



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE

UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO INTEIRA MISTA PARA UM PROBLEMA INTEGRADO DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO E DA DISTRIBUIÇÃO

Sasha Karina Duarte de Alencar Bezerra Hohlenwerger Barros

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE

**UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO INTEIRA MISTA PARA UM PROBLEMA
INTEGRADO DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO E DA
DISTRIBUIÇÃO**

SASHA KARINA DUARTE DE ALENCAR BEZERRA HOHLENWERGER BARROS

Trabalho de Conclusão de Curso para defesa do Mestrado Profissional apresentada na Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, para obtenção do título de Mestre em Eficiência Energética e Sustentabilidade, na área de concentração Eficiência Energética.

Orientador: Prof. Dr. Willy Alves de Oliveira Soler

CAMPO GRANDE

OUTUBRO/2023



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



FOLHA DE APROVAÇÃO

SASHA KARINA DUARTE DE ALENCAR BEZERRA HOHLENWERGER BARROS

ABORDAGENS DE OTIMIZAÇÃO INTEIRA MISTA PARA UM PROBLEMA INTEGRADO DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO E DA DISTRIBUIÇÃO

Redação final do Trabalho de Conclusão de Curso, aprovado pela Banca Examinadora em 06 de setembro de 2023, na Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul para obtenção do título de Mestre em Eficiência Energética e Sustentabilidade.

Banca examinadora:

Dr. Willy Alves de Oliveira Soler - (Orientador)

Dr. Erlandson Ferreira Saraiva.

Dra. Rubia Mara de Oliveira Santos.

Dra. Ana Paula da Silva Milani.

Dr. Ricardo Ribeiro dos Santos.

NOTA
MÁXIMA
NO MEC

UFMS
É 10!!!



Documento assinado eletronicamente por **Willy Alves de Oliveira Soler, Professor do Magisterio Superior**, em 04/10/2023, às 15:22, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

NOTA
MÁXIMA
NO MEC

UFMS
É 10!!!



Documento assinado eletronicamente por **Erlandson Ferreira Saraiva, Professor do Magisterio Superior**, em 04/10/2023, às 15:33, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

NOTA
MÁXIMA
NO MEC

UFMS
É 10!!!



Documento assinado eletronicamente por **Rubia Mara de Oliveira Santos, Professora do Magistério Superior**, em 04/10/2023, às 18:16, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufms.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4375472** e o código CRC **AAFCD0ED**.

COLEGIADO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE

Av Costa e Silva, s/nº - Cidade Universitária

Fone:

CEP 79070-900 - Campo Grande - MS

Dedico este trabalho, acima de tudo, a DEUS.

Dedico também este trabalho a todos aqueles que tiveram seus sonhos roubados e/ou interrompidos. Por fim, dedico este trabalho à minha avó Marlen (in memoriam), à minha mãe, Ivone, ao meu esposo, Felipe e ao meu irmão, André Emanuel.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, pois sem sua permissão, direção e misericórdia, não teria chegado até aqui.

Agradeço ao meu esposo, Felipe, por toda a sua paciência, amor, cuidado, ajuda e apoio, e, sobretudo, por acreditar em mim, quando eu não acreditava.

Agradeço aos meus pais, que me ensinaram a trilhar o caminho correto. Em especial a minha mãe Ivone, que sempre me protegeu e ensinou-me o valor da educação e a importância de lutar pelos meus sonhos. Agradeço aos meus familiares por me apoiarem nos momentos em que necessitei e por sua compreensão durante a minha ausência.

Agradeço imensamente ao professor Dr. Willy, pelo seu caráter ético, dedicação e paciência para que este projeto pudesse ser concluído e não me deixar desistir.

Agradeço imensamente aos amigos que torcem por mim, acreditam na minha capacidade e sempre têm palavras de conforto; aos professores que, ao longo do curso, compartilharam o seu conhecimento e contribuíram para este trabalho.

Agradeço, em especial, a Marcos Antônio Medeiros, que teve uma contribuição fundamental para a conclusão deste trabalho.

O presente projeto foi desenvolvido com apoio da Loggi através da concessão de bolsa de estudo do Programa de Bolsas de Pesquisa Loggi (PBP-Loggi 2021).

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, UFMS/MEC Brasil e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (Capes) Código de Financiamento 001. A pesquisa foi desenvolvida com a utilização dos recursos computacionais do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria (CeMEAI), financiados pela FAPESP (proc.2013/07375-0).

*“A vida é cheia de altos e baixos, mas só porque
você falhou agora ou não consegue ver
resultados, não quer dizer que nunca chegará lá.
Um passo de cada vez, melhore 1% por dia... E
você, já deu seu passo hoje?”*

Laura Amorim, 2023

RESUMO

Esta pesquisa aborda um problema integrado de planejamento da produção e da distribuição observado em indústrias alimentícias, fundições, moveleiras, entre outras. Considera-se um ambiente industrial com as seguintes características: tempos e custos de preparação para linha de produção; relevantes custos para manutenção de produtos em estoque; uma única linha de produção; distribuição dos itens produzidos realizada por uma frota homogênea de veículos, ordens indivisíveis, flexibilidade no atendimento das demandas e janela de tempo de entrega. O problema consiste em determinar quais ordens de clientes devem ser aceitas para produção e qual período de suas respectivas janelas de tempo as ordens serão atendidas, bem como o quanto se produzir de cada produto em cada período e as rotas de entrega dos veículos utilizados para distribuição. Este trabalho apresenta o modelo matemático de otimização inteira mista desenvolvido para representar o problema. E analisa os resultados computacionais alcançados através do estudo computacional realizado com instâncias, baseadas em cenários reais, para avaliar o desempenho do algoritmo *branch-and-bound* em resolver o modelo após sua implementação no *software* de alto desempenho IBM ILOG Cplex.

Palavras-chave: Dimensionamento de lotes. Flexibilidade de atendimento da demanda. Roteamento de veículos.

ABSTRACT

This research addresses an integrated production and distribution planning problem observed in some production environments, such as food, foundry, and furniture industries. We suppose an industrial environment with the following characteristics: sequence independent setup times and costs; relevant inventory holding costs; a single production line; homogeneous vehicles fleet for distribution of the produced items; indivisible orders; demand choice flexibility and delivery time windows. The problem consists of determining which customer orders should be accepted for production and which period of their respective time windows the orders will be fulfilled, as well as how much to produce of each product in each period and the delivery routes of the vehicles used for distribution. This work presents the mixed integer optimization mathematical model developed to represent the problem. And it analyzes the computational results achieved through the computational study carried out with instances, based on real scenarios, to evaluate the performance of the branch-and-bound algorithm in solving the model after its implementation in the high-performance IBM ILOG Cplex software.

Keywords: Lot sizing. Demand choice flexibility. Vehicle routing.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo de Planejamento da Cadeia de Suprimentos	21
Figura 2 - Restrição de Balanceamento de Estoque	31
Figura 3 - Restrição de Entrega Única.....	32
Figura 4 – Fluxo de Rota	34
Figura 5 – Representação da MTZ para subciclos	35
Figura 6 – Fluxo de entregas dos pedidos	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo da revisão da literatura	25
Tabela 2 – Índices e Parâmetros do modelo	29
Tabela 3 - Variáveis de decisão do modelo	29
Tabela 4 – Classes das Instâncias de Testes	41
Tabela 5 - Desempenho computacional por classe	42
Tabela 6 - Classes Resumos das Instâncias de Testes.....	47
Tabela 7 - Lucro e custos associados a instância	49
Tabela 8 - Variação da aceitação das ordens por classe	49
Tabela 9 - Desempenho da Capacidade Produtiva.....	50
Tabela 10 – Utilização do Estoque.....	51
Tabela 11 – Utilização dos Veículos.....	51
Tabela 12 – Análise de Custos	52

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ALNS	Busca Adaptativa De Vizinhança Ampla
B&B	<i>Branch-and-Bound</i>
B&C	<i>Branch-and-Cut</i>
CLSD	<i>Capacitated Lot Sizing Problem with Sequence Dependent Setup Costs</i>
DTI	Flexibilidade de Escolha das Demandas, Janela de Tempo e Ordens Indivisíveis
GRASP	Busca Adaptativa Aleatória Gulosa
IRP	Problema de Roteamento de Inventário
MTZ	<i>Miller-Tucker-Zemlin</i>
ONU	Organização das Nações Unidas
PDL	Problema de Dimensionamento de Lotes
PRP	Problema de Roteamento e Produção

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	<i>Objetivos</i>	<i>17</i>
1.2	<i>Relação com a sustentabilidade</i>	<i>17</i>
1.3	<i>Organização do texto</i>	<i>19</i>
2	REVISÃO DA LITERATURA	20
2.1	<i>Problema de Roteamento e Produção</i>	<i>20</i>
2.2	<i>Resumo das Revisões da Literatura sobre o PRP</i>	<i>25</i>
3	MODELAGEM DO PROBLEMA	27
3.1	<i>Apresentação dos Parâmetros e Variáveis de Decisão do Modelo</i>	<i>27</i>
3.2	<i>Modelo Matemático</i>	<i>30</i>
4	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	38
4.1	<i>Ambiente e Instâncias de Teste</i>	<i>38</i>
4.2	<i>Análise de Desempenho</i>	<i>42</i>
4.3	<i>Estudo da estrutura da solução</i>	<i>47</i>
4.4	<i>Análise da estrutura da solução</i>	<i>49</i>
4.5	<i>Análise de Sensibilidade</i>	<i>53</i>
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57
	APÊNDICE A – INSTÂNCIA DE TESTE 10-1-4-1	60
	APÊNDICE B – VARIAÇÃO DA ACEITAÇÃO DAS ORDENS POR CLASSE	61
	APÊNDICE C – DESEMPENHO DA CAPACIDADE PRODUTIVA	63
	APÊNDICE D – UTILIZAÇÃO DO ESTOQUE POR CLASSE	70
	APÊNDICE E – UTILIZAÇÃO DOS VEÍCULOS DA FROTA POR CLASSE	72
	APÊNDICE F – ANÁLISE DOS CUSTOS POR CLASSE	74

1 INTRODUÇÃO

A intensificação da concorrência no mercado global e o aumento contínuo dos custos de combustíveis impõem às indústrias a necessidade de otimizar seus processos produtivos e logísticos, desde a manufatura dos produtos até a sua entrega aos clientes, minimizando os custos operacionais, garantindo preços competitivos para os seus produtos e um crescimento sustentável dos lucros da indústria.

Para tanto, é indispensável o desenvolvimento de ferramentas que auxiliem os gestores na realização de bons planejamentos operacionais. Essas ferramentas visam apoiar as tomadas de decisões, considerando aspectos como capacidade de produção, meios de distribuição, alocação de recursos e controle de custos.

Segundo Darvish *et al.* (2021) e Bo *et al.* (2021), o planejamento estratégico de uma indústria enfrenta um desafio: decidir quanto e quando produzir de cada produto e como distribuí-lo, sendo a produção e distribuição um conjunto de ações que possibilitam a relação entre a indústria e o cliente.

Wagner e Whitin (1958) e Dantzig e Ramser (1959) são os precursores no estudo do Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL) e no Problema da Distribuição de Produção, respectivamente. Tais problemas são clássicos na área de otimização inteira mista e a integração destes dois problemas resultou no Problema de Roteamento e Produção (PRP).

De acordo com Watanabe *et al.* (2017), o PRP consiste em decidir a quantidade de cada item a ser produzido dentro de cada período de um horizonte finito e quais as rotas de entregas dos pedidos atendidos. As decisões são tomadas visando o uso eficiente dos recursos disponíveis e a minimização dos custos associados nos processos da produção e roteamento.

Neste trabalho, estuda-se um PRP baseado no sistema produtivo adotado por algumas indústrias brasileiras que apresentam características ainda pouco exploradas na literatura do PRP. Mais especificamente, no problema considerado pressupõe-se um catálogo diversificado de produtos que deve ser produzido numa única linha de produção com capacidade limitada. Além disso, considera-se a existência de tempos e custos de preparação de produção (*setup*) e custos para manutenção dos itens no estoque.

As demandas dos clientes são dadas em forma de ordens indivisíveis, que podem ser compostas por diferentes tipos de produtos e devem ser entregues aos clientes em janelas de tempo pré-estabelecidas. A indústria, por sua vez, possui a flexibilidade de escolher quais ordens de clientes serão aceitas para produção e em qual período da respectiva janela de tempo cada ordem aceita será entregue ao cliente.

Uma frota homogênea de veículos com capacidade limitada é utilizada para a realizar as entregas das ordens selecionadas e consideram-se os custos associados à utilização e deslocamento dos veículos. Salienta-se que as características consideradas são usualmente observadas em indústrias alimentícias, fundições e moveleiras, principalmente no que se refere a:

1. Ordens indivisíveis – em cenários com essa característica, os clientes realizam ordens compostas por diversos produtos e não estão dispostos a aceitarem a entrega parcial dos produtos solicitados;
2. Flexibilidade de escolha das demandas atendidas – em alguns ambientes industriais, os gestores das fábricas possuem a prerrogativa de decidir quais ordens dos clientes serão aceitas para produção, podendo rejeitar as ordens que não contribuirão para o incremento dos lucros. Em Soler, Santos e Poldi (2019) apresenta-se algumas das potenciais razões para a rejeição de demandas;
3. Janela de tempo de entrega – em problemas com essa característica, as demandas dos clientes não estão associadas a um único período do horizonte de planejamento, mas a conjunto de períodos adjacentes normalmente estipulados pelo próprio cliente.

A flexibilidade na escolha das demandas atendidas é uma prática que pode ser adotada por diversas indústrias, mas a extensão e o modo que a flexibilidade será implementada podem variar significativamente segundo o setor e as características específicas de cada empresa. Algumas indústrias utilizam a flexibilidade para escolher as demandas que serão atendidas, enquanto outras não adotam essa abordagem. Destaca-se que a suposição da flexibilidade de escolha das demandas atendidas é a principal característica que difere o PRP abordado neste trabalho dos problemas usualmente descritos na literatura. Conforme será discutido no capítulo 3, as principais razões para a rejeição de demandas são:

- as restrições de capacidade de produção – em algumas situações, a fábrica não possui capacidade suficiente para produção de todas as demandas solicitadas pelos clientes;
- as restrições de capacidade de carregamento dos veículos – eventualmente, em alguns períodos do horizonte de planejamento, os veículos disponíveis não são suficientes para realizar as entregas de todas as ordens;
- os custos associados ao preparo da linha de produção e roteamento – algumas ordens de clientes podem apresentar características que impeçam o agrupamento da produção e/ou entrega com as ordens de outros clientes.

Se uma ordem for aceita, o pedido estará associado a uma janela de tempo, fixada pelo próprio cliente e formada por períodos adjacentes. Dentro desta janela de tempo, as ordens aceitas podem ser entregues em qualquer período, conforme critério da indústria. Portanto, além de decidir quais ordens serão aceitas, é preciso também decidir em qual período cada ordem será efetivamente entregue ao cliente.

As características consideradas nesta pesquisa foram estudadas por:

- i. Supithak, Liman e Montes (2010) e Yang, Hou e Kuo (2017) que abordaram o problema considerando ordens indivisíveis;
- ii. Sereshti e Bijari (2013) e Aouam *et al.* (2018) considerando a flexibilidade de escolha das demandas;
- iii. Jaruphongsa e Lee (2008) considerando janela de tempo de entrega;
- iv. Soler, Poldi e Santos (2019) que abordaram as ordens indivisíveis, a flexibilidade de atendimento das demandas e janelas de tempo para atendimento, porém não consideraram o roteamento da produção.

Em síntese, o problema abordado neste trabalho consiste em determinar:

- I. Quais demandas serão aceitas e em qual período de suas respectivas janelas de tempo elas serão atendidas;
- II. As quantidades de cada produto a serem produzidas em cada período;

- III. Os veículos que serão utilizados para as entregas, bem como as suas respectivas rotas.

O objetivo é maximizar o lucro obtido com as ordens aceitas, assegurando que sejam respeitadas a capacidade produtiva da planta e as capacidades de carga dos veículos.

Os modelos matemáticos existentes na literatura para o PRP, não abordaram as características de flexibilidade de escolha das demandas, janela de tempo e ordens Indivisíveis de maneira simultânea. Neste trabalho, desenvolveu-se um modelo matemático de otimização inteira mista para considerar o PRP descrito.

1.1 Objetivos

- **Objetivo Geral:**

A presente pesquisa consiste em desenvolver ferramentas matemáticas e computacionais para auxiliar no planejamento eficiente da produção e da distribuição em diversos setores industriais, contribuindo para a sustentabilidade econômica de várias indústrias.

- **Objetivos específicos:**

- a) Representar o problema mediante um modelo matemático de otimização inteira mista;
- b) Analisar a eficácia e eficiência do algoritmo *Branch-and-Bound* (B&B) para solucionar o modelo construído. Para tanto, será realizado um amplo estudo computacional através da utilização do algoritmo (B&B) implementado no *software* de alto desempenho IBM ILOG Cplex 22.1 para a solução do modelo desenvolvido.

1.2 Relação com a sustentabilidade

A intenção do trabalho é apresentar ferramentas que auxiliem a realização de um planejamento operacional adequado, possibilitando às indústrias alcançarem um crescimento sustentável, através da produção responsável, evitando desperdícios. Desta forma, contribui-

se, indiretamente, para o atingimento de alguns dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentáveis¹ propostos pela Organização das Nações Unidas até o ano de 2030, sendo eles:

- Objetivo 08 – “Trabalho decente e crescimento econômico”;
- Objetivo 09 – “Indústria, Inovação e Infraestrutura”;
- Objetivo 12 – “Consumo e produção responsável”.

Contribui-se com o Objetivo 08 que tenciona viabilizar um ambiente de trabalho adequado e um crescimento inclusivo e sustentável. Em específico, com o item 8.4 que visa a eficiência global no consumo e na produção de recursos e desassociar o crescimento econômico da degradação ambiental.

Ao otimizar os processos de produção e distribuição, aumenta-se a eficiência na utilização dos recursos, resultando em um consumo mais sustentável, reduzindo o desperdício e minimizando o impacto ambiental. Ao tornar as rotas de entrega mais eficientes evita-se o desperdício de combustível e se reduz a emissão de gases do efeito estufa.

Colabora-se com o Objetivo 09 que visa construir infraestruturas resilientes, fomentar a inovação e viabilizar uma industrialização inclusiva e sustentável. Em especial com o item 9.2 que visa aumentar significativamente a colaboração do setor industrial na geração de empregos e no Produto Interno Bruto.

Ao possibilitar uma industrialização abrangente e sustentável, pois, ao maximizar os lucros de uma indústria, permite-se a manutenção dos empregos já constituídos, e também a geração de novas oportunidades com a expansão do setor.

Por fim, coopera-se com o Objetivo 12 que visa garantir padrões de consumo sustentáveis, especialmente com o item 12.2 que tem como finalidade a gestão sustentável dos recursos naturais, visto que, com a otimização dos processos, evita-se o desperdício de insumos e resíduos que podem ser nocivos ao meio ambiente.

¹ O site oficial com todos os objetivos está disponível em <https://brasil.un.org/pt-br/sdgs>

1.3 Organização do texto

A seguir, este trabalho está organizado da seguinte maneira. No capítulo 2, realiza-se uma revisão da literatura dos trabalhos que abordaram problemas correlatos, enquanto, no capítulo 3, descreve-se o problema abordado e apresenta-se o modelo matemático construído para representação do problema. No capítulo 4, expõe e analisa-se os resultados alcançados no estudo computacional realizado com as instâncias baseadas em cenários reais com objetivo de validar o modelo proposto. Por fim, no capítulo 5, são apresentadas as considerações finais e as propostas para pesquisas futuras.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo apresenta uma breve revisão bibliográfica sobre os principais trabalhos relacionados ao PRP. Esses estudos forneceram a base teórica necessária para a elaboração do modelo apresentado no próximo capítulo.

2.1 Problema de Roteamento e Produção

Em algumas indústrias, a produção e a distribuição têm um papel relevante, uma vez que são operações que envolvem custos significativos. De acordo com Lee e Kim (2002), o problema da produção e distribuição pode ser adaptado em três níveis de planejamento na gestão de uma cadeia de suprimentos: estratégico, tático e operacional, sendo as decisões estratégicas fundamentais para a sobrevivência da empresa.

Conforme Adulyasak, Cordeau e Jans (2015), uma cadeia de suprimentos típica é composta por atividades sequenciais de produção e distribuição. Cada processo individual é, frequentemente, planejado e otimizado usando decisões preestabelecidas de suas atividades predecessoras.

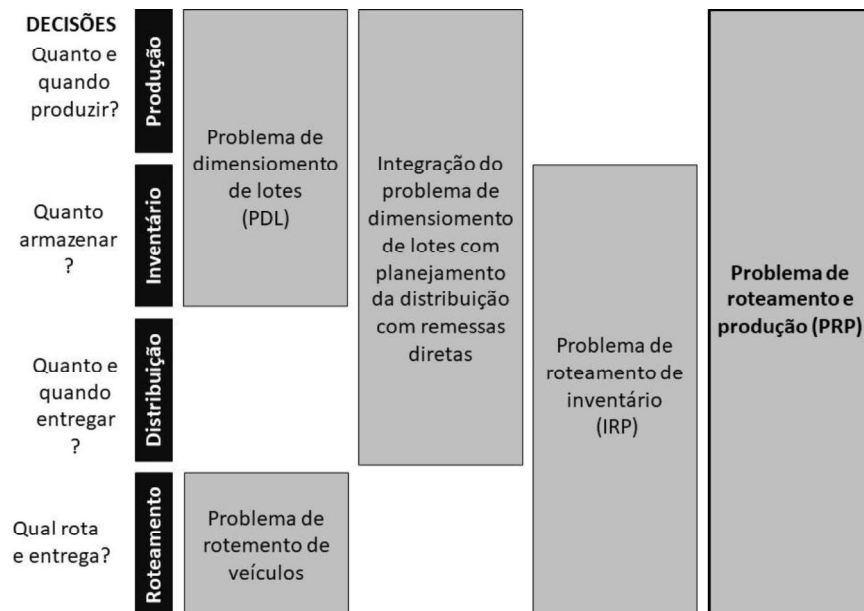
Moons *et al.* (2017) argumentam que, tradicionalmente, as decisões para o planejamento das etapas de produção e distribuição são tomadas isoladamente. Geralmente, adota-se uma abordagem hierárquica, sendo as decisões do planejamento da produção usadas como base para o planejamento da distribuição. Contudo, conforme os autores, essa abordagem não integrada dificilmente conduz a uma solução ótima.

Segundo Moons *et al.* (2017), uma abordagem integrada é benéfica para diversos setores, especialmente quando aplicada a produtos perecíveis ou sensíveis ao tempo. Além disso, esta abordagem evita cronogramas ineficientes, resultando em economia significativa nos custos e melhora na eficiência dos processos operacionais.

De acordo com Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b), a integração dos problemas da produção e distribuição são divididos em categorias que surgem no planejamento operacional da cadeia de suprimentos, conforme mostrado na Figura 1. O primeiro problema é uma versão integrada do PDL com o planejamento da distribuição com remessas diretas, como abordado em Federgruen e Tzur (1999) e em Jin e Muriel (2009). O segundo problema integrado, é o Problema de Roteamento de Inventário (IRP) que incorpora o aspecto de roteamento, mas

desconsidera as decisões do planejamento de produção, como abordado em Andersson *et al.* 2010.

Figura 1 – Modelo de Planejamento da Cadeia de Suprimentos



Fonte: Adaptado de Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b)

O Problema Integrado de Produção, Estoque, Distribuição e Roteamento é apresentado no lado direito da Figura 1. Segundo Adulyasak, Cordeau e Jans (2014b), o problema é conhecido por diversos nomes: Problema Integrado de Produção e da Distribuição em Chandra e Fisher (1994), Fumero e Vercellis (1999), Boudia e Prins (2009) e Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011); Problema de Roteamento, Distribuição e Inventário em Lei *et al.* (2006) e Bard e Nananukul (2009 e 2010); e Problema de Roteamento e Produção (PRP) em Ruokokoski *et al.* (2010). A denominação PRP é a adotada neste trabalho.

Conforme Adulyasak, Cordeau e Jans (2015), o PRP consiste em combinar o PDL com o Problema de Roteamento de Veículos. Os autores também definem como uma generalização do IRP, ao ser resolvido com base nas decisões de produção, estoque, distribuição e roteamento.

Segundo Watanabe *et al.* (2017) o PRP engloba definir a quantidade a ser produzida de cada produto dentro de cada período de um horizonte finito, tal como a designação das rotas de entregas dos pedidos atendidos, visando minimizar os custos associados aos processos da produção e roteamento. São elaborados planejamentos de produção e roteamento, atendimento a pedidos e fluxo de produção para atender à demanda total dos

clientes, respeitando a capacidade produtiva da planta e a capacidade de carregamento da frota de veículos.

Nesse contexto, De Araújo (1999) afirma que o problema de produção possui alguns aspectos ao qual o problema está vinculado, cabendo aos autores definirem as abordagens de cada característica. Conforme o autor, os principais elementos considerados no PRP são:

1. Itens – Em um sistema produtivo, ao ter apenas um tipo de item a ser produzido, é um sistema de único-item, caso exista um catálogo diversificado a ser produzido se tem um sistema multi-item;
2. Estágios – O sistema produtivo pode ser classificado como multiestágio ou monoestágio. No primeiro, a produção de alguns itens (chamados de produtos ou itens finais) depende da produção de outros itens (componentes). No segundo, o produto é produzido de maneira direta, ou seja, em um único estágio;
3. Demanda – Um problema tem demanda estática se as quantidades de itens são fixas ao longo do tempo, e demanda dinâmica se ocorre variações nas quantidades. Se os valores da demanda são conhecidos, se tem uma demanda determinística. Se os valores da demanda são estimados segundo uma distribuição probabilística, se tem uma demanda estocástica.
4. Horizonte de Planejamento – É o intervalo de tempo considerado no planejamento da produção, pode ser finito ou infinito. E o sistema produtivo pode ser planejado de dois modos classificados por problemas contínuos ou discretos. O horizonte finito é usualmente abordado considerando uma demanda dinâmica, e o caso infinito por uma demanda estática. No caso de problemas discretos, o horizonte é particionado em intervalos de tempo menores conhecidos por períodos.
5. Capacidade – Um problema em que se pode produzir qualquer quantidade de itens é chamado de não capacitado. Se existe um limite máximo para a quantidade a ser produzida, o problema é capacitado.
6. Tempo e custo de preparo da linha de produção – Se o tempo e o custo necessário para a preparação da linha de produção dependem apenas do item para o qual o mesmo está sendo preparado, classifica-se como simples. Se depende, também,

do item a ser produzido antes (ou depois) então o preparo é complexo, ou dependente da sequência.

7. Estoque – A produção excedente de um determinado produto pode ser armazenada para o atendimento de demandas futuras. A quantidade excedente armazenada é chamada de estoque e, em geral, existe um custo associado ao armazenamento de produtos (custo de estoque). Um grande desafio no sistema produtivo é determinar o balanço ideal entre custo de preparo e custo de estoque.
8. Tipo da Frota – A frota de veículos que realiza a distribuição das demandas de um problema pode ser classificada em homogênea ou heterogênea. No primeiro, todos os veículos apresentam a mesma capacidade de carregamento e no segundo caso os veículos tem diferentes capacidades.
9. Tamanho da Frota – Uma frota pode dispor de uma quantidade de veículos definida, sendo, dessa forma, classificada como limitada. Por outro lado, se, no contexto do planejamento de distribuição, a quantidade de veículos for inesgotável, considera-se a frota como ilimitada. Isso geralmente ocorre quando a frota é terceirizada.

De acordo com Miranda *et al.* (2018), as pesquisas sobre o PRP seguiram dois cenários com maior destaque, denominados PRPs clássicos. O primeiro cenário considera uma única planta que produz um único tipo de produto e possuindo uma frota homogênea de veículos. O segundo cenário supõe uma planta única que produz vários itens e possui uma frota homogênea de veículos. Nestes cenários, os autores exploram diferentes métodos de solução. Devido à complexidade do problema, as estratégias de solução tendem a ser procedimentos heurísticos e meta-heurísticos.

Chandra e Fisher (1994) estão entre os primeiros a abordarem o PRP e conseguirem demonstrar ganhos significativos através da integração do planejamento da produção e distribuição. Os autores utilizaram uma heurística de decomposição para resolvê-lo. Fumero e Vercellis (1999) propuseram uma abordagem de relaxação Lagrangiana para obter limites inferiores com base na formulação de fluxo de múltiplas mercadorias e solucionar o PRP.

Lee e Kim (2002) consideraram fatores estocásticos, incluindo atrasos inesperados, filas e falhas de equipamentos, variações nos tempos de operação em uma única planta ao

abordar um PRP. Os autores desenvolveram uma abordagem híbrida combinando o modelo analítico e de simulação para solução do problema.

Lei *et al.* (2006) são uma das primeiras exceções consideráveis ao PRP clássico abordado por outros autores. Os autores abordaram um PRP que ocorre em indústrias químicas, o problema consiste em um fabricante que possui múltiplas plantas que produzem o mesmo produto e uma frota heterogênea de veículos. Lei *et al.* (2006) propuseram uma heurística de decomposição em duas fases para resolvê-lo.

Boudia *et al.* (2007), propuseram a meta-heurística GRASP (busca adaptativa aleatória gulosa). Solyali e Sural (2009) utilizaram uma abordagem baseada em relaxação lagrangiana para solução do problema. Bard e Nananukul (2009) e Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011) aplicaram a meta-heurística busca tabu para o problema. Boudia e Prins (2009) aplicaram um algoritmo memético e em Bard e Nananukul (2010) propuseram uma heurística baseada no algoritmo *branch-and-price*.

Ruokokoski *et al.* (2010), Archetti *et al.* (2011) e Adulyasak, Cordeau, Jans, (2014a) ambos utilizaram um algoritmo *branch-and-cut* (B&C). Porém, Archetti *et al.* (2011) propõem uma abordagem de duas fases combinada com o algoritmo B&C e Adulyasak, Cordeau, Jans, (2014a) usa de uma heurística ALNS (busca adaptativa de vizinhança ampla) para construir soluções iniciais melhoradas através do algoritmo B&C. Adulyasak *et al.* (2014b) foram os primeiros a aplicar a heurística ALNS.

Absi *et al.* (2015) propõem uma heurística iterativa de duas fases baseada em programação inteira mista. Brahimi e Aouam (2016) propuseram uma heurística *relax-and-fix* combinada com uma abordagem de busca local em PRP que permite o atraso na entrega de um pedido.

Russel (2017) utilizaram heurísticas baseadas em programação inteira mista, os autores ainda usam de uma abordagem de busca tabu para melhorar as rotas previamente geradas. Watanabe *et al.* (2017) usaram uma heurística *relax-and-fix* para obter uma solução inicial e uma aplicaram uma abordagem *fix-and-optimize* para melhorar as soluções obtidas.

As pesquisas sobre o PRP não se restringiram aos dois cenários, cada vez mais os autores têm explorado novos cenários:

Miranda *et al.* (2018), abordaram um PRP multi-item em uma indústria moveleira e consideram uma frota heterogênea e propuseram uma heurística decomposição para resolver o problema.

Neves-Moreira *et al.* (2019), abordaram um PRP multi-item considerando a perecibilidade e propuseram método de três fases baseado em uma abordagem *fix-and-optimize*.

Schenekemberg *et al.* (2021) estudaram um PRP de dois níveis que ocorrem em indústria petroquímica considerando um sistema produtivo que possui múltiplas plantas que produz diversos itens. Os autores projetaram um algoritmo B&C e propuseram um algoritmo paralelo exato, combinando busca local baseadas em programação inteira mista com o B&C.

Fortes *et al.* (2022) estudaram um PRP de planta única que produz diversos itens e possui uma frota heterogênea, ainda foi considerado a permissão de atraso nas entregas. Os autores propuseram três abordagens híbridas de decomposição para solução do problema.

2.2 Resumo das Revisões da Literatura sobre o PRP

Revisões da literatura mais extensivas sobre o PRP são encontradas em Sarmiento e Nagi (1999), Fahimnia *et al.* (2013), Adulyasak, Cordeau e Jans (2015), Moons *et al.* (2017) e Fortes *et al.* (2022). A Tabela 2 resume os artigos apresentados nesta pesquisa quanto às seguintes características: Autor e Ano de publicação; Produção: Número de plantas de produção; Número de itens a ser produzido; Capacidade da planta. Distribuição: Tipo de Frota; Tamanho da frota de veículos; e Métodos de Solução.

Tabela 1 – Resumo da revisão da literatura

Caraterísticas do Problema						
Autor (s) Ano	Produção			Distribuição		Método de solução
	Planta	Item	Cap.	Tipo	Tamanho	
Chandra e Fisher (1994)	U	M	L	HO	IL	H
Fumero e Vercellis (1999)	U	M	L	HO	L	H/L
Lee e Kim (2002)	U	M	L	HO	L	H
Lei <i>et al.</i> (2006)	M	U	L	HE	L	H
Boudia <i>et al.</i> (2007)	U	U	L	HO	L	H
Solyali e Sural (2009)	U	U	L	HO	L	H/L
Bard e Nananukul (2009)	U	U	L	HO	L	H
Boudia e Prins (2009)	U	U	L	HO	L	H

Bard e Nananukul (2010)	U	U	L	HO	L	H/L
Ruokokoski <i>et al.</i> (2010)	U	U	-	HO	U	E
Archetti <i>et al.</i> (2011)	U	U	-	HO	U	E/H
Armentano <i>et al.</i> (2011)	U	M	L	HO	L	H
Adulyasak <i>et al.</i> (2014a)	U	U	L	HO	L	E/H
Adulyasak <i>et al.</i> (2014b)	U	U	L	HO	M	H
Absi <i>et al.</i> (2015)	U	U	-	HO	M	H
Brahimi e Aouam (2016)	U	M	-	HO	L	H
Russel (2017)	U	U	L	HO	M	HI
Watanabe <i>et al.</i> (2017)	U	M	L	HO	L	H
Miranda <i>et al.</i> (2018)	U	M	L	HE	M	HI
Neves-Moreira <i>et al.</i> (2019)	U	M	L	HE	M	H
Schenekemberg <i>et al.</i> (2021)	M	M	L	HO	M	E/HI
Fortes <i>et al.</i> (2022)	U	M	L	HE	L	HI
Autores (2022)	U	M	L	HO	L	E

Legenda: U = Único; M = Múltiplo; L = Limitada, IL = Ilimitada; HO. = Homogêneo; HE = Heterogêneo; H = Heurística; E = Exata; HI = Híbrido; L = Abordagem para calcular o limite inferior.

Fonte: Autor (2023)

Conforme observado na Tabela 2 os autores utilizam de procedimentos heurísticas e meta-heurísticas para solucionar o PRP ao invés dos algoritmos exatos, isso deve-se à complexidade do problema abordado.

3 MODELAGEM DO PROBLEMA

Este capítulo dedica-se a apresentar o modelo de otimização inteira mista, visando auxiliar os gestores nos processos de tomada de decisões, referente aos planejamentos da produção e do roteamento.

3.1 Apresentação dos Parâmetros e Variáveis de Decisão do Modelo

O modelo matemático proposto considera um sistema produtivo monoestágio e multi-item. Sendo composto por um catálogo variado de itens $|J|$ (indexados por j), produzidos numa planta única em um horizonte de planejamento finito composto por $|T|$ períodos (indexados por t), e utiliza uma frota homogênea limitada de veículos $|V|$ (indexados por v) para realizar as entregas dos $|N|$ pedidos (indexados por n).

O modelo supõe que as ordens são dadas na forma de demandas dinâmicas e determinísticas, com q_{jn} representando a quantidade dos itens j nas ordens n .

Os pedidos são realizados antecipadamente pelos clientes, sendo compostos por diversos itens e não permitindo entregas parciais, ou seja, as demandas são ordens indivisíveis.

Se uma ordem for aceita, esta deve ser completamente entregue, em um único período, de uma janela de tempo pré-estabelecida pelo cliente. Representa-se F_n e L_n , respectivamente, o primeiro e último período da janela de tempo de entrega de um pedido n . E considera-se O_t , o conjunto de pedidos que podem ser entregues na janela, ou seja, $O_t: \{n \mid F_n \leq t \leq L_n\}$.

Cada pedido tem uma receita associada segundo a janela de tempo em que for entregue, com P_{nt} representando o lucro da ordem n entregue no período $t \in \{F_n, \dots, L_n\}$.

A flexibilidade na escolha das demandas que serão ou não atendidas é a principal característica do problema, composta por um conjunto de decisões integradas, sendo que, para um pedido ser aceito, todas devem ser favoráveis.

O modelo considera os seguintes motivos para aceitar ou rejeitar uma ordem:

- as restrições da capacidade produtiva – em alguns casos, as indústrias não possuem capacidade suficiente para atender a todas as demandas solicitadas pelos clientes;

- as restrições de capacidade de carregamento dos veículos – eventualmente, em determinados períodos do horizonte de planejamento, os veículos disponíveis não são suficientes para atender a todos os pedidos;
- os custos associados ao preparo da linha de produção e ao roteamento (economias de escala) – pode ser mais lucrativo para indústria recusar um pedido se este exigir um elevado custo de configuração da linha de produção e apresentar características que impeçam o agrupamento da produção e/ou entrega com as ordens de outros clientes;
- efeito congestionamento nas linhas de produção – devido ao tempo de espera dependente da carga de trabalho, quanto mais pedidos são aceitos, maiores os prazos de produção, o que pode resultar na perda de prazos de entrega dos clientes.

Além destas características, o modelo, também supõe:

- a) A capacidade de produção, com C_t representando a capacidade produtiva no período t ;
- b) linha de produção com preparo simples, com tempo e custo para preparação da linha do item j , denotado por st_j e sc_j , respectivamente;
- c) tempo de produção do item j , representado por a_j ;
- d) peso do item j , simbolizado por p_j ;
- e) custo de estoque para armazenar o item j , denotado por h_j ;
- f) capacidade de carregamento dos veículos da frota, com vc_v representando a capacidade máxima de carregamento, em toneladas, do veículo v ;
- g) custo para utilização dos veículos da frota, com us_v simbolizando o custo para utilização de um veículo v ;
- h) para modelar o problema, considerou-se $G: (M, M')$ um grafo completo, sendo $M: \{0, 1, \dots, N\}$ e $M': \{(k, n) \mid k, n \in M, k \neq n\}$, onde o nó 0 representa a fábrica e os demais representam os pedidos dos clientes.

- i) custos associados a distribuição, com Tc_{kn} e Tr_n denotando os custos associados ao deslocamento para realizar as entregas dos pedidos n e retornar para planta ao final da última, respectivamente.

A seguir, a Tabela 3 apresenta um resumo dos índices e parâmetros descritos:

Tabela 2 – Índices e Parâmetros do modelo

Índices	Definição
N	Número de pedidos (indexados por $n \in \{1, \dots, N\}$);
T	Número de períodos (indexado por $t \in \{1, \dots, T\}$);
J	Número de itens (indexado por $j \in \{1, \dots, J\}$);
V	Número de veículos (indexado por $v \in \{1, \dots, V\}$);
Parâmetros	Definição
F_n, L_n	Primeiro e o último período da janela de tempo de entrega do pedido n ;
P_{nt}	Receita da ordem n no período $t \in \{F_n, \dots, L_n\}$;
O_t	Conjunto de pedidos que podem ser entregues no período t , ou seja, $O_t: \{n \mid F_n \leq t \leq L_n\}$;
q_{jn}	Quantidade do item j na ordem n ;
C_t	Capacidade de produção no período t ;
st_j	Tempo para preparar a linha de produção do item j ;
sc_j	Custo para preparar a linha de produção do item j ;
a_j	Tempo de processamento unitário do item j ;
p_j	Peso unitário do item j ;
h_j	Custo de manutenção de estoque unitário do item j ;
vc_v	Capacidade do veículo v ;
us_v	Custo de utilização do veículo v ;
Tc_{kn}	Custo associado de deslocamento;
Tr_n	Custo para retornar da entrega do último pedido n para planta.

Fonte: Autor (2023)

A seguir, na Tabela 4, são apresentadas as variáveis de decisão utilizadas no modelo:

Tabela 3 - Variáveis de decisão do modelo

Variáveis	Definição
$x_{jt} \geq 0$	Quantidade do item j produzido no período t ;
$I_{jt} \geq 0$	Estoque do item j no final do período t ;
$\gamma_{nt} \in \{0,1\}$	Igual a 1 se o pedido n for entregue no período $t \in \{F_n, \dots, L_n\}$ e igual a 0, caso contrário;

$z_{jt} \in \{0,1\}$	Igual a 1 se o preparo da linha de produção do item j está configurado no período t e igual a 0, caso contrário;
$Ve_{vt} \in \{0,1\}$	Igual a 1 se o veículo v é utilizado no período t e igual a 0, caso contrário;
$y_{vnt} \in \{0,1\}$	Igual a 1 se o pedido n é alocado para o veículo v no período t e igual a 0, caso contrário;
$f_{vnt} \in \{0,1\}$	Igual a 1 se o pedido n é o último a ser entregue pelo veículo v no período t e igual a 0, caso contrário;
$w_{knt}^v \in \{0,1\}$	Igual a 1 se o veículo v viajar através da aresta (k, n) no período t e igual a 0, caso contrário;
$G_{vnt} \geq 0$	Variável auxiliar. Restrição conhecida por <i>Miller-Tucker-Zemlin</i> (MTZ), formulada por Miller <i>et al.</i> 1960. Esta variável recebe um valor para cada nó n , com exceção da planta, caso este seja visitado pelo veículo v no período t .

Fonte: Autor (2023)

3.2 Modelo Matemático

Nesta pesquisa, adaptou-se o modelo CLSD-DTI proposto em Soler, Poldi e Santos (2019), para considerar o PRP-DTI. Reformulou-se o modelo CLSD-DTI desconsiderando a preparação da linha de produção depende da sequência e incorporando as características de roteamento de veículos. O modelo proposto M, consiste em determinar simultaneamente:

- i) as ordens dos clientes que serão aceitos;
- ii) o período (na respectiva janela de tempo) em que cada pedido aceito será entregue;
- iii) o veículo que será utilizado para a entrega de cada pedido aceito;
- iv) as rotas de entrega dos veículos utilizados.

Visando maximizar o lucro da indústria, através do aumento da receita dos pedidos aceitos, descontando os custos decorrentes da produção e do roteamento. O modelo M visa maximizar a função objetivo (3.1), sujeita às restrições (3.2) a (3.14).

Função objetivo (3.1):

$$\max \left(\sum_{n \in M'} \sum_{t=F_n}^{L_n} P_{nt} y_{nt} - \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (h_j I_{jt} + sc_j z_{jt}) - \right. \quad (3.1)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{t \in T} u s_v V e_{vt} - \sum_{v \in V} \sum_{k \in M} \sum_{n \in M'} \sum_{t \in T} T c_{kn} w_{knt}^v - \sum_{v \in V} \sum_{n \in M} \sum_{t \in T} T r_n f_{vnt})$$

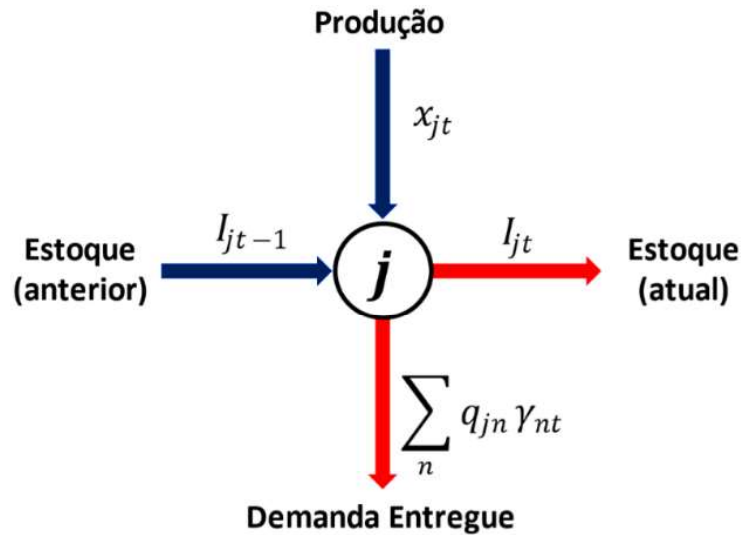
A função objetivo (3.1) maximiza os lucros obtidos pela indústria. Essa maximização ocorre quando são subtraídos do somatório da receita os custos relacionados a produção e o roteamento. Os custos da produção são os custos relacionados à manutenção do estoque e à preparação da linha de produção e os custos do roteamento são os custos que envolvem o uso dos veículos e o transporte das entregas. Ao descontar esses custos da receita total é obtido o lucro líquido relacionado aos pedidos aceitos.

Balanceamento de estoque (3.2):

$$I_{jt-1} + x_{jt} = \sum_{n \in O_t} q_{jn} \gamma_{nt} + I_{jt}, \forall j \in J, t \in T \quad (3.2)$$

As restrições (3.2) garantem que o total de itens em estoque no final do período atual (t) seja igual à soma dos produtos produzidos no período atual com o total armazenado no período anterior ($t - 1$), menos o somatório da quantidade dos itens das ordens atendidas no período atual. As restrições (3.2) podem ser representadas conforme Figura 2.

Figura 2 - Restrição de Balanceamento de Estoque



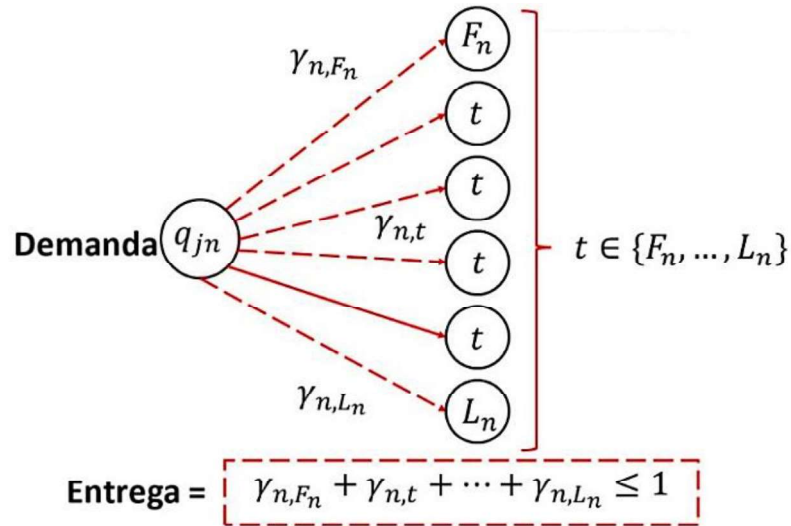
Fonte: Autor (2023)

Entrega Única (3.3):

$$\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} \leq 1, \forall n \in M' \quad (3.3)$$

As restrições (3.3) asseguram que cada pedido seja entregue em apenas um período de sua respectiva janela de tempo. As restrições (3.3) podem ser demonstradas conforme a Figura 3.

Figura 3 - Restrição de Entrega Única



Fonte: Autor (2023)

Segundo as restrições (3.3), cada pedido pode ser atendido ou não dentro das suas janelas de tempo, dada a flexibilidade de escolha da demanda. As restrições (3.2) garantem que, caso um pedido seja aceito, a quantidade de itens que compõem esse pedido deve estar disponível. Dessa forma, obtém-se a suposição de pedidos indivisíveis. Por fim, a ideia de janelas de tempo de entrega é obtida quando são definidas as variáveis γ_{nt} apenas para $t \in \{F_n, \dots, L_n\}$, em conjunto com as Restrições (3.3).

Capacidade produtiva (3.4):

$$\sum_{j \in J} (a_j x_{jt} + s t_j z_{jt}) \leq C_t, \forall t \in T \quad (3.4)$$

As restrições (3.4) garantem que a capacidade da linha de produção seja respeitada em todos os períodos. A capacidade produtiva é consumida pelos tempos, em minutos, de produção dos itens e o destinado aos procedimentos para preparação da linha de produção. Sendo assim, o somatório desses tempos não deve ser superior à capacidade produtiva disponível.

Preparação da linha de produção (3.5):

$$x_{jt} \leq \frac{C_t}{a_j} z_{jt}, \forall j \in J, t \in T \quad (3.5)$$

As restrições (3.5), trata-se de uma restrição lógica, pois asseguram que um item somente poderá ser produzido no período caso a linha de produção esteja configurada para tal.

Distribuição dos pedidos (3.6):

$$\sum_{v \in V} y_{nvt} = \gamma_{nt}, \forall n \in M', t \in T \quad (3.6)$$

As restrições (3.6) determinam que, para cada período, os pedidos atendidos devem estar alocados em um veículo. Não é permitido que um pedido seja distribuído de forma simultânea em dois ou mais veículos.

Utilização dos veículos da frota (3.7):

$$\sum_{n \in M'} y_{nvt} \leq N V e_{vt}, \forall v \in V, t \in T \quad (3.7)$$

As restrições (3.7) trata-se de restrição lógica, uma vez que garantem que todos os veículos com um ou mais pedidos alocados sejam utilizados no período em questão.

Capacidade de carregamento (3.8):

$$\sum_{n \in M'} \sum_{j \in J} p_j q_{jn} y_{nvt} \leq v c_v, \forall v \in V, t \in T \quad (3.8)$$

Cada veículo tem uma capacidade de carga (peso suportado) que não deve ser ultrapassada. As restrições (3.8) asseguram que as ordens aceitam e designadas para um veículo não ultrapassem a sua capacidade determinada.

Ponto de partida (3.9):

$$\sum_{n \in M'} w_{0nt}^v = V e_{vt}, \forall v \in V, t \in T \quad (3.9)$$

As restrições (3.9) estabelecem que todo veículo, quando for utilizado em um período, deve partir da planta.

Estabelecimento de uma rota de entrega (3.10):

$$\sum_{n \in M} w_{knt}^v = y_{nvt}, \forall v \in V, n \in M', t \in T \quad (3.10)$$

As restrições (3.11) determinam que todos os veículos com pedidos alocados em um período devem ter a sua rota de entrega definida. Assegurando que a rota atribuída a um veículo seja consistente.

Último Cliente (3.11):

$$\sum_{n \in M'} f_{vnt} \leq 1, \forall v \in V, t \in T \quad (3.11)$$

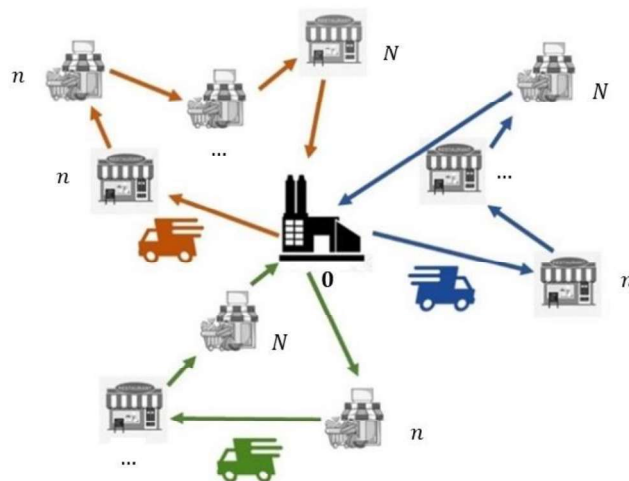
As restrições (3.11) estabelecem que todos os veículos utilizados em um período devem ter a sua rota finalizada em um cliente, antes de retornar a planta.

Fluxo de Rota (3.12):

$$\sum_{k \in M} w_{knt}^v = \sum_{i \in M'} w_{ikt}^v + f_{vnt}, \forall v \in V, n \in M', t \in T \quad (3.12)$$

Para garantir uma roteirização, são introduzidas as restrições (3.12), que asseguram um fluxo das rotas, de modo que todos os veículos realizem as suas rotas e finalizem o percurso na planta. As restrições (3.12) garantem que o fluxo de veículos que chegam a um cliente seja equivalente ao fluxo de veículos que saem do cliente e ao fluxo de veículos que saem e retornam à planta após a visita ao último cliente, conforme demonstrado na Figura 4.

Figura 4 – Fluxo de Rota



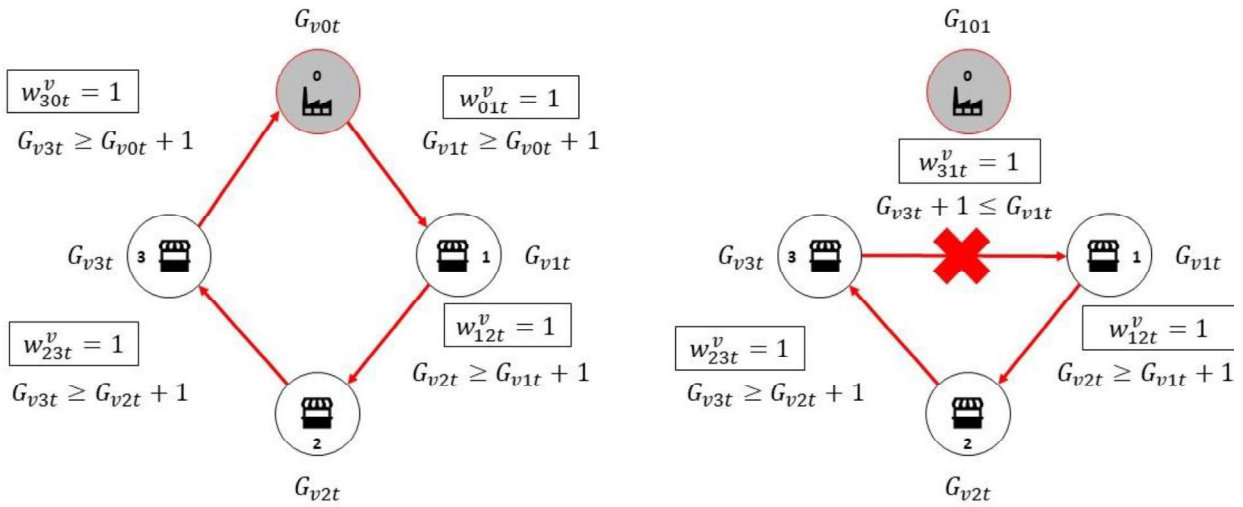
As restrições (3.3) e de (3.9) à (3.12) estão associadas e asseguram que todos os pedidos atendidos serão alocados integralmente em um veículo, de modo que a sua rota de entrega seja estabelecida para que o veículo, ao percorrer o trajeto, sairá da planta realizando as entregas atribuídas, visitando, no máximo, cada cliente uma vez, respeitando a janela de tempo e retornando à planta.

Eliminar os subciclos (3.13):

$$G_{vnt} \geq G_{vkt} + 1 - N(1 - w_{knt}^v), \forall v \in V, k \in M', n \in M', t \in T \quad (3.13)$$

As restrições (3.13) de MTZ asseguram que um veículo não poderá retornar a um cliente para o qual já entregou um pedido, utilizando uma variável auxiliar G_{vnt} , para eliminar os subciclos. Conforme demonstrado na Figura 5, a aresta $(v, 3, 1, t)$ não pode ser realizada, visto que $G_{v3t} + 1 \leq G_{v1t}$, é falso.

Figura 5 – Representação da MTZ para subciclos



Fonte: Adaptado de Adulyasak, Cordeau e Jans (2015)

Sequenciamento para utilização dos veículos (3.14):

$$\sum_{v=1}^V V_{v+1,t} \leq \sum_{v=1}^V V_{vt}, \forall v = 1, \dots, V-1, t \quad (3.14)$$

Ao adotar uma frota homogênea, o valor obtido pela função objetivo (3.1) será o mesmo, independentemente da ordem de escolha dos veículos que atenderão às demandas do período. Isso se dá porque os resolvedores comerciais utilizam técnicas que exploram

diversas soluções possíveis para encontrar a melhor para o problema. Dessa forma, são encontradas soluções viáveis que trazem o mesmo valor para a função objetivo.

Portanto, introduz-se as restrições (3.14) que asseguram um sequenciamento crescente ao escolher os veículos que irão atender as ordens no período. Garantindo que o veículo $(v + 1)$ só pode ser utilizado se o veículo v for utilizado no mesmo período.

Apresenta-se o modelo M:

$$\begin{aligned} \max \big(& \sum_{n \in M'}^N \sum_{t=F_n}^{L_n} P_{nt} \gamma_{nt} - \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (h_j I_{jt} + sc_j z_{jt}) - \\ & \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} us_v V e_{vt} - \sum_{v \in V} \sum_{k \in M} \sum_{n \in M'} \sum_{t \in T} T c_{kn} w_{knt}^v - \sum_{v \in V} \sum_{n \in M} \sum_{t \in T} T r_n f_{vnt} \big) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$I_{jt-1} + x_{jt} = \sum_{n \in O_t} q_{jn} \gamma_{nt} + I_{jt}, \forall j \in J, t \in T \quad (3.2)$$

$$\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} \leq 1, \forall n \in M' \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in J} (a_j x_{jt} + st_j z_{jt}) \leq C_t, \forall t \in T \quad (3.4)$$

$$x_{jt} \leq \frac{C_t}{a_j} z_{jt}, \forall j \in J, t \in T \quad (3.5)$$

$$\sum_{v \in V} y_{nvt} = \gamma_{nt}, \forall n \in M', t \in T \quad (3.6)$$

$$\sum_{n \in M'} y_{nvt} \leq N V e_{vt}, \forall v \in V, t \in T \quad (3.7)$$

$$\sum_{n \in M'} \sum_{j \in J} p_j q_{jn} y_{nvt} \leq v c_v, \forall v \in V, t \in T \quad (3.8)$$

$$\sum_{n \in M'} w_{0nt}^v = V e_{vt}, \forall v \in V, t \in T \quad (3.9)$$

$$\sum_{n \in M} w_{knt}^v = y_{nvt}, \forall v \in V, n \in M', t \in T \quad (3.10)$$

$$\sum_{n \in M'} f_{vnt} \leq 1, \forall v \in V, t \in T \quad (3.11)$$

$$\sum_{k \in M} w_{knt}^v = \sum_{i \in M'} w_{nkt}^v + f_{vnt}, \forall v \in V, n \in M', t \in T \quad (3.12)$$

$$G_{vnt} \geq G_{vkt} + 1 - N(1 - w_{knt}^v), \forall v \in V, k \in M', n \in M', t \in T \quad (3.13)$$

$$\sum_{v=1}^V Ve_{v+1,t} \leq \sum_{v=1}^V Ve_{vt}, \forall v = 1, \dots, V-1, t \quad (3.14)$$

4 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

O presente capítulo apresenta os resultados computacionais alcançados ao implementar o modelo M no algoritmo B&B ² do resolvidor IBM ILOG Cplex³.

4.1 Ambiente e Instâncias de Teste

Para avaliar o modelo M, utilizou-se uma ferramenta determinística, o IBM ILOG Cplex, para gerar, com base em dados reais, um conjunto de 225 instâncias com uma variedade de cenários. Como as bases de dados reais não podem ser divulgadas por questões de privacidade, para criar as instâncias, utilizou-se a metodologia descrita por Soler, Poldi e Santos (2019), adaptando os parâmetros existentes para a produção e adicionando novos para atender ao roteamento, que não foi considerado no modelo dos autores.

A notação $D \in U[d^1, d^2]$ usada para indicar o valor que o parâmetro D foi aleatoriamente selecionado no conjunto $\{d^1, \dots, d^2\}$. Sendo $U[d^1, d^2]$ uma distribuição uniforme discreta. As instâncias de teste foram geradas com base nas seguintes características:

- Número de ordens: $N \in \{30, 50, 100, 150\}$. O número de pedidos está diretamente relacionado ao tamanho da indústria e à duração do horizonte de planejamento. As grandes empresas podem atender, em média, 10 pedidos por período de produção, enquanto as de pequeno porte podem atender cerca de 6 pedidos por período.
- Número de períodos: $T \in \{5, 10\}$. Adotou-se uma ou duas semanas de antecedência no conhecimento das demandas, ainda considerando indústrias que operam cinco dias por semana;
- Número de itens: $J \in \{15, 30, 45\}$. Adotou-se as indústrias especializadas em carnes de vários animais (bovina, suína e de aves) que podem ter catálogos de até 45 itens;

² Para mais informações sobre o funcionamento do CPLEX *Mixed Integer Programming* (algoritmo B&B): https://ibmdecisionoptimization.github.io/tutorials/html/Beyond_Linear_Programming.html#:~:text=The%20branch%20and%20bound%20method,values%2C%20the%20solution%20is%20complete.

³ Para mais informações sobre o resolvidor IBM ILOG Cplex: <https://documentation.aimms.com/platform/solvers/cplex.html#:~:text=The%20CPLEX%20branch%2Dand%2Dbound,difficult%20Mixed%20Integer%20Programming%20problems.>

- Número de veículo: $V \in \left\{ \left\lceil \frac{N}{4} \right\rceil, \left\lceil \frac{N}{6} \right\rceil, \left\lceil \frac{N}{8} \right\rceil \right\}$. O tamanho da frota foi empiricamente adotado como em Golden *et al.* (1984);
- Cada pedido é composto por $Z_n \in U\left[1, \left\lceil \frac{J}{2} \right\rceil\right]$ de diferentes itens selecionados aleatoriamente;
- A quantidade de cada item j em cada pedido n : $q_{jn} \in U[5,15]$, se o item j pertence ao pedido n , e 0 caso contrário;
- Custo de manutenção de estoque: $h_j \in U[2,9]$. Os produtos cárneos necessitam de armazenamento com temperatura controlada, portanto, os custos de manutenção de estoque estão relacionados principalmente ao consumo de energia elétrica. Alguns produtos para exportação requerem armazenamento em temperaturas mais baixas (cerca de -25°C). Dessa forma, o custo unitário de manutenção de estoque pode chegar a 9 reais. As carnes temperadas produzidas para consumo nacional são refrigeradas (não congeladas) e devem ser mantidas a cerca de 5°C , resultando em um menor custo unitário de manutenção de estoque (cerca de R\$ 2,00);
- Tempo de processamento: $a_j = 1$. Na indústria da carne, o tempo de processamento não varia significativamente;
- Tempo de preparar a linha de produção: $sc_j \in U[2,10]$, para cada item j . E o custo de preparação da linha de produção: $st_j = 500sc_j$. Segundo Sereshti e Bijari (2013), os custos (sc_j) e tempos (st_j) de preparar as linhas de produção são proporcionais;
- A capacidade de produção disponível, em minutos, permite que no máximo 80% das encomendas dos clientes sejam aceitas. A capacidade produtiva é dada por:

$$C_t = \frac{0.8}{tw^{max}} \sum_{n \in \{n | F_n \leq t \leq L_n\}} \sum_{j \in J} a_j q_{jn}.$$

- Primeiro e o último período da janela de tempo dos pedidos: $F_n \in U[1, T - tw_n]$, e $L_n = F_n + tw_n - 1$, onde tw_n é a quantidade de períodos da janela de tempo da ordem n , com $tw_n \in U[0, tw^{max}]$;

- Janela de tempo máxima: $tw^{max} = \max\left\{3, \left\lfloor \frac{T}{3} \right\rfloor\right\}$ e janela de tempo mínima: 0. Os clientes, geralmente, são supermercados e restaurantes. Os restaurantes precisam garantir a disponibilidade de todos os produtos do seu cardápio o tempo todo, portanto, exigem um prazo de entrega composto por poucos períodos. Por outro lado, os supermercados aceitam janelas de prazo de entrega compostas por vários períodos.
- A receita dos pedidos é dada por:

$$P_{nt} = \sum_{j \in J} pr^j q_{jn},$$

onde pr^j é o preço de venda do item j , com $pr^j \in U[50,150]$. A receita total de um pedido é a soma dos preços de venda individuais dos produtos que compõem o pedido. Manteve-se o valor de R\$50,00 para um pacote com 5 quilos de linguiça ou carne de frango temperada e atualizou-se o pacote com 2 quilos de carne nobre para R\$150,00.

- Capacidade do veículo: $vc_v = 6000$ quilos. Um dos veículos utilizado para o transporte de produtos refrigerados é o caminhão Toco (semipesado) de 6 eixos e capacidade máxima de carregamento de 6 toneladas;
- Peso de um item: $p_j \in U[1,5]$. Cada produto é composto por cerca de 1 a 5 quilos de um tipo de carne embalada;
- Custo de utilização do veículo: $us_v = 500$. Adotou-se o valor R\$500,00 para utilizar um veículo como empiricamente adotado em Golden *et al.* (1984);
- Os custos relativos ao transporte das entregas e de retornar à planta: $Tc_{kn} = \beta d_{kn}$, $Tr_n = \beta d_{k0}$, respectivamente. O preço médio por quilômetro (β) é calculado com base no consumo do veículo e no preço médio do combustível, sendo $\beta = 3$ para o veículo carregado e $\beta = 1,08$ para o descarregado. E d_{kn} é a distância real entre cidades do estado do Mato Grosso do Sul (MS), calculada através de uma matriz das distâncias⁴.

⁴ As distâncias foram extraídas manualmente do Google Maps: <https://www.google.com.br/maps>, sempre adotando a menor distância.

- Local de entrega: $Cidade_n \in U[1,78]$. Cada pedido n é associado a uma cidade do MS exceto a capital Campo Grande que definimos como a planta.

As instâncias de teste propostas foram agrupadas em 45 classes, cada uma com 5 instâncias de teste, segundo as opções de parâmetros apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Classes das Instâncias de Testes

Classe	N	J	T	V	Classe	N	J	T	V	Classe	N	J	T	V
1	30	15	5	4	16	50	30	5	6	31	100	30	10	13
2	30	15	5	5	17	50	30	5	8	32	100	30	10	17
3	30	15	5	8	18	50	30	5	13	33	100	30	10	25
4	30	30	5	4	19	50	30	10	6	34	150	15	5	19
5	30	30	5	5	20	50	30	10	8	35	150	15	5	25
6	30	30	5	8	21	50	30	10	13	36	150	15	5	38
7	30	45	5	4	22	100	15	5	13	37	150	15	10	19
8	30	45	5	5	23	100	15	5	17	38	150	15	10	25
9	30	45	5	8	24	100	15	5	25	39	150	15	10	38
10	50	15	5	6	25	100	15	10	13	40	150	30	5	19
11	50	15	5	8	26	100	15	10	17	41	150	30	5	25
12	50	15	5	13	27	100	15	10	25	42	150	30	5	38
13	50	15	10	6	28	100	30	5	13	43	150	30	10	19
14	50	15	10	8	29	100	30	5	17	44	150	30	10	25
15	50	15	10	13	30	100	30	5	25	45	150	30	10	38
Legenda: Classe = Número da Classe; N = Nº de Pedido; J = Nº de Itens; T = Nº de Períodos; V = Nº de Veículos														

Fonte: Autor (2023)

O modelo M foi implementado em linguagem C++ com auxílio da ferramenta IBM ILOG Cplex. Os testes computacionais foram realizados em um nó de processamento do computador de alto desempenho (cluster) chamado Euler de propriedade do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria – CeMEAI, composto por computador com 2 processadores Xeon E5-2680v2 de 2.8 GHz, 10 cores, 2 threads/core, 25 MB SmartCache e 128 GB de memória RAM padrão DDR3 a 1866 MHz. Utilizou-se a configuração padrão do resolvidor IBM ILOG Cplex.

4.2 Análise de Desempenho

Os testes têm o intuito de avaliar os resultados alcançados pelo algoritmo B&B do resolvidor IBM ILOG Cplex, considerando os tempos máximos de processamento de 3600 segundos (uma hora), de 7200 segundos (duas horas) e de 10800 segundos (três horas).

O parâmetro de avaliação da solução encontrada em cada instância, foi o desvio percentual médio entre a melhor solução primal (FO) obtida e o melhor limitante dual (DUAL) encontrado, denominado GAP. Para o cálculo do GAP, foi utilizada a equação (4.1).

$$GAP = 100 \cdot \frac{(DUAL - FO)}{DUAL} \quad (4.1)$$

A Tabela 5 apresenta o desempenho computacional em relação ao tempo de execução, 3600s x 7200s x 10800s por classe. As colunas: CLASSE identifica o número da classe analisada; TEMPO (s) indica o tempo máximo em segundos, disponível para o processamento de cada instância; FO apresenta o valor médio da função objetivo da classe; DUAL expõe o valor médio do limitante dual da classe; GAP Médio mostra o valor médio do GAP de cada classe; GAP Mín. e GAP Máx. apresentam o menor e o maior GAP na classe, respectivamente; TEMPO Médio expõe o valor médio do tempo de execução da classe; e SO mostra a quantidade de soluções ótimas encontradas por classe.

Tabela 5 - Desempenho computacional por classe

CLASSE	TEMPO (s)	FO	DUAL	GAP Médio	GAP Mín.	GAP Máx.	TEMPO Médio	SO
1	3600	27700	27938	0,85	0,00	4,20	1567,59	4
	7200	27700	27868	0,61	0,00	3,01	2288,04	4
	10800	27700	27824	0,45	0,00	2,23	3008,70	4
2	3600	21970	22494	1,69	0,00	3,31	2930,22	2
	7200	21970	22008	0,13	0,00	0,61	4703,75	4
	10800	21970	21973	0,00	0,00	0,00	4755,15	5
3	3600	16609	18543	8,24	0,00	24,28	3061,39	1
	7200	17028	17808	3,55	0,00	11,53	5871,47	2
	10800	17028	17556	2,45	0,00	8,61	7768,75	3
4	3600	49560	51861	5,16	1,60	13,09	3608,57	0
	7200	49758	50650	1,80	0,00	3,60	6923,99	1
	10800*	49766	50423	1,36	0,00	2,89	9087,23	1
5	3600	40781	42098	2,43	0,00	6,22	2411,62	2
	7200	40829	41370	1,05	0,00	2,40	4571,84	2
	10800	40829	41057	0,45	0,00	1,48	6517,78	3

6	3600	28668	34634	15,77	0,00	51,75	3264,29	1
	7200	28668	33115	12,96	0,00	47,74	6144,66	1
	10800	29099	32389	10,17	0,00	39,45	9024,63	1
7	3600	71290	73534	2,68	0,00	6,36	3249,22	1
	7200	71476	72394	1,09	0,00	2,78	5739,54	2
	10800	71524	71964	0,54	0,00	1,49	7836,75	3
8	3600	55418	60776	22,38	0,00	49,57	3172,04	1
	7200	56822	58653	11,22	0,00	31,29	6055,13	1
	10800*	56905	57784	6,15	0,00	22,22	8216,71	1
9	3600	62783	80369	21,22	12,25	30,98	3608,23	0
	7200	63206	76370	14,92	6,98	29,15	7207,93	0
	10800	64324	74386	10,34	3,66	25,65	10814,40	0
10	3600	77636	90819	14,90	11,99	20,47	3609,79	0
	7200	77845	89273	13,03	8,68	18,02	7213,64	0
	10800	78006	88361	11,87	7,92	17,04	10817,90	0
11	3600	66752	79436	16,58	10,33	27,51	3616,95	0
	7200	67127	76976	13,36	7,80	23,22	7222,52	0
	10800	67335	75405	11,17	6,62	20,87	10824,50	0
12	3600	72344	95707	27,91	15,56	46,88	3623,34	0
	7200	76302	92694	20,31	9,88	33,55	7231,47	0
	10800	76976	91308	18,32	7,25	31,32	10842,60	0
13	3600	43485	67480	36,37	30,43	46,82	3609,76	0
	7200	44767	65777	32,71	25,86	43,95	7209,20	0
	10800	45016	64830	31,44	24,54	43,08	10810,30	0
14	3600	51207	77230	34,78	26,01	44,71	3612,92	0
	7200	53417	75349	29,94	22,46	41,80	7215,23	0
	10800	54441	74337	27,49	21,43	37,18	10813,20	0
15	3600	25771	60658	66,62	30,37	100,00	3616,38	0
	7200	30112	58917	57,03	28,73	100,00	7227,75	0
	10800	33527	58042	47,72	24,78	70,98	10829,28	0
16	3600	121085	150221	20,03	11,84	26,75	3608,83	0
	7200	123602	148012	17,16	9,98	24,32	7218,79	0
	10800	124467	146608	15,77	9,14	22,48	10816,61	0
17	3600	132503	171127	23,07	16,53	31,18	3615,87	0
	7200	136307	168004	19,28	14,49	25,74	7223,96	0
	10800	136755	166272	18,17	14,16	24,74	10829,64	0
18	3600	145784	194082	26,27	19,01	34,23	3613,66	0
	7200	154018	189615	19,33	16,48	21,64	7217,53	0
	10800	155444	187598	17,55	15,17	19,41	10825,79	0
19	3600	83071	136074	39,52	34,12	52,58	3608,85	0
	7200	85697	133892	36,62	31,17	49,75	7209,70	0
	10800	84807	132467	36,51	31,28	49,13	10810,55	0
20	3600	106966	167557	36,56	28,30	43,13	3612,37	0

	7200	108680	165437	34,48	26,96	42,70	7217,96	0
	10800	109485	164354	33,41	27,86	42,16	10819,35	0
21	3600	78481	141884	48,61	34,30	62,92	3615,59	0
	7200	81736	138512	44,42	30,86	57,59	7223,44	0
	10800	81653	137551	44,23	30,65	56,73	10828,93	0
22	3600	168348	278726	39,96	33,09	46,32	3603,72	0
	7200	177028	276990	36,54	26,99	45,03	7223,08	0
	10800	189670	269360	29,87	24,58	33,96	10880,42	0
23	3600	156472	239770	35,03	24,13	39,75	3605,18	0
	7200	151026	239430	37,30	31,01	47,72	7208,48	0
	10800	154556	237564	35,28	28,91	47,72	10805,25	0
24	3600	156127	264504	41,74	32,91	47,80	3606,15	0
	7200	167207	263762	37,12	30,95	45,98	7207,42	0
	10800	169326	263512	36,18	30,95	43,76	10807,65	0
25	3600	137225	249309	45,03	41,94	50,55	3606,88	0
	7200	155742	242316	35,93	28,89	38,51	7244,55	0
	10800	161876	241889	33,27	29,60	37,65	10858,62	0
26	3600	86114	220377	63,52	44,35	87,49	3609,30	0
	7200	110486	205114	47,27	34,46	56,39	7209,97	0
	10800	110069	204279	47,58	36,73	65,60	10831,19	0
27	3600	130572	257029	50,07	41,05	64,55	3611,83	0
	7200	145572	254567	43,83	37,78	46,94	7213,72	0
	10800	143883	252073	43,35	35,29	49,16	10814,15	0
28	3600	268942	448796	41,28	33,28	53,46	3603,95	0
	7200	278030	445744	38,53	33,28	51,64	7228,69	0
	10800	288320	431291	33,39	26,51	41,91	10812,66	0
29	3600	265295	452958	42,89	31,33	52,43	3605,67	0
	7200	252580	452823	46,28	30,96	60,62	7206,18	0
	10800	254806	452823	45,83	30,96	60,62	10825,85	0
30	3600	227396	439195	49,88	31,46	72,40	3605,90	0
	7200	269847	436369	39,23	27,11	51,93	7207,28	0
	10800	280778	435949	36,56	23,69	48,93	10807,51	0
31	3600	195211	414754	52,49	43,44	58,87	3606,59	0
	7200	227088	392293	42,60	33,78	52,57	7219,06	0
	10800	246214	392249	37,34	32,33	42,53	10855,20	0
32	3600	201373	430345	53,35	49,68	58,84	3606,07	0
	7200	217079	404627	46,36	40,05	50,85	7209,21	0
	10800	214577	397744	46,18	42,41	50,62	10817,80	0
33	3600	243655	520045	53,17	45,56	62,06	3617,37	0
	7200	274178	515233	47,22	38,95	54,59	7213,28	0
	10800	285954	515233	44,70	34,91	57,73	10843,97	0
34	3600	157524	385558	61,12	35,42	100,00	3610,51	0
	7200	227120	383266	41,49	31,80	51,66	7210,47	0

	10800	239243	382110	38,02	31,00	44,06	10810,32	0
35	3600	97104	403830	75,43	64,56	100,00	3612,96	0
	7200	216991	397780	47,18	31,05	64,91	7213,27	0
	10800	234039	396600	43,10	31,52	60,91	10813,25	0
36	3600	0	427305	100,00	100,00	100,00	3619,59	0
	7200	187780	407995	53,95	47,83	62,36	7220,84	0
	10800	204217	404498	49,28	42,23	55,68	10820,48	0
37	3600	0	1669437	100,00	100,00	100,00	3616,90	0
	7200	181249	365408	52,44	41,55	72,15	7220,74	0
	10800	196929	362303	47,44	33,55	64,79	10825,63	0
38	3600	0	1681729	100,00	100,00	100,00	3626,72	0
	7200	0	1681729	100,00	100,00	100,00	7225,68	0
	10800	157800	376154	58,81	46,22	65,72	10827,32	0
39	3600	0	1614285	100,00	100,00	100,00	3639,82	0
	7200	0	1614285	100,00	100,00	100,00	7239,92	0
	10800	0	1614285	100,00	100,00	100,00	10838,80	0
40	3600	447730	777099	42,93	32,77	60,35	3610,27	0
	7200	498835	772351	35,71	30,48	48,45	7209,93	0
	10800	524210	770677	32,32	24,59	40,98	10810,28	0
41	3600	407197	736180	45,77	26,84	58,64	3613,02	0
	7200	474331	726578	36,46	24,26	45,38	7213,38	0
	10800	487154	723653	34,20	23,56	44,54	10813,67	0
42	3600	0	828689	100,00	100,00	100,00	3619,36	0
	7200	353355	788416	55,65	47,40	64,91	7219,74	0
	10800	432805	780154	45,78	31,33	63,06	10820,50	0
43	3600	0	3663452	100,00	100,00	100,00	3619,54	0
	7200	416116	840828	51,10	27,56	67,55	7220,65	0
	10800	517287	832635	38,59	25,07	53,19	10823,98	0
44	3600	0	3197127	100,00	100,00	100,00	3626,48	0
	7200	0	3197127	100,00	100,00	100,00	7225,65	0
	10800	39342	2650402	95,08	75,38	100,00	10828,35	0
45	3600	0	3055745	100,00	100,00	100,00	3639,39	0
	7200	0	3055745	100,00	100,00	100,00	7239,28	0
	10800	0	3055745	100,00	100,00	100,00	10839,20	0
MÉDIA GERAL	3600	105025	544461	45,9	-	-	3488,46	0,27
	7200	142193	448077	36,83	-	-	6875,29	0,38
	10800	154669	405015	33,28	-	-	10149,57	0,47
Legenda: * – Classe que uma instância ultrapassou a memória disponível.								

Fonte: Autor (2023)

Observa-se que as oito primeiras classes apresentaram instâncias que atingiram soluções ótimas, com destaque para as classes 1 e 2, que alcançaram os melhores resultados.

A classe 1, obteve quatro soluções ótimas e uma redução no GAP médio 47,1% no tempo de processamento de 10800s, enquanto a Classe 2 foi completamente resolvida neste tempo.

As Classes 3, 5 e 7 atingiram três soluções ótimas em 10800s, e uma redução no GAP médio de 70,3%, 81,5% e 79,9% respectivamente em relação ao tempo de processamento inicial de 3600s. As classes 4, 6 e 8 alcançaram uma solução ótima ao final do último tempo de processamento e obtiveram respectivamente uma de 73,6%, 35,5% e 72,5% em 10800s x 3600s. A variação do GAP médio nas classes de 1 a 8 com soluções ótimas observou-se que há uma redução média de 53,25% em 7200s x 3600s e de 70,05% em 10800s x 3600s.

A partir da classe 9 nenhuma solução ótima foi alcançada, obtendo apenas soluções factíveis, mesmo com o aumento do tempo de processamento. Ainda assim, é vantajoso aumentar o tempo de processamento, pois ao analisar a variação do GAP médio nas classes de 9 a 45 observou-se que há uma redução média de 17,4% em 7200s x 3600s e de 24,3% em 10800s x 3600s.

Contudo, a partir da classe 9, a variação do GAP médio nas classes é irregular, com uma redução mais significativa em algumas classes do que em outras. As classes 9, 34, 35, 36, 37, 42 e 43 apresentam os melhores resultados, conforme o aumento do tempo de processamento, a variação do GAP médio fica de 41% em 7200s x 3600s e de 50% em 10800s x 3600s.

As classes 38, 39, 44 e 45 apresentam maior dificuldade e não apresentam redução no GAP médio ao aumentar o tempo de processamento para 7200s. Ao aumentar o tempo para 10800s as classes 38 e 44 obtiveram uma redução no GAP médio de 23%, enquanto as classes 39 e 45 permaneceram sem redução. Desta forma, observou-se que a média da redução das classes restantes é, na verdade, de 13% em 7200s x 3600s e de 19% em 10800s x 3600s.

O valor médio do GAP médio geral com o tempo de processamento de 3600s foi de 45,9%. Ao aumentar o tempo para 7200s, atingiu-se 36,8% e em 10800s, o valor médio do GAP foi ainda menor, alcançando 33,3%.

Os resultados demonstram uma redução de aproximadamente 19,8% e 27,5% no GAP, respectivamente, em comparação com o tempo máximo de 3600s. Isso indica que, ao

aumentar o tempo de processamento, há uma melhora significativa na qualidade das soluções obtidas.

No restante deste trabalho será adotado o tempo de 10800s em função do grande número de instâncias a serem analisadas. Além disso, as classes foram divididas segundo o número de pedidos recebidos pela indústria, representando-as conforme o porte da empresa. A Tabela 6 apresenta o conjunto de classes que constituem uma classe resumo.

Tabela 6 - Classes Resumos das Instâncias de Testes

N	Classes Originais	Classes Resumo
30	1 a 8	Pequeno
50	9 a 21	Médio
100	22 a 33	Grande 1
150	34 a 45	Grande 2

Fonte: Autor (2023)

4.3 Estudo da estrutura da solução

Para analisar a estrutura da solução do modelo M, gerou-se uma instância simplificada (Apêndice A) com $N = 10, J = 1, T = 4$, e $V = 1$. Com o tempo de processamento 0,22 segundos, a instância 10-1-4-1 alcançou um GAP de 0,00% obtendo a FO = DUAL = 45664.

Ao analisar o resultado da variável de decisão γ_{nt} , referente às ordens atendidas nos períodos, é possível notar que 40% das solicitações feitas à indústria foram aceitas, uma vez que $\gamma_{2,3} = \gamma_{5,3} = \gamma_{7,3} = \gamma_{10,4} = 1$, enquanto os outros $\gamma_{nt} = 0$. As ordens atendidas foram: 2, 5, 7 e 10, e as entregas foram realizadas nos dois últimos períodos disponíveis na janela de tempo.

Para analisar os resultados das variáveis x_{jt} , I_{jt} e z_{jt} , que representam o total de itens produzidos em cada período, a quantidade de itens armazenados em estoque em cada período e o número vezes a linha de produção foi preparada em cada período, respectivamente, foi considerando a quantidade de itens a serem produzidos, $q_{1,2} = q_{1,7} = 8$ e $q_{1,5} = q_{1,10} = 10$, respectivamente, nas ordens aceitas, totalizando 36 produtos. E a capacidade produtiva em cada período, $C_1 = 8; C_2 = 12; C_3 = 15$ e $C_4 = 9$.

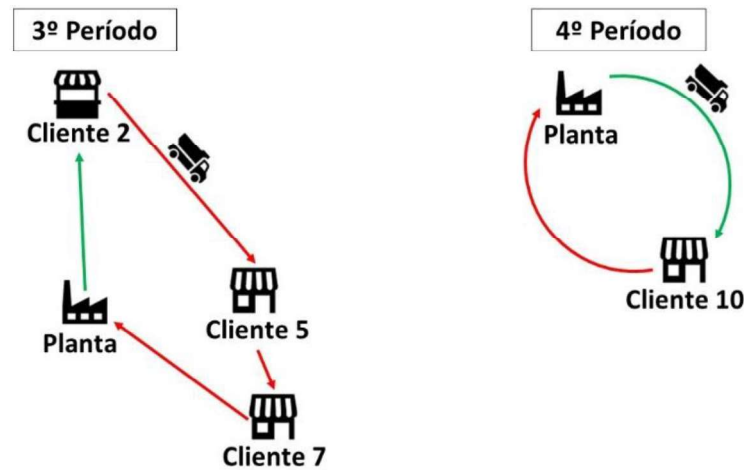
Observa-se que para produzir os 36 itens que compõem os pedidos aceitos, foi necessário utilizar toda a capacidade produtiva disponível em todos os períodos. Isso

considerando $st_1 = 2$, pois a capacidade foi consumida tanto para produzir: $x_{11} = 6, x_{12} = 10, x_{13} = 13$ e $x_{14} = 7$, quanto para preparar a linha de produção: $z_{11} = z_{12} = z_{13} = z_{14} = 1$. Além disso, foi necessário recorrer ao armazenamento de estoque nos três períodos iniciais para atender as ordens: $I_{11} = 6, I_{12} = 16, I_{13} = 3$ e $I_{14} = 0$.

Os resultados das variáveis Ve_{vt} e y_{vnt} referem-se à utilização e à distribuição dos pedidos nos veículos, e uma vez que $Ve_{13} = Ve_{14} = 1$ e $y_{1,2,3} = y_{1,5,3} = y_{1,7,3} = y_{1,10,4} = 1$, enquanto os outros $Ve_{vt} = 0$ e $y_{vnt} = 0$. Dessa forma, os pedidos 2, 5 e 7 foram distribuídos no mesmo veículo no terceiro período, enquanto o pedido 10 foi distribuído no último período.

Avaliando os resultados das variáveis de decisão referente ao roteamento, w_{0nt}^v, w_{knt}^v e f_{vnt} , que representam a rota do veículo quando usado. Onde $w_{0,2,3}^1 = w_{0,10,4}^1 = 1$; $w_{2,5,3}^1 = w_{5,7,3}^1 = 1$ e $f_{1,7,3} = f_{1,10,4} = 1$, enquanto os outros $w_{0nt}^v = 0, w_{knt}^v = 0$ e $f_{vnt} = 0$. A sequência de entrega dos pedidos pode ser identificada, sendo que os pedidos 2, 5 e 7 foram entregues no terceiro período, seguindo a ordem mencionada, enquanto o pedido 10 foi entregue no último período. A Figura 6 apresenta o fluxo de entrega dos pedidos.

Figura 6 – Fluxo de entregas dos pedidos



Fonte: Autor (2023)

A Tabela 7 apresenta os valores do lucro das ordens aceitas, bem como os custos relacionados à produção e ao roteamento. Neste caso específico, é possível notar que a diferença entre os custos de produção e roteamento é insignificante. As despesas incorridas representam 15,43% da receita.

Tabela 7 - Lucro e custos associados a instância

Custos	Produção	Estoque	R\$ 150,00	R\$ 4.150,00
		Configuração	R\$ 4.000,00	
	Roteamento	Uso do veículo	R\$ 1.000,00	R\$ 4.186,00
		Entregas (saída)	R\$ 2.478,00	
		Entregas (retorno)	R\$ 708,00	
TOTAL DOS CUSTOS				R\$ 8.336,00
RECEITA				R\$ 54.000,00
LUCRO				R\$ 45.664,00

Fonte: Autor (2023)

Ao analisar os dados desta instância, é possível concluir que as limitações da capacidade produtiva foram o fator determinante para a impossibilidade de atender a todas as solicitações recebidas. Em contrapartida, os fatores de distribuição e roteamento mostraram-se irrelevantes nesta análise, uma vez que não tiveram um impacto significativo nos resultados.

4.4 Análise da estrutura da solução

Nesta seção avalia-se a estrutura das soluções obtidas pelo resolvedor. A intenção desta análise é identificar os motivos que impactaram na aceitação ou rejeição das ordens disponíveis para serem atendidas.

A Tabela 8 apresenta a taxa de aceitação de ordens conforme o tamanho da indústria. As colunas: CLASSES, indica o porte da indústria; N, representa o número de pedidos realizados; e ORDENS ACEITAS (%), apresenta o percentual de pedidos aceitos em relação a todos os pedidos recebidos.

Tabela 8 - Variação da aceitação das ordens por classe

CLASSES	N	ORDENS ACEITAS (%)
Pequeno	30	54,11%
Médio	50	56,67%
Grande 1	100	55,92%
Grande 2	150	41,58%
Média Geral		52,07%

Fonte: Autor (2023)

Ao analisar apenas as classes que apresentaram soluções ótimas, verificou-se uma taxa de aceitação média de 54,11%. Ao analisar as classes que obtiveram soluções factíveis e ordens atendidas, a média foi de 51,39%. Os resultados demonstram que a taxa de aceitação não se altera significativamente, mesmo quando não são alcançadas soluções ótimas, e nem com o aumento no número de pedidos e na variedade do catálogo.

A taxa de aceitação variou entre 41,58% e 56,67% com média de 52,07% de aceitação. As classes que representam as indústrias de grande porte tipo 2 foram as que apresentarem uma taxa de aceitação inferior a 50%, o que se deve à complexidade dessas classes, sendo que algumas delas apresentaram um GAP Médio superior a 95%, com taxa de aceitação de 2%. No apêndice B, encontram-se disponíveis os resultados complementares.

A Tabela 9 expõe uma análise sobre o consumo da capacidade produtiva das classes. As colunas: CLASSES, indica o porte da indústria; PRODUÇÃO + CONFIGURAÇÃO, apresenta a porcentagem da capacidade produtiva consumida em conjunto pelo tempo de preparação da linha de produção e da produção dos itens; PRODUÇÃO e CONFIGURAÇÃO, representam a porcentagem que cada uma, isoladamente, consome da capacidade produtiva.

Tabela 9 - Desempenho da Capacidade Produtiva

CLASSES	PRODUÇÃO + CONFIGURAÇÃO	PRODUÇÃO	CONFIGURAÇÃO
Pequeno	93,89%	84,22%	9,67%
Médio	95,17%	87,92%	7,25%
Grande 1	93,92%	88,75%	5,17%
Grande 2	67,67%	64,42%	3,25%

Fonte: Autor (2023)

A capacidade produtiva da planta refere-se ao tempo total disponível para a realização das atividades de produção. Essa capacidade é influenciada tanto pelo tempo de produção dos itens quanto pela preparação da linha de produção de cada produto a ser produzido.

A utilização da capacidade produtiva oscilou entre 67,67% e 95,17%, com uma média geral de 87,66%. A utilização média da capacidade produtiva nas indústrias de pequeno, médio e grande porte tipo 1 foi de 94,33% da capacidade produtiva disponível, sendo a produção responsável por 86,96% e a preparação da linha produtiva por 7,36% do total consumido.

As classes que representam as indústrias de grande porte tipo 2 apresentaram resultados abaixo dos outros tipos de indústria. Esta indústria apresentou uma taxa média de utilização da capacidade produtiva de 67,67%, sendo a única que apresentou resultados inferiores a 90%. Isso se deve à complexidade dessas classes, visto que algumas delas apresentaram um GAP Médio superior a 95%, com taxas de utilização da capacidade produtiva variando de 0% a 11%. No apêndice C, estão disponíveis os resultados complementares.

A Tabela 10 apresenta o percentual médio de utilização do estoque por classe. As colunas: CLASSES, indica o porte da indústria; % PERÍODOS UTILIZADOS, expõe o percentual médio de utilização do estoque nos períodos disponíveis.

Tabela 10 – Utilização do Estoque

CLASSES	% PERÍODOS UTILIZADOS
Pequeno	80%
Médio	85%
Grande 1	85%
Grande 2	70%
Média Geral	80%

Fonte: Autor (2023)

É perceptível que, sempre que uma demanda foi atendida, houve o uso do estoque. A taxa de utilização variou entre 70% e 85% dos períodos disponíveis, com uma média geral de 80%. As indústrias grandes do tipo 2, devido à complexidade de suas classes, apresentaram resultados inferiores aos outros tipos de indústria, tendo como média o uso do estoque em 70% dos períodos disponíveis. No apêndice D, encontram-se disponíveis os resultados adicionais.

A Tabela 11 expõe uma análise da taxa de utilização simultânea de veículos. As colunas: CLASSES, indica o porte da indústria; UTILIZAÇÃO SIMUL. MAX. apresenta a proporção média de utilização simultânea da frota em um período.

Tabela 11 – Utilização dos Veículos

CLASSES	UTILIZAÇÃO SIMUL. MAX.
Pequeno	19,33%
Médio	19,83%
Grande 1	23,00%

Grande 2	18,33%
Média Geral	20,19%

Fonte: Autor (2023)

Nesta análise, verificou-se que a taxa média de utilização simultânea dos veículos, variou entre 19,33% e 23,00% da frota disponível, com média geral de 20,19%. Demonstrando que não houve um impacto significativo na capacidade da frota para atender às demandas aceitas.

Ao concluir a análise do roteamento e da produção, ficou evidente que o principal motivo para a rejeição das demandas está na capacidade produtiva, e não na capacidade de carregamento e utilização da frota, que, no ponto mais crítico, atingiu 46% da capacidade. No apêndice E estão disponíveis os resultados adicionais.

A Tabela 12 apresenta uma análise dos custos relacionados às demandas atendidas. As colunas: CLASSES, indica o porte da indústria; RECEITA, exibe o valor, em reais, obtido no atendimento das demandas aceitas; ESTOQUE, CONFIGURAÇÃO, ROTEAMENTO e LUCRO, expõem, respectivamente, os percentuais relativos à receita, aos custos de armazenamento em estoque, à preparação da linha de produção, aos custos associados à utilização e ao deslocamento dos veículos e ao lucro.

Tabela 12 – Análise de Custos

CLASSES	RECEITA	ESTOQUE	CONFIGURAÇÃO	ROTEAMENTO	LUCRO
Pequeno	148731	6%	57%	9%	28%
Médio	201786	7%	40%	10%	43%
Grande 1	394060	6%	30%	11%	53%
Grande 2	425454	5%	25%	13%	57%
MÉDIA	292508	6%	38%	11%	45%

Fonte: Autor (2023)

A Tabela 12 demonstra que a proporção de custos de estoque e de roteamento não se altera significativamente com o aumento da indústria. Os custos de estoque e de roteamento variaram, respectivamente, de 5% a 7% e de 9% a 13% em relação à receita total.

O custo de configuração de linha de produção representa o custo mais significativo, tendo variado entre 25% a 57% da receita. Observa-se que este custo tem maior impacto nas

empresas de pequeno porte, sendo responsável por 57% do total arrecadado. Esta proporção diminui conforme a indústria cresce.

Os lucros variaram de 28% nas indústrias de pequeno porte para 57% nas empresas de grande porte tipo 2, devido à diminuição do custo de configuração da linha de produção com o aumento do porte da indústria.

Ao analisar a Tabela 12, percebe-se que, apesar da configuração da linha de produção representar uma pequena parte do processo produtivo, conforme observado na Tabela 9, esta representa o maior custo de todo o processo, sendo, em média, responsável por 38% do faturamento. Enquanto o custo de estoque constitui-se, em média, 6% de toda a receita.

O custo de roteamento se mostrou responsável por, em média, 11% da receita, e o lucro representou, em média, 45% do faturamento total. Isso demonstra que o principal impedimento para atender mais demandas em relação ao custo é a alta despesa relativa à configuração de linha de produção para preparar diversos itens. No apêndice F, encontram-se disponíveis os resultados complementares.

Após a análise dos resultados, conclui-se que os fatores que mais influenciam na decisão de aceitar ou não uma ordem de uma indústria são a capacidade produtiva e o alto custo para a configuração da linha de produção.

4.5 Análise de Sensibilidade

Ao analisar os resultados, observa-se que aumentar a quantidade de itens em um pedido não altera significativamente a complexidade do problema, visto que não houve alterações relevantes no GAP médio das classes. Em contrapartida, o lucro obtido com esse aumento sai de 28% nos pedidos com 30 itens para 57% naqueles com 150 itens. Além disso, os custos de roteamento aumentam, passando de 9% nas indústrias de pequeno porte para 13% nas de grande porte tipo 2. O custo de configuração apresentou uma redução significativa, passando de 57% nas ordens com 30 itens para 25% nos pedidos com 150 itens.

Ao aumentar o número de veículos, constata-se, um aumento na complexidade do problema, tendo um crescimento no valor do GAP Médio em classes similares. Este aumento não teve um impacto significativo nos custos de roteamento, visto que não houve uma grande variação em classes similares.

Verifica-se que ao aumentar a variedade de produtos, a complexidade do problema também cresce, ocasionando um aumento no GAP Médio. O crescimento da complexidade não se refletiu de forma considerável no custo de configuração de linha produtiva.

Por fim, observa-se que, ao aumentar os períodos disponíveis para a produção e atendimento dos pedidos, houve um crescimento da complexidade do problema, tendo como reflexo o aumento do GAP Médio e o aumento na proporção dos custos de estoque e configuração de linha de produção em relação à receita.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo abordou um PRP que considera as ordens indivisíveis, a flexibilidade no atendimento das demandas e a janela de tempo de entrega. Essas situações são frequentes em indústrias alimentícias, fundições e moveleiras, dentre outras. Um modelo matemático de otimização inteira mista foi elaborado para representar o problema.

Para avaliar o desempenho do modelo proposto, foram geradas 225 instâncias com uma variedade de cenários, distribuídas em 45 classes. Um estudo computacional foi realizado para avaliar a eficiência do algoritmo B&B em resolver o modelo desenvolvido.

Os testes foram conduzidos com três tempos de processamento diferentes, sendo o tempo máximo de execução de 3600s, 7200s e 10800s. Observou-se que, quanto maior o tempo de processamento, melhor os resultados alcançados, visto que o número de soluções ótimas aumentou, apesar de as factíveis ainda serem a maioria. Além disso, houve uma redução no GAP médio.

Ao analisar o número de soluções ótimas obtidas com o aumento do tempo de processamento, observou-se um aumento de 42% no número de soluções ótimas em 7200s x 3600s, representando 7,6% do total das instâncias. Enquanto em 10800s x 3600s o crescimento foi de 75%, chegando a 9,3% do total das instâncias. Ao avaliar o GAP médio geral, houve redução de 19,8% em 7200s x 3600s e de 27,5% em 10800s x 3600s.

É relevante destacar que o resolvidor obteve soluções ótimas nas primeiras oito classes que representam indústrias de pequeno porte, e que houveram três classes (39, 44 e 45) consideradas de grande porte que o resolvidor, mesmo utilizando o tempo máximo de processamento, não conseguiu reduzir o GAP médio abaixo de 95%, demonstrando a complexidade destas classes.

Ao analisar a estrutura das soluções encontradas, constatou-se que os fatores mais relevantes para determinar se uma ordem será aceita ou rejeitada são a capacidade produtiva, que, na maioria das classes, manteve uma taxa de utilização superior a 90%, e os custos relacionados à produção, mais especificamente os custos relacionados à preparação da linha produtiva. O roteamento não demonstrou ser um fator relevante para rejeitar um pedido.

Como perspectivas para trabalhos futuros, devido à complexidade do problema abordado, e o baixo índice de soluções ótimas, indica-se pesquisas com a utilização de métodos de soluções heurísticos para melhorar os resultados do modelo proposto.

Além disso, ressalta-se que é possível estender o modelo para incluir outras características, como a perecibilidade, visto que alguns produtos têm uma vida útil reduzida, tornando a produção, armazenamento, entrega e consumo dos produtos de extrema relevância, como as indústrias alimentícias.

Por fim, é possível acrescentar também o tempo de espera para utilização de veículos da frota de veículos para considerar um cenário mais realista e seus efeitos no modelo, pois um veículo pode demorar mais do que apenas um período para realizar uma rota de entrega e retornar à planta, estando, portanto, indisponível para realizar uma nova rota, sendo necessário utilizar outro veículo da frota.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABSI, Nabil *et al.* A two-phase iterative heuristic approach for the production routing problem. **Transportation science**, v. 49, n. 4, p. 784-795, 2015.

ADULYASAK, Yossiri; CORDEAU, Jean-François; JANS, Raf. Formulations and branch-and-cut algorithms for multivehicle production and inventory routing problems. **INFORMS Journal on Computing**, v. 26, n. 1, p. 103-120, 2014a.

ADULYASAK, Yossiri; CORDEAU, Jean-François; JANS, Raf. Optimization-based adaptive large neighborhood search for the production routing problem. **Transportation science**, v. 48, n. 1, p. 20-45, 2014b.

ADULYASAK, Yossiri; CORDEAU, Jean-François; JANS, Raf. The production routing problem: A review of formulations and solution algorithms. **Computers & Operations Research**, v. 55, p. 141-152, 2015.

ANDERSSON, Henrik *et al.* Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. **Computers & Operations Research**, v. 37, n. 9, p. 1515-1536, 2010.
AOUAM, T. *et al.* Production planning with order acceptance and demand uncertainty. **Computers & Operations Research**, v. 91, p. 145-159, 2018.

ARCHETTI, Claudia *et al.* Analysis of the maximum level policy in a production-distribution system. **Computers & Operations Research**, v. 38, n. 12, p. 1731-1746, 2011.

ARMENTANO, Vinícius A.; SHIGUEMOTO, André L.; LØKKETANGEN, Arne. Tabu search with path relinking for an integrated production–distribution problem. **Computers & Operations Research**, v. 38, n. 8, p. 1199-1209, 2011.

BARD, Jonathan F.; NANANUKUL, Narameth. The integrated production–inventory–distribution–routing problem. **Journal of Scheduling**, v. 12, n. 3, p. 257-280, 2009.

BARD, Jonathan F.; NANANUKUL, Narameth. A branch-and-price algorithm for an integrated production and inventory routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 37, n. 12, p. 2202-2217, 2010.

BO, Vincenzo *et al.* Models and algorithms for integrated production and distribution problems. **Computers & Industrial Engineering**, v. 154, p. 107003, 2021.

BOUDIA, Mourad; LOULY, Mohamed A. O.; PRINS, Christian. A reactive GRASP and path relinking for a combined production–distribution problem. **Computers & Operations Research**, v. 34, n. 11, p. 3402-3419, 2007.

BOUDIA, Mourad; PRINS, Christian. A memetic algorithm with dynamic population management for an integrated production–distribution problem. **European journal of operational research**, v. 195, n. 3, p. 703-715, 2009.

BRAHIMI, Nadjib; AOUAM, Tarik. Multi-item production routing problem with backordering: a MILP approach. **International Journal of Production Research**, v. 54, n. 4, p. 1076-1093, 2016.

CHANDRA, Pankaj; FISHER, Marshall L. Coordination of production and distribution planning. **European journal of operational research**, v. 72, n. 3, p. 503-517, 1994.

DANTZIG, George B.; RAMSER, John H. The truck dispatching problem. **Management science**, v. 6, n. 1, p. 80-91, 1959.

DARVISH, Maryam *et al.* Integrated production-distribution systems: Trends and perspectives. **Pesquisa Operacional**, v. 41, 2021.

DE ARAUJO, Silvio A. Estudos de problemas de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade. **Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - USP**, 1999.

FAHIMNIA, Behnam *et al.* A review and critique on integrated production–distribution planning models and techniques. **Journal of Manufacturing Systems**, v. 32, n. 1, p. 1-19, 2013.

FEDERGRUEN, Awi; TZUR, Michal. Time-partitioning heuristics: Application to one warehouse, multiitem, multiretailer lot-sizing problems. **Naval Research Logistics (NRL)**, v. 46, n. 5, p. 463-486, 1999.

FORTES, A. *et al.* Efficient matheuristics to solve a rich production-routing problem. **Computers & industrial engineering**, v. 171, p. 108369, 2022.

FUMERO, Francesca; VERCELLIS, Carlo. Synchronized development of production, inventory, and distribution schedules. **Transportation science**, v. 33, n. 3, p. 330-340, 1999.

GOLDEN, Bruce *et al.* The fleet size and mix vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 11, n. 1, p. 49-66, 1984.

JARUPHONGSA, Wikrom; LEE, Chung-Yee. Dynamic lot-sizing problem with demand time windows and container-based transportation cost. **Optimization Letters**, v. 2, n. 1, p. 39-51, 2008.

JIN, Yue; MURIEL, Ana. Single-warehouse multi-retailer inventory systems with full truckload shipments. **Naval Research Logistics (NRL)**, v. 56, n. 5, p. 450-464, 2009.

LEE, Young H.; KIM, Sook H. Production–distribution planning in supply chain considering capacity constraints. **Computers & industrial engineering**, v. 43, n. 1-2, p. 169-190, 2002.

LEI, Lei *et al.* On the integrated production, inventory, and distribution routing problem. **IIE Transactions**, v. 38, n. 11, p. 955-970, 2006.

MIRANDA, Pedro L. *et al.* A decomposition heuristic for a rich production routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 98, p. 211-230, 2018.

MOONS, Stef *et al.* Integrating production scheduling and vehicle routing decisions at the operational decision level: a review and discussion. **Computers & Industrial Engineering**, v. 104, p. 224-245, 2017.

MILLER, Clair E.; TUCKER, Albert W.; ZEMLIN, Richard A. Integer programming formulation of traveling salesman problems. **Journal of the ACM (JACM)**, v. 7, n. 4, p. 326-329, 1960.

NEVES-MOREIRA, Fábio *et al.* Solving a large multi-product production-routing problem with delivery time windows. **Omega**, v. 86, p. 154-172, 2019.

RUOKOKOSKI, M. *et al.* **Efficient formulations and a branch-and-cut algorithm for a production-routing problem**. [S.l.]: GERAD, 2010.

RUSSELL, Robert A. Mathematical programming heuristics for the production routing problem. **International Journal of Production Economics**, v. 193, p. 40-49, 2017.

SARMIENTO, Ana M.; NAGI, Rakesh. A review of integrated analysis of production-distribution systems. **IIE transactions**, v. 31, n. 11, p. 1061-1074, 1999.

SCHENEKEMBERG, Cleder M. *et al.* The two-echelon production-routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 288, n. 2, p. 436-449, 2021.

SERESHTI, Narges; BIJARI, Mehdi. Profit maximization in simultaneous lot-sizing and scheduling problem. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, n. 23, p. 9516-9523, 2013.

SOLER, Willy A. O.; POLDI, Kelly C.; SANTOS, Maristela O. Capacitated lot sizing and scheduling with order acceptance and delivery time windows: mathematical model and a MIP-based heuristic. **Pesquisa Operacional**, v. 39, p. 471-496, 2019.

SOLYALI, Oğuz; SÜRAL, Haldun. A relaxation based solution approach for the inventory control and vehicle routing problem in vendor managed systems. In: **Modeling, computation and Optimization**. 2009. p. 171-189.

SUPITHAK, Wisut; LIMAN, Surya D.; MONTES, Elliot J. Lot-sizing and scheduling problem with earliness tardiness and setup penalties. **Computers & Industrial Engineering**, v. 58, n. 3, p. 363-372, 2010.

WAGNER, Harvey M.; WHITIN, Thomson M. Dynamic version of the economic lot size model. **Management science**, v. 5, n. 1, p. 89-96, 1958.

WATANABE, Henrique H. M. *et al.* Solution methods for the integrated production routing problem. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, v. 19, p. 53-61, 2017.

YANG, Dar-Li; HOU, Yung-Tsung; KUO, Wen-Hung. A note on a single-machine lot scheduling problem with indivisible orders. **Computers & Operations Research**, v. 79, p. 34-38, 2017.

APÊNDICE A – INSTÂNCIA DE TESTE 10-1-4-1

a_j	1	P_{nt}					0	1050	1050	0	
h_j	6						1200	1200	1200	0	
p_j	3						0	1050	1050	1050	
sc_j	1000						0	0	1050	1050	
st_j	2						0	0	1500	0	
vc_v	6000						1200	0	0	0	
us_v	500						1200	1200	1200	1200	
							0	1200	0	0	
C_t	8	12	15	9		1050	1050	1050	0		
						0	0	0	1500		

q_{jn}	7	8	7	7	10	8	8	8	7	10
----------	---	---	---	---	----	---	---	---	---	----

F_n	1	0	1	2	2	0	0	1	0	3
L_n	2	2	3	3	2	0	3	1	2	3

T_{con}	1155	249	891	1416	702	249	690	1086	423	1278
-----------	------	-----	-----	------	-----	-----	-----	------	-----	------

$T_{c_{kn}}$	0	1386	450	1455	948	1386	909	2301	1614	1497
	1386	0	1122	1644	900	0	945	912	444	1461
	450	1122	0	1527	783	1122	801	2037	1350	1044
	1455	1644	1527	0	807	1644	726	2559	1806	2433
	948	900	783	807	0	900	51	1758	1095	1656
	1386	0	1122	1644	900	0	945	912	444	1461
	909	945	801	726	51	945	0	1857	1092	1707
	2301	912	2037	2559	1758	912	1857	0	927	2013
	1614	444	1350	1806	1095	444	1092	927	0	1707
	1497	1461	1044	2433	1656	1461	1707	2013	1707	0

Tr_n	415	89	320	509	252	89	248	390	152	460
--------	-----	----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----

Fonte: Autor (2023)

APÊNDICE B – VARIAÇÃO DA ACEITAÇÃO DAS ORDENS POR CLASSE

As colunas: CLASSE, indica o número da classe; N, exibe o número de pedidos realizados à indústria em cada classe; PERÍODOS é dividida em T1 à T10, que representam os períodos que compõem cada classe, e apresentam quantas ordens são aceitas por período; ORDENS ACEITAS é dividida em TOTAL que mostra quantos pedidos foram aceitos por classe e em % que apresenta a percentual de pedidos atendidos em relação a todos os pedidos recebidos.

CLASSE	N	PERÍODOS										ORDENS ACEITAS	
		T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	TOTAL	%
1	30	0	0	5	7	4	-	-	-	-	-	16	53%
2	30	0	0	2	9	3	-	-	-	-	-	14	47%
3	30	0	0	3	8	6	-	-	-	-	-	17	57%
4	30	0	0	3	6	9	-	-	-	-	-	18	60%
5	30	0	0	2	5	8	-	-	-	-	-	15	50%
6	30	0	0	3	7	6	-	-	-	-	-	16	53%
7	30	0	1	3	6	7	-	-	-	-	-	17	57%
8	30	0	1	3	6	6	-	-	-	-	-	16	53%
9	30	0	0	2	8	7	-	-	-	-	-	17	57%
10	50	0	0	4	15	11	-	-	-	-	-	30	60%
11	50	0	0	4	18	7	-	-	-	-	-	29	58%
12	50	0	0	4	17	9	-	-	-	-	-	30	60%
13	50	0	0	0	3	2	7	4	6	4	2	28	56%
14	50	0	0	0	2	2	4	6	6	7	2	29	58%
15	50	0	0	0	1	2	4	6	6	4	1	24	48%
16	50	0	0	4	12	13	-	-	-	-	-	29	58%
17	50	0	0	3	13	12	-	-	-	-	-	28	56%
18	50	0	0	3	15	13	-	-	-	-	-	31	62%
19	50	0	0	0	2	2	5	3	6	7	2	27	54%
20	50	0	0	0	2	5	4	4	6	5	3	29	58%
21	50	0	0	0	1	2	4	6	5	4	4	26	52%
22	100	0	5	16	24	16	-	-	-	-	-	61	61%
23	100	0	5	16	22	14	-	-	-	-	-	57	57%
24	100	0	6	15	23	15	-	-	-	-	-	59	59%
25	100	0	0	1	6	5	10	13	8	11	3	57	57%
26	100	0	0	2	7	6	8	9	11	4	7	54	54%
27	100	0	0	1	8	8	8	11	5	7	7	55	55%
28	100	0	5	17	21	14	-	-	-	-	-	57	57%
29	100	0	5	18	16	12	-	-	-	-	-	51	51%
30	100	0	5	17	20	13	-	-	-	-	-	55	55%

31	100	0	0	0	6	4	8	12	11	7	9	57	57%
32	100	0	0	1	3	6	11	10	6	10	5	52	52%
33	100	0	0	2	8	8	6	11	9	6	6	56	56%
34	150	0	14	20	37	16	-	-	-	-	-	87	58%
35	150	0	14	27	33	16	-	-	-	-	-	90	60%
36	150	1	11	29	27	10	-	-	-	-	-	78	52%
37	150	0	1	5	7	10	16	13	13	12	7	84	56%
38	150	0	0	5	13	9	8	7	8	9	5	64	43%
39	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
40	150	0	13	24	34	14	-	-	-	-	-	85	57%
41	150	0	13	27	29	20	-	-	-	-	-	89	59%
42	150	1	10	27	27	12	-	-	-	-	-	77	51%
43	150	0	3	7	11	9	12	14	14	8	8	86	57%
44	150	0	0	1	1	1	2	1	1	1	1	9	6%
45	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
Média Geral													52%

Fonte: Autor (2023)

Ao analisar apenas as classes que atingiram soluções ótimas, constatou-se uma taxa de aceitação média de 54,07%. Enquanto, que observando as classes que obtiveram soluções viáveis e ordens atendidas, a média foi de 55,75%. Os resultados indicam que a taxa de aceitação não se altera significativamente, mesmo quando não são alcançadas soluções ótimas, e nem com o aumento no número de pedidos e na variedade do catálogo. Ao analisar o conjunto das classes, verificou-se uma variação entre 43% e 62%.

No entanto, as classes 39, 44 e 45 são a exceção, com uma queda significativa na taxa de aceitação, variando entre 0% e 6%. Isso ocorreu devido à complexidade dessas classes que apresentam um GAP Médio superior a 95%. Sendo assim, a média geral da taxa de aceitação das ordens de todas as 45 classes ficou em 52%. Além disso, observou-se uma tendência de não atender às ordens nos primeiros períodos disponíveis.

APÊNDICE C – DESEMPENHO DA CAPACIDADE PRODUTIVA

Este apêndice apresenta uma análise do consumo da capacidade produtiva das classes. As colunas: CLASSE, indica o número da classe; CARAC., é dividida em CAP. e P+C que representam, respectivamente, a capacidade produtiva da planta em cada período e o tempo utilizado para produção dos itens e configuração das linhas de produção; PERÍODOS, é composta por T1 à T10, que mostra os períodos que compõem cada classe, e apresentam a CAP. e P+C dos respectivos períodos e em % é apresentado o percentual da capacidade produtiva atingida em cada período; TOTAL apresenta o somatório dos valores de CAP. e P+C em todos os períodos e a % indica o percentual da capacidade total atingida; PROD. e % apresentam o tempo total consumido apenas para produção de todos os itens e o percentual da capacidade produtiva atingida com a produção, respectivamente; e CONF. e % apresentam o tempo total consumido apenas para configuração de linha de produção e o percentual da capacidade de produção utilizada por ela, respectivamente.

		CONSUMO DA CAPACIDADE PRODUTIVA																														
Classe	Carac.	PERÍODOS										Total	% Prod.	% Conf.	%																	
		T1	%	T2	%	T3	%	T4	%	T5	%					T6	%	T7	%	T8	%	T9	%	T10	%							
1	Cap.	131		225		252		221		97		73										926		95		797		8		85		9
	P + C	129	98	221	99	249	99	212	96	71						-						882						6				
2	Cap.	142		217		255		227		116		41										957		78		677		7		71		7
	P + C	109	77	181	83	217	83	193	85	48						-						748						1				
3	Cap.	105		200		257		203		123		84										888		97		769		8		90		1
	P + C	101	96	199	0	255	99	201	99	103						-						859						7				0

	P + C	632		112 6		127 4		110 3		299														
36	Cap.	602	94	104 6		120 3		103 4		546	16	-										4431	7 8	142 3
	P + C	564		104 0		113 0		762		86												81	3440	
37	Cap.	236	99	392		534		10 0		558	10 0	599	10 0	621	10 0	539	10 0	42	9 0	22 7	3 6	4711	9 1	235 5
	P + C	234		388		534		576		557		598		621		539		38 7		81		4515		
38	Cap.	169	93	423		491		99		603	91	594	85	587	44	524	63	34	5 2	17 9	0	4488	7 1	180 4
	P + C	158		411		484		573		548		502		258		329		10 0	7	0		3363		
39	Cap.	251	0	447		547		0		501	0	486	0	531	0	500	0	35	6 0	20 2	0	4419	0 0	0 0
	P + C	0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		
40	Cap.	113	10	208		226		10		119	44	-										8768	8 8	344 4
	P + C	112 5	0	207 8		226 9		0		532												8091		
41	Cap.	930	98	181 0		215 4		10		109	69	-										7956	8 9	343 5
	P + C	916		181 3		215 2		0		6												752		
42	Cap.	110	93	211 9		245 8		10		107	17	-										8740	7 9	350 4
	P + C	103 4		207 1		245 8		0		6												178		
43	Cap.	554	10	935		100 3		10		121	10	122	97	127	10	106	94	73	5 4	44 8	2 9	9603	8 7	446 5
	P + C	552	0			100 2		0		121 4	0	118 9	0	125 4	0	100 3		39 6		12 8		8814		
44	Cap.	487	26	812		927		24		992	15	103 1	13	108 6	22	979	0	80 5	37 7	0		8546	1 0	52 1

	P + C	126		178		225		135		153		138		0		0		0		955						
45	Cap.	384	0	614	0	987	0	101	2	101	0	105	6	108	4	104	5	77	43	8404	0	0	0	0		
	P + C	0		0		0		0		0		0		0		0		0		0						
	Média Geral																							87	8	1
Legenda: Caract. = (Cap. = Capacidade Produtiva / P+C = Produção + Configuração); Prod. = Produção; Conf. = Configuração; % = Consumo da Cap.; T = N° do Período																										

Fonte: Autor (2023)

A capacidade produtiva da planta refere-se ao tempo total disponível para a realização das atividades de produção. Essa capacidade é impactada tanto pelo tempo de produção dos itens, quanto pela preparação da linha de produção de cada produto a ser produzido.

Neste contexto, ao observar a capacidade produtiva da classe 1, note que a soma das capacidades em todos os períodos, foi atingindo 95% da capacidade sendo consumida com a produção dos itens e configurações das linhas, sendo que deste total 86% foi destinado apenas a produção dos produtos e 9% para preparação das linhas utilizadas.

Neste contexto, ao analisar a Tabela deste apêndice, observa-se que, o percentual de utilização da capacidade produtiva variou entre 75% à 100%, com média geral de 87%, sendo que das 45 classes, 34 apresentaram valores superiores a 90% de utilização. As classes 39, 44 e 45 são a exceção, pois, devido à complexidade das classes, que apresentam GAP Médio acima de 95%, os resultados ficaram abaixo dos apresentados nas outras classes, com a taxa de utilização da capacidade produtiva variando de 0% a 11%.Considerando apenas as classes que atingiram soluções ótimas, observa-se que a produção dos itens, atingiu em média de 94% de utilização da capacidade produtiva, sendo que, do total disponível para produção, 84% foi empregado na produção dos produtos e 10% em preparação da linha de produção. Enquanto nas classes que atingiram apenas soluções factíveis, a taxa média de utilização da capacidade foi de 87%, sendo a produção responsável por consumir 81% da capacidade produtiva disponível e 6% para configuração da linha de produção.

Considerando todas as classes, o percentual médio de utilização da capacidade produtiva foi de 87%, sendo que a produção representa 81% e a configuração de linha produtiva representa 6% da capacidade produtiva total disponível. Numa análise final, em 75,55% das vezes a planta operou no limite ou próximo da sua capacidade de produção máxima.

APÊNDICE D – UTILIZAÇÃO DO ESTOQUE POR CLASSE

Apresenta-se a utilização de estoque de cada classe nos períodos disponíveis. As colunas: CLASSE, indica o número da classe; PERÍODOS é composta por T1 à T10, é composta que representam os períodos que compõem cada classe, e apresentam as quantidades de itens estocados em cada período; TOTAL USO POR T representa a quantidade total de períodos que o estoque foi utilizado; e % exibe o percentual dos períodos que utilizaram estoque em relação ao total de períodos disponíveis.

CLASSE	PERÍODOS										TOTAL USO POR T	%
	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10		
1	117	298	359	153	0	-	-	-	-	-	4	80%
2	96	261	362	113	0	-	-	-	-	-	4	80%
3	91	270	396	216	0	-	-	-	-	-	4	80%
4	188	571	817	583	0	-	-	-	-	-	4	80%
5	144	461	619	501	0	-	-	-	-	-	4	80%
6	191	536	761	495	0	-	-	-	-	-	4	80%
7	306	623	916	600	0	-	-	-	-	-	4	80%
8	253	576	802	671	0	-	-	-	-	-	4	80%
9	278	779	1204	567	0	-	-	-	-	-	4	80%
10	199	526	781	423	0	-	-	-	-	-	4	80%
11	204	514	742	243	0	-	-	-	-	-	4	80%
12	220	575	780	302	0	-	-	-	-	-	4	80%
13	92	226	359	480	560	420	380	212	67	0	9	90%
14	82	187	337	424	526	537	398	277	55	0	9	90%
15	62	177	353	489	561	510	384	225	57	0	9	90%
16	318	915	1278	763	0	-	-	-	-	-	4	80%
17	334	974	1445	801	0	-	-	-	-	-	4	80%
18	423	1047	1552	948	0	-	-	-	-	-	4	80%
19	140	388	681	898	1006	899	892	651	169	0	9	90%
20	114	387	765	1060	961	876	844	564	193	0	9	90%
21	143	382	686	968	1058	1014	770	534	268	0	9	90%
22	411	894	898	414	0	-	-	-	-	-	4	80%
23	371	819	776	417	0	-	-	-	-	-	4	80%
24	387	756	815	368	0	-	-	-	-	-	4	80%
25	134	378	640	710	860	787	551	500	151	0	9	90%
26	127	352	582	623	684	671	636	409	301	0	9	90%
27	149	412	710	705	754	790	486	474	288	0	9	90%
28	745	1652	1485	813	0	-	-	-	-	-	4	80%

29	595	1254	1074	860	0	-	-	-	-	-	4	80%
30	681	1417	1220	684	0	-	-	-	-	-	4	80%
31	193	616	1109	1454	1725	1614	1251	998	639	0	9	90%
32	243	597	995	1167	1268	996	814	927	416	0	9	90%
33	228	615	1060	1063	1026	1330	1064	731	456	0	9	90%
34	487	750	1016	370	0	-	-	-	-	-	4	80%
35	575	970	983	460	0	-	-	-	-	-	4	80%
36	500	968	852	343	0	-	-	-	-	-	4	80%
37	217	496	739	879	942	725	658	554	275	0	9	90%
38	147	500	653	588	634	756	565	576	206	0	9	90%
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
40	978	1856	1654	702	0	-	-	-	-	-	4	80%
41	821	1578	1443	874	0	-	-	-	-	-	4	80%
42	928	1929	1691	809	0	-	-	-	-	-	4	80%
43	510	1067	1222	1235	1452	1686	1413	977	594	0	9	90%
44	98	269	399	417	458	391	251	120	59	0	9	90%
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
Média Geral												80%

Fonte: Autor (2023)

Observa-se que, com exceção das classes 39 e 45, em que nenhum pedido foi aceito, sempre houve o uso do estoque. Ressalta-se que, nas duas classes mencionadas, o resolvidor não conseguiu aprimorar as soluções encontradas, mantendo o GAP médio de ambas em 100% mesmo após o tempo máximo de processamento 10800s.

Destaca-se que a taxa dos períodos em que foi utilizado o estoque em relação ao total disponível variou entre 80% e 90%. Sendo que, em todas as classes em que algum pedido foi aceito, apenas no último período o estoque não foi utilizado, de modo que o percentual varia devido à diferença na quantidade de períodos disponíveis.

APÊNDICE E – UTILIZAÇÃO DOS VEÍCULOS DA FROTA POR CLASSE

Apresenta-se a utilização de veículos por classe em cada período. As colunas: CLASSE, indica o número da classe; V, exibe o número o número de veículos disponíveis em cada classe; PERÍODOS é dividida em T1 à T10, que representam os períodos que compõem cada classe, e apresentam a quantidade de veículos utilizados por período; UTILIZAÇÃO é dividida em TOTAL que representa quantos veículos foram utilizados em todos os períodos, SIMUL. MAX. apresenta a quantidade máxima de veículos utilizados de forma simultâneas num período e % apresenta o percentual de veículos utilizados de forma simultânea em relação ao total de veículos disponíveis.

CLASSE	V	PERÍODOS										UTILIZAÇÃO		
		T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	TOTAL	SIMUL. MAX.	%
1	4	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	25%
2	5	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	20%
3	8	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	13%
4	4	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	25%
5	5	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	20%
6	8	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	13%
7	4	0	1	1	1	1	-	-	-	-	-	4	1	25%
8	5	0	1	1	1	1	-	-	-	-	-	4	1	20%
9	8	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	13%
10	6	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	17%
11	8	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	13%
12	13	0	0	1	1	1	-	-	-	-	-	3	1	8%
13	6	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	7	1	17%
14	8	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	7	1	13%
15	13	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	7	1	8%
16	6	0	0	1	2	1	-	-	-	-	-	4	2	33%
17	8	0	0	2	2	2	-	-	-	-	-	6	2	25%
18	13	0	0	1	4	1	-	-	-	-	-	6	4	31%
19	6	0	0	0	1	1	1	2	1	1	1	8	2	33%
20	8	0	0	0	1	1	2	1	1	1	1	8	2	25%
21	13	0	0	0	1	1	1	1	1	2	1	8	2	15%
22	13	0	1	2	3	4	-	-	-	-	-	10	4	31%
23	17	0	2	3	2	2	-	-	-	-	-	9	3	18%
24	25	0	1	3	2	3	-	-	-	-	-	9	3	12%

25	13	0	0	1	3	1	3	2	2	2	1	15	3	23%
26	17	0	0	1	1	3	3	2	2	2	2	16	3	18%
27	25	0	0	1	3	3	1	2	1	4	2	17	4	16%
28	13	0	1	6	4	3	-	-	-	-	-	14	6	46%
29	17	0	1	5	4	3	-	-	-	-	-	13	5	29%
30	25	0	1	3	4	3	-	-	-	-	-	11	4	16%
31	13	0	0	0	2	3	3	3	3	3	3	20	3	23%
32	17	0	0	1	2	3	4	4	2	4	2	22	4	24%
33	25	0	0	2	4	3	3	5	2	2	4	25	5	20%
34	19	0	2	3	4	5	-	-	-	-	-	14	5	26%
35	25	0	1	5	7	2	-	-	-	-	-	15	7	28%
36	38	1	2	5	4	2	-	-	-	-	-	14	5	13%
37	19	0	1	1	3	4	5	5	4	3	3	29	5	26%
38	25	0	0	3	2	1	3	3	2	2	1	17	3	12%
39	38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
40	19	0	2	7	6	2	-	-	-	-	-	17	7	37%
41	25	0	2	6	5	3	-	-	-	-	-	16	6	24%
42	38	1	2	9	8	4	-	-	-	-	-	24	9	24%
43	19	0	1	2	2	2	2	5	4	2	2	22	5	26%
44	25	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	8	1	4%
45	38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
Média Geral														19,17%

Fonte: Autor (2023)

Nesta análise, observa-se que a taxa de utilização simultânea dos veículos, excetuando-se as classes 39, 44 e 45, que devido à complexidade, que apresentam GAP Médio acima de 95%, variou entre 8% e 46% da frota disponível. Demonstrando que não houve um impacto da capacidade da frota para atender as demandas aceitas.

Ao concluir a análise do roteamento e da produção nota-se que o principal motivo para a rejeição das demandas está na capacidade produtiva e não na capacidade de carregamento e utilização da frota, que, no ponto mais crítico não atingiu a 46% da capacidade.

APÊNDICE F – ANÁLISE DOS CUSTOS POR CLASSE

Apresenta-se uma análise sobre os custos referente as demandas aceitas. As colunas: CLASSE, indica o número da classe; RECEITA, exibe o valor, em reais, obtido no atendimento das demandas aceitas; ESTOQUE, CONFIGURAÇÃO, ROTEAMENTO e LUCRO, expõem, respectivamente, o valor, em reais, dos custos de armazenamento em estoque, à preparação da linha de produção, aos custos associados à utilização e ao deslocamento dos veículos e o valor da receita descontados todos os custos, bem como o seu respectivo percentual em relação à receita.

CLASSE	RECEITA	ESTOQUE		CONFIGURAÇÃO		ROTEAMENTO		LUCRO	
1	85237	4445	5%	42500	50%	10592	12%	27700	32%
2	69861	4102	6%	35400	51%	8389	12%	21970	31%
3	76762	4469	6%	44900	58%	10367	14%	17026	22%
4	165549	9647	6%	94100	57%	12036	7%	49766	30%
5	129884	7830	6%	71200	55%	10025	8%	40829	31%
6	141996	8293	6%	92100	65%	12504	9%	29099	20%
7	229971	12029	5%	133000	58%	13418	6%	71524	31%
8	216398	12698	6%	135000	62%	11795	5%	56905	26%
9	222917	11991	5%	134900	61%	11702	5%	64324	29%
10	151501	8143	5%	50600	33%	14752	10%	78006	51%
11	135770	7945	6%	47800	35%	12690	9%	67335	50%
12	152067	9062	6%	50800	33%	15229	10%	76976	51%
13	133291	13619	10%	56700	43%	17956	13%	45016	34%
14	142334	15042	11%	54600	38%	18251	13%	54441	38%
15	123915	12664	10%	59500	48%	18224	15%	33527	27%
16	251542	13369	5%	97200	39%	16506	7%	124467	49%
17	267941	15644	6%	98300	37%	17242	6%	136755	51%
18	296082	17164	6%	104600	35%	18874	6%	155444	53%
19	247380	26642	11%	114300	46%	21631	9%	84807	34%
20	277621	27718	10%	117800	42%	22618	8%	109485	39%
21	241983	26677	11%	112000	46%	21653	9%	81653	34%
22	315934	12846	4%	75700	24%	37718	12%	189670	60%
23	269494	10655	4%	68400	25%	35883	13%	154556	57%
24	297977	11011	4%	78500	26%	39140	13%	169326	57%
25	312742	21981	7%	86800	28%	42085	13%	161876	52%
26	262470	21674	8%	88200	34%	42527	16%	110069	42%
27	298230	23021	8%	87600	29%	43726	15%	143883	48%
28	492521	20883	4%	142500	29%	40818	8%	288320	59%
29	458821	18717	4%	144000	31%	41298	9%	254806	56%
30	493571	17261	3%	157100	32%	38432	8%	280778	57%
31	507581	46710	9%	164400	32%	50257	10%	246214	49%

32	461522	36713	8%	163100	35%	47132	10%	214577	46%
33	557856	35765	6%	178100	32%	58037	10%	285954	51%
34	402540	11650	3%	93200	23%	58447	15%	239243	59%
35	408413	14427	4%	92100	23%	67847	17%	234039	57%
36	354607	14691	4%	71200	20%	64499	18%	204217	58%
37	414974	27240	7%	117300	28%	73505	18%	196929	47%
38	328212	25798	8%	90200	27%	54414	17%	157800	48%
39	0	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
40	786240	22773	3%	172000	22%	67257	9%	524210	67%
41	745927	22267	3%	171500	23%	65006	9%	487154	65%
42	708752	28943	4%	174800	25%	72204	10%	432805	61%
43	868016	51267	6%	222800	26%	76662	9%	517287	60%
44	87770	13270	15%	25900	30%	9258	11%	39342	45%
45	0	0	0%	0	0%	0	0	0	0%
Média Geral	302093	17306	6%	98060	35%	32058	10%	154669	44%

Fonte: Autor (2023)

Nota-se que os percentuais dos custos em relação à receita seguem um padrão. Na classe 1, 5% da receita é consumida por custos decorrentes do armazenamento de itens, 50% foi utilizado com custos decorrentes das configurações das linhas de produção e 12% destinado aos custos de associados as entregas, resultando em um lucro de 32%.

Avaliando oscilação dos custos, excluindo as classes 39, 44 e 45, que devido à complexidade, pois apresentam um GAP Médio acima de 95%, observa-se uma variação nos custos de estoque e roteamento não tão significativa, entre 3% a 15% nos custos de estoque, e de 5% a 18% nos custos de roteamento. Enquanto ao observar o custo de configuração de linha de produção, a variação foi entre 20% a 65% e o lucro variou de 20% a 67% do valor da receita.

Apesar da configuração de linha de produção representar uma pequena parte do processo produtivo, como demonstrado na Tabela do Apêndice C, o preparo constitui o maior custo de todo o processo, sendo, em média, responsável por 35% do faturamento. O custo de estoque é uma pequena parte do total, representando, em média, 6% da receita.

O custo de roteamento representou 10% da receita, enquanto o lucro representou em média 44% do faturamento total. Observa-se que o principal limitador para o aceite de mais demandas em relação ao custo é a alta despesa relativo à configuração de linha de produção para preparar diversos itens.