

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**VERA FÁTIMA CORSINO DE ALMEIDA**

**ANÁLISE DAS PRÁTICAS DOCENTES DE PROFESSORES  
DOS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA  
REFERENTES AO ESTUDO DE RETAS PARALELAS E DE  
ÂNGULOS**

**CAMPO GRANDE – MS**

**2009**

**VERA FÁTIMA CORSINO DE ALMEIDA**

**ANÁLISE DAS PRÁTICAS DOCENTES DE PROFESSORES  
DOS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA,  
REFERENTES AO ESTUDO DE RETAS PARALELAS E DE  
ÂNGULOS**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Curso de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS, como exigência final para a obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação do Professor Dr. Luiz Carlos Pais.

**CAMPO GRANDE – MS**

**2009**

A dissertação intitulada “ANÁLISE DAS PRÁTICAS DOCENTES DE PROFESSORES DOS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA, REFERENTES AO ESTUDO DE RETAS PARALELAS E DE ÂNGULOS”, apresentada por VERA FÁTIMA CORSINO DE ALMEIDA como exigência para obtenção do título de Mestre em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA à Banca Examinadora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS.

### **BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais / UFMS

---

Dr<sup>a</sup> Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão / PUC/SP

---

Dr<sup>a</sup> Marilena Bittar / UFMS

---

Dr. José Luiz Magalhães de Freitas (suplente)

Campo Grande-MS, 10 de junho de 2009.

*Dedico àqueles (as) que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado forças, coragem e saúde para concluir este trabalho. E ao meu pai (*in memorian*), que na sua humildade, sempre teve como prioridade para seus filhos a educação, incentivando-os aos estudos.

Ao companheiro de todas as horas, Altair, que muito tem contribuído para as minhas realizações pessoais e profissionais, e à minha mãe, por terem sido pacientes e, principalmente, por aceitarem meus momentos de ausência.

Ao Dr. Luiz Carlos Pais, mais do que um orientador, um amigo, que com todo o seu conhecimento e experiência me ensinou muito.

Às pessoas da família que me incentivaram a ingressar no mestrado, aos que deram apoio durante esse período e principalmente aos que me acolheram em suas residências.

Aos três professores que atuaram como sujeitos da pesquisa, atores principais sem os quais não seria possível realizar este trabalho.

Aos alunos das três instituições de ensino superior que contribuíram com a realização desta pesquisa, colocando seus cadernos à disposição para análise e, principalmente, à aluna que participou da entrevista.

Aos professores do mestrado: Marilena, Neusa, Luiz Carlos, José Luiz, Pádua, Sílvia, por terem dividido conosco seus conhecimentos e experiências e ao Chateaubriand (*in memorian*), que deixou um grande exemplo de sabedoria e de humildade, um amigo que estará sempre presente, apesar da ausência.

Aos colegas e amigos do mestrado pelo carinho, pela amizade, pela troca de experiências, pelo companheirismo. Espero que o coleguismo se transforme em profunda amizade.

Aos amigos doutorandos que deram sugestões a fim de enriquecer o conteúdo deste trabalho e que também tiveram a sua parcela de contribuição e, principalmente, ao Renato Nogueira (*in memorian*) - detentor de uma cultura invejável - pela amizade, pelo apoio e pelos aconselhamentos ditados por sua vasta experiência.

Aos colegas de trabalho e aos amigos da UNIGRAN, principalmente, aos docentes do curso de Matemática pelo apoio, o incentivo e também pela contribuição para a realização deste trabalho, tirando dúvidas e muitas vezes fazendo sugestões bem proveitosas.

Aos mantenedores da UNIGRAN, por terem dado condições para que eu pudesse concluir o

Mestrado em Educação Matemática e também pelo apoio financeiro concedido.

Aos alunos do curso de Matemática da UNIGRAN, por terem sido tolerantes com as ausências da coordenadora. Aos ex-alunos e alunos, principalmente à Talita, ao Junior e à Adilaine, que muito contribuíram para a realização desse trabalho.

Aos professores que compõem a banca examinadora, pela valiosa contribuição ao sugerir mudanças que visam à melhoria do trabalho. Agradeço principalmente à Dra. Maria Cristina Maranhão, por ter aceito gentilmente o convite para atuar como membro da banca.

Aos que fizeram a revisão ortográfica e aos que contribuíram para melhorar a estética do trabalho, os meus sinceros agradecimentos.

## RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido em três instituições de Ensino Superior e teve como objetivo principal analisar as práticas docentes de professores dos cursos de Licenciatura em Matemática da cidade de Dourados, Mato Grosso do Sul, referentes ao estudo de retas paralelas e de ângulos. Além disso, se propôs a verificar o modo como os professores aplicam esses conteúdos. Os resultados insatisfatórios de alunos concluintes dos cursos superiores de Matemática, divulgados sobre as avaliações e exames em nível nacional, têm surpreendido estudiosos e pesquisadores e apontam, aparentemente, para um ensino e aprendizado precários, fato que pode indicar que professores despreparados podem estar preparando alunos em condições cada vez mais deficitárias. Usamos, como aporte teórico, a Teoria Antropológica do Didático, idealizada pelo educador Yves Chevallard. Trata-se de uma análise das organizações didáticas e organizações matemáticas praticadas pelos sujeitos desta pesquisa na condução do estudo de Geometria, mais especificamente, no estudo de retas paralelas e de ângulos. Essa análise não se prende ao que está sendo ensinado, mas a *como está sendo ensinado*. A análise da praxeologia implementada pelo professor formador em sala de aula foi instrumentalizada pelos registros feitos por alunos em seus cadernos, por acreditarmos que estes correspondem, com certa margem de segurança, ao que efetivamente é trabalhado em sala de aula. Com o intuito de conferirmos a forma como o professor conduz o estudo de retas paralelas e de ângulos, lançamos mão de entrevistas semi-estruturadas, a fim de se levar em consideração uma análise do discurso do aluno e do professor formador, por meio da qual procuramos alcançar o resultado da investigação. Utilizamos-nos ainda da orientação do método fenomenológico, porque o nosso objetivo esteve ligado à interpretação, compreensão e manifestação do fenômeno em estudo.

**Palavras-chave:** 1. Ensino de Geometria. 2. Prática Docente. 3. Licenciatura em Matemática.

## ABSTRACT

This study was conducted in three institutions of higher education and aimed to analyze the main teaching practices of teachers of the courses of Bachelor of Mathematics from the city of Dourados, Mato Grosso do Sul, for the study of parallel lines and angles. Moreover, it proposed to check how the teachers apply these content. The unsatisfactory results of egress students from Mathematics Course, disseminated on the assessments and examinations at the national level, have surprised scholars and researchers and point, apparently, to a poor teaching and learning, fact which may indicate that unprepared teachers may be preparing students under increasingly deficient. We use as theoretical contribution, the Anthropological Theory of Didactical, designed by the educator Yves Chevallard. It threats of an analysis of didactical organizations and mathematics organizations practiced by the subjects of this research in conducting the study of geometry, more specifically, the study of parallel straight and angles. This analysis not investigate to what is being taught, but *how it is being taught*. The analysis of the pragmatic implemented by the teacher trainer in the classroom was instrumentalized by records made by students in their notebooks, because we believe that they match, with some safety margin, to that which it is effectively being studied in the classroom. In order to check how the teacher leads the study of parallel lines and angles, we make use of semi-structured interviews in order to take into account an analysis of the discourse of the student and teacher trainer, through which we seek the outcoming of this investigation. We make use too of the orientation of the phenomenological method, because our goal was linked to the interpretation, understanding and manifestation of the phenomenon under study.

Key-words: 1. Teaching of Geometry. 2. Practice Teacher. 3. Degree in Mathematics.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. $t_1$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	42
Figura 2. $t_4$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Pedro).....	42
Figura 3. $t_{51}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	42
Figura 4. $t_3$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	48
Figura 5. $t_{22}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	48
Figura 6. $t_{47}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	49
Figura 7. $t_{31}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	53
Figura 8. $t_{38}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	53
Figura 9. $t_{40}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	54
Figura 10. $t_{37}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	54
Figura 11. $t_9$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	58
Figura 12. $t_{16}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	64
Figura 13. $t_{24}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	68
Figura 14. $t_{25}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	69
Figura 15. $t_{30}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	73
Figura 16. $t_7$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	74
Figura 17. $t_2$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	79
Figura 18. $t_6$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	79
Figura 19. $t_5$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Pedro).....	116
Figura 20. $t_{18}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	116
Figura 21. $t_{20}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	117
Figura 22. $t_{21}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	117
Figura 23. $t_{23}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	117
Figura 24. $t_{28}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	117
Figura 25. $t_{39}$ (Fonte: Caderno do aluno do prof. Pedro).....	118
Figura 26. $t_{41}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	118
Figura 27. $t_{42}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	118
Figura 28. $t_{43}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	118
Figura 29. $t_{44}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	119
Figura 30. $t_{45}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Pedro).....	119
Figura 31. $t_{46}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Pedro).....	119
Figura 32. $t_{48}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	120
Figura 33. $t_{49}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	120
Figura 34. $t_{50}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	120
Figura 35. $t_{27}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João).....	121
Figura 36. $t_{53}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	121
Figura 37. $t_{54}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	121
Figura 38. $t_{55}$ (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu).....	122

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Técnica e elementos tecnológicos da $T_1$ . Fonte: elaboração própria.....	43
Quadro 2. Técnica e elementos tecnológicos da $T_2$ . Fonte: elaboração própria.....	49
Quadro 3. Técnica e elementos tecnológicos da $T_3$ . Fonte: elaboração própria.....	54
Quadro 4. Técnica e elementos tecnológicos da $T_4$ . Fonte: elaboração própria.....	59
Quadro 5. Técnica e elementos tecnológicos da $T_5$ . Fonte: elaboração própria.....	65
Quadro 6. Técnica e elementos tecnológicos da $T_6$ . Fonte: elaboração própria.....	70
Quadro 7. Técnica e elementos tecnológicos da $T_7$ . Fonte: elaboração própria.....	75
Quadro 8. Técnica e elementos tecnológicos da $T_8$ . Fonte: elaboração própria.....	80
Quadro 9. Estratégias de ensino. Fonte: elaboração própria .....	91
Quadro 10. Conteúdo de Geometria. Fonte: elaboração própria.....	92
Quadro 11. Dispositivos didáticos. Fonte: elaboração própria.....	93
Quadro 12. Tarefas matemáticas. Fonte: elaboração própria .....	94
Quadro 13. Definição. Fonte: elaboração própria .....	95
Quadro 14. Demonstração. Fonte: elaboração própria.....	96
Quadro 15. Exemplificação. Fonte: elaboração própria.....	96
Quadro 16. Linguagem. Fonte: elaboração própria.....	97
Quadro 17. Síntese das confluências temáticas agrupadas por classificação. Fonte: elaboração própria .....	98

## SUMÁRIO

CAPÍTULO I.....	3
1 TRAJETÓRIA PARA A PESQUISA .....	3
1.1 MINHA EXPERIÊNCIA PROFISSIONAL .....	3
1.2 DEFINIÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA .....	6
CAPÍTULO II.....	9
2 REFERENCIAL TEÓRICO DA PESQUISA.....	9
2.1 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO .....	9
2.2 OBJETOS OSTENSIVOS E NÃO-OSTENSIVOS.....	13
2.3 ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA.....	14
2.4 MOMENTOS DE ESTUDO .....	17
2.5 ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS – CONFORME GASCÓN.....	19
2.6 PESQUISAS SOBRE FORMAÇÃO DE PROFESSORES E ENSINO DE GEOMETRIA.....	21
CAPÍTULO III .....	30
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	30
3.1 MÉTODO FENOMENOLÓGICO COM ABORDAGEM QUALITATIVA .....	30
CAPÍTULO IV .....	37
4 CARACTERÍSTICAS DOS SUJEITOS DA PESQUISA.....	37
PARTE A: ANÁLISE DAS PRAXEOLOGIAS DOCENTES.....	39
PRIMEIRA PARTE - PRAXEOLOGIAS NA SALA DE AULA.....	40
4.1 TIPO DE TAREFA T <sub>1</sub> – PARALELAS E TRANSVERSAL.....	41
4.2 ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA.....	42
4.3 TIPO DE TAREFA T <sub>2</sub> – PARALELAS E TRANSVERSAIS .....	47
4.4 TIPO DE TAREFA T <sub>3</sub> – ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE.....	52
4.5 TIPO DE TAREFA T <sub>4</sub> – ÂNGULOS COMPLEMENTARES E ÂNGULOS SUPLEMENTARES.....	58
4.6 ASPECTOS DA LINGUAGEM .....	61
4.7 MOMENTOS DE ESTUDO .....	62
4.8 TIPO DE TAREFA T <sub>5</sub> – ÂNGULOS ADJACENTES E BISSETRIZES.....	63
4.9 TIPO DE TAREFA T <sub>6</sub> – ÂNGULOS DE LADOS PARALELOS.....	68
4.10 TIPO DE TAREFA T <sub>7</sub> – ÂNGULOS E RETAS PERPENDICULARES.....	73
4.11 TIPO DE TAREFA T <sub>8</sub> – RETAS PARALELAS E RETAS CONCORRENTES.....	79
PARTE B – ARGUMENTOS DOS PROFESSORES .....	84
4.12 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	98
4.13 ASPECTOS MATEMÁTICOS.....	100
4.14 ARTICULAÇÃO ENTRE AS TRÊS FONTES DE INFORMAÇÃO .....	101
4.15 ARTICULAÇÃO ENTRE AS PRÁTICAS DOS PROFESSORES .....	104
CAPÍTULO V .....	106
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	106
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	109
ANEXOS.....	112

## INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo relatar as práticas docentes implementadas por professores que atuam em cursos de Licenciatura em Matemática, referentes ao estudo de retas paralelas e de ângulos, a partir de um estudo realizado em três instituições de ensino superior na cidade de Dourados, estado de Mato Grosso do Sul. O que nos motivou a investigar tal questão está relacionado à nossa prática como professora de um curso de Licenciatura em Matemática, no qual constatamos que muitos dos ingressantes desse curso não conhecem os temas básicos de Matemática, ou seja, os conteúdos que deveriam ser estudados na Educação Básica.

Nossa pesquisa foi norteada por uma questão diretriz, que buscou investigar “como ocorrem as organizações didáticas e matemáticas implementadas por professores dos cursos de Licenciatura em Matemática, para organizar o estudo de retas paralelas e de ângulos?” Tínhamos essa indagação e andamos em torno dela, porque constituía-se no nosso pré-reflexivo, uma questão que só a pesquisa seria capaz de esclarecer ou responder.

Para concretizar a nossa pesquisa, escolhemos um professor de Geometria do primeiro semestre de cada um dos três cursos de Licenciatura em Matemática. Optamos por analisar a prática desses professores por meio dos registros feitos pelos alunos em seus cadernos, e escolhemos nove alunos, sendo três de cada uma das instituições que oferecem esses cursos.

No capítulo I deste trabalho, consta a nossa trajetória de pesquisa, em que relatamos a nossa caminhada ou o trajeto que percorremos, as nossas dúvidas, inquietações e também, as experiências adquiridas desde a formação inicial até o nosso ingresso no Mestrado em Educação Matemática e a consequente definição do objeto que deu origem a essa pesquisa. Descrevemos, ainda, nesse capítulo, nossas experiências vivenciadas na condução do ensino de Matemática, basicamente em todos os níveis de escolaridade, sempre empreendendo esforços para tornar o ensino dessa disciplina mais eficiente.

No segundo capítulo, descrevemos o referencial teórico que deu suporte à nossa pesquisa, desenvolvida à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta pelo educador Yves Chevallard, cujo referencial é analisar as tarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias, tanto da organização didática quanto da organização matemática, adotadas pelo

professor na condução do ensino de retas paralelas e de ângulos, nos cursos de Licenciatura em Matemática.

No terceiro capítulo, expomos o referencial metodológico deste estudo, nesse caso, o método fenomenológico com abordagem qualitativa, porque acreditamos que ele auxilia a responder à nossa questão norteadora. Como estamos analisando as organizações didáticas e as organizações matemáticas dos professores, nada melhor do que ouvi-los diretamente. Para tanto, lançamos mão de uma entrevista semi-estruturada. Para nortear essa entrevista perguntamos aos sujeitos da pesquisa: *como conduz o estudo dos ângulos formados por retas paralelas cortadas por retas transversais?* Transcrevemos os discursos dos sujeitos da pesquisa e procedemos à análise fenomenológica.

No quarto capítulo, descrevemos a análise dos dados coletados, com o objetivo de responder à nossa questão diretriz. Apresentamo-lo em dois momentos, sendo o primeiro, o da análise praxeológica realizada nas tarefas registradas no caderno do aluno, em que foram observados os seguintes itens: a organização matemática (descrição da técnica e dos elementos tecnológicos, aspectos teóricos da organização matemática) e a organização didática; os aspectos da linguagem; os momentos de estudo. No segundo momento, apresentamos o resultado da análise dos discursos dos elementos envolvidos, ou seja, dos sujeitos de nossa pesquisa com os depoimentos que foram colhidos por meio de entrevista semi-estruturada e com a utilização de um gravador de voz como ferramenta para colhê-los.

No quinto capítulo apresentamos a síntese de nosso trabalho, com resultado da análise feita dos cadernos dos alunos e sobre as tarefas propostas pelos professores. Relatamos ainda algumas constatações em relação à organização matemática e à organização didática desses professores, não somente pelas observações que foram colhidas nos registros feitos pelos alunos, em sala de aula, mas também pelo que pudemos evidenciar na análise dos discursos.

## CAPÍTULO I

### 1 TRAJETÓRIA PARA A PESQUISA

#### 1.1 MINHA EXPERIÊNCIA PROFISSIONAL

Ao terminar o curso ginásial - atual Ensino Fundamental - em 1968, havia a necessidade de fazer opção por um dos cursos oferecidos naquela época, o qual seria equivalente ao Ensino Médio, hoje. Os cursos aos quais estou me referindo eram o Curso Normal Colegial, Curso Científico e Contabilidade, oferecidos naquele período.

Talvez, motivada por minhas irmãs professoras ou, quem sabe, pela necessidade de trabalhar para ajudar no sustento próprio e no da família, o curso escolhido foi o Normal Colegial, por ser naquela época garantia de trabalho imediato, ou seja, facilidade de se conseguir uma sala de aula. Ingressei nesse curso, em uma escola particular e tradicional de Dourados, em 1969.

Durante as aulas do referido curso, ministradas por professores bem tradicionais - o que não poderia ser diferente, levando em consideração o período do qual estou falando - percebi que, dentre as disciplinas ali ofertadas, aquela pela qual eu tinha mais motivação para participar era a de Matemática e, nesse momento, já havia a identificação com ela, mesmo sabendo que teria que dominar todas as disciplinas, já que estava fazendo um curso cuja habilitação era a de professora primária.

Concluí o curso em novembro de 1971, mas, mesmo antes de concluí-lo, em março desse mesmo ano, já havia assumido uma sala de aula de séries iniciais em uma escola pública de periferia, bem distante de minha residência. A dificuldade de acesso a esse estabelecimento de ensino, pelo fato de não dispor de um meio de transporte, levou-me a buscar, no final do 1º semestre, uma escola mais próxima; consegui, então, transferência para uma escola maior, distante, aproximadamente, de três mil metros de casa, situação considerada próxima em comparação à primeira; posso afirmar que não tive nenhum problema em me locomover a pé até o referido estabelecimento.

Nessa escola, no início do segundo semestre, - momento em que fui contratada -, a coordenação pedagógica fez uma seleção dos alunos das primeiras séries, separando, numa outra sala, os que não haviam sido alfabetizados, ou seja, aqueles que não tinham nenhuma

noção de leitura, escrita e contagem. Essa turma foi colocada sob a minha responsabilidade, uma professora nova, sem experiência alguma e também sem receber qualquer tipo de orientação pedagógica de como deveria proceder para promover o ensino e a aprendizagem para aquelas crianças, algumas até abaixo da faixa etária mínima exigida, crianças que deveriam frequentar a Educação Infantil.

Ao final do ano letivo, aqueles alunos não puderam ser promovidos para a série seguinte; então, tive a primeira frustração na profissão que escolhi, frustração maior ainda por não ter recebido orientação durante a formação inicial, de como deveria agir em situações semelhantes a essa que acabo de relatar. Frustração, também, pelo fato de as pessoas que ali estavam para orientar o trabalho do professor, não terem usado de sua experiência para dar segurança a uma iniciante, sem experiência, mas com enorme vontade de aprender.

Esses fatos me conduziram à reflexão e me questionei se deveria trilhar esse caminho ou se deveria me enveredar por outros rumos, mais tranquilos, mas havia algo que me instigava a continuar, como se fosse um desafio, e foi assim que decidi que essa tarefa era minha e que não iria abandonar esse ideal.

No ano seguinte, 1972, fui convidada para assumir uma sala de 3º ano do curso primário numa escola particular, na qual eu havia concluído o curso Normal Colegial, passando, então, a trabalhar em duas realidades bem distintas: a escola pública, com alunos do 4º ano e a escola particular, como já citado anteriormente. Em novembro de 1974, deixei a rede pública e passei a atuar apenas na rede privada.

Como professora de todas as disciplinas, percebia que as aulas de Matemática eram aquelas em que me sentia mais à vontade, ou seja, aquela em que eu dedicava mais, desde o planejamento até a própria execução. Talvez esse tenha sido o primeiro laço do meu envolvimento com a Educação Matemática, com vários projetos que posteriormente me levariam ao curso de Mestrado no contexto do qual esta dissertação está inserida.

Sendo assim, chegada a época de cursar uma graduação e por ver que poderia me ajudar a conseguir melhor formação, optei pelo curso de Licenciatura Curta em Ciências, porque na cidade onde morava e ainda moro, até então, não era oferecido curso de Licenciatura Plena em Matemática.

Iniciei o curso em 1977 e o concluí em julho de 1979, já que a sua carga horária era menor e integralizada em dois anos e meio.

Após a conclusão dessa graduação, atuei como professora das disciplinas de Ciências e Matemática em turmas de 5ª a 8ª séries, na escola particular, e também no curso normal, sendo responsável pela disciplina “Didática da Matemática”.

Atuei como coordenadora de turmas e também como coordenadora de disciplina da escola de 1993 a 1996, ano em que fui aposentada por tempo de serviço, nessa mesma escola particular.

Esse período (1972 a 1996) foi extremamente importante para a minha carreira profissional pelo fato de tratar-se de uma escola tradicional, frequentada por alunos pertencentes às classes sócio-econômicas média/alta, em sua maioria, consistindo, portanto, em uma clientela privilegiada, em todos os aspectos. De certa forma, essa realidade facilitava o trabalho do professor em sala de aula, ao mesmo tempo em que exigia que este estivesse bem atualizado, porque os alunos tinham acesso a todos os meios de comunicação e, principalmente às novas tecnologias, à medida que estas iam surgindo.

Quanto ao ensino público, retornei em 1986 e fui aprovada no concurso público estadual, em 1989, para o cargo de professor de Matemática de 5ª a 8ª séries, permanecendo na rede até 2001, quando aderi a um plano de demissão voluntária.

O primeiro curso de Licenciatura em Matemática implantado em minha cidade foi na mesma instituição pública na qual havia cursado a Licenciatura curta; como as aulas aconteciam no período matutino, não tive condições de frequentá-lo para fazer a complementação, porque nesse período estava comprometida com a escola particular e como sempre tive que contribuir no sustento da família, não poderia abrir mão dessa oportunidade de trabalho.

Em 1990, uma instituição de Ensino Superior, particular, instituição na qual atuo desde 1988, implantou o curso de Ciências - Licenciatura Plena - Habilitação em Matemática, no período noturno.

Dessa forma, foi possível frequentar o curso, fazendo apenas as disciplinas que não havia cursado na Licenciatura curta, concluindo-o em dezembro de 1993. Em 1994, no início do ano letivo, fui convidada pela direção para assumir a coordenação do curso, cargo que ocupo até o presente momento. Além da coordenação, sou responsável pelas disciplinas de Estágio Curricular Supervisionado e Metodologia do Ensino de Matemática, disciplinas que me levaram ao contato com a realidade do ensino da disciplina.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA

Como professora e coordenadora de um curso de Licenciatura em Matemática, passei a me preocupar em implementar mudanças que contribuíssem para a melhoria do ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Como pude constatar no transcorrer da minha prática pedagógica, a disciplina de Matemática chega, até mesmo, a apavorar muitos alunos e por esse motivo, é responsável por muitas reprovações e evasões na Educação Básica. Assim, ao participar do processo de implementação e de consolidação do movimento da Educação Matemática no Estado de Mato Grosso do Sul, essa ansiedade como educadora aumentou. Percebi, então que, a cada ano, os alunos concluem a Educação Básica com maior defasagem nos conteúdos de Matemática elementar.

Observei, ao longo da trajetória docente, uma preocupante realidade: docentes das séries iniciais do Ensino Fundamental demonstram dificuldade e insegurança no ensino dos algoritmos elementares da Matemática, fator que, aparentemente, tem sido responsável por defasagem do aprendizado de conteúdos básicos dessa disciplina.

Desse modo, os alunos, com frequência, chegam aos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e ao Ensino Médio trazendo essas defasagens, mal preparados, portanto, agravando-se a situação quando ingressam no Ensino Superior. Nesses níveis, esses alunos recebem, para lhes ensinar Matemática, professores egressos da Licenciatura com dificuldade de transmitir os conteúdos específicos que deveriam ter sido muito bem ensinados e absorvidos na graduação, especializações, mestrado ou doutorado.

Tenho vivenciado essa preocupação em todos os níveis, cujas observações a esse respeito foram passadas em conversas, cursos de formação continuada, oficinas e em avaliações do Estágio Curricular na Licenciatura, atividades que costumo coordenar.

As primeiras discussões das quais participei sobre os cursos de Licenciatura em Matemática aconteceram em fóruns, tanto estaduais, quanto nacionais, promovidos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), os quais me proporcionaram reflexões que culminaram em sugestões sobre a atuação e a responsabilidade do corpo docente dos cursos que formam professores de Matemática.

Dentre os inúmeros problemas levantados, em nível nacional, discutido no I Seminário Nacional de Licenciaturas em Matemática, em Salvador (2003), mais especificamente, em um

“Documento base da sociedade brasileira de educação matemática: subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em matemática”, está o que se refere aos cursos de formação de professores, em que se ressalta a falta de articulação entre os conhecimentos matemáticos adquiridos na Licenciatura e a aplicação didático-pedagógica desses conhecimentos em sala de aula. Além disso, ressalta-se, ainda, a falta de planejamento conjunto dos conteúdos e a aplicação destes pelos docentes da disciplina.

Nesse mesmo evento, pude ouvir outros questionamentos, como os que se seguem: Como deve aprender Matemática, alguém que futuramente irá ensiná-la? Qual deve ser o perfil dos docentes que formam professores? Que conhecimentos deve ter o professor de Matemática e o formador de professores de Matemática? Que partes da Matemática deve saber um futuro professor dessa disciplina? Essas indagações passaram a nortear o meu propósito, em busca de melhorias para os cursos de Licenciatura em Matemática.

Mas as observações não param por aí. Captei, também, uma outra questão bem pertinente: o distanciamento entre teoria e prática dos conteúdos matemáticos. E como responsável pela disciplina de Estágio Supervisionado, acompanhando e observando os estagiários e sua prática pedagógica em sala de aula, percebi as dificuldades que os futuros professores enfrentam por não terem compreendido muitos conceitos elementares de Matemática, fato que reforça um dos dados encontrados na pesquisa realizada por Santos (2005, p.12): “[...] egressos de cursos de Licenciatura em Matemática também apresentam dificuldades para ensinar os conteúdos de Educação Básica, e alguns ainda não conseguiram sanar as dificuldades que tinham no início da graduação”.

Ponte (1994, p.3) reforça esse argumento, agregando este aspecto a seguir:

Assim, a Matemática é ensinada de modo a ser difícil. Tudo começa pelos currículos, que apontam para a abstração precoce e privilegiam a quantidade dos assuntos em relação à quantidade da aprendizagem. Os novos currículos, atualmente em processo de generalização, marcam a este respeito um importante progresso, prevendo por vezes o uso de metodologias inovadoras, orientadas para a participação ativa dos alunos na descoberta dos conceitos; mas quando é preciso “ganhar tempo”, a primeira coisa que se suprime são essas metodologias.

Dessa maneira, quando resolvi investir esforços na realização de um Curso de Mestrado em Educação Matemática, parti dessa constatação: há um verdadeiro círculo vicioso na passagem pelos diferentes níveis de escolaridade e também na formação dos futuros professores. Por esse caminho, as primeiras inquietações começaram a se esboçar: como

ocorre a formação dos futuros professores de Matemática no que diz respeito especificamente aos chamados conteúdos da Matemática elementar?

Com essa interrogação esboçada em minha consciência como educadora, participei ativamente do processo de reestruturação do curso de Licenciatura que coordeno para adequá-lo à nova legislação e, ao analisar as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura aprovadas em seis de novembro de dois mil e um, pelo Parecer CNE/CES 1302/2001, me chamou a atenção o item 4.2:

Para a Licenciatura serão incluídos, no conjunto dos conteúdos profissionais, os conteúdos da Educação Básica, consideradas as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores em nível superior, bem como as Diretrizes Nacionais para a Educação Básica e para o Ensino Médio (2001, p.06).

Como responsável pela disciplina de Estágio Supervisionado, acompanhando e observando os estagiários e a sua prática pedagógica de sala de aula, percebi as dificuldades que os futuros professores enfrentam por não terem compreendido muitos conceitos elementares de Matemática na formação inicial. A partir dessas constatações, pensei, em um primeiro momento, em estudar os três cursos de Licenciatura em Matemática da cidade de Dourados, local de minha residência e exercício das atividades como professora, para analisar, nas estruturas curriculares desses cursos, se os conteúdos de Educação Básica estão sendo contemplados, assim como a praxeologia do professor formador.

Após essa trajetória, em função da vivência construída em meu meio de estudo, fui levada a proceder aos recortes necessários, definindo assim o seguinte objeto de pesquisa: **práticas docentes referentes ao estudo de retas paralelas e de ângulos, implementadas por professores que atuam em cursos de Licenciatura em Matemática**, na cidade de Dourados.

## CAPÍTULO II

### 2 REFERENCIAL TEÓRICO DA PESQUISA

Conforme destacamos anteriormente, nosso objeto de pesquisa consiste na análise das **práticas docentes relativas ao estudo de retas paralelas e de ângulos, implementadas por professores que atuam em cursos de Licenciatura em Matemática**, na cidade de Dourados, Mato Grosso do Sul. Para tratarmos desse objeto e atingirmos os objetivos propostos, recorreremos à Teoria Antropológica do Didático (TAD), teoria proposta por Chevallard (1999) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001). Ao mesmo tempo em que tomamos como referencial essa teoria, analisamos alguns resultados de trabalhos realizados por pesquisadores preocupados com o ensino de Geometria, bem como com a formação inicial e continuada de professores de Matemática.

#### 2.1 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Nessa parte do trabalho, vamos esclarecer alguns aspectos da Teoria Antropológica do Didático (TAD), relacionando-a com o objeto da pesquisa e com a nossa principal indagação: como ocorrem as organizações didáticas e matemáticas, implementadas por professores dos cursos de Licenciatura em Matemática, para organizar o estudo de retas paralelas e ângulos?

Considerando as afirmações de Bosch (2001), relativamente à localização da TAD no chamado Programa Epistemológico, o qual considera a atividade matemática como objeto primário de estudo da didática, nossa intenção inicial é contemplar a importância atribuída a essa noção no transcorrer da análise da parte experimental da nossa pesquisa. Nesse sentido, compete-nos explicar melhor essa noção. Valorizamos a idéia de se atribuir uma importância central à atividade matemática porque sempre consideramos, com base na nossa própria experiência, que a natureza do conhecimento matemático tem um forte peso nos problemas do ensino e da aprendizagem escolar.

Assim, ao optarmos por essa idéia, satisfez-nos reencontrá-la no texto de Gascón (2003) que, ao descrever os elementos da TAD, observa que o Programa Epistemológico foi desenvolvido a partir da convicção de que muitos problemas da Educação Matemática têm sua origem na própria Matemática ensinada e que, portanto, devemos tomar a atividade matemática como objeto primário de estudo.

Dessa maneira, ao observarmos as praxeologias implementadas pelo professor na coordenação do estudo de retas paralelas e de ângulos, destacamos diferentes atividades matemáticas relacionadas ao nosso tema de estudo e, a partir destas, fizemos a análise com base na Teoria Antropológica do Didático.

Desse modo, “fazer matemática” é o mesmo que ativar uma organização matemática, ou seja, resolver determinados tipos de problemas com determinadas técnicas. Este trabalho pode conduzir à construção de novas organizações matemáticas ou simplesmente à reprodução de organizações previamente construídas, em conformidade com o que Bosch (2001) considera.

De acordo com esta pesquisadora, “ensinar e aprender matemática” corresponde à atividade de reconstrução de organizações matemáticas, podendo utilizá-las em novas situações e em diferentes condições.

Portanto, em noções geométricas, especificamente no estudo de retas paralelas e de ângulos, o professor em sala de aula poderá fazer a ligação entre o que o aluno já tem aprendido do conteúdo e o que está sendo trabalhado. Não se trata de pretender reconstruir a sistematização proposta por Euclides de Alexandria, muitas vezes exageradamente valorizada na vertente tradicional do ensino.

Por outro lado, estudamos as práticas implementadas pelos professores na valorização de alguns aspectos formais do conhecimento geométrico. Separamos dois casos extremos: o da sistematização formal rigorosa - que não é compatível com o nível em que estamos realizando a pesquisa e, no outro extremo, o da condução de um ensino dos conceitos geométricos e uma organização matemática, que, segundo Gascón (2001), surge como resposta a uma questão ou a um conjunto de questões.

Para Bosch (2001), tanto o conhecimento como a atividade matemática são construções sociais que se realizam em instituições – em comunidade – seguindo determinados contratos institucionais. Fazendo uma relação do pensamento da pesquisadora com a pesquisa em si, verificamos se nas aulas de Geometria elementar do curso de Licenciatura, o professor, por meio de atividades matemáticas, oportuniza ao aluno construir o seu conhecimento ou se esse professor inicia suas aulas pelos conceitos, pelos exemplos, por problemas ou, ainda, se os traçados geométricos são seguidos, passo a passo, sem justificativa dos conteúdos elementares. A esse respeito ressalte-se que “(...) não podemos separar os processos de ensino e aprendizagem do restante das atividades matemáticas.”

(CHEVALLARD, 2001, p. 46) e, ainda, “o que as pessoas chamam de processo de ensino/aprendizagem é, de fato, uma forma particular do processo didático” (idem, p.39).

Investigamos, não só o que está sendo ensinado, mas *como* está sendo ensinado, ou seja, o nosso olhar se estruturou nas atividades que o professor realiza em sala de aula, tal como destaca a teoria do autor citado. Para tanto, analisamos os registros feitos nos cadernos dos alunos a fim de observarmos a praxeologia adotada pelos professores em relação ao estudo de retas paralelas e de ângulos, verificando principalmente, os tipos de tarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias aplicadas por eles, cujas impressões foram objeto de estudo e registro no item 2.3.

A Didática da Matemática, de acordo com Bosch (2001), estuda as condições de difusão e transmissão do conhecimento matemático. O conhecimento, nesse caso, não é concebido como um processo mental realizado por indivíduos isolados. As noções de difusão e de transmissão do conhecimento são propostas muito mais no sentido cultural do que nas relações estabelecidas entre pessoas. Com isto, não há a intenção de ventilar a possibilidade de que o conhecimento possa ser transferido da cabeça do professor para a cabeça do aluno.

Um outro aspecto que destacamos do texto de Bosch (2001) é que existem diferentes formas de difusão do saber matemático e, nesse sentido, somos levados a perguntar sobre as implicações da idéia da pesquisadora com a da pesquisa em si. Entendemos que, quando observamos as orientações gerais relativas ao estudo dos conteúdos de Matemática Elementar, nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, bem como as indicações fornecidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o estudo de conceitos básicos de Geometria exploramos, evidentemente, algumas formas de difusão do saber, direcionadas a cursos de Licenciatura em Matemática.

