

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE**

**APLICAÇÃO DO MODELO DE PULSO RETANGULAR DE
POISSON PARA ESTIMATIVA DE DEMANDAS DE ÁGUA**

WESLEY HENRIQUE ALVES BARBOSA

CAMPO GRANDE

2018

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE**

**APLICAÇÃO DO MODELO DE PULSO RETANGULAR DE
POISSON PARA ESTIMATIVA DE DEMANDAS DE ÁGUA**

WESLEY HENRIQUE ALVES BARBOSA

Trabalho de Conclusão Final de Curso do Mestrado Profissional apresentada na Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, para obtenção do título de Mestre em Eficiência Energética e Sustentabilidade, na área de concentração hidráulica e saneamento.

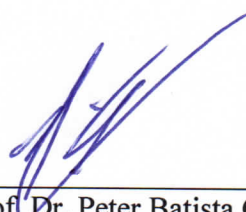
Orientador: Prof. Dr. Peter Batista Cheung

CAMPO GRANDE

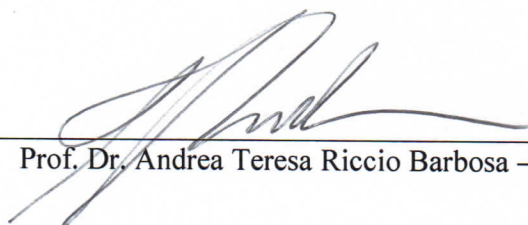
11 / 2018

FOLHA DE APROVAÇÃO

Redação final do Trabalho de Conclusão Final de Curso defendida por **Wesley Henrique Alves Barbosa**, aprovada pela Comissão Julgadora em 27 de novembro de 2018, na Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul para obtenção do título de Mestre em Eficiência Energética e Sustentabilidade.



Prof. Dr. Peter Batista Cheung – Orientador
FAENG/UFMS



Prof. Dr. Andrea Teresa Riccio Barbosa – Membro Titular
FAENG/UFMS



Prof. Dr. Keila Roberta Ferreira de Oliveira – Membro Titular
FAENG/UFMS

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Wilson e Shossaine, por todo amor e apoio.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao Pai Celestial por me proporcionar esta conquista, por ter sido meu refúgio e fortaleza, e por ter me concedido pais exemplares e fundamentais em todos os momentos da minha vida, que sempre me amparam com amor e generosidade. Quero também deixar meu agradecimento a todos aqueles que de alguma forma estiveram presentes nesta caminhada, em especial aos meus irmãos, Jonathan e Petherson, e a Camila, quem eu amo tanto.

RESUMO

A operação adequada dos sistemas de água é dependente tanto do consumo de água quanto da quantidade de água que as bacias de captação podem prover. No entanto, a demanda de água é um dos assuntos mais importantes para a operação eficiente desses sistemas. A utilização de modelos de simulação de demandas é uma alternativa à ausência de informações precisas sobre os hábitos de consumo de água residencial. Com isso, pretendeu-se verificar o desempenho de um modelo para a simulação de demandas de água por meio de comparações entre dados obtidos em campo e simulações com parâmetros simplificados. Os dados foram obtidos em uma campanha de campo de aproximadamente dois anos em 440 condomínios residenciais com cerca de 30 mil unidades residenciais. O modelo escolhido para análise e comparação, considerado o mais representativo, é chamado de Modelo de Pulso Retangular de Poisson. As curvas cumulativas de distribuição das vazões foram comparadas com as observações reais para avaliar o desempenho do modelo. Os resultados indicaram que, no geral, o modelo é um método eficaz para modelar e simular as demandas e as vazões em tubulações. As análises globais sobre as curvas cumulativas de distribuição de probabilidades de vazões apontaram que o modelo obteve desempenho excepcional, com resultados superiores durante as tardes e fim das noites. O uso do modelo para simulação de demandas residenciais de água poderá contribuir com a redução dos consumos de energia elétrica, aprimorar a qualidade da água distribuída e aperfeiçoar o desempenho das companhias de abastecimento de água.

Palavras-chave: demanda residencial de água, pulsos de demanda, modelagem de demanda.

ABSTRACT

The adequate operation of the water distribution systems depends either of the consumption of water or the quantity the water drainage basins may provide. Nevertheless, the water demand is one of most important subjects for the efficient operation of those systems. The utilization of water demand models is an alternative to the absence of information about the residential consumption pattern. It is intended to verify the performance of a model for water demand simulation with comparisons between field data and simulations. The data were obtained from a field campaign lasting about two years in 440 residential condominium and around 30 thousand residences. The chosen model for analysis and comparison – considered the most representative – is called the Poisson Rectangular Pulse Model. Cumulative distribution functions for flows were compared to observations to assess the model performance. Results indicated that, in general, the chosen model is an effective method to model and simulate water flows and demands in pipes and networks. Global analysis about the flows cumulative distribution functions indicated that the model obtained exceptional performance, with better results during the afternoons and nights. The use of the model for residential water demand simulation may contribute to reduce the electric energy consumption, improve the quality of the water supplied and expand the water utilities overall efficiency.

Keywords: residential water demand, demand pulses, demand modeling.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Caracterização do perfil de demanda de diversas categorias de consumidores	15
Figura 2 – Padrão diário de consumo de água em residência unifamiliar	23
Figura 3 – Pulso retangular para representar demandas de água em servidores residenciais ..	24
Figura 4 – Conjunto de n residências consumindo água de uma ramificação da tubulação principal.....	24
Figura 5 – Diagrama de taxa de transição de estado para sistemas M/M/m	27
Figura 6 – Curva diurna do multiplicador de padrão de demanda(π_j) de água considerado para consumidores residenciais.....	48
Figura 7 – Função cumulativa de distribuição de vazões da tubulação ramificada entre os horários 0h e 3h	49
Figura 8 – Representação do Coeficiente de Determinação R^2 entre simulações do modelo PRP e dados reais em intervalos horários.	53
Figura 9 – Curva de Distribuição Acumulada dos Coeficientes de Determinação R^2 médios	54
Figura 10 – Relação entre quantidade de residências e desempenho do modelo	55
Figura 11 – Relação entre a vazão média real e o desempenho do modelo.....	55
Figura 12 – Relação entre consumo real diário de água e desempenho do modelo	56
Figura 13 – Comparação entre as vazões máximas simuladas e observadas em termos do erro relativo percentual (%).....	57
Figura 14 – CDF do Erro Relativo Percentual das vazões máximas simuladas e reais.....	57
Figura 15 – Erros Relativos Percentuais Médios para estimativa de vazões máximas horárias	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classes de fatores de influência sobre o consumo residencial de água	14
Tabela 2 – Principais variações de consumo de água	17
Tabela 3 – Utilização interna típica de água	22
Tabela 4 – Dados da pesquisa realizada.....	41
Tabela 5 – Multiplicador do padrão de demanda (π_j) em condomínios residenciais	47
Tabela 6 – Descrição dos valores do Coeficiente de Determinação R^2 gerados pela comparação entre dados gerados e reais em intervalos horários	52
Tabela 7 – Distribuição de probabilidades dos Erros Relativos Percentuais das vazões máximas simuladas e reais	58
Tabela 8 – Aplicações do modelo PRP em termos qualitativos e quantitativos	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
1.1	Objetivo	13
1.1.1	Objetivos específicos	13
2	DADOS DE CONSUMO DE ÁGUA	14
2.1	Variações de consumo	16
2.2	Modelos para simulação de demandas de água.....	18
2.2.1	Categoria 1 - Modelos de demandas de residências	19
2.2.2	Categoria 2 – Modelos de demanda de aparelhos sanitários.....	20
2.3	Modelo de Pulso Retangular de Poisson.....	21
2.3.1	Propriedades do uso residencial de água.....	21
2.3.2	Pulso de água.....	23
2.3.3	Redes ramificadas.....	24
2.3.4	Analogia com teoria das filas	25
2.3.5	Residência unifamiliar com processo PRP homogêneo – sistema M/M/m	26
2.3.6	Número de servidores ocupados.....	26
2.3.7	Intensidade de uso de água.....	28
2.3.8	Momentos de vazão na adutora	29
2.3.9	Função Cumulativa de Distribuições de vazões.....	30
2.3.10	Múltiplas residências com processo PRP homogêneo – M/M/ ∞	31
2.3.11	Número de servidores ocupados.....	31
2.3.12	Intensidade de uso de água.....	33
2.3.13	Momentos das vazões na tubulação.....	34
2.3.14	Função Cumulativa de Distribuições de vazões.....	35
2.3.15	Múltiplas residências com processo de Poisson não-homogêneo – M/G/ ∞	36
2.3.16	Número de servidores ocupados.....	36

2.3.17	Momentos e CDFs de vazões	40
3	METODOLOGIA.....	41
3.1	Modelo considerado para análise e comparação.....	42
3.2	Procedimentos	43
3.2.1	Modelos simulados	45
3.2.2	Comparação entre resultados simulados e observados	48
3.2.3	Fases de comparação	50
3.2.4	Coeficiente de determinação R^2	50
3.2.5	Erro Relativo Percentual em vazões máximas	50
4	RESULTADOS	51
4.1	Coeficiente de determinação R^2	51
4.2	Coeficiente de determinação R^2 médio	53
4.3	Número de residências	54
4.4	Intensidade média de vazão	55
4.5	Demanda diária média	56
4.6	Desvios entre vazões máximas	56
4.7	Discussões	58
5	CONCLUSÕES.....	60

1 INTRODUÇÃO

A disponibilidade de água é fundamental, sendo uma das prioridades mundiais o seu abastecimento em quantidade e qualidade apropriada. Seja para manter os níveis de desenvolvimento econômico, ou para estabelecimento da saúde humana. Devido à importância da operação adequada dos sistemas de abastecimento de água, intensos esforços têm sido realizados para prover água de alta qualidade ao maior número de pessoas possível.

Existe correlação negativa entre os sistemas de abastecimento de água e a proporção de óbitos em crianças menores que cinco anos. Cerca de 28 % dos óbitos nesta faixa etária no Brasil são causados por infecção intestinal (MARTINS; EDUARDO; NASCIMENTO, 2016), doença relacionada a falta de saneamento básico. Na história do saneamento, foram relatados surtos de doenças transmitidas pela água que ocorreram por falhas na operação ou construção de pequenos e grandes sistemas de abastecimento. Um desses eventos aconteceu na Suécia, em que cerca de 57 mil pessoas foram afetadas, e duas mortes reportadas (ANDERSSON; BOHAN, 2001).

Devido aos sistemas de água alcançarem a maior parte das populações urbanas, pequenos desvios em qualidade de água podem ocasionar grandes prejuízos à saúde da população. O pior dano, sem dúvida, consiste na quebra da confiança depositada pela população na companhia de abastecimento de água. Assim, os sistemas de abastecimento de água devem ser construídos e operados adequadamente, para preservar a saúde da população.

Os sistemas de abastecimento de água são compostos por alguns sistemas principais, como: sistemas de captação, sistema de bombeamento, adutoras, sistemas de tratamento de água, reservação e rede de distribuição. Dentro desses sistemas, o principal objetivo é entregar à população água em qualidade e quantidade apropriada para seu uso (TSUTIYA, 2006).

Diversas são as variáveis que definem a concepção de um sistema de abastecimento de água. A caracterização da área de estudo se faz necessária para identificar as características físicas, a utilização do solo, os aspectos econômicos e sociais. Além disso, é preciso analisar aspectos como o crescimento populacional, a progressão do uso do solo e as projeções de crescimento populacional durante o período de operação (ABNT, 1992). Essas informações, agregadas aos parâmetros sobre o consumo de água *per capita*, à variação de vazões e às demandas industriais de água, irão nortear as quantidades de água que o sistema precisa prover.

A operação adequada dos sistemas de água é dependente tanto do consumo de água quanto da quantidade de água que as bacias de captação podem prover. É necessário realizar

estudos hidrológicos, de precipitação, levantamentos topográficos e geotécnicos, e de qualidade de água (ABNT, 1992) para identificar se a oferta de água será compatível com a expectativa da população.

No entanto, as demandas de água – o quanto de água as pessoas precisam para satisfazer suas necessidades diárias – é um dos assuntos mais importantes para a operação eficiente e para evitar problemas de abastecimento de água (RISBERMAN, 2006; AKSELA; AKSELA, 2011).

As concessionárias de água têm o desafio diário de fornecer água potável com vazões e pressões adequadas, sob custos razoáveis (BUCHBERGER; WU, 1995). Para atingir essa meta, uma exigência básica é a estimativa precisa das demandas (AKSELA; AKSELA, 2011).

O uso de modelagem de demandas de água deve impactar vários aspectos da operação e concepção dos sistemas de distribuição de água (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017). Podem ser obtidas informações mais realistas a respeito do regime de fluxo nas periferias do sistema de distribuição e tais informações podem melhorar a confiança dos modelos de qualidade de água que pretendem prever o comportamento e o transporte de agentes contaminantes que viajam para pontos remotos da rede. Com isso, pode-se avaliar o risco da exposição de substâncias nocivas que são transportadas ao longo dos sistemas de distribuição em que os consumidores estão sujeitos (BUCHBERGER; WU, 1995).

