uma interação entre a representação imagética e o pensamento, pois ressalta que “(...) a verdade parece ser que entre a invenção e a representação existe uma interação e não uma simples filiação”(p.330). Para esse pesquisador, as representações imagéticas são os instrumentos simbólicos indispensáveis para o funcionamento do pensamento nascente. A solidariedade entre a representação imagética e o pensamento ocorre como uma interação e essa colaboração é a condição de um processo de significação no qual a representação imagética é um significante simbólico e os esquemas mentais e conceitos, aqueles que permitem as significações.

2.4.4. As relações solidárias entre as imagens e o pensamento

Na sexta fase da inteligência sensório-motora observamos as origens e as transformações referentes à imagem que prolonga as coordenações dos esquemas de ação. Para Montoya (2005), novas transformações radicais são observadas por volta dos 7 e 8 anos, referentes tanto à imagem como ao pensamento. Nesse período, a imagem deixa de evocar somente configurações estáticas e passa a evocar transformações e movimentos; o pensamento não fica mais centrado nos estados e começa a considerar os estados às transformações, isto é, a imagem se torna antecipatória e o pensamento, operatório. Mesmo com essa nova evolução da imagem e do pensamento, evidencia-se uma solidariedade, pois a representação imagética favorece o funcionamento do pensamento e vice e versa.

No período pré-operatório, as imagens desenvolvidas se mostram essencialmente estáticas, incapazes de figurar os movimentos e transformações físicas ou geométricas mais simples. De igual modo, o pensamento pré-operatório é incapaz de controlar as transformações e raciocina com base nas configurações. O caráter estático do pensamento pré-operatório é provisório e da imagem mais durável. O pensamento pré-operatório continua estático porque a criança deste período está voltada aos estados e a ação própria, e não para a consciência das coordenações, que permitem promover as ações imediatas e sucessivas para as operações. A este respeito, os pesquisadores apontam que

Como a imagem é uma imitação interiorizada, ela sofre as leis da imitação, que consistem precisamente atenuar o pólo acomodador da acção, portanto o pólo orientado na direcção do exterior, por oposição às assimilações coordenadoras.

Noutros termos, se a figuração está condenada a conservar um carácter estático, até nas suas formas antecipadoras, isto deve-se a uma espécie de limitação intrínseca: é porque o seu papel consiste em imitar e não em construir ou produzir, é porque ela se limita a desenhar “esquemas” e não é capaz de criar ou manipular por si própria os esquemas de transformações. (PIAGET e INHELDER, 1977, p. 507)

Segundo Montoya (2005, p.121), acerca da ação das operações e pré-operações sobre a imagem, Piaget explicita que “a operação atua sobre a imagem para torná-la flexível e para, desse modo, a imagem poder figurar as transformações”. Nesse sentido, o que ocorre é que a flexibilidade pressupõe a contribuição exterior das operações.

Duas questões devem ser consideradas para o papel eventual das imagens do nível pré-operatório na preparação e na constituição das operações. Uma, é a utilidade das imagens nos conhecimentos dados do problema de transformação, em particular dos estados e, a outra, da sua contribuição nas transformações como tais. Para Piaget e Inhelder (1977), no que se refere à primeira questão, é claro que as imagens pré-operatórias favorecem a aquisição de informações, ou pelo menos a sua fixação e consolidação; esse fator intervém em todo o progresso dos conhecimentos. Exemplificando uma situação, Piaget e Inhelder (1977) apontam que os sujeitos

sabem prever que o líquido subirá mais alto nos copos estreitos, embora não tirem desta previsão nem compreensão da compensação entre a altura e a largura da coluna de água nem dedução da conservação, progrediram, apesar disso, em relação àqueles que fazem uma previsão falsa (pseudoconservação dos níveis): notaram na sua experiência anterior o que escapou a outros sujeitos, e se a imagem não contribui para essa descoberta, contribui pelo menos para a fixar na memória e para consolidar facilitando assim novas observações. (p.508-509)

No que se refere à segunda questão, as pesquisas de Piaget mostram que a imagem do nível pré-operatório não prepara a compreensão das transformações. Para Montoya (2005, p. 123) “se a imagem do nível pré-operatório desempenha um papel útil de fixação e de consolidação das informações, ela não prepara a operação na qualidade de efetivação e compreensão da transformação”. Nesse período, as imagens de reprodução ou são fiéis às percepções que copiam ativamente, ou modificam as percepções que lhes servem de modelos na direção das pseudoconservações e das deformações no sentido estático. Nesse caso, elas reforçam o pensamento pré-operatório em suas tendências próprias de valorizar os “estados” e negligenciar as transformações.

A contribuição da representação imagética no período pré-operatório consiste em fornecer ao pensamento as informações mais objetivas e mais exatas, embora seja necessário reconhecer que seus progressos não obedecem somente à ação dela própria. Quando a

imagem se torna antecipatória sob a influência das operações, ela se torna um auxiliar útil e, às vezes, necessário ao funcionamento das operações que nela se apoiam, depois de tê-la estruturado ou moldado a sua semelhança. Nessa nova situação, alguns serviços da imagem são relativos ao conhecimento dos estados e, outros, relativos à representação das próprias transformações.

Em muitas situações, a criança é capaz de uma previsão verbal, embora vaga, muito antes de poder imaginar o pormenor. Após a imagem tornar-se capaz de antecipar as transformações, ela chega a uma dedução mais precisa das próprias transformações. Nessa perspectiva, para Piaget e Inhelder (1977), quando a imagem, tornada antecipadora pelas operações,

(...) serve uma vez mais de ponto de apoio a estas, mas já não somente no que diz respeito ao conhecimento dos estados e dos resultados da transformação ou do movimento: são estas transformações, cuja compreensão é facilitada por imagens, contudo quão aproximativas e simbólicas. Se a imagem não é um elemento do pensamento, ela não serve menos, ao mesmo título, do que a linguagem, e, nos domínios espaciais, com um sucesso muito mais evidente, de instrumento simbólico para significar o conteúdo das significações cognitivas. (p. 512)

2.4.5. Representação imagética e a construção do conhecimento do mundo real

O acabamento da inteligência sensório-motora se constitui como combinação mental dos esquemas interiorizados, isto é, a colaboração essencial da imagem para representar os objetos ou acontecimentos ausentes, submetida à sua função simbólica, herdeira de suas origens imitativas. A imagem mental não é, diretamente, nem fonte nem fator de colaboração na preparação da operação e do conceito. Mesmo com esses limites, é essencial, pois é a sua função simbólica que reporta as particularidades dos objetos ausentes, nos estados e nas configurações. Sem ela, não seriam possíveis o nascimento e o acabamento da representação conceptual. Para Montoya (2005, p. 59), “(...) a imagem, em sua atividade de reprodução e de antecipação dos movimentos e das transformações, cumpriria um papel funcional para estimular e exigir indiretamente a coordenação dos próprios esquemas conceptuais ou operatórios”.

É necessária a participação da imagem mental no acabamento do conhecimento no plano da ação prática, pois sem ela é impossível coordenar objetos e deslocamentos não perceptíveis diretamente. Para possibilitar o prolongamento da imitação em imagem é indispensável que a inteligência sensório-motora adquira na fase final dessa inteligência, a maleabilidade necessária para coordenar ou combinar internamente esquemas de ação.

Para entender melhor a contribuição da imagem mental no acabamento da inteligência sensório-motora devem-se considerar as fases anteriores a sexta fase, pois é nela que se produz o acabamento dessa inteligência. A imagem mental, que tem por função figurar objetos, estados, movimentos e transformações, participa como auxiliar simbólico em todos os casos da representação conceptual dos objetos.

Ressaltamos que, para Piaget, mesmo as imagens mais evoluídas não substituem a operação, pois elas sempre serão um significante simbólico. Destacar a imagem mental na construção do conhecimento é reconhecer que a necessária ação solidária da representação imagética não é compatível com o papel da operação como centro do processo de significação.

Apresentamos no próximo capítulo os caminhos que percorremos durante nosso processo investigativo sob a orientação dos preceitos do Estudo de Caso. Esclarecemos os critérios de escolha da escola e dos participantes, descrevemos a coleta dos dados e apresentamos os quadros ideográficos com nossas interpretações. Observamos que as manifestações dos nossos sujeitos na entrevista socializada são revelações complementares que auxiliaram nossa análise tendo como dados primários, os cadernos escolares dos alunos, foram esclarecedoras sobre os conhecimentos dos sujeitos sobre os sólidos geométricos.

3. A EXPERIÊNCIA EMPÍRICA

Os homens tomam as palavras como sendo as marcas regulares e constantes de noções aceitas, quando na verdade não são mais que sinais voluntários e instáveis das suas próprias idéias.
John Locke

Nossa investigação busca organizar um conhecimento acerca da própria atividade gráfica do aluno no particular das suas experiências na construção de conceitos e na aprendizagem sobre os sólidos geométricos. Neste capítulo apresentamos as características da nossa pesquisa quanto aos procedimentos que adotamos para a sua realização, a organização e os tratamentos analíticos dos dados empíricos. Como Estudo de Caso de uma situação que queremos conhecer e descrever, é um estudo que, conforme Ponte (2006), o classificamos como descritivo. Nosso objetivo é centrado numa situação específica e bem definida, única e especial por ser um problema evidente no cotidiano escolar de muitos alunos em determinado tempo e lugar.

3.1. A ESTRATÉGIA ESTUDO DE CASO

Adotamos esta estratégia, a qual Ponte (2006) classifica como um estudo descritivo, por entender que o nosso trabalho é investigativo com o objetivo de descrever e compreender uma situação de aprendizagem como ela se apresenta na sua realidade, da forma mais completa possível. Entendemos que essa forma particular de estudo é a mais adequada para tratar o problema proposto já que não desejamos a generalização dos resultados obtidos, mas sim a apresentação de elementos com uma situação singular, que possam enriquecer as pesquisas referentes ao ensino e à aprendizagem em geometria.

O Estudo de Caso trata de uma investigação empírica, cujas características importantes segundo Yin (2010, p.39), é investigar “um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real”. Como forma particular de estudo, tomamos para o nosso trabalho uma unidade escolar de Campo Grande, Mato Grosso do Sul. A fim de investigar problemas práticos que emergem no dia-a-dia escolar, adotamos como sujeitos três alunos de uma mesma turma do sétimo ano do ensino fundamental e buscamos eventos particulares e concretos na aprendizagem dos sólidos geométricos. Para a realização do estudo em profundidade nessa situação única, tomamos os dados a partir das produções dos alunos em

atividades orientadas de ensino. Sendo o nosso trabalho de cunho descritivo, procuramos compreendê-lo por meio de situações apresentadas na realidade. No intuito de apresentar a situação de forma clara e justa, complementamos os dados empíricos com entrevistas, focando as respectivas aprendizagens.

Os autores Fiorentini e Lorenzato (2009) indicam que um trabalho na abordagem qualitativa deve investigar e interpretar o caso como um todo, resguardando o seu entorno ou o contexto sócio-cultural. Identificamos que Garnica (2004) apresenta como características da pesquisa qualitativa

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (p.86)

Segundo Garnica (2004), com o desenvolvimento da pesquisa essas características podem ser reconfiguradas. Esse pesquisador ressalta que na pesquisa qualitativa devemos considerar a sintonia com os procedimentos adotados: as entrevistas, as gravações, as interpretações, etc. Nesse sentido, entendemos que com os procedimentos adotados e a maneira que conduzimos nosso estudo, o qual se refere a uma pesquisa qualitativa, já que os dados foram coletados diretamente no local onde o fenômeno acontece e por meio da nossa interpretação, buscamos compreender num contexto definido uma situação com características específicas.

Cumprimos alguns critérios de natureza geral em uma pesquisa qualitativa quando buscamos a clareza, que associamos ao fato relatado, a adequação, que relacionamos tanto à formulação do problema quanto ao modo geral do estudo e a credibilidade que inclui a validade referente à precisão dos resultados; assim, focamos os cuidados tomados com a coleta, organização, estudo e a interpretação dos dados.

Para os critérios específicos, ou seja, da própria natureza do formato de estudos de caso, focamos a delimitação precisa e adequada do objeto de estudo e evidenciamos tanto os aspectos únicos e essenciais do caso, quanto os que colaboram com novas hipóteses para a realização de novas pesquisas sobre a aprendizagem em questão.

3.2. A DESCRIÇÃO DO CAMINHO PERCORRIDO

Constatamos que o objeto de interesse do nosso estudo consta na relação dos conteúdos propostos para o sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental, no documento oficial da Secretaria Municipal de Educação de Campo Grande, Referencial Curricular (2008). A distribuição dos conteúdos no eixo temático Espaço e forma, do sexto e sétimo anos, seguem respectivamente,

7.3 Eixo – Espaço e forma

- Figuras geométricas tridimensionais e bidimensionais;
- quadriláteros e triângulos;
- composição e decomposição de figuras planas;
- representação das formas geométricas;
- planificação dos sólidos;
- localização e movimentação em mapas e plantas.

(CAMPO GRANDE, 2008, p. 104)

8.3 Eixo - Espaço e forma

- Figuras Planas;
- sólidos geométricos;
- ampliação e redução de figuras planas na malha quadriculada;
- propriedades do triângulo;
- condição de existência do triângulo;
- nomenclatura dos triângulos quanto a lados e ângulos;
- relação entre circunferência, seu raio e diâmetro;
- referencial cartesiano (mapas e croquis);
- situações-problema envolvendo razão e proporção em mapas e plantas.

(CAMPO GRANDE, 2008, p. 107)

Para obter os dados do nosso estudo, visitamos em abril de 2010, duas escolas municipais, nomeadas por nós como escola I e escola II, localizadas no município de Campo Grande/MS. Quanto à escolha da região dessas escolas levamos em conta a facilidade para a locomoção até o campo da investigação. A intenção dessas visitas foi falar com os professores de matemática do sexto ou sétimo anos do ensino fundamental para saber o período que iriam trabalhar em sala de aula o conteúdo referente aos sólidos geométricos. Nas visitas realizadas, apresentamos à direção das escolas a Declaração de matrícula da pesquisadora no Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (Anexo 1, p.111), a fim de justificar a nossa presença.

Nas duas visitas à escola I, não encontramos a professora de matemática do sexto e sétimo anos. A partir desse fato, buscamos a escola II, onde deparamos com o professor de matemática que, inicialmente, mostrou-se interessado em colaborar conosco. Informou que o assunto Sólido Geométrico seria ministrado nas próximas duas semanas. Passado esse

período, retornamos à escola II e verificamos que esse assunto ainda não havia sido ministrado aos alunos. O professor pediu para retornarmos em 15 dias e, decorrido esse prazo, constatamos que o referido assunto ainda não havia sido ministrado; conseqüentemente, não obtivemos o material desejado.

Em nosso local de trabalho falamos com uma colega, que também é professora de matemática do ensino fundamental em uma escola municipal e ao explicitarmos o objetivo da nossa investigação, verificamos a sua disposição em colaborar com nossa pesquisa. Assim, buscamos contato com uma terceira escola, nomeada por nós como escola III, localizada próxima ao nosso local de trabalho. No contato com a direção, observamos o seu interesse em colaborar conosco. Apresentamos a Solicitação da carta de anuência à direção da escola (Anexo 2, p.112) e falamos do objetivo dessa pesquisa e da necessidade da nossa presença na respectiva escola por algumas vezes. Em seguida, apresentamos a Solicitação da carta de anuência à professora de Matemática do sétimo ano (Anexo3, p.113) e esclarecemos sobre o material necessário, os cadernos de anotações dos alunos, e como seria o procedimento das entrevistas. Nos primeiros dias de junho de 2010, fomos avisados pela professora da escola III que o assunto Figuras planas e não-planas já havia sido ministrado para os alunos do sétimo ano. Pedimos que ela indicasse de quatro a seis alunos que tivessem os cadernos de anotações melhor organizados, pois esses também seriam materiais para o estudo dos dados. A professora indicou seis sujeitos do sétimo ano, coincidentemente todos do mesmo gênero e da mesma turma.

Enviamos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo 4, p.114-116) aos responsáveis desses seis sujeitos indicados pela professora. Neste documento solicitamos a autorização para a participação dos sujeitos, esclarecemos os passos da nossa coleta de dados e o uso dos referidos cadernos das anotações em sala de aula como fonte de dados para a nossa investigação.

Inicialmente, elegemos os seis sujeitos indicados pela professora de matemática da turma que, segundo ela, eram alunos com bom desempenho nessa disciplina escolar e os nomeamos como sujeitos MA, BA, BR, ST, JU e JE.

O nosso estudo constitui-se de uma investigação que busca compreender e descrever como as representações gráficas contribuem para a aprendizagem de conceitos dos sólidos geométricos em alunos do ensino fundamental. Para o estudo dos dados procuramos estabelecer articulações entre as produções gráficas de alunos, tomadas de seus cadernos escolares e de entrevistas semiestruturadas. Em função de nosso estudo ser investigativo e seguir orientações da modalidade naturalística, o Estudo de Caso, entendemos que é

necessário utilizar para a coleta de dados, instrumentos que permitam extrair o máximo de informações, a fim de que os dados do evento pesquisado possam ser os mais claros e reais possíveis. Em função desse fato, organizamos dois encontros para a coleta dos dados, sendo que no primeiro, realizamos uma entrevista individual, buscando nossa aproximação com os sujeitos e uma visão panorâmica sobre os conhecimentos da aula sobre os sólidos geométricos; no segundo, elaboramos a entrevista socializada. Entendemos que essa forma de coleta de dados está de acordo com a natureza do nosso problema e irá responder aos nossos objetivos.

Orientados por esse fato, identificamos que para Fiorentini e Lorenzato (2009), a entrevista trata-se de um diálogo com propósitos bem definidos. Ela permite uma obtenção mais direta e imediata dos dados, auxiliando o aprofundamento do estudo e a complementação de outras técnicas de coleta de dados. Optamos pela modalidade das entrevistas semiestruturadas com o propósito de responder à questão da nossa investigação, baseados em nossos objetivos e na complementação dos dados, visando a eles um melhor tratamento. Além disso, entendemos que ela possibilita a articulação das perguntas previamente formuladas e organizadas com as perguntas elaboradas pelo entrevistado, favorecendo um diálogo com o pesquisador que desempenha o papel de orientador e estimulador. Nessa modalidade de entrevista ocorre um aprofundamento das questões específicas que podem ser organizadas utilizando um roteiro de pontos a serem tratado e, durante a entrevista, esses pontos podem ser mudados de ordem ou o pesquisador também pode formular questões não previstas inicialmente.

No segundo semestre de 2010, realizamos na escola III o nosso primeiro encontro com os sujeitos MA, BA, ST, JU e JE (nesse dia, o sujeito BR faltou). Esse momento foi gravado em áudio, a fim de descobrir vestígios da aprendizagem sobre os sólidos geométricos, conteúdo do nosso interesse. Com esse encontro, visamos a uma maior aproximação com os sujeitos, no sentido de estabelecer uma relação de confiança e obter o material inicial para o tratamento dos dados referentes ao conhecimento adquirido por eles nas aulas sobre os sólidos geométricos. Apreendemos desse encontro os termos utilizados pelos sujeitos, tendo em vista o próximo encontro, a entrevista socializada. Nos Encontros individuais (Anexo 5, p.117-120), apresentamos a transcrição das entrevistas individuais, onde apontamos os termos utilizados por cinco sujeitos sobre os sólidos geométricos.

Focando a maneira que conduzimos a coleta de dados, vimos que

(...) além das relações de construção dos conhecimentos acontecerem entre os sujeitos e os objetos cognoscíveis, também as relações e as negociações entre

diferentes sujeitos, tendo em vista chegar a um objetivo comum, fazem com que a educação – em pequenos grupos – possibilite a aprendizagem como um ato solidário de crescimento moral e cognitivo. (MOLL e BARBOSA, 1998, p. 108)

Nesse sentido, escolhemos realizar a entrevista socializada na perspectiva de que a interação social dos sujeitos favorece um maior alcance de socialização do conhecimento adquirido com as atividades gráficas realizadas na sala de aula, mas entendendo que somente essa prática não a garante.

Na intenção de propiciar a interação dos sujeitos e aprofundar o tratamento dos dados obtidos nos cadernos de anotações dos alunos, realizamos a entrevista semiestruturada socializada. Neste segundo encontro procuramos abordar nossos sujeitos de maneira que seus discursos⁵ pudessem ser articulados com o material dos seus cadernos de anotações. No Encontro socializado (Anexo 6, p. 121-122), apresentamos nossa organização para a entrevista socializada, a qual foi realizada focando três momentos. Inicialmente, abordamos as formas geométricas e a relação social; em seguida foram abordadas as formas geométricas e a relação escolar e, por último, as formas geométricas e a relação psicológica. Na Transcrição do encontro socializado (Anexo 7, p.123-132), apresentamos a transcrição dessa entrevista socializada com a participação de cinco sujeitos: MA, BA, BR, ST e JU (nesse dia, o sujeito JE faltou).

Iniciamos a entrevista colocando a natureza e o objetivo da investigação. Esclarecemos como foi realizada a escolha de cada um dos entrevistados e enfatizamos o anonimato do sujeito da pesquisa, ressaltando que as entrevistas seriam utilizadas somente para a finalidade da nossa investigação. Solicitamos a autorização dos sujeitos entrevistados para as gravações das entrevistas em áudio e vídeo, assegurando-lhes que a transcrição não fugiria das ideias ali colocadas. Vale destacar que esse momento foi de motivação, aproximação e conquista da confiança do pesquisador junto ao sujeito entrevistado.

No segundo momento da entrevista socializada abordamos o conteúdo matemático Sólidos Geométricos, de tal maneira que eles se reportassem às aulas sobre esse assunto. Ressaltamos que nesta fase os sujeitos estiveram com seus respectivos cadernos de anotações e com artefatos de madeira que se associavam aos sólidos geométricos apresentados em seus referidos cadernos. A disponibilização desses artefatos foi no sentido de colaborar na busca

⁵ Tomamos por discurso, “Exposição de idéias, proferida em público, feita de improviso ou antecipadamente escrita com esse propósito; oração, fala.” Disponível em: <http://www.dicio.com.br/discurso/>. Acesso em: 15 jul de 2011.

do conhecimento adquirido nas aulas referentes aos sólidos geométricos. Entendemos que esses artefatos são objetos motivadores de ações sensório-motoras, podendo incentivar o sujeito a discursar socialmente sobre os conceitos dos sólidos geométricos. Os discursos socializados foram compostos pelos depoimentos verbais ou por qualquer outra manifestação discursiva que se encontram nas gravações de áudio e vídeo, nos desenhos gráficos realizados durante a entrevista socializada e nos cadernos de anotações. A nossa intenção foi fixar algumas maneiras de os sujeitos se manifestarem, por isso, no momento da entrevista socializada, procuramos deixá-los pensar e se manifestarem livremente por meio dos seus discursos.

O roteiro dos pontos tratados neste segundo momento foi organizado com as seguintes questões: *Você teve aulas de geometria no segundo bimestre? Você lembra qual conteúdo matemático foi abordado nessas aulas? Nessas aulas você relacionava o conteúdo com objetos que você se depara em casa e no seu dia a dia? Você sabe o que são os sólidos geométricos que você representa no caderno? Quais são eles? São muitos? São diferentes? Você sabe o que diferencia um do outro? Você tem umas anotações no seu caderno? Você lembra quais sólidos geométricos desenhou no caderno?*

No terceiro momento da entrevista socializada buscamos, com nossas indagações, o que resultou como conhecimento referente aos sólidos geométricos.

Na seção seguinte, transcrevemos as análises dos dados da nossa pesquisa, tomados e tratados na organização de um Estudo de Caso. A natureza dos dados e dos procedimentos é própria da pesquisa qualitativa e nossas análises foram apoiadas em alguns conceitos da psicologia piagetiana, tais como: imagem mental, formação psíquica do símbolo e desenvolvimento da linguagem.

3.3. O ESTUDO DOS DADOS

Iniciamos o nosso trabalho, analisando o processo da aprendizagem do aluno sobre os sólidos geométricos. Tomamos as experiências dos sujeitos nas produções gráficas realizadas em sala de aula como fonte primária dos dados e, as entrevistas, como andamento para análises dos dados na tentativa de associar a manifestação do sujeito com suas produções gráficas nos cadernos. Nossas interpretações foram focadas nos preceitos da teoria psicológica de Piaget e, para organizar nossa interpretação, construímos quadros com dados obtidos na entrevista socializada. O estudo realizado refere-se a três sujeitos, MA, BA e JU. Para a escolha desses três sujeitos, priorizamos a presença nos dois encontros em que realizamos as entrevistas, individual e socializada, e a participação integral no encontro socializado.

Ressaltamos que o sujeito BR faltou no primeiro encontro, quando realizamos a entrevista individual e o sujeito ST se ausentou no terceiro momento da entrevista socializada, quando buscávamos as manifestações sobre as formas geométricas e a relação psicológica e o resultado do conhecimento. Entendemos que o modo utilizado para selecionar os três sujeitos forneceu material satisfatório para as nossas interpretações.

3.3.1. Quadros ideográficos

Os quadros ideográficos tratam das nossas interpretações referentes aos discursos dos sujeitos MA, BA e JU, respectivamente. Essas interpretações são resultados da articulação das manifestações dos sujeitos com seus respectivos cadernos de anotações. Nesses cadernos de anotações observamos que as atividades orientadas de ensino de cada sujeito se diferem e, segundo a professora, esse fato ocorreu devido à liberdade dada aos alunos na escolha dos sólidos geométricos para a construção da tabela.

Esses quadros foram construídos com base nas análises realizadas sobre cada um dos três sujeitos, das suas manifestações que cooptamos a partir da entrevista socializada sobre os sólidos geométricos e do caderno de anotações em atividades orientadas de ensino. Observamos que as atividades dos três sujeitos que elas se diferem. Segundo a professora, cada sujeito pôde construir a tabela dos sólidos geométricos aleatoriamente.

Para a realização da entrevista socializada montamos um conjunto de perguntas referentes ao nosso objeto (Anexo 6, p.121-122), a aprendizagem sobre sólidos geométricos mediante a produção gráfica, as quais distinguimos em três categorias de produção. Referimos, inicialmente, sobre as formas geométricas e a relação social, buscando nessa categoria obter a convivência informal do sujeito com o nosso objeto. Definimos, para a segunda categoria, as formas geométricas e a relação escolar. Nessa etapa procuramos falar da aprendizagem escolar focando as formalidades didáticas sobre os sólidos geométricos. E por último, consideramos as formas geométricas e a relação psicológica, como a própria aprendizagem, onde buscamos tratar da síntese que resultou o conhecimento sobre os sólidos geométricos construído por nossos sujeitos.

Para a formação dos três quadros ideográficos de cada um dos nossos três sujeitos, consideramos como modalidades de representações: a representação conceitual (RC), a representação discursiva (RD) e a representação gráfica (RG). Na representação conceitual recorreremos às manifestações experientes dos sujeitos sobre o objeto, mesmo que de modo incipiente. Nessa modalidade de representação procuramos identificar quanto o sujeito usufrui

do discurso compreensivo sobre os sólidos geométricos, visto que para Palangana (2001), o “conceito” em Piaget é aquilo que tem compreensão e validade social. Na representação discursiva visamos à apresentação da familiaridade e da espontaneidade ao referirem-se aos sólidos geométricos com generalização social. Nessa modalidade, evidenciamos a aquisição da terminologia que tem significados para se comunicarem. A modalidade representação gráfica visa a uma produção gráfica do sujeito, manifestada na superfície plana que materializa uma imagem do objeto. Nessa modalidade, observamos o que os sujeitos conseguem produzir e, quando olhamos para o “desenho” e para o discurso do sujeito, identificamos quanto o sujeito usufrui desses recursos para poder discursar sobre eles. Observamos que nas produções gráficas os sujeitos controlam as propriedades métricas, o que tomamos como uma legítima representação gráfica.

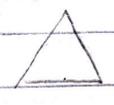
Complementamos os dados para a nossa interpretação com os cadernos de anotações de cada sujeito, os quais apresentam os conteúdos trabalhados na sala de aula sobre os sólidos geométricos. Para nossas análises, observamos as produções gráficas das atividades orientadas de ensino contidas nos cadernos escolares e articulamos com as manifestações dos sujeitos obtidas na entrevista socializada. Ao final de cada quadro ideográfico, versamos sobre a terminologia utilizada.

Quadro Ideográfico 1.MA – As formas geométricas e a relação social

Nesse quadro 1.MA, apresentamos nossa interpretação obtida da articulação das manifestações do sujeito MA na entrevista socializada que se refere às formas geométricas e a relação social, com seu caderno de anotações. Apresentamos as perguntas, as respostas do sujeito MA e a nossa interpretação focando as três modalidades de representações (RC, RG e RD). Com esse primeiro grupo de perguntas buscamos duas situações, sendo a primeira situar o sujeito em uma condição a mais natural possível para discursar sobre os sólidos geométricos e, a segunda, fazer com que os participantes da entrevista socializada se reportassem até as produções gráficas nos seus cadernos escolares, a fim de verificarmos como essas produções colaboram com a aprendizagem desses objetos geométricos. Apresentamos a seguir, as atividades gráficas do sujeito MA, que tratam dos conteúdos ministrados em sala de aula, formas geométricas planas e não-planas, respectivamente.

20/05/20

Formas geométricas - Marthe 11a

Figura	nome	características
	triângulo	3 lados 3 vértices
	quadrado	4 lados iguais 4 ângulos retos (90°)
	paralelogramo	4 lados opostos paralelos e iguais
	ou trapézio	4 lados, 2 lados paralelos e 2 não paralelos
	retângulo	4 lados opostos paralelos e iguais e formam 4 ângulos iguais
	losango	4 lados iguais

QUADRADO
TRAPÉZIO

Figura 1: Atividade orientada de ensino do sujeito MA que trata das formas geométricas planas.

17/05/20

Matemática

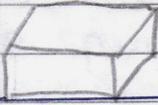
Figura	Nome	vértice	Arestas	Faces
	pirâmide quadrangular	5	8	5
	cubo	8	12	6
	cilindro	0	0	0
	paralelepípedo	8	12	6
	cone	1	0	0
	Prisma triangular	5	12	7
	pirâmide triangular	5	5	3
	Prisma pentagonal	10	12	6
	Prisma hexagonal	10	12	6

Figura 2: Atividade orientada de ensino do sujeito MA que trata das formas geométricas não-planas.

O que estimula vocês a lembrarem de geometria?	
MA:	Aonde a gente vai tem as formas geométricas. Como o quadro, que é um paralelepípedo, a carteira, que é um cubo. Quando vamos à cidade vimos várias formas geométricas. Têm os objetos que encontramos na cidade. Na sala de aula têm muitos, por exemplo, o piso é um cubo e o quadro um paralelepípedo. A professora deu uns exemplos da sala de aula. No futebol tem aqueles cones, tem a bola.
RC:	Para o sujeito, a “geometria” está a sua volta e sua referência espontânea marca a condição conceitual que ela já alcançou, tomando as formas geométricas como abstrações no espaço em que vivemos. Apesar de ter praticado um equívoco quando classifica inadequadamente as palavras paralelepípedo para o quadro negro e cubo para o piso (peça cerâmica de revestimento), é notório que o sujeito se manifesta por meio de comparações com formas geométricas, usufruindo da imagem gráfica proveniente das lições que teve, pois o paralelepípedo tem a face retangular, assim como retangular é a forma do quadro, e a forma quadrada do piso é presente na face do cubo. Nisto há uma incipiência conceitual já revelada pela condição simbólica que o sujeito vem desenvolvendo.
RD:	As construções verbais, como “aonde a gente vai tem as formas geométricas”, também a presença dos vocábulos “cones” e “bola”, trazidas ao contexto pelo sujeito, são condições que estamos dando como representações discursivas, pois se trata de pronunciamento ajustado à compreensão social.
RG:	Quando compara o piso com o cubo e paralelepípedo com o quadro, piso e quadro são objetos da sua visão imediata; cubo e paralelepípedo são objetos das suas representações imagéticas, que dadas às comparações realizadas, provêm de representações gráficas desses sólidos geométricos.
Vocês têm nos cadernos algumas formas geométricas? Lembram quais são?	
MA:	Pirâmide, cilindro, cone.
RC:	Referir-se às formas geométricas com os nomes pirâmide, cilindro e cone, de maneira espontânea, revela-nos uma convivência pelo menos incipiente do sujeito com as formas geométricas.
RD:	Os termos pirâmide, cilindro e cone foram pronunciados de modo espontâneo, revelando que o sujeito usufrui socialmente das formas geométricas.
RG:	A prontidão deste sujeito em relacionar a ideia de “formas geométricas” com pirâmide, cilindro e cone está garantindo que usufrui da imagem gráfica. Os vestígios

	das ocorrências na sala de aula demonstraram que a experiência do sujeito com as formas geométricas se resumiu na cópia do conteúdo exposto na lousa; observou-se, ainda, que nos cadernos não havia outras descrições dos sólidos geométricos a não ser gráficas.
Vocês acham que desenhar é importante para apreender(ou aprender?) geometria? / Quando vocês estão desenhando aparece uma forma, vocês associam essa forma ao nome dela?	
MA:	Quando a gente desenha, vê o que está na folha, reconhece e lembra o que desenhou. / Só de vez em quando.
RC:	Na expressão “vê o que está na folha, reconhece e lembra o que desenhou” o sujeito revela-nos que evoca a imagem mental obtida na realização das atividades gráficas para colaborar com a formação e articulação dos conceitos dos sólidos geométricos.
RD:	Sua condição de expressar os nomes das formas pirâmide, cilindro e cone, vistos anteriormente, foi obtida por sua convivência com as atividades gráficas das imagens reveladas no caderno escolar.
RG:	As atividades com as imagens gráficas no caderno auxiliam o discurso sobre as formas. Destaca-se a importância do seu envolvimento com a imagem gráfica para sua aprendizagem.
O que significa estar desenhando? / Para vocês que forma geométrica é mais presente? / Onde vocês realizam os desenhos das formas geométricas com mais frequência?	
MA:	Tem gente que desenhando expressa sentimentos. / O cubo, o cilindro. / No caderno de desenho. Na aula de artes.
RC:	Quando o sujeito expressa as formas “o cubo”, “o cilindro”, apresenta a condição alcançada para referir-se a elas.
RD:	Expressar-se socialmente sobre as formas geométricas é uma condição que o sujeito nos revela como fator de motivação para a sua aprendizagem.
RG:	Observamos que na atividade do caderno foram apresentados os nomes dos sólidos geométricos e suas características, de maneira ordenada. Essa ordem está sendo cumprida pelo sujeito. Suas atividades gráficas colaboraram para “lembrá-lo” das formas. Esse fato nos revela que essas atividades proporcionaram a evocação da imagem mental dos sólidos geométricos e se apoiaram na formação de conceitos sobre os sólidos geométricos.
Sobre os sólidos geométricos, vocês usam na conversa do dia a dia? Usam esses nomes em suas conversas?	

MA:	Acho que sim. Tem a pirâmide retangular e a quadrangular. A face do cone é lisa e a pirâmide não. Ela tem as divisões.
RC:	Os nomes das formas, pirâmides retangular e quadrangular indicam, implicitamente, a identificação de suas bases. Percebe-se que essas formas se caracterizam pelas “faces”, as quais estão sendo tratadas como bases. “Ela tem divisões” é a manifestação para referir-se às arestas e às características dessas formas.
RD:	Ao referir-se à “face do cone é lisa e da pirâmide não”, o sujeito demonstra convivência com as propriedades dessas formas. Na descrição “Ela tem divisões”, o sujeito também as caracterizou.
RG:	Com mais detalhes, aparece a importância das ações motoras, quando realizou as atividades gráficas. A ordem que aparece nos cadernos está colaborando para evidenciar até as características das formas.

Quando o sujeito MA refere-se às formas geométricas de modo social e espontâneo, revela-nos uma convivência pelo menos incipiente com as formas geométricas. Nas produções gráficas do seu caderno escolar, identificamos que as “figuras” estão dispostas de modo ordenado. Essa ordem foi cumprida pelo sujeito e esse fato nos aponta que as atividades gráficas colaboraram com a caracterização e o pronunciamento ajustado socialmente sobre os sólidos geométricos. Quando o sujeito relaciona os nomes sociais dos sólidos geométricos, indica quanto usufrui das imagens gráficas, pois as atividades do seu caderno escolar (Figuras 1 e 2) apresentam apenas descrições gráficas dos sólidos geométricos. A imagem mental desses sólidos geométricos se dá na psique do sujeito a partir da imagem gráfica constituída na sua experiência com esses objetos. O sujeito usufrui da imagem mental dos sólidos geométricos para seu discurso.

Quadro Ideográfico 2.MA – As formas geométricas e a relação escolar

O quadro ideográfico 2.MA apresenta nossa interpretação das manifestações do sujeito MA referente às formas geométricas e a relação escolar, com suas atividades gráficas contidas no seu caderno escolar, em atividade orientada de ensino. Procuramos nessa categoria tratar da aprendizagem escolar com enfoque nas formalidades didáticas. A partir desse momento, os sujeitos se apossam dos respectivos cadernos escolares que contêm as atividades orientadas de ensino, referentes às formas geométricas planas e não-planas. A utilização desses cadernos

tem a finalidade de provocar nos sujeitos uma expressão verbal sobre suas atividades gráficas trabalhadas nas aulas.

Se um tem o lado liso e o outro tem divisões, isso tem nome? Lembram dos cadernos?	
MA:	Figuras não-planas, pirâmide quadrangular.
RC:	A posse do seu caderno escolar possibilitou a classificação das formas geométricas quanto à dimensão. Toma como referência a primeira forma que aparece na tabela da figura 2, pirâmide quadrangular. Associou a atividade da figura 2 com as “figuras não-planas”. Observando a Figura 2, identificamos que não aparece o termo “figuras não-planas” associada à tabela dos sólidos geométricos. Isso nos revela indícios conceituais para classificar as figuras não-planas.
RD:	A associação da forma geométrica, pirâmide quadrangular como figura não-plana, indica a condição social para classificar as formas geométricas planas e não-planas.
RG:	Expressar o termo “figuras não-planas” é a indicação de que as imagens gráficas da figura 2 colaboraram para a classificação da figura geométrica quanto a sua dimensão. Isso confirma que sua convivência com essas atividades deu-lhe condições para expressar as características dessa forma geométrica.

Observamos que a posse do caderno escolar com as atividades gráficas favoreceu o sujeito na classificação dos sólidos geométricos quanto a sua dimensão. Quando o sujeito relaciona as formas não-planas com os sólidos geométricos, identificamos a evocação de situações vivenciadas, como aquelas em sala de aula. Na realização das atividades gráficas, o sujeito adquiriu imagens mentais que foram utilizadas para classificar os sólidos geométricos como figuras não-planas. Esse fato indica que as atividades gráficas colaboraram na aprendizagem sobre os sólidos geométricos.



Figura 3: Os alunos durante a entrevista socializada

A partir desse momento, além da posse de seus cadernos escolares com as atividades orientadas de ensino, apresentamos aos sujeitos artefatos de madeira que representam as formas geométricas relacionadas nas atividades orientadas de ensino, conforme a figura 3. Os artefatos foram dispostos sobre uma mesa, de tal maneira que todos os sujeitos tivessem condições de acessá-los. Com esses artefatos objetivamos uma motivação de ações sensório-motoras, buscando incentivá-los a discursar, de maneira social, os conceitos das formas geométricas. Esses discursos socializados são depoimentos verbais ou manifestação discursiva que se encontram nas gravações de áudio e vídeo, nos desenhos gráficos realizados durante a entrevista socializada e nos cadernos com as atividades orientadas de ensino. A nossa intenção foi fixar algumas maneiras de os sujeitos se manifestarem. No momento da entrevista socializada, buscamos deixá-los pensar e se manifestarem livremente por meio do discurso.

Têm lembranças de quando começaram a estudar geometria?	
MA:	No pré a professora fala assim, isso é um quadrado, isso é um triângulo.
RC:	Ao expressar socialmente as formas, quadrado e triângulo, revela a presença dessas formas desde a educação escolar inicial. A presença dos termos das formas planas, quadrado e triângulo, indicam as condições de conceituar as formas não-planas. A construção do conceito das formas está ocorrendo desde o início de sua vida escolar.
RD:	A exposição dos nomes, manifestados com naturalidade, aponta a presença de conceitos.
RG:	Em suas atividades orientadas de ensino (Figura 1), identificamos as formas planas citadas pelo sujeito; o quadrado e o triângulo aparecem como as duas primeiras. Na construção dessas atividades gráficas, o sujeito se constituiu de imagens mentais dessa situação que colaboraram para referir-se “ao estudo dos sólidos geométricos”.
Quando começaram a aprender geometria?	
MA:	Bem no meio era difícil memorizar todos os nomes.
RC:	Quando expressa “todos os nomes”, revela-nos que são várias as formas geométricas. Relaciona “aprender geometria” com as formas geométricas.
RD:	A manifestação do sujeito referente aos nomes sociais dos sólidos geométricos, vistos anteriormente, dá indícios de conceitos dos sólidos geométricos.
RG:	As imagens gráficas no caderno colaboram para tratar a aprendizagem da geometria com base nos nomes das formas. O conteúdo do caderno é a geometria aprendida.

Quando desenharam o cubo pela primeira vez?	
MA:	Eu faço assim, desenho um quadradinho, outro no meio e vai puxando as linhas. Daí desenho o cubo. Foi na primeira série. Eu tinha 6 anos.
RC:	Demonstra convivência com o termo social “cubo”. O termo “quadradinho” está se referindo à face do cubo. Na manifestação “puxando as linhas” está se referindo às arestas.
RD:	A forma geométrica “cubo” está socializada. Expressa-se sobre o cubo com espontaneidade. As características dessa forma geométrica estão presentes em seu discurso.
RG:	Observamos que a forma geométrica do “cubo” está presente em seu caderno apenas como imagem gráfica (Figura 2). Discursar sobre ela é explicitar sua convivência social.

A partir desse momento distribuimos lápis e papel para todos os alunos participantes da entrevista socializada e os motivamos a realizarem a produção gráfica do cubo. Esclarecemos que poderiam expressar-se verbalmente sobre os passos que estavam realizando nessa produção. Procuramos com esta atividade da produção gráfica do cubo, motivar os sujeitos a se manifestarem sobre os conceitos referentes a esse sólido geométrico.

Por onde começa a desenhar o cubo? No cubo, como é o nome dessa linha? Como é o nome dos pontinhos do cubo? O cubo tem alguns elementos e esses elementos têm no caderno de vocês, lembram? Como é o nome desses quadrados?	
MA:	Primeiro começo fazendo essa linha. Acho que é aresta. Às vezes eu confundo as arestas com os pontinhos que eu esqueci o nome. Aqui tem os vértices, as arestas e as faces. Faces. São quatro faces. (O sujeito toma o artefato que representa o cubo nas mãos e conta seis faces.)
RC:	A presença do termo “pontinhos” indica que ele é usado para referir-se aos vértices. A enumeração das faces dá indícios da presença de seu conceito. Para referir-se à aresta, utiliza-se do termo “linha”. Quando manifesta que os quadrados são as faces, apresenta as características da face do cubo.
RD:	Para o sujeito, os elementos vértices, arestas e faces fazem parte do conceito do cubo. A manipulação do artefato favoreceu para a manifestação a respeito das faces.
RG:	Identificamos que os termos “linhas” e “pontinhos” não estão presentes nas atividades orientadas de ensino. O termo “linha”, usado para referir-se à aresta, surge na

<p>produção da imagem gráfica. Essa construção interferiu no discurso sobre esse elemento. O seu envolvimento na produção da imagem gráfica favoreceu a formação dos conceitos vértices e faces. Esse fato dá indícios de quanto o sujeito usufrui da imagem mental para a formulação do seu discurso, pois os termos “linhas e pontinhos” não aparecem no seu caderno escolar.</p>

Identificamos que o conteúdo do caderno escolar é a geometria aprendida, pois o sujeito MA apresenta no seu discurso a mesma ordem que as formas geométricas aparecem em suas atividades gráficas. Concluímos que a imagem mental dos sólidos geométricos do sujeito é proveniente das suas produções gráficas. Em seu discurso, o sujeito indica sua condição social referente ao cubo, pois essa forma está presente em suas atividades gráficas apenas como imagem gráfica. Observamos que tanto a manipulação quanto a produção gráfica desse sujeito referente ao cubo, proporcionou melhores condições para discursar socialmente sobre esse objeto. O sujeito utiliza-se adequadamente dos termos sociais para discursar sobre os elementos do cubo. Isso aponta que ele avançou das imagens mentais para elementos simbólicos elaborados, cujo processo é decorrente de suas condições de alfabetização.

Quadro Ideográfico 3.MA – As formas geométricas e a relação psicológica

O quadro ideográfico 3.MA apresenta nossas interpretações das manifestações do sujeito MA referente às formas geométricas e a relação psicológica, articuladas com seu caderno de anotações. Nessa categoria tratamos da síntese que resulta seu conhecimento referente aos sólidos geométricos.

<p>O que foi importante para falarem sobre elas hoje? / Se tivessem tido uma aula sem desenhar será que lembrariam o assunto? / Então desenhar é importante? / Então tem várias coisas que podem facilitar a aprendizagem da geometria? / O que faltou para vocês saberem mais geometria? / Vocês sabem o nome desse artefato? (É apresentado o artefato na forma do cubo). Vocês conhecem esse sólido? (É apresentado o artefato na forma do prisma triangular).</p>	
MA:	<p>Foi a aula da professora. / Não. / Tem vez que a gente reconhece mais pelo desenho. / Às vezes a gente nem lembra os nomes e do desenho a gente lembra. / Tem vez que gente olha a figura e lembra o nome e tem vez que não. / Não sei. / O cubo. Prisma</p>

	triangular.
RC:	O envolvimento com as atividades das aulas sobre sólidos geométricos favoreceu o sujeito MA na elaboração dos conceitos das formas geométricas. Esse sujeito relaciona os artefatos, cubo e prisma triangular com seus nomes sociais.
RD:	Relacionar os nomes sociais do cubo e do prisma triangular com seus respectivos artefatos indica sua relação espontânea com essas formas. Essa condição favorece seu discurso sobre elas.
RG:	Na expressão “reconhece mais pelo desenho” o sujeito aponta que a construção das imagens gráficas favoreceu sua manifestação sobre os sólidos geométricos.
Vocês acham que pegando nesses artefatos facilita para fazer o desenho?	
MA:	Facilita, porque a gente vê quantas arestas, quantas faces, a gente conta e desenha bem certinho.
RC:	O envolvimento com os artefatos traz a relação do objeto com seu conceito. O sujeito conceitua arestas e faces.
RD:	O sujeito aponta familiarização com os conceitos de faces do cubo e do prisma triangular.
RG:	Na expressão “Vê quantas arestas, quantas faces, a gente conta e desenha” dá indícios de que as imagens gráficas ou os artefatos são “artifícios” que fazem evocar conceitos. Esse fato indica que a atividade sensório-motora faz com que o sujeito evoque a imagem mental e, conseqüentemente, dá melhores condições para seu discurso.
Vocês conseguem diferenciar figuras planas das não-planas? / Por que chamamos de figuras não-planas?	
MA:	As figuras planas são aquelas que têm duas dimensões e as não-planas tem três dimensões. / Por que elas não têm formas.
RC:	Quando o sujeito expressa que as figuras não-planas não têm formas está referindo esse termo a três dimensões ou figuras não-planas. Para o sujeito, figuras não-planas têm formas. É dessa maneira que consegue se expressar sobre dimensões.
RD:	Sua convivência com o termo dimensões é bastante espontânea. Ele não aparece em seu caderno escolar. Aponta indícios de conceitos para figuras planas e não-planas.
RG:	Mesmo que o assunto estudado seja “Formas geométricas”, como mostra a figura 2, o sujeito relaciona somente as formas com as figuras não-planas. Essa maneira de se expressar pode ter influência dos artefatos presentes.
Vocês veem alguma importância em qualquer aprendizagem sobre os sólidos geométricos?	

Qual a importância em estudar os sólidos geométricos?	
MA:	Porque a gente vê em sala bastante, na nossa vida e no nosso dia a dia.
RC:	Relacionar as formas geométricas ao seu ambiente escolar, a sala de aula, aponta que ocorre um favorecimento da aprendizagem das formas geométricas.
RD:	Estar convivendo com as formas diariamente destaca a importância do conhecimento sobre as formas.
RG:	Logo no início da entrevista socializada, o ambiente, os objetos da sala de aula e o discurso da professora auxiliaram o sujeito nas atividades orientadas, propiciando um maior envolvimento.
Pensando nos sólidos geométricos, quais as regularidades que repetem?	
MA:	São as faces, arestas e os vértices
RC:	O sujeito apresenta os conceitos de face, arestas e vértices.
RD:	Expressar-se sobre os elementos dos sólidos geométricos indica sua condição em conceituá-los.
RG:	Nas atividades orientadas (Figura 2), observamos que as colunas são ordenadas como vértices, arestas e faces. Esse fato aponta que a sua produção gráfica colabora para referir-se, de maneira social, a esses elementos.
Será que todas as formas do mundo são relacionadas com alguma forma da geometria? A árvore é uma forma geométrica?	
MA:	Tem a árvore e ela não é.
RC:	Para o sujeito, as formas geométricas são apenas aquelas estudadas nas atividades do caderno escolar.
RD:	A compreensão de dimensão está presente somente para formas geométricas estudadas nas atividades orientadas de ensino. O sujeito ainda não conseguiu ampliar seu conceito das formas geométricas quanto à dimensão.
RG:	O sujeito não tem a imagem gráfica da “árvore” no caderno escolar. Não consegue relacionar a “árvore” a uma forma geométrica não-plana. Esse fato aponta indícios da importância da produção gráfica na elaboração do seu discurso.
O que tem no seu caderno é diferente do que está no livro? Você tem algo mais no caderno. Essa explicação é o que a professora fala ou o que você está entendendo?	

MA:	É. Muitas vezes no livro só tem as perguntas e não tem a explicação e no caderno a gente coloca as perguntas e a explicação. Do que a professora fala e do que eu estou entendendo. Muitas vezes a gente não sabe algumas coisas e ela que acrescenta.
RC:	O discurso da professora interfere na aprendizagem dos conceitos das formas. Estar envolvido com as atividades gráficas colabora com o discurso sobre os conceitos. Fica evidente a credibilidade na fala da professora.
RD:	A confiança na professora possibilita o desenvolvimento da capacidade de construir seu conhecimento a respeito dos sólidos geométricos.
RG:	Dá indícios de que a convivência com o livro escolar é pouco para aprender, ou seja, o envolvimento com as atividades gráficas favorece a aprendizagem.

Observamos que as diferentes representações dos sólidos geométricos utilizadas pelo sujeito MA, como: as imagens gráficas, o discurso verbal e os artefatos de madeira, favoreceram a construção de relações entre eles e, como consequência, a elaboração de alguns conceitos dos sólidos geométricos. O sujeito MA apresentou vestígios de domínio sobre os sólidos geométricos, pois nomeou os sólidos com espontaneidade, relacionou elementos e os classificou quanto à dimensão. MA apresentou seu discurso acordado com as atividades gráficas do seu caderno escolar. Esse fato aponta indícios da evocação da imagem mental dessa situação, pois a imagem mental nada mais é senão uma imitação do “objeto”. Nesse caso, o objeto ainda não passa das produções gráficas no caderno escolar.

Quadro Ideográfico 1.BA – As formas geométricas e a relação social

No quadro 1.BA, apresentamos nossa interpretação referente ao sujeito BA. Essa interpretação é o resultado da articulação das manifestações de BA na entrevista socializada, que trata das formas geométricas e a relação social, com seus cadernos escolares. Para nossa interpretação, focamos as três modalidades de representações (RC, RG e RD).

Apresentamos a atividade gráfica do caderno escolar do sujeito BA (Figura 4), a qual faz parte dos dados que interpretamos. Essa atividade gráfica refere-se aos sólidos geométricos e nos auxilia na construção dos três quadros ideográficos desse sujeito.

11/05/10

~~Matematica~~ ♥
~~Benedita~~

Figuras - não planas.

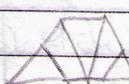
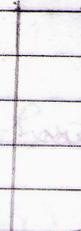
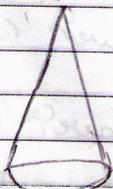
Figura	Nome	Vertice	Arestas	Faixas
	Cubo	8 Vertices	12 Arestas	6 Faces
	Pirâmide	5 Vertices	9 Arestas	5 Faces
	Cilindro	2 Faces	2 Faces	0 Faces
	Paralelepípedo	8	12	6
	Cone	1	1	1

Figura 4: Atividade orientada de ensino do sujeito BA que trata das figuras geométricas não-planas

O que estimula vocês a lembrarem de geometria?	
BA:	Ela falou que o piso é um cubo. Tudo. O quadro, o piso, o nosso dia-a-dia. A mesa.
RC:	O sujeito BA manifestou-se após o sujeito MA. Observamos que o diálogo entre esses dois sujeitos, inicialmente, apresentou “discordância” sobre a forma geométrica do cubo. Esse diálogo apresenta, mesmo que incipiente, uma condição social de se manifestar sobre os sólidos geométricos. Quando BA se refere aos objetos do mundo real “quadro negro e mesa”, está relacionando esses objetos à geometria. Quando expressa “quadro negro” como objeto que lembra a geometria, observamos que BA está copiando a manifestação do sujeito MA. Isso nos revela que BA precisa de maior convivência com objetos da geometria para ter melhores condições para discursar sobre esses objetos.
RD:	Quando BA traz para o contexto os objetos do mundo real “quadro, o piso e a mesa”, revela-nos suas condições de maneira incipiente e ajustadas à compreensão social.
RG:	BA utiliza-se dos objetos mais próximos de sua visão, o quadro negro, a mesa e o piso para relacionar com os objetos da geometria. As formas geométricas “cubo” e “quadrado” são objetos das suas representações imagéticas, pois identificamos que, nas suas ocorrências em sala de aula sobre as formas geométricas não-planas (Figura 4), a sua expressão verbal é tal qual apresentam as suas produções gráficas. A figura 4 nos revela que a experiência do sujeito com as formas geométricas é a que foi copiada da lousa. Identificamos que sua produção gráfica do cubo se compara a um quadrado.
Vocês têm nos cadernos algumas formas geométricas? Lembram quais são?	
BA:	Paralelepípedo, triângulo e quadrado.
RC:	Nas suas manifestações sobre as formas geométricas paralelepípedo, triângulo e quadrado, o sujeito BA revela o convívio, mesmo que incipiente, com essas formas geométricas.
RD:	O sujeito revela um modo socialmente espontâneo quando expressa os nomes paralelepípedo, triângulo e quadrado. Observamos que usufrui socialmente das formas geométricas.
RG:	Quando relaciona “formas geométricas” com paralelepípedo, triângulo e quadrado está revelando o quanto usufrui da imagem gráfica, pois nas ocorrências em sala de aula há somente descrições gráficas de sólidos geométricos. Sua experiência com as formas geométricas é a que foi copiada da lousa.
Vocês acham que desenhar é importante para aprender geometria? / Quando vocês estão	

desenhando aparece uma forma, vocês associam essa forma ao nome dela? / O que faz vocês lembrarem o nome?	
BA:	Acho que sim. É bom que faz lembrar. / Sim. / As aulas, a explicação. Às vezes olhamos no caderno o nome delas.
RC:	O sujeito BA revela na expressão “As aulas, a explicação” que a atividade empírica auxilia na construção do conceito.
RD:	Sua condição de expressar, anteriormente, os nomes das formas geométricas paralelepípedo, triângulo e quadrado, foi obtida pela experiência com as atividades gráficas reveladas nos cadernos.
RG:	Na construção verbal “As aulas, a explicação” o sujeito aponta que as atividades gráficas auxiliam a sua aprendizagem dos conceitos das formas geométricas.
O que significa estar desenhando? / Para vocês, que forma geométrica é mais presente? / Onde vocês realizam os desenhos das formas geométricas com mais frequência? / Quando está conversando com alguém sobre qualquer assunto, vocês usam a geometria? / Vocês falavam que têm muitas formas geométricas na vida de vocês. Será que não falamos disso no dia-a-dia?	
BA:	Trabalho. / A gente convive com as formas. Sempre quando vamos à escola vemos formas geométricas. O paralelepípedo é o mais presente. / Na aula de artes e em casa no computador. / Nem percebemos que falamos de geometria. / A gente fala, mas não percebe.
RC:	O vocábulo “Trabalho” revela que a atividade de desenhar tem seu destaque na aprendizagem dos conceitos das formas geométricas. A atividade empírica proporciona um envolvimento importante para a aprendizagem das formas geométricas.
RD:	As construções verbais “Nem percebemos que falamos de geometria. A gente fala, mas não percebe.” indicam sua convivência social com as formas geométricas.
RG:	Em suas produções gráficas observamos que o paralelepípedo está representado por um paralelogramo. A representação imagética que o sujeito BA tem do paralelepípedo é apenas a sua face, o paralelogramo.
Olhando em seus cadernos, vocês usam os nomes dos sólidos geométricos no dia-a-dia?	
BA:	São as figuras não-planas.
RC:	O sujeito BA classifica os sólidos geométricos como figuras não-planas.
RD:	Revela vestígios conceituais dos sólidos geométricos na sua construção verbal quando

	expressa de maneira social a classificação como figuras não-planas.
RG:	Observamos que na atividade orientada de ensino (Figura 4) os sólidos geométricos são classificados como figuras não-planas. Essa atividade favoreceu BA, pois realizou essa classificação de maneira espontânea.

Observamos que o encontro social motiva os sujeitos a um diálogo. Esse diálogo colaborou para a elaboração do discurso do sujeito BA sobre as formas geométricas. Seu diálogo nos revelou pouco convívio com objetos da geometria. A imagem mental que BA tem do paralelepípedo é o que apresenta nas atividades orientadas de ensino referente às formas não-planas (Figura 4), o paralelogramo. A sua imagem mental do paralelepípedo não superou o paralelogramo, pois o sujeito não tem a noção volumosa do objeto. Nessa atividade observamos que o sujeito BA apresenta pouca habilidade para o desenho.

Quadro Ideográfico 2.BA – As formas geométricas e a relação escolar

O quadro ideográfico 2.BA apresenta as manifestações do sujeito BA, quando nos referimos às formas geométricas e a relação escolar e nossas interpretações, quando articulamos essas manifestações com seu caderno escolar. Nessa categoria tratamos da aprendizagem escolar com enfoque nas formalidades didáticas. A partir desse momento, o sujeito BA tem a posse do seu caderno escolar com as atividades gráficas realizadas em sala de aula. A utilização desse caderno tem a finalidade de provocar o discurso sobre as produções gráficas trabalhadas nessas atividades gráficas.

Além da posse do caderno com as atividades orientadas de ensino, o sujeito BA teve a sua disposição artefatos de madeira que representam as formas geométricas relacionadas nas atividades orientadas de ensino. Nossa intenção com esses artefatos foi a de provocar ações sensório-motoras para motivar seu discurso sobre os conceitos dos sólidos geométricos. Durante a entrevista socializada, buscamos deixar o sujeito pensar e se manifestar livremente por meio do seu discurso.

	Têm lembranças de quando começaram a estudar geometria? / O que ajuda a aprenderem geometria?
BA:	Só este ano. Mas eu não sabia que era geometria. / Às vezes a gente vê, mas não sabe o nome.

RC:	A construção verbal “Às vezes a gente vê, mas não sabe o nome.” é resultado do diálogo com outro sujeito (ST), pois este respondeu “A gente vê bastante formas do nosso meio e do nosso dia a dia.” Isso nos revela que o encontro social colabora nas manifestações dos sujeitos e aponta o que eles têm de conhecimento. Quando revela que “não sabia que era geometria” e “não sabe o nome” dá indícios da sua necessidade de maior convívio com objetos da geometria.
RD:	Sua condição social referente aos sólidos geométricos é muito incipiente.
RG:	Suas atividades gráficas desenvolvidas no caderno escolar nos revelam sua condição na atividade de desenhar. Observando a ordem dos sólidos geométricos nas atividades gráficas dos sujeitos MA e JU com as de BA verificamos que elas se diferem. Esse fato nos revela a imagem mental que BA tem das formas geométricas, pois temos a imagem mental como imitação ou cópia feita pela atividade sensório-motora. Isso confirma que sua convivência nas atividades deu-lhe poucas condições para expressar-se sobre os sólidos geométricos.
Quando desenharam o cubo pela primeira vez?	
BA:	Eu ia desenhar no quadro.
RC:	Sua manifestação ocorreu após outros sujeitos. A influência do diálogo foi expressiva em sua manifestação, revelando-nos uma incipiência ao expressar-se sobre os sólidos geométricos.
RD:	Seu discurso aponta pouca espontaneidade para discursar socialmente sobre os sólidos geométricos. O sujeito BA apresenta pouco convívio com os sólidos geométricos, pois discursar sobre eles é explicitar seu convívio social.
RG:	Observamos que o sujeito necessita de maior convivência com as atividades gráficas dos objetos da geometria, pois seu discurso revela, de modo incipiente, a sua convivência social com os sólidos geométricos.

Nesse momento distribuímos lápis e papel para todos os sujeitos e propusemos que desenhassem o cubo. Nessa atividade, buscamos vestígios conceituais nos discursos dos sujeitos. Motivamos os sujeitos a manifestarem-se verbalmente sobre os passos desta construção.

Por onde BA começa a desenhar o cubo?	
BA:	Por essa linha que eu esqueci o nome. Ah! É aresta. Depois outro quadrado.

RC:	Observamos que, anterior a manifestação de BA, outro sujeito já utiliza o termo “linha” para referir-se à aresta. Na expressão “quadrado”, identificamos que BA apresenta as características da face do cubo.
RD:	Para o sujeito, os elementos “aresta” e “quadrado” fazem parte do conceito do cubo. A atividade do desenho favoreceu a sua manifestação sobre os elementos do cubo.
RG:	Identificamos que os termos “linhas” e “quadrado” não estão presentes nas atividades orientadas de ensino. O seu envolvimento na atividade gráfica favoreceu a formação dos conceitos dos elementos “vértice” e “face”.
Existe alguma relação entre os elementos ou características do cubo? Algumas regularidades ou algo em comum? Em relação à posição deles muda algum elemento? Algo fica diferente? Por quê?	
BA:	Não. O número de lados não vai mudar.
RC:	Na construção verbal “O número de lados não vai mudar.”, o sujeito revela as características regulares do cubo. Utiliza-se do termo “lados” para referir-se às faces do cubo. Apresenta familiaridade com essa forma geométrica não-plana.
RD:	O sujeito BA apresenta vestígios conceituais do cubo quando revela as regularidades.
RG:	Observamos que para o sujeito BA, conforme observamos na sua atividade orientada (Figura 4), a face do cubo está muito presente em seu discurso. Sua produção gráfica revela a condição social em seu discurso.
É importante desenhar na aula de geometria?	
BA:	É, e quando quiser lembrar está lá.
RC:	Para o sujeito as atividades do caderno escolar favorecem a formação de conceitos dos sólidos geométricos.
RD:	BA revela que para construir conceitos é necessário buscar conceitos estudados anteriormente, quando se refere à expressão verbal “quando quiser lembrar está lá”.
RG:	Para BA, as atividades gráficas realizada nos caderno escolar colaboram na sua aprendizagem sobre os sólidos geométricos.

O sujeito BA revela-nos que seu discurso é orientado de acordo com o seu caderno escolar. Observamos que sua atividade gráfica referente aos sólidos geométricos (Figura 4) difere dos demais sujeitos. Esse fato colabora nas suas manifestações que, às vezes, mostra ser incipiente. Seu discurso é pouco satisfatório, pois suas manifestações só ocorrem após as manifestações dos outros sujeitos. BA revelou-nos que para a construção dos conceitos dos sólidos geométricos é necessário recorrer a conceitos estudados anteriormente.

Quadro Ideográfico 3.BA – As formas geométricas e a relação psicológica

O quadro ideográfico 3.BA apresenta nossas interpretações referentes à articulação das manifestações do sujeito BA, quanto às formas geométricas e a relação psicológica, e seu caderno escolar. Focados nas três modalidades de representações, procuramos nesta categoria tratar da síntese que resulta o conhecimento sobre as formas geométricas.

Se tivessem tido uma aula sem desenhar será que lembrariam o assunto? / O que vocês acham que poderíamos associar ao desenho para facilitar que gravássemos seu nome?	
BA:	Não. / Relacionar as formas do dia-a-dia também facilita. A gente tá tentando descobrir o nome vai para algum lugar e daí lembra.
RC:	Para o sujeito, as atividades gráficas e a comparação dos objetos do mundo real com objetos da geometria favorecem a construção de conceitos.
RD:	A manifestação de BA revela-nos sua condição incipiente em discursar sobre os sólidos geométricos.
RG:	As atividades gráficas dos sólidos geométricos em seu caderno escolar (figura 4) revelam sua condição para manifestar-se socialmente sobre eles.
O que faz lembrarmos mais de um do que do outro (sólido geométrico)?	
BA:	Esse é o mais usado (aponta o cubo). O outro a gente quase não vê.
RC:	Ao apontar para o artefato de madeira que representa o cubo, BA revela-nos sua incipiência no discurso. Observamos que os diálogos dos outros sujeitos, ocorridos anteriormente, pouco interferem em seu discurso. Mesmo tendo nas manifestações dos outros sujeitos o nome social do sólido geométrico “cubo”, o sujeito não o utilizou em seu discurso.
RD:	Aponta pouca familiaridade com o nome social do sólido geométrico.
RG:	Quando aponta para o artefato de madeira que representa o cubo, apresenta indícios de que os artefatos são “artifícios” que fazem evocar “conceitos”.
Os registros gráficos ficam só no caderno ou vocês tem eles em outros lugares?	
BA	Na mente, na cabeça. Quando tiver na outra série a gente vai precisar lembrar do que viu lá no caderno.
RC	Com a expressão “Quando tiver na outra série a gente vai precisar lembrar do que viu lá no caderno” o sujeito indica que para a construção de alguns conceitos utiliza-se de conceitos anteriores.

RD	Quando BA indica a necessidade de “conceitos anteriores’ para a formação de novos conceitos aponta vestígios de que se utiliza desse fato para adquirir conhecimentos.
RG	Quando o sujeito se refere aos termos “Na mente, na cabeça” aponta indícios da imagem mental na construção de conceitos dos sólidos geométricos.
Qual a importância em estudar os sólidos geométricos? / O que diferenciam as formas geométricas das demais formas que temos no mundo? O que fazem elas serem diferentes?	
BA:	Talvez no nosso dia-a-dia porque a gente está mais presente hoje. / As formas geométricas são muito parecidas com tudo que a gente usa. A professora passou um exercício que a gente tinha que escrever com o que um chapéu de aniversário é parecido. Cone. Depois o papel higiênico. Com o cilindro.
RC:	Para BA os sólidos geométricos estão a sua volta. Na expressão “As formas geométricas são muito parecidas com tudo que a gente usa” aponta indícios da evocação da imagem mental dos sólidos geométricos para relacioná-los com os objetos do mundo real.
RD:	O sujeito utiliza-se de objetos do mundo real para expressar-se socialmente sobre os sólidos geométricos, cone e cilindro.
RG:	Observamos que a ordem que o sujeito dá aos sólidos geométricos, cone e cilindro, é diferente da ordem apresentada na atividade gráfica, conforme figura 4. Esse fato dá indícios de que o discurso da professora auxilia na sua aprendizagem sobre os sólidos geométricos.
Durante as aulas você nomeou os sólidos geométricos? Você se lembra de alguns desses nomes? Quais?	
BA:	Cone, cilindro, pirâmide triangular, esfera.
RC:	BA utiliza os nomes sociais dos sólidos geométricos para se referir a eles.
RD:	O sujeito BA expressou espontaneamente os nomes dos sólidos geométricos apontando indícios conceituais dos mesmos.
RG:	Apresenta um novo sólido, a esfera, sendo que este não está presente nas suas atividades gráficas, conforme observamos na figura 4.
O que fazem as formas serem diferentes? O que você julga mais importante os desenhos que a professora faz na lousa ou que você desenha no caderno?	
BA:	Os nomes e as características. / A gente desenhando vamos guardando na nossa mente. Às vezes a professora passa no quadro a gente nem tá com vontade de aprender.

	Também a gente na escola aprende pra aula e em casa a gente aprende a hora que quiser.
RC:	Na expressão, “Os nomes e as características.”, BA indica que os sólidos geométricos são nomeados de acordo com seus elementos. O discurso “A gente desenhando vamos guardando na nossa mente.” apresenta indícios de que esse sujeito usufrui das imagens mentais na construção do conhecimento.
RD:	Seu discurso nos revela uma incipiência sobre os sólidos geométricos.
RG:	Observamos que BA, mesmo tendo em suas atividades gráficas (figura 4) elementos dos sólidos geométricos, vértices, arestas e faces, ela não os utilizou em seu discurso.

Para BA, objetos do mundo real a faz “lembrar” de objetos geométricos. Esse fato aponta indícios de que o sujeito evoca a imagem mental desses objetos geométricos para relacionar com os objetos do mundo real. BA indica a necessidade de “conceitos anteriores” para a formação de novos conceitos, apontando que se utiliza desse fato para adquirir conhecimentos. Em seu discurso, o sujeito apresenta uma incipiência na convivência com objetos da geometria. Comparando sua manifestação com seu caderno escolar (Figura 4), observamos que faltam, em seu discurso, os elementos e as características dos sólidos geométricos apresentados no caderno, como vértices, faces e arestas.

Quadro Ideográfico 1.JU – As formas geométricas e a relação social

Nesse quadro 1.JU, apresentamos nossa interpretação referente ao sujeito JU. Nele apresentamos nossa organização das manifestações de JU sobre as formas geométricas e a relação social, articulada com seu caderno escolar. Focamos as três modalidades de representações (RC, RG e RD), juntamente com as nossas perguntas. Entendemos que, disponibilizar no decorrer da entrevista socializada os cadernos escolares em atividades orientadas de ensino, os artefatos de madeira referentes aos sólidos geométricos apresentados nessas atividades e a produção da imagem gráfica do cubo, em lápis e papel, proporcionamos melhores condições ao discurso do sujeito sobre os sólidos geométricos. Apresentamos a seguir, o caderno escolar do sujeito JU que trata das formas não-planas.

Bom dia! 01/05/10

Pág 78

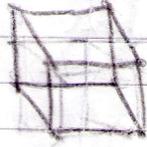
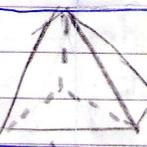
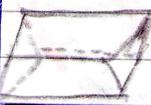
diagrama	nome	vértice	arestas	faces
	Pirâmide Triângulo	5 vértice vértices	6 arestas	4 faces
	Cubo	8 vértices	12 arestas	6 faces
	Pirâmide quadrilátera	5 vértice	8 arestas	5 faces
	Prisma Pentagonal	10 vértice	15 arestas	7 faces
	Paralele- pípedo	8 vértices	12 arestas	6 faces
	Cone	1 vértice	0 arestas	2 faces
	Torion- gular	6 vértice	9 arestas	5 faces
	Cilim- bre	0 vértice	2 arestas	3 faces

Figura 5: Atividade orientada de ensino do sujeito JU que trata das formas geométricas não-planas.

Que coisas geométricas você vê no dia-a-dia? / O que faz vocês lembrarem ideias geométricas?	
JU:	A mesa, a televisão e a porta. / As coisas que tem no caderno.
RC:	Para o sujeito JU, a “geometria” está a sua volta. Quando toma as formas geométricas como abstrações do mundo real, apresenta sua condição conceitual já alcançada.
RD:	A presença dos objetos do mundo real “A mesa, a televisão e a porta” trata-se do pronunciamento ajustado à compreensão social, pois relaciona esses objetos às formas geométricas.
RG:	Quando o sujeito relaciona a ideia de “coisas geométricas” com objetos do mundo real está garantindo que usufrui da imagem gráfica. Os vestígios nas ocorrências de sala de aula é a experiência do sujeito com as formas geométricas, pois são aquelas copiadas da lousa. Verificamos que na atividade gráfica do caderno escolar (Figura 5) há somente descrições gráficas dos sólidos geométricos. Quando JU se refere “As coisas que tem no caderno”, apresenta que a realização da atividade gráfica do caderno colabora na aprendizagem sobre os sólidos geométricos.
Vocês têm vontade de desenhar do nada ou alguma coisa motiva vocês estarem desenhando? / Que tipo de desenhos vocês fazem?	
JU:	Quando não tenho nada pra fazer começo a desenhar. / Gosto de fazer quadrado e casa.
RC:	JU relaciona o “quadrado” com o objeto do mundo real, casa. Isso dá indícios de que esses objetos auxiliam a compreensão conceitual.
RD:	O sujeito trata de maneira espontânea e social a forma geométrica plana, quadrado.
RG:	A atividade empírica “desenhar” está presente no seu dia-a-dia.
Para vocês que forma geométrica é mais presente? / Sobre os sólidos geométricos, vocês usam na conversa do dia-a-dia? Usam esses nomes em suas conversas?	
JU:	Para mim é a pirâmide triangular. / Sim. Ontem passei em frente a uma árvore de natal bem grandona e daí comecei a falar que era uma pirâmide. / A pirâmide.
RC:	Ao classificar a “pirâmide” como triangular, apresenta vestígios conceituais sobre elementos que classificam esse objeto. O sujeito alcança maior compreensão conceitual quando relaciona os objetos concretos com os objetos da geometria.
RD:	O sujeito usa o nome social do sólido geométrico “pirâmide triangular”.
RG:	Identificamos na figura 5 que a primeira forma geométrica da atividade gráfica é a pirâmide triangular. Por ser a primeira forma geométrica na tabela (figura 5), há

	indícios de que JU evocou a imagem mental desse sólido para discursar sobre esse objeto geométrico.
--	---

A manifestação do sujeito revela que sua compreensão conceitual dos sólidos geométricos é dependente de objetos do mundo real. Esse sujeito revela que a imagem mental que nele é formada, não é tanto das produções gráficas do caderno e sim das suas experiências empíricas. Seu discurso é incipiente em relação aos objetos da geometria, pois sua condição simbólica está no princípio da sua formação. Sua experiência com a atividade gráfica colaborou no seu discurso, quando evoca o primeiro sólido geométrico da tabela (Figura 5) como referência inicial para sua manifestação discursiva.

Quadro ideográfico 2.JU – As formas geométricas e a relação escolar

Quando desenharam o cubo pela primeira vez?	
JU:	Eu tinha 5 anos e meu irmão me ensinou a fazer. Começa pelo quadradinho.
RC:	O “quadradinho” é vestígio conceitual da face do cubo.
RD:	Chamar a face do cubo de “quadradinho” é a condição social que o sujeito tem para elaborar o seu discurso.
RG:	Quando aponta que começa o desenho do cubo pelo “quadradinho”, dá vestígios de que evocou a imagem mental do cubo para construí-lo.
Pode iniciar o desenho JU e se quiser, pode falar o que está fazendo.	
JU:	Eu começo fazendo um quadrado. Daí eu puxo outro quadrado. Daí eu passo linhas.
RC:	Apresenta elementos do cubo, como a face e arestas. Tem para a face do cubo, o “quadrado” e “linhas” para as arestas.
RD:	Apresentando os elementos do cubo, o sujeito indica a condição social do seu discurso.
RG:	O envolvimento do sujeito na atividade gráfica aponta que há melhores condições de discursar socialmente sobre o objeto geométrico “cubo”.

Nesse segundo momento da entrevista socializada, que buscamos tratar da aprendizagem escolar focando as formalidades didáticas, identificamos que a atividade empírica de desenhar o cubo deu mais condições ao sujeito para elaborar o seu discurso sobre esse sólido geométrico. Quando o sujeito se refere à pirâmide triangular, de maneira espontânea, buscamos sua atividade escolar (Figura 5) e identificamos que a pirâmide

triangular é o primeiro sólido da tabela. O sujeito revela evocar a imagem mental desse objeto para discursar sobre ele. Esse sujeito aponta que tem uma maior relação com essa produção gráfica do que com objetos do mundo real.

Quadro ideográfico 3.JU – As formas geométricas e a relação psicológica

O quadro ideográfico 3.JU apresenta nossas interpretações das manifestações do sujeito JU referentes às formas geométricas e a relação psicológica, articuladas com seu caderno escolar. Buscamos nessa categoria tratar da síntese que resulta o conhecimento.

Vocês sabem o nome desses sólidos? (Apresentamos artefatos de madeira representando as formas geométricas, cubo e prisma triangular)	
JU:	O cubo. Paralelepípedo.
RC:	Identificamos que o envolvimento do sujeito com os artefatos de madeira colaboram para que ele relacione esses objetos a seus nomes sociais. Esse envolvimento favorece a conceituação desses sólidos geométricos.
RD:	Expressar os nomes sociais do cubo indica uma relação familiar e espontânea com essa forma geométrica.
RG:	Quando o sujeito chama o paralelepípedo de prisma triangular, identificamos na sua atividade do caderno escolar (figura 5), que a produção gráfica desse sólido geométrico representando o paralelepípedo é um prisma triangular.
O que faz lembrarmos mais de um do que do outro?	
JU:	Não sei, mas a gente fala só do cubo.
RC:	O sujeito apresenta vestígios de que o cubo é a forma geométrica mais presente em seu convívio com objetos do mundo real.
RD:	Na expressão “a gente fala só do cubo” aponta a sua familiaridade com esse sólido geométrico.
RG:	Na atividade gráfica do sujeito, identificamos que ele nomeia o sólido geométrico prisma triangular como “triangulada”. Como suas atividades no caderno escolar não apresentam o nome desse sólido geométrico como prisma triangular, identificamos na entrevista socializada que esse sujeito usufruiu da manifestação do sujeito MA para discursar sobre essa forma.
O cubo também pode ser chamado de hexaedro regular e ele tem seis faces. O que são as	

faces?	
JU:	JU desenha segmento de reta como resposta.
RC:	O sujeito relacionou de maneira inadequada segmento de reta com a face do cubo. Isso nos indica vestígios conceituais dos elementos face e arestas. O sujeito necessita de maior convivência com os sólidos geométricos para discursar sobre seus elementos.
RD:	O sujeito aponta incipiência conceitual relacionada aos conceitos dos elementos do cubo.
RG:	Observamos que o sujeito usufrui da atividade gráfica (Figura 5) para referir-se aos elementos do cubo, já que eles estão presentes nessa atividade.

Quando identificamos na atividade gráfica (Figura 5) que o sujeito JU tem o paralelepípedo como pirâmide triangular, vemos quanto a produção gráfica colabora para a sua aprendizagem. Para o sujeito, o cubo é a forma geométrica mais presente no seu convívio com objetos do mundo real e, mesmo assim, referir-se a sua face por “linhas” aponta incipiência conceitual dos elementos face e aresta.

Para encerrar o encontro socializado, fornecemos aos sujeitos lápis e papel para a construção do cubo. Percebemos que, no decorrer dessa atividade, os sujeitos mostraram-se mais disponíveis e satisfeitos para se expressarem sobre essa forma geométrica e seus elementos. Indagamos como se constrói o cubo e buscamos a expressão deles, referente aos elementos dessa forma geométrica. Observamos que a interação do grupo favoreceu cada um dos sujeitos na realização da atividade e a interferência do outro auxiliou na tarefa.

4. UMA SÍNTESE CONCLUSIVA

*Você aprendeu alguma coisa. Isto sempre parece, à primeira vista,
como se tivesse perdido alguma coisa.
Bernard Shaw*

Nesta síntese organizamos as respostas que pudemos alcançar com a pesquisa. De antemão, recolocamos nossa questão norteadora, de

*Como as representações gráficas contribuem para a aprendizagem de
conceitos dos sólidos geométricos em alunos do Ensino Fundamental,*

a qual nos guiou nas atividades desta investigação, como também nosso objetivo central, o de

*Organizar um conhecimento acerca da própria atividade gráfica do
aluno no particular das suas experiências na construção de conceitos
e na aprendizagem dos sólidos geométricos.*

No enlace desta questão com este objetivo, realizamos as análises psicológicas dos dados qualitativos, que nos revelaram que as representações gráficas dos sólidos geométricos realizadas pelos alunos contribuem para a aprendizagem. Mesmo com essa ideia, já certa e esperada, pudemos aprofundar e organizar um conjunto de condições em que se dão as formações conceituais em meio às representações, organizando este conjunto em três categorias: na medida da durabilidade das experiências ou do envolvimento com as representações, na medida da vivência observadora dos alunos respeitante às formas geométricas presentes no ambiente prático e na medida do encontro do discurso didático do professor com as condições simbólicas dos alunos.

Nas evidências empíricas quanto à durabilidade das experiências ou do envolvimento com as representações, encontramos nas revelações dos sujeitos que somente a atividade gráfica de desenhar não é o suficiente para construir seu conhecimento referente aos sólidos geométricos. Para adquirir conhecimento sobre os sólidos geométricos, o sujeito necessita conviver com diferentes representações e por um tempo maior do que aquele vivenciado. As representações gráficas contribuem para a aprendizagem de conceitos, à medida que outros conceitos vão sendo incorporados, por meio de relações, das mais simples às mais complexas. Observamos que os diversos momentos que propusemos aos sujeitos para revelarem suas condições de aprendizagem sobre os sólidos geométricos, como: a consulta no caderno escolar, o acesso aos artefatos de madeira dos sólidos geométricos e a construção gráfica do

cubo, com lápis e papel, favoreceram um maior convívio com os objetos geométricos e incentivaram os sujeitos a discursarem socialmente sobre os conceitos dos sólidos geométricos, proporcionando, de modo progressivo, discursos com mais conteúdos sobre esse assunto. Os sujeitos revelaram que o manuseio dos artefatos de madeira que representam os sólidos geométricos, proporcionou maior conhecimento das formas e das propriedades geométricas. A participação em diversas experiências que estimulam as ações motoras no nível de desenvolvimento em que se encontram, propicia aos sujeitos melhores condições para a formação e construção de um conceito. Nesse sentido, concordamos com Fainguelernt (1999, p.212) quando aponta que, se o aluno “compreender as diferenças entre a aquisição de um conceito e as suas diferentes representações, ele tem a possibilidade de realizar essa passagem das operações concretas para as abstratas através de ações”. Para essa pesquisadora, o sujeito envolvido em situações com diferentes representações de um mesmo conceito dá a ele a possibilidade de estabelecer relações entre as representações e, assim, compreender como ocorreram as diferentes etapas do desenvolvimento dos conceitos.

No processo da conceitualização e tratando da vivência observadora dos alunos respeitante às formas geométricas presentes no ambiente prático, o ato da produção gráfica dos sólidos geométricos torna-se importante para o processo da construção do pensamento, pois essas produções gráficas são símbolos que representam os objetos reais e essa construção proporciona ao sujeito condições para estabelecer relações e propriedades métricas entre os sólidos geométricos, favorecendo a construção conceitual. Segundo Piaget, mesmo não sendo fator imprescindível do pensamento, a linguagem exerce um papel fundamental para a formação do pensamento, sobretudo como elemento de expressão e de troca simbólica. Constatamos que os sujeitos que até então efetuavam operações concretas, passaram a operar por abstração e generalização. Relacionar as formas geométricas com os objetos do mundo é a fase inicial da aprendizagem desses conceitos, pois equivale ao nível de abstração alcançado nessa faixa etária. Observamos, também, que os sujeitos demonstraram necessidade de buscar situações do dia-a-dia para realizarem o discurso sobre os sólidos geométricos. Vimos que, para Piaget, não existe uma única forma de aprendizagem. Como processo espontâneo e contínuo, a construção do conhecimento se dá na relação entre o sujeito e o mundo que o cerca e as estruturas do pensamento se constroem a partir dos “conteúdos”. Nesse sentido, entendemos que a construção do conhecimento ocorre em vários estágios, num certo período de tempo e com influência de vários fatores, onde novas vivências se servem de vivências anteriores. A apresentação de situações articulando sólidos geométricos e objetos do mundo real que os representam, evidenciou quanto essa relação favorece a aprendizagem.

Para Piaget e Inhelder (1977, p.25) a imagem é “uma imitação interiorizada, o sujeito imita em regra geral apenas o que compreende ou o que está em vias de compreender, o que subordina já a imitação ao funcionamento da inteligência”. Piaget tem a imagem mental como imitação interiorizada com função simbólica e como instrumento figurativo fundamental para evocar “ideias”. Evidenciamos que a imagem mental, quando evocada, participa na construção do conhecimento como elemento figurativo auxiliar no estabelecimento de relações dos sólidos geométricos. Identificamos nos indícios da evocação da imagem mental dos sólidos geométricos, melhores condições para o sujeito discursar sobre esses objetos. Constatamos a imagem mental como imitação ou cópia da experiência na situação de ordenação dos sólidos geométricos tal qual aparece nas produções gráficas dos sujeitos. Consideramos que a construção dessa produção gráfica influenciou e auxiliou o sujeito nas manifestações sobre os sólidos geométricos.

À medida que os discursos das depoentes evoluem, evidencia-se a dependência do discurso didático do professor com as condições simbólicas dos sujeitos. Por diversas vezes os sujeitos revelaram que seus discursos dependem das suas experiências e do discurso do professor. Entendemos que esse discurso didático favorece a construção de imagens mentais e, assim, colabora na construção conceitual; para Piaget, os instrumentos figurativos limitam-se a fornecer cópia ou informações precisas sobre os estados do real.

Voltando-nos para os sujeitos da nossa pesquisa, alunos de 11 e de 12 anos, diremos que mesmo os mais tímidos e silenciados revelaram todo gosto e afinidade com as atividades da Geometria. Permaneceram à disposição, atentos e esperançosos pelo que viessem a participar. Relataram suas observações com esforço e persistência. Referiram aos ensinamentos da professora com pureza de valor e total apreço pelo aprender. Compreendemos que esses nossos sujeitos, representando metodologicamente toda a comunidade de todos os alunos, são naturalmente sujeitos psicológicos e simbólicos das representações gráficas, como as representações dos sólidos geométricos. Necessitam da durabilidade e do envolvimento orientado, da vida empírica intensa e da colocação dos conceitos no discurso. Esta realidade transcrita nos revela o sentido lógico que há no conjunto das três categorias ou condições, que formamos nesta síntese dos nossos resultados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BICUDO, Irineu. Introdução. In: Euclides. **Os Elementos**: Euclides. Tradução Irineu Bicudo. São Paulo, SP: Editora UNESP, 2009, p.15-94.

BRASIL. Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Lei nº 9394/1996, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União. Brasília, DF, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Ensino de primeira a quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997, p.142.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. v.3. Brasília/DF: MEC/SEF, 1998, p.174.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2011. Matemática**. Anos finais do ensino fundamental. Brasília/DF: MEC/SEB, 2010, p.96.

BRITO, Regina F. de; GARCIA, Vicente Joachim Neumann. A Psicologia cognitiva e suas aplicações à educação. In: _____. (Org.). **Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa**. Florianópolis, SC: Insular, p.29-48, 2005.

CAMPO GRANDE. Secretaria Municipal da Educação. **Referencial Curricular da Rede Municipal de Ensino**. 3º ao 9º do ensino fundamental, volume 4. SEMED. Campo Grande, MS, 2008.

EUCLIDES. **Os Elementos**: Euclides. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo, SP: Editora UNESP, 2009.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre, RS: Artes Médicas Sul, 1999.

FIorentini, Dario, LOrenzato, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª Ed. revisada. Campinas, SP: Autores Associado, 2009.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, Marcelo Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2004.

GÉRARD, François-Marie, ROEGIERS, Xavier. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto, Ed. Porto, 1998.

LA TAILLE, Yves de. O lugar da interação social na concepção de Jean Piaget. In: LA TAILLE, Yves de; OLIVEIRA, Marta Kohl de, DANTAS, Heloysa. **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão.** São Paulo, SP: Summus editorial, p.11-21, 1992.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Piaget: sugestões aos educadores.** Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 1999.

LORENZATTO, S. **Por que não ensinar geometria?** A Educação Matemática em Revista. São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Matemática, n. 4, p.3-13, 1995.

MOLL, Jaqueline; BARBOSA, Maria Carmem Silveira. Construtivismo: desconstituindo mitos constituindo perspectivas. In: BECKER, Fernando; FRANCO, Sérgio Roberto K. . (Org.). **Revisando Piaget.** Porto Alegre, RS: Editora Mediação, p.99-116, 1998.

MONTOYA, Adrian Oscar Dongo. **Piaget: imagem mental e construção do conhecimento.** São Paulo, SP: Editora UNESP, 2005.

PAIS, Luis Carlos. **Ensinar e aprender matemática.** Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2006.

PALANGANA, Isilda Campaner. **Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vygotsky: a relevância do social.** 5ª edição. São Paulo, SP: Summus, 2001.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula.** Tese de Doutorado em Educação Matemática - Faculdade de Educação, UNICAMP. Campinas, SP, 2000.

PAULO, Rosa Monteiro de. **O Significado Epistemológico dos Diagramas na Construção do Conhecimento Matemático e no Ensino de Matemática.** Tese de Doutorado. UNESP. Rio Claro, SP, 2006.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica.** Dissertação de Mestrado. UNICAMP. Campinas, SP, 1989.

PIAGET, Jean. **Desenvolvimento e aprendizagem.** Tradução de Paulo Francisco Slomp do original incluído no livro de LAVATTELLY, C. S. e STENDLER, F. Reading in child behavior and development. New York: Hartcourt Brace Janovich, 1972. Reimpressão p. 7-19 de RIPPLE R. e ROCKCASTLE, V. Piaget rediscovered Cornell University., 1964.

_____. **O nascimento da inteligência na criança.** Tradução de Álvaro Cabral. 4ª ed. Rio de Janeiro, RJ, Zahar Editores, 1982.

_____. **Seis estudos de psicologia.** Tradução de Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 24ª ed. Rio de Janeiro, RJ, Editora Forense Universitária, 2009.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **A Imagem Mental na Criança**. Tradução de António Couto Soares. Porto, PT: Livraria Civilização-Editora, 1977.

PONTE, José Pedro da. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, n. 25, p.105-132, 2006.

SILVA, Maria Célia Leme da. **Que geometria moderna para as escolas do Brasil e de Portugal?** Revista Diálogo Educ, Curitiba, PR, v. 8, n. 25, p.689-699, set/dez. 2008. Disponível em: <<http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/1891/189116827008.pdf>>. Acesso em: 27 mai. 2011.

VIANA, Odálea Aparecida. **O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais**: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito. Dissertação de Mestrado, UNICAMP. Campinas, SP, 2000.

YIN, Robert K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. Tradução: Ana Thorel. 4ª ed. Porto Alegre, RS: Bookman, 2010.

ANEXOS



DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins, que **Jane Carmem Magalhães**, aluna regularmente matriculada no curso de MESTRADO em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA do CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA da Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, está desenvolvendo pesquisa para conclusão de sua Dissertação na área de Aprendizagem em Matemática, necessitando, portanto, realizar a coleta de dados pra subsidiar a referida pesquisa.

Campo Grande, 13 de agosto de 2010.

Marilena Bittar
Coordenadora do Programa de Iniciação à Docência/CAPES



SOLICITAÇÃO DA CARTA DE ANUÊNCIA

Prezada Sra. Lucy Marta Nantes de Castro diretora da Escola Municipal Professora Eulália Neto Lessa.

Nós, Prof Dr Antônio Pádua Machado e Jane Carmem Magalhães, participantes do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, que estamos realizando uma pesquisa voltada para o Ensino e Aprendizagem da Matemática, vimos por meio desta solicitar sua autorização para a coleta de dados nesta instituição, a Escola Municipal Professora Eulália Neto Lessa. Informamos que não haverá custos para a instituição e, na medida do possível, não iremos interferir na operacionalização e/ou nas atividades cotidianas da mesma.

Esclarecemos que tal autorização é uma pré-condição para execução de qualquer estudo envolvendo seres humanos, sob qualquer forma ou dimensão, em consonância com sua legalidade.

Agradecemos antecipadamente seu apoio e compreensão, certos de sua colaboração para o desenvolvimento da pesquisa científica em nossa região.

Campo Grande, 16 de agosto de 2010.

Professor Dr Antônio Pádua Machado - Orientador

Jane Carmem Magalhães – Mestranda



SOLICITAÇÃO DE CARTA DE ANUÊNCIA

Prezada Sra. Karynne Hellen Pinto Oliveira professora de matemática do 7º ano do ensino no fundamental da Escola Municipal Professora Eulália Neto Lessa.

Nós, Prof Dr Antônio Pádua Machado e Jane Carmem Magalhães, participantes do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, que estamos realizando uma pesquisa voltada para o Ensino e Aprendizagem da Matemática, vimos por meio desta solicitar sua autorização e colaboração para a coleta de dados junto aos seus alunos do ensino fundamental nesta instituição. Informamos que não haverá custos a professora nem a instituição e, na medida do possível, não iremos interferir nas atividades cotidianas da mesma. Esclarecemos que tal autorização é uma pré-condição para execução de qualquer estudo envolvendo seres humanos, sob qualquer forma ou dimensão, em consonância com sua legalidade.

Agradecemos antecipadamente seu apoio e compreensão, certos de sua colaboração para o desenvolvimento da pesquisa científica em nossa região.

Campo Grande, 16 de agosto de 2010.

Professor Dr Antônio Pádua Machado - Orientador

Jane Carmem Magalhães - Mestranda



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado a participar em uma pesquisa. Você precisa decidir se quer participar ou não. Por favor, não se apresse em tomar a decisão. Leia cuidadosamente o que se segue e pergunte ao responsável pelo estudo qualquer dúvida que você tiver. Este estudo está sendo conduzido por Jane Carmem Magalhães.

Porque o estudo está sendo feito?

A finalidade deste estudo é investigar o processo da aprendizagem de conteúdos matemáticos, no nosso caso, da geometria. Outros propósitos são visar a melhoria do ensino da matemática e o desenvolvimento da pesquisa científica em nossa região.

Quem participará deste estudo? Quais são os meus requisitos?

Participarão deste estudo jovens que estudam no sétimo ano em escola de Campo Grande/MS.

Quem não pode ou não deve participar deste estudo?

Menores de idade sem a autorização de pais ou responsáveis.

O que serei solicitado a fazer?

Sua participação nesta pesquisa consistirá em colaborar com o fornecimento de produções dos cadernos de anotações em sala de aula e com entrevistas que serão realizadas na escola na presença da sua professora de matemática. A entrevista será gravada/filmada e o que você disser será registrado para posterior estudo.



Quanto tempo estarei no estudo?

Você participará deste estudo em até quatro encontros com a pesquisadora.

Quantas outras pessoas estarão participando deste estudo?

Um grupo de seis jovens da mesma sala de aula que serão estudados e entrevistados.

Que prejuízos podem acontecer comigo se eu participar deste estudo?

Você poderá ser solicitado a se apresentar até 2 vezes na sua escola fora do horário de aula previamente marcado e no horário de expediente.

Quem poderá ver os meus registros/respostas e saber que eu estou participando do estudo?

Se você concordar em participar do estudo, seu nome e identidade serão mantidos em sigilo. Partes dos registros de seus cadernos poderão constar na dissertação, porém de forma anônima.

Eu posso recusar à participar ou pedir para sair do estudo?

Sua participação no estudo é voluntária. Você pode escolher não fazer parte do estudo, ou pode desistir a qualquer momento. Você não será proibido de participar de novos estudos. Você receberá uma via assinada deste termo de consentimento.

Para tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento consta nesse termo o telefone e o endereço da pesquisadora.

Para perguntas sobre seus direitos como participante no estudo contate o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da UFMS, no telefone (067) 3345-7187.



Jane Carmem Magalhães - Pesquisadora
Rua xxxxxxxxxxxx - Vila xxxxxx – Fone: xxxx-xxxx
Campo Grande-MS - CEP xxxxxxx

Declaro que li e entendi este formulário de consentimento e todas as minhas dúvidas foram esclarecidas e que sou voluntário a tomar parte neste estudo.

Campo Grande, 16 de agosto de 2010.

Assinatura do voluntário

Assinatura do responsável

Dados do voluntário para contato.

Endereço:

Telefone:

ENCONTROS INDIVIDUAIS

SUJEITO – MA

PRIMEIRA PARTE - SEM ARTEFADOS	
Figuras geométricas. Vértices. Faces. Vértices são os pontos. Arestas são as linhas das figuras Pirâmide. Cone. A esfera. Paralelepípedo. Cubo. Cilindro.	
SEGUNDA PARTE - COM ARTEFATOS	
Nomeou o cubo.	
CUBO	8 vértices. 12 arestas. 6 faces. Quatro lados iguais.
PIRÂMIDE	Parece co o triângulo. 5 vértices. 8 arestas. 5 faces.
CONE	Não tem arestas. Só tem vértices e faces. 1 vértice. 1 face.
CILINDRO	Diferente do Cone, não tem ponta. 2 faces. Não tem arestas.
HEXÁGONO	
PARALELEPÍPEDO	6 faces. 8 arestas. 8 vértices. Diferente do cubo, pois não tem quatro lados iguais.
Mais fácil é o cubo, pois é encontrado em qualquer lugar e é o menor.	

Quais foram as atividades realizadas na aulas?	
Viu todo o material (artefato), desenhou e manipulou os artefatos.	
O que são os sólidos geométricos?	
Tem duas dimensões.	

SUJEITO – BA

PRIMEIRA PARTE - SEM ARTEFADOS	
- Perímetro. - Quadrados. - Retângulos. - Quadrado tem lados iguais.	
SEGUNDA PARTE - COM ARTEFATOS	
CUBO	É chamado de quadrado.
PARALELEPÍPEDO	É Chamado de um retângulo.
PIRÂMIDE	É chamado de triângulo.
O que são os sólidos geométricos?	
Todos os quadrados juntos.	
As diferenças dos sólidos geométricos são: Lados, tamanho, formas e laterais.	

SUJEITO – JE

PRIMEIRA PARTE - SEM ARTEFADOS	
Arestas. Vértices. Faces. Faces são as laterais. Vértices são os pontinhos. Arestas são as linhas.	
SEGUNDA PARTE - COM ARTEFATOS	
CUBO	8 Vértices; 16 arestas e 6 faces. As faces são iguais.
PARALELEPÍPEDO	As faces são diferentes.
PIRÂMIDE TRIANGULAR	Vértices, faces e Arestas diferentes.
PIRÂMIDE QUADRICULADA	

CONE	Mais redondinho. Não tem face.
Quais foram as atividades realizadas na aulas?	
Viu todo o material (artefato), desenhou e manipulou os artefatos.	
O que são os sólidos geométricos?	
São as figuras.	

SUJEITO – JU

PRIMEIRA PARTE - SEM ARTEFADOS	
Cubos. Paralelepípedo. Pirâmide pentagonal. Pirâmide quadriculada. Vértices – linhas. Face é o quadrado do lado. Vértices são os pontinhos. Arestas são os pontos.	
SEGUNDA PARTE - COM ARTEFADOS	
CUBO	8 arestas. 18 faces. 6 vértices.
PARALELEPÍPEDO	É mais largo dos lados. 13 vértices. 16 arestas. 4 faces e não são iguais.
PIRÂMIDE QUADRICULADA	5 vértices que são os pontos. 5 faces que são os quadrados. 8 arestas que são as linhas.
PERÍMETRO.	
O que são os sólidos geométricos?	
Apontou os artefatos que estavam em cima da mesa.	

SUJEITO - ST

PRIMEIRA PARTE - SEM ARTEFADOS	
Figuras geométricas. Retângulo. Losango. Quadrado. Triângulo. O <i>puff</i> é um quadrado. A mesa é um retângulo.	
SEGUNDA PARTE - COM ARTEFADOS	
CUBO	É um quadrado. 6 faces. Vértices. As pontas.
PIRÂMIDE	Tem ponta. Quatro lados – faces.
CONE	Lembrou do nome. É liso. Tem uma ponta. Tem um vértice. O cone é diferente da pirâmide por que tem as dobras.
CILINDRO	Ele roda e não tem onde prender. As arestas não deixam rodar.
Cubo (Lembrou do termo cubo) e suas partes são de um número só. São quase a mesma coisa.	
Aponta o paralelepípedo e diz que é um retângulo.	
O que são os sólidos geométricos?	
São formas geométricas sólidas. Ficam planas onde elas ficam.	

ENCONTRO SOCIALIZADO

(1.) As formas geométricas e a relação social
Nesta categoria buscamos falar da convivência informal do sujeito com o objeto.
<p>(1.1.) No seu dia a dia o que te estimula a lembrar de geometria?</p> <p>(1.2.) O que te faz ocorrer ideias geométricas?</p> <p>(1.3.) No seu dia a dia você utiliza os nomes das figuras/formas geométricas?</p> <p>(1.4.) Você tem hábito de desenhar?</p> <p>(1.5.) Quando você desenha espontaneamente o que geralmente desenha?</p> <p>(1.6.) Você acha que desenhar é importante para aprender geometria?</p> <p>(1.7.) Quando está desenhando espontaneamente você associa um nome a esse desenho?</p> <p>(1.8.) O que significa estar desenhando? É por alguma necessidade?</p> <p>(1.9.) Que forma geométrica é mais presente para você?</p> <p>(1.10.) Você desenha as figuras geométricas planas e/ou as figuras não-planas?</p> <p>(1.11.) Onde você realiza os desenhos dessas figuras geométricas? Na escola, em casa ou em qualquer outro lugar fora da escola?</p> <p>(1.12.) Quando está conversando com alguém sobre qualquer assunto você usa geometria?</p> <p>(1.13.) Você usa os nomes dos sólidos geométricos em sua comunicação do dia a dia?</p>
(2.) As formas geométricas e a relação escolar
Nesta categoria buscamos falar da aprendizagem escolar focando as formalidades didáticas.
<p>(2.1.) Você tem lembrança de quando iniciou a estudar geometria?</p> <p>(2.2.) O que você começou a aprender em geometria?</p> <p>(2.3.) Você aprende bem os assuntos da geometria?</p> <p>(2.4.) O que mais te ajuda a aprender geometria?</p> <p>(2.5.) Quando você iniciou seus estudos com as formas geométricas?</p> <p>(2.6.) Quando você desenhou o cubo pela primeira vez?</p> <p>(2.7.) Por qual parte e/ou elemento você inicia o desenho de uma forma geométrica?</p> <p>(2.8.) Você consegue desenhar o cubo imaginando que está de frente? E lado?</p> <p>(2.9.) Existe alguma relação entre os elementos ou características do cubo quando você imagina em posições diferentes?</p> <p>(2.10.) Tem algum desenho parecido com o seu no caderno? E no livro?</p> <p>(2.11.) A professora desenhou no quadro?</p> <p>(2.12.) Você seguiu os mesmos passos que a professora?</p> <p>(2.13.) Você necessita do silêncio para realizar o desenho?</p> <p>(2.14.) Você tem o hábito de desenhar e falar sobre o desenho ao mesmo tempo?</p>

(2.15.) Você já usou material de desenho para construir o cubo ou qualquer sólido geométrico?

(2.16.) Esses instrumentos foram importantes para a aprendizagem?

(3.) As formas geométricas e a relação psicológica

Nesta categoria buscamos falar da síntese que resulta o conhecimento.

(3.1.) O que julgam ser mais importante para ter/estabelecer o conhecimento das figuras geométricas? Desenhar com as mãos, observá-las no livro ou nas formas do mundo em que vive?

(3.2.) A manipulação de artefatos auxilia na realização do desenho?

(3.3.) Esses registros gráficos ficam no caderno ou em outros materiais como folhas avulsas ou computador?

(3.4.) Como vocês diferenciam as figuras planas das não-planas?

(3.5.) No seu entendimento, o que são as figuras geométricas não-planas ou sólidos geométricos?

(3.6.) Você já consegue ver alguma importância em qualquer aprendizagem sobre os sólidos geométricos?

(3.7.) Pensando nos sólidos geométricos, quais as regularidades que repetem?

(3.8.) O que diferenciam as formas geométricas das demais formas do nosso meio?

(3.9.) Durante as aulas você nomeou os sólidos geométricos?

(3.10.) Você se lembra de alguns desses nomes? Quais?

(3.11.) Existem diferenças entre os sólidos geométricos? Quais são essas diferenças?

(3.12.) Você se lembra dos sólidos geométricos estudados esse ano?

(3.13.) Pode falar sobre as características ou as suas diferenças?

(3.14.) O que você julga mais importante os desenhos que a professora faz na lousa ou que você desenha no caderno?

(3.15.) Olhando para o livro ou para o caderno você observa algumas diferenças nos desenhos? O que eles têm em comum?

(3.16.) Tente desenhar alguma forma e ao mesmo tempo relate o que está desenhando.

TRANSCRIÇÃO DO ENCONTRO SOCIALIZADO

LEGENDA:

MA – Martha

BA - Bárbara

BR - Bruna

ST - Sthefanny

JU - Jussara

PE - PESQUISADORA

O encontro iniciou com o nosso esclarecimento a respeito de pesquisas no ensino de matemática e da referente pesquisa que está sendo desenvolvida. Falamos dos colaboradores, a professora que coletou os cadernos e os sujeitos, dos assuntos estudados, no caso, os sólidos geométricos e do material a ser analisado. Citamos os critérios da pesquisa e dos tipos de pesquisa que se desenvolvem no Brasil referente à Educação Matemática. Ressaltamos que apenas cinco (5) sujeitos estiveram presentes nessa entrevista coletiva.

(1.1.) O que estimula vocês a lembrarem de geometria? E o que faz lembrar geometria?

MA: Aonde a gente vai tem as formas geométricas. Como o quadro, que é um paralelepípedo, a carteira, que é um cubo. Quando vamos à cidade vimos várias formas geométricas. Têm os objetos que encontramos na cidade. Na sala de aula têm muitos, por exemplo, o piso é um cubo e o quadro um paralelepípedo.

BA: Ela falou que o piso é um cubo.

BR: É um quadrado.

MA: A professora deu uns exemplos da sala de aula.

BA: Tudo. O quadro, o piso, o nosso dia-a-dia.

ST: Também acho que é no nosso dia a dia. A gente vê bastantes coisas geométricas.

PE - Que coisas geométricas você vê no dia a dia?

BA: A mesa.

MA: No futebol tem aqueles cones, tem a bola.

JU: A mesa, a televisão e a porta.

ST: O computador.

(1.2.) O que faz vocês lembrarem ideias geométricas?

JU: As coisas que tem no caderno.

PE - Você vê formas geométricas no caderno? Sabe o nome delas?

JU: Sim

BA: Paralelepípedo

PE - Vocês têm nos cadernos algumas formas geométricas? Lembram quais são?

MA: Depois que a gente vai estudando outras coisas vamos esquecendo.

BA: Triângulo, quadrado

BR: O cubo

MA: Pirâmide, cilindro, cone.

(1.4.) Vocês têm o hábito de estarem desenhando?

MA, BA, BR, ST e JU: – Sim.

(1.5.) Vocês têm vontade de desenhar do nada ou alguma coisa motiva vocês estarem desenhando?

MA: Do nada.

BA: O que eu vejo na televisão.

JU: Quando não tenho nada pra fazer começo a desenhar.

PE - Que tipo de desenho vocês fazem?

JU: Gosto de fazer quadrado e casa.

PE - Então vocês só desenharam coisas da geometria?

MA: Eu desenho gatinho e coração.

PE - Que tipo de desenho vocês fazem?

MA: Eu gosto mais de pintar.

BR e JU: Sim.

PE - O que faz vocês irem desenhando?

MA, BA, BR, ST e JU: Não sei.

(1.6.) Vocês acham que desenhar é importante para aprender geometria?

BA e JU: Acho que sim.

MA: Quando a gente desenha vê o que está na folha, reconhece e lembra o que desenhou.

BA: É bom que faz lembrar.

PE - Quando vocês estão desenhando aparece uma forma, vocês associam essa forma ao nome dela?

MA: Só de vem em quando.

BA e JU: Sim.

PE - O que faz vocês lembrarem o nome?

BR: Lembramos o que vimos na sala de aula.

BA: As aulas, a explicação. Às vezes olhamos no caderno o nome delas.

(1.8.) O que significa estar desenhando?

MA: Tem gente que desenhando expressa sentimentos.

BA: Trabalho.

(1.9.) Para vocês que forma geométrica é mais presente?

MA: O cubo, o cilindro.

BA: A gente convive com as formas. Sempre quando vamos à escola vemos formas geométricas. O paralelepípedo é o mais presente.

ST: O cubo.

JU: Pra mim é a pirâmide triangular.

(1.10.) Vocês desenharam as figuras geométricas planas ou as não planas?

(1.11.) Onde vocês realizam os desenhos das formas geométricas com mais frequência?

MA: No caderno de desenho. Na aula de artes.

BA: Na aula de artes e em casa no computador.

(1.12.) Quando está conversando com alguém sobre qualquer assunto vocês usam a geometria?

BR: É difícil.

MA: Não, se eu falo não percebo.

ST: A língua é muito comprida vai falando e nem percebe o que se fala.

BA: Nem percebemos que falamos de geometria.

PE - Será que aprendemos e geometria na sala de aula não serve pra nada?

BA: Serve.

MA: Quando a gente crescer na nossa profissão muitas vezes vamos usar.

PE - E na convivência com as pessoas não usamos nada da escola?

MA, BA, BR, ST e JU: Usa.

PE - Vocês falavam que têm muitas formas geométricas na vida de vocês. Será que não falamos disso no dia a dia?

BA: A gente fala, mas não percebe.

Nesse momento exemplificamos o uso da geometria quando ensinamos endereços. Com isso, os sujeitos se motivam a falar, pois percebem onde usam a geometria sem perceber.

(1.13.) Sobre os sólidos geométricos, vocês usam na conversa do dia a dia?

MA: Acho que sim. Tem a pirâmide retangular e a quadrangular.

PE - Vocês usam esses nomes em suas conversas?

JU: Sim. Ontem passei em frente a uma árvore de natal bem grandona e daí comecei a falar que era uma pirâmide.

ST: É um cone.

MA: A face do cone é lisa e a pirâmide não. Ela tem as divisões.

PE - Se um tem o lado liso e o outro tem divisões, isso tem nome? Lembram dos cadernos?

Neste momento distribuímos os respectivos cadernos de anotações em atividade orientada de ensino e avisamos que podiam manuseá-los caso achassem necessário.

MA: Figuras não-planas – pirâmide quadrangular.

PE - Olhando em seus cadernos, vocês usam os nomes dos sólidos geométricos no dia a dia?

BA: São as figuras não-planas.

PE - Sim, também chamamos de figuras não-planas.

JU: A pirâmide.

ST: O losango.

2ª PARTE

Nesse momento são colocados os artefatos de madeira sobre a mesa na tentativa de motivá-los a falarem sobre seus conceitos.

(2.1.) Têm lembranças de quando começaram a estudar geometria?

BA: Só este ano.

ST: Só estudei na quinta série.

MA: No pré a professora fala assim, isso é um quadrado, isso é um triângulo.

BR: Na 1ª série.

BA: Mas eu não sabia que era geometria.

(2.2.) Quando começaram a aprender geometria?

MA: Bem no meio era difícil memorizar todos os nomes.

(2.3.) Aprendem bem os assuntos de geometria?

BA: Eu acho que é fácil.

JU: Eu gosto.

ST: Gosto.

(2.4.) O que ajuda a aprenderem geometria? O que faz gostarem de aprender geometria?

ST: A gente vê bastantes formas do nosso meio e do nosso dia a dia.

JU: E às vezes a gente não sabe nada.

BA: Às vezes a gente vê, mas não sabe o nome.

PE - Então os colegas não gostam de geometria é por que não relacionam muito a geometria com o que eles vêem no dia a dia.

BA: Ou talvez eles não queiram aprender porque acha muito difícil.

PE - O que torna a geometria difícil?

MA: Se quiser aprender aprende rápido.

JU: Não prestar atenção na explicação da professora. Não copiar.

(2.6.) Quando desenharam o cubo pela primeira vez?

JU: Eu tinha 5 anos e meu irmão me ensinou a fazer. Começa pelo quadrado.

MA: Eu faço assim, desenho um quadrado, outro no meio e vai puxando as linhas. Daí desenho o cubo. Foi na primeira série. Eu tinha 6 anos.

ST: Eu desenhei uma casinha.

BA: Eu ia desenhar no quadro.

PE - Aqui vocês já estavam estudando geometria. Só que ninguém falava.

(2.7.) Por onde começam o desenho?

ST: Vou pegando e vou fazendo. Começo pelo lado.

Foi distribuído papel e lápis para desenharem o cubo.

ST: começou desenhando um lado da face.

PE - Se quiser falar alguma coisa, pode falar.

ST: Não.

PE - Pode falar o que você está fazendo? Por onde ST você começou o desenho?

ST: Aqui, as linhas dos lados e aqui e aqui, desenhei o outro e fui puxando as linhas aqui. Comecei por aqui.

PE – Pode iniciar o desenho JU e se quiser, pode falar o que está fazendo.

JU: Eu começo fazendo um quadrado. Daí eu puxo outro quadrado. Daí eu passo linhas.

PE - Você achou melhor falando o que estava fazendo ou foi quando fez o primeiro cubo que estava quietinha?

JU: O primeiro.

PE – Por onde começa a desenhar o cubo?

MA: Primeiro começo fazendo essa linha,

PE – No cubo como é o nome dessa linha?

MA: Acho que é aresta. Às vezes eu confundo as arestas com os pontinhos que eu esqueci o nome.

PE – Como é o nome dos pontinhos do cubo? O cubo tem alguns elementos e esses elementos têm no caderno de vocês, lembram?

MA: Aqui tem os vértices, as arestas e as faces.

PE – Por onde BA começa a desenhar o cubo?

BA: Por essa linha que eu esqueci o nome. Ah! É aresta. Depois outro quadrado,

PE – Como é o nome desses quadrados?

MA: Faces. São quatro faces. Com o artefato nas mãos conta seis faces.

PE – Por onde BR começa a desenhar o cubo?

BR: Por essa linha.

PE - Como é o nome dessa linha?

BR: Aresta. Depois as linhas dos lados.

PE - As linhas dos lados têm nomes?

BR: Faces.

PE – E agora BR o que está fazendo?

BR: Um outro quadrado.

(2.9.) Existe alguma relação entre os elementos ou características do cubo? Algumas regularidades ou algo em comum? Em relação à posição deles muda algum elemento? Algo fica diferente?

BA: Não.

PE - Por quê?

BA: O número de lados não vai mudar.

ST: Pode mudar de lugar, mas eu acho que não muda a forma.

(2.10.) Tem algum desenho parecido no caderno ou no livro?

PE – É importante desenhar na aula de geometria?

MA e JU: É.

BA: É, e quando quiser lembrar está lá.

(2.11.) A professora desenhou alguma forma ou sólido geométrico no quadro?

BA: Várias.

BR: Um triângulo, uma pirâmide, um quadrado.

(2.13.) Vocês necessitam do silêncio para realizar o desenho?

BA: Acho que sim.

MA: Sim, tem que ter concentração.

(2.14.) Vocês têm o hábito de desenhar e falar sobre o que está desenhando?

MA, BA e BR: Não.

PE – Alguém falou durante o desenho hoje. Foi diferente?

BA: Não.

MA: Não, só que você presta atenção nas duas coisas e acaba tendo alguns erros. Mas se faz silêncio se concentra mais no desenho.

(2.15.) Já usaram material de desenho para construir os sólidos geométricos?

MA: A régua, o lápis de cor.

(2.16.) Esses instrumentos são importantes para realizarem o desenho?

MA: Sim.

BA: Acho eu sim.

PE – Hoje usaram a régua?

MA, BA e BR: Não.

PE – Então conseguem desenhar sem o material de desenho. Se usassem a régua seria melhor?

MA e BA: Sim.

3ª ETAPA

(3.1.) O que julgam ser mais importante para saber sobre as formas geométricas? O que foi importante pra falarem sobre elas hoje?

MA: Foi a aula da professora.

PE – Se tivessem tido uma aula sem desenhar será que lembrariam o assunto?

MA, BA e BR: Não

PE – Então desenhar é importante.

MA: Tem vez que a gente reconhece mais pelo desenho. Às vezes a gente nem lembra os nomes e do desenho a gente lembra.

PE- O que vocês acham que poderíamos associar ao desenho para facilitar que gravássemos seu nome?

BA: Relacionar as formas do dia a dia também facilita. A gente tá tentando descobrir o nome vai pra um lugar e daí lembra.

PE – Então tem várias coisas que podem facilitar a aprender geometria?

MA: Tem vez que gente olha a figura e lembra o nome e tem vez que não.

PE – O que faltou para vocês saberem mais geometria?

MA: Não sei.

PE – Vocês sabem o nome desse artefato? (É apresentado o artefato na forma do cubo)

MA: O cubo.

JU: O cubo.

PE – Vocês conhecem esse sólido? (É apresentado o artefato na forma do prisma triangular)

MA: Prisma triangular.

JU: Paralelepípedo.

ST: Pirâmide quadriculada. Não, é um prisma.

PE – Por que MA você sabe o nome deste (apresenta o cubo) e não sabe desse outro (apresenta o prisma triangular)? O que faz lembrarmos mais de um do que do outro?

BA: Esse é o mais usado (aponta o cubo). O outro a gente quase não vê.

JU: Não sei, mas a gente fala só do cubo.

PE - O cubo também pode ser chamado de hexaedro regular e ele tem seis faces. O que são as faces?

JU: Esse sujeito desenha segmentos de reta como resposta.

(3.2.) Vocês acham que pegando nesses artefatos facilita para fazer o desenho?

MA: Facilita, porque a gente vê quantas arestas, quantas faces, a gente conta e desenha bem certinho.

(3.3.) Os registros gráficos ficam só no caderno ou vocês tem eles em outros lugares?

BA : Na mente, na cabeça. Quando tiver na outra série a gente vai precisar lembrar do que viu lá no caderno.

(3.4.) Vocês conseguem diferenciar figuras planas das não-planas?

MA: As figuras planas são aquelas que têm duas dimensões e as não-planas tem três dimensões.

PE – Por que chamamos de figuras não-planas?

MA: Por que elas não têm formas.

(3.5.) Vocês vêem alguma importância em qualquer aprendizagem sobre os sólidos geométricos? Qual a importância em estudar os sólidos geométricos?

MA: Porque a gente vê em sala bastante, na nossa vida e no nosso dia a dia.

BA: Talvez no nosso dia a dia porque a gente está mais presente hoje.

(3.7.) Pensando nos sólidos geométricos, quais as regularidades se repetem?

MA: São as faces, arestas e os vértices.

(3.8.) O que diferenciam as formas geométricas das demais formas que temos no mundo? O que fazem elas serem diferentes?

BA: As formas geométricas são muito parecidas com tudo que a gente usa. A professora passou um exercício que a gente tinha que escrever com o que um chapéu de aniversário é parecido. Cone. Depois o papel higiênico. Com o cilindro.

PE – Será que todas as formas do mundo são relacionadas com alguma forma da geometria?

MA: Tem a árvore e ela não é.

(3.9.) Durante as aulas você nomeou os sólidos geométricos? Você se lembra de alguns desses nomes? Quais?

BA: Cone, cilindro, pirâmide triangular, esfera.

JU: Prisma hexagonal.

(3.10.) Pode falar sobre as características ou as diferenças dos sólidos geométricos?

BA: As formas geométricas planas.

PE – O que fazem as formas serem diferentes?

BA: Os nomes e as características.

PE – A parte redonda do cilindro chamamos de superfície. O cilindro tem duas bases e uma superfície.

(3.11.) O que você julga mais importante os desenhos que a professora faz na lousa ou que você desenha no caderno?

BR: A gente pra aprender.

BA: A gente desenhando vamos guardando na nossa mente. Às vezes a professora passa no quadro a gente nem tá com vontade de aprender. Também a gente na escola aprende pra aula e em casa agente aprende a hora que quiser.

(3.12.) Olhando para o livro ou para o caderno você observa algumas diferenças nos desenhos? O que eles têm em comum?

BA: Tem algumas diferenças.

PE – O que tem no seu caderno é diferente do que está no livro?

MA, BA e JU: É.

MA: Muitas vezes no livro só tem as perguntas e não tem a explicação e no caderno a gente coloca as perguntas e a explicação.

PE – Você tem algo mais no caderno. Essa explicação é o que a professora fala ou o que você está entendendo?

MA: Do que a professora fala e do que eu estou entendendo. Muitas vezes a gente não sabe algumas coisas e ela que acrescenta.

(3.13.) Tente desenhar alguma forma e ao mesmo tempo relate o que está desenhando.