Observar a praxeologia implementada pelo professor, em sala de aula, do curso de Licenciatura em Matemática, significa estar em comum acordo com a afirmação de Bosch (2001), ao dizer que o conhecimento é a cristalização de certas atividades e sempre se caracterizarão pelas atividades que lhe deram origem e por aquelas que permite realizar. Entende-se por “cristalização” toda experiência acumulada pelo professor durante sua trajetória como responsável, por exemplo, pelo ensino de retas paralelas e de ângulos aos futuros professores de Matemática, ou seja, a metodologia utilizada por cada um dos professores sujeitos dessa pesquisa.

Segundo Bosch (2001), há necessidade de usar um modelo explícito da Atividade Matemática (ATM). Ressalte-se que a palavra modelo, na maioria das vezes, tem uma conotação negativa, devido ao significado do termo: figura ou imagem para ser imitada; tipo; molde; representação em pequena escala de um objeto que se pretende executar em grande escala. Entretanto, não é esse o sentido pretendido pela TAD, quando defende a necessidade de se usarem modelos na atividade matemática. Para a TAD, criar modelos significa utilizar instrumentos matemáticos conhecidos para resolver questões desconhecidas, porque “[...] Para entender um fenômeno matemático que não se entende, a primeira coisa que se precisa é de mais matemática” (Chevallard, 2001, p.246). Verificamos, então, se é com esse sentido que o professor de Geometria valoriza, em suas aulas, a construção de modelos matemáticos nas atividades desenvolvidas em sala de aula, ou seja, se ao resolver os exercícios que envolvem retas paralelas e ângulos, usa mecanismos ou fórmulas, ou também maneiras de fazer que ajudam os alunos a resolverem os problemas; o que de uma forma ou de outra, envolve a sistematização do saber.

Também procuramos observar se o uso de modelos contribui para que os alunos resolvam problemas a partir de ferramentas já conhecidas e, principalmente, no que diz respeito às atividades que exigem diretamente a utilização de um conhecimento sistematizado, tais como propriedades, linguagem, representação (perspectiva), além de observarmos se esses alunos demonstram que sabem utilizá-las.

Surge, então, um questionamento: que tipo de modelos matemáticos os professores utilizam? Segundo Chevallard (2001, p.52) “geometria cartesiana (iniciada por Descartes em 1637) é, assim, um “modelo regional” da geometria euclidiana, que permitiu resolver um grande número de problemas que haviam sido propostos por geômetras gregos muitos séculos antes”.

Em nosso estudo, ouvimos a opinião de dois professores e de um dos alunos, sujeitos da pesquisa, por meio de uma entrevista, para sabermos o que eles dizem em relação ao ensino dos conteúdos de Matemática Elementar e, mais especificamente, como ocorre o estudo de retas paralelas e de ângulos nos primeiros anos dos cursos de Licenciatura em Matemática.

A atividade matemática que propõe a abordagem antropológica é instrumentalizada, na visão de Marianna Bosch e Yves Chevallard (1999), por alguns recursos como meios escritos, gráficos, orais, gestuais e materiais; esses instrumentos apareceram por meio de um

processo lento, em um ritmo freado pela própria necessidade de primeiro evidenciar a fragmentação institucional do conhecimento.

Desse modo, para fazer Matemática, faz-se necessário usar figuras, símbolos escritos, registros gráficos; quando o professor apresenta figuras, desenhos, gráficos, entre outros, ele está mostrando um objeto ostensivo, que corresponde aos registros traçados e decodificados.

## 2.2 OBJETOS OSTENSIVOS E NÃO-OSTENSIVOS

O modelo proposto pela Teoria Antropológica estabelece uma distinção dentro do conjunto de objetos que compõem os elementos das organizações matemáticas: as tarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias são feitas de objetos ostensivos e de objetos não-ostensivos. O termo ostensivo tem origem no latim *ostendere* que significa mostrar, apresentar com insistência, refere-se a todo objeto que tem uma natureza sensível e, devido a esse fato tal objeto pode ser apreendido pelo sujeito por ser uma realidade perceptível. É um objeto material, como os sons, as escritas, as figuras, os grafismos, os discursos e os gestos, entre outros, que podem ser percebidos, vistos, tocados. São os objetos que têm certa materialidade.

Os objetos não-ostensivos são aqueles que existem institucionalmente, mas que não podem ser percebidos, não se mostram por si mesmos. Exemplo deles são as ideias, os conceitos, as crenças e outros. Esses objetos surgem da manipulação de objetos ostensivos, que será sempre controlada por objetos não-ostensivos. Estes, segundo Chevallard (1999), não devem ser entendidos como entidades mentais, pessoais e individuais, que existem somente na cabeça ou no espírito das pessoas.

A dialética entre ostensivos e não-ostensivos, provavelmente, é conduzida pelo professor por meio dos registros oral e escrito; por exemplo, ao registrar no quadro o símbolo  $a // b$ , supomos que ele fale para os alunos que se trata do conceito de paralelismo (não-ostensivo) entre as retas  $a$  e  $b$ .

Quando o professor traça uma reta que divide um determinado ângulo em dois ângulos, com o intuito de facilitar a compreensão do aluno, ele está lançando mão de um ostensivo, como também, quando identifica os ângulos com o uso de letras ou coloca o símbolo ( $\wedge$ ) que representa os ângulos. Mas, ao manipular esses objetos ditos ostensivos ele

envolve os não-ostensivos, principalmente, quando compara esses ângulos, classificando-os de acordo com a posição que eles ocupam nas retas paralelas e/ou retas transversais.

Desse modo, o conceito de ângulos opostos pelo vértice, de ângulos correspondentes, de ângulos colaterais e de ângulos alternos não existe sem a atividade manipulativa de ostensivos, tanto palavras, como traços, símbolos, gestos e escritas, confirmando, então, que os conceitos surgem da manipulação de ostensivos dentro de organizações matemáticas, conforme a teoria de Bosch (2001).

É pelo fato de serem manipuláveis que os objetos ostensivos se distinguem dos objetos não-ostensivos. Os principais registros usados pelo professor no estudo de ângulos formados por retas paralelas e transversais são os registros gráficos, as palavras e os símbolos.

Quando o professor anota, por exemplo,  $2x - 10^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ , no estudo de retas paralelas, cortadas por transversais, ele está fazendo um registro algébrico que requer a manipulação de ostensivos escritos como letras, números, igualdade; utiliza, também, registros orais envolvendo a língua materna, como por exemplo, ao afirmar que ângulos opostos pelo vértice e ângulos correspondentes são congruentes. É comum o professor utilizar gestos, principalmente ao se referir a ângulos, utiliza os dedos indicador e polegar e mostra acompanhando o contorno do ângulo, porque o gesto também comunica, indica o “percebido na percepção” e “expressa aspectos do mundo a nós sensíveis”, de acordo com Bicudo (2000, p.40).

Todo discurso tecnológico se realiza concretamente pela manipulação de objetos ostensivos e, em particular, discursivos e escritos, que permitem materializar as explicações e justificativas necessárias ao desenvolvimento da tarefa, o mesmo ocorrendo no nível teórico. Desse modo, a co-ativação de objetos ostensivos e não-ostensivos é um postulado geral que afeta todos os níveis da atividade.

Os objetos ostensivos são os primeiros ingredientes das técnicas, das tecnologias e das teorias e, também, são, segundo Chevallard, as ferramentas materiais sem as quais a ação não pode ser realizada.

### 2.3 ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA

O objetivo aqui é esclarecer em que consiste a organização praxeológica, pois como estamos analisando práticas adotadas por professores no estudo de retas paralelas e de ângulos, pretendemos aplicar esse conceito na análise teórica das mesmas. Nesse sentido,

cumpre-nos destacar que organização praxeológica é o mesmo que praxeologia que, por sua vez, é composta por duas partes indissociáveis: uma organização matemática (OM) e uma organização didática (OD), que são indispensáveis para o professor resolver determinados tipos de tarefas. Para Chevallard (1999), toda OM corresponde a uma OD e, portanto, o que estamos analisando nas práticas docentes desses professores, sujeitos da pesquisa, consiste em uma praxeologia matemática, em cuja composição também são importantes as organizações didáticas.

Uma organização matemática (OM) surge sempre como resposta a um problema ou a um conjunto de problemas, conforme afirma Gascón (2003). Esse problema pode ser entendido como uma tarefa e o conjunto de problemas como um tipo de tarefas. Não há como definir uma OM, mas sabe-se que a mesma é constituída pelos quatro componentes principais: tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

Desse modo, na raiz da noção de praxeologia encontram-se as noções de tarefas e de tipos de tarefas. Quase sempre, uma tarefa se expressa por um verbo, como por exemplo, dividir um inteiro pelo outro, limpar a casa, resolver uma equação, entre outros.

O trabalho que o professor realiza em sala de aula é, para Chevallard (2001), uma organização matemática e esta significa reorganizar ou restaurar alguma obra matemática. Ao reconstruir, ele obtém uma nova organização matemática sem deixar, entretanto, de incluir aquela que já existia, ou seja, reconstruir a organização matemática na qual a obra se acomoda, as técnicas com as quais os problemas podem ser resolvidos e, os elementos tecnológicos e teóricos que permitem explicar e justificar as técnicas. Portanto, organizar é o mesmo que criar uma praxeologia.

Chevallard afirma que “[...] quando um matemático constrói uma nova OM, faz isso com determinadas técnicas, justificadas de uma determinada maneira, ou seja, recorrendo a alguma praxeologia” (2001, p. 254). Isso significa que, para o matemático resolver certo problema, terá que construir uma praxeologia matemática. Geralmente, ele estuda os problemas que ele mesmo propõe, assim como o biólogo estuda problemas de Biologia, o químico, por sua vez, estuda problemas de Química. E, se estuda, então, a técnica que utiliza é a técnica didática, porque tudo que se refere a estudo está relacionado à didática. Nesse caso, a praxeologia usada será a praxeologia didática e de acordo com Chevallard (2001, p.254), “que para elaborar uma praxeologia matemática, o matemático precisa de uma praxeologia didática”.

Para Chevallard (2001), a praxeologia matemática está diretamente ligada ao fazer, no sentido de produzir; porém, a praxeologia didática refere-se ao fazer no sentido de agir. Sendo assim, para identificar a OM e a OD de professores na condução do estudo de retas paralelas e de ângulos, analisamos as práticas implementadas por esses professores para resolver uma tarefa proposta e como organizam suas aulas, respectivamente.

Essa análise consistiu em verificar a organização matemática adotada pelo professor formador, ou seja, os tipos de problemas ou tarefas propostos em sala de aula; as técnicas adotadas por ele, que permitem resolver esses problemas; as tecnologias ou discursos que explicam e justificam as técnicas e as teorias que fundamentam e organizam os discursos tecnológicos. Segundo Bosch (2001), os tipos de problemas e as técnicas constituem o saber-fazer e os discursos tecnológicos e teóricos consistem no saber, propriamente dito.

O Tipo de Tarefa (T) corresponde a algo mais preciso. Por exemplo, segundo Chevallard (1999), subir uma escada é um tipo de tarefa, mas subir, simplesmente, não é. Calcular o valor de uma função em um ponto é um tipo de tarefa, mas calcular, somente, não é; isso é chamado gênero de tarefas. No capítulo IV deste trabalho, explicitamos a distinção que fazemos entre tipos de tarefas e as suas respectivas tarefas.

Sendo T um tipo de tarefas dado, uma praxeologia relativa a ele pede uma maneira própria de realizar as tarefas que pertencem a esse tipo; essa maneira de fazer é chamada, aqui, de técnica, que vem do grego *tekhnê* e significa saber-fazer. A praxeologia que corresponde ao tipo de tarefa contém uma técnica relativa a ele; essa técnica, quando bem utilizada, todos entendem. As tarefas e as técnicas fazem parte de um bloco prático-técnico e constitui em um saber fazer. Para determinado tipo de tarefas existe, em geral, uma só técnica ou, ao menos, um pequeno número de técnicas, institucionalmente reconhecidas.

Os outros componentes da organização matemática são: a tecnologia - que consiste no discurso que justifica a técnica e a teoria - que justifica a tecnologia e é também definida como tecnologia da tecnologia, e também é reconhecida como uma validação racional.

A técnica sempre aparece acompanhada de um embrião ou de um resquício da tecnologia que tem certas funções como justificar, explicar ou tornar a técnica inteligível e, por outro lado, esta também produz novas técnicas. Já o discurso tecnológico apresenta afirmações mais ou menos explícitas, exigindo, portanto, justificação, que corresponde à teoria.

A tecnologia e a teoria fazem parte do *logo*, que significa saber. E ao unir as duas faces da atividade matemática teremos *praxi* e *logos*, de onde originou-se a noção de praxeologia matemática, *saber e saber-fazer*.

Resumindo, o bloco  $[\theta/\Theta]$  está relacionado a um saber e o bloco  $[T/\tau]$  refere-se a um saber-fazer. Todo saber-fazer tem um saber associado que não é o conhecimento, porque o conhecimento é mais subjetivo, enquanto que o saber é mais social. Segundo Chevallard (2001,p.251), “[...] não há práxis sem logos, mas também não há logos sem práxis.”

## 2.4 MOMENTOS DE ESTUDO

Como toda organização praxeológica, uma organização didática se estrutura em tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Mas, como descrever tal organização? Qualquer que seja o caminho para o estudo aparecerão certas situações a que Chevallard (1999) chama de momentos de estudo ou momentos didáticos. Ainda segundo esse educador, o primeiro momento de estudo é o primeiro momento com a organização, ou seja, o momento em que o aluno se depara pela primeira vez com o problema. Esse encontro pode se dar de diversas maneiras; uma forma de encontro ou de reencontro, que chega a ser inevitável, consiste em encontrar a obra por meio de, ao menos, um tipo tarefa. Esse encontro pode se dar tanto na sala de aula, como em casa ou em outro lugar qualquer. Para Chevallard (2001,p.262),

[...] o momento do primeiro encontro acontecerá em dois momentos diferentes. Em primeiro lugar, há um encontro em que estão sozinhos com a folha de exercício. Depois há o encontro em que o professor os guia. Geralmente, os momentos não são vividos ao mesmo tempo. Existem de maneira dispersa. São vividos várias vezes.

O segundo momento, para Chevallard (1999), consiste no momento da exploração do tipo de tarefa que resultará na elaboração de uma técnica que corresponde a esse tipo de tarefa, ou melhor, que resolve esse tipo de tarefa. É o momento em que se explora o tipo de problema para construir uma técnica. Estudar um tipo de tarefa não seria um fim em si mesmo, mas um meio para criar e pôr em prática uma técnica relativa às tarefas do mesmo tipo, que será usada para resolver todas as tarefas desse mesmo tipo.

O terceiro momento, que tem relação com os outros momentos, é o da constituição do ambiente tecnológico-teórico. Muitos professores, geralmente os mais tradicionais, fazem desse momento a primeira etapa de estudo, que na visão de Chevallard (1999), trata-se de uma etapa comum ao estudo de vários tipos de tarefas. Todos os tipos de tarefas em estudo

utilizam o mesmo contexto, ou seja, aparece uma série de aplicações do bloco tecnológico-teórico posto em prática. É o momento da demonstração e justificativa da técnica, e essa justificativa pode ser aplicada a outros tipos de problemas. O professor que faz desse momento o primeiro, decide pelo aluno a tecnologia e a teoria a ser usada para resolver esse tipo de tarefa. E esse momento pode ser vivido várias vezes. Pudemos constatar que os professores aqui investigados utilizam-se no seu dia-a-dia dessa estratégia.

O quarto momento é considerado o momento do trabalho com a técnica, que deve melhorar a técnica ou escolher a mais eficaz e menos complexa. É o momento no qual se criam novos objetos matemáticos e nele surgem novas técnicas. Nesse momento, é necessário retocar a tecnologia construída até então, e é o momento de pôr a técnica à prova, ou seja, uma mesma técnica pode ter o alcance para resolver outras tarefas desse mesmo tipo.

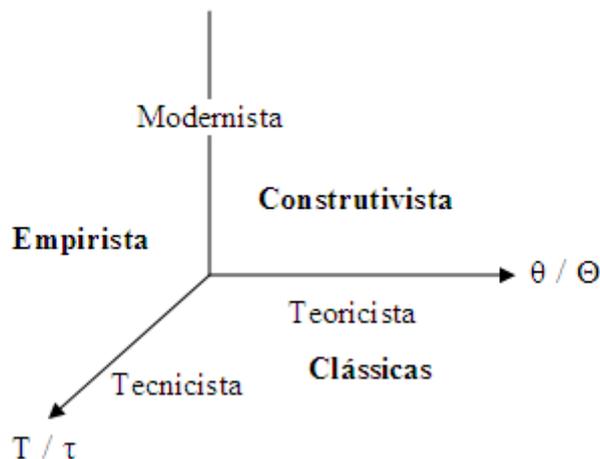
O quinto momento é o momento da institucionalização e tem por objetivo estabelecer o que é exatamente a organização matemática formada. É o momento em que o professor aponta para o aluno a técnica que melhor convém para realizar essa tarefa. É nesse momento que o professor diz ao aluno: “agora não precisa fazer mais assim, é necessário ir mais rápido, fazer de forma mais direta.” Esse momento não diz respeito somente à técnica, mas a toda organização matemática; diz respeito, portanto, à praxeologia matemática, de acordo com Chevallard (2001).

O sexto momento corresponde ao momento da avaliação, que é articulado com o momento da institucionalização. É o momento de fazer o balanço; é o momento da verificação. Avaliação, segundo Chevallard, não é invenção da escola, faz parte de toda atividade humana. É o momento de avaliar a técnica e de verificar o que ficou daquilo que foi aprendido.

É oportuno observar algo de grande relevância em relação a esses momentos de estudo, pois mesmo que o aluno estude sozinho, porque perdeu uma aula, por exemplo, ele terá que, necessariamente, passar por todos esses momentos para estudar determinado tipo de tarefa, como bem observa Chevallard (2001).

Gascón (2003) situou as organizações didáticas em correspondência com fatores da atividade matemática e estabeleceu três tipos de organizações didáticas que, para ele, são ideais. São ditas ideais porque não existem e nunca existiram em estado puro.

## 2.5 ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS – CONFORME GASCÓN



O esquema acima refere-se a um espaço tridimensional, cujos pontos representam uma organização didática possível. Os eixos representam três momentos ou dimensões da atividade matemática, isto é, o momento tecnológico – teórico,  $\theta / \Theta$ ; o momento do trabalho da técnica,  $T / \tau$ ; o momento exploratório. Em cada um dos eixos situam-se as organizações didáticas, as quais são caracterizadas por centrarem o processo de estudo em uma única vertente. São as organizações didáticas clássicas, empiristas e construtivistas.

Nas organizações didáticas clássicas, o ensino de Matemática é considerado como um processo totalmente controlável pelo professor, enquanto que as organizações didáticas empiristas consideram o processo de aprender Matemática semelhante a aprender a nadar ou a tocar piano, ou seja, pura reprodução e imitação. Já as organizações didáticas construtivistas consideram a aprendizagem como um processo contínuo de conhecimento que depende, sobretudo, dos conhecimentos adquiridos anteriormente.

As organizações didáticas clássicas se sustentam no euclidianismo; as empiristas, nos modelos epistemológicos e as construtivistas, nos modelos epistemológicos construtivistas.

Conforme Gascón (2003) as três organizações supramencionadas deram origem às demais organizações descritas na figura.

As organizações didáticas teoricistas são aquelas em que o professor enfatiza os conhecimentos acabados e cristalizados em teorias e, para ele, da atividade matemática só se considera o produto final. Essas organizações didáticas sustentam-se em um dos principais traços do Euclidianismo, o qual considera que o conhecimento matemático é resultado de um conjunto de proposições verdadeiras ou axiomas, cujos enunciados utilizam termos primitivos.

Para os teoricistas, ensinar e aprender Matemática é o mesmo que ensinar e aprender teoria. O processo didático se encerra no mesmo instante em que se inicia, conforme Gascón (2003), porque no ensino de Matemática em que predomina o teoricismo tudo acontece no momento do “primeiro encontro”, ou seja, o professor não leva os alunos a passarem pelos seis momentos de estudo, idealizados por Chevallard (2001) e descritos no item 2.4.

Os teoricistas consideram a resolução de problemas como atividade secundária, que serve como auxiliar na aprendizagem de teorias, isto é, a atividade de resolução de problemas não está diretamente ligada ao conhecimento matemático, servindo, na maioria das vezes, apenas para exemplificar, aplicar a teoria apresentada pelo professor em sala de aula.

Uma das características do teoricismo prega que, quem se apropria dessa organização didática, não valoriza os processos da atividade matemática e também não dá importância ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Para os que são adeptos dessa organização didática, o ensino da Matemática é mecânico e totalmente controlável pelo professor.

Para os teoricistas, aplicar uma “técnica matemática” significa realizar uma atividade que já foi determinada pela teoria. Geralmente, aqueles que trabalham com esse tipo de organização didática não permitem que os alunos trabalhem a técnica por conta própria, até que eles mesmos a desenvolvam. Na maioria das vezes, os alunos não conseguem mostrar um aprendizado específico.

Outro modelo de organização didática é o que valoriza o momento do trabalho com a técnica, que Chevallard (2001) caracteriza como segundo momento de estudo. Essa organização didática é denominada tecnicista ou tecnicismo e entendem o “ensinar e aprender Matemática”, com “ensinar e aprender técnicas”.

No tecnicismo o ensino consiste, basicamente, em propor exercícios que servem como “treinamento”, com a intenção de levar ao aluno o domínio das técnicas. A resolução de problemas surge para fixar técnicas elementares e não costumam trabalhar com problemas “diferentes”, que não sejam rotineiros.

Comparando as duas organizações didáticas, teoricistas e tecnicistas, podemos afirmar que as duas pensam no ensino como um processo mecânico e totalmente controlável pelo professor. Segundo o teoricismo, o aluno é uma caixa vazia, que deve ser preenchida gradativamente, iniciando pelos conteúdos mais simples até os conteúdos mais complexos. Já os tecnicistas consideram o aluno como um robô, que tende a dominar as técnicas mediante a repetição de atividades semelhantes.

Esses dois tipos de organizações didáticas são chamados organizações didáticas clássicas e no esquema adotado por Gascón (2003), estão entre o momento do trabalho com a

técnica e o momento exploratório. Essas organizações didáticas tratam os problemas matemáticos como se fossem isolados e descontextualizados.

No ensino em que predominam as organizações didáticas clássicas, a introdução de novos conceitos por meio de problemas tende a desaparecer, e os alunos, por sua vez, apresentam muita dificuldade em resolver problemas que não são semelhantes aos que foram trabalhados em sala de aula.

Outro tipo evidenciado no esquema são as organizações didáticas modernistas, nas quais pretende-se intensificar a atividade matemática com a exploração de problemas, propondo aos alunos problemas diferentes, utilizando alguns resultados conhecidos ou técnicas diversas. As organizações didáticas modernistas identificam “aprender Matemática” com aprender a atividade exploratória de problemas corriqueiros e também considera o processo de aprendizagem um processo de descobrimento indutivo e autônomo. Para os modernistas, ao resolver problemas deve-se utilizar uma combinação original de técnicas e trabalhar com eles durante muito tempo; não devem aparecer problemas semelhantes nos livros – textos; e o problema deve aceitar várias estratégias de resolução ou mais de um domínio matemático.

No modernismo, para que as teorias e as técnicas matemáticas sejam originais, sugere-se que a exploração seja realmente livre. O isolamento e a descontextualização dos problemas se agravaram mais ainda no modernismo.

Conforme Gascón (2003), cada um desses tipos de organizações didáticas: tecnicismo, tecnicismo e modernismo constituem tipos de organizações didáticas extremamente reducionistas pois enfatizam uma única dimensão da atividade matemática, ignorando as restantes.

Conforme esse autor, as organizações didáticas ideais supracitadas não aparecem nas instituições escolares de forma isolada, mas participam de diferentes tipos de organizações didáticas, sempre com caráter misto e bastante complexo.

Ao analisarmos as práticas docentes identificamos que os professores objetos de estudo centram o processo de ensino-aprendizagem em organizações didáticas clássicas, por exercitarem um ensino mecânico e totalmente controlado pelo professor.

## 2.6 PESQUISAS SOBRE FORMAÇÃO DE PROFESSORES E ENSINO DE GEOMETRIA

Levados pela questão: “Quais são as organizações didáticas e matemáticas implementadas por professores que atuam em Cursos de Licenciatura em Matemática, no

ensino de Geometria básica, mais especificamente no ensino de retas paralelas e de ângulos?” focamos o nosso estudo nas pesquisas de Pavanello (1989); Lorenzato (1995); Pereira (2001); Curi (2000); Santos (2005); Groenwald & Silva (2001); Pavão (2006).

O trabalho de Pavanello (1989) “O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica” é resultado de uma pesquisa na qual ela enfatiza a deficiência do ensino da Geometria nas escolas de Educação Básica, apontando como principal responsável o fato de essa disciplina ser programada para o final do ano letivo, além de esse conteúdo ser apresentado, nos livros didáticos, apenas nos últimos capítulos.

Outro motivo responsável pela deficiência do ensino desse conteúdo, apontado pela pesquisadora, é que os professores não se sentem capacitados ou seguros para assumirem qualquer trabalho que envolva Geometria.

A autora norteou a sua pesquisa por meio de duas questões: “Por que, quando e como o ensino de Geometria foi relegado a segundo plano?” e “Que prejuízos isso pode acarretar à formação do aluno?”

Ela ressalta que, “mesmo nos cursos superiores de Matemática, os alunos apresentam muita dificuldade em compreender os processos de demonstração ou são incapazes de usá-los ou mesmo de utilizar qualquer tipo de representação geométrica para a visualização de conceitos geométricos” (PAVANELLO, 1989, p.181).

Pavanello (1993) apresentou também o resultado de uma pesquisa, sob a forma de um artigo, intitulado “O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e conseqüências”, no qual ela destaca o abandono do ensino de Geometria nas últimas décadas, mais precisamente após a publicação da Lei 5692/71. Muitas pesquisas, segundo essa autora, têm sido realizadas por educadores matemáticos de todo o mundo que, preocupados com o real descaso dessa disciplina, têm privilegiado o tema em suas discussões, em todos os congressos que reúnem pessoas envolvidas com a Educação Matemática.

Um trabalho que merece destaque, também, é o de Lorenzato (1995), cujo estudo deu origem ao artigo: “Por que não ensinar Geometria?” Nesse trabalho, o autor procura relatar as principais causas que levaram ao fracasso do ensino dessa disciplina no Brasil e afirma que a mesma é considerada distante ou quase ausente das salas de aula, o que implica numa realidade lastimável. O autor descreve as possíveis causas que levaram a essa falha, sendo uma delas, o fato de que muitos professores não têm conhecimentos suficientes para desenvolverem com segurança a prática pedagógica dessa disciplina, por isso, ele afirma que

“Presentemente, está estabelecido um círculo vicioso: a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la.” (LORENZATTO, 1995, p.4)

Lorenzato (1995) propôs oito questões, elaboradas por alunos, sobre Geometria plana euclidiana, a 255 professores de 1ª a 4ª séries, com mais ou menos 10 anos de experiência de sala de aula, para o qual obteve como respostas cerca de 80% de erros. Além disso, somente 8% desses professores afirmaram que tentavam ensinar Geometria aos alunos.

A segunda causa desse fracasso, admitida pelo pesquisador, são os livros didáticos, os quais são bastante valorizados pelos professores. Nesses livros, geralmente a Geometria aparece apenas como um conjunto de definições, propriedades, fórmulas, desligada da realidade e não associada com outras disciplinas do currículo e até mesmo com outras unidades da própria Matemática.

Outra causa sugerida pelo autor está diretamente ligada aos currículos de cursos de formação de professores, nos quais a Geometria não tem uma posição de destaque. Então, surge um questionamento: Como alguém pode ensinar aquilo que não conhece? Lorenzato (1995, p.4) conclui, afirmando que, “será também necessário modificar os currículos dos cursos de formação de professores, investir fortemente no aperfeiçoamento do professor em exercício e lançar novas publicações tanto a alunos como a professores.”

Outra pesquisa que investigou o ensino de Geometria é de autoria de Maria Regina de Oliveira Pereira (2001), sob o título “A Geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino”, que investigou, principalmente, como as pesquisas têm tratado o esvaziamento dessa disciplina no modelo curricular da Educação Básica, selecionando trabalhos produzidos nos últimos vinte anos.

A autora também analisou em sua pesquisa os resultados do Sistema Nacional de Avaliação do Ensino Básico (SAEB) de 1995 a 1998 e observou que nos níveis referentes ao ensino da Geometria, a porcentagem de acertos dos alunos foi bem pequena, tanto para as séries finais do Ensino Fundamental, quanto para as séries iniciais do Ensino Médio. Após essa análise, a pesquisadora (1995,p.7) alerta que,

Todas essas questões e outras subsequentes, durante esses anos, geraram polêmicas e colaboraram para evidenciar a ausência da Geometria nas escolas, cujos reflexos, hoje, interferem nos saberes dos professores em atuação. Portanto, pode-se afirmar que os conteúdos que não foram aprendidos pelos professores também não serão sequer transmitidos, quanto mais interagidos – originando um círculo vicioso – que afeta, por conseguinte, gerações de alunos que não aprendem Geometria.

Para essa pesquisadora, as principais causas que levaram ao abandono do ensino de Geometria foram: deficiência na formação do professor de Matemática, omissão dessa disciplina nos livros didáticos e resquícios deixados pelo Movimento da Matemática Moderna.

Felizmente, essa realidade apresentada por esses pesquisadores está mudando, pois foi dado um passo importante a favor do ensino de Geometria na Educação Básica, que está relacionado à reestruturação do livro didático, quase sempre, único recurso utilizado e seguido pelo professor. Atualmente, os conteúdos aparecem distribuídos ao longo da coleção em capítulos alternados, ou seja, os temas referentes à Geometria estão sendo antecipados, para que não incorra no mesmo erro de sempre, o de deixar para o final do ano, não tendo tempo hábil para o seu estudo.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, implantadas após os resultados dessas pesquisas em 2001, e em relação aos currículos de cursos de formação de professores, prescrevem que

Os conteúdos curriculares dos cursos de Matemática deverão ser estruturados de modo a contemplar, em sua composição, as seguintes orientações:

- a) partir das representações que os alunos possuem dos conceitos matemáticos e dos processos escolares para organizar o desenvolvimento das abordagens durante o curso;
- b) construir uma visão global dos conteúdos de maneira teoricamente significativa para o aluno (2001, p.4).

O trabalho de pesquisa de Curi (2000), intitulado “Formação de professores de Matemática: realidade presente e perspectivas futuras”, tem como meta principal identificar, com base na análise da realidade atual, as perspectivas futuras, procurando estabelecer, também, o perfil de um número de professores de Matemática.

A autora situou historicamente a formação do professor especialista em Matemática, que reflete diretamente sobre o papel do professor na sociedade atual, em função de mudanças sociais e econômicas, precipitadas, que transformaram o trabalho e a imagem social dos professores. Descreveu um breve histórico sobre a formação do professor especialista no Brasil, tendo início com a fundação das Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras, a partir de 1934, cujo principal objetivo era formar professores para as escolas secundárias.

Segundo ela, o primeiro curso de Matemática teve seu início no segundo semestre de 1934, na Universidade de São Paulo (USP), o qual sofreu reformulações em 1945. Já naquela

época, os cursos de formação de professores despertavam pouco interesse nos jovens, mas mesmo assim eles proliferaram.

A observação feita pela autora é que, mesmo com todas as reformas previstas pela Lei 5692/71, a situação nas escolas quase não sofreu alterações. E as universidades, por outro lado, não se adaptaram a essa nova realidade e continuaram a formar professores preparados para trabalhar com alunos de uma classe social elitizada.

A autora recorre a Pietropaolo (1999, p. 44), quando este “afirma que, para as ações de implementação dos PCN, é preciso formar um professor com visão mais ampla sobre a Matemática e seu ensino, o que exige uma prática mais complexa e com maiores responsabilidades”. Curi assegura que:

Novos desafios se impõem na formação do professor de Matemática com um novo perfil, e os currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática devem ser totalmente reorganizados se quisermos melhorar a qualidade do ensino de Matemática no Ensino Fundamental e Médio (CURI, 2000, p. 45).

Em relação à procura por cursos de formação de professores, segundo relato da pesquisadora, existe pouco interesse dos candidatos por esses cursos, comparados a outros que as universidades oferecem. No Brasil, ocorre uma desvalorização da carreira profissional do professor e também descrédito da profissão, por serem responsabilizados como os únicos culpados pela baixa qualidade da educação do País, como forma de minimizar os problemas da educação. Sendo assim, é necessário repensar, urgentemente, os cursos de formação de professores.

Pertinente ao que estamos pesquisando, encontramos no trabalho de Curi (2000, p.9),

Embora a disciplina Fundamentos de Matemática Elementar, de acordo com o parecer CFE 292/62, devesse ter um enfoque de revisão dos assuntos lecionados nos cursos de Matemática dos ginásios e dos colégios, esta era enfocada nesse curso como uma disciplina a mais do curso de Matemática, com um currículo voltado a estudos de conteúdos normalmente desenvolvidos no terceiro grau.

Essa pesquisa, porém, foi realizada antes da implantação das Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, as quais têm como objetivo principal fornecer orientações para que ocorram melhorias e transformações, tanto nos cursos de Bacharelado, quanto nos cursos de Licenciatura em Matemática. E, também para assegurar que os egressos desses cursos sejam preparados adequadamente para a carreira escolhida.

Segundo essas Diretrizes (2001, p.5), além dos conteúdos comuns a todos os cursos de Licenciatura, a parte comum ainda deve incluir:

- a) conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica, nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
- b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;
- c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática.

A pesquisa de Santos (2005), intitulada “Conteúdos Matemáticos da Educação Básica e sua abordagem em curso de Licenciatura em Matemática”, investiga, nos cursos de Licenciatura em Matemática, o que é trabalhado em relação aos conteúdos da disciplina de Matemática na Educação Básica e de que forma os coordenadores de cursos estão tratando a articulação entre os conteúdos matemáticos ensinados na Licenciatura e os que serão ensinados pelos egressos desses cursos, nos níveis de ensino nos quais eles atuarão.

Santos (2005, p. 34) cita Pires que, em seu artigo “Reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática”, afirma que “a formulação de um curso de formação de professores de Matemática não pode iniciar com um conjunto de disciplinas definidos *a priori*, mas na definição de quais são as competências gerais e específicas que se pretenda que o professor construa ao longo de sua carreira profissional”.

Santos destaca ainda, com base nas afirmações de Pires (2002), que apesar de existirem as competências profissionais comuns a todos os professores, as quais estão descritas no Conselho Nacional de Educação, faz-se necessário discutir as competências específicas na formação de professores de Matemática.

Conforme Santos, a ênfase dada aos chamados conteúdos elementares, ou da Educação Básica, não deve ser tratada apenas como tópicos de revisão dos conteúdos que os futuros professores já estudaram ou que deveriam ter estudado, pois essa atitude dos professores provocaria desinteresse por parte dos ingressantes e destaca ainda, que os cursos de Licenciatura devem preparar o indivíduo para a docência, proporcionando um tratamento especial aos conteúdos matemáticos da Educação Básica, privilegiando o processo de construção desses conhecimentos, sua origem, de maneira articulada com as disciplinas pedagógicas, de forma que os futuros professores possam consolidar e ampliar os conteúdos com os quais irão trabalhar na Educação Básica.

Ainda de acordo com Santos (2005), ao citar Curi (2000), afirma que nos cursos de Licenciatura em Matemática, geralmente, a disciplina que desenvolve conteúdos do Ensino

Básico é a de Fundamentos de Matemática Elementar, a qual foi incorporada nos currículos de Licenciatura em Matemática pelo Parecer 292/62, com o intuito de fazer uma análise e revisão dos conteúdos estudados em Matemática nos ensinos Fundamental e Médio.

Porém, o que acontece na realidade dos cursos de Licenciatura, conforme afirma o autor, é que na referida disciplina é feita apenas a revisão dos conteúdos que os professores formadores consideram como pré-requisitos, ou seja, que sirvam de base para que os alunos possam acompanhar o curso. Também não basta uma formação que desenvolva apenas conteúdos matemáticos, mas são necessárias aportes de investigações didáticas, porque são imprescindíveis na tarefa de ensinar.

De acordo com o resultado do trabalho de Santos (2005, p.127),

Grades e ementas de cursos de Licenciatura em Matemática permitem inferir que o que está sendo trabalhado relativamente aos conteúdos matemáticos da Educação Básica nos cursos de Licenciatura não contribui para a superação de crenças, concepções e atitudes constituídas em função de experiências anteriores; desse modo, é possível prever que esses alunos continuarão reproduzindo aulas de Matemática como as que tiveram em seu tempo de estudantes, muito distantes de contemplar uma visão histórica e social da Matemática e da Educação Matemática, ou perspectivas problematizadoras a respeito da compreensão de ideias matemáticas.

O autor enfatiza ainda as dificuldades que os coordenadores enfrentam em relação ao grupo de professores de seu curso; o problema torna-se grave nas instituições em que há uma divisão entre “matemáticos” e “educadores matemáticos”, pois neste caso estão em jogo as concepções de cada grupo sobre o que significa formar um professor de Matemática.

Mas, além disso, as respostas dadas pelos alunos nas entrevistas foram os aspectos relevantes para que o pesquisador ficasse convencido da necessidade de rever e investir nos cursos de Licenciatura, porque alunos concluintes afirmam que não estão preparados para ensinar Matemática nos ensinos Fundamental e Médio. Esses alunos alegam que a insegurança deve-se também à falta de um tratamento adequado dos conhecimentos didáticos.

Desse modo, o autor recomenda a importância de ampliar os estudos sobre a formação inicial de professores de Matemática, como também investir na formação continuada de coordenadores de curso e de professores formadores.

Groenwald e Silva (2001) analisam os objetivos das Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Licenciatura em Matemática e as habilidades que os professores desses cursos devem desenvolver em seus alunos.

O trabalho é resultado da análise de dois enfoques muito discutidos no ensino de Matemática: o tradicional e o construtivista. No enfoque tradicional, o ensino consiste basicamente na transmissão de conhecimento e no construtivista, o conhecimento é construído a partir da ação do sujeito com o meio. Nesse caso, o professor é um facilitador da aprendizagem e o aluno é solicitado a agir com a situação problema, facilitando sua compreensão. As autoras afirmam que apesar das ideias construtivistas estarem em discussão há mais de cinquenta anos, sua aplicação no ensino deixa a desejar.

Segundo as autoras, os alunos da Educação Básica apresentam dificuldade em relação à aprendizagem da Matemática, o que leva à necessidade de analisar essa questão e de como os cursos de Licenciatura podem orientar os futuros professores para que possam conduzir de maneira significativa o aprendizado dessa disciplina.

Em relação à postura do professor formador, as pesquisadoras (2001, p.4) alertam que,

Se o licenciando, durante a sua formação, tiver oportunidade de participar de aulas onde o professor é um facilitador da aprendizagem e possa reproduzir o processo histórico que fez o homem chegar aos sintéticos processos matemáticos, sentindo o prazer de aprender, formará uma nova visão sobre os seus futuros alunos. Tornando-se um educador que incentiva o pensar, seleciona problemas que estimulam o raciocínio, ao invés de sobrecarregar a memória do aluno e seja um professor com condições de propor situações de aprendizagem que desafiem seus futuros alunos.

E, essas autoras concluem o trabalho afirmando que “[...] os cursos de Licenciatura devem ampliar e consolidar um espaço para discussão e aprofundamento de temas de interesse para Educação Matemática [...]” (GROENWALD e SILVA, 2001, P.7).

O trabalho de Zélia Milléo Pavão (2006), intitulado Formação do professor-educador matemático em cursos de Licenciatura, também foi analisado por nós, por tratar-se de um estudo que beneficia questões gerais sobre a formação de professores de Matemática. Para essa pesquisadora, o maior problema que ocorre nos cursos de formação de professores consiste no distanciamento entre a teoria e a prática.

A autora recomenda que, desde o início da graduação, é preciso envolver os licenciandos em atividades que os levem a questionar a própria ação docente.

Pavão (2006, p.166) recomenda que

A formação do professor de Matemática no curso de Licenciatura deve compreender a formação em Educação Matemática. O curso de Licenciatura é o momento oportuno para o contato inicial do futuro professor de Matemática com questões específicas da área de Educação Matemática, não

podendo permanecer relegada aos cursos de pós-graduação, aos quais pouquíssimos professores têm acesso e alguns outros, tardiamente.

Como o objeto dessa pesquisa nasceu de uma inquietação nossa e, mais precisamente, por julgarmos que existe um círculo vicioso que ora se estabeleceu em todos os níveis de ensino e, mais especificamente no ensino de Geometria, consideramos que se faz necessário refletir sobre os cursos de Licenciatura e ter sempre em mente esse questionamento: como alguém irá ensinar de tal forma como nunca aprendeu?

O ideal seria que os professores dos cursos de Licenciatura em Matemática se conscientizassem que estão formando professores que irão atuar no ensino de Matemática na Educação Básica e que as suas atitudes em sala de aula serão reproduzidas. Por isso, ao invés dos formadores despejarem conteúdos para os licenciandos, eles poderiam dar mais oportunidade para que esses alunos pudessem raciocinar, discutir e descobrir por si mesmos, contextualizar, sem receber tudo pronto do professor.

O capítulo a seguir abordará os aspectos metodológicos da pesquisa em questão, buscando trazer à tona algumas respostas à pergunta orientadora deste estudo.

## CAPÍTULO III

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Aqui descreveremos os aspectos metodológicos utilizados neste trabalho. O método empregado é o fenomenológico com abordagem qualitativa, por nos parecer o mais adequado para atingir o objetivo proposto e responder à pergunta orientadora dessa pesquisa.

#### 3.1 MÉTODO FENOMENOLÓGICO COM ABORDAGEM QUALITATIVA

Segundo Bicudo (1994), fenomenologia é uma investigação direta que consiste na descrição de fenômenos, livre de conjeturas e de preconceitos. Para a fenomenologia, a verdade é o mesmo que revelação do que é eficaz ao fenômeno. De acordo com a mesma autora, fenomenologia conglobera alguns fenômenos, como *epoché*, quando põe o fenômeno separado dos demais, deixando de lado as crenças, as doutrinas e explicações existentes e a redução, que ocorre quando o pesquisador descreve apenas o visto, eliminando o que julgar desnecessário.

Na pesquisa qualitativa, o pesquisador expõe o fenômeno e não o explica, conforme descrito por Fini (2004), que considera como fenômeno tudo que surge para a consciência; que é manifestado, para a mesma, como resultado de uma interrogação, como por exemplo, no caso desta pesquisa “como ocorrem as organizações didáticas e matemáticas, implementadas por professores dos cursos de Licenciatura em Matemática, para organizar o estudo de retas paralelas e de ângulos?” São dúvidas que temos e devemos questioná-las. “A interrogação, de acordo com Martins, é o ponto de maior importância nesta modalidade de pesquisa, pois ela indica a trajetória a ser percorrida pela investigação, definindo procedimentos e sujeitos e apontando a direção da análise e respectiva interpretação.” (BICUDO, 2000, p.81)

Nosso objetivo está diretamente ligado à interpretação, compreensão e manifestação do fenômeno em estudo; portanto, tomaremos por base para a análise os fundamentos da Fenomenologia aplicada à Educação.

O fenômeno por nós investigado nesta pesquisa são as organizações didáticas e as organizações matemáticas praticadas pelos sujeitos do estudo. Esse fenômeno deve ser

abordado a partir da experiência vivida pelo sujeito, porque na pesquisa qualitativa fenomenológica “[...]o objetivo é buscar a essência (ou estrutura) do fenômeno que deve se mostrar necessariamente nas descrições”, conforme assegura Ferreira (1994, p.77).

Seguindo essa mesma linha de pensamento, entendemos que fenomenologia quer dizer deixar que as coisas se manifestem como elas são, sem que coloquemos nelas as nossas certezas e opiniões, tal qual acredita Ferreira (1994, p. 78): “o significado não está nas coisas, mas na capacidade que a consciência tem de atribuí-lo.”

### 3.1.2 FENOMENOLOGIA APLICADA À EDUCAÇÃO

Ao questionarmos sobre o aporte da fenomenologia para a educação encontramos, em Bicudo (1999, p.13), a seguinte declaração:

A fenomenologia se mostra apropriada à educação, pois ela não traz consigo a imposição de uma verdade teórica ou ideológica preestabelecida, mas trabalha no real vivido, buscando a compreensão disso que somos e que fazemos - cada um de nós e todos em conjunto. Buscando o sentido e o significado mundanos das teorias e das ideologias e das expressões culturais e históricas.

Compartilhando com esse pensamento, Martins (1992, *apud* ESPÓSITO, 1994, p.84) define a educação como

a crença no desenvolvimento da consciência e na unidade e continuidade de sua ação, ou seja, na possibilidade que tem consciência individual de se desenvolver, estendendo-se em amplitude e complexidade de conhecimento e de estados de alerta para a sua própria história-viva. Educar, nesta acepção, será a trajetória a ser percorrida para que sejamos nós mesmos ou para que possamos cuidar (zelar) do outro para que seja ele próprio.

De acordo com esse pensamento, a produção de conhecimento não se estabelecerá em algo que poderá ser transmitido pelo professor, ao mesmo tempo em que é aceito e repetido pelo aluno. Sendo assim, o professor será aquele que vai educar deixando que o aluno seja ele mesmo; será um ser atuante, participando de todas as situações de sala de aula, refletindo sua forma de ver o mundo. Para confirmar essa idéia, encontramos em Ferreira (1994, p.177) a seguinte afirmação:

O ensino centrado no professor volta-se para o que é externo ao aluno: programas, disciplinas, avaliações, autoridades. O papel do educando reduz-se a repetir o conteúdo passado pelo mestre, decorá-lo, reproduzi-lo o mais fielmente possível, ser obediente, disciplinado e executar tudo o que a escola lhe prescrever, sem nunca questionar o que os mais velhos lhe dizem.

Esta não é, com certeza, a forma ideal de ensino; não deve ser o que se deseja para a formação do educando; será necessário colocar a educação a favor de todos os seres humanos, contribuindo para formar um homem sujeito de sua própria história.

A fenomenologia trabalha com o real, tal como ele é vivido no cotidiano, ou seja, não parte de suposições ou crenças sobre o aluno, sobre a escola ou sobre a prática docente, mas considera o aluno e o professor naquela realidade em que se situa a escola.

### 3.1.3 A PESQUISA NA ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA

Ao iniciar a sua trajetória, um pesquisador deve deixar de lado tudo o que ele já conhece a respeito desse fenômeno que está sendo interrogado, porque conforme referenciado anteriormente, para analisar um fenômeno, é necessário abandonar a sua maneira comum de olhar sempre que estiver analisando o fenômeno sob a luz da fenomenologia. Bicudo (1999, p.14) define fenomenologia como:

“Fenomenologia” é um nome composto: “fenômeno” vem da palavra grega *phainomenon*, que deriva do verbo grego *phainestai* e significa “o que se manifesta, se mostra, aparece”. Logo possui muitos significados, como “o que reúne, unifica, o unificante, raciocínio, discurso, reunião”. Fenomenologia, então, pode ser entendida como o estudo que reúne os diferentes modos de aparecer do fenômeno ou o discurso que expõe a inteligibilidade em que o sentido do fenômeno é articulado.

Para pesquisar um fenômeno numa abordagem fenomenológica, é necessário ter uma interrogação e andar em torno dela, conforme afirma Fini (1994), porque o fenômeno é algo que aparece na consciência e se revela para esta como resultado de uma interrogação. Segundo Machado (1994, p.36), “[...] na pesquisa fenomenológica não há problemas a serem investigados; o pesquisador tem dúvidas, às quais interroga.”

Como “[...] não existe possibilidade de interrogar, por exemplo, o ensino ou aprendizagem, mas sim o sujeito que está ensinando e o sujeito que está aprendendo” (Fini, 1994, p. 25), para averiguarmos a nossa indagação, analisamos o caderno de três alunos (sujeitos que estão aprendendo), de cada uma das três instituições de Ensino Superior que oferecem o curso de Licenciatura em Matemática na cidade de Dourados.

Analisamos os cadernos dos alunos porque acreditamos que os registros feitos por eles correspondem, com certa margem de segurança, às atividades que os professores desenvolvem, efetivamente, em sala de aula e, também, porque os professores universitários, geralmente, têm certa resistência em permitir que outros professores observem suas aulas –

fato observado com base no senso comum. Como nossa indagação está diretamente ligada aos conteúdos geométricos e não poderíamos analisar todos esses conteúdos, fizemos um recorte e optamos pelos conteúdos referentes a retas e ângulos, um conteúdo trabalhado, basicamente, em todos os níveis da Educação Básica.

Este trabalho está fundamentado na “Teoria Antropológica do Didático”, de Chevallard (1991), por nele constar uma análise praxeológica com a finalidade de identificar, na ação do professor de Geometria dos cursos de Licenciatura em Matemática, os tipos de tarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias adotadas por esse profissional em sala de aula.

Entendemos que o método pode ser articulado à teoria e, para tanto, selecionamos os tipos de tarefas, agrupando-os por temas, constituindo, assim, o que os fenomenólogos denominam confluências temáticas, que por sua vez são constituídos por tipos de tarefas e estas, finalmente, correspondem às unidades de significado. Sendo assim, podemos dizer que as tarefas por nós selecionadas para análise correspondem a uma relação de unidades de significados, em conformidade com o que considera Garnica (1999, p.119):

As unidades de significado, por sua vez, são recortes considerados significativos, pelo pesquisador, dentre os vários pontos aos quais a descrição pode levá-lo. Para que as unidades significativas possam ser recortadas, o pesquisador lê os depoimentos à luz da sua interrogação, por meio da qual pretende ver o fenômeno que é olhado de uma dentre as várias perspectivas possíveis.

Essas unidades, no enfoque fenomenológico, só têm significado em relação ao sentido do todo, ou seja, sem perder de vista a interrogação. Definimos os tipos de tarefas e fizemos, em seguida, as convergências - buscamos nas descrições os pontos comuns. As convergências foram estabelecidas após várias leituras, com o objetivo de agrupar as que melhor desvelam o fenômeno.

Feita a escolha dos tipos de tarefa, realizamos uma leitura seletiva e reflexiva das atividades propostas pelo professor, em sala de aula, com o objetivo de analisarmos as organizações matemáticas, quais sejam: os tipos de problemas que surgem das questões; as técnicas que permitem resolver esses problemas; as tecnologias que justificam as técnicas; as teorias que servem de fundamentos para as tecnologias. Vale esclarecer que analisamos as tarefas de apenas um professor, por entendermos que as tarefas propostas por esse professor apresentam mais praxeologias e, também, porque nosso objetivo não é comparar as práticas implementadas pelos sujeitos da pesquisa.

Ressaltamos que, ao proceder a uma análise das práticas docentes por meio de uma abordagem antropológica, na linha proposta por Chevallard (1999), a primeira ação desencadeada foi realizar um levantamento de todas as tarefas propostas aos alunos, pelos professores participantes da pesquisa, relativas ao estudo de *retas e de ângulos*. Embora o estudo desse tema envolva muitas noções, o enfoque dado pelos professores que participaram da pesquisa esteve mais voltado para as aplicações que envolvem diretamente os ângulos formados por um feixe de retas paralelas com uma transversal. Em outras palavras, o contexto de realização das tarefas está delimitado ao próprio saber matemático.

Analizamos, também, as organizações didáticas, isto é, a prática pedagógica do professor e como esse profissional utiliza os objetos ostensivos, que, segundo Chevallard, são os objetos que podem ser manuseados - os sons, os grafismos, os gestos – e, ainda, os objetos não-ostensivos, que consistem em ideias e conceitos, entre outros, que não podem ser manipulados.

Além das informações obtidas nos cadernos dos alunos, identificamos, por meio de entrevista semi-estruturada, o que pensam os professores e os alunos, sujeitos da pesquisa, em relação à organização do estudo de retas paralelas e de ângulos.

Os dados principais da pesquisa são os registros identificados nos cadernos dos alunos; o conteúdo dos discursos dos professores surge como dados complementares da análise feita por nós.

O objeto investigado foi procurado na coleta desses discursos e, a partir dos relatos ou discursos dos envolvidos, buscamos a essência do fenômeno pesquisado, desvelando-o, gradativamente, considerando as percepções dos indivíduos.

Procuramos orientação no método fenomenológico por entendermos que esse método atenderia às possibilidades de concretização desta pesquisa, por buscarmos compreender o processo de ensino e aprendizagem do aluno do curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Geometria, tendo como temática a análise da prática docente.

Nesta pesquisa, consideramos como fenômeno “as práticas docentes...”; para analisá-lo, utilizamos, além da análise praxiológica feita nos cadernos de três alunos do professor Tadeu, sujeito da pesquisa, o depoimento de dois professores e de uma aluna, para aprimorar a compreensão do fenômeno para o qual aponta a pergunta orientadora, seguindo a visão de Bicudo (1994), que considera o seguinte: “Discurso é o *logos*, a inteligibilidade aparecendo e

se estabelecendo na comunicação (na linguagem)” (p.20) e, também, da pesquisadora Fini (1994, p. 28), que observa:

Os dados são, pois, as situações vividas pelos sujeitos que são tematizados por eles, conscientemente nas descrições que faz. Ao descrevê-las, espera-se que os sujeitos simplesmente relatem de modo preciso o que ocorre com eles ao viver suas experiências.

Ressaltamos que colhemos o depoimento da aluna porque um dos professores, por problemas particulares, não pôde participar da etapa da pesquisa que consistiu na coleta do depoimento de cada um dos envolvidos, em entrevista semi-estruturada. Optamos por colher o seu discurso, por entendermos que o depoimento complementa ou confirma a prática do professor em sala de aula, prática esta identificada na análise dos cadernos dos alunos; buscamos, portanto, “[...] através das descrições das experiências vividas, a essência do fenômeno buscado”, conforme afirma Machado (1994, p.37).

Os depoimentos (discursos) foram colhidos em gravações e, em seguida, foram transformados em textos, lidos atentamente pela pesquisadora. Uma leitura realizada do início ao fim, várias vezes, para obtermos um sentido geral da fala do sujeito, para tomarmos conhecimento do conteúdo de cada um dos depoimentos.

A leitura foi guiada pela pergunta-diretriz; a nossa interrogação e o nosso olhar estavam voltados para o discurso do professor, buscando, em suas palavras, algum indício que desvelasse a sua organização didática e sua organização matemática. Dessa forma, identificamos as frases que nos pareciam mais significativas, que pudessem responder à nossa questão diretriz. Surgiram, então, nessa fase, as unidades de significado ou unidades significativas, tal como considera Danyluk (1998, p. 67): “[...] As unidades de significado são recortes julgados significativos pelo pesquisador, dentre os vários pontos aos quais a descrição pode levá-lo.”

Na etapa seguinte, elaboramos um discurso articulado, que consiste na passagem dos objetos para os significados, ou seja, passamos as unidades significativas da linguagem dos sujeitos da pesquisa para a nossa linguagem; buscamos, nas “unidades de significado”, a fala do sujeito que responde a nossa interrogação, como por exemplo, “... eu faço essa exposição no quadro...” ou “a gente define então esses ângulos ...”. Machado (1994, p .40) afirma que,

“[...] Este momento se dá dentro de uma imersão empática no mundo da descrição, onde o pesquisador procede à intersubjetividade ou ao momento em que os mundos pesquisador/pesquisado se interpõem em áreas que se tocam e se interpenetram. O pesquisador busca acesso ao mundo-vida e ao pensar do sujeito”.

Seguindo essa mesma linha de raciocínio, segundo Dorneles (2002, p. 84), na pesquisa fenomenológica faz-se necessário “[...] a análise e a interpretação das descrições de acordo com o rigor do método, visando à busca da essência.”

Em seguida, passamos à análise nomotética, que consiste numa relação de convergência entre as unidades significativas. Para explicitar melhor em que consiste essa análise recorremos ao conceito elaborado por Machado (1994, p. 42) que afirma: “A análise nomotética não é apenas uma verificação cruzada da correspondência de afirmações reais, mas uma profunda reflexão sobre a estrutura do fenômeno”. Na análise ideográfica buscamos a compreensão do fenômeno interrogado com base na vivência dos sujeitos da pesquisa, e na análise nomotética ocorre a passagem do individual para o geral, atingindo-se as categorias abertas.

Desse modo, as convergências tendem para pontos comuns que facilitam desvendar o fenômeno “**práticas docentes implementadas por professores no estudo de retas paralelas e de ângulos**”, ou seja, as organizações didáticas e as organizações matemáticas desses professores. (Danyluk, 1998, *apud* Melo, 2002, p.97) salienta que “[...] Na tentativa de encontrar o que o texto não disse, o pesquisador, com seu olhar atento, revisita as Unidades de Significado, buscando evidências nas análises já realizadas, e trama uma rede de novas significações, enfocando as convergências”.

Da análise de um total de quarenta e quatro frases significativas ou unidades de significado, retiradas dos discursos, resultaram as confluências temáticas, num total de oito, após buscarmos as convergências entre elas. E essas confluências temáticas, após uma análise mais apurada, convergiram para duas categorias abertas, que foram identificadas como *aspectos metodológicos* e *aspectos matemáticos*.

No momento final, procedemos à análise dessas categorias abertas, à luz da Teoria Antropológica do Didático, tendo o nosso olhar sempre dirigido para a nossa interrogação, ou seja, a questão que norteou o nosso estudo. E foi nesse momento que nós construímos nosso próprio discurso.

## CAPÍTULO IV

### 4 CARACTERÍSTICAS DOS SUJEITOS DA PESQUISA

Iniciaremos este capítulo com a caracterização dos envolvidos na pesquisa - três professores e nove alunos -, pertencentes aos três cursos de Licenciatura em Matemática da cidade de Dourados, Mato Grosso do Sul, sendo dois cursos de instituição de ensino superior pública e um curso de instituição privada. Vale ressaltar que nas instituições públicas o regime é anual e na particular o regime instituído é o semestral.

Os três professores, cuja prática foi analisada, passarão a ser chamados por professor João, professor Pedro e professor Tadeu, para preservar suas identidades. O professor João é graduado em Matemática – Licenciatura plena no ano de 1977 e possui especialização em Tecnologia Educacional Aplicada ao Ensino em 1984, conduzindo o ensino de Geometria para futuros professores de Matemática desde 1979. O professor Pedro é graduado em Matemática, ano de 1985 e tem especialização em Metodologia do Ensino Superior, atuando na condução do ensino de Geometria desde o ano de 2000. E o professor Tadeu, graduado em Ciências com habilitação em Matemática em 1995 e Mestre em Educação, atua no ensino de Geometria para alunos de cursos de Licenciatura em Matemática, desde 2000.

#### 4.1 CARACTERÍSTICAS DAS INSTITUIÇÕES EM QUE OS SUJEITOS ATUAM

As três instituições de ensino superior oferecem outras disciplinas de Geometria no curso, mas estamos analisando somente as disciplinas que são oferecidas no primeiro semestre do primeiro ano de cada um dos cursos, por entendermos que essa disciplina se compõe dos conteúdos básicos de Geometria. A instituição de ensino superior A oferece a disciplina de Geometria que analisamos, e também a disciplina Geometria Analítica, no transcorrer do curso.

#### GEOMETRIA

Noções e Proposições Primitivas: Ponto, reta e plano. Segmento, ângulo e triângulo. Construções Fundamentais. Polígonos e construções geométricas; Quadriláteros notáveis. Triângulos: Pontos notáveis do triângulo, triângulo retângulo, Semelhança de Triângulos, Potência de ponto, Teorema de Tales e Pitágoras. Circunferência e círculo. Áreas de figuras planas. Figuras no espaço: prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera; volume das figuras espaciais.

## GEOMETRIA ANALÍTICA

Vetores. Estudo da reta e do plano. Mudança de coordenadas. Cônicas e quádricas.

A instituição B oferece a disciplina de Elementos de Geometria por nós analisada, e mais as disciplinas:

### ELEMENTOS DE GEOMETRIA

Elementos de geometria plana. Ângulos e perpendicularidade. Polígonos. Triângulos. Paralelismo. Quadriláteros. Proporcionalidade e Semelhança de triângulos. Figuras poligonais e suas áreas. Circunferência e superfícies esféricas. Área de círculo e setores. Sólidos e seus volumes.

### CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Axiomas e noções primitivas. Ângulos. Reta e plano. Polígonos. Distâncias. Circunferências e círculo. Lugar geométrico. Operações e construções com ângulos. Ângulos na circunferência e arco capaz. Razão e proporção. Divisão gráfica de segmentos. Semelhança de triângulos. Relação métrica do triângulo retângulo. Construções com segmentos. Triângulos e quadriláteros. Translação e simetria. Retificação e divisão da circunferência. Áreas das principais figuras geométricas. Equivalências. Potência de um ponto em relação a uma circunferência. Tangência. Elipse, hipérbole e parábola.

### VETORES E GEOMETRIA ANALÍTICA ESPACIAL

Vetores no espaço. Dependência linear. Produto escalar, vetorial e misto. Estudo da reta e do plano no espaço. Estudo das superfícies quádricas. Mudança de coordenadas no espaço. Classificação das quádricas.

### VETORES E GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA

Coordenadas no plano. Distância entre dois pontos. Equação de uma circunferência. Posição relativa de duas circunferências. Coordenadas polares. Vetores no plano. Estudo da reta no plano. Cônicas.

Da instituição C, analisamos a disciplina de Fundamentos de Geometria I e apresentamos também as demais disciplinas:

### FUNDAMENTOS DE GEOMETRIA I

Ênfase nas construções geométricas. Geometria Euclidiana.

### FUNDAMENTOS DE GEOMETRIA II

Polígonos. Circunferência e Círculo. Transformações no plano. Áreas de figuras planas.

### GEOMETRIA ANALÍTICA E VETORES I

Vetores. Vetores no  $\mathbb{R}^2$ . Vetores no  $\mathbb{R}^3$ . Produtos de Vetores. A reta.

### GEOMETRIA ANALÍTICA E VETORES II

O plano. Distâncias. Cônicas. Superfícies quádricas.

### GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

Desenvolvimento histórico da Geometria. O método axiomático. Geometria plana, espacial e medidas. Figuras poligonais e suas áreas. Sólidos e seus volumes.

## 4.2 CARACTERÍSTICAS DOS LIVROS DIDÁTICOS EMPREGADOS PELOS SUJEITOS

Os três professores investigados usam livros como recursos auxiliares para suas aulas: O professor João usa o livro Elementos de Geometria e Desenho Geométrico – Vol. 1 e 2 de José Carlos Putnoki “Jota”, sendo que o volume 1 contém a estrutura básica das construções

geométricas e é usado no primeiro semestre do ano letivo e o volume 2 inicia com o estudo de simetria, translação e homotetia e é utilizado no segundo semestre. Os alunos desse professor acompanham as aulas pelo livro, adotado para ser seguido durante o ano letivo, onde destacamos que o livro não é utilizado somente como apoio em suas aulas, mas como base de suporte didático. Uma das propostas pedagógicas dessa obra está relacionada ao uso de régua e compasso, apresentando o desenho geométrico integrado com a Geometria. Em nossa avaliação, trata-se de uma obra que valoriza bastante a técnica, por isso dentro da classificação de Gascón (2003), ela está mais próxima da linha tecnicista.

O professor Pedro utiliza como recurso para suas aulas, os livros Fundamentos de Matemática Elementar de Gelson Iezzi & Osvaldo Dolce, volumes 9 e 10. “Fundamentos de Matemática Elementar” é uma coleção em dez volumes que tem como objetivo principal dar ao aluno uma visão global da Matemática ao nível do Ensino Médio. O volume 9 apresenta conteúdos de Geometria plana, os quais foram trabalhados no primeiro semestre do ano letivo, partindo de noções e proposições primitivas até áreas de superfícies planas. O volume 10 trata de conteúdos que envolvem Geometria plana e espacial. Inicia a apresentação dos conteúdos pela definição, cita propriedades e apresenta demonstrações estratégicas.

O professor Tadeu usa o livro Geometria Euclidiana Plana, de João Lucas Marques Barbosa que, segundo o próprio autor, foi escrito para servir de texto a futuros professores de Matemática, na disciplina de Geometria, provavelmente a básica. Apresenta construções que usam a régua e o compasso, mas não valoriza as construções geométricas, tanto quanto o autor Jota. Pelas suas características e levando em conta as organizações didáticas estabelecidas por Gascón (2003), o livro adotado pelo professor Tadeu se aproxima mais da linha teoricista.

Ressaltamos que aqui se fez tão somente um breve comentário sobre os livros escolhidos, uma vez que o objetivo deste estudo se limita à abordagem da prática adotada pelos docentes da pesquisa em sala de aula.

## **PARTE A : ANÁLISE DAS PRAXEOLOGIAS DOCENTES**

O objetivo aqui é descrever uma análise das organizações praxeológicas concebidas e implementadas pelos professores participantes da pesquisa para conduzir a investigação ao tema de estudo, que denominamos *retas paralelas e ângulos*. Para isso, resolvemos dividir a análise em duas partes. A primeira delas será reservada para analisar especificamente as praxeologias no contexto da sala de aula, enquanto que a segunda parte foi reservada para

análise das entrevistas que realizamos com os professores, com a intenção de complementar as informações e melhor esclarecer o sentido de suas práticas e argumentos didáticos.

## **PRIMEIRA PARTE - PRAXELOGIAS NA SALA DE AULA**

Tendo em vista a nossa intenção de proceder a uma análise das práticas docentes por meio de uma abordagem antropológica, na linha proposta por Chevallard (1999), nossa primeira ação foi realizar um levantamento de todas as tarefas propostas aos alunos, pelos professores participantes da pesquisa, relativas ao estudo de *retas e de ângulos*. Embora, o estudo desse tema envolva muitas noções, o enfoque dado pelos professores que participaram da pesquisa está mais voltado para as aplicações que envolvem diretamente os ângulos formados por um feixe de retas paralelas com uma transversal.

Como as tarefas propostas pelos professores encontram-se registradas nos cadernos dos alunos, fizemos opção por trabalhar com essa fonte de informação para conduzir nossa pesquisa, tendo em vista que, como já citado, normalmente, os professores universitários não estão habituados a permitirem observadores de suas aulas, tal como acontece na Educação Básica. Por outro lado, devido à tradição de alguns alunos de registrarem com detalhes a aula do professor universitário, entendemos que a escolha desse tipo de fonte justifica-se. Além do mais, acreditamos que os registros feitos pelos acadêmicos correspondem, com uma boa margem de segurança, às atividades que os professores desenvolveram em sala de aula.

Por certo, no que diz respeito aos apontamentos usados pelos professores, esse tipo de anotação não nos permite captar a realidade de todos eles, tendo em vista que as expressões verbais, os gestos e até mesmo a utilização de algum objeto material não se encontram registrados nos cadernos. Por outro lado, consideramos essa fonte suficiente, por conter a parte mais formal e sistematizada do estudo matemático.

Foi com esse propósito que analisamos os nove cadernos de alunos dos três professores informantes da pesquisa, sendo três cadernos de cada um dos cursos de Licenciatura oferecidos pelas três instituições de Ensino Superior da cidade de Dourados (MS).

Vale ressaltar que a escolha dos alunos foi feita em sala de aula, na presença do professor e de todos os alunos. Após esclarecimentos sobre os objetivos da pesquisa, solicitamos o empréstimo de três cadernos, que seriam xerocopiados e os registros utilizados

em nossa pesquisa, de preferência, aqueles que tinham todo o conteúdo. Os primeiros três alunos que concordaram em participar do estudo manifestaram-se e foram estes os escolhidos.

Inicialmente, foram analisados os nove cadernos, momento em que foram selecionados os tipos de tarefas, tendo sido identificados oito tipos de tarefas que serão descritas durante a análise feita no decorrer deste capítulo.

A partir das tarefas selecionadas, iniciamos o processo de análise do que existia de comum entre elas, ou seja, averiguamos se estas poderiam ou não ser resolvidos com uma mesma técnica. Os exercícios retirados dos cadernos, que serão doravante chamados somente de *tarefas*, encontram-se descritos neste capítulo. Cada tarefa é identificada pelo símbolo  $t_i$  em que o índice  $i$  varia de 1 a 55. Foi a partir dessas tarefas que demos início à análise da praxeologia do professor que será narrada nos próximos parágrafos.

Ressaltamos que, das 55 tarefas selecionadas, escolhemos oito tipos de tarefas que serão descritos, mas salientamos que nem todas as tarefas que constam no anexo II deste trabalho pertencem a esses tipos de tarefas.

#### 4.1 TIPO DE TAREFA T1 – PARALELAS E TRANSVERSAL

Definimos o tipo de tarefa denotado pelo símbolo  $T_1$ , o qual denominamos *paralelas e transversal*, para reunir as tarefas cujo enunciado levam o estudante a *determinar o valor de um dos ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal*.

##### 4.1.1 Comentários iniciais

Para ilustrar essa definição, recorreremos ao seguinte exemplo retirado do caderno do aluno do professor Tadeu: *Dadas duas retas paralelas “a” e “b” e uma reta transversal “s”, tal como a figura 1, determine o valor de x.*

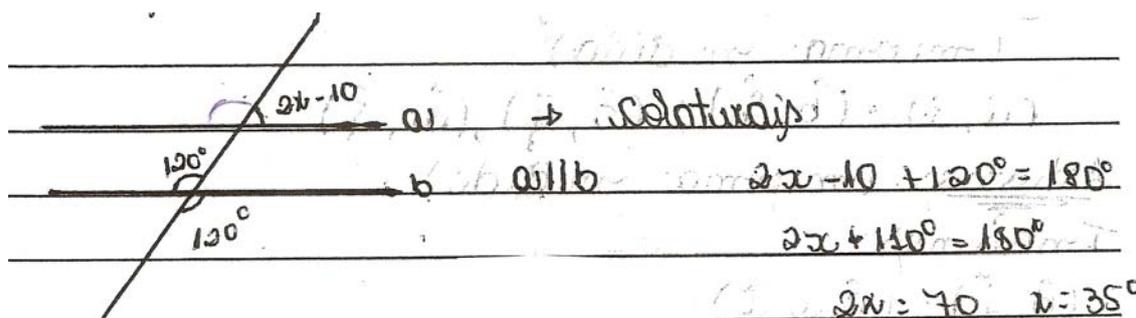


Figura 1.  $t_1$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

Para maior clareza, reproduzimos a seguir todas as tarefas que nós classificamos no tipo de tarefa  $T_1$ .

$t_4 \rightarrow$  Dadas três retas paralelas “a”, “b” e “c”, cortadas por uma transversal, como na figura, determine o valor de  $x$  e de  $y$ :

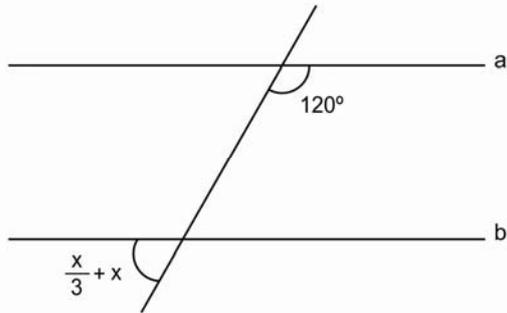


Figura 2.  $t_4$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Pedro)

$t_{51} \rightarrow$  Sabendo que  $\alpha - \beta = 40^\circ$ , calcule  $\alpha$  e  $\beta$ , indicado na figura.

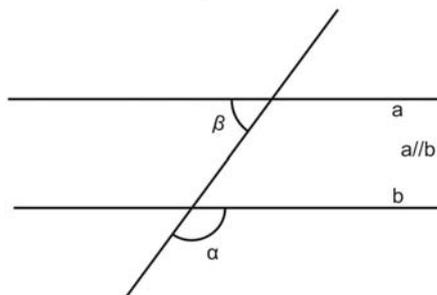


Figura 3.  $t_{51}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

Esclarecemos, que, por vezes, em vez de o enunciado solicitar diretamente o cálculo do valor “ $x$ ” de um ângulo, esse tipo de tarefa envolve casos em que se trata de determinar uma incógnita inserida em uma expressão algébrica, como por exemplo, determinar o valor de “ $x$ ” na expressão  $2x - 10^\circ$ , quando esta expressão representa o valor de um ângulo, conforme ilustra o enunciado da tarefa  $t_1$ .

## 4.2 ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA

Para fazer a análise da organização matemática do tipo de tarefa  $T_1$ , visando a maior clareza, optamos por iniciar essa análise por meio do exemplo de tarefa acima, reproduzido com a finalidade de ilustrar a respectiva definição. Para conduzir essa análise praxeológica, é importante destacar que nossa intenção é descrever e analisar práticas implementadas pelo professor proponente da tarefa.

#### 4.2.1 Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

<b>Técnica</b>	<b>Elementos tecnológicos</b>
Identificar os ângulos formados pelo encontro de retas paralelas com a transversal.	Ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Identificar que o ângulo oposto pelo vértice ao ângulo dado tem a mesma medida.	Ângulos opostos pelo vértice.
Reconhecer que o ângulo cuja medida agora é conhecida e o ângulo procurado são ângulos colaterais externos.	Posição dos ângulos no encontro de retas paralelas com as transversais.
Utilizar a propriedade de que ângulos colaterais são suplementares	Ângulos suplementares.
Calcular o valor da incógnita.	Resolução de equação do 1º grau.

Quadro 1. Técnica e elementos tecnológicos da  $T_1$ . Fonte: elaboração própria

#### 4.2.2 Aspectos teóricos da organização matemática

No que diz respeito à teoria correspondente aos elementos tecnológicos descritos no quadro acima, entendemos tratar-se de conteúdos da disciplina de Matemática estudada em nível das séries finais do Ensino Fundamental, mais especificamente de uma parte da Geometria Plana e de uma parte da Álgebra, que é o estudo das equações do 1º grau. Ao analisar como foi conduzida essa organização matemática na resolução da tarefa  $t_1$ , o caderno do aluno revela alguns procedimentos cujo destaque consideramos importante para explicitar a praxeologia utilizada pelo professor. Em primeiro lugar, o aluno identificou o ângulo oposto pelo vértice ao ângulo conhecido que é  $120^\circ$ . Assim, ao aplicar o primeiro passo da técnica, o aluno faz o registro da palavra “colaterais”, grafada ao lado da figura, indica que o ângulo conhecido e o ângulo procurado são colaterais; como os ângulos colaterais são suplementares, temos que a soma deles é  $180^\circ$ . Como consequência da igualdade estabelecida nos ângulos suplementares, tem-se a equação  $2x - 10^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ , e após a resolução tem-se que em  $x = 35^\circ$ , que é a solução do problema.

### 4.2.3 Organização Didática

A organização didática, no contexto do nosso trabalho, pode ser compreendida como o conjunto de todas as técnicas, tecnologias e teorias mobilizadas pelo professor para conduzir o estudo efetivo de um dado tipo de tarefa no quadro da instituição, conforme Chevallard (1999) considera. Na análise dos cadernos, observamos como o professor procedeu para conduzir o estudo do tema em questão, mais particularmente, aqui, para resolver a tarefa  $t_1$ . O fato de essa tarefa estar resolvida exatamente da mesma maneira nos três cadernos analisados nos levou a concluir que se trata de um exercício resolvido pelo professor, destacando os passos para os alunos terem um modelo a ser aplicado na resolução das demais tarefas desse mesmo tipo. Dessa maneira, entendemos que existe, ainda, uma certa presença da linha tecnicista na formação dos futuros professores de Matemática da educação básica.

Como não assistimos à aula, na qual a resolução dessa tarefa aconteceu, faremos a descrição com base na análise dos cadernos, e mais especificamente no modelo apresentado anteriormente. Ao iniciar a aula, o professor escreveu a tarefa no quadro-negro, traçando duas retas paralelas - uma que ele chamou de reta  $a$  e a outra que ele chamou de reta  $b$  -, colocando o registro  $a//b$  para indicar que elas são paralelas. Essas paralelas teriam sido cortadas por uma reta transversal que ele chamou de reta  $s$ . A seguir, o professor estabeleceu o valor, em graus, de um dos ângulos formados pelo encontro da reta  $b$  com a reta transversal  $s$  e a um dos ângulos formados pelo encontro da reta  $a$  com a mesma reta transversal, o professor teria adotado como medida uma expressão algébrica ( $2x - 10^\circ$ ) e o valor da incógnita foi calculado, concluindo desse modo o resultado da respectiva tarefa.

É bom destacar que esse professor havia, em uma aula anterior, apresentado por meio de figuras a definição dos ângulos formados por duas retas paralelas e uma reta transversal, o que constatamos nos cadernos dos alunos, ao vermos registrado que, conforme as suas posições, nas referidas retas, os ângulos podem ser classificados em ângulos opostos pelo vértice, ângulos correspondentes, ângulos alternos (internos ou externos) e ângulos colaterais (internos ou externos), ao mesmo tempo em que fazia relação entre suas medidas. Desse modo, quando o professor conduziu os alunos a classificarem ou reconhecerem os ângulos para calcularem o valor do ângulo desconhecido, ele estaria utilizando uma técnica já admitida por eles.

Notamos, ainda, que o professor identificou junto com os alunos que o ângulo conhecido e o ângulo cuja medida deve ser encontrada são colaterais, devido às suas posições, pois estão do mesmo lado da transversal. Para comprovar essa nossa afirmação, em todos os cadernos há um registro da palavra *colaterais*, próximo à figura reproduzida. Nesse momento, a prática do professor consiste em valorizar a articulação entre diferentes registros de linguagem: gráfico, algébrico, linguagem materna escrita. No caso da utilização da palavra “colaterais”, entendemos tratar-se do registro na língua materna, mas, a rigor, diz respeito à linguagem usada quase que somente no contexto da disciplina de Matemática, pois não é usual ouvi-la em outro contexto.

Sendo assim, o professor serve-se do conceito já apresentado anteriormente, o qual confirma que a soma de ângulos colaterais é  $180^\circ$ , porque esses ângulos juntos correspondem à metade da circunferência, ou seja, equivalem a  $180^\circ$ . Estabelece, a seguir, a igualdade entre a expressão algébrica e  $180^\circ$ , formando uma equação do 1º grau que é resolvida e cujo resultado é o valor da incógnita que deverá ser substituída na expressão para determinar o valor do ângulo, até então desconhecido.

Por uma questão de clareza, apresentamos os aspectos relacionados à linguagem e momentos de estudo separadamente, apesar de termos conhecimento de que fazem parte da organização didática do professor.

#### 4.2.4 Aspectos da linguagem

Quando analisamos nas tarefas registradas nos cadernos dos alunos as organizações matemáticas e didáticas implementadas pelo professor, percebemos que os principais registros usados para conduzir a tarefa  $t_1$  foram, em primeiro lugar, a língua materna, porque supomos que tenha iniciado a sua aula explicando os conteúdos oralmente, fazendo pequenos discursos ao apresentar aos alunos que, conforme suas posições os pares de ângulos (o conhecido e o que deveria ser encontrado), são classificados como colaterais externos, porque não estão entre as paralelas, mas acima da reta  $a$  e abaixo da reta  $b$ .

O aluno fez uso de registro gráfico em seu caderno quando fez o desenho da figura e escrito ao estabelecer a equação  $2x - 10 + 120^\circ = 180^\circ$  e, ainda, quando apresenta que  $a // b$  para indicar que a reta  $a$  é paralela à reta  $b$ , uma vez que, para isso, faz uso de um registro gráfico. Todos esses registros identificados são denominados “ostensivos”; entretanto, quando o

professor define o que são retas paralelas, retas transversais, ângulos colaterais externos ou quando recorre à definição que afirma que a soma de ângulos colaterais são suplementares e por isso a soma desses dois ângulos é  $180^\circ$ , ele está usando registros que são denominados “não-ostensivos”.

#### 4.2.5 Momentos de estudo

Como dissemos anteriormente, o professor cuja prática estamos analisando resolveu a tarefa  $t_1$  no quadro-negro; dessa forma, o aluno teve a contribuição do professor para “viver” os chamados momentos de estudo, os quais serão descritos a seguir. Queremos dizer que, nas práticas usuais do ensino da Matemática universitária, quase sempre o professor exerce uma parte considerável das ações; ao estudante compete mais assistir à aula. Por esse motivo, encontramos certas dificuldades em diferenciar os momentos de estudos que acontecem na sala, pois, a rigor, são momentos vivenciados mais pelo professor do que pelo aluno. Por exemplo, quando o professor está apresentando um novo tipo de problema, acreditamos que ele tenha vivenciado o momento do primeiro encontro com esse tipo de problema, só não sabemos como foi vivido. Mas, de todo modo, tais conceitos nos parecem ser muito importantes para compreender as práticas docentes que prevalecem na formação dos futuros professores da Educação Básica.

Na primeira etapa da aula, de acordo com as observações feitas, o momento do primeiro encontro aconteceu quando o aluno assistiu à exposição do professor, quando este colocou no quadro um problema a ser resolvido. Pelo que analisamos nos cadernos, o professor Tadeu copia a tarefa no quadro e começa a resolvê-la, como se fosse um exemplo-modelo a ser seguido nas tarefas que serão propostas na continuidade da aula; antes desse passo, entretanto, ele pode ter esclarecido aos alunos o tipo de atividade de que se tratava. Com base na entrevista que fizemos com esse professor, ficou evidente que, como faz a maioria dos professores, ele sempre faz uma pequena introdução verbal do assunto a ser tratado.

Dessa maneira, esse primeiro momento é um evento pré-estabelecido, pois é o professor que conduz as principais ações da atividade matemática. Acreditamos que as práticas desse professor não sejam um caso à parte no conjunto das práticas usuais adotadas na formação dos estudantes dos cursos de Licenciatura, mas, certamente, isso nos propõe uma questão para refletir: como pode um estudante vivenciar por vários anos esse tipo de prática, na qual se dá um reduzido grau de interatividade com a atividade matemática e,

posteriormente, em sua prática docente, ser capaz de conduzir estratégias mais construtivistas de ensino?

Considerando as observações descritas acima, na segunda etapa da aula ocorreram alguns traços do *segundo momento*, quando o professor, certamente, explorou o tipo de tarefa  $T_1$  e, nesse momento, já apresentou a técnica  $\tau_1$  para resolver esse tipo de tarefa. Pelo que analisamos, o professor recorreu à técnica dos ângulos colaterais, por ser, talvez, a mais direta, o que não impede o aluno de resolver essa tarefa utilizando outra técnica, no caso, trabalhar com a definição de ângulos opostos pelo vértice e ângulos correspondentes, técnica mais trabalhosa, é certo, porém o resultado será o mesmo desejado.

O terceiro momento pode ser visualizado no instante em que o professor justificou a técnica utilizada, aproveitando a definição de ângulos colaterais e a definição de ângulos suplementares, ao estabelecer a igualdade entre a expressão algébrica e  $180^\circ$  para determinar o valor de  $x$ .

Na continuidade da aula, há uma etapa na qual o professor resolve a equação do primeiro grau e determina o valor da incógnita e não há indícios no caderno do aluno que indicam que o professor tenha substituído o valor da incógnita na expressão algébrica para determinar o valor do ângulo, haja vista ter pedido somente o valor de  $x$  e não a medida do ângulo. Pode ter relacionado o alcance da técnica empregada para servir de suporte na resolução de outras tarefas desse mesmo tipo, que irão aparecer e para cuja resolução será aplicada a mesma técnica. Finalmente, no transcorrer da aula, é provável que o professor tenha conduzido pequenos momentos de avaliação, cujo refino fica difícil descrever em vista da nossa alternativa metodológica.

Ressalte-se aqui que o professor Tadeu fornece a técnica para os alunos resolverem a tarefa, não dando oportunidade para que eles a descubram, ou seja, passa o exercício já dizendo como deve se proceder para resolvê-lo, sem questionamentos ou incentivo a pensarem no modo como poderá ser resolvido o problema.

### 4.3 TIPO DE TAREFA $T_2$ – PARALELAS E TRANSVERSAIS

O tipo de tarefa a que denominamos *paralelas e transversais* e que será aqui representada pelo símbolo  $T_2$  reúne as tarefas cujo enunciado solicita ao aluno que *determine o valor de um ângulo formado por retas paralelas cortadas por transversais*.

### 4.3.1 Comentários iniciais

Para ilustrar essa definição, recorremos a um exemplo retirado de um dos cadernos. Trata-se da tarefa  $t_3$ , descrita com o seguinte enunciado: *Observe a figura e calcule o valor de  $x$ :*

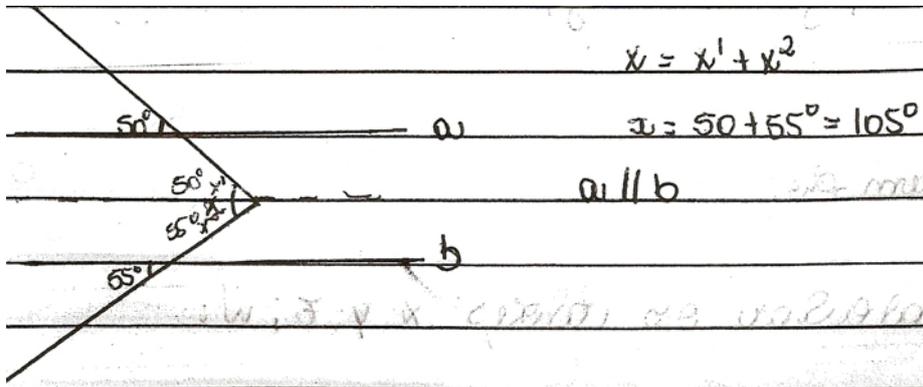


Figura 4.  $t_3$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

Antes de iniciar a análise das praxeologias referentes ao tipo de tarefa  $T_2$ , destacamos que as tarefas a seguir pertencem a esse tipo, e que trata-se de um tipo de tarefa trabalhado por dois professores que participaram da pesquisa. Esclarecemos, ainda, que essas tarefas caracterizadas por nós como desse tipo apresentam enunciados semelhantes e solicitam o cálculo do valor da medida de um ângulo que é designado por uma incógnita  $x$ .

A seguir são reproduzidas as tarefas que nós classificamos no tipo de tarefa  $T_2$ .

$t_{22} \rightarrow$  Na figura, as retas “r” e “s” são paralelas. Calcule o valor de  $x$ .

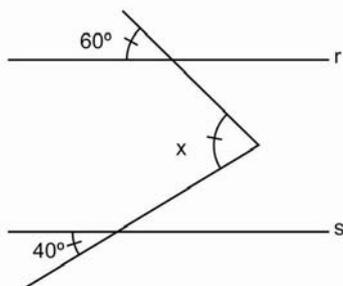


Figura 5.  $t_{22}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{47} \rightarrow$  Determine  $x$ , de acordo com a figura, em cada caso, sabendo que  $r \parallel s$ .

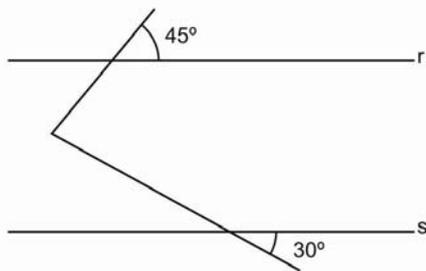


Figura 6.  $t_{47}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

#### 4.3.2 Organização Matemática

Partimos do princípio de que precisamos conduzir a análise praxeológica matemática descrevendo as práticas realizadas pelos professores em sala de aula, tentando ser o mais fiel possível aos registros feitos pelos alunos em seus cadernos.

#### 4.3.3 Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

Técnica	Elementos tecnológicos
Traçar uma reta pontilhada paralela às retas $a$ e $b$ , passando pelo vértice do ângulo.	5º postulado de Euclides.
Identificar que os ângulos determinados pela reta pontilhada são correspondentes aos ângulos dados.	Ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais.
Observar que a soma dos ângulos encontrados é a medida do ângulo procurado.	Operações com ângulos.

Quadro 2. Técnica e elementos tecnológicos da  $T_2$ . Fonte: elaboração própria

#### 4.3.4 Aspectos teóricos da organização matemática

Quanto à teoria correspondente aos elementos tecnológicos descritos no quadro acima, entendemos tratar-se de conteúdos estudados em nível das séries finais do Ensino Fundamental, mais especificamente de uma parte da Geometria Plana referente ao estudo de ângulos formados por retas paralelas cortadas por ângulos, incluindo o 5º postulado de Euclides.

Quando analisamos como foi aplicada a organização matemática que acabamos de descrever no quadro acima, ao observarmos a resolução, no caderno dos alunos, da tarefa  $t_3$ , elaborada pelo professor Tadeu, julgamos importante destacar alguns procedimentos. Para iniciar, o aluno traçou uma reta pontilhada passando pelo vértice do ângulo formado pelo encontro das retas transversais.

Desse modo, ao aplicar o primeiro passo da técnica, denominou um dos ângulos, originados do ângulo dado, de  $x_1$  e o outro ângulo de  $x_2$ . Observando os dois ângulos formados, percebe-se que cada um deles é correspondente a um ângulo conhecido e, se o ângulo é correspondente, ele é também congruente. Somando as medidas desses dois ângulos teremos a medida do ângulo procurado.

#### 4.3.5 Organização Didática

Para analisarmos a organização didática do professor Tadeu ao conduzir o ensino da tarefa  $t_3$ , recorreremos aos cadernos dos alunos e, conforme observado em relação à tarefa  $t_1$ , também essa tarefa apresenta resolução semelhante em todos os cadernos. Desse modo, ainda que não tenhamos assistido à aula em que o professor desenvolveu essa tarefa, ao analisarmos os cadernos dos alunos e, mais especificamente, ao fazermos um estudo detalhado da tarefa  $t_3$ , percebemos que os alunos têm, em seus cadernos, uma figura formada por duas retas paralelas  $a$  e  $b$ , cortadas por duas transversais, que não foram identificadas. Um dos ângulos formados pelo encontro das transversais, denominado por uma incógnita ( $x$ ), será o ângulo procurado. Na continuidade, com o auxílio de uma reta pontilhada, dividiu esse ângulo (o desconhecido) em dois ângulos, os quais foram por ele denominados,  $x_1$  e  $x_2$ .

Como esse professor já havia conceituado e mostrado, por meio de figuras, a definição dos ângulos formados por duas retas paralelas e duas retas transversais, o que constatamos em nossa principal fonte de pesquisa - os cadernos dos alunos - é que esse professor estaria mostrando aos alunos que, conforme as posições, nos encontros das retas, os ângulos podem ser classificados em ângulos opostos pelo vértice, ângulos correspondentes, ângulos alternos, podendo ser internos ou externos e ângulos colaterais, também podendo ser internos ou externos. O aluno identificou, pelo que consta em seu caderno que o ângulo denominado  $x_1$  é correspondente a um dos ângulos conhecidos, cuja medida é  $50^\circ$  tratando-se, portanto, de ângulos congruentes, em que um dos ângulos já teria sido encontrado. A seguir, ele identificou o ângulo correspondente a  $x_2$ , cuja medida é  $55^\circ$ , tendo, então a mesma medida deste. Dessa forma, o aluno encontrou o valor dos dois ângulos procurados, realizou a soma

das medidas em graus dos ângulos  $x_1$  e  $x_2$  e, como dissemos, a soma desses ângulos equivale ao ângulo  $x$ , o ângulo procurado.

#### 4.3.6 Aspectos da linguagem

Ao observarmos as organizações didáticas praticadas pelo professor Tadeu em sala de aula por meio das atividades registradas nos cadernos dos alunos, percebemos que os principais registros usados por esse professor para conduzir essa tarefa  $t_3$  foi, em primeiro lugar, a língua materna uma vez que supomos, como prática, que o mesmo tenha iniciado a sua aula explicando os conteúdos oralmente, fazendo pequenos discursos, por exemplo, ao mostrar para os alunos que para resolver essa tarefa eles teriam que traçar uma reta pontilhada, dividindo o ângulo  $x$ , formado pelo encontro das retas transversais que cortam as paralelas em dois ângulos.

Relativamente ao primeiro registro feito por esse professor, acreditamos tratar-se de um registro gráfico, quando ele terá desenhado a figura para os alunos e indicado o símbolo  $a//b$  para demonstrar que as retas  $a$  e  $b$  são paralelas. Ele fez uso também de registro algébrico ao identificar as retas pelas letras  $a$  e  $b$  e os ângulos pelas letras  $x$ ,  $x_1$  e  $x_2$ .

Registramos, mais uma vez, que, de acordo com Chevallard (1999), esses registros por nós identificados são chamados “ostensivos”; quando, entretanto, o professor define o que são retas paralelas, segmentos de reta, ângulos correspondentes ou quando recorre ao teorema que prova que ângulos correspondentes têm as mesmas medidas, estará utilizando o tipo de registros chamados “não-ostensivos”.

A exemplo das tarefas anteriores, todos esses registros são chamados ostensivos; os registros não-ostensivos foram, certamente, usados quando da definição de retas paralelas, retas transversais, segmento de reta, ângulos correspondentes ou quando da recorrência às demonstrações que provam que ângulos correspondentes são também congruentes.

#### 4.3.7 Momentos de estudo

Na primeira fase da aula, o professor apresentou a tarefa ao aluno, sendo colocada no quadro-negro. Propôs aos alunos a sua resolução e, após algum tempo, deve ter procedido à resolução dessa tarefa na lousa, sendo acompanhado pelos alunos. Estamos conjecturando essa ação do professor, em sala de aula, por meio da análise dos cadernos dos alunos e, também,

pela análise do discurso do professor, como quando um deles afirma: “*eu tenho trabalhado, nesse caso, basicamente a visualização no quadro*”.

Na segunda etapa da aula, o professor analisou junto aos alunos a tarefa  $t_3$ , apresentou as técnicas, ou seja, a técnica adequada para resolver essa tarefa; pela análise nos cadernos, levantamos a hipótese de que o professor tenha induzido os alunos a iniciarem pelo traçado da reta que divide o ângulo desconhecido em dois ângulos, com a intenção de utilizar o teorema dos ângulos correspondentes, certamente já conhecido dos alunos. Podemos afirmar que essa etapa coincide com o segundo momento idealizado por Chevallard, que consiste no momento em que terá explorado o tipo de tarefa e apresentado a técnica  $\tau_2$ .

O terceiro momento aconteceu no instante em que o professor justificou a técnica utilizada, aproveitando o conceito de ângulos correspondentes e, ainda, quando usou a proposição que prova que ângulos correspondentes são congruentes e que, portanto, esses ângulos têm a mesma medida em graus. Não foram identificados traços do quarto momento de estudo, compatível com a linguagem proposta por Chevallard (2001), mas pudemos identificar como provável quarta etapa da aula aquela em que o professor deve ter orientado seus alunos para outras tarefas desse mesmo tipo, que iriam aparecer pela frente para cujas resoluções, evidentemente, serão aplicadas a mesma técnica.

O momento destinado à avaliação e a forma como o professor Tadeu o terá conduzido é de difícil identificação por meio da análise dos cadernos dos alunos. Trata-se de um momento reservado para que o aluno coloque à prova o seu domínio sobre a tarefa  $t_3$ , ou seja, é um momento de balanço em que o professor verifica se ocorreu a aprendizagem e também aproveita para realizar uma auto-avaliação do seu trabalho.

#### 4.4 TIPO DE TAREFA $T_3$ – ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

O tipo de Tarefa  $T_3$  foi definido por nós para reunir todas as tarefas nas quais o enunciado solicita que o aluno encontre o valor do ângulo representado por uma incógnita, sendo dada a medida de dois ângulos opostos pelo vértice, em forma de expressão algébrica.

## 4.4.1 Comentários iniciais

Para ilustrar esse tipo de tarefa, recorreremos à tarefa  $t_{31}$ , retirada do caderno do aluno do professor Tadeu: *As medidas de dois ângulos opostos pelo vértice são  $17\theta - 16$  e  $7\theta + 4$ . Calcule  $\theta$ .*

32) As medidas de dois ângulos opostos pelo vértice são  $17\theta - 16$  e  $7\theta + 4$ . Calcule  $\theta$ .

$$17\theta - 16 = 7\theta + 4$$

$$17\theta - 7\theta = 4 + 16$$

$$10\theta = 20$$

$$\theta = \frac{20}{10} = 2$$

Figura 7.  $t_{31}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

Ao iniciarmos a análise das tarefas desse tipo, identificamos um reduzido número delas, pois os professores não priorizam esse tipo de exercício, conforme observamos. Esse tipo de tarefa, em nossa verificação nos cadernos dos acadêmicos, foi trabalhada por dois dos três professores participantes da pesquisa e apresentam como ponto comum a aplicação do teorema que prova que ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

Para maior clareza, reproduzimos todas as tarefas que nós classificamos no tipo de tarefa  $T_3$ .

$t_{38} \rightarrow$  Dada a figura:

Tem-se que:  $\alpha = 2x + 6^\circ$  e  $\beta = 3x - 6^\circ$  determine a medida dos ângulos indicados.

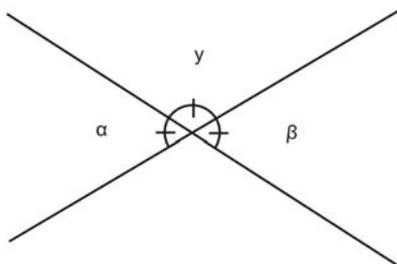


Figura 8.  $t_{38}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{40}$  → Calcule  $x$  de acordo com a indicação na figura:

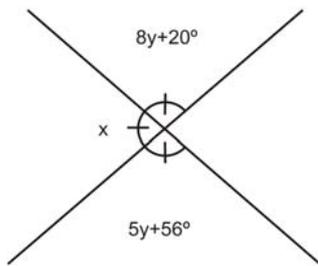


Figura 9.  $t_{40}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{37}$  → Calcule  $x$  e  $y$ , de acordo com a indicação em cada uma das figuras:

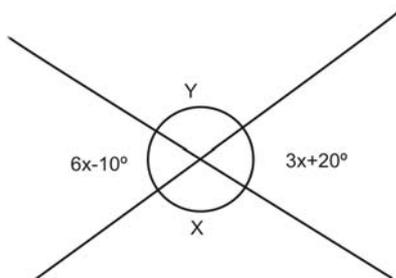


Figura 10.  $t_{37}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

#### 4.4.2 Organização Matemática

Descrevemos, a seguir, as práticas implementadas pelo professor Tadeu em sala de aula e pretendemos ser o mais coerente possível com os registros feitos pelos alunos, em seus cadernos.

#### 4.4.3 Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

Técnica	Elementos Tecnológicos
Estabelecer a igualdade entre as sentenças Matemáticas.	Ângulo oposto pelo vértice.
Resolver a igualdade.	Resolução de equação do 1º grau.

Quadro 3. Técnica e elementos tecnológicos da  $T_3$ . Fonte: elaboração própria

#### 4.4.4 Aspectos teóricos da organização Matemática

A teoria correspondente aos elementos tecnológicos, descritos no quadro anterior, referem-se a uma parte da Geometria estudada em nível das séries finais do Ensino Fundamental, especificamente, ao estudo de ângulos opostos pelo vértice e de uma parte da Álgebra, que é o estudo das equações do 1º grau.

Ao analisarmos a organização matemática desse professor, utilizando como parâmetro o caderno do aluno, observamos a proposta e a resolução da tarefa  $t_{31}$ , e pretendemos aqui esclarecer alguns pontos que consideramos relevantes.

Em primeiro lugar, pelas características das tarefas propostas em uma folha fotocopiada, acreditamos tratar-se de uma revisão de conteúdos, pois a mesma lista reúne tarefas de diversos tipos. Também supomos que os alunos tenham resolvido as questões e, em seguida, o professor tenha efetuado a correção no quadro-de-giz, haja vista a maneira como as tarefas foram resolvidas de forma idêntica pelos alunos participantes da pesquisa.

Para iniciar, o aluno traçou duas retas concorrentes, as quais formaram quatro ângulos, e destes quatro, ele escolheu dois ângulos, evidentemente opostos pelo vértice, nos quais colocou o valor dado no enunciado da tarefa, que se trata de uma sentença Matemática envolvendo uma incógnita, nesse caso, determinada pelo símbolo  $\theta$ . Estabeleceu-se, naturalmente, a igualdade entre eles e determinou-se o valor da incógnita procurada, usando o conceito de ângulos opostos pelo vértice e o teorema que prova que esses ângulos são congruentes.

#### 4.4.5 Organização Didática

O professor propôs uma lista de tarefas pertencentes a diferentes tipos e dentre essas tarefas localizamos a  $t_{31}$ , a qual achamos pertinente investigar como ocorreu a organização didática para a resolução de tal tarefa.

Desse modo, procedemos à análise usando a nossa principal fonte de pesquisa, ou seja, o caderno dos alunos; neles, pudemos observar uma figura formada por duas retas concorrentes, as quais formam ângulos opostos pelo vértice. Dois deles foram identificados por uma sentença Matemática, com uma incógnita do tipo  $\theta$ .

Observamos, ainda, que foram identificados os ângulos opostos pelo vértice e, fazendo uso de um teorema já conhecido, estabeleceu-se a igualdade entre eles e, em seguida, a equação formada foi resolvida encontrando o valor da incógnita.

Como o professor solicitou aos alunos para determinar o valor de  $\theta$ , em nossa principal fonte de pesquisa - os cadernos dos alunos -, não encontramos indícios de que o professor tenha mostrado para o aluno que o valor dessa incógnita encontrado poderia ser substituído na sentença matemática para determinar o valor do ângulo procurado. Fato este que nos leva a um questionamento, mesmo que o professor não tenha solicitado o valor do ângulo, será que ele pelo menos falou para o aluno, que substituindo o valor da incógnita vai encontrar o valor do ângulo procurado? E, se falou, por que será que o aluno não anotou?

#### 4.4.6 Aspectos da linguagem

Identificamos as organizações matemáticas e didáticas praticadas pelo professor Tadeu em sala de aula e observamos que o mesmo utilizou alguns registros para efetivar a tarefa  $t_{31}$ . Primeiro, conforme é de praxe, esse professor deve ter iniciado suas aulas com o registro da língua materna, esclarecendo para os alunos em que consiste a tarefa e qual o procedimento para a sua resolução, utilizando, desse modo, pequenos discursos. Essa afirmação está respaldada na fala do professor, quando nos concedeu a entrevista e declarou: “*eu digo para eles ...*”.

Em seguida, de acordo com o que se observa nos cadernos dos alunos, ao traçar duas retas concorrentes cujo encontro forma quatro ângulos opostos pelo vértice, dois a dois, denominando-os com uma sentença Matemática, fez uso de registro gráfico e também do registro escrito, ao inserir o símbolo  $\theta$  na expressão.

Todos esses registros pertencem ao grupo dos registros ostensivos; ao utilizar o conceito de ângulos opostos pelo vértice ou a definição que afirma que esses ângulos são congruentes, fez uso de registros não-ostensivos.

#### 4.4.7 Momentos de estudo

Na primeira etapa da aula, entendemos que o momento do primeiro encontro “aconteceu” quando o aluno recebeu a folha impressa com uma lista de tarefas, para as quais ele deveria encontrar soluções e, dentro do possível, soluções corretas, como geralmente

ocorre em uma sala de aula; o professor sempre espera que seus alunos resolvam as tarefas com determinada margem de acerto.

A segunda etapa da aula deu-se no momento em que o professor colocou a tarefa na lousa e passou a resolvê-la, com o objetivo de proceder à correção das soluções encontradas pelos alunos. Pelo que pudemos analisar nos cadernos dos alunos do professor Tadeu, esse, possivelmente copia a tarefa no quadro e a resolve, distinguindo os elementos que estão envolvidos em sua construção.

Com base na entrevista que fizemos com esse professor fica evidente que, como faz a maioria dos professores após a resolução de tarefas pelo aluno, o professor procede à correção, possivelmente com uma pequena introdução verbal do assunto que está envolvido na resolução daquela tarefa.

Desse modo, considerando as observações descritas acima, na segunda etapa da aula deverão ter ocorrido alguns traços do *segundo momento*, quando o professor explorou a tarefa  $t_{31}$ , certamente, visando explorar o tipo de tarefa  $T_3$ . Pela nossa análise, o professor recorreu à técnica dos ângulos opostos pelo vértice, por ser, talvez, a mais prática, uma vez que exige do aluno apenas o domínio de ângulos opostos pelo vértice, como também da proposição que estabelece que ângulos opostos pelo vértice são congruentes e os procedimentos usuais para resolver equações do primeiro grau.

O terceiro momento aconteceu, certamente, no instante em que o professor justificou a técnica utilizada, aproveitando a definição de ângulos opostos pelo vértice e, ainda quando reforçou, mesmo teoricamente, que esses ângulos são congruentes, esclarecendo ainda que pode-se estabelecer a igualdade entre duas sentenças matemáticas.

O professor, por sua vez, pode ter relacionado o alcance da técnica empregada como suporte para resolver outras tarefas desse mesmo tipo. Desse modo, esse professor provavelmente orientou seus alunos para outras tarefas futuras desse mesmo tipo, para cuja resolução será, evidentemente, aplicada a mesma técnica. Finalmente, no transcorrer da aula é provável que o professor tenha conduzido pequenos momentos de avaliação, cujo refino fica difícil descrever em vista da nossa alternativa metodológica.

Apesar de não ter nenhum indício no caderno do aluno, pelo discurso do professor comprovamos que “a partir de listas de exercícios é que o aluno vai então se deparar com as diferentes situações e nessas diferentes situações ele vai experimentar para ver”. Tal

afirmação nos leva a acreditar que o momento da avaliação é representado pela resolução de exercícios.

#### 4.5 TIPO DE TAREFA T<sub>4</sub> – ÂNGULOS COMPLEMENTARES E ÂNGULOS SUPLEMENTARES

O tipo de tarefa T<sub>4</sub>, que passamos a descrever apresenta as tarefas cujo enunciado solicita que o aluno resolva problemas que envolvem ângulos complementares ou ângulos suplementares.

##### 4.5.1 Comentários iniciais

A definição que formulamos para esse tipo de tarefa pode ser ilustrada por um exemplo retirado por nós do caderno do aluno do professor Tadeu, a tarefa t<sub>9</sub>: *Encontre a medida de um ângulo, sabendo-se que ele mede o triplo de seu complemento.*

Encontre a medida de um ângulo, sabendo que ele mede o triplo de seu complemento:

$$x^\circ = 3 \cdot (90 - x^\circ)$$

$$x = 270^\circ - 3x$$

$$4x = 270$$

$$x = \frac{270}{4}$$

$$x = 67,5$$

$$x = \underline{\underline{67^\circ 30'}}$$

Figura 11. t<sub>9</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

Inicialmente, identificamos algumas tarefas desse tipo, entre as cinquenta e cinco tarefas selecionadas por nós na lista de todas as atividades propostas pelos três professores, que fizeram parte da pesquisa, conforme se pode conferir na relação a seguir. Além dessas informações, para maior clareza, informamos que agrupamos tanto problemas que envolvem

ângulos complementares, quanto os que envolvem ângulos suplementares, por entendermos que os mesmos fazem parte de um mesmo tipo de tarefas.

Além dessa tarefa supracitada, estamos relacionando, como exemplo algumas tarefas que pertencem a esse mesmo tipo enquanto que as outras encontram-se no anexo II deste trabalho.

$t_{10}$  → Qual é o ângulo que somado ao triplo do seu complemento dá  $210^\circ$ ?  
(Fonte: Caderno do aluno do prof. Pedro)

$t_{26}$  → Se dois ângulos são complementares e um deles é o quádruplo do outro, procure a medida do ângulo maior.  
(Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{11}$  → O triplo do complemento de um ângulo aumentado de  $50^\circ$  é igual ao suplemento do ângulo. Determinar a medida do ângulo.  
(Fonte: Caderno do aluno do prof. Pedro)

#### 4.5.2 Organização Matemática

Para procedermos à análise da organização Matemática do professor Tadeu na condução do estudo da tarefa  $t_9$ , selecionada por nós para ilustrar o tipo de tarefa  $T_4$ , organizamos o quadro abaixo, fazendo a descrição da técnica e dos elementos tecnológicos, tendo como parâmetro os registros feitos pelo aluno em seu caderno.

#### 4.5.3 Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

<b>Técnica</b>	<b>Elementos tecnológicos</b>
Representar o ângulo procurado pela letra $x$ .	Representação de um ângulo pela incógnita.
Representar o complemento do ângulo procurado por $90^\circ - x$	Ângulos complementares.
Estabelecer uma relação algébrica entre o ângulo procurado e o seu complemento.	Igualdade entre sentenças matemáticas.
Resolver a equação algébrica	Resolução de uma equação do 1º grau.

Quadro 4. Técnica e elementos tecnológicos da  $T_4$ . Fonte: elaboração própria

#### 4.5.4 Aspectos teóricos da organização Matemática

Percebemos que, para resolver a tarefa  $t_9$ , será necessário o domínio da teoria que envolve ângulos complementares e, também da referente a uma parte da álgebra que está relacionada ao estudo de equações do 1º grau.

Ao analisarmos como foi conduzido o estudo dessa tarefa  $t_9$ , ou seja, a organização Matemática implementada pelo professor, os registros feitos no caderno do aluno revelam alguns destaques que não poderiam deixar de ser explicitados por nós, para melhor compreendermos a praxeologia usada pelo professor Tadeu.

Para iniciar o estudo dessa tarefa  $t_9$ , os estudantes utilizaram a letra  $x$  para representar o ângulo procurado com um símbolo que representa “grau”, como expoente  $e$ , em seguida, estabeleceram a igualdade entre o ângulo procurado e a expressão algébrica formada de acordo com o enunciado. Esse foi o primeiro registro que identificamos no caderno do aluno.

Em seguida, esses alunos resolveram a equação do 1º grau e encontraram o valor da incógnita que corresponde ao valor do ângulo procurado, em graus e minutos.

#### 4.5.5 Organização Didática

Entendemos como organização didática o conjunto de todas as técnicas, tecnologias e teorias adotadas pelo professor para conduzir o estudo de uma tarefa, em uma dada instituição, em nosso caso, a sala de aula.

Ao analisarmos os cadernos dos alunos, observamos os procedimentos utilizados para conduzir o estudo de ângulos complementares e de ângulos suplementares e, mais especificamente, aqui, como eles resolveram a tarefa  $t_9$ . No entanto, não podemos fazer afirmação categórica pelo fato de não termos assistido às aulas do professor; apresentamos apenas suposições dedutivas com base naquilo que pudemos verificar nos registros dos cadernos. Pareceu-nos que, inicialmente, o professor colocou o problema no quadro, fez a leitura do mesmo para maiores esclarecimentos e estes iniciaram a resolução cujo passo inicial terá sido representar o ângulo procurado pela letra  $x$ . Em seguida, eles estabeleceram a expressão algébrica, de acordo com o que prescreve o enunciado da referida tarefa e igualado ao ângulo procurado; resolveram a equação do primeiro grau e encontraram o valor de  $x$ , ou seja, a medida do ângulo procurado, determinado em graus e minutos.

É válido destacar que o professor, na aula seguinte, apresentou o estudo de operações com ângulos; supomos, por isso, que teria sentido a necessidade de estabelecer esse estudo talvez por perceber a dificuldade encontrada por seus alunos no domínio do conceito de operações com ângulos, conceito que precisaria estar claro para auxiliá-los na resolução das tarefas propostas na aula anterior.

Percebemos, ainda, que o professor, ao estabelecer a equação, utilizou conceitos trabalhados anteriormente, pois, pelo que pudemos identificar nos cadernos dos alunos, em uma aula anterior o professor havia apresentado a definição de ângulos complementares, dizendo se tratar de dois ângulos cuja soma de suas medidas totaliza 90 graus. Desse modo, torna mais fácil a compreensão dos passos elaborados pelo professor para chegar à solução da atividade proposta, que nesse caso é a tarefa  $t_9$ .

#### 4.6 ASPECTOS DA LINGUAGEM

Ao analisarmos as organizações didáticas e matemáticas exploradas pelo professor Tadeu para conduzir a tarefa  $t_9$ , por meio dos cadernos dos três alunos envolvidos com a pesquisa, notamos que alguns registros foram utilizados. O primeiro deles certamente terá sido o da língua materna, pressupondo que o professor tenha explicado para os alunos do que se tratava a tarefa  $t_9$  e explicitado, oralmente, os passos que deveriam ser seguidos para resolvê-la.

Esse professor fez uso de registro algébrico quando estabeleceu a equação  $x^\circ = 3 \cdot (90 - x)$  e de registro simbólico, ao colocar o símbolo ( $^\circ$ ), que representa graus, como expoente da incógnita ( $x$ ). A igualdade é também um símbolo que representa uma equivalência entre o primeiro e o segundo membro de uma equação.

Todos esses registros são denominados por Chevallard de registros ostensivos, porque são registros que podem ser vistos, têm certa materialidade; há, porém, os registros não-ostensivos utilizados pelo professor no conceito de ângulos complementares, no conceito de triplo ou quando ele diz para o aluno que a soma dos ângulos complementares é  $90^\circ$  ou ainda que o complemento de um ângulo é  $90^\circ$  menos esse ângulo.

#### 4.7 MOMENTOS DE ESTUDO

Na primeira etapa da aula, segundo nosso entendimento, o momento do primeiro encontro “aconteceu” quando o professor colocou um problema no quadro-negro, propôs a sua resolução e o aluno passou a explorá-lo. Pelo que pudemos verificar nos cadernos, possivelmente o professor Tadeu copia a tarefa no quadro, explica-a e o aluno começa a resolvê-la, porque com base no discurso desse professor acreditamos que ele esclareceu aos alunos que tipo de tarefa estaria sendo abordado, direcionando-os à metodologia adotada para resolução, tanto dessa tarefa, quanto de outras pertencentes a esse mesmo tipo.

Como já dissemos anteriormente, o professor cuja ação docente foi analisada por nós deve ter resolvido a tarefa  $t_9$  no quadro-de-giz como correção; nesse caso supomos que o aluno não vivenciou os momentos de estudo sozinho, mas teve a contribuição do professor para vivê-los. Desse modo, tentaremos descrever esses momentos pela amostra que temos à nossa disposição, ou seja, os cadernos dos alunos.

Encontramos certa dificuldade em diferenciar os momentos de estudos que acontecem na sala, pela opção que fizemos em analisar os cadernos e o discurso dos envolvidos na pesquisa. Procuramos conversar com esse professor, por ocasião da entrevista que fizemos e ficou claro que, como faz a maioria dos professores, na prática cultural docente, sempre há uma pequena introdução verbal do assunto a ser tratado e logo após essa introdução ele passa a explorar os dados que o problema apresenta.

Somos levados a acreditar que a prática docente desse professor não é um caso à parte no conjunto das práticas comuns adotadas na formação dos alunos dos cursos de Licenciatura, o que consiste num fato bastante preocupante, porque o aluno que vivencia durante vários anos esse tipo de prática, na qual o ensino é conduzido basicamente pelo professor, sem dar oportunidade para o aluno construir o seu conhecimento, provavelmente será um professor com dificuldade em proporcionar um ensino mais construtivista, aumentando assim as possibilidades de que esse aluno venha a perpetuar essa prática em seu cotidiano.

Considerando as observações descritas acima, na segunda etapa da aula, ocorreu alguns traços do *segundo momento*, pois quando o professor explorou a tarefa  $t_9$ , certamente ele deve ter apresentado a técnica  $\tau_4$  para resolver essa tarefa, bem como outros exercícios que fazem parte desse mesmo tipo de tarefa. Durante a entrevista esse professor fez uma declaração que nos leva a acreditar que em algum momento da aula, ele trabalhou com a

técnica empregada no estudo dessa tarefa: “*então a gente parte para outro exercício que tem uma complexidade um pouquinho maior, complexidade não, mas que tem várias variáveis, por exemplo.*”

A terceira etapa da aula aconteceu no momento em que o professor justificou a técnica utilizada, aproveitando o conceito de ângulos complementares e a demonstração que prova que a soma desses ângulos é  $90^\circ$  e estabeleceu a igualdade entre os dois membros. Essa fase coincide com o terceiro momento de estudo, na visão de Chevallard (1999). Desse modo, o professor deve ter mencionado para o aluno que a técnica empregada para resolver essa tarefa pode ser usada para resolver tarefas desse mesmo tipo.

E essa análise nos cadernos dos alunos tem nos revelado, de alguma forma, como o professor do curso de Licenciatura em Matemática conduz o estudo de conteúdos considerados básicos, no caso, o ensino de ângulos complementares e ângulos suplementares. Observamos que geralmente o professor apresenta a técnica inicialmente, não dando chance para o aluno deduzir ou para construir o seu próprio conhecimento, o que nos leva a concluir que o professor Tadeu tem uma postura tecnicista, o que, conforme Gascón (2003), confunde *ensinar e aprender Matemática com ensinar e aprender técnicas*.

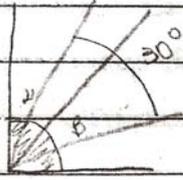
#### 4.8 TIPO DE TAREFA T<sub>5</sub> – ÂNGULOS ADJACENTES E BISSETRIZES

O tipo de tarefa em estudo reúne aquelas cujo enunciado solicita ao aluno *calcular a medida de ângulos com informações adicionais, como ângulos adjacentes e bissetrizes*.

##### 4.8.1 Comentários iniciais

Retiramos um exemplo do caderno de um aluno do professor Tadeu, para representar esse tipo de tarefa t<sub>16</sub>:

37) Dois ângulos adjacentes, de medida  $\alpha$  e  $\beta$ , estão na razão 3 para 7. Sabendo que a medida do ângulo formado por suas bissetrizes é  $30^\circ$ , calcule  $\alpha$  e  $\beta$ .



$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{7}$$

$$7\alpha = 3\beta$$

$$\alpha = \frac{3\beta}{7}$$

$$\alpha = 18^\circ$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{30^\circ}{1}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 60$$

$$3\beta + 7\beta = 420$$

$$10\beta = 420$$

$$\beta = 42^\circ$$

Figura 12.  $t_{16}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

Ressaltamos que selecionamos nesse tipo de tarefa apenas as que envolvem ângulos adjacentes e bissetrizes.

Além dessa tarefa que estamos analisando identificamos outra desse mesmo tipo, a qual expomos a seguir.

$t_{19} \rightarrow$  Dois ângulos adjacentes de medida  $x$  e  $y$  estão na razão de 1 para 3. Se a medida do ângulo formado por suas bissetrizes é  $60^\circ$ , determine o valor dos ângulos  $x$  e  $y$ .  
(Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

#### 4.8.2 Organização Matemática

Analisamos cuidadosamente o caderno dos três alunos e faremos a seguir um relato da prática do professor em sala de aula, procurando a maior fidelidade possível aos registros encontrados.

## 4.8.3 Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

<b>Técnica</b>	<b>Elementos tecnológicos</b>
Representar a figura de acordo com o enunciado do problema.	Figuras geométricas.
Traçar uma semi-reta dividindo o ângulo em dois ângulos.	Ângulos adjacentes.
Traçar a bissetriz de cada um dos ângulos adjacentes.	Bissetriz de ângulo.
Estabelecer a proporção entre as medidas do ângulo e a razão dada.	Proporção ou igualdade entre duas razões.
Resolver a igualdade e isolar o valor de uma das incógnitas.	O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.
Escrever a equação que representa o ângulo formado pelas bissetrizes.	Igualdade de sentenças matemáticas.
Resolver a equação substituindo a variável isolada anteriormente.	Equação do 1º grau.
Calcular o valor da outra incógnita procurada.	Resolução de equação.

Quadro 5. Técnica e elementos tecnológicos da T<sub>5</sub>. Fonte: elaboração própria

## 4.8.4 Aspectos teóricos da organização Matemática

A teoria correspondente aos elementos tecnológicos descritos no quadro acima referem-se a uma parte do domínio geométrico, especificamente no que se refere ao estudo de bissetriz, e de uma parte de domínio algébrico, que é o estudo das equações do 1º grau e ainda o domínio de temas, como razão e proporção.

A tarefa t<sub>16</sub>, retirada do caderno do aluno do professor Tadeu, faz parte de uma listagem de exercícios impressos, que, pelas características das atividades, constituem-se em revisão dos temas estudados em sala de aula, pois nessa lista foram elencados diferentes tipos de tarefas.

Com base nos registros feitos nos cadernos dos alunos o professor entregou uma lista de exercícios solicitou aos alunos para que estes resolvessem as tarefas propostas e posteriormente resolveu a tarefa no quadro-negro.

Pela nossa verificação no caderno do aluno pareceu-nos que o primeiro passo dado pelo professor para resolver essa tarefa foi desenhar a figura (esboço) no quadro, haja vista tê-la encontrado, da mesma forma, nos cadernos dos três alunos sujeitos de nossa pesquisa. Seguidamente, traçou uma semi-reta dividindo esse ângulo em dois e, a seguir, traçou a

bissetriz de cada um desses ângulos, indicando a medida do novo ângulo, formado por essa bissetriz e estabeleceu a proporção entre essas medidas dos ângulos, representadas por  $\alpha$  e  $\beta$  e a razão de 3 para 7. Estabelecendo o produto dos meios pelos extremos, tem-se duas incógnitas diferentes, sendo uma no primeiro membro da equação e a outra no segundo membro da equação, não sendo possível estabelecer nesse procedimento o valor da medida procurada.

O segundo passo foi estabelecer a igualdade das bissetrizes desses ângulos procurados e a medida dada. Resolvendo a equação chegou-se ao valor de uma das incógnitas, que posteriormente foi substituído na expressão algébrica estabelecida anteriormente, encontrando a medida do outro ângulo procurado, determinando, assim, as medidas dos ângulos adjacentes.

#### 4.8.5 Organização Didática

Mais uma vez nossa análise é um pressuposto da organização didática do professor Tadeu, com base tão somente na verificação dos registros feitos nos cadernos de seus alunos, pelo fato de não termos assistido às aulas desse professor.

O que pudemos perceber é que o professor fez o esboço do ângulo no quadro, traçando primeiramente uma semi-reta, que dividiu o ângulo em dois, traçando a seguir a bissetriz de cada ângulo, os quais foram identificados pelas letras gregas  $\alpha$  e  $\beta$ .

Em seguida, traçou um arco de uma semi-reta à outra e, nesse arco, determinou a medida do ângulo em graus ( $30^\circ$ ). Passou então para a resolução da tarefa, fazendo os cálculos ao lado do esboço da figura, utilizando todas as notações feitas nesse desenho.

#### 4.8.6 Aspectos da linguagem

Acreditamos que, tanto nas organizações didáticas quanto nas organizações matemáticas implementadas pelo professor Tadeu em sala de aula, ao apresentar a tarefa  $t_{16}$ , esse professor tenha utilizado vários registros em que o primeiro deles, conforme acontece no início de todas as aulas, seja o registro da língua materna, o que inferimos a partir da fala do professor durante a entrevista, quando diz: “ primeiro eu falo...”. Então, supomos que ele tenha feito a leitura do problema.

Pela seqüência, percebemos que ele fez um registro gráfico no quadro ao desenhar o esboço do ângulo  $e$ , além de um registro escrito, quando inseriu, na figura, os símbolos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $30^\circ$ . Ao traçar um semi-arco para identificar os ângulos formados pelas bissetrizes, recorreu, naturalmente, a um registro gráfico.

Para resolver a proporção formada pela igualdade de duas razões o professor utilizou o registro numérico e o registro algébrico, registros pertencentes ao grupo de registros ostensivos; ao utilizar o conceito de bissetriz, o conceito de ângulos adjacentes, o conceito de razão e de proporção, como também o conceito de igualdade, todos utilizados para resolver essa tarefa pertencem aos registros não ostensivos.

#### 4.8.7 Momentos de estudo

Como já referido, essa tarefa  $t_{16}$  pertence a uma lista de tarefas que foram apresentadas aos alunos como atividades de revisão. Dessa forma, supomos que o aluno tenha vivenciado duas fases distintas: aquela em que resolveu as tarefas propostas na folha impressa, procurando colocar em prática todos os conceitos que lhes foram apresentados até aquele momento e a fase na qual o professor fez a correção no quadro esperando que o aluno a reproduzisse no caderno, o que garantiria a fixação dos conceitos trabalhados. A fala do professor, que registramos a seguir, dá suporte a esse comentário que acabamos de fazer: *“peço que o aluno faça a reprodução no caderno, então a partir do momento em que ele vai fazendo a reprodução, teoricamente, pelo menos dá a idéia de que eles vão fixando o conhecimento”*. E confirmamos pelos registros dos cadernos que nessa tarefa fez-se a reprodução no caderno do que havia sido colocado no quadro-negro.

Por tratar-se de revisão dos conceitos que foram apresentados anteriormente acreditamos que o momento do primeiro encontro tenha acontecido quando o professor apresentou essa tarefa pela primeira vez.

Conforme verificamos, pelos registros feitos nos cadernos dos alunos, o professor Tadeu pressupostamente passa uma ou mais tarefas no quadro como exemplo, resolve-as e pede ao aluno que faça a reprodução em seu caderno. Em seguida, propõe uma lista de tarefas para o aluno proceder à resolução. E ao recorrermos ao discurso desse professor identificamos que *“então eu só mostro isso e daí a gente parte para os exercícios”*.

Na segunda etapa da aula parece ocorrerem alguns traços do segundo momento de estudo, tal qual proposto por Chevallard (1999), pois quando o professor explorou a tarefa  $t_{16}$ ,

possivelmente pensando em explorar o tipo de tarefa  $T_5$ , nesse momento ele terá apresentado a técnica  $\tau_5$  para resolvê-la.

De acordo com nossa análise e pressuposição, o professor utilizou a técnica do cálculo da bissetriz para determinar a medida dos ângulos adjacentes e também usou o conhecimento adquirido pelo aluno anteriormente, o qual garante que a bissetriz divide um ângulo em dois ângulos de mesma medida.

A terceira etapa certamente aconteceu no momento em que o professor justificou a técnica utilizada e relacionou o alcance dessa técnica para ser empregada em outras tarefas desse mesmo tipo. É provável, também, que o professor tenha estabelecido alguns momentos de avaliação, conquanto seja difícil para nós essa confirmação, pelas razões já repetidamente apresentadas.

#### 4.9 TIPO DE TAREFA $T_6$ – ÂNGULOS DE LADOS PARALELOS

Para este tipo de tarefa foram reunidas as tarefas, nas quais o enunciado leva o aluno a calcular o valor de um ângulo, sendo dados pares de ângulos de lados respectivamente paralelos.

##### 4.9.1 Comentários iniciais

Para exemplificar esse tipo de tarefa, retiramos a tarefa  $t_{24}$  do caderno do aluno do professor Tadeu: *determinar  $x$  para cada par de ângulos de lados respectivamente paralelos representados pela figura a seguir:*

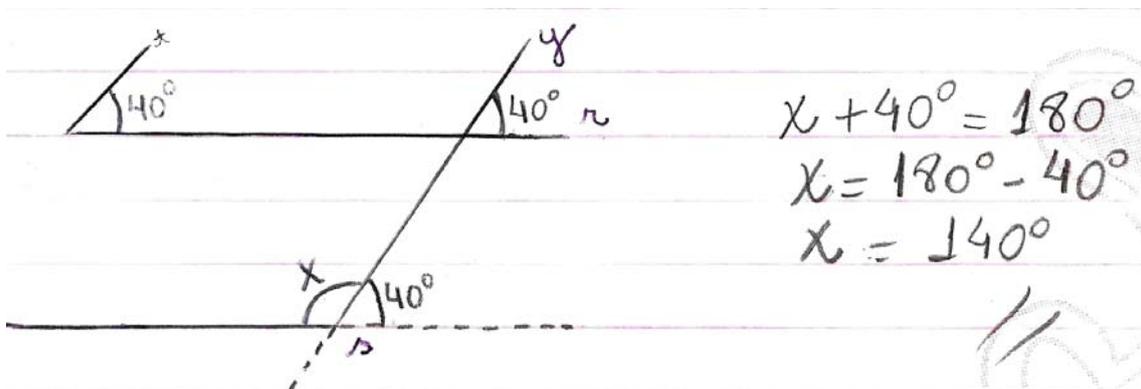


Figura 13.  $t_{24}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

Verificamos, nos cadernos dos alunos dos três professores sujeitos da pesquisa, que esse tipo de tarefa foi trabalhado por dois dos três professores sujeitos da pesquisa.

Vale ressaltar que selecionamos, nesse tipo de tarefa, apenas as tarefas que envolvem ângulos que apresentam os lados respectivamente paralelos. A outra tarefa identificada como pertencente a esse mesmo tipo está sendo mostrada abaixo.

$t_{25} \rightarrow$  Na figura, as retas “r” e “s” são paralelas. Calcule o valor de  $x$ .

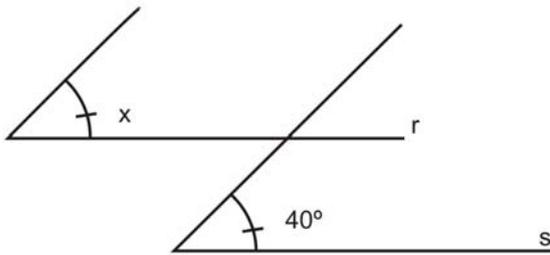


Figura 14.  $t_{25}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

#### 4.9.2 Organização Matemática

Neste ponto, faremos uma descrição da organização matemática do professor Tadeu ao conduzir o estudo desse tipo de tarefa  $T_6$  para o que escolhemos a tarefa  $t_{24}$ , retirada do caderno do aluno, para realizar a análise praxeológica e descrever as práticas implementadas pelo professor proponente da tarefa.

#### 4.9.3 Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

Técnica	Elementos tecnológicos
Identificar que o ângulo formado pelo encontro da reta $r$ com a reta $y$ é correspondente ao ângulo conhecido.	Ângulos correspondentes.
Observar que ângulos correspondentes são também congruentes.	Congruência de ângulos.
Prolongar as retas $s$ e $y$ .	Retas paralelas interceptadas pela transversal.
Reconhecer que um dos ângulos formados pelo encontro da reta $s$ com a reta $y$ também é correspondente ao ângulo conhecido.	Posição de ângulos formados pelo encontro de retas.
Identificar que esse ângulo é congruente ao ângulo conhecido.	Ângulos correspondentes.
Identificar que o ângulo procurado e o ângulo encontrado são suplementares.	Ângulos suplementares.
Estabelecer a relação algébrica entre o ângulo	Igualdade de sentenças matemáticas,

procurado e o seu suplemento.	
Resolver a equação.	Resolução de equação do 1º grau.

Quadro 6. Técnica e elementos tecnológicos da T<sub>6</sub>. Fonte: elaboração própria

#### 4.9.4 Aspectos teóricos da organização matemática

Pretendemos aqui descrever os elementos teóricos que correspondem à técnica escolhida para resolver a tarefa  $t_{24}$ ; entendemos que os conteúdos ora estudados pertencem à parte da Geometria que estuda a classificação dos ângulos formados pelo encontro das retas paralelas com as transversais, conforme suas posições e uma parte da Álgebra que envolve a igualdade entre sentenças matemáticas e a resolução de equações do 1º grau.

Ao fazer a análise de como o professor conduziu essa organização matemática na resolução da tarefa  $t_{24}$ , pelo caderno do aluno pudemos perceber alguns procedimentos cujo destaque consideramos importante para explicitar a praxeologia utilizada por esse professor.

Acreditamos, primeiramente, que o aluno, pelo que se pode observar na tarefa resolvida, tenha identificado no encontro das retas  $y$  e  $r$  um ângulo correspondente ao ângulo conhecido. E na continuidade observou que se são correspondentes eles são também congruentes, portanto, esse ângulo identificado tem a mesma medida do ângulo dado.

A seguir, o aluno, prolongou a reta  $y$  e a reta  $s$ , até se cruzarem e no encontro dessas duas retas identificou um ângulo também correspondente ao ângulo dado e que portanto têm a mesma medida. E finalmente concluiu que esse ângulo encontrado e o ângulo procurado são suplementares e que somados formam  $180^\circ$ . E a seguir estabeleceu a igualdade entre o ângulo procurado ( $x$ ) e seu suplemento, resolveu a equação e encontrou a medida desse ângulo.

#### 4.9.5 Organização Didática

No contexto do nosso trabalho, o conjunto formado por técnicas, tecnologias e teorias mobilizadas pelo professor para conduzir o estudo efetivo de um dado tipo de tarefa no quadro da instituição, segue a denominação dada por Chevallard (1999) - organização didática. Portanto, ao analisar os cadernos, e mais especificamente como ele resolveu a tarefa  $t_{24}$ , estamos analisando a organização didática do professor.

Essa tarefa faz parte de uma lista de exercícios propostos ao aluno, na qual podemos identificar tarefas pertencentes a diferentes tipos, fato que nos levou a afirmar que foram apresentadas com o objetivo de revisar tarefas trabalhadas anteriormente.

Como não assistimos à aula real na qual a resolução dessa tarefa aconteceu, não podemos fazer afirmações categóricas, mas apenas presumir, com base na análise dos cadernos, que ao iniciar a aula o professor entregou aos alunos a lista de exercícios, reprodução de um livro ou apostila - o que não podemos afirmar por se tratar de um material que não fornece referências bibliográficas.

O aluno traçou a figura em seu caderno, como pudemos comprovar pelo modelo retirado de um dos cadernos e exposta no início dessa análise e após construir a figura dos dois ângulos de lados respectivamente paralelos, fez o prolongamento de um dos lados do ângulo, indicado pela reta  $s$  e do outro lado representado pela reta  $y$ .

Observamos, posteriormente, que o aluno anotou no ângulo formado pelo encontro das retas  $y$  e  $r$  a mesma medida do ângulo dado, porque devido às suas posições entre as retas, eles são ditos correspondentes, então ele colocou a mesma medida do ângulo dado para esse ângulo agora identificado, ou seja,  $40^\circ$ . A seguir ele prolongou as retas  $y$  e  $s$  e no seu encontro identificou um ângulo correspondente a esse que acabamos de mencionar e também grafou ali  $40^\circ$ . E na continuidade ele percebeu que o ângulo procurado, identificado pela letra  $x$  e o ângulo agora conhecido cuja medida é  $40^\circ$  são suplementares, devido às suas posições, e a soma desses ângulos - o conhecido e o ângulo procurado - é  $180^\circ$ . Para comprovar essa nossa afirmação, há um registro da equação  $x+40^\circ= 180^\circ$  em todos os cadernos analisados por nós. A definição de que a soma de ângulos suplementares é  $180^\circ$  já teria sido apresentado anteriormente.

#### 4.9.6 Aspectos da linguagem

Quando analisamos as organizações matemáticas e didáticas implementadas pelo professor, por meio das tarefas registradas nos cadernos dos alunos, percebemos que os principais registros usados pelos alunos para resolver a tarefa  $t_{24}$ , terão sido, em primeiro lugar, a língua materna, quando eles consideram que, de acordo com as posições em que se encontravam os ângulos (o conhecido e o que deveria ser encontrado), seriam identificados como ângulos suplementares, porque um ângulo é suplementar ao outro e portanto a soma deles é  $180^\circ$ .

O aluno terá feito uso de registro gráfico ao colocar a figura no caderno e de registro escrito, ao colocar o valor em graus do ângulo conhecido. Certamente fez uso de registro

algébrico ao estabelecer a equação  $x + 40^\circ = 180^\circ$  e, ainda, ao escrever a letra  $x$  para indicar o ângulo que está sendo procurado.

Todos esses registros são denominados ostensivos; entretanto, ao definir o que são ângulos com lados respectivamente paralelos, ângulos correspondentes, ângulos suplementares e ao recorrer à definição que diz que a soma de ângulos suplementares é  $180^\circ$ , o aluno usou os registros não-ostensivos.

#### 4.9.7 Momentos de estudo

A tarefa  $t_{24}$ , conforme já referido, integra uma lista de exercícios, propostos aos alunos, os quais caracterizam atividades de revisão pelo fato de essa lista apresentar tarefas de diferentes tipos. Portanto, acreditamos que o aluno, na primeira fase da aula, quando recebeu a lista de tarefas não teve o primeiro contato com a mesma haja vista tratar-se de diferentes tipos de tarefas, isto é, tarefas que haviam sido estudadas até aquele momento e para resolvê-las deveria colocar em prática todos os conceitos que lhe tinham sido apresentados até então, portanto esse não é o primeiro momento de estudo idealizado por Chevallard (2001).

Conforme identificamos, o professor Tadeu entregou a lista aos alunos para que resolvessem as tarefas e eles procederam a resolução em seus cadernos, como pudemos observar pelos registros feitos nos cadernos dos alunos.

Na segunda etapa da aula, o aluno que já conhecia porque tratando de revisão é óbvio que o professor já havia, certamente, exemplificado o tipo de tarefa  $T_6$  e, nesse momento, o aluno aplicou a técnica  $\tau_6$  a fim de resolver a tarefa  $t_{24}$ .

Em nossa verificação nos cadernos, o professor usou a técnica dos ângulos formados pelo encontro de retas paralelas e transversais para determinar a medida dos ângulos correspondentes, além de, naturalmente, ter usado o conhecimento já adquirido pelo aluno de que a soma de ângulos suplementares é  $180^\circ$ .

Segundo o nosso entendimento e verificação, o terceiro momento terá acontecido quando o aluno justificou a técnica utilizada, certamente, com base em atividades desenvolvidas anteriormente, nas quais já havia usado a mesma técnica.

É difícil para nós afirmarmos de forma categórica, levando em consideração os dados que temos disponíveis para a nossa análise, mas é provável que o professor tenha estabelecido alguns momentos de avaliação, coincidindo com o sexto momento proposto por Chevallard

(1999), que é o momento de fazer o balanço, de examinar o que foi aprendido, ou seja, o momento da verificação.

Porém, levando em consideração a declaração do professor no momento da entrevista, quando este afirma que “*a partir de diferentes situações vem diferentes tipos de exercícios que ora deve usar o conhecimento de ângulos opostos, ora usa conhecimento de colaterais...*”, não será difícil acreditar que o professor tenha utilizado, de alguma forma, esses exercícios no processo de verificação da validade da técnica utilizada.

#### 4.10 TIPO DE TAREFA T<sub>7</sub> – ÂNGULOS E RETAS PERPENDICULARES

Neste tipo de tarefa foram reunidas as tarefas, nas quais o enunciado leva o aluno a calcular o valor de um ângulo, sendo dados pares de ângulos de lados respectivamente perpendiculares.

##### 4.10.1 Comentários iniciais

Para exemplificar essa definição, retiramos a tarefa t<sub>30</sub> do caderno do aluno do professor Tadeu: *determinar x para cada par de ângulos de lados respectivamente perpendiculares representados pelas figuras abaixo:*

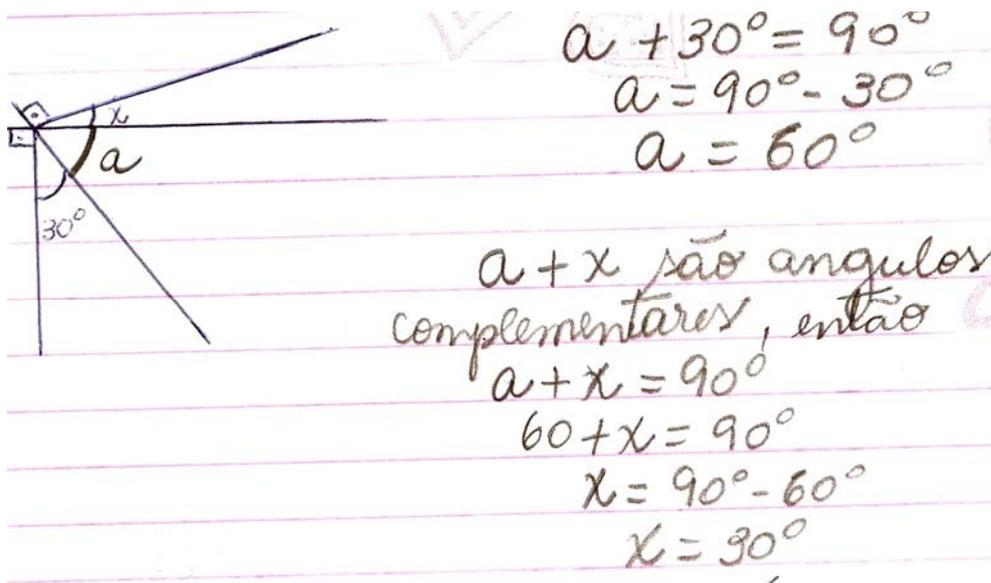


Figura 15. t<sub>30</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

Analisando os cadernos de alunos dos três professores sujeitos da pesquisa, observamos que aparecem outras tarefas desse tipo e, também, que apenas dois, dos três professores escolhidos para sujeitos desta pesquisa, teriam trabalhado este exemplo.

Vale ressaltar que selecionamos, nesse tipo de tarefa, as tarefas que envolvem ângulos que apresentam os lados respectivamente perpendiculares.

Além da tarefa descrita acima, relacionamos a seguir outra tarefa que consideramos desse mesmo tipo.

$t_7 \rightarrow$  Calcule o valor de  $x$ :

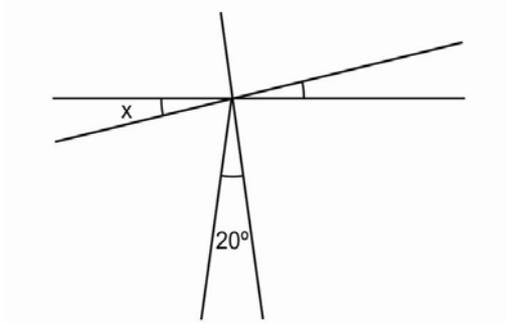


Figura 16.  $t_7$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

#### 4.10.2 Organização Matemática

Pretendemos nesse item fazer uma descrição da organização matemática do professor Tadeu ao conduzir o estudo desse tipo de tarefa  $T_7$ . A fim de conceder clareza, fizemos opção pela tarefa  $t_{30}$ , descrita acima, para fazermos uma análise praxeológica e descrevermos as principais práticas implementadas pelo professor que propôs a tarefa.

#### 4.10.3 Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

Técnica	Elementos tecnológicos
Identificar com a letra $a$ um dos ângulos desconhecidos.	Ângulos.
Observar que um dos ângulos conhecidos é complemento do ângulo $a$ .	Ângulos complementares.
Estabelecer a relação algébrica entre esse ângulo e o seu complemento e determinar o valor do ângulo $a$ .	Equação do 1º grau.
Identificar que o ângulo $a$ encontrado e o ângulo procurado ( $x$ ) também são complementares.	Ângulos complementares.

Estabelecer a relação algébrica entre esse ângulo e o seu complemento e determinar o valor do ângulo $x$ .	Equação do 1º grau.
--	---------------------

Quadro 7. Técnica e elementos tecnológicos da T<sub>7</sub>. Fonte: elaboração própria

#### 4.10.4 Aspectos teóricos da organização matemática

A teoria correspondente aos elementos tecnológicos descritos no quadro acima, referem-se a uma parte da Geometria estudada em nível das séries finais do Ensino Fundamental, especificamente no que diz respeito ao estudo de ângulos complementares e de uma parte da Álgebra, que é o estudo das equações do 1º grau.

Quando analisamos a tarefa t<sub>30</sub>, pelos registros no caderno do aluno, detectamos alguns procedimentos que consideramos importante mencionar, a fim de compreendermos como foi conduzida a sua organização matemática por meio da praxeologia utilizada pelo professor.

Ao iniciar a explicitação da tarefa, certamente o aluno observou que um dos ângulos desconhecidos, a que ele chamou de  $a$ , é complemento de um ângulo cuja medida é conhecida. E usando a definição trabalhada anteriormente, que a soma de ângulos complementares é  $90^\circ$ , ele estabeleceu a igualdade, resolveu a equação e determinou o valor do ângulo  $a$ .

Em continuação ao processo, o aluno, com base na resolução da tarefa em seu caderno, identificou que o ângulo agora conhecido e o ângulo procurado também são ângulos complementares, cuja soma é  $90^\circ$ . Estabeleceu então a relação de igualdade a  $60 + x = 90^\circ$ , e resolveu a equação do 1º grau, encontrando o valor de  $x = 30^\circ$ , sendo esta a medida do ângulo procurado.

#### 4.10.5 Organização Didática

Observamos os cadernos dos alunos com o objetivo de realizar uma análise praxeológica, e nessa análise incluímos um estudo da organização didática praticada pelo professor Tadeu para conduzir o estudo do tema em questão, neste caso, a resolução da tarefa t<sub>30</sub>. Assim sendo, pelo que pudemos notar, o professor deve ter proposto aos alunos a resolução dessa tarefa, que foi reproduzida nos cadernos e posteriormente procedeu-se à resolução, que certamente foi direcionada por esse professor.

Estamos supondo que ele tenha descrito cada um dos passos procedendo à correção desse exercício, com base nas anotações feitas pelos alunos em seus cadernos, pois notamos que os alunos seguiram a mesma linha de raciocínio para resolver a referida tarefa e devido à seqüência dos passos apresentados, até chegar à solução, serem bastante semelhantes.

Com base na análise dos cadernos, acreditamos que, ao iniciar a aula, o professor tenha registrado a tarefa na lousa, traçando a figura composta por seis ângulos, em dois dos quais colocou o símbolo que representa o ângulo reto; no terceiro ângulo colocou o valor da medida em graus e no quarto ângulo, a incógnita  $x$  indicando ser esse o ângulo cuja medida terá que ser encontrada.

É válido registrar que em aulas anteriores o professor, pelo que consta nos cadernos de seus três alunos, apresentou o conceito de ângulos complementares, ângulos suplementares e ângulos opostos pelo vértice. Também havia apresentado a definição de que a soma de ângulos complementares é  $90^\circ$ . Portanto, quando o professor conduziu os alunos a classificarem ou reconhecerem os ângulos para calcularem o valor do ângulo desconhecido ele terá usado uma técnica já referenciada por eles.

Observamos, ainda, que o aluno determinou em primeiro lugar um dos ângulos desconhecidos, porque determinando a medida desse ângulo ele estará determinando a medida de outro ângulo que é complementar a esse e que, sendo complementares, a soma entre eles é  $90^\circ$ . Para concluir a resolução, ele estabeleceu a igualdade entre a expressão algébrica e  $90^\circ$ , encontrando, desse modo, o valor da incógnita ou o valor do ângulo procurado, para ser mais específico.

#### 4.10.6 Aspectos da linguagem

Ao analisarmos as organizações matemáticas e didáticas implementadas pelo professor, por meio dos exercícios analisados nos cadernos dos alunos, percebemos que os principais registros usados por esse professor para conduzir a tarefa  $t_{30}$  foram a língua materna, inicialmente, porque na entrevista esse professor relatou que “*logo no início a gente faz uma revisão geral...*”. Essa fala nos leva a supor que esse docente tenha iniciado a sua aula explicando os conteúdos oralmente, fazendo pequenos discursos, quando deve ter apresentado aos alunos que seria mais viável calcular um dos ângulos desconhecidos em primeiro lugar porque isto facilitaria o cálculo da medida do ângulo procurado.

Também percebemos o registro gráfico no caderno do aluno ao reproduzir a figura com os seis ângulos e um registro da língua materna escrita quando faz a notação, mostrando que  $a+x$  são ângulos complementares.

O professor ou o aluno terá feito uso de registro algébrico ao marcar o ângulo procurado com a incógnita  $x$  e de um registro gráfico ao indicar os dois ângulos retos e os outros ângulos com os símbolos que os caracterizam, além do ângulo conhecido com a medida em graus.

Esses registros acima descritos são denominados ostensivos, ao passo que, quando o professor terá definido o que são ângulos complementares ou quando informou que a soma de ângulos complementares é  $90^\circ$ , os registros usados foram os não-ostensivos.

#### 4.10.7 Momentos de estudo

Pelo que identificamos no caderno do aluno, o professor deve ter proposto a tarefa para que o aluno a fizesse e deve tê-la resolvido na lousa, suposição que fazemos com base na coincidência dos passos utilizados para que os alunos chegassem ao resultado da referida tarefa. Segundo nosso ponto de vista, na primeira fase da aula, o estudante recebeu a tarefa que deveria ser resolvida, portanto esse aluno não está vivendo o momento do primeiro encontro com essa tarefa, até mesmo por tratar-se de uma lista de exercícios de revisão.

De todo modo, tais conceitos nos parecem muito importantes para se compreenderem as práticas docentes que prevalecem na formação dos licenciandos em Matemática, futuros professores.

Pelo que pudemos entrever, pela análise dos cadernos, o professor Tadeu propõe a tarefa para o aluno resolver e em seguida passa a tarefa no quadro e começa a resolvê-la, detalhando passo a passo e certamente justificando o porquê de cada um desses passos. E nesse momento, como faz a maioria dos professores, esclarece aos alunos que outras tarefas desse mesmo tipo podem ser resolvidas usando a mesma técnica.

Tendo como parâmetro a entrevista que fizemos com esse professor, fica evidente que, como faz a maioria dos professores, há sempre uma pequena introdução oral sobre o assunto a ser tratado na aula. Desse modo, o primeiro momento é um evento mais formal, pois é o professor que conduz as principais ações da atividade matemática, dificultando a participação do aluno nesse momento.

Fica outra vez o seguinte questionamento: será que esse futuro professor que vivenciou durante tanto tempo a prática tecnicista, tendo como modelo seu professor, adotará prática diferente no exercício da docência?

Considerando as observações descritas acima, na segunda etapa da aula devem ter ocorrido alguns traços do *segundo momento*, quando o aluno explorou a tarefa  $t_{30}$ , certamente visando a explorar o tipo de tarefa  $T_7$ , momento em que já terá utilizado a técnica  $\tau_7$  para resolver esse tipo de tarefa.

Conforme analisamos, o aluno recorreu à técnica dos ângulos complementares para determinar um dos ângulos desconhecidos e depois novamente dos ângulos complementares para determinar o outro ângulo desconhecido, por ser, talvez, a teoria sobre a qual o aluno já tivesse algum conceito formado.

O terceiro momento terá certamente acontecido quando o aluno justificou a técnica utilizada, aproveitando o conceito de ângulos complementares e usado a definição que mostra que a soma de ângulos complementares é  $90^\circ$ , deixando, dessa forma, esclarecido por que a soma dos ângulos de medidas conhecidas com o ângulo cuja medida está sendo procurada é  $90^\circ$ .

Pressupõe-se, também, que tenha havido a etapa na qual esse aluno tenha resolvido a equação do primeiro grau e determinado o valor da medida do ângulo procurado. Ele pode ter relacionado o alcance da técnica empregada para a resolução futura de outras tarefas desse mesmo tipo. Desse modo, o professor deve ter orientado seus alunos para outras tarefas que irão aparecer para cuja resolução, evidentemente, será aplicada essa mesma técnica. Finalmente, no transcorrer da aula é provável que o professor tenha conduzido pequenos momentos de avaliação, cujos detalhes fica difícil descrever, tendo em vista a nossa alternativa metodológica.

Com base no discurso do professor, acreditamos que essa avaliação deva ocorrer quase sempre por meio de exercícios, porque, geralmente, após a apresentação de um modelo de tarefa na lousa, o aluno a reproduz em seu caderno. A partir daí, o professor propõe tarefas semelhantes para serem resolvidas, pressupondo-se que aproveite esse momento para verificar se a técnica empregada foi eficiente para o aluno construir o conhecimento em relação a essa tarefa proposta.

#### 4.11 TIPO DE TAREFA T<sub>8</sub> – RETAS PARALELAS E RETAS CONCORRENTES

Neste tipo de tarefa, apresentaremos as tarefas que levam o enunciado a *determinar o valor de um dos ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por retas concorrentes*.

##### 4.11.1 Comentários iniciais

Para exemplificar essa definição, escolhemos um modelo de tarefa retirado do caderno de um aluno do professor Tadeu, a t<sub>2</sub>: *dadas duas retas paralelas “a” e “b”, cortadas por duas retas concorrentes “t” e “s”, determine o valor de x*.

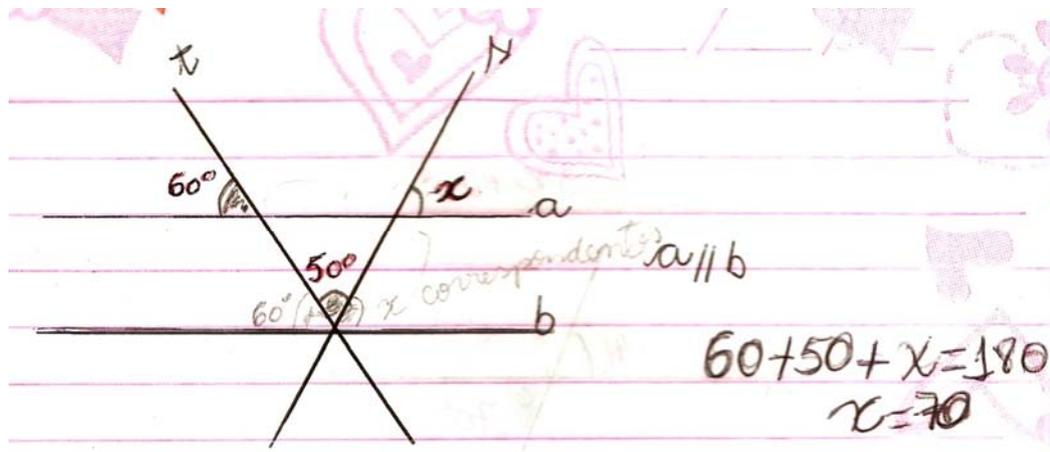


Figura 17. t<sub>2</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

Além da tarefa descrita acima, relacionamos a seguir outra tarefa que consideramos desse mesmo tipo.

t<sub>6</sub> → Calcule o valor de x:

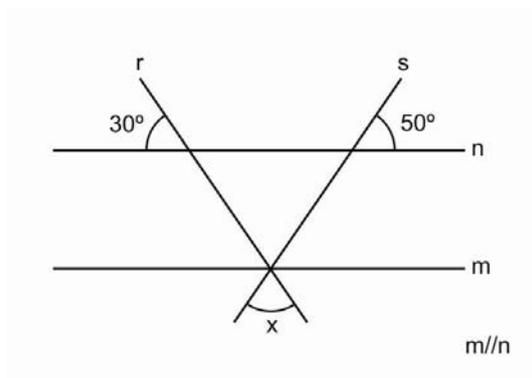


Figura 18. t<sub>6</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

#### 4.11.2 Organização matemática

Pretendemos, nesse item, analisar a organização matemática do tipo de tarefa  $T_8$ , para melhor especificar e ilustrar a definição desse tipo de tarefa, escolhemos o exemplo acima descrito. Para conduzir a análise praxeológica, temos como propósito descrever e analisar práticas implementadas pelo professor que propôs essa tarefa.

#### 4.11.3 Descrição da técnica e dos elementos tecnológicos

<b>Técnica</b>	<b>Elementos tecnológicos</b>
Identificar que ângulo conhecido, na reta b, tem um correspondente na reta a.	Ângulos correspondentes.
Identificar que o ângulo procurado (x) também tem um ângulo correspondente na reta b.	Posição de ângulos.
Identificar que o ângulo procurado e os ângulos agora conhecidos formam um ângulo raso.	Ângulo raso.
Observar que o ângulo raso mede $180^\circ$ .	Medidas de ângulos.
Estabelecer a igualdade e calcular o valor da incógnita.	Equação do 1º grau.

Quadro 8. Técnica e elementos tecnológicos da  $T_8$ . Fonte: elaboração própria

#### 4.11.4 Aspectos teóricos da organização matemática

Os elementos tecnológicos teóricos descritos acima estão relacionados à teoria estudada em nível das séries finais do Ensino Fundamental, principalmente uma parte da Geometria plana referente à medida de ângulos formados pelo encontro de retas, conforme suas posições e uma parte da álgebra, ou seja, o estudo das equações do 1º grau. Para analisarmos como foi conduzida a organização matemática no processo de resolução da tarefa  $t_2$ , identificamos no caderno do aluno alguns procedimentos realizados por esse aluno que consideramos importante explicitar, para confirmarmos a praxeologia adotada pelo professor na condução dessa tarefa.

Ao iniciar o estudo dessa tarefa, supostamente o aluno identificou na reta b um ângulo correspondente ao ângulo conhecido, que é  $60^\circ$ . Assim, ao aplicar o primeiro passo da técnica, o aluno fez o registro da palavra “correspondente”, escrita no ângulo da figura, sinalizando

que um dos ângulos conhecidos e o seu correspondente são congruentes e têm, portanto, a mesma medida.

Em seguida, identificou também na reta  $b$  um ângulo correspondente ao ângulo cuja medida é representada pela letra  $x$  e escreveu essa mesma letra ( $x$ ) nesse ângulo identificado. Observou, então, que a soma dos dois ângulos cujas medidas são conhecidas e o ângulo cuja medida está representada pela incógnita  $x$  formam um ângulo raso e a soma deles é  $180^\circ$ . Como consequência da igualdade estabelecida no ângulo raso, tem-se a equação  $x + 50^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ , cuja resolução resulta em  $x = 70^\circ$  que é a solução do problema.

#### 4.11.5 Organização Didática

Ao analisarmos os cadernos, observamos como o aluno procedeu para conduzir o assunto ora estudado, mais especificamente, aqui, para resolver a tarefa  $t_2$ . Essa tarefa aparece resolvida da mesma forma nos três cadernos analisados, conforme modelo apresentado anteriormente, destacando que os procedimentos usados pelos alunos foram os mesmos, ou seja, foi feito o traçado das retas e anotada a resolução ao lado.

Não podemos afirmar com certeza, mas tudo indica que o professor Tadeu colocou o exemplo no quadro e resolveu; sendo assim, somos levados a presumir que existe, ainda, presença da linha tecnicista na formação dos futuros professores de Matemática da educação básica. E pelo seu discurso esse professor afirma que “tem exemplificação disso no quadro a partir de desenhos” e ainda “eu uso régua ... para fazer o desenho no quadro e peço para que o aluno faça a reprodução no caderno.”

Para efetivarmos a análise da organização didática desse professor na resolução dessa tarefa, optamos por utilizar as informações contidas no caderno do aluno; por isso, não podemos fazer afirmações categóricas, mas apenas cogitarmos, com base nesse recurso, que, ao iniciar a aula, o professor tenha colocado a tarefa no quadro-de-giz traçando duas retas paralelas: uma que ele chamou de reta  $a$  e outra a que ele chamou de reta  $b$ , registrando  $a//b$  para indicar que elas são paralelas e seriam cortadas por duas retas concorrentes a que ele chamou de reta  $s$  e  $t$  e solicitou aos alunos para que a resolvessem.

Em seguida, o professor estabeleceu o valor em graus de um dos ângulos formados pelo encontro da reta  $a$  com uma das retas transversais  $t$ . Para um dos ângulos formados pelo encontro da reta  $a$  com a reta transversal  $s$  o professor terá adotado como medida, ainda

desconhecida, a incógnita  $x$  e, finalmente marcado a medida em graus do ângulo formado pelo encontro das retas  $s$  e  $b$ .

Não podemos deixar de registrar que esse professor havia, em uma aula anterior, apresentado, por meio de desenhos, a definição dos ângulos formados por paralelas e transversais, o que constatamos nos cadernos dos alunos, nos quais encontra-se registrado que, conforme suas posições, nessas retas, os ângulos podem ser classificados em ângulos opostos pelo vértice, ângulos correspondentes, ângulos alternos (internos ou externos) e ângulos colaterais (internos ou externos).

Desse modo, quando o professor conduziu os alunos a classificarem ou reconhecerem os ângulos para calcularem o valor do ângulo desconhecido ele terá utilizado uma técnica já conhecida por eles.

Percebemos, ainda, nessa tarefa resolvida pelo aluno que o mesmo identificou que a soma dos ângulos conhecidos e o ângulo cuja medida deve ser encontrada, formam um ângulo raso, devido às suas posições.

Desse modo, esse aluno terá se servido de uma definição já apresentada anteriormente, a qual confirma a soma de ângulos suplementares de  $180^\circ$ . Em seguida, terá o professor estabelecido que o resultado da soma da medida dos dois ângulos, mais a incógnita é igual a  $180^\circ$ , formando, assim, uma equação do  $1^\circ$  grau, que foi resolvida e o resultado encontrado corresponde ao valor da incógnita e, conseqüentemente, ao valor do ângulo procurado.

#### 4.11.6 Aspectos da linguagem

Analisando as organizações matemáticas e didáticas implementadas pelo professor, por meio das tarefas registradas nos cadernos dos alunos, percebemos que esse professor terá utilizado diferentes registros para conduzir a tarefa  $t_2$ . O primeiro deles deve ter sido o da língua materna, pois naturalmente, como a maioria dos professores, esse professor terá iniciado a sua aula explicando os conteúdos oralmente, apresentando aos alunos que, de acordo com as posições em que se encontravam os ângulos (os conhecidos e o que deveria ser encontrado), seriam classificados como correspondentes, porque estão em regiões diferentes em relação às paralelas.

Ao estabelecer a equação  $x + 60^\circ + 50^\circ = 180^\circ$ , constante nos cadernos dos alunos, o professor fez uso de registro escrito; ao anotar  $a//b$  para indicar que a reta  $a$  é paralela à reta  $b$ , fez uso de um registro gráfico. Esses registros são denominados ostensivos.

Ao definir o que são retas paralelas, retas concorrentes e o que são ângulos correspondentes; ao recorrer à definição que diz que a soma de ângulos suplementares é  $180^\circ$ , o professor fez uso dos registros denominados não-ostensivos.

#### 4.11.7 Momentos de estudo

Conforme verificamos nos registros encontrados nos cadernos dos alunos, como já aconteceu com outras tarefas, esta, o professor deve ter também resolvido, pela forma de resolução idêntica registrada nos três cadernos. Mas nos limitaremos a fazer análise dos recursos que temos em mãos, os cadernos dos alunos.

Temos observado, com esta pesquisa, que as práticas empregadas no ensino de Matemática em um curso de Licenciatura, geralmente, é aquela em que o professor exerce grande parte das ações e ao estudante compete mais assistir passivamente à aula. Sendo assim, com base na metodologia aplicada por nós, não podemos fazer afirmações categóricas, mas faremos pelos registros que temos em relação aos momentos de estudos que efetivamente aconteceram na sala de aula.

Como a nossa intenção é compreender as práticas docentes implementadas por professores que atuam na formação de professores que ensinarão nos anos finais do Ensino fundamental e no Ensino Médio, faremos uma análise das etapas vivenciadas pelo professor e pelos alunos em sala de aula.

Na primeira etapa da aula, de acordo com o nosso entendimento, o primeiro encontro “aconteceu” quando o aluno assistiu à exposição do professor, quando este colocou no quadro um problema a ser resolvido. Com base em nossa verificação nos cadernos dos alunos e nas suposições advindas da análise, o professor Tadeu copia a tarefa no quadro e a resolve, já que, aparentemente sua intenção é fornecer, ao aluno, um modelo a ser seguido nas tarefas que serão propostas no decorrer da aula; pressupõe-se, entretanto, que ele deva ter esclarecido os alunos sobre o tipo de problema que estaria apresentando.

Com base na entrevista que fizemos com esse professor, fica evidente que, como faz a maioria dos professores, ele inicia sua aula com um pequeno discurso, referente ao assunto a

ser tratado naquela aula, o que confirma mais uma vez que é o professor que conduz as principais ações da atividade matemática. Presumimos que as práticas desse professor não sejam um caso à parte no conjunto das práticas habituais, adotadas na formação dos estudantes dos cursos de Licenciatura, mas, certamente, essa prática vai refletir no ensino de Matemática da Educação Básica, porque um estudante que a vivenciou durante vários anos, naturalmente terá dificuldade para conduzir o ensino dessa disciplina pelo uso de estratégias diferentes daquelas adotadas por seus professores, o que confirma a nossa suspeição inicial – item 1.2, onde definimos nosso objeto de pesquisa - de que está implantado um círculo vicioso na passagem dos diferentes níveis de escolaridade e também na formação de futuros professores de Matemática.

Desse modo, considerando as observações descritas acima, na segunda etapa da aula poderão ter ocorrido alguns traços do *segundo momento*, quando o professor terá explorado a tarefa  $t_2$ , visando, certamente, à exploração do tipo de tarefa  $T_9$ ; nesse momento já terá apresentado a técnica  $\tau_9$  para resolver esse tipo de tarefa.

Observamos que o professor ou o aluno recorreu à técnica dos ângulos correspondentes, para depois apresentar a definição de ângulo raso.

O terceiro momento aconteceu quando o professor justificou a técnica utilizada, aproveitando o conceito de ângulos correspondentes e, ainda, quando usou a definição que confirma que a soma dos ângulos que juntos formam um ângulo raso é  $180^\circ$ , o que levou a estabelecer a igualdade, resultando em uma equação do  $1^\circ$  grau.

Também registramos uma etapa na qual o aluno resolveu essa equação em seu caderno e determinou o valor da medida do ângulo procurado. Vale registrar que o professor Tadeu não propôs para os alunos outras tarefas desse mesmo tipo.

## **PARTE B – ARGUMENTOS DOS PROFESSORES**

Esta seção pretende responder à questão diretriz: *como ocorrem as organizações matemáticas e as organizações didáticas, implementadas por professores dos cursos de Licenciatura em Matemática, para organizar o estudo de retas paralelas e de ângulos?*

Entendemos que, para satisfazer a essa interrogação teríamos que, usando a linguagem da fenomenologia - ir-à-coisa-mesma -, ou seja, interrogar o próprio fenômeno diretamente a partir da consciência explicitada pelo professor. Como o fenômeno é aquilo que se mostra

para nós, fomos pessoalmente até os professores participantes da pesquisa e os ouvimos diretamente, levando em conta o que Martins (2005, p.57) afirma: “[...] a contribuição dos entrevistados não é vista apenas como respostas às perguntas feitas, mas como descrições de aspectos de seus mundos-vidas.”

Conforme já referido em momento anterior, um dos três professores informantes da pesquisa não pôde participar da entrevista e, para conhecermos um pouco sobre a prática desse professor, ouvimos o relato de um dos seus alunos. Elaboramos uma pergunta que servisse de orientação aos depoentes, que foi a seguinte: *como você conduz o ensino de ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais?*

Os depoimentos foram gravados e os entrevistados puderam falar à vontade sem interrupção alguma. Os discursos originais foram transcritos na íntegra e, posteriormente, por nós analisados, conforme a necessidade do objeto da nossa pesquisa. Para fazer isso, procuramos deixar de lado nossas convicções pré-reflexivas e nossas crenças para que as mesmas não interferissem na análise inicial, ou seja, no levantamento das unidades dos discursos.

A entrevista consiste no instrumento ideal para esse tipo de pesquisa e o método usado na análise do discurso foi a fenomenologia, porque partimos do próprio fenômeno - práticas docentes adotadas por professores no estudo de retas paralelas e de ângulos.

Identificamos, nesses depoimentos (anexo I), os excertos que nos pareceram mais significativos, ou seja, os trechos que podem contribuir na descrição e interpretação do fenômeno estudado. Esses fragmentos ou frases significativas, na fenomenologia, são denominados “unidades de significado”.

Apresentamos, nos blocos de texto a seguir, em formato de citação, as unidades de significado retiradas do discurso do professor Tadeu e o discurso articulado correspondente em seguida, resultado de interpretação do depoimento desse professor e transcrito na linguagem do pesquisador.

1. O conteúdo de Geometria é um conteúdo, praticamente, muito pouco explorado no ensino médio.
2. Na realidade é uma revisão do que eles já viram, porém, muitos deles têm dificuldades para assimilar.
3. A gente faz uma análise geral, porque é algo que a gente já viu, por exemplo, retas paralelas nós já estudamos, então a gente faz uma revisão a respeito de retas paralelas.
4. Trabalho bastante a questão das retas cortadas, nessas paralelas, o que é uma reta transversal, como é que isso acontece, o que isso significa.
5. É importante que o aluno possa verificar que formam vários ângulos e esses ângulos a gente precisa identificar com os alunos.

O ensino de Geometria no Ensino Médio tem sido preterido por alguns professores, ou seja, essa disciplina é pouco estudada nesse nível de ensino. O professor inicia sua aula trabalhando o conteúdo de Geometria como se o mesmo já tivesse sido apresentado aos alunos, em forma de uma revisão. Ao iniciar o tema *ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais*, o professor faz revisão de retas paralelas. Para auxiliar o aluno na compreensão dos conceitos, o professor trabalha os conceitos de retas paralelas e também de retas transversais. O professor conduz o aluno a examinar que o encontro das retas paralelas com a transversal forma ângulos, e esses ângulos devem ser localizados junto com os alunos.

6. Essa exposição ela é feita no quadro, eu faço essa exposição no quadro.
7. Primeiro eu falo do que são retas paralelas, depois do que são retas transversais e na seqüência, eu já começo a mostrar para os alunos acerca dos ângulos.
8. Eu começo a trabalhar com eles, os ângulos correspondentes. O primeiro passo é a respeito dos ângulos correspondentes.
9. Eu faço isso de uma forma, com o giz colorido no quadro.
10. Eu marco um ângulo, vejo o seu oposto pelo vértice e, a partir de ver os opostos pelo vértice, eu começo a identificar, na outra reta paralela, os ângulos correspondentes.
11. Eu começo a marcar das mesmas cores, marco então os correspondentes.

O professor utiliza o quadro-negro para explicar os conceitos desses ângulos. Ao iniciar a exposição, em primeiro lugar explica o que são retas paralelas, a seguir o que são retas transversais e, então começa a mostrar para os alunos os ângulos que são formados pelo encontro dessas retas. Inicia o estudo pelos ângulos correspondentes. O professor usa giz colorido para destacar os tipos de ângulos. Ele marca um ângulo, com o giz colorido, localiza o seu oposto, ou seja, o oposto pelo vértice e após encontrá-los, identifica na outra reta paralela os seus correspondentes. Os ângulos identificados pelo professor como correspondentes são marcados pelas mesmas cores.

12. Faço outro desenho com duas retas paralelas, coloco uma transversal de novo aí e, eu começo a observar com os alunos a respeito dos ângulos alternos.
13. Eu digo para eles: quando a gente olha para os ângulos alternos, vamos ter ângulos fora das paralelas ou dentro das paralelas que seriam os externos e os internos.
14. Uma coisa importante para observar é que sempre a gente vai analisar pares de ângulos ... correspondentes, alternos ou colaterais.
15. Tem exemplificação disso no quadro a partir de desenhos.
16. Eu uso régua, as régua grandes, aquelas régua de um metro para fazer o desenho no quadro.
17. Peço que o aluno faça a reprodução disso no caderno, então a partir do momento em que ele vai fazendo a reprodução, teoricamente, pelo menos dá a idéia de que eles vão fixando o conhecimento.

O professor faz novo desenho no quadro: duas retas paralelas, cortadas por uma transversal, agora para observar junto com os alunos e identificar os ângulos alternos externos e alternos internos. Para mostrar aos alunos o que significam alternos externos ou alternos internos, o professor diz aos alunos que, ao observar as paralelas, ele vai encontrar ângulos fora ou dentro dessas retas.

O professor chama a atenção do aluno para que este observe os ângulos sempre em pares, como pares de ângulos correspondentes, de ângulos alternos ou de ângulos colaterais. O professor exemplifica esses conceitos a partir de desenhos, feitos no quadro. Utiliza régua grandes como material de apoio, para fazer os desenhos mencionados anteriormente. O professor solicita aos alunos para copiarem o desenho que está no quadro, reproduzindo-o em seu caderno e ele espera que, nesse momento, o aluno esteja aprendendo ou fixando o conhecimento.

18. Daí a gente parte para os exercícios.

19. A partir das listas de exercícios é que o aluno vai então se deparar com as diferentes situações.

20. A partir das diferentes situações vêm diferentes tipos de exercícios que ora deve usar o conhecimento de ângulos opostos, ora usa conhecimento de colaterais, ora de externos, ora de internos, de ângulos alternos internos, ângulos alternos externos ou correspondentes.

21. Então a gente parte para outro exercício que tem uma complexibilidade um pouquinho maior, complexibilidade não, mas que tem várias variáveis, por exemplo.

22. Eu tenho trabalhado, nesse caso, basicamente na visualização no quadro.

23. E a repetição a partir de exercícios.

Após o aluno ter reportado ao seu caderno o que foi exposto no quadro, o professor disponibiliza os exercícios que serão resolvidos pelos alunos. Segundo o professor, ao resolver a lista de exercícios o aluno encontra diferentes situações. Essas diferentes situações estão relacionadas aos diferentes tipos de tarefas, que exigem do aluno diferentes conhecimentos geométricos, como o de ângulos opostos pelo vértice, de ângulos colaterais internos ou externos ou de alternos internos e externos.

Depois de resolver esses exercícios que envolvem o aluno em diferentes situações, o professor propõe exercícios mais complicados ou que envolvam diferentes variáveis. No seu trabalho em sala de aula, o professor tem adotado como metodologia principal a visualização ou a exposição no quadro-negro. Em seguida à exposição no quadro, propõe exercícios semelhantes ao que foi trabalhado.

24. Então, essa é a abordagem que nós fazemos, que inicia, é claro, junto com toda essa questão teórica que nós vamos falando.

25. Trabalho ângulos complementares, ângulos suplementares, o ângulo de uma volta inteira que seriam os ângulos replementares e a soma é igual a  $360^\circ$ .
26. A primeira questão que os alunos precisam saber é identificar o que é correspondente, o que é alterno e o que é colateral.
27. Aí então a gente parte não somente para uma reta transversal, mas coloca uma reta transversal e já coloca associada uma outra, uma figura incompleta para que eles possam completar.
28. Quando você tem duas retas paralelas ou mais, você coloca uma reta transversal aí e é importante que o aluno possa verificar que formam vários ângulos.
29. E, se a gente marcar um ponto e somar esses quatro ângulos, porque cada uma das retas paralelas cortadas por essas transversais, vão formar quatro ângulos, e esses ângulos se somarmos todos eles, dá um total de  $360^\circ$ .

O professor inicia suas aulas com uma abordagem de teoria. Trabalha todos os tipos de ângulos, aqueles cuja soma dá  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e os de uma volta inteira, ou seja,  $360^\circ$ . Propõe atividades, durante a aula, para o aluno identificar os tipos de ângulos. Oferece oportunidade para o aluno completar figuras que estão associadas a uma reta transversal.

Ao colocar duas retas paralelas cortadas por uma transversal, leva o aluno a verificar os ângulos que são formados pelos encontros das respectivas retas. Mostra para os alunos que a soma dos quatro ângulos formados pelas retas paralelas cortadas por transversais, formam uma circunferência e, portanto medem  $360^\circ$ .

**B.2** – As unidades retiradas do discurso do professor Pedro, com o respectivo discurso articulado.

1. Quando a gente vai inserir o assunto paralelismo a gente precisa diferenciar retas paralelas de retas concorrentes.
2. E quando a gente tem então duas retas, um feixe de retas cortadas por uma transversal, nós temos uma formação de vários ângulos no caso, oito ângulos.
3. A gente define, então, esses ângulos como ângulos alternos internos e externos, correspondentes e colaterais.
4. Isso é tudo definido em sala de aula, e exposto no quadro para eles observarem esses diferentes tipos de ângulos formados.
5. E então a gente demonstra que dois ângulos alternos internos ou alternos externos são congruentes, quando a gente pegar os dois ângulos correspondentes a eles.
6. Feito uma demonstração simples no quadro e, existe a condição necessária suficiente para que esses ângulos sejam congruentes e que determine, então, há o paralelismo entre as duas retas a e b.
7. Definimos então ângulos externos devido à soma dos ângulos internos de um triângulo, já demonstrado anteriormente, como  $180^\circ$ .
8. A gente consegue demonstrar que o ângulo externo é a soma dos dois ângulos não-adjacentes ao vértice que ele está sendo exposto.

O professor tem como primeiro passo para iniciar o estudo de paralelismo, diferenciar retas paralelas de retas concorrentes. O professor mostra ao aluno que um feixe de retas

paralelas, cortadas por uma transversal, forma vários ângulos nos encontros dessas retas e, no caso de duas retas paralelas e uma reta transversal, o número de ângulos formados será oito. Parte para a definição desses ângulos, definindo-os como alternos internos e externos, correspondentes e colaterais internos e externos.

O professor faz a exposição no quadro, para que o aluno possa observar os diferentes tipos de ângulos que foram formados. Ele demonstra que os ângulos alternos são congruentes a partir de dois ângulos correspondentes a ele. Após a demonstração feita no quadro-negro, percebe-se que há a condição necessária para que os ângulos alternos sejam congruentes.

Para definir ângulos externos, o professor utilizou o teorema da soma de ângulos internos de um triângulo, já demonstrado em aulas anteriores. O professor faz demonstração para confirmar que um ângulo externo é o resultado da soma de dois ângulos não-adjacentes ao vértice em que ele se encontra.

**B.3** - Unidades consideradas significativas na análise do discurso da aluna do professor João, complementadas pela interpretação do pesquisador.

1. Ele ( professor) colocava o exemplo na lousa e explicava certinho para a gente.
2. Pedia (o professor) para a gente fazer os exercícios.
3. E ele ia na lousa resolver os exercícios com a gente.
4. Muitas vezes, ele (o professor) explicava a primeira vez e, aí ele sorteava os alunos para irem lá na frente resolver os exercícios.

O professor introduziu os conceitos por meio de exemplos que foram escritos no quadro-negro e resolvidos. Após a resolução de atividades apresentadas como exemplos, passava os exercícios para o aluno resolver. O professor também resolvia os exercícios na lousa, junto com os alunos. Os alunos foram chamados para resolverem exercícios no quadro e eles eram escolhidos por meio de sorteio.

5. O que a gente tinha dificuldade, ele explicava de novo e acabava o exercício.
6. Ele (o professor) pedia pra gente ler a teoria, antes da próxima aula, para a gente saber o que ele ia explicar.
7. Quando ele fosse explicar na lousa ou quando ele chamasse a gente pra resolver na lousa, a gente já tinha uma noção do que ele ia explicar.

Quando o aluno apresentava alguma dificuldade na compreensão do tema em estudo, o professor dava nova explicação e concluía a resolução daquele exercício que o mesmo não conseguia resolver. O aluno ia para a sala de aula, preparado, teoricamente, quanto ao assunto a ser estudado, porque o professor solicitava que ele fizesse uma leitura antecipada. O aluno

que lia anteriormente o que seria explicado em sala de aula, já tinha noção do tema que seria apresentado.

Analisamos novamente essas unidades significativas, fizemos a convergência entre elas e estabelecemos oito confluências que foram definidas da seguinte maneira: estratégias de ensino, conteúdos de Geometria, dispositivos didáticos, tarefas matemáticas, definição, demonstração, exemplificação e linguagem.

Essas confluências serão descritas e analisadas nos próximos parágrafos.

### **Confluência CT<sub>1</sub> - Estratégias de Ensino**

Na confluência que denominamos *estratégias de ensino* e denotamos pelo símbolo CT<sub>1</sub>, reunimos todas as unidades de significado que, de alguma maneira, apontam como o professor conduz suas aulas do ponto de vista metodológico. Ao definir essa confluência, estamos considerando o conceito proposto por Chevallard (2001, p.123) para o termo *metodologia de ensino*: “as ações ‘ou gestos’ profissionais que deve realizar o professor para guiar o processo de estudo de seus alunos”.

Com esse conceito em mente, identificamos e selecionamos as falas dos professores durante as entrevistas e relatamos, a seguir, o que observamos em relação a essas *estratégias de ensino* implementadas pelos professores, conforme as unidades de significado retiradas do discurso ingênuo desses indivíduos que colaboraram conosco como sujeitos da pesquisa.

Esclarecemos que as siglas, PT, PP e A correspondem a Professor Tadeu; Professor Pedro e A= aluna, respectivamente. E os números são os mesmos que ordenam as unidades de significado.

<b>CT 1 – ESTRATÉGIAS DE ENSINO</b>
PT.2 - Na realidade é uma revisão do que eles já viram, porém muitos deles têm dificuldades para assimilar.
PT.3 - A gente faz uma análise geral, porque é algo que a gente já viu, por exemplo retas paralelas nós já estudamos, então a gente faz uma revisão a respeito de retas paralelas.
PT.4 - Trabalho bastante a questão das retas cortadas, nessas paralelas, o que é uma reta transversal, como é que isso acontece, o que isso significa.
PT.5 - É importante que o aluno possa verificar que formam vários ângulos e esses ângulos a gente precisa identificar com os alunos.
PT.6 - Essa exposição ela é feita no quadro, eu faço essa exposição no quadro.
PT.7 - Primeiro eu falo do que são retas paralelas, depois do que são retas transversais e na sequência, eu já começo a mostrar para os alunos acerca dos ângulos.
PT.8 - Eu começo a trabalhar com eles, os ângulos correspondentes. O primeiro passo é a respeito dos ângulos correspondentes.
PT.13 - Eu digo para eles: quando a gente olha para os ângulos alternos, vamos ter ângulos fora

das paralelas ou dentro das paralelas que seriam os externos e os internos.
PT.14 - Uma coisa importante para observar é que sempre a gente vai analisar pares de ângulos ... correspondentes, alternos ou colaterais.
PT.17 - Peço que o aluno faça a reprodução disso no caderno, então a partir do momento em que ele vai fazendo a reprodução, teoricamente, pelo menos dá a idéia de que eles vão fixando o conhecimento.
PP.1 - Quando a gente vai inserir o assunto paralelismo a gente precisa diferenciar retas paralelas de retas concorrentes.
A. 6 - Ele (o professor) pedia pra gente ler a teoria, antes da próxima aula, para a gente saber o que ele ia explicar.
A.7- Quando ele fosse explicar na lousa ou quando ele chamasse a gente pra resolver na lousa, a gente já tinha uma noção do que ele ia explicar.
PT.22 – Eu tenho trabalhado, nesse caso, basicamente na visualização no quadro.
PT.24 - Então, essa é a abordagem que nós fazemos que inicia, é claro, junto com toda essa questão teórica que nós vamos falando.
A.4 – Muitas vezes, ele explicava a primeira vez e aí ele sorteava os alunos para irem lá na frente resolverem os exercícios.
A.5 – O que a gente tinha dificuldade, ele explicava de novo e acabava o exercício.

Quadro 9. Estratégias de ensino. Fonte: elaboração própria

As estratégias de ensino foram contextualizadas, nos discursos dos professores, em diversas unidades de significado que as evidenciam e que são seguidas por eles; citamos, como exemplo, as seguintes falas: “*então a gente faz uma revisão a respeito de retas paralelas*”; “*na realidade é uma revisão do que eles já viram, porém muitos deles têm dificuldades para assimilar*” ou ainda, “*eu começo a trabalhar com eles os ângulos correspondentes*”, entre outras, também significativas, que constam no anexo I.

Os registros feitos pelos alunos em seus cadernos indicam que o professor coloca diferentes exemplos no quadro e os resolve, não como se fosse o primeiro encontro do aluno com o conteúdo, mas como se esse aluno já tivesse se apropriado do conceito em anos anteriores. Acreditamos que ao lançar mão do recurso de revisão, o professor esteja tratando de conteúdos de Geometria básica ao mesmo tempo em que está tentando recuperar possíveis falhas adquiridas anteriormente.

Vale ressaltar que essa confluência temática foi a mais abordada pelos professores em seus discursos, o que pode ser verificado no quadro 17.

### **Confluência CT<sub>2</sub> – Conteúdos de Geometria**

A segunda confluência que identificamos na análise dos discursos dos professores, denominadas por nós de “*Conteúdo de Geometria*”, foi definida com a intenção de reunir as frases que fazem referência explícita ao próprio conteúdo geométrico. Por exemplo: “o

*conteúdo de Geometria é um conteúdo, praticamente, muito pouco explorado”; “uma coisa importante para observar é que sempre a gente vai analisar pares de ângulos” ou ainda, “e quando a gente tem então duas retas, um feixe de retas cortadas por uma transversal, nós temos uma formação de vários ângulos no caso, oito ângulos”.*

Observamos nos cadernos dos alunos que os professores usam o desenho de retas paralelas cortadas por uma transversal e identificam os ângulos formados pelo encontro dessas retas.

<b>CT2 – CONTEÚDO DE GEOMETRIA</b>
PT.1 - O conteúdo de Geometria é um conteúdo, praticamente, muito pouco explorado no ensino médio.
PT.2 - A gente vai iniciar esse conteúdo (Geometria), mas na realidade é uma revisão do que eles já viram.
PT.8 - Eu começo a trabalhar com eles, os ângulos correspondentes. O primeiro passo é a respeito dos ângulos correspondentes.
PT.10 - Eu marco um ângulo, vejo o seu oposto pelo vértice e, a partir de ver os opostos pelo vértice, eu começo a identificar, na outra reta paralela, os ângulos correspondentes.
PT.14 - Uma coisa importante para observar é que sempre a gente vai analisar pares de ângulos ... correspondentes, alternos ou colaterais.
PT.25 - Trabalho ângulos complementares, ângulos suplementares, o ângulo de uma volta inteira que seriam os ângulos replementares e a soma igual a $360^\circ$ ...
PT.26 - A primeira questão que os alunos precisam saber é identificar o que é correspondente, o que é alterno e o que é colateral.
PP.2 - E quando a gente tem então duas retas, um feixe de retas cortadas por uma transversal, nós temos uma formação de vários ângulos no caso, oito ângulos.

Quadro 10. Conteúdo de Geometria. Fonte: elaboração própria

Observamos, por meio dos discursos desses professores, que existe empenho para que o aluno aprenda o conteúdo que está sendo estudado, o que vem ao encontro do que prescreve Chevallard (2001,p.121): “A tarefa da escola e, em particular, dos professores, é a de criar as melhores condições possíveis para que os alunos possam estudar - e, portanto, aprender - os conteúdos apresentados no currículo.”

### **Confluência Temática CT<sub>3</sub> – Dispositivos Didáticos**

Outra confluência temática por nós identificada refere-se aos *dispositivos didáticos*, nomenclatura usada por Chevallard para nomear os mecanismos usados pelos professores e que funcionam como um dispositivo de ajuda para o estudo da Matemática. Sendo assim, reunimos nessa seção CT<sub>3</sub>, as frases significativas que evidenciam o uso de recursos no ensino de Matemática pelos professores sujeitos desta pesquisa. Dentre as unidades de

significados que formam esse grupo, destacamos: “ *Eu faço isso de uma forma, é com o giz colorido*”; “*Faço outro desenho, com duas retas paralelas*”; “*Eu uso régua, as régua grandes*”. As unidades de significado que fazem parte desse mesmo grupo estão elencadas a seguir.

<b>CT 3 – DISPOSITIVOS DIDÁTICOS</b>
A.4 - Muitas vezes, ele explicava a primeira vez e aí ele sorteava os alunos para irem lá na frente resolver os exercícios.
PT.6 - Essa exposição ela é feita no quadro, eu faço essa exposição no quadro.
PT.7 - Primeiro eu falo do que são retas paralelas, depois do que são retas transversais e na seqüência, eu já começo a mostrar para os alunos acerca dos ângulos.
PT.9 - Eu faço isso de uma forma, com o giz colorido no quadro.
PT.10 - Eu marco um ângulo, vejo o seu oposto pelo vértice e, a partir de ver os opostos pelo vértice, eu começo a identificar, na outra reta paralela, os ângulos correspondentes.
PT.11- Eu começo a marcar das mesmas cores, marco então os correspondentes.
PT.12 - Faço outro desenho com duas retas paralelas, coloco uma transversal de novo aí e, eu começo a observar com os alunos a respeito dos ângulos alternos.
PT.16 - Eu uso régua, as régua grandes, aquelas régua de um metro para fazer o desenho no quadro.
PT.22 - Eu tenho trabalhado, nesse caso, basicamente na visualização no quadro.

Quadro 11. Dispositivos didáticos. Fonte: elaboração própria

Mesmo tendo encontrado situações que atestam o uso de dispositivos, registradas no caderno do aluno, tais como o desenho de figuras na lousa para facilitar a compreensão da tarefa, o uso de materiais como régua e compasso, entre outros, observe-se o que Chevallard (2001, p. 290) pondera:

Nas instituições escolares atuais, não existe nenhum dispositivo didático institucionalizado que permita funcionar bem o momento do trabalho da técnica. Por vários motivos, em nenhum nível de ensino da matemática foi materializado um dispositivo didático no qual esse momento crucial do trabalho matemático possa desenvolver as funções que descrevemos: “criação” de novos objetos matemáticos e “integração” dos diferentes momentos do processo de estudo.

#### **Confluência Temática CT<sub>4</sub> – Tarefas Matemáticas**

A confluência temática identificada por “*tarefas matemáticas*” reúne as frases significativas retiradas dos discursos dos professores, que valorizam o trabalho com a técnica,

evidenciando a necessidade de melhorá-la a fim de torná-la mais eficaz e mais confiável; essa etapa coincide com o quarto momento instituído por Chevallard.

É nesse momento que surgem novas técnicas. É momento do trabalho com a técnica em que uma mesma técnica pode ter o alcance para resolver outras tarefas desse mesmo tipo. Destacamos, entre outras, as unidades de significado que citamos a seguir: “ *A partir de listas de exercícios é que o aluno vai então se deparar com as diferentes situações*”; “ *A repetição a partir de exercícios*”; “ *Aí então a gente parte não somente para uma transversal, mas coloca uma transversal e já coloca associada uma outra, uma figura incompleta para que eles possam completar*”. Com respeito ao aspecto resolução, Chevallard (2001,p.214) argumenta que,

[...] o professor deve imaginar e propor para os alunos situações matemáticas que eles possam vivenciar, que provoquem o surgimento de autênticos problemas matemáticos e nas quais o conhecimento em questão apareça como uma solução ótima para esses problemas, com a condição adicional de que esse conhecimento possa ser construído pelos alunos.

Identificamos a seguir as unidades de significado que consideramos como parte da confluência temática Tarefas Matemáticas:

<b>CT 4 - TAREFAS MATEMÁTICAS</b>
PT.18 - Daí a gente parte para os exercícios.
PT.19 - A partir das listas de exercícios é que o aluno vai então se deparar com as diferentes situações.
PT.20 - A partir das diferentes situações vêm diferentes tipos de exercícios que ora deve usar o conhecimento de ângulos opostos, ora usa conhecimento de colaterais, ora de externos, ora de internos, de ângulos alternos internos, ângulos alternos externos ou correspondentes.
PT.21- Então a gente parte para outro exercício que tem uma complexibilidade um pouquinho maior, complexibilidade não, mas que tem várias variáveis, por exemplo.
PT.23 - E a repetição a partir de exercícios.
A.2 - Pedia (o professor) para a gente fazer os exercícios.
A.4 - Muitas vezes, ele (o professor) explicava a primeira vez e, aí ele sorteava os alunos para irem lá na frente resolver os exercícios.
A.5 – O que a gente tinha dificuldade, ele explicava de novo e acabava o exercício.
PT. 27 - Aí então a gente parte não somente para uma reta transversal, mas coloca uma reta transversal e já coloca associada uma outra, uma figura incompleta para que eles possam completar.

Quadro 12. Tarefas matemáticas. Fonte: elaboração própria

Ao analisarmos os discursos dos professores, percebemos que o uso de exercícios faz parte da rotina de sala de aula; o professor coloca o exemplo na lousa, resolve e propõe exercícios, o que pudemos comprovar pelos registros feitos pelos alunos em seus cadernos, nos quais nos deparamos com listas de exercícios indicadas para os alunos resolverem, tanto em sala de aula, quanto fora desta.

### Confluência Temática CT<sub>5</sub> – Definição

A quinta confluência temática identificada reúne as unidades de significado que estão relacionadas ao momento da aula em que o professor define, diz o que é, o que significa ou conceitua. Como exemplo, retiramos essas frases significativas, “*A gente define, então, esses ângulos como ângulos alternos internos e externos, correspondentes e colaterais*” ; “*Isso é tudo definido em sala de aula, e exposto no quadro para eles observarem esses diferentes tipos de ângulos formados*” ou “*Definimos então ângulos externos devido à soma dos ângulos internos de um triângulo, já demonstrado anteriormente, como 180°*”.

Analisando os cadernos dos alunos, percebemos que a definição está presente e faz parte da metodologia usada pelos três professores.

<b>CT 5 – DEFINIÇÃO</b>
PP.3 - A gente define, então, esses ângulos como ângulos alternos internos e externos, correspondentes e colaterais.
PT.4 - Trabalho bastante a questão das retas cortadas, nessas paralelas, o que é uma reta transversal, como é que isso acontece, o que isso significa.
PT.7- Primeiro eu falo do que são retas paralelas, depois do que são retas transversais e na sequência, eu já começo a mostrar para os alunos acerca dos ângulos.
PP.4 - Isso é tudo definido em sala de aula, e exposto no quadro para eles observarem esses diferentes tipos de ângulos formados.
PP.7 - Definimos então ângulos externos devido à soma dos ângulos internos de um triângulo, já demonstrado anteriormente, como 180°.

Quadro 13. Definição. Fonte: elaboração própria

### Confluência Temática CT<sub>6</sub> – Demonstração

Analisamos as unidades de significado e convergimos para o grupo denominado confluência temática “*demonstração*”, todas aquelas que envolvem as atividades de demonstração realizadas pelos professores, sujeitos da pesquisa e também pelos alunos. Citamos dois exemplos que evidenciam como esses professores tratam as demonstrações em sala de aula. As amostras são trechos dos discursos dos professores, entre outros, que podem ser visualizados no anexo I desse trabalho, “*E então a gente demonstra que dois ângulos alternos internos ou alternos externos são congruentes, quando a gente pegar os dois ângulos correspondentes a eles*”. Para Chevallard (2001), quando um aluno consegue demonstrar que ângulos opostos pelo vértice, por exemplo, são congruentes, estabelece para ele mesmo um pequeno teorema novo.

Analisando os registros feitos nos cadernos dos alunos, identificamos que os professores utilizam pequenas demonstrações, sendo que uns demonstram mais e outros menos.

<b>CT 6 – DEMONSTRAÇÃO</b>
PP.5 - E então a gente demonstra que dois ângulos alternos internos ou alternos externos são congruentes, quando a gente pegar os dois ângulos correspondentes a eles.
PP.6 - Feito uma demonstração simples no quadro e, existe a condição necessária suficiente para que esses ângulos sejam congruentes e que determine, então, há o paralelismo entre as duas retas a e b.
PP.8 - A gente consegue demonstrar que o ângulo externo é a soma dos dois ângulos não-adjacentes ao vértice que ele está sendo exposto.
PT.29 - E, se a gente marcar um ponto e somar esses quatro ângulos, porque cada uma das retas paralelas cortadas por essas transversais, vão formar quatro ângulos, e esses ângulos se nós somarmos todos eles, dá um total de 360°.

Quadro 14. Demonstração. Fonte: elaboração própria

Uma das fontes de pesquisa por nós analisada - os registros feitos no caderno do aluno, mostra situações em que o professor faz a demonstração de um teorema, como também situações em que o professor solicita que o aluno faça a demonstração.

### **Confluência Temática CT<sub>7</sub> – Exemplificação**

Reunimos, em seguida, as frases significativas que, de uma forma ou de outra, evidenciam que os professores utilizam a prática da exemplificação: “*Tem exemplificação disso no quadro a partir de desenhos*”; “*Ele (o professor) colocava o exemplo na lousa e explicava certinho para a gente*”. Essas frases e outras que constam no anexo I, foram denominadas por nós como confluência temática “exemplificação”.

<b>CT 7 – EXEMPLIFICAÇÃO</b>
A.1- Ele ( professor) colocava o exemplo na lousa e explicava certinho para a gente.
PT.15 - Tem exemplificação disso no quadro a partir de desenhos.
PT. 28 - Quando você tem duas retas paralelas ou mais você coloca uma reta transversal aí e é importante que o aluno possa verificar que formam vários ângulos.
PT.7 - Primeiro eu falo do que são retas paralelas, depois do que são retas transversais e na sequência eu já começo a mostrar para os alunos acerca dos ângulos.
PT.10 - Eu marco um ângulo, vejo o seu oposto pelo vértice e, a partir de ver os opostos pelo vértice, eu começo a identificar, na outra reta paralela os ângulos correspondentes.
PT.12 - Faço outro desenho com duas retas paralelas, coloco uma transversal de novo aí e, eu começo a observar com os alunos a respeito dos ângulos alternos.
PT.14 - Uma coisa importante para observar é que sempre a gente vai analisar pares de ângulos correspondentes, alternos ou colaterais.
PP.2 - E quando a gente tem então duas retas, um feixe de retas cortadas por uma transversal, nós temos uma formação de vários ângulos no caso, oito ângulos.

Quadro 15. Exemplificação. Fonte: elaboração própria

Os registros feitos pelos alunos em seus cadernos evidenciam que os professores que participaram dessa pesquisa, geralmente, iniciam a apresentação de um novo tema por meio de exemplos semelhantes às tarefas matemáticas que serão propostas no decorrer da aula.

### **Confluência Temática CT<sub>8</sub> – Linguagem**

Finalmente, reunimos as frases significativas que, de algum modo, ratificam os tipos de linguagem usados por esses professores em sala de aula. Nesses tipos, incluímos “a linguagem dos ostensivos”, conforme Chevallard (2001), ou seja, a linguagem escrita, a gráfica, a gestual, a algébrica e toda a linguagem que tem certa materialidade, tem natureza sensível, que pode ser manipulada e é concreta. Também incluímos aqui a linguagem dos não-ostensivos, como por exemplo, as ideias e os conceitos. Mostraremos alguns exemplos dos trechos dos discursos que ratificam a linguagem constituída pelos professores, tais como: *“Primeiro eu falo do que são retas paralelas”*; *“Muitas vezes, ele (professor) explicava a primeira vez e aí ele sorteava os alunos para irem lá na frente resolverem os exercícios”*.

Notamos, nos cadernos dos alunos que os professores - sujeitos da pesquisa -utilizam na condução do estudo de retas paralelas e de ângulos, tanto a linguagem dos ostensivos quanto a linguagem dos não- ostensivos, conforme definimos anteriormente.

<b>CT 8 – LINGUAGEM</b>
PT.4 - Trabalho bastante a questão das retas cortadas, nessas paralelas, o que é uma reta transversal, como é que isso acontece, o que isso significa.
PT.7 - Primeiro eu falo do que são retas paralelas, depois do que são retas transversais e na seqüência, eu já começo a mostrar para os alunos acerca dos ângulos .
PT.12 - Faço outro desenho com duas retas paralelas, coloco uma transversal de novo aí e, eu começo a observar com os alunos a respeito dos ângulos alternos.
PT.13 - Eu digo para eles: quando a gente olha para os ângulos alternos, vamos ter ângulos fora das paralelas ou dentro das paralelas que seriam os externos e os internos.
A. 6 - Ele (o professor) pedia pra gente ler a teoria, antes da próxima aula, para a gente saber o que ele ia explicar.
PP.2 - E quando a gente tem então duas retas, um feixe de retas cortadas por uma transversal, nós temos uma formação de vários ângulos no caso, oito ângulos.

Quadro 16. Linguagem. Fonte: elaboração própria

Sintetizamos a classificação de oito confluências temáticas e suas respectivas unidades de significado, conforme quadro abaixo, identificadas pelas siglas CT1 a CT8:

CT1 – ESTRATÉGIAS DE ENSINO	PT2; PT3; PT4; PT5; PT6; PT7; PT8; PT13; PT14; PT17; PP1; A6; A7; PT22; PT24; A4; A5
CT2 – CONTEÚDO DE GEOMETRIA	PT1; PT2; PT8; PT10; PT14; PT25; PT26; PP2;
CT3 – DISPOSITIVOS DIDÁTICOS	A4; PT6; PT7; PT9; PT10; PT11; PT12; PT16; PT22;
CT4 – TAREFAS MATEMÁTICAS	PT18; PT19; PT20; PT21; PT23; A2; A4; A5; PT27;
CT5 – DEFINIÇÃO	PP3; PT4; PT7; PP4; PP7;
CT6 - DEMONSTRAÇÃO	PP5; PP6; PP8; PT29;
CT7 – EXEMPLIFICAÇÃO	A1; PT15; PT28; PT7; PT10; PT12; PT14; PP2;
CT8 – LINGUAGEM	PT4; PT7; PT12; PT13; A6; PP2.

Quadro 17. Síntese das confluências temáticas agrupadas por classificação. Fonte: elaboração própria

Com o olhar sempre voltado para a questão central do trabalho, convergimos essas oito confluências temáticas para duas grandes categorias, as quais chamamos categorias abertas e as classificamos como *aspectos metodológicos* e *aspectos matemáticos*, respectivamente, os quais passamos a descrever.

#### 4.12 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Essa categoria foi constituída pelo agrupamento das confluências temáticas: estratégias de ensino, dispositivos didáticos, tarefas matemáticas e linguagem. Identificamos, a seguir, nos depoimentos dos sujeitos da pesquisa, esses aspectos metodológicos, buscando, principalmente, os elementos que podem aparecer na organização didática desses professores. Essa organização didática à qual estamos nos referindo é definida por Chevallard (2001) como aquela que está ligada ao fazer no sentido de agir, ou seja, como o professor organiza sua aula, em outras palavras, o que é que o professor faz primeiro: cita exemplos? Define? Demonstra? Ou não faz nada disso?

Observamos por meio da análise nos cadernos dos alunos e, também, nos discursos dos professores que, nessa organização, existem certas regularidades, porque a metodologia

adotada pelos professores sujeitos da pesquisa é basicamente a mesma, na apresentação de diferentes temas. Constatamos que, geralmente, ocorre da seguinte maneira: o professor coloca um exemplo no quadro, explica-o por meio de linguagem materna, resolve esse problema explicando cada passo, pede para o aluno reproduzi-lo em seu caderno e, a seguir, propõe exercícios semelhantes ao exemplo dado.

Sobre essa prática docente que induz o aluno a fazer cópias e repetir definições, Pais (2006, p.28) argumenta:

Essa pedagogia da reprodução é um equívoco, ainda mais quando se pretende oferecer condições para que o aluno possa participar do cenário tecnológico, onde as máquinas digitais, cada vez mais, passam a fazer parte das tarefas mecanizadas. É oportuno lembrar o risco de utilizar o suporte tecnológico para incentivar a prática do copiar-colar, cujo sentido se insere na mesma linha de repetição, na qual a falsa visão de ciência e de educação. Pelo contrário, a parte essencial do trabalho didático volta-se para criação de ações através das quais o aluno interage com o conhecimento.

É comum os professores confundirem a atividade de estudo com o ensino ou, ainda, considerarem como importantes e válidos somente aqueles momentos em que o aluno está em sala de aula com um professor. Porém, Chevallard (2001, p. 57) afirma que:

Todo aquele que foi à escola sabe que os processos didáticos escolares não começam nem acabam na sala de aula. O estudo que uma pessoa empreendeu com um grupo de colegas e um professor dentro de uma sala de aula continua vivo ao sair da aula e ao voltar para casa. Terá de fazer as lições, preparar-se para uma prova ou esclarecer alguma dúvida com a ajuda de um familiar ou um colega. Ao sair da aula, a matemática que devemos estudar continua sendo a mesma e quem a estuda também continua sendo a mesma pessoa. A única coisa que mudou é que o professor, que coordena nosso estudo, não está fisicamente presente.

Portanto, o professor precisa acreditar mais em seus alunos e deve ser, em parte, o condutor das praxeologias no sentido de fornecer para os alunos bons tipos de tarefas e as ferramentas necessárias para resolvê-las, tanto do ponto de vista teórico quanto prático, pois, nos dizeres de Chevallard (1999), o bloco prático-técnico é indissociável ao bloco tecnológico-teórico, ou ainda, a todo saber-fazer está associado um respectivo saber. Desse modo, o aluno estuda uma Matemática que envolva uma realidade dentro de um devido contexto. O professor deve também dar condições para que os alunos possam caminhar sozinhos e acreditar que eles são capazes de fazer Matemática.

#### 4.13 ASPECTOS MATEMÁTICOS

Para Chevallard (2001), a organização matemática corresponde ao fazer no sentido de produzir e está diretamente ligada ao conteúdo em si. Essa categoria aberta envolve as confluências temáticas: definição, exemplificação, demonstração e conteúdo de Geometria.

Analisando a organização matemática dos professores sujeitos da pesquisa, tanto nos cadernos dos alunos, quanto nas frases significativas retiradas do discurso ingênuo desses indivíduos que colaboraram conosco, seus depoimentos sinalizaram que o professor inicia sua aula com revisão de retas paralelas, tema que nós escolhemos para realizar esse estudo. Nessa revisão o professor trata do tema como se o aluno já dominasse os conceitos; o que temos constatado em cursos de Licenciatura em Matemática é que os conteúdos da Educação Básica são tratados superficialmente, porque existe uma falsa opinião de que os ingressantes já dominam ou já formaram esses conceitos básicos. Santos (2005, p. 32) pondera:

[...] Vale destacar que em relação aos cursos de Licenciatura em Matemática, a formação básica de qualidade insuficiente por parte dos ingressantes, também é ignorada, logo não há uma preocupação com o ponto de partida e nem com as necessidades desses alunos. Assim, a opção de iniciar o curso a partir do conhecimento real do futuro professor, não deve ser encarada como um rebaixamento da qualidade e sim como uma forma de adequar os problemas das formações anteriores, para que seja possível criar uma formação consistente.

Também identificamos, por meio dos dados coletados e analisados em nossas fontes de pesquisa, nos cadernos dos alunos e na entrevista com os professores, tendo como foco de análise as práticas docentes implementadas por esses professores, que o ensino é basicamente centrado no professor e, desse modo, a participação do aluno é bastante limitada. Sobre essa prática instituída pelo professor, (Ponte *et al*, 1997, *apud* Costa, 2008, p.153), afirmam:

As tarefas são, na maior parte das vezes, propostas pelo professor; mas, uma vez propostas, tem de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a atividades muito diversas (ou a nenhuma atividade), conforme a disposição do aluno e o ambiente de aprendizagem da sala de aula.

Tal atitude contribui para motivar uma geração de indivíduos alienados, desestimulados a pensar, a questionar, a criar, porque conforme Ferreira (1994, p.178),

[...] Não tendo oportunidades de expressarem suas próprias ideias, não desenvolvem a criatividade e, assim, não ousam dar soluções suas aos problemas existentes à sua volta; desconhecendo as relações de causa-e-efeito, não lhes sobram alternativas a não ser deixarem-se levar pelas soluções alheias, tornando-se presas fáceis da manipulação.

Desse modo, numa aula teórico-expositiva, geralmente o professor trabalha com alguns elementos tecnológicos específicos e acaba ignorando aqueles que o estudante identifica por si mesmo, ou aqueles que surgem de sua própria prática, mas não são reconhecidos e admitidos por esse professor, o que pode ser comprovado em Chevallard (2001, p. 282), quando este recomenda que “nessas condições, o mais provável é que o estudante não veja que as dificuldades com as quais se depara são resultado mais da organização matemática escolar que de uma possível incapacidade pessoal.”

Analizamos as práticas dos professores tanto pelas atividades desenvolvidas em sala de aula quanto pelos depoimentos desses professores durante a entrevista e identificamos que as práticas docentes adotadas por eles não são muito diferentes daquilo que os parâmetros curriculares nacionais registram como a prática cotidiana das salas de aula:

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. (BRASIL, 1998, p.37)

O ideal seria que os professores assumissem a posição de auxiliares do aluno na construção do conhecimento, porque este estudo, por meio dos dados coletados e analisados na pesquisa, revela que esses professores, pela forma como têm conduzido suas aulas, parecem ainda acreditar que podem transmitir ou transferir o conhecimento da cabeça deles para a cabeça dos alunos.

#### 4.14 ARTICULAÇÃO ENTRE AS TRÊS FONTES DE INFORMAÇÃO

Este texto tem como principal objetivo mostrar a prática dos professores dos cursos de Licenciatura em Matemática, envolvidos nessa pesquisa, com base nas três fontes de informação: discursos de dois professores, discurso de uma aluna e cadernos dos alunos.

Ao introduzir um tema, o professor Pedro utiliza-se de teoria, teoremas, axiomas e definições. Quase todas as definições são enriquecidas com desenhos, figuras e traçados. Pelo seu discurso, esse professor relatou que inicia a apresentação de um tema novo pela definição, ao afirmar que “quando a gente vai se referir ao assunto paralelismo, a gente precisa diferenciar retas paralelas de retas concorrentes”.

Os exemplos e depoimentos do professor puderam ser confirmados por meio da observação dos registros feitos nos cadernos dos alunos.

O professor Tadeu, por sua vez, inicia suas aulas com uma revisão, pelo que pudemos identificar no seu discurso durante a entrevista: “[...] retas paralelas nós já estudamos, então a gente faz uma revisão a respeito de retas paralelas” e também “primeiro eu falo do que são retas paralelas, depois do que são retas transversais e na seqüência, quando isso acontece eu já começo a mostrar para os alunos acerca dos ângulos...”

E, pelos registros identificados nos cadernos dos alunos, comprovamos que esse professor mostra para os alunos os ângulos formados pelo encontro das retas paralelas cortadas por transversais, por meio de desenhos feitos no quadro-negro e reproduzidos pelos alunos em seus cadernos; observamos também que geralmente ele parte de um exemplo que é colocado no quadro, resolvido, com a posterior reprodução deste, pelo aluno, em seu caderno.

Porém, o professor João, conforme depoimento da aluna, introduz novos conceitos por meio de exemplos, escritos no quadro-negro e resolvidos, os conteúdos são expostos no quadro-negro e, os alunos acompanham pelos livros, já que esse professor adota para o aluno o mesmo livro didático que usa como recurso auxiliar em suas aulas. Identificamos nos cadernos dos alunos registros que confirmam o depoimento da aluna, porque notamos que o caderno quase sempre é usado apenas para resolver os exercícios que estão no livro. Portanto, o modelo de curso evidenciado por esse professor está relacionado ao conteúdo do livro por ele adotado, ou seja, ele resolve um modelo no quadro-negro e solicita aos alunos para resolverem os exercícios semelhantes que constam no livro.

Concluindo a forma como os três professores introduzem novos conceitos, podemos afirmar que o professor Pedro é o que mais diversifica as formas para apresentação do tema em estudo. Enquanto o professor Tadeu e o professor João colocam um exemplo no quadro e resolvem, o professor Pedro usa definição, teoremas, axiomas e propriedades.

Continuando a observar como os três professores organizam suas aulas, ao analisarmos a parte teórica do curso, observamos que o professor Pedro faz uso de uma abordagem teórica em relação ao tema em foco, como pudemos identificar pelos cadernos dos alunos e também em seu discurso, onde ele afirma que “isso é tudo definido em sala de aula, e exposto no quadro para eles observarem esses diferentes tipos de ângulos formados.” Ficou evidente que a definição é bastante valorizada por ele.

O professor Tadeu também recorre a uma abordagem teórica, como pudemos verificar em seu discurso “então essa é a abordagem que nós fazemos, que inicia, é claro, junto com toda essa questão teórica que nós vamos falando”. E no caderno do aluno, comprovamos que

apesar desse professor trabalhar mais com exemplos resolvidos no quadro-negro e reproduzidos pelos alunos em seus cadernos, ele faz uso esporádico da teoria.

Em relação à abordagem teórica, conforme depoimento da aluna, o professor João solicitava ao aluno para se preparar com antecedência sobre o tema que seria estudado, e o motivo que o levava a pedir que o aluno fizesse uma leitura antecipada, era para que este tivesse noção do que seria apresentado em sala de aula. Recorrendo ao caderno do aluno, em diferentes situações, identificamos que esse professor valoriza a teoria, haja vista alguns modelos de atividades encontrados que comprovam a nossa afirmação.

Quanto ao uso de exercícios, o professor Tadeu afirmou em sua entrevista que, após o aluno ter reportado ao seu caderno tudo o que foi exposto no quadro, ele disponibiliza os exercícios para serem resolvidos pelos alunos. Esses exercícios ora são passados no quadro-negro, ora são fornecidos em uma lista fotocopiada, como encontramos registrados nos cadernos dos alunos. Nessas listas de exercícios, observamos que existem diferentes situações que, muitas vezes, estão relacionadas aos diferentes tipos de tarefas, e que exigem do aluno o uso de vários conceitos de Geometria ao mesmo tempo.

Quanto à valorização de exercícios, a aluna do professor João, em seu discurso, deixou claro que, após a resolução das atividades apresentadas como exemplos, ele passava exercícios para os alunos resolverem. O professor escolhia os alunos por meio de sorteio para resolverem os exercícios no quadro-negro, e também resolvia exercícios junto com os alunos ou concluía a resolução do exercício que o aluno não conseguia resolver.

Registramos que os exercícios resolvidos em sala de aula foram retirados do livro adotado pelo professor, já citado anteriormente. Esse livro, geralmente, traz um exemplo com resposta e, a seguir, propõe uma lista de exercícios que vai aumentando o grau de dificuldade, gradativamente. Logo após esse exercício solucionado, aparecem os exercícios semelhantes para serem resolvidos pelo aluno, o que constatamos confrontando as atividades encontradas no livro com os cadernos dos alunos.

O professor Pedro também utiliza exercícios, conforme observamos pelos cadernos dos alunos, porém não se ateu muito ao conteúdo de retas paralelas e ângulos, ou melhor, houve pouco treino em relação ao tema que ora pesquisamos.

Percebemos ainda que os alunos dos três professores, além do caderno comum para resolverem exercícios, utilizam caderno de desenho para realizar as atividades que envolvem construções geométricas.

#### 4.15 ARTICULAÇÃO ENTRE AS PRÁTICAS DOS PROFESSORES

Atualmente, as questões mais discutidas nos encontros que envolvem pessoas comprometidas com a Educação Matemática têm sido aquelas que estão diretamente ligadas ao perfil dos professores que formam professores da Educação Básica e principalmente, as que estão relacionadas aos conhecimentos que deve ter o professor formador.

Esses questionamentos estão relacionados com a prática docente, que para muitos professores, consiste apenas em transmitir conteúdos, o que vai ao encontro do que adverte Ponte (1994, p.3):

Existem muitas acepções do que é ensinar e do que é ser professor. Para muitos, será sobretudo o “debitar” da matéria, em frente do quadro ou, de modo mais sofisticado, com retroprojector ou *power point*. Nesta perspectiva, ensinar e aprender são independentes – o professor pode ensinar sem que os alunos aprendam. Mas também se pode assumir a perspectiva oposta – se os alunos não aprenderam, é porque o professor não ensinou. Falou, gesticulou, escreveu no quadro, esforçou-se, mas falhou. Se partirmos do princípio que o professor existe para que os alunos aprendam e se estes não aprenderam, então ele não ensinou. Nesta perspectiva, ensinar é algo bastante mais complexo do que apenas transmitir conhecimentos e a função fundamental do professor, por onde é preciso avaliar os resultados do seu trabalho, é a promoção da aprendizagem dos seus alunos.

Para responder à nossa questão norteadora, percorremos caminhos que nos levaram a identificar a prática docente de três professores de Geometria básica dos cursos de Licenciatura em Matemática, da cidade de Dourados. A fonte número um passou a ser os discursos de dois professores - Tadeu e Pedro; a fonte dois, o discurso da aluna do professor João e por fim a fonte três, que foram os registros feitos pelos alunos em seus cadernos.

Após a análise dessas fontes, observamos que os três professores investigados não introduzem novos conceitos por meio de problemas, portanto, estão inseridos no contexto das Organizações Didáticas Clássicas, definidas por Gascón (2003). Entretanto, se atentarmos para a maneira como o professor Pedro inicia o estudo de um tema, - levando em consideração essa teoria -, podemos dizer que sua prática aproxima-se mais do que este autor denomina de práticas teoricistas, pois como dito anteriormente, introduz o curso com a sistematização de aspectos teóricos (definições, teoremas, axiomas) para depois favorecer uma abordagem tecnicista.

Por outro lado, entendemos que os outros dois professores, Tadeu e João, se inserem nas práticas mais tecnicistas, pois ao iniciarem com alguns exemplos, revelando logo de início a técnica a ser usada, passam a valorizar a realização de exercícios. Mesmo assim não podemos dizer que a prática desses dois professores são semelhantes, pois enquanto o

professor Tadeu valoriza mais uma “prática colegial”, usando com frequência o recurso didático da revisão, o professor João, mesmo valorizando a abordagem tecnicista, apresenta pequenos indícios de valorização de dimensão teórica. Em outras palavras, este professor valoriza uma certa procedência da teoria em relação ao ensino de aspectos técnicos.

Constata-se certa incoerência entre o livro “adotado” e a efetiva prática pedagógica na qual os professores estão inseridos, pois enquanto aquele que está mais próximo das práticas teoristas adota um livro normalmente indicado para o ensino médio, um dos outros dois professores que se inserem mais na linha tecnicista faz opção por um livro que, em nossa avaliação, é de natureza mais acadêmica.

Ao observar a função dos exercícios nas práticas pedagógicas dos três professores, constatamos certa lógica no que diz respeito às organizações didáticas clássicas, pois o professor que segue uma abordagem mais teorista não coloca em primeiro plano o uso de exercícios, uma vez que ele valoriza aspectos teóricos, como demonstrações, teoremas e propriedades. Por outro lado, os professores que se aproximam mais de uma linha tecnicista atribuem um papel mais importante para os exercícios, no sentido que logo após a apresentação de alguns exemplos, os alunos são levados a realizarem um número representativo de exercícios.

No enfoque tradicional, o ensino é essencialmente concebido como um processo de transmissão de conhecimento, cujas principais características são o professor transmissor de conhecimento estruturado e o aluno receptor-passivo de informação. Ao longo dos anos, a discussão dessa postura tem resultado em severas críticas no meio acadêmico, no entanto, observamos que ainda se faz muito presente a sua reprodução entre os formadores de professores da Educação Básica, o que, por sua vez, torna mais distante a implementação de ideias de cunho construtivista nas ações docentes dos futuros professores de Matemática.

## CAPÍTULO V

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por objetivo relatar as práticas docentes implementadas por professores que atuam em cursos de Licenciatura em Matemática, referentes ao estudo de retas paralelas e de ângulos, a partir de um estudo realizado em três instituições de ensino superior na cidade de Dourados, estado de Mato Grosso do Sul, cuja motivação está relacionada à nossa prática como professora de um curso de Licenciatura em Matemática, no qual constata-se que muitos dos ingressantes desse curso não conhecem os conteúdos dos temas que deveriam ser estudados na Educação Básica.

Nossa pesquisa foi norteada por uma questão diretriz, que buscou investigar “como ocorrem as organizações didáticas e matemáticas implementadas por professores dos cursos de Licenciatura em Matemática, para organizar o estudo de retas paralelas e ângulos?”

Nessa perspectiva, o foco dessa investigação foram os atores do processo educativo e as relações que estabelecem como sujeitos da história que constroem no cotidiano de sua prática docente, do qual espera-se que se tornem mais conscientes do contexto no qual se inserem, alicerçados por uma visão e compreensão crítica da sua atuação. Isso implica refletir sobre o agir e as teorias que lhe servem de apoio, como também, criar formas de interpretá-los e transformá-los, considerando o ponto de vista dos partícipes sobre o seu fazer, interessando-se pelo desencadear de um processo reflexivo que eles desenvolvem no contexto de suas práticas. Permite confrontos e reconstruções de significados e sentidos contidos nessas práticas, ampliando-se as possibilidades de transformá-las, constituindo-se uma estratégia fecunda tanto para a pesquisa como para a formação docente.

Assim, analisar os modos como enfrentam as situações, a partir dos limites e recursos por elas apresentados e privilegiar sempre a capacidade de agir em contexto, requer mudanças na relação professor formador/aluno em formação.

Isso pressupõe que não se tratará apenas de narrar o processo formativo, mas de analisar suas interconexões com o contexto, as formas de apreendê-lo, de refletir sobre o seu significado. Isso exige método, rigor, capacidade crítica e dialogismo, implicando reflexão e des(re)construção de significados, pois “[...] o sujeito como tal não pode ser percebido e estudado a título de coisa porque, como sujeito, não pode, permanecendo sujeito, ficar mudo;

consequentemente, o conhecimento que se tem dele só pode ser dialógico.” (BAKHTIN, 1986, p. 143).

Pelos dados analisados da organização matemática e a organização didática dos professores sujeitos de nossa pesquisa, pudemos conjecturar que apesar deles apresentarem práticas diferentes na condução do estudo de retas paralelas e ângulos, cada um mantém certa regularidade em sua prática, ou seja, sempre utilizando-se do mesmo formato de abordagem do assunto tema da aula.

Com base na entrevista que fizemos a esses sujeitos, ficou evidente essa prática, pois identificamos nos discursos desses professores que, para conduzirem o estudo dos conteúdos geométricos, iniciam por exemplos que são resolvidos na lousa, os quais são reproduzidos pelos alunos em seus cadernos e, em seguida, partem para a resolução de exercícios.

Essas constatações levam a um fato bastante preocupante: como pode um professor, no caso, o egresso desses cursos de Licenciatura em Matemática, conduzir o ensino de Matemática a alunos dos últimos anos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio de maneira como ele nunca vivenciou durante a graduação? E como ele poderá promover o ensino aplicando uma metodologia que não domina?

Entendemos que existem maneiras diferentes de analisar essa situação; uma coisa é o futuro professor ter conhecimento dos temas que serão trabalhados na Educação Básica, outra totalmente distinta é ele ter noção de como irá ensinar. Com todas essas questões esquematizadas em nossa consciência, encontramos em Fini (1994, p.60), a seguinte declaração:

A Licenciatura não terá sentido enquanto cada disciplina do curso continuar a ser apresentada aos alunos como um conjunto de conhecimentos e cujo sentido se esgota em si mesmo, independentemente das demais que compõem o curso, e sem que exista um projeto geral e definido para a formação de professores, assumido por todos os envolvidos. Este projeto deverá imprimir direção ao trabalho realizado em cada uma das disciplinas, de maneira a reuni-las em um todo que tenha sentido para o programa de formação de professores.

Levando em consideração a análise feita nos cadernos dos alunos, observando as atividades realizadas em sala de aula, e analisando o discurso dos dois professores e da aluna, percebemos que os três professores que fazem parte da pesquisa estão no eixo das organizações didáticas clássicas, apesar de termos conhecimento que as organizações

didáticas desses sujeitos têm um caráter misto, porque apresentam um pouco de cada um dos tipos das organizações didáticas idealizadas por Gascón (2003).

Retomando a nossa indagação inicial, percebemos que toda a nossa preocupação tem fundamento, porque analisando a prática cotidiana desses professores, concluímos que, pela nossa vivência ou experiência, esta é uma prática instituída pela maioria dos professores dos cursos de Licenciatura, e as dificuldades que os futuros professores enfrentam por não terem compreendido os conceitos básicos de Matemática e, mais especificamente, os conceitos de Geometria, devem-se ao tipo de estudo que é proporcionado aos alunos dos cursos de Licenciatura, em que o ensino consiste basicamente na transmissão de conhecimentos.

Como temos conhecimento de que os egressos reproduzem em sala de aula as atitudes de seus professores, acreditamos que os alunos dos professores investigados terão estilos diferentes de apresentação dos conteúdos, porque esses professores diferem na forma de condução dos conceitos elementares de Geometria. Registramos que um dos investigados tem uma atitude mais teoricista, valorizando as definições e as demonstrações e os outros dois pertencem à linha mais tecnicista. Quanto a estes últimos, mesmo apresentando características tecnicistas, um deles coloca em primeiro plano a resolução de exercícios, enquanto que o outro apresenta indícios de valorização da dimensão teórica.

Todos os aspectos apresentados até o momento, que caracterizam a atual situação das práticas docentes, confirmam que há deficiência na formação do professor de Matemática e admitem a necessidade de mudanças na formação inicial e continuada desse professor, tendo em vista a constatação da existência do propalado círculo vicioso, como referenciamos e constatamos em nossa investigação.

Quando se reflete sobre a praxeologia do professor, é inevitável perceber seus reflexos na formação dos egressos, e esse foi o principal ponto de reflexão desse estudo. Esperamos que sua maior contribuição esteja, justamente, na socialização dos resultados com coordenadores e professores dos cursos de Licenciatura em Matemática, além de possibilitar uma ampliação das discussões no que se refere à apresentação dos conteúdos de Matemática elementar nos cursos que formam professores que atuarão no ensino da Educação Básica, suscitando-se, dessa forma, outros questionamentos, tendo como alvo sempre a melhoria do desempenho desses profissionais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAKHTIN, M. **Marxismo e Filosofia da Linguagem**. São Paulo: Hucitec, 1986.
- BICUDO, M. A. V. & ESPÓSITO, V. H. C. **Pesquisa Qualitativa em Educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: UNIMEPE, 1994.
- BICUDO, M. A. V. A Contribuição da Fenomenologia à Educação. In: CAPPELLETTI, I. F. (Org). **Fenomenologia: uma visão abrangente da educação**. São Paulo: editora olho d'água, 1999.
- \_\_\_\_\_. **Fenomenologia: confrontos e avanços**. São Paulo: Cortez Editora, 2000.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática/ SEF**. \_ Brasília,1998.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CES 1302/2001. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Brasília: MEC/SE, 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos**. PNLD, 2008: Matemática/Ministério da Educação. \_\_Brasília:MEC, 2007
- CHEVALLARD, Y; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas**. O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- CHEVALLARD, Y **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico**. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1999. Traducción de Ricardo Barroso Campos. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla. Con la colaboración de Teresa Fernández García, Catedrática de Francés, IES Martín Montañes, Sevilla.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. **La Sensibilité De L'activité Mathématique Aux Ostensifs - Objet D'étude Et Problematique – 1999**. Disponível em : [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite\\_aux\\_ostensifs.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_ostensifs.pdf). Acesso em 02 jun 2007.
- COSTA, J. L. Uma caixa geradora de conhecimento. In: NACARATO, A. M. (org). **Experiências com Geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação**. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.
- CURI, E. **Formação de Professores de Matemática: realidade presente e perspectivas futuras**. São Paulo, PUC, 2000. Dissertação de Mestrado.

DANYLUK, O. **Alfabetização Matemática**. As primeiras manifestações da escrita infantil. Passo Fundo: EDIUPF, 1998.

**Documento base da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**: subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática. Seminário Nacional de Licenciaturas em Matemática. Salvador, 2003.

DORNELES, C. M. A. **A contribuição das novas tecnologias no processo de ensino e aprendizagem do deficiente visual**. Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2002. Dissertação de Mestrado.

FERREIRA, M. E. A física moderna como instrumento da educação: uma pesquisa de fenômeno situado. In: BICUDO, M. A. V. & ESPÓSITO, V. H. C. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: UNIMEPE, 1994.

\_\_\_\_\_. Uma escola para o povo: para quê? In: BICUDO, M. A. V. & ESPÓSITO, V. H. C. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: UNIMEPE, 1994.

FINI, M. I. Sobre pesquisa qualitativa em educação, que tem a fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M. A. V. & ESPÓSITO, V. H. C. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: UNIMEPE, 1994.

GARNICA, A. V. M. Educação, Matemática, Paradigmas, Prova Rigorosa e Formação do Professor. In: BICUDO, M. A. V. & CAPPELLETTI (orgs.). Fenomenologia: uma visão abrangente da Educação. São Paulo: Editora Olho d'Água, 1999.

GASCÓN, J. *La necesidad de utilizar modelos em didáctica de las matemáticas*. In: Revista Educação Matemática Pesquisa, p. 11-37. PUC-São Paulo, 2003.

GROENWALD, C. L. O. & SILVA, C. K da. **Educação Matemática na formação de professores**. In: II Simpósio Internacional de Educação Superior. Disponível em: [http://www.humanas.unisinos.br/simposio/educacao/trabalhos/GROENWALD\\_SILVA.doc](http://www.humanas.unisinos.br/simposio/educacao/trabalhos/GROENWALD_SILVA.doc). Acesso em 03 dez 2008.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista**. SBEM-nº 4, pp 3-13, 1995.

MACHADO, O. V. de M. Pesquisa Qualitativa: modalidade fenômeno situado. In: BICUDO, M. A. V. & ESPÓSITO, V. H. C. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: UNIMEPE, 1994.

MARTINS, J. & BICUDO, M. A. V. **A Pesquisa Qualitativa em Psicologia**. Fundamentos e recursos básicos. São Paulo: Centauro, 2005.

- MELO, A. V. **Matemática: um saber também de gente pequena**. Passo Fundo:UPF, 2002
- MIGUEL, A. A constituição do paradigma do formalismo pedagógico clássico em Educação Matemática. In: **Revista Zetetikê**, Ano 3- n°3, pp.7-39, 1995.
- PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- PAVÃO, Z. M. **Formação do professor-educador matemático em cursos de Licenciatura**. **Revista diálogo educacional**, Curitiba, v.6, n. 18, p.161- 168, mai /ago 2006
- PAVANELLO, R. M. **O Abandono do Ensino de Geometria: uma visão histórica**. Universidade Estadual de Campinas, 1989. Dissertação de Mestrado.
- \_\_\_\_\_. **O Abandono do Ensino de Geometria no Brasil: causas e conseqüências**. **Zetetikê**. Campinas: UNICAMP/FE/CEMPEM. Ano 1, n°1, março, pp. 7-17,1993.
- PEREIRA, M. R. de O. P. **A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino**. São Paulo, PUC,2001. Dissertação de Mestrado.
- PONTE, J. P. **Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso?** Disponível em: [www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte\(NOESIS\).rtf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte(NOESIS).rtf). Acesso: 12 abr 2008.
- SANTOS, R. C. **Conteúdos Matemáticos da Educação Básica e sua abordagem em curso de Licenciatura em Matemática**. São Paulo, PUC, 2005. Dissertação de Mestrado.

## ANEXOS

Apresentamos, neste anexo, os discursos dos sujeitos da pesquisa, na íntegra.

### ANEXO I

DISCURSO Nº 1 (Prof. Tadeu)
Discurso na linguagem do sujeito (discurso ingênuo)
<p>O conteúdo de Geometria é um conteúdo praticamente muito pouco explorado no ensino médio. Então, quando a gente vai iniciar esse conteúdo, que na realidade é uma revisão do que eles já viram, porém muitos deles têm dificuldades para assimilar, então o que a gente faz? Logo no início a gente faz uma análise geral, porque é algo que a gente já viu, por exemplo, retas paralelas nós já estudamos, então a gente faz uma revisão a respeito de retas paralelas. Trabalho bastante a questão das retas cortadas, nessas paralelas, o que é uma reta transversal, como é que isso acontece, o que isso significa e, principalmente que, quando você tem duas retas paralelas ou mais você coloca uma reta transversal aí e é importante que o aluno possa verificar que formam vários ângulos, (...) e esses ângulos a gente precisa identificar com os alunos. E, se a gente marcar um ponto e somar esses 4 ângulos, porque cada uma das retas paralelas cortadas por essas transversais, vão formar 4 ângulos, e esses ângulos se nós somarmos todos eles, dá um total de <math>360^\circ</math> e, aí então o que a gente trabalha? Trabalha ângulos complementares, ângulos suplementares, o ângulo de uma volta inteira que seriam os ângulos replementares e a soma igual a <math>360^\circ</math>. (...) Essa exposição ela é feita no quadro, eu faço essa exposição no quadro. Então, primeiro eu falo do que são retas paralelas, depois do que são retas transversais e na seqüência, quando isso acontece, então eu já começo a mostrar para os alunos acerca dos ângulos ... dos ângulos que são menores que <math>90^\circ</math>, dos ângulos que são maiores que <math>90^\circ</math> e, aí então a partir disso, o que a gente começa a fazer? Eu começo a trabalhar com eles, os ângulos correspondentes. O primeiro passo é a respeito dos ângulos correspondentes. Então, é muito fácil para que o aluno possa verificar. Eu faço isso de uma forma... com o giz colorido no quadro, então eu marco um ângulo, vejo o seu oposto pelo vértice e, a partir de ver os opostos pelo vértice, eu começo a identificar, na outra reta paralela (...) os ângulos correspondentes e, eu começo a marcar das mesmas cores, marco então os correspondentes. Depois que eu trabalhei a questão dos correspondentes, então faço outro desenho com duas retas paralelas, coloco uma transversal de novo aí e, então eu começo a observar com os alunos a respeito dos ângulos alternos. Eu digo para eles: quando a gente olha para os ângulos alternos, vamos ter ângulos fora das paralelas ou dentro das paralelas que seria os externos e os internos. (...)</p> <p>Uma coisa importante para observar é que a sempre a gente vai analisar pares de ângulos ... correspondentes, alternos ou colaterais. Então, essa é a abordagem que nós fazemos, que inicia, é claro, junto com toda essa questão teórica que nós vamos falando. Tem exemplificação disso no quadro a partir de desenhos. Eu uso régua, as régua grandes, aquelas régua de um metro para fazer o desenho no quadro e peço que o aluno faça a reprodução disso no caderno, então a partir do momento em que ele vai fazendo a reprodução, teoricamente, pelo menos dá a idéia de que eles vão fixando isso com o conhecimento. A partir disso a gente começa a trabalhar, e é uma das formas de verificar</p>

isso na realidade. Poderíamos até usar outros materiais, mas nesse caso como é uma seqüência, porque na verdade eles já conhecem, porque eles já viram isso, ou pelo menos já deveriam ter visto. Então eu só mostro isso e, daí a gente parte para os exercícios. E, a partir das listas de exercícios é que o aluno vai então se deparar com as diferentes situações e nessas diferentes situações ele vai experimentar pra ver. É claro que a partir das diferentes situações vêm diferentes tipos de exercícios que ora deve usar o conhecimento de ângulos opostos, ora usa conhecimento de colaterais, ora de externos, ora de internos, de ângulos alternos internos, ângulos alternos externos ou correspondentes.

Porque a primeira questão que os alunos precisam saber é identificar o que é correspondente, o que é alterno e o que é colateral. Feito isso, então a gente parte para outro exercício que tem uma complexibilidade um pouquinho maior, complexibilidade não, mas que tem várias variáveis, por exemplo. Aí então a gente parte não somente para uma reta transversal, mas coloca uma reta transversal e já coloca associada uma outra, uma figura incompleta para que eles possam completar. (...) Às vezes o aluno precisa traçar uma outra reta auxiliar paralela para que ele possa visualizar e, eu tenho trabalhado nesse caso, basicamente na visualização no quadro e a repetição a partir de exercícios.

#### DISCURSO Nº 2 (Prof. Pedro)

##### Discurso na linguagem do sujeito (discurso ingênuo)

Quando a gente vai se referir o assunto paralelismo a gente precisa diferenciar retas paralelas de retas concorrentes, isto porque a geometria que estamos estudando é a geometria no plano, a geometria plana. E quando a gente tem então duas retas, um feixe de retas cortadas por uma transversal, nós temos uma formação de vários ângulos no caso 8 ângulos. A gente define então esses ângulos como ângulos alternos internos e externos, correspondentes e colaterais, isso é tudo definido em sala de aula, e exposto no quadro para eles observarem esses diferentes tipos de ângulos formados. Depois a gente imagina que essas retas ... esse feixe de retas sejam retas paralelas, e a gente define então feixe de retas paralelas cortadas por uma transversal, e aí a gente percebe que esses ângulos dois a dois recebem os nomes especiais conforme a gente já determinou lá atrás: alternos internos, alternos externos, colaterais, correspondentes. E então a gente demonstra que dois ângulos alternos internos ou alternos externos são congruentes, quando a gente pegar os dois ângulos correspondentes a eles. Bom, feito uma demonstração simples no quadro e, existe a condição necessária suficiente para que esses ângulos sejam congruentes e que determine, então, o paralelismo entre as duas retas  $a$  e  $b$  (...). Definimos então ângulos externos devido à soma dos ângulos internos de um triângulo, já demonstrado anteriormente, como  $180^\circ$ . A gente consegue demonstrar que o ângulo externo é a soma dos dois ângulos não-adjacentes ao vértice que ele está sendo exposto.

## DISCURSO Nº 3 (Aluna)

## Discurso na linguagem do sujeito (discurso ingênuo)

Ele colocava o exemplo na lousa, explicava certinho (...) e, depois pedia para a gente fazer os exercícios. E se a gente não conseguisse fazer os exercícios em casa, aí então a gente pedia para ele e, ele ia até a lousa resolver os exercícios com a gente.

Muitas vezes ele explicava a primeira vez e aí ele sorteava os alunos, para irem lá na frente e resolverem os exercícios. O que a gente tinha dificuldade, ele explicava de novo e acabava o exercício, era assim que ele fazia.

Ele pedia pra gente ler a teoria, antes da próxima aula, para a gente saber sobre o que ele ia explicar, (...) ou ter mais ou menos, como eram os ângulos, se eles eram congruentes, se eles eram suplementares, complementares, para quando ele fosse explicar na lousa ou quando ele chamasse a gente para resolver na lousa, a gente saber o que ele ia explicar, o que o exercício pedia, (...) porque a gente já tinha uma noção do que ele ia explicar (...), então era mais fácil pra gente aprender. Era assim que ele trabalhava.

## ANEXO II

Neste anexo, são apresentadas tarefas que pertencem aos oito tipos de tarefas que foram descritos nesta pesquisa, como também tarefas que não pertencem aos tipos que foram analisados:

$t_8 \rightarrow$  Determinar um ângulo sabendo que o seu suplemento excede o próprio ângulo de  $70^\circ$ .  
(Fonte: Caderno do aluno do prof. Pedro)

$t_{12} \rightarrow$  Determinar as medidas de dois ângulos suplementares sabendo que o dobro de um deles somado com a sétima parte do outro resulta  $60^\circ$ .

(Fonte: Caderno do aluno do prof. Pedro)

$t_{13} \rightarrow$  A soma de um ângulo com a terça parte do seu complemento resulta  $46^\circ$ . Determinar o suplemento desse ângulo.

(Fonte: Caderno do aluno do prof. Pedro)

$t_{14} \rightarrow$  Calcule o suplemento dos ângulos cujas medidas são:

a)  $141^\circ$

b)  $93^\circ 15'$

c)  $84^\circ 45' 23''$

(Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{15} \rightarrow$  Calcular a medida dos ângulos, sabendo que a razão entre a medida de um ângulo e seu complemento é  $\frac{5}{7}$ .

(Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{17} \rightarrow$  Provar que dois ângulos que têm o mesmo suplemento são congruentes, sabendo:

$a = 180 - a$

$b = 180 - b$

(Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{34} \rightarrow$  Se dois ângulos são suplementares e um deles é o quádruplo do outro. Determine a medida do complemento do ângulo menor.

(Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{36} \rightarrow$  Dois ângulos congruentes são complementares. Quanto mede cada um? E se eles forem suplementares, qual será a medida de cada um?

(Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{29} \rightarrow$  Determinar o complemento de um ângulo sabendo que a razão entre o ângulo e seu complemento é  $\frac{5}{4}$ .

$t_{32} \rightarrow$  O complemento da medida de um ângulo está para o seu suplemento na razão de  $\frac{1}{3}$ .

Calcule a medida desse ângulo.

(Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{33} \rightarrow$  Calcule o suplemento de um ângulo de medida  $\theta$  que satisfaça a relação:  $3\theta - 6\alpha + 9\beta - 60^\circ = 0$

(Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{35} \rightarrow$  Dois ângulos estão na relação  $\frac{4}{9}$ . Sendo  $130^\circ$  sua soma, determine o complemento do menor.

(Fonte: Caderno do aluno do prof. Pedro)

$t_{52} \rightarrow$  Quando é que dois ângulos são suplementares?

(Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_5 \rightarrow$  Sendo  $r$  e  $s$  paralela, determine o valor de  $x$ :

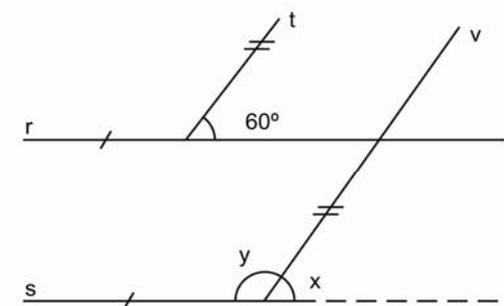


Figura 19.  $t_5$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Pedro)

$t_{18} \rightarrow$  Prove que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes:

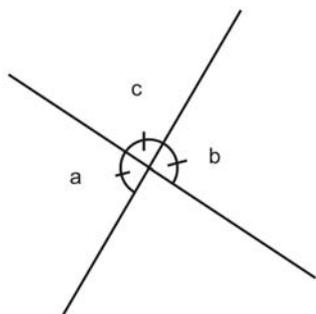


Figura 20.  $t_{18}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{20} \rightarrow$  Dadas duas retas paralelas “r” e “s”, cortadas por uma transversal “t”, calcule o valor de x:

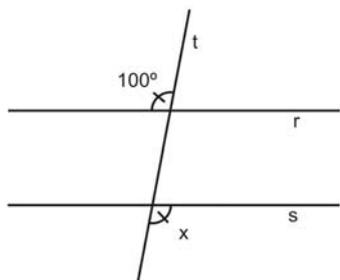


Figura 21.  $t_{20}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{21} \rightarrow$  Na figura, as retas “r” e “s” são paralelas. Calcule o valor de x.

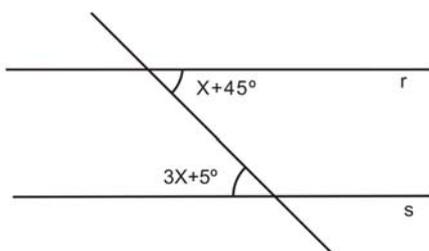


Figura 22.  $t_{21}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{23} \rightarrow$  Na figura, as retas “r” e “s” são paralelas. Calcule o valor de x.

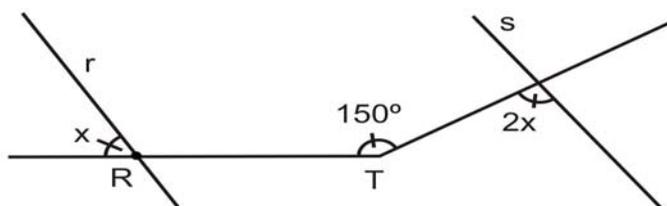


Figura 23.  $t_{23}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{28} \rightarrow$  Calcule o valor de x indicado na figura:

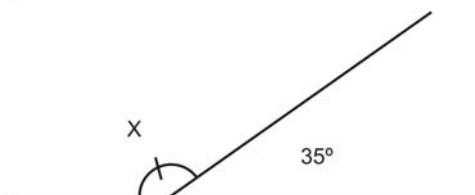


Figura 24.  $t_{28}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

t<sub>39</sub> → Calcule o valor de  $x + y$ , sendo  $r // s$  e  $t // v$ .

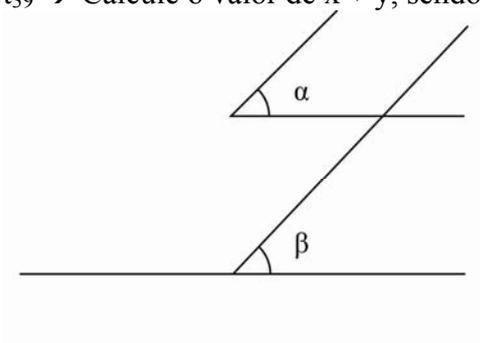


Figura 25. t<sub>39</sub> (Fonte: Caderno do aluno do prof. Pedro)

t<sub>41</sub> → Dadas duas retas “r” e “s” cortadas por uma transversal, determine o valor de x:

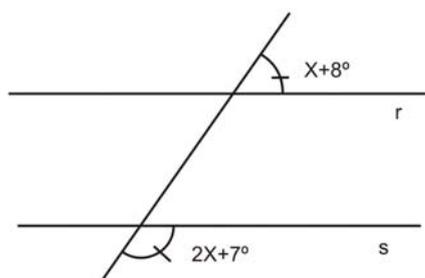


Figura 26. t<sub>41</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

t<sub>42</sub> → Dadas duas retas “r” e “s” cortadas por uma transversal, determine o valor de x:

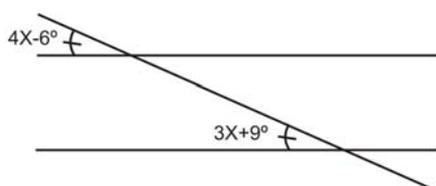


Figura 27. t<sub>42</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

t<sub>43</sub> → Dadas duas retas “r” e “s” cortadas por uma transversal, determine o valor de x:

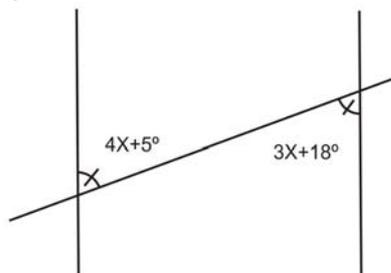


Figura 28. t<sub>43</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

t<sub>44</sub> → Dadas duas retas “r” e “s” cortadas por uma transversal, determine o valor de x:

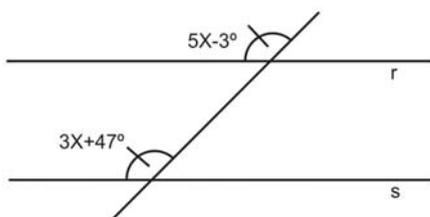


Figura 29. t<sub>44</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

t<sub>45</sub> → Na figura ao lado, sendo  $r \parallel s$ , calcule x e y.

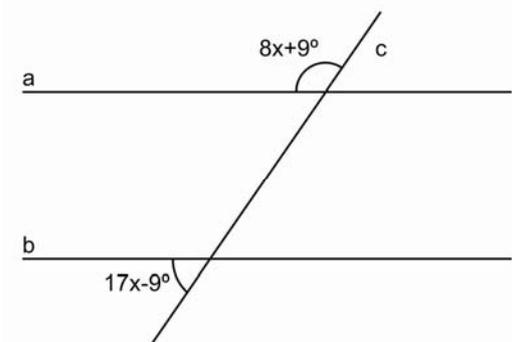


Figura 30. t<sub>45</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Pedro)

t<sub>46</sub> → Na figura temos os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  de lados respectivamente paralelos. Sendo  $\alpha = 8x$  e  $\beta = 2x + 30^\circ$ , determine o suplemento de  $\beta$ .

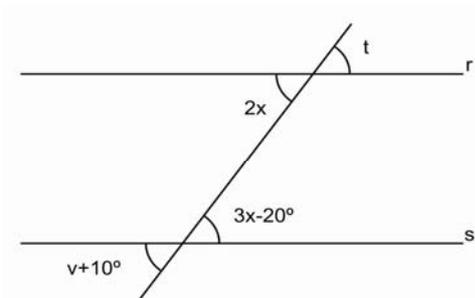


Figura 31. t<sub>46</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Pedro)

$t_{48} \rightarrow$  De acordo com a medida de cada ângulo indicado na figura, determine  $x$ :

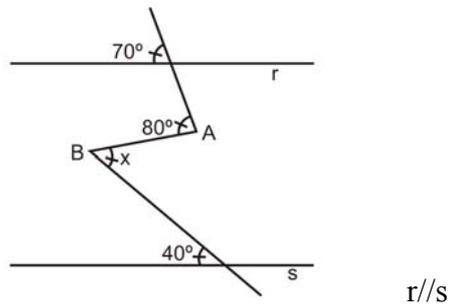


Figura 32.  $t_{48}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{49} \rightarrow$  Determine  $x$ , de acordo com a figura, em cada caso, sabendo que  $r // s$ .

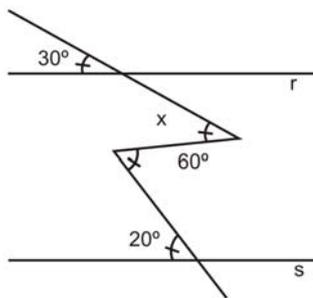


Figura 33.  $t_{49}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{50} \rightarrow$  Determine  $x$ , de acordo com a figura, em cada caso, sabendo que  $r // s$ .

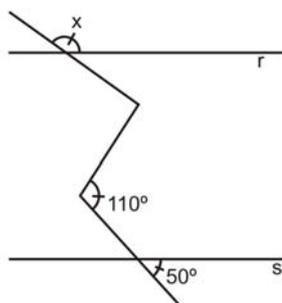


Figura 34.  $t_{50}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{27} \rightarrow$  Dada a figura, calcule o valor de  $x$ :

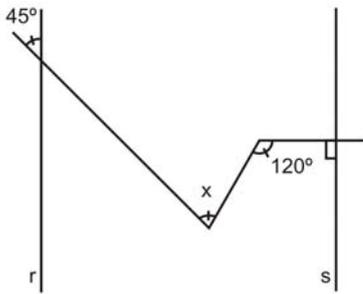


Figura 35.  $t_{27}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. João)

$t_{53} \rightarrow$  Calcule o valor de  $x$  indicado na figura:

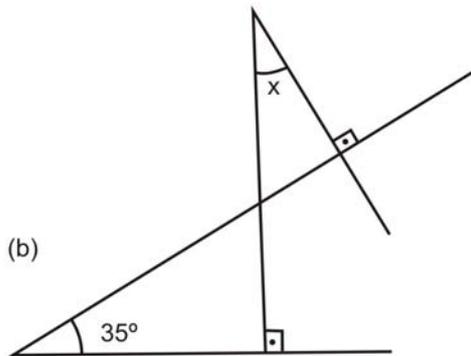


Figura 36.  $t_{53}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

$t_{54} \rightarrow$  Calcule o valor de  $x$  indicado na figura:

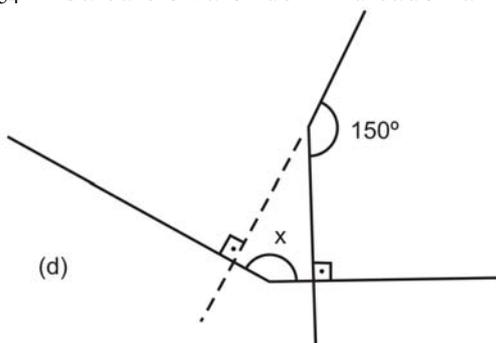


Figura 37.  $t_{54}$  (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)

t<sub>55</sub> → Calcule o valor de x indicado na figura:

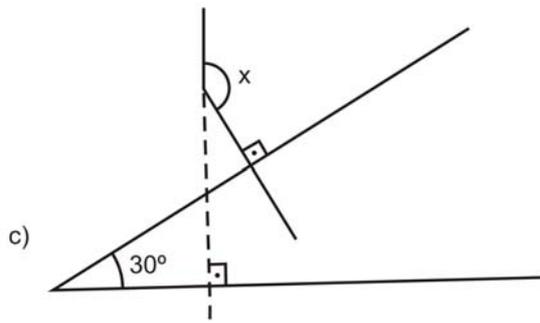


Figura 38. t<sub>55</sub> (Fonte: Caderno do aluno do Prof. Tadeu)