O padrão de demanda da população estabelece a periodicidade de consumo do sistema, e reflete nos níveis de reservatórios, pressões do sistema e intensidades de bombeamento (COLOMBO; KARNEY, 2005). Como o bombeamento é dependente e influenciado pelo padrão de demanda (COLOMBO; KARNEY, 2005), obter informações sobre o comportamento do consumo é uma ferramenta essencial para melhoria da eficiência energética dos sistemas de água (AKSELA; AKSELA, 2011).

Além das melhorias na previsão da qualidade de água e eficiência energética, a modelagem de padrões de demanda contribui inclusive com a detecção de vazamentos em redes de distribuição. É relatado que algoritmos de detecção de vazamentos têm melhoria de sensibilidade com a consideração de padrões de demanda mais realistas (QUIÑONES-GRUEIRO; VERDE; PRIETO-MORENO, 2016).

No Brasil, as medições do volume de água que as pessoas consomem normalmente ocorrem em frequência mensal. Em contrapartida, alguns países aferem o consumo de água entre uma e duas vezes ao ano (CHEIFETZ; NOUMIR, *et al.*, 2017). Essas atividades têm a função de calcular a tarifa de água, e aferem apenas o volume consumido durante um período. Considerando que essas medidas não apresentam informações sobre como a água foi consumida, tem-se pouca informação a respeito dos hábitos dos consumidores.

Alguns modelos para simulação do comportamento das demandas têm sido propostos na literatura e serão apresentados na seção 2.2. No entanto, poucos modelos foram validados em grandes massas de dados. A literatura reporta pesquisas com amostras de cerca de 10 residências (BUCHBERGER; WELLS, 1996), entre 20 e 40 residências (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017; BLOKKER; VREEBURG; DIJK, 2010; (BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008), e cerca de 80 residências (GUERCIO; MAGINI; PALLAVICINI, 2001; AKSELA; AKSELA, 2011).

Além disso, para parametrizar esses modelos, é necessário ter informações sobre os hábitos de consumo dos residentes em alta resolução, da ordem de segundos (BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008). Devido à relativa ausência dessas informações, parametrizar esses modelos é uma tarefa que exige intensos esforços (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017). Dada a dificuldade da identificação de padrões de demanda de água, essa pesquisa almeja identificar alternativas a respeito das simulações de demandas residenciais de água.

Para isso, foram estabelecidas a seguinte hipótese a ser testada: a parametrização simplificada do Modelo de Pulso Retangular de Poisson para simulação de demandas de água é uma alternativa eficiente à ausência de informações precisas sobre os hábitos de consumo residencial de água.

1.1 Objetivo

Verificar o desempenho de um modelo de simulação de demandas de água por meio de comparações entre dados obtidos em campo e simulações com parâmetros simplificados.

1.1.1 Objetivos específicos

- a) realizar comparação entre a Função Cumulativa de Distribuição (CDF) de vazões em termos do grau de relacionamento: Coeficiente de determinação R^2 ;
- b) verificar o relacionamento entre o desempenho do modelo e a intensidade média real de vazão;
- c) verificar o relacionamento entre o desempenho do modelo e número de residências de um bloco de residências;

- d) verificar o relacionamento entre o desempenho do modelo e a demanda diária real de água.
- e) realizar a comparação entre as vazões máximas propostas pelo modelo e observadas, utilizando o índice Erro Relativo Percentual.

2 DADOS DE CONSUMO DE ÁGUA

É recomendável analisar o consumo de água de água per capita ou por unidade consumidora baseado em medições reais e suas projeções (TSUTIYA, 2006). Essas informações precisam ser analisadas por categorias como residencial, comercial, público e industrial (ABNT, 1992). As demandas devem ser apresentadas em termos de consumo médio, máximo e suas variações para as categorias mencionadas anteriormente. Esse procedimento de classificação é bastante difundido entre as companhias de água.

Essa segregação ocorre devido a facilidade de classificar essas principais classes, e à necessidade de estabelecer diferentes estruturas tarifárias entre os usuários. A categoria residencial (uso doméstico) é a mais homogênea e apresenta relativamente pouca variação quando comparada às demais categorias. Usuários comerciais e industriais são mais heterogêneos, apresentando-se desde pequenos consumidores como bares e restaurantes, até grandes consumidores, como *shopping centers* ou indústrias de bebidas.

Uma das maiores companhias de abastecimento de água do mundo, a companhia brasileira Sabesp, tem reportado que cerca de 90% de todos os seus consumidores de água são classificados como residenciais (SABESP, 2016).

Tabela 1 – Classes de fatores de influência sobre o consumo residencial de água

FATORES QUE INFLUENCIAM O CONSUMO DE ÁGUA RESIDENCIAL	
Características físicas	temperatura e umidade do ar, intensidade e frequência de chuvas;
Classes sociais	renda per capita;
Características da habitação	tamanho da residência, tamanho do jardim, número de ocupantes;
Características do abastecimento de água	pressão da rede, qualidade da água e vazões disponíveis;
Cobrança pelo uso da água	existência de medidores de água, tarifas de água, multas;
Características sociais	diferenças culturais.

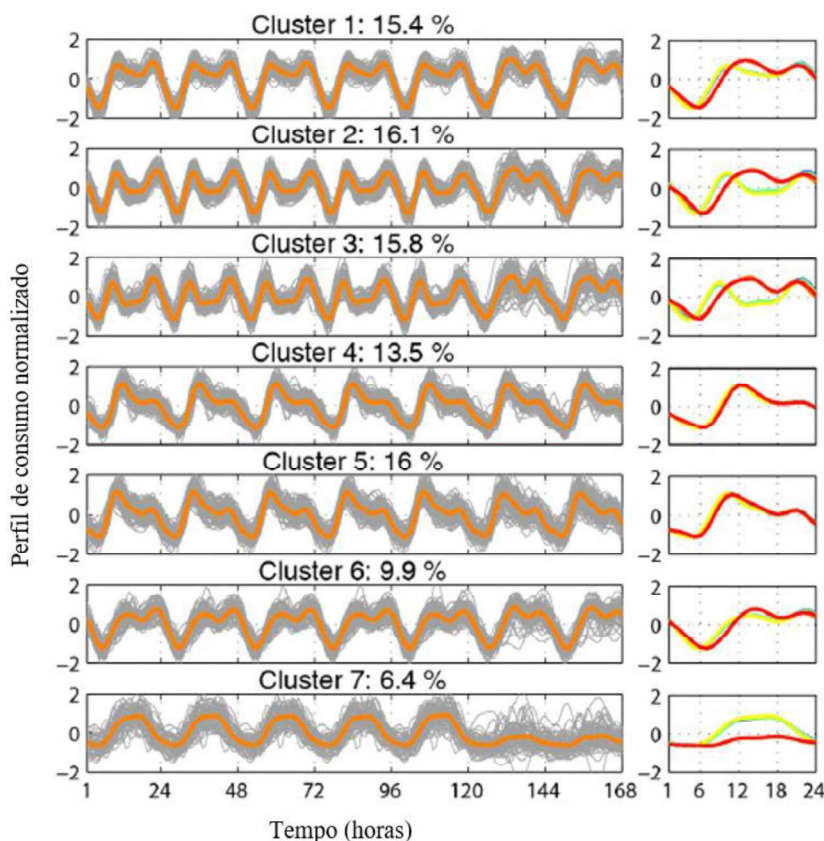
Fonte: Adaptado de Tsutiya (2006)

A água utilizada para consumidores residenciais compreende tanto a utilização interior quanto, comumente chamada de *indoor*, e a utilização ao ar livre, conhecida por *outdoor*. Na

primeira, a água é consumida para beber, cozinhar, lavar roupas e limpeza em geral. O uso ao ar livre está relacionado à irrigação de jardins, limpeza de pisos, abastecimento de piscinas e lavagem de veículos. O consumo de água desses consumidores depende de uma variedade de fatores, porém podem ser divididos em seis principais classes, apresentados na Tabela 1.

Os consumos de água apresentam padrões horários e diários (SHVARTSER; SHAMIR; FELDMAN, 1993; CHEIFETZ; NOUMIR, *et al.*, 2017) e são relativamente inelásticos¹ ao preço (HOWE; LINAWEAVER, 1967). A Figura 1 foi adaptada de um estudo do Sistema de Água Veolia (CHEIFETZ; NOUMIR, *et al.*, 2017), que apresenta os dados de consumo em curvas adimensionais de demanda, normalizadas pelo consumo semanal. Cada linha representa um agrupamento de características resultante da segmentação de diferentes tipos de consumidores. Os agrupamentos de dados com características e comportamentos semelhantes são conhecidos como *clusters* (JAIN; MURTY; FLYNN, 1999).

Figura 1 – Caracterização do perfil de demanda de diversas categorias de consumidores



Fonte: Adaptado de Cheifetz et al. (2017)

¹ “A elasticidade de transmissão de preços refere-se à variação relativa no preço a um nível de mercado em relação à variação no preço a outro nível, mantidos em equilíbrio estes dois níveis de mercado após o choque inicial em um deles” (BARROS; BURNQUIST, 1987).

No estudo da Veolia, as séries de dados são classificadas em 8 *clusters* (CHEIFETZ; NOUMIR, *et al.*, 2017). Para cada grupo, o protótipo do comportamento de consumo é apresentado pela cor laranja na seção esquerda da Figura 1. Na outra seção, são apresentados os perfis de demanda cujas cores correspondem ao dia de semana (de azul a vermelho, representam segunda-feira à domingo, respectivamente), para um ciclo de 24 horas. A taxa em que esses clusters são identificados é representada em porcentagem.

Os *clusters* 1 a 3 correspondem a consumidores residenciais, que acordam entre 6h e 8h, e vão ao trabalho. Esse hábito é caracterizado pelo pico de consumo por volta das 10h. O outro pico, observado às 20h, corresponde ao retorno à residência. O consumo reduzido entre os picos pode ser atribuído às pessoas que permanecem na moradia durante o dia.

O uso comercial pode ser correspondido aos *clusters* 4, 5 e 6, especificamente a consumidores em que os hábitos de consumo são os mesmos durante dias úteis e fins de semana. Podem corresponder, por exemplo, a pequenos negócios ou centros médicos que permanecem abertos durante todos os dias e tem o mesmo perfil de consumo diário.

Escritórios e usos industriais são verificados no *cluster* 7, em que é observado consumo de água ativo entre a segunda e sexta-feira durante as horas de trabalho, e um consumo baixo durante o fim de semana.

2.1 Variações de consumo

O consumo de água em um sistema de abastecimento varia continuamente ao longo do tempo, do clima, dos hábitos populacionais, e assim por diante. Usualmente, no abastecimento de determinado setor, são esperadas variação de consumo em bases anuais, mensais, diárias, horárias e instantâneas. A demanda de uma região geralmente apresenta uma tendência de crescimento em longo prazo, devido ao aumento no nível de renda e aumento da concentração habitacional (VAN ZYL; LA GAT, *et al.*, 2012). A Tabela 2 apresenta as principais variações de consumo de água.

Tabela 2 – Principais variações de consumo de água

PRINCIPAIS VARIAÇÕES DE CONSUMO DE ÁGUA	
Variação anual	O consumo tende a evoluir ao longo do tempo devido ao crescimento populacional. Em alguns casos, é observado crescimento no consumo <i>per capita</i> devido à melhora das condições de higiene da população.
Variação mensal	O consumo no verão é geralmente mais elevado em relação ao inverno.
Variação diária	Segue o mesmo comportamento acima, geralmente é maior em dias quentes, e menor em dias frios.
Variação horária	O consumo tende a variar ao longo das horas do dia, geralmente, é maior entre as 10h-12h, e entre 16h-18h.

Fonte: Adaptado de Tsutiya (2006)

De todas as considerações apresentadas, as mais importantes para o dimensionamento e operação dos sistemas de abastecimento de águas são as variações horárias e diárias (TSUTIYA, 2006).

O coeficiente de dia de maior consumo (K_1) pode ser descrito pela razão entre o maior consumo verificado em um intervalo de um ano e a média de consumo diário do mesmo período, considerando as mesmas conexões de água (ABNT, 1992). Ou seja:

K_1 = dia de maior consumo em um ano/consumo diário médio

Para a determinação do consumo diário médio, deve ser ignorado o consumo relacionado a acidentes na rede, ou fatos excepcionais como vazamentos.

O quociente entre a maior vazão horária observada em um dia e a vazão média do mesmo dia, define o coeficiente de hora de maior consumo (K_2) (ABNT, 1992), em que:

K_2 = maior vazão em um dia/vazão média do mesmo dia

Como mencionado anteriormente, os sistemas de abastecimento de água são geralmente compreendidos dos seguintes componentes: captação, estações de bombeamento, adutoras, estações de tratamento, reservação e rede de distribuição.

Os sistemas de captação de água precisam estar preparados para operar com a vazão média do dia de maior consumo do ano. As redes de distribuição precisam estar dimensionadas para distribuir água na máxima vazão do dia de maior consumo, e a principal função dos sistemas de reservação é receber vazão constante e acomodar as variações horárias.

O dimensionamento de tubos e equipamentos são funções das vazões de água, que dependem do consumo médio por habitante, das projeções populacionais, das variações de demanda, e outros consumos que podem ocorrer na área de estudo. É importante que o

dimensionamento destes vários mecanismos seja realizado na condição de máxima demanda. Essa condição é necessária para prevenir a operação deficiente durante algumas horas do dia, ou alguns dias do ano.

2.2 Modelos para simulação de demandas de água

O tema geração de demandas de água em altas resoluções espaciais e temporais tem sido investigado em vários artigos (BUCHBERGER; WU, 1995; BUCHBERGER; WELLS, 1996; BLOKKER; VREEBURG; DIJK, 2010; GUERCIO; MAGINI; PALLAVICINI, 2001; BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008; BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008; CREACO; FARMANI, *et al.*, 2015). De maneira geral, os modelos observados na literatura geralmente podem ser divididos em dois grupos distintos, que trabalham com resoluções temporais similares (ordem de magnitude de 1 s):

Categoria 1: modelos que utilizam processos estocásticos para reproduzir a demanda geral de água das residências, isto é, sem fazer distinção entre as várias contribuições dos equipamentos hidráulicos dos usuários.

Categoria 2: modelos que podem gerar a demanda de aparelhos sanitários (por exemplo, a partir de torneiras) e reconstruir a demanda de água geral por meio da adição entre eles.

Os modelos de ambas as categorias permitem a simulação de demandas por meio de pulsos retangulares, com intensidades constantes e durações aleatórias. Neste contexto, a intensidade constante de cada pulso, que permite que os pulsos sintéticos tenham formatos retangulares, deve ser interpretada como a média de intensidade de um pulso real. De fato, as intensidades dos pulsos de equipamentos hidráulicos reais podem variar consideravelmente no tempo (BUCHBERGER; WELLS, 1996).

Devido às duas categorias de modelos operarem em diferentes escalas espaciais (residências na primeira e aparelhos sanitários na segunda) na geração de pulsos de demanda, os modelos tem diferentes parâmetros e capacidades, que serão explicadas a seguir.

2.2.1 Categoria 1 - Modelos de demandas de residências

Nestes modelos, o fator de utilização é feito a partir de processos estocásticos, assim como o processo de Pulso Retangular de Poisson (PRP) (BUCHBERGER; WU, 1995; GUERCIO; MAGINI; PALLAVICINI, 2001; BUCHBERGER; LI, 2007).

Esses processos diferem na geração do padrão de chegada dos pulsos: no processo PRP, um único pulso é associado com cada evento de demanda, em que o tempo de chegada é descrito por meio do processo de Poisson. No entanto, o processo de Neyman-Scott (NSC) e o processo de Barlett-Lewis (BLC), utilizam *cluster* (RODRIGUEZ-ITURBE; GUPTA; WAYMIRE, 1984), isto é, os eventos de demanda ainda são descritos por meio do processo de Poisson, porém, vários pulsos são associados a cada evento.

Nos modelos da Categoria 1, após gerar os pulsos de demanda, as durações e intensidades dos pulsos precisam ser geradas. Na maioria dos casos, intensidade e duração são considerados variáveis aleatórias independentes que seguem distribuições de probabilidades específicas, tais como a distribuição normal (GUERCIO; MAGINI; PALLAVICINI, 2001), log-normal (BUCHBERGER; WU, 1995) para as durações; e exponencial (GUERCIO; MAGINI; PALLAVICINI, 2001) e log-normal (BUCHBERGER; WU, 1995) para as intensidades.

Posteriormente foi verificado um grau significativo de correlação entre as durações e intensidades dos pulsos, quando avaliados em sua escala unitária (CREACO; FARMANI, *et al.*, 2015). No geral, as implicações mostram que considerar as correlações entre durações e intensidades pode trazer melhores resultados na consistência dos pulsos, porém exige uma modelagem de parâmetros mais onerosa para o processo (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017).

Para a parametrização dos modelos, duas propostas têm sido publicadas em trabalhos recentes (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017). A primeira, utilizada por Creaco (2015), é o método dos momentos (HALL, 2003). É aplicável apenas quando os pulsos medidos por meio do monitoramento de consumo estão disponíveis em uma escala de cerca de 1 s (BUCHBERGER; WU, 1995). Esta proposta consiste em derivar os parâmetros do modelo associados a frequências, durações e intensidades a partir dos momentos dos pulsos monitorados. Especificamente para obter volumes de demanda consistentes, sugere-se utilizar estimativas das médias ponderadas entre as durações e intensidades dos pulsos e ignorar a correlação entre essas variáveis (BUCHBERGER; WU, 1995). Neste contexto, a questão de

parametrizar os modelos a partir de dados com intervalo da ordem de segundos, exige grau de monitoramento que supera os níveis aceitáveis de praticidade (AKSELA; AKSELA, 2011).

O segundo método, consiste em obter os parâmetros do modelo de forma a reproduzir algumas propriedades estatísticas dos consumos agregados (GUERCIO; MAGINI; PALLAVICINI, 2001; CREACO; KOSSIERIS, *et al.*, 2016). É aplicável quando os dados de consumo são obtidos com intervalo de gravação igual ou maior a um minuto. Ao utilizar esse método, é vantajoso empregar várias escalas temporais de consumos agregados simultaneamente, por exemplo minutos, horas e dias. Após isso, pode-se escolher a escala que melhor oferece consistência ao modelo em termo de geração de pulsos (CREACO; KOSSIERIS, *et al.*, 2016).

Ao aplicar o segundo método de parametrização, expressões analíticas (RODRIGUEZ-ITURBE; GUPTA; WAYMIRE, 1984) podem ser utilizadas para relacionar as propriedades estatísticas dos consumos agregados aos parâmetros do modelo (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017). Infelizmente, essas expressões analíticas não estão disponíveis ou podem ter desempenho insatisfatório em alguns casos. Nestas circunstâncias, as propriedades dos consumos dos pulsos sintéticos precisam ser comparadas às propriedades dos consumos aferidos por meios numéricos em vez de analíticos. Métodos propostos para esses casos foram descritos na literatura (CREACO; KOSSIERIS, *et al.*, 2016), mas não foram avaliados nesse trabalho.

2.2.2 Categoria 2 – Modelos de demanda de aparelhos sanitários

Na Categoria 2, a literatura apresenta apenas um modelo proposto até agora, chamado: Modelo de Simulação de Demanda de Uso Final de Água (SIMDEUM) (BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008; BLOKKER; VREEBURG; DIJK, 2010). O modelo SIMDEUM é capaz de gerar pulsos de demandas produzidos por cada aparelho sanitário para cada usuário de cada residência. Todo pulso é retangular, assim como no modelo PRP. Diferente do anterior, são utilizadas distintas distribuições de probabilidade dentro do SIMDEUM para gerar as características dos pulsos associados aos vários tipos de usos dentro das residências. O SIMDEUM precisa de distribuições de probabilidade que descrevem adequadamente os hábitos dos ocupantes em termos de horário para levantar, horário para sair de casa, durações fora de casa e durações de sono. De fato, a correta simulação dos hábitos dos usuários contribui para identificar o momento mais provável da utilização dos aparelhos sanitários (CREACO;

BLOKKER; BUCHBERGER, 2017). Para cada aparelho sanitário, precisam ser identificadas as várias utilizações possíveis e a probabilidade de ocorrência, por exemplo, a torneira da pia pode ser utilizada tanto para lavar as mãos quanto para escovar os dentes. Para cada uso final, distribuições de probabilidade adequadas precisam ser definidas para a caracterizar as frequências, durações e intensidades dos pulsos.

Diferente dos modelos da Categoria 1, que são parametrizados como funções de medidas de consumo, o SIMDEUM é parametrizado utilizando dados estatísticos de pesquisas que contemplam: (1) número e características dos ocupantes das residências, (2) análise dos hábitos dos ocupantes, e (3) identificação dos aparelhos sanitários presentes nas residências.

Devido à ausência de dados publicamente disponíveis com as informações (1), (2) e (3), apenas o modelo PRP (BUCHBERGER; WU, 1995) será utilizado neste estudo.

2.3 Modelo de Pulso Retangular de Poisson

Buchberger (1995) apresentou um modelo estocástico para demandas de água residenciais que oferece um ponto de partida para quantificar a variabilidade temporal e espacial de vazões em sistemas de água. Explorando a analogia entre ligações telefônicas e demandas em um sistema de água, pode ser obtida uma rica base de informações relacionadas às teorias das filas. Ilustrativamente, qualquer residência pode ser visualizada como um servidor com infinitos canais. Ao focar nas vazões de uma seção da tubulação principal, expressões são desenvolvidas para a média, variância e distribuição de probabilidades de vazões de água (BUCHBERGER; WU, 1995).

2.3.1 Propriedades do uso residencial de água

O consumo de água residencial é a maior categoria de consumo dos sistemas de água, algumas vezes excedendo 75 % de toda demanda urbana de água (FLACK 1982 apud FILION; ADAMES; KARNEY, 2007). O consumo de água *indoor* é compatível à demanda residencial no inverno, e compreende a água utilizada para beber, cozinhar, tomar banhos, eliminar resíduos e realizar limpeza em geral.

Linaweaver et al. (1966 apud BUCHBERGER; WU, 1995), apresenta que as durações dos consumos internos duram em média três minutos e raramente ultrapassam 25 minutos. Uma

simples divisão entre vários usos residenciais é apresentada na Tabela 3. A maior parte dessas utilizações acontece nos banheiros, onde chuveiros, torneiras e bacias sanitárias representam cerca de 60 % da demanda média. Ignorando vazamentos, o consumo de água em uma residência unifamiliar típica é intermitente com fluxos acontecendo apenas em uma pequena porcentagem do tempo.

Tabela 3 – Utilização interna típica de água

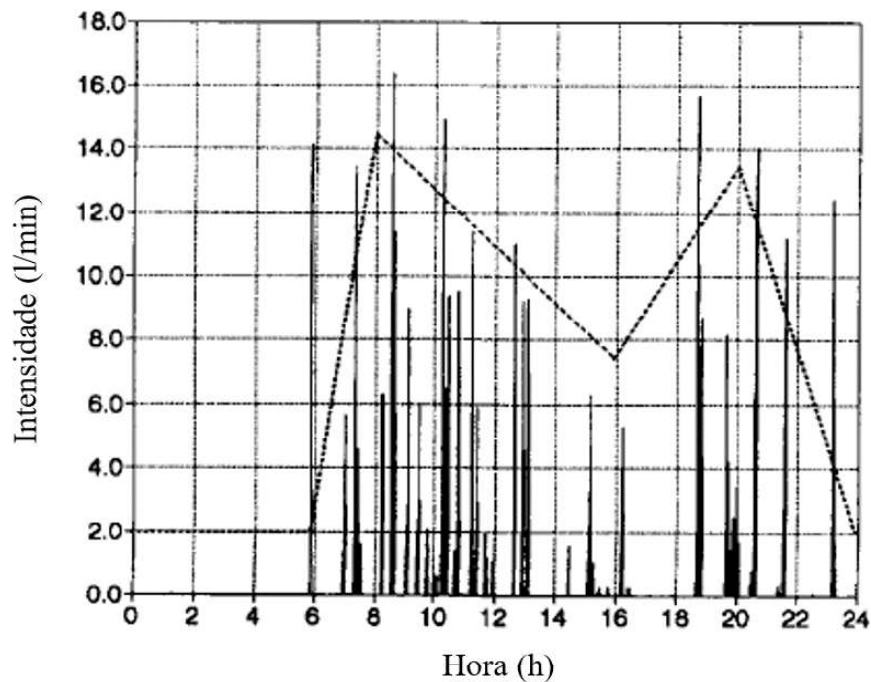
USO (1)	PORCENTAGEM (2)	USO MÉDIO (l/dia) (3)	TAXA DE DEMANDA (4)	CONTAGEM/ DIA (5)	DURAÇÃO (6)
Bacia sanitária	28	310	10-25 l por uso	16	32 min
Lavagem roupas	22	250	100 l por uso	2,5	21 min
Ducha	20	220	7-15 l/min	3	20 min
Torneira	12	125	Até 15 l/min	17	17 min
Banheira	10	115	115 l por uso	1	5 min
Máquina de lavar louça	3	30	30 l por uso	1	5 min
Vazamentos	5	50	0,03 l/min	contínuos	24 h
Total	100	1.100	0,76 l/min	40	100 min

Fonte: Adaptado de Maddaus (1987 apud BUCHBERGER; WU, 1995)

Considerando residência unifamiliar com quatro ocupantes com média de consumo de 275 l por pessoa por dia; e ignora a categoria vazamento.

Este comportamento é mostrado na Figura 2, que mostra as taxas de consumo monitoradas continuamente durante um dia de verão em uma residência de quatro ocupantes em Cincinnati (BUCHBERGER; WU, 1995). A Figura 2 mostra cerca de 40 demandas com taxa máxima cerca de 18 l/min. Os períodos de pico estão concentrados em 10h e novamente às 20h. No entanto, na maior parte do tempo a residência não utiliza água. A linha pontilhada é o padrão hipotético de chegada de clientes. Nas seções seguintes, o modelo PRP para demandas instantâneas de água é descrito baseado nessas características típicas.

Figura 2 – Padrão diário de consumo de água em residência unifamiliar



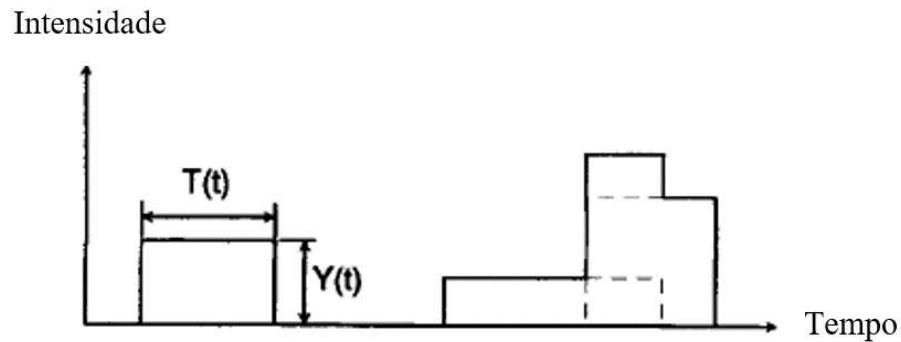
Fonte: Adaptado de Buchberger (1995)

2.3.2 Pulso de água

O uso residencial de água pode ser caracterizado com três variáveis: intensidade, duração e frequência. No modelo proposto, considerações são feitas para que essas propriedades possam ser modeladas como um processo heterogêneo de pulso retangular de Poisson (BUCHBERGER; WU, 1995).

É considerado que a frequência do uso de água assume um processo de Poisson com um parâmetro dependente do tempo. Quando uma utilização ocorre, ela é aproximada por um pulso retangular de duração e intensidade aleatória, como ilustrado na Figura 3. Devido às considerações de Poisson, é improvável que mais de um pulso possa iniciar no mesmo tempo. No entanto, devido à duração finita de cada pulso, é possível que dois ou mais pulsos, com diferentes tempos de partida, possam se sobrepor por um período limitado. Quando isso ocorrer, o uso total de água na residência será a soma das intensidades individuais dos pulsos coincidentes.

Figura 3 – Pulso retangular para representar demandas de água em servidores residenciais

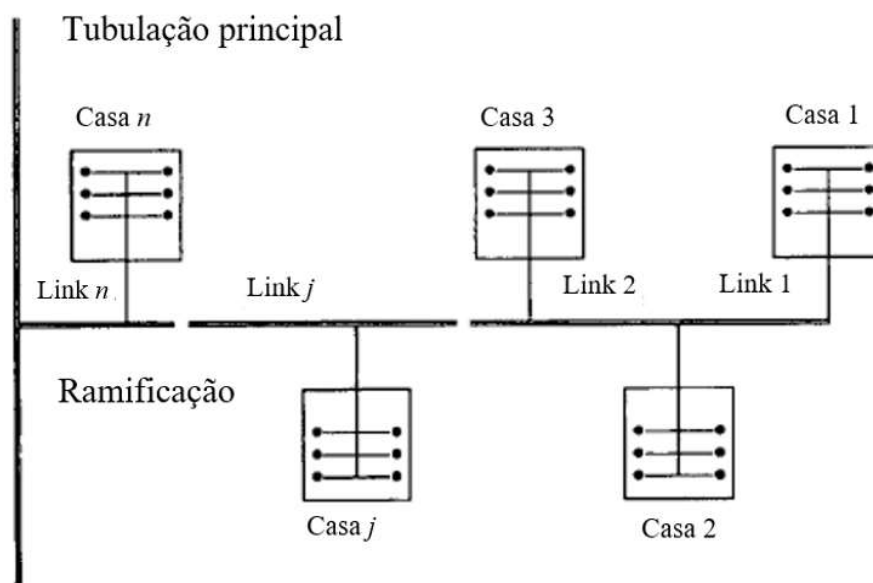


Fonte: Adaptado de Buchberger (1995)

2.3.3 Redes ramificadas

A análise do modelo proposto é focada em zonas de serviço dos sistemas de distribuição onde o caminho que o fluxo percorre até o ponto de consumo é único (BUCHBERGER; WU, 1995). As vazões nessas zonas podem ser calculadas utilizando apenas conservação de massas. O exemplo mais simples é a ramificação de uma rede de distribuição que tem um ou mais ramais que não reconectam ao sistema principal, assim como a ramificação apresentada na Figura 4;

Figura 4 – Conjunto de n residências consumindo água de uma ramificação da tubulação principal



Fonte: Adaptado de Buchberger (1995)

Para atender a essa suposição, neste estudo foram considerados apenas prédios residenciais em que todas as residências consomem água por meio de um medidor de água individual. Considerando este critério, os dados observados são compatíveis com a ramificação n (Figura 4), que conecta n residências.

2.3.4 Analogia com teoria das filas

As considerações conceituais adotadas para o consumo de água residencial têm fortes relações com noções básicas de teorias das filas (BUCHBERGER; WU, 1995). No contexto de teoria das filas, os ocupantes das residências são clientes, enquanto aparelhos sanitários e equipamentos hidráulicos são servidores. Os clientes chegam aleatoriamente de acordo com o Processo de Poisson e acessam um ou mais servidores por períodos aleatórios. Quando um servidor está ocupado, solicita água do sistema de distribuição sob vazão aleatória porém constante. Se uma residência tem o total de m possíveis servidores, então o cenário descrito acima caracteriza tanto filas M/M/g ou M/G/m, dependendo apenas se a distribuição de probabilidades dos tempos de serviço é exponencial (descrita por M) ou qualquer outra função (descrita por G), respectivamente (ROSS, 2010). No caso do uso de água residencial, o cliente não precisa permanecer no servidor para que se mantenha ocupado. De fato, um único ocupante pode simular várias chegadas ao acessar vários servidores sucessivamente de forma que várias demandas aconteçam simultaneamente.

Uma estratégia de três passos é utilizada para estimar os momentos e distribuições de probabilidade das vazões ao longo da ramificação: (1) determinar a distribuição de probabilidades para o número de servidores ocupados, (2) encontrar a distribuição de probabilidades para a intensidade de utilização de água dado o número de servidores ocupados, e (3) encontrar a distribuição de probabilidades de vazões da ramificação combinando os resultados dos primeiros dois passos (BUCHBERGER; WU, 1995). Uma única residência sujeita ao padrão constante de chegada de usuários é considerada primeiro. Os resultados são então estendidos para várias residências com padrões de chegada dependentes do tempo. Finalmente, o modelo de filas é utilizado para estimar a distribuição de probabilidades de vazões ao longo de uma ramificação de extremidade que fornece água a um típico grupo de residências.

2.3.5 Residência unifamiliar com processo PRP homogêneo – sistema M/M/m

Para apresentar o desenvolvimento do modelo de Pulso Retangular de Poisson, serão realizadas verificações sobre o número de servidores ocupados, as intensidades de uso de água, os momentos de vazão nas adutoras e, inclusive, a verificação sobre a Função Cumulativa de Distribuição para vazões nas adutoras.

2.3.6 Número de servidores ocupados

Considera-se a residência 1 na extremidade da ramificação da Figura 4 e que os clientes chegam de acordo com processo de Poisson homogêneo com parâmetro λ_1 . O tempo de serviço para cada cliente é exponencial com taxa μ_1 . Existe um total de m servidores disponíveis para oferecer água na residência. Considera-se $K_1(t)$ para representar o número de servidores que estão ocupados no tempo t e define-se (ROSS, 2010):

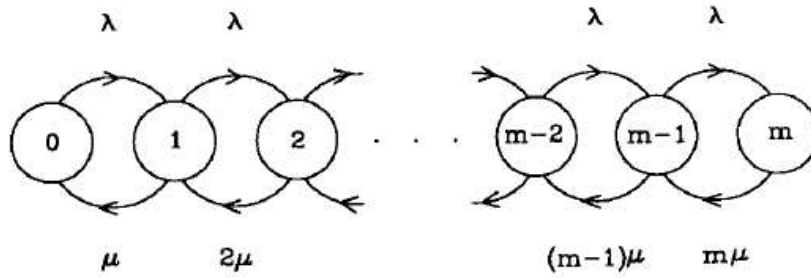
$$P_1(k, t) = P[K_1(t) = k]; k = 0, 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

Considerando que a taxa de serviço e a taxa de chegada são constantes, as probabilidades definidas na Equação (1) eventualmente atingem estado permanente. Para esta condição, são definidas as probabilidades de equilíbrio (ROSS, 2010):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_1(k, t) = P_1(k) = P(K_1 = k) \quad (2)$$

Se um determinado cliente encontra todos os servidores m ocupados, o cliente não aguarda pelo serviço, em vez disso, tenta novamente mais tarde. Desta forma, não se formam filas em nenhum servidor (BUCHBERGER; WU, 1995). Essas condições de chegada correspondem ao sistema M/M/m do trabalho pioneiro de Erlang (1917 apud BUCHBERGER; WU, 1995), que propôs esse modelo em 1917 para comunicações telefônicas.

Figura 5 – Diagrama de taxa de transição de estado para sistemas M/M/m



Fonte: (BUCHBERGER; WU, 1995)

O diagrama de taxa de transição de estado para o sistema M/M/m é apresentado na Figura 5. Sob condições de estado permanentes, o fluxo de probabilidades entrando em cada estado deve ser igual ao fluxo de probabilidades saindo de cada estado. Essa exigência aponta para a seguinte Equação de equilíbrio (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$\lambda_1 P_1(0) = \mu_1 P_1(1); k = 0 \quad (3)$$

$$(\lambda_1 + k\mu_1)P_1(k) = (k+1)\mu_1 P_1(k+1) + \lambda_1 P_1(k-1); 0 < k < m \quad (4)$$

$$m\mu_1 P_1(m) = \lambda_1 P_1(m-1); k = m \quad (5)$$

Que tem uma solução conhecida como a formula de Erlang (ROSS, 2010):

$$P_1(k) = P_1(0) \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \right)^k \frac{1}{k!}; k = 0, 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

Considerando que as probabilidades precisam ser conservadas, $\sum_k P_1(k) = 1$, $k = 0, 1, \dots, m$. Utilizando essa condição na Equação (6), tem-se $P_1(0)$, a probabilidade de equilíbrio de nenhum servidor ocupado na residência 1:

$$P_1(0) = \frac{1}{\sum_{k=0}^m \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \right)^k \frac{1}{k!}} \quad (7)$$

O termo adimensional λ_1/μ_1 eventualmente aparece em teorias de filas e é conhecido como fator de utilização, devido a esse fator prover uma medida para a utilização média dos servidores (CHEE-HOCK; BOON-HEE, 2008). No contexto de uso de água residencial, representa o produto da frequência média (λ_1) pela duração média ($1/\mu_1$) das demandas de água.

Embora o fator de utilização possa variar de residência para residência, em típica situação doméstica, os valores médios dos fatores de utilização são geralmente menores que 0,10 (BUCHBERGER; WU, 1995), o que implica que as demandas de água ocorrem em curtos períodos e com baixas frequências, conforme mostrado na Tabela 3.

Considerando que os moradores dificilmente irão utilizar todos os servidores m simultaneamente, supõe-se que $K_1 < m$. Alternativamente, essa condição implica que o número de servidores na residência é ilimitado. Utilizando essa suposição, juntamente com o baixo fator de utilização, na Equação (7) torna-se $P_1(0) = \exp(-\rho_1)$, onde $\rho_1 = \lambda_1/\mu_1$ é o fator de utilização para a residência 1. Inserindo esse resultado na Equação (6), tem-se (ROSS, 2010):

$$P_1(k) = \frac{\rho_1^k e^{-\rho_1}}{k!}; k = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

Que mostra que, com taxas de chegada e tempos de serviço constantes, a distribuição de equilíbrio para o número de servidores de água ocupados em uma única residência comporta-se de acordo com Poisson, com média e variância dadas pelo parâmetro ρ_1 . Para fatores pequenos ρ_1 ($\leq 0,20$, por exemplo) o fator de utilização oferece boas estimativas para a probabilidade de servidores ocupados, ou a fração de tempo em que pelo menos um servidor está ativo (BUCHBERGER; WU, 1995).

2.3.7 Intensidade de uso de água

Quando um servidor está ocupado, supõe-se que o uso de água acontece conforme um pulso retangular de intensidade e duração aleatória. Considera-se Y_1 como a intensidade de uso de água em determinado servidor na residência 1. Independentemente do tipo ou número de usos de água, considera-se que Y_1 em um servidor ocupado é uma variável aleatória positiva independente e identicamente distribuída, com média α_1 e variância β_1^2 . Se não houver vazamentos, a intensidade de uso da água é zero quando o servidor estiver inativo. Adicionalmente, durante qualquer instante de utilização de água, um ou mais servidores podem estar ocupados. Para considerar essas possibilidades, considera-se $Y_1(k)$ a intensidade da soma de k usos simultâneos de água na residência 1 (BUCHBERGER; WU, 1995).

$$Y_1(k) = \sum_{i=0}^k (Y_1)_i; k = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

onde $(Y_1)_0 = Y_1(0) = 0$, por não haver vazão quando todos os servidores estiverem inativos. Como k é fixo para um certo somatório, e as intensidades de uso de água são consideradas mutuamente independentes, $Y_1(k)$ tem média $k\alpha_1$ e variância $k\beta_1^2$. A função cumulativa de distribuição (CDF) de $Y_1(k)$ é (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$G_1(q, k) = P[Y_1(k) \leq q] \quad (10)$$

Que representa a k -ésima convolução da CDF de cada intensidade, $(Y_1)_i = 0, 1, 2, \dots, k$. Se todos os servidores estiverem inativos, então a água não é utilizada, ou $G_1(q, 0) = 0$, for $q \geq 0$; se pelo menos um servidor estiver ocupado, então a intensidade de água precisa exceder zero, ou $G_1(0, k) = 0$ para $k \geq 1$.

2.3.8 Momentos de vazão na adutora

Considera-se Q_1 como a vazão na tubulação 1 da adutora que é composta apenas de demandas na residência 1. Sendo a vazão a resposta agregada para K_1 servidores ocupados, Q_1 pode ser escrito (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$Q_1 = \sum_{i=0}^{K_1} (Y_1)_i; K_1 \geq 0 \quad (11)$$

Em contraste a (9), onde k_1 é fixo, o número de servidores ocupados K_1 é aleatório. Devido a K_1 ter distribuição de probabilidades de Poisson, Y_1 é uma variável aleatória independente e identicamente distribuída, Q_1 é construído a partir de uma distribuição mista.

O n -ésimo momento de Q_1 é encontrado por $(Q_1|K_1 = k) = Y_1(k)$, e condicionando o número de servidores ocupados para a residência 1 (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$E(Q_1^n) = \sum_{k=0}^{\infty} E[Y_1^n(k)] \cdot P(k \text{ servidores ocupados}) \quad (12)$$

Utilizando (8) e ajustando $n = 1$, tem-se a média de Q_1 (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$E(Q_1) = \sum_{k=0}^{\infty} (k\alpha_1) \cdot \frac{\rho_1^k e^{-\rho_1}}{k!} = \alpha_1 \rho_1 \quad (13)$$

De maneira equivalente, ajustando $n = 2$ fornece $E(Q_1^2) = \rho_1(\alpha_1^2 + \beta_1^2) + \rho_1^2 \alpha_1^2$ de onde a variância de vazões da tubulação 1 é (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$\text{var}(Q_1) = E(Q_1^2) - E^2(Q_1) = \rho_1(\alpha_1^2 + \beta_1^2) \quad (14)$$

Essas expressões estão de acordo com os resultados das distribuições mistas de Poisson (ROSS, 2010). A Equação (13) apresenta que a vazão média na tubulação 1 é produto entre a esperança do número de servidores ocupados e a intensidade média de uso de água em qualquer servidor. A Equação (14) mostra que mesmo se a intensidade de consumo fosse constante em todos os servidores, a vazão total pela tubulação 1 ainda não seria constante devido à variabilidade de K_1 (número de servidores que coletam água da tubulação principal).

2.3.9 Função Cumulativa de Distribuições de vazões

A CDF de Q_1 , $F_1(q) = P(Q_1 \leq q)$ é encontrada por $P(Q_1 \leq q \mid K_1 = k) = P[Y_1(k) \leq q]$, e condicionando o número de servidores ocupados na residência 1 (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$F_1(q) = \sum_{k=0}^{\infty} P[Y_1(k) \leq q] \cdot P(k \text{ servidores ocupados}) \quad (15)$$

$$F_1(q) = \sum_{k=0}^{\infty} G_1(q, k) \cdot P_1(k); q \geq 0 \quad (16)$$

Essa CDF é uma distribuição mista de duas partes. Existe uma massa discreta em $Q_1 = 0$ dada por $F_1(0) = \exp(-\rho_1)$ para a probabilidade que todos os servidores estão inativos e a vazão é zero na tubulação 1. Também existe uma densidade contínua com massa total $1 - \exp(-\rho_1)$ para $Q_1 > 0$, que fornece a probabilidade de ao menos um servidor estar ocupado. A expressão na Equação (16) pode ser facilmente avaliada quando calculadas as probabilidades do somatório.

2.3.10 Múltiplas residências com processo PRP homogêneo – M/M/∞

O modelo proposto por Buchberger (1995) estende a análise de única residência para estimar os momentos e CDF de vazões à tubulação que fornece água a mais de uma casa. Duas propostas diferentes são apresentadas. A primeira envolve utilizar o resultado na Equação (16) para caracterizar a CDF marginal de vazões de cada residência. Caminhando ao longo da tubulação, a sequência de distribuições de probabilidades individuais seria combinada para estimar a resposta de uso de água cumulativo ao passo que as residências são adicionadas. Essa aproximação requer avaliação de integrais de convolução multidimensional, e rapidamente se tornam intratáveis mesmo em um pequeno número de residências (BUCHBERGER; WU, 1995).

Uma alternativa é agregar várias residências heterogêneas em um único bloco homogêneo. Esse bloco é caracterizado por um fator de utilização agregado e intensidade de demanda agrupada. A escala espacial não é um fator. De fato, não há limite no número de residências que um bloco possa conter. No entanto, a composição de um bloco pode ser crítica: usuários individuais precisam ter demandas similares. Desta forma, o bloco não deve conter diferentes categorias de usuários. No que segue, o bloco é considerado como uma típica comunidade residencial.

2.3.11 Número de servidores ocupados

Considera-se um bloco de n residências arranjadas em série ao longo de uma única tubulação. Suponha-se que os clientes chegam nas residências j ($j = 1, 2, \dots, n$) de acordo com um processo homogêneo de Poisson com parâmetro λ_i , e são atendidos com serviços que são exponenciais com taxa μ_i . suponha K_j o número de servidores ocupados na residência j sob condições de regime permanente. A partir da Equação (8), K_j é Poisson com média e variância $\rho_j = \lambda_i / \mu_i$. O número total de servidores ocupados no bloco de n residências é dado por:

$$K_n^* = \sum_{j=1}^n K_j \quad (17)$$

Considera-se que as residências utilizam água independentemente das outras e devido à propriedade aditiva da distribuição de Poisson, segue imediatamente que K_n^* tem uma distribuição Poisson com parâmetro ρ_n^* .

$$P(K_n^* = k) = P_n^*(k) = \frac{(\rho_n^*)^k e^{-\rho_n^*}}{k!}; k = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

onde:

$$\rho_n^* = \sum_{j=1}^n \rho_j \quad (19)$$

Como mostrado na Equação (19), o fator de utilização do bloco é a soma dos fatores de utilização individuais das n residências que coletam água da tubulação. Quando $n = 1$, essas expressões reduzem ao caso de única residência.

O número de servidores ocupados no bloco também pode ser encontrado utilizando as equações de equilíbrio apresentadas na seção anterior para a única residência. Essa proposta é esboçada brevemente, visto que os resultados fornecem informações sobre as taxas de serviços agrupadas para o bloco. A tubulação n responde à uma taxa de chegada agregada que é a soma de n taxas de chegada individuais (BUCHBERGER; WU, 1995).

$$\lambda_n^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad (20)$$

A vazão na tubulação não consegue distinguir entre uma ou várias residências; no entanto, irá responder ao aumento das taxas de chegada ao passo que potenciais clientes são adicionados à rede.

As taxas de serviço não são aditivas (BUCHBERGER; WU, 1995). No entanto, a taxa de serviço efetiva verificada na tubulação n é a média ponderada das taxas de serviço do bloco de n casas (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$\mu_n^* = \sum_{j=1}^n r_j \mu_j \quad (21)$$

onde r_j = coeficiente de ponderação, em que $\sum_j r_j = 1$. Por meio das equações de equilíbrio (20) e (21) indica-se que o fator de utilização para a tubulação n (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$\rho_n^* = \frac{\lambda_n^*}{\mu_n^*} \quad (22)$$

Utilizando as equações (22) e (19), tem-se:

$$r_j = \frac{\rho_j}{\rho_n^*} \quad (23)$$

onde é mostrado que o coeficiente de ponderação exigido para gear a taxa de serviço agregada é originado da razão dos fatores de utilização individuais. Esse resultado é equivalente à razão entre o número médio de servidores ocupados na residência j e o número médio de servidores ocupados no bloco.

Até este ponto, uma vizinhança composta de n residências distintas fora substituída por um único bloco homogêneo. O bloco tem taxa de chegada agregada apresentada na Equação (20) que é a soma de todas as taxas de chegada individuais, e taxa agrupada de serviço da Equação (21) por meio da média ponderada de todas as taxas de serviço. Além disso, o bloco tem fator de utilização descrito na Equação (19) pela soma dos fatores de utilização individuais; ou, o equivalente descrito na Equação (22) pela razão entre as taxas de chegada agregadas e a taxa de serviço agrupada. A vantagem da Equação (19) em relação a Equação (22) é a necessidade de apenas um parâmetro em vez de dois, para estimar o número de servidores ocupados.

2.3.12 Intensidade de uso de água

Considera-se Y_j como a intensidade de uso de água em qualquer servidor na residência j ($j = 1, 2, \dots, n$). Como visto anteriormente, independentemente do número ou tipo de uso de água, considera-se que Y_j é uma variável aleatória positiva independente e identicamente distribuída com média α_j e variância β_j^2 . Considera-se Y_n^* a intensidade agrupada em qualquer servidor ocupado em um bloco de n residências (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$Y_n^* = \sum_{j=1}^n r_j Y_j \quad (24)$$

onde $r_j = \rho_j / \rho_n^*$. Y_n^* tem valor esperado e valor esperado ao quadrado dada por:

$$E(Y_n^*) = \sum_{j=1}^n r_j \alpha_j, E[(Y_n^*)^2] = \sum_{j=1}^n r_j (\alpha_j^2 + \beta_j^2) \quad (25)$$

Considera-se $Y_n^*(k)$ a soma de k (fixo) intensidades simultâneas agrupadas no bloco de n residências (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$Y_n^*(k) = \sum_{i=1}^k (Y_n^*)_i; k = 0, 1, 2, \dots \quad (26)$$

Em que $(Y_n^*)_0 = Y_n^*(0) = 0$, visto que servidores inativos não demandam água. $Y_n^*(k)$ tem CDF por meio da k -ésima convolução de cada CDF para cada intensidade agrupada, $(Y_n^*)_i$, $i = 0, 1, 2, \dots, k$ (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$G_n^*(q, k) = P[Y_n^*(k) \leq q] \quad (27)$$

onde $G_n^*(q, 0) = 1$ para $q \geq 0$ e $G_n^*(0, k) = 0$ para $k \geq 1$.

2.3.13 Momentos das vazões na tubulação

Considera-se Q_j a vazão entrando na residência j . A vazão total por meio da tubulação n resulta de demandas de água acontecendo em K_n^* servidores, em um bloco de n residências, dado por (BUCHBERGER; WU, 1995) (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$Q_n^* = \sum_{j=1}^n Q_j = \sum_{i=1}^{K_n^*} (Y_n^*)_i; K_n^* \geq 0 \quad (28)$$

Existem duas maneiras de visualizar Q_n^* . No primeiro caso, Q_n^* é a soma de um número fixo de n residências, cada uma demandando uma intensidade de água aleatória. Alternativamente, Q_n^* é a soma do número aleatório de K_n^* servidores ocupados, cada um solicitando intensidades aleatórias de uso de água.

Como as residências operam independentemente uma das outras, a primeira soma em (28) mostra que a média e variância de Q_n^* será a soma das médias e variâncias das demandas de água em n residências. Esse resultado antecipado será utilizado para verificar a razoabilidade da ponderação utilizada na Equação (24) para criar as intensidades de água agrupadas para o bloco. A partir da segunda soma na Equação (28), considerando $(Y_n^*)_0 = 0$, $E(K_n^*) = \rho_n^*$ e utilizando as equações (23) e (25), a média e variância das vazões na tubulação n são dadas por:

$$E(Q_n^*) = E \left[\sum_{i=1}^{K_n^*} (Y_n^*)_i \right] = E(K_n^*)E(Y_n^*) = \sum_{j=1}^n \rho_j \alpha_j \quad (29)$$

$$\text{var}(Q_n^*) = E \left[\sum_{i=1}^{K_n^*} (Y_n^*)_i^2 \right] = E(K_n^*)E(Y_n^*)^2 = \sum_{j=1}^n \rho_j (\alpha_j^2 + \beta_j^2) \quad (30)$$

Esses resultados comparados com as equações (13) e (14) confirmam que a média e variância da vazão total na tubulação n é dada pela soma das médias e variâncias de n residências independentes. Essa implicação também confirma a escolha da razão entre a média de servidores ocupados utilizada na Equação (24) como fator de ponderação para as demandas agrupadas no bloco de n residências. A Equação (29) é a versão generalizada da expressão dada por Linaweaver et al (1966 apud BUCHBERGER; WU, 1995) para a esperança da demanda de água em sistemas que atendem n residências.

2.3.14 Função Cumulativa de Distribuições de vazões

A Função Cumulativa de Distribuição (CDF) de Q_n^* é apresentada por $F_n^*(q) = P(Q_n^* \leq q)$. A CDF de Q_n^* pode ser encontrada utilizando quaisquer dos somatórios mostrados na Equação (28). Baseado nas vazões de cada uma das n residências, o uso do primeiro somatório requer a estimativa da n -ésima convolução das funções de distribuição (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$F_n^*(q) = \int_0^\infty \int_0^{\infty - Q_1} \dots \int_0^{\infty - Q_{n-2}} F_n(q - Q_{n-1}^*) dF_{n-1}(Q_{n-1}) \dots dF_2(Q_2) \quad (31)$$

onde $F_j(Q_j)$ = a CDF de vazões da residência j , forma similar à distribuição mista dada na Equação (16) para residência 1. Embora seja possível avaliar essa expressão numericamente, os esforços necessários se tornam significativos ao passo que o número de residências aumenta.

Uma rota mais perspicaz e conveniente é verificada quando se utiliza a segunda soma em (28) (BUCHBERGER; WU, 1995). Sendo $\{Q_n^* | k \text{ servidores ocupados}\} = Y_n^*(k)$, a CDF de Q_n^* é obtida condicionando o número de servidores ocupados no bloco. Utilizando (18) e (27), a CDF para Q_n^* é dada por (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$F_n^*(q) = \sum_{k=0}^{\infty} G_n^*(q, k) \cdot P_n^*(k); q \geq 0 \quad (32)$$

2.3.15 Múltiplas residências com processo de Poisson não-homogêneo – M/G/∞

Buchberger (1995) mostrou até este ponto o padrão permanente de chegada de clientes, que ocorre de acordo com o processo de Poisson, com taxa constante λ . Na maioria dos casos, o padrão de chegada pode variar com o tempo. No modelo proposto, análises foram realizadas para incluir chegadas que ocorrem de acordo com o processo de Poisson não-homogêneo, com taxa de chegada dependente do tempo $\lambda(t)$. Com isso, o número de servidores ocupados no tempo t permanecem de acordo com o Processo de Poisson, e sua média pode ser aproximada por fator de utilização dependente do tempo. Após conhecido o número de servidores ocupados, os momentos dependentes do tempo e as funções de distribuição para as vazões da tubulação n são obtidas pela mesma estratégia utilizada para o processo de chegada de Poisson homogêneo.

2.3.16 Número de servidores ocupados

Considera-se que os clientes chegam à residência j de acordo com processo Poisson não-homogêneo com taxa dependente do tempo $\lambda_j(t)$. Seja $C_j(t)$ a representação do número de clientes que chega durante o intervalo $(0, t)$ e $K_j(t)$ o número de servidores ocupados no tempo t . Claramente, $K_j(t) \leq C_j(t)$. A partir das propriedades do processo de Poisson não-homogêneo, $C_j(t)$ tem distribuição de Poisson com média (ROSS, 2010) :

$$E[C_j(t)] = \Lambda_j(t) = \int_0^t \lambda_j(\tau) d\tau \quad (33)$$

Com isso, a CDF de K_j também tem distribuição de Poisson. Buchberger e Wu (1995) adaptaram a demonstração de Gross e Harris (1985 apud Ross, 2010), visto que um passo intermediário é utilizado nesse trabalho. A CDF de $K_j(t)$ é encontrada condicionando as chegadas:

$$P_j(k, t) = P[K_j(t) = k] = \sum_{m=0}^{\infty} P[k_j(t) = k \mid C_j(t) = m] \cdot \frac{[\Lambda_j(t)]^m e^{-\Lambda_j(t)}}{m!} \quad (34)$$

Devido ao fato que o número de servidores ocupados não pode exceder o número de chegadas, a probabilidade condicional dentro do somatório é zero para $k > m$. Seja $p_j(t)$ a probabilidade que um servidor arbitrário esteja ocupado na residência j no tempo t . Visto que todos os servidores operam independentemente uns dos outros, a lei binominal fornece (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$P[K_j(t) = k \mid C_j(t) = m] = \binom{m}{k} [p_j(t)]^k [1 - p_j(t)]^{m-k} \quad (35)$$

Inserindo esse resultado em (34) e simplificando (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$P_j(k, t) = \frac{[\Lambda_j(t)p_j(t)]^k e^{-[\Lambda_j(t)p_j(t)]}}{k!} \quad (36)$$

Com isso, $K_j(t)$ tem distribuição de Poisson não-homogênea com média dependente do tempo $\Lambda_j(t)p_j(t)$.

Para encontrar $p_j(t)$, suponha que durante o intervalo $(0, t)$ um cliente chegue em um servidor arbitrário no tempo τ . Então, condicional ao tempo de partida τ , a probabilidade que esse servidor permanecerá ocupado no tempo $t > \tau$ é $1 - B_j(t - \tau \mid \tau)$, onde $B_j(t \mid \tau)$ é a CDF de tempos de serviço na residência j . Agora, para o processo de Poisson não-homogêneo, pode ser visto que a probabilidade condicional em que uma única chegada irá ocorrer no tempo τ durante um intervalo $(0, t)$ é:

$$P[\text{chegada no tempo } \tau \mid 1 \text{ chegada no período } (0, t)] = \frac{\lambda_j(\tau)}{\Lambda_j(t)} dt \quad (37)$$

Desta forma, $p_j(t)$ é dado por (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$p_j(t) = \int_0^t \frac{\lambda_j(\tau)}{\Lambda_j(t)} [1 - B_j(t - \tau \mid \tau)] d\tau \quad (38)$$

E o número médio de servidores ocupados na residência j no tempo t é (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$E[K_j(t)] = \Lambda_j(t) p_j(t) \int_0^t \lambda_j(\tau) [1 - B_j(t - \tau | \tau)] d\tau \quad (39)$$

As taxas de chegada instantâneas para usuários de água residenciais são funções dependentes do tempo complexas que variam de acordo com a residência e o dia. Não obstante, essas taxas de chegada eventualmente apresentam padrões diários, com períodos mais intensos aproximadamente nos horários das refeições (FILION; ADAMES; KARNEY, 2007). No entanto, várias funções lineares dependentes do tempo são usadas para aproximar um padrão geral diário de taxas de chegadas instantâneas. Um exemplo genérico, superexposto na Figura 1 tem períodos menos intensos durante a madrugada, e dois picos, o primeiro perto do café da manhã, e o segundo próximo do jantar. Cada segmento linear da função da taxa de chegada genérica pode ser escrito por (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$\lambda_j(\tau) = a_j + b_j t \quad (40)$$

onde a_j e b_j são constantes para residência j . Coloca-se a Equação (40) na Equação (39) e supõe-se que a CDF dos tempos de serviço $B_j(t | \tau)$ é independente do tempo de chegada τ :

$$E[K_j(t)] = \Lambda_j(t) \int_1^\infty dB(\tau) + \lambda_j(t) \int_0^t \tau dB(\tau) - \frac{1}{2} \lambda_j'(t) \int_0^t \tau^2 dB(\tau) \quad (41)$$

onde $\Lambda_j(t)$ é definida em (33); e $\lambda_j'(t) = b$ = a derivada temporal de $\lambda_j(t)$.

Considera-se T_j o tempo de serviço para um servidor ocupado na residência j . Pode-se ter informações sobre o comportamento dos servidores ocupados ao analisar uma residência por um período que excede T_m , o tempo de serviço máximo. Este período não precisa ser significativamente grande. Linaweaver *et al.* (1966) (apud Buchberger (1995)) encontraram que T_m pode ser aproximadamente 25 minutos para usos de água *indoor*. Mantendo-se $t > T_m$, o primeiro termo do lado direito da Equação (41) desaparece, e os dois termos restantes produzem:

$$E[K_j(t) | t \geq \sigma_j] = \lambda_j(t) E(T_j) - \frac{1}{2} \lambda_j'(t) E[T_j^2] \quad (42)$$

onde $E(T_j)$ e $E(T_j^2)$ = a média e a média ao quadrado dos tempos de serviço. Considera-se que a taxa média de serviço na residência j é $1/E(T_j)$, o primeiro termo no lado direito da Equação (42) representa um fator de utilização dependente do tempo; o segundo termo é uma constante. Na maioria das aplicações, o primeiro termo irá dominar. Além disso, uma residência

sujeita às chegadas Poisson não-homogêneas segmentadas por um período que excede o tempo de serviço máximo, o número médio de servidores ocupados pode ser aproximado com o fator de utilização dependente do tempo (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$E[K_j(t)|t \geq \sigma_j] \approx \lambda_j(\tau)E(T_j) = \rho_j(t) \quad (43)$$

Considerando que os tempos de serviço obedecem a uma função de distribuição sensível, essa expressão é relativamente razoável mesmo se o tempo de serviço máximo for ilimitado. Para verificar essa hipótese, supõe-se que T_j é exponencial com taxa μ_j , forma tal que $T_m \rightarrow \infty$. Com $B_j(t) = 1 - \exp(-\mu_j t)$, na Equação (41) tem-se:

$$E[K_j(t)] = \frac{a_j + b_j t}{\mu_j} - \frac{b_j}{\mu_j^2} - \frac{(a_j \mu_j - b_j)e^{-\mu_j t}}{\mu_j^2} \quad (44)$$

Ponderando que distribuições exponenciais apresentam $E(T_j) = 1/\mu_j$ e $E(T_j^2) = 2/\mu_j^2$, os primeiros dois termos à direita da Equação na Equação (44) correspondem exatamente aos resultados na Equação (42). Na Equação (44), é provável que o primeiro termo irá dominar o segundo termo constante. O terceiro termo desaparece rapidamente. Por exemplo, se a residência j for observada por um período superior a dois desvios padrões além do tempo de serviço médio, com fator $\mu_j t > 3$, o termo exponencial torna-se insignificante. Desta forma, por questão de conveniência, argumenta-se que a aproximação na Equação (43) fornece uma estimativa razoável do número de servidores ocupados no tempo t em uma residência típica (BUCHBERGER; WU, 1995), independente da função de serviço. Com $b = 0$ (taxa de chegada homogênea) e $t \rightarrow \infty$, a Equação (44) tem-se o resultado de equilíbrio para o sistema $M/M/\infty$, e $E(K_j) = \lambda_j/\mu_j = \rho_j$ como visto anteriormente (BUCHBERGER; WU, 1995).

Esses resultados para a residência j são prontamente estendidos a várias residências devido às propriedades aditivas do processo de Poisson. O número médio de servidores ocupados em um tempo t em um bloco de n residências é dado por (BUCHBERGER; WU, 1995):

$$E[K_n^*(t)] = \sum_{j=1}^n E[K_j(t)] \approx \sum_{j=1}^n \rho_j(t) = \rho_n^*(t) \quad (45)$$

onde $E[K_j(t)]$ é dado por (39), e $\rho_j(t)$ é dado pela Equação (43). Sob condições homogêneas, essa aproximação torna-se exata (BUCHBERGER; WU, 1995). Essa simples expressão para o número médio de servidores ocupados surge a partir de quatro condições

importantes: (1) a chegada de clientes segue o Processo de Poisson; (2) os clientes não interagem entre si; (3) o número de servidores é ilimitado; (4) e os tempos médios de serviço são curtos. Essas exposições são consideradas relativamente razoáveis para o consumo de água residencial *indoor* (BUCHBERGER; WU, 1995).

2.3.17 Momentos e CDFs de vazões

Considera-se $Q_n^*(t)$ a vazão na tubulação n da adutora, no tempo t . A partir das Equações (29), (30) e (43), a média e variância de $Q_n^*(t)$ são dadas por:

$$E[Q_n^*(t)] = \sum_{j=1}^n \rho_j(t) \alpha_j \quad (46)$$

$$var[Q_n^*(t)] \approx \sum_{j=1}^n \rho_j(t) (\alpha_j^2 + \beta_j^2) \quad (47)$$

Essencialmente, a Equação (46) mostra que a demanda residencial instantânea média em um sistema de distribuição, pode ser aproximada pela soma dos usos médios de água impostos pelo número médio de servidores ocupados. Simultaneamente, a partir da Equação (32) tem-se que o a CDF de $Q_n^*(t)$ dada por $F_n^*(q, t) = P[Q_n^*(t) \leq q]$ é:

$$F_n^*(q, t) = \sum_{k=0}^{\infty} G_n^*(q, k) \cdot P_n^*(k, t); q \geq 0 \quad (48)$$

onde $G_n^*(q, k)$ = a k -ésima convolução das intensidades de água defendidas na Equação (27); e $P_n^*(k, t)$ é obtido de uma distribuição Poisson com esperança $E[K_n^*(t)]$ definida na Equação (45).

Assim como os modelos hidráulicos existentes para a simulação de sistemas de distribuição de água, Buchberger e Wu (1995) descrevem um esquema para combinar demandas de múltiplos usuários. No entanto, as vazões não foram agrupadas em um único nó de demanda, como é feito usualmente. Em vez disso, fatores de utilização e intensidades de uso da água agrupadas em servidores ao longo de um bloco de residências são somados. Essa estratégia indica diretamente à distribuição de probabilidades dependente do tempo de vazões em qualquer ponto da ramificação. A informação aprovionada na Equação (48) poderia ser

obtida por um modelo hidráulico semi-dinâmico que aborda cada residência como um nó com demandas de água geradas por uma distribuição de probabilidades dependente do tempo. Neste caso, o comportamento variável dos regimes das vazões em qualquer ponto da tubulação pode ser aproximado apenas por meio da simulação estendida da ramificação da tubulação.

O modelo de filas PRP fornece razoável descrição da variabilidade temporal e espacial das vazões que permeiam as tubulações de redes ramificadas (BUCHBERGER; WU, 1995). Tais informações podem ampliar a confiabilidade dos modelos hidráulicos que pretendem prever o destino e o regime de vazões ao longo da rede (BUCHBERGER; WU, 1995).

3 METODOLOGIA

A pesquisa compreende a análise do comportamento de consumo residencial de água no estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Nesta região, foi reportada a existência de 9.827 condomínios residenciais em 2016 (SECOVI/RS-AGADEMI, 2016). Os dados foram obtidos de campo entre 28 de junho de 2016 e 14 de fevereiro de 2018 em 440 condomínios residenciais. O número de unidades em cada bloco varia entre 28 e 500 residências, que podem ser verificados na Tabela 4.

Tabela 4 – Dados da pesquisa realizada

DADOS DA PESQUISA	QUANTIDADES
População de condomínios residenciais na região do estudo	9.827
Amostra de condomínios residenciais	440
Unidades residenciais da amostra	28.423
Número mínimo de residências por condomínio	28
Número máximo de residências por condomínio	500

Fonte: Autor (2018)

Essa amostra de 440 condomínios representa cerca de 5 % da população, contendo 28.423 unidades unifamiliares. De acordo com a literatura, é necessária uma amostra de no mínimo 383 condomínios para uma margem de erro de 5 % com intervalo e confiança de 95 % (ARKIN; COLTON, 1956). Portanto, a dimensão da amostra está adequada ao estudo pretendido.

Em cada condomínio, os consumos foram monitorados por meio da instalação de um equipamento registrador no medidor de água, e esse dispositivo é capaz de realizar a aquisição e gravação da leitura de consumo a cada 15 minutos. Essas medidas de volume foram convertidas em vazões, e aproximadamente 16 milhões de dados de vazão foram adquiridos durante 596 dias. A partir dos dados de consumo observados, 162.482 séries diárias de consumo foram derivadas.

Tsutiya (2006) recomenda que a determinação dos valores médios de consumo diário ignore circunstâncias em que ocorreram acidentes no sistema, ou consumos excepcionais – por exemplo, vazamentos internos ou problemas de abastecimento. Foi executada a ferramenta diagrama de caixa, com *whisker* = 1,5 (TUKEY, 1993), para os volumes consumidos diários de água de cada condomínio residencial. Essa verificação é uma ferramenta adequada se o número de dados anômalos é inferior a 10 % (REIMANN; FILZMOSER; GARRETT, 2005). A investigação indicou 6.385 séries diárias de consumo cujo espectro encontra-se fora dos limites superiores e inferiores. De acordo com a literatura (TSUTIYA, 2006), essas séries de consumo devem ser removidas da análise.

Foram realizadas referências ao consumo de água exclusivamente *indoor*, que não inclui a modelagem de vazamentos e do consumo em áreas comuns dos condomínios residenciais.

3.1 Modelo considerado para análise e comparação

O modelo escolhido para análise e comparação considerado o mais representativo pertence à Categoria 1, chamado Modelo de Pulso Retangular de Poisson (PRP) (BUCHBERGER; WU, 1995). O mérito do PRP se dá pelo fato que a taxa de chegada (λ) tem propriedade aditiva entre as residências. Esta é uma condição significativamente útil e importante porque implica que o conceito PRP para usuários residenciais é escalável (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017).

Os modelos SIMDEUM (BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008; BLOKKER; VREEBURG; DIJK, 2010) e cor-PRP (CREACO; KOSSIERIS, *et al.*, 2016) foram ignorados neste estudo devido à ausência de parâmetros necessários para sua implementação. O primeiro, como mencionado anteriormente, requer informações disponíveis a respeito dos hábitos e comportamentos das pessoas, como a hora de acordar, hora de dormir e duração do sono. Estas informações não foram encontradas publicamente disponíveis. O segundo, requer parâmetros

de correlação entre as intensidades de uso de água e tempo de duração, informação não encontrada na bibliografia para a região de estudo.

Os algoritmos para a simulação foram implementados em linguagem R – ambiente em software para desenvolvimentos estatísticos e gráficos (R CORE TEAM, 2013). Adicionalmente, foram utilizados os pacotes “xlsx” (ADRIAN; ARENDT; ARENDT, 2018), “Hmisc” (HARREL JR, 2018) e “MLmetrics” (YAN, 2016).

Uma das exigências para utilização do modelo PRP é que a composição dos grupos de residências, também referidos como blocos, precisa ser homogênea - não devem ser combinadas diferentes categorias de usuários (ver seção 2.3.10). Para atender essa requisição, foram selecionados apenas dados de condomínios residenciais. Dentro de cada conjunto residencial, são encontrados números variados de residências, no entanto, possuem características similares em relação aos fatores que influenciam o consumo de água (Tabela 1).

Embora as principais características do modelo PRP tenham sido mencionadas, alguns detalhes adicionais serão fornecidos na seção 3.2.

3.2 Procedimentos

O modelo PRP pode ser aplicado arbitrariamente a grandes redes simplesmente por meio da agregação das várias taxas de chegadas em todas as residências compreendidas (BUCHBERGER; WU, 1995). No entanto, os parâmetros associados as durações dos pulsos e intensidades precisam ser relativamente uniformes e atender às premissas:

- a) a intensidade representativa do pulso para um bloco de residências é a média ponderada das vazões médias ao longo de todas as residências;
- b) as chegadas ocorrem de acordo com processo de Poisson não-homogêneo. Esse processo é uma excelente aproximação para representar a contagem de eventos raros e independentes (LIN, 2005; BARBOUR; MANSSON, 2002). O consumo residencial de água atende a essa exigência (BUCHBERGER; WU, 1995);
- c) o uso de água ocorre como um pulso retangular. Os perfis dos pulsos podem ter muitas formas, porém, a consideração que servidores ocupados fornecem água em taxas uniformes é considerada uma aproximação razoável (BUCHBERGER; WU, 1995). O processo de pulso retangular de Poisson tem sido utilizado para modelar chuvas (RODRIGUEZ-ITURBE; GUPTA; WAYMIRE, 1984), que tem taxas relativamente mais complexas que os padrões de consumo de água residenciais;

- d) as taxas de chegada são independentes do número de servidores ocupados. Como as residências tem poucos ocupantes, um cliente que está ocupado em um servidor pode não estar disponível para acionar qualquer outro servidor. Desta forma, a taxa de chegada efetiva observada por servidores disponíveis pode ser menor com o aumento do número de servidores ocupados. Essa dependência entre taxa de chegada e servidores ocupados pode ser incorporada na análise em troca do aumento de complexidade do modelo. Contudo, devido aos clientes não estarem necessariamente confinados a servidores ocupados, esse efeito é ignorado (BUCHBERGER; WU, 1995);
- e) a intensidade de uso de água é independente da duração do serviço. Cada residência tem duas classes de servidores: determinísticos e estocásticos. Servidores determinísticos (utensílios e bacias sanitárias) fornecem pulsos que são praticamente idênticos a cada vez que são utilizados. Servidores estocásticos geram pulsos variáveis que têm intensidades e durações aleatórias. A suposição de independência entre as intensidades e durações é razoável para servidores estocásticos, porém, é provavelmente violada para servidores determinísticos. O monitoramento de demandas de água em servidores determinísticos de volume fixo ao longo de períodos estendidos apresenta correlação negativa entre intensidades e durações (BUCHBERGER; WU, 1995). A correlação negativa pode ser explicada devido às mudanças de pressão nos sistemas de distribuição. Esse efeito é ignorado neste estudo;
- f) intensidades dos usos de água são mutualmente independentes. A taxa em que água pode ser drenada do sistema de distribuição é governada pela diferença de carga entre a ramificação e o ponto de uso. Se um cliente empenha um servidor, a carga diminui e a vazão para outros servidores ocupados deve diminuir. Desta forma, as intensidades dos usos de água entre servidores ocupados são mutualmente dependentes. Esse efeito poderia ser incorporado por meio da modificação da Equação (24) com a inclusão de fator de redução na intensidade de demanda agrupada de acordo com o aumento do número de servidores;
- g) as intensidades de demandas têm distribuições de probabilidades comuns. O servidor é a unidade fundamental que exerce demanda no sistema de distribuição. Devido a muitas residências terem dez ou mais servidores *indoors*, uma formulação baseada no tipo de servidores poderia exigir um número excessivo de parâmetros. Embora essa estratégia possa ter seu mérito, essa resolução ultrafina não será necessária neste estudo. Além disso, as residências unifamiliares foram escolhidas como unidades elementares para análise, e todos os servidores foram agrupados em um único grupo de intensidades com

distribuições de probabilidades comuns. Em princípio, essa distribuição tem massas de probabilidades concentradas nas amplitudes de servidores determinísticos e estocásticos. Pelo fato de não ser feita distinção entre esses tipos de servidores, a distribuição comum é representada por uma simples função de densidade de probabilidades definida sobre uma apropriada ordem de magnitudes de demandas. Evidentemente, essa é uma ligeira aproximação, porém pode prover razoáveis cenários de demandas residenciais de água;

- h) os tempos de serviço de servidores ocupados tem distribuições de probabilidades comuns.

3.2.1 Modelos simulados

As seguintes condições foram adotadas para as residências $j, j = 1, 2, \dots, n$:

- a) taxa de chegada de clientes $\lambda(t)$ segue as taxas dependentes do tempo apresentadas posteriormente na Tabela 5;
- b) tempos de serviço são exponenciais com taxa μ_j ;
- c) intensidades de demandas de água são normais com esperança α_j , e variância β_j^2 , e $\beta/\alpha < 0,4$.

A restrição no coeficiente de variação para intensidades de água é realizada para minimizar as ocorrências de intensidades negativas (BUCHBERGER; WU, 1995). O dia é dividido em 96 intervalos (15 minutos). Para ter o número de servidores ocupados, a taxa média durante o período i é obtida conforme a Equação (49) (BUCHBERGER; WU, 1995).

$$\lambda_j(i) = \frac{1}{2\tau} \int_{t_i-\tau}^{t_i+\tau} (a_j + b_j t) dt \quad (49)$$

onde t_i é o tempo no ponto médio do intervalo i ($i = 1, 2, \dots, 96$); $\tau = 0,125h$; e a_j e b_j = coeficientes para a taxa de chegada dependente do tempo. A distribuição do número de servidores ocupados no bloco de residências durante o intervalo i é Poisson com média aproximada da Equação (45):

$$E[K_n^*(i)] = \rho_n^*(i) = \sum_{j=1}^n \frac{\bar{\lambda}_j(i)}{\mu_j} \quad (50)$$

Como as intensidades de demanda são consideradas normais, o agrupamento de intensidades para qualquer servidor em um bloco (Y_n^* , definido na Equação (24)) é originado de uma distribuição normal composta (ROSS, 2010). A intensidade total de demandas resultante de k servidores ocupados no bloco - $Y_n^*(k)$ como definida na Equação (26) – tem esperança e variância definidas pelas equações (51) e (52):

$$E[Y_n^*(k)] = \alpha_n^*(k) = kE(Y_n^*) \quad (51)$$

$$var[Y_n^*(k)] = \beta_n^{*2}(k) = k\{E[(Y_n^*)^2] - E^2[(Y_n^*)]\} \quad (52)$$

onde os momentos de Y_n^* são definidos pela Equação (25). As CDFs de $Y_n^*(k)$ devem ser computadas como uma distribuição normal composta. Buchberger e Wu (1995) propuseram uma simplificação para esse passo por meio da aproximação de $G_n^*(q, k)$ cuja distribuição normal tem esperança e variância dadas em (51) e (52). Essa aproximação oportuna é utilizada para propósitos ilustrativos. Devido ao Teorema do Limite Central, a precisão dessa aproximação irá expandir com o tamanho de n (BUCHBERGER; WU, 1995). Mesmo em pequenos números de residências, são esperados resultados razoáveis se a intensidade média de demanda for semelhante nas residências individuais do mesmo bloco (BUCHBERGER; WU, 1995).

A partir de (48), a CDF de vazão na tubulação n da ramificação durante o intervalo i é:

$$F_n^*(q, i) = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi \left[\frac{q - \alpha_n^*(k)}{\beta_n^*(k)} \right] \cdot \left\{ \frac{[\bar{\rho}_n^*(i)]^k e^{-[\bar{\rho}_n^*(i)]}}{k!} \right\}; q \geq 0 \quad (53)$$

$$F_n^*(q, i) = e^{-[\bar{\rho}_n^*(i)]}; q = 0 \quad (54)$$

onde $\Phi[\]$ = a CDF para uma variável normal padrão. A segunda expressão para $q = 0$ é a probabilidade que não haverá servidores ocupados no bloco. Este resultado é listado separadamente porque a CDF normal sob a soma na Equação (53), embora pequena, não desaparece para $q = 0$ e $k \geq 1$, como exigido para considerações físicas.

Como mencionado anteriormente, na maioria das concessionárias de água, a medição de água inteligente não é uma tecnologia amplamente disponível. Neste estudo, se realiza estimativa dos parâmetros para simular o desempenho do modelo em situações em que não existem dados disponíveis sobre as demandas dos consumidores. Entre os 440 condomínios residenciais, foram simuladas demandas com valores médios dos parâmetros propostos por

Buchberger e Wu (1996), em que as intensidades de demanda: $\alpha_j = 12$ l/min, e o desvio padrão $\beta_j = 4,5$ l/min.

Assim como explicado por Buchberger et al. (2007), o fator de utilização é derivado da média de consumo de água diário, em que não é realizada distinção entre dias de semana e fins de semana. De acordo com a premissa que o padrão de demanda horário nos nós da rede é conhecido, o fator de utilização médio horário dos pulsos de demanda durante o período i é dado pela Equação (55) (BUCHBERGER; LI, 2007):

$$\rho_j(i) = \frac{Q_j(i)}{\alpha_j} = \frac{\pi_j(i) Q_{bj}}{\alpha_j} \quad (55)$$

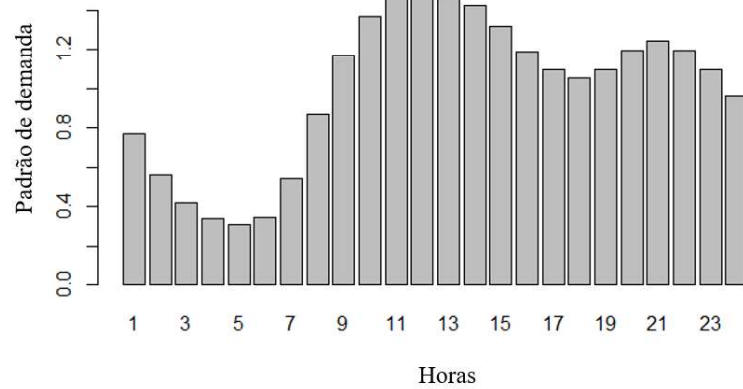
onde $\rho_j^*(i)$ é o fator de utilização médio do processo de Poisson; $Q_j(i)$ é a demanda média horária por residência; $\pi_j(i)$ é o multiplicador do padrão de demanda no período i , que é mostrado na Tabela 5 e Figura 6; $Q_{bj}(n)$ é a demanda base na residência j , que é a demanda média ou nominal de água utilizada pelo consumidor na junção. O multiplicador de demanda apresentado foi obtido sob os mesmos dados observados em estudo.

Tabela 5 – Multiplicador do padrão de demanda (π_j) em condomínios residenciais

PERÍODO (h)	PADRÃO	PERÍODO (h)	PADRÃO
0–1	0,77	12–13	1,48
1–2	0,56	13–14	1,42
2–3	0,42	14–15	1,32
3–4	0,34	15–16	1,19
4–5	0,31	16–17	1,10
5–6	0,34	17–18	1,05
6–7	0,54	18–19	1,09
7–8	0,87	19–20	1,19
8–9	1,17	20–21	1,24
9–10	1,37	21–22	1,20
10–11	1,48	22–23	1,09
11–12	1,50	23–24	0,96

Fonte: Autor (2018)

Figura 6 – Curva diurna do multiplicador de padrão de demanda(π_j) de água considerado para consumidores residenciais



Fonte: Autor (2018)

E para a definição da demanda base na residência, utiliza-se:

$$Q_{bj} = \frac{Q_m}{d \cdot n} \quad (56)$$

onde Q_m é a demanda mensal média de água consumida, d é o número de dias do respectivo mês, e n é o número de residências do bloco. A demanda base por residência varia entre 111 l/(economia·dia) até 1.138 l/dia, com média 410 l/(economia·dia).

3.2.2 Comparação entre resultados simulados e observados

Foram geradas as CDFs de vazões pelo modelo PRP para cada condomínio residencial para cada hora do dia, com a parametrização descrita na seção anterior, e essas simulações foram comparadas com as observações.

Para exemplificar o procedimento, a Figura 7 apresenta a CDF de vazões de uma tubulação que conecta 25 residências, durante os períodos de 0h a 4h. Como comentado anteriormente, a Função Cumulativa de Distribuição é uma combinação que consiste em uma massa discreta em $q = 0$, correspondente a probabilidade que todos os servidores estão inativos, e densidade contínua para $q > 0$, quando pelo menos um servidor está ocupado. Especificamente, o condomínio residencial apresentado na Figura 7 exibe condição ociosa em cerca de 50 % a 70 % do tempo. De acordo com o aumento do número de residências abastecidas pela ramificação, a probabilidade de vazões estagnadas reduz. Mesmo em números

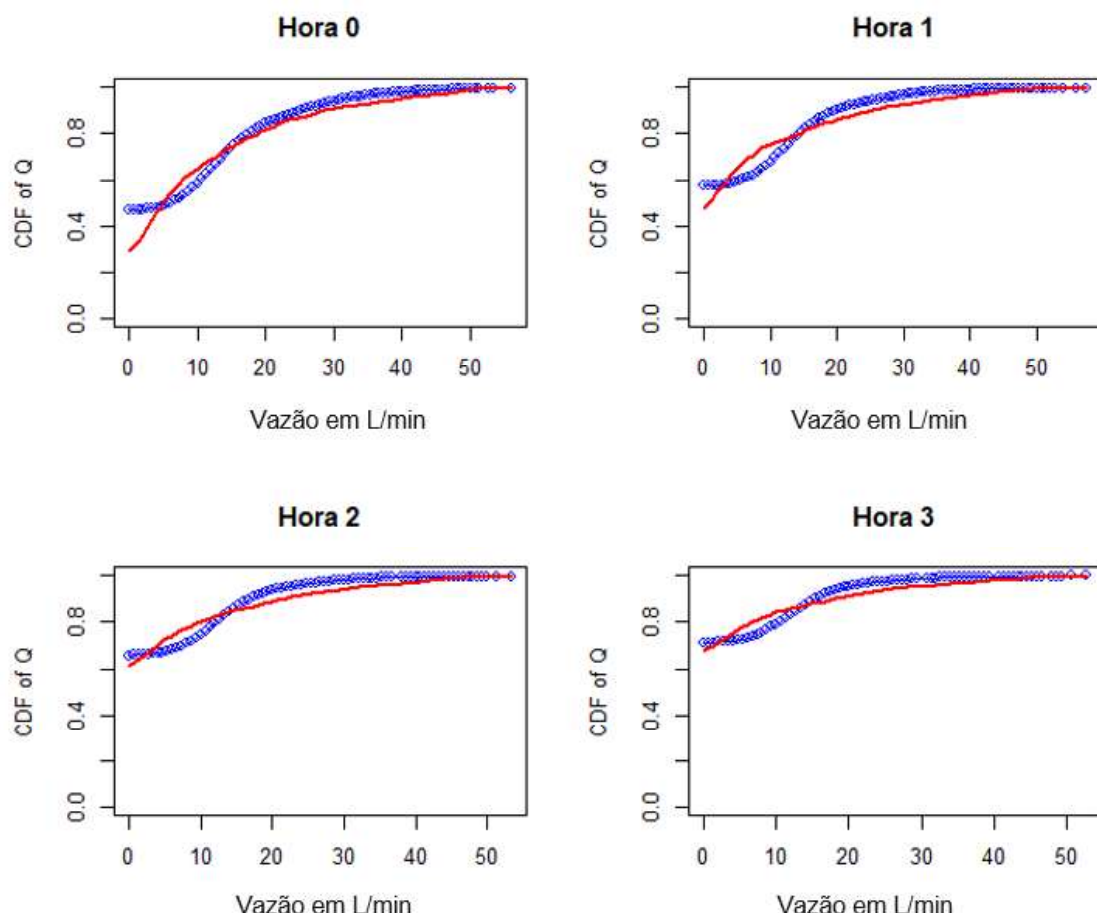
superiores de residências conectadas à ramificação, vazões nulas são esperadas em cerca de 25 a 40 % do tempo, no período das 1-3h.

Na Figura 7, a CDF gerada pelo modelo é representada em azul, enquanto as observações são representadas em vermelho.

Os resultados do modelo são comparados com observações em dois níveis. Para cada condomínio residencial, 24 CDFs de vazões horárias são geradas pelo modelo PRP, que resultam em 10.560 CDFs. Para a avaliação da vazão máxima, é realizada a comparação entre a vazão máxima horária observada com a respectiva vazão proposta pelo modelo.

A escolha do número de CDFs (igual a 24) foi realizada para obter resultados suficientemente representativos do modelo. De fato, foi estimado que um aumento neste número poderia expandir a carga da simulação sem resultar em benefícios adicionais em termos de representatividade.

Figura 7 – Função cumulativa de distribuição de vazões da tubulação ramificada entre os horários 0h e 3h



Fonte: Autor (2018)

3.2.3 Fases de comparação

A comparação foi realizada em duas fases. A primeira fase foi carregada para 440 condomínios residenciais e estava relacionada à Função Cumulativa de Distribuição (CDF) da variável Q (vazões da ramificação compreendidas em período horário), com vazão representada em l/min. Fase 2 é relacionada à avaliação de parâmetros básicos de $Q_{\max}$ (vazão máxima observada compreendida em período horário), representada em l/min. O desempenho do modelo na Fase 1 é reportado em termos de grau de relacionamento.

Neste estudo, dois métodos para avaliação do modelo foram analisados: o coeficiente de determinação R^2 e o Erro Relativo Percentual. Em geral, a comparação é realizada entre os dados simulados pelo modelo (P) e dados observados, também chamados de dados reais (O) para o mesmo conjunto de condições, dado período dividido em N períodos.

3.2.4 Coeficiente de determinação R^2

O coeficiente de determinação é o quadrado do coeficiente de correlação produto-momento de Pearson e descreve a proporção do total da variância dos dados observados que pode ser explicada pelo modelo. Este coeficiente varia entre zero e um, cujos valores mais altos indicam melhores concordâncias, e é dado por (LEGATES; MCCABE JR., 1999):

$$R^2 = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})(P_i - \bar{P})}{[\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2]^{0,5} [\sum_{i=1}^N (P_i - \bar{P})^2]^{0,5}} \right\} \quad (57)$$

onde a barra sobrescrita denota a média para todo o período da avaliação.

3.2.5 Erro Relativo Percentual em vazões máximas

Uma das expectativas em relação ao desempenho do modelo é quão precisa é a estimativa da vazão máxima. Para aferir essa execução, será calculado o Erro Relativo Percentual entre a vazão máxima observada e simulada. O Erro Relativo Percentual descreve o desvio entre a vazão máxima estimada pelo modelo durante o período i , e a observação correspondente. Um Erro Relativo Percentual igual a 0 % indica que o modelo propôs uma

vazão idêntica à observada. Varia entre $-\infty$ e $+\infty$, cujos valores mais próximos de 0 % indicam melhor concordância, e é dado por:

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x} = \frac{q(CDF_{data} \geq 0,97) - q(CDF_{PRP} \geq 0,97)}{q(CDF_{data} \geq 0,97)} \quad (58)$$

A restrição na seleção da vazão corresponde à CDF igual ou superior a 0,97 foi imposta para evitar o desvio excessivo observado devido ao comportamento assintótico da CDF gerada pelo modelo.

4 RESULTADOS

Neste estudo, as curvas cumulativas de distribuição (CDFs) dependentes do tempo para vazões dadas pelas equações (53) e (54) foram comparadas com as observações aferidas em uma campanha de campo cuja duração foi de aproximadamente dois anos (ver seção 17.1.1). Detalhes do modelo de simulação de demandas são dados por (BUCHBERGER; WU, 1995).

Considera-se que as seguintes condições se aplicam às residências de cada condomínio residencial: as taxas de chegadas dos clientes seguem a Figura 6; as taxas de chegada são exponenciais com razão μ_j ; e as intensidades de utilizações de água são normais com média α_j desvio padrão β_j , e $\beta_j/\alpha_j < 0,40$. A restrição no coeficiente de variação das intensidades das utilizações é utilizada para minimizar a ocorrência de intensidades negativas (BUCHBERGER; WU, 1995).

4.1 Coeficiente de determinação R^2

Os resultados dos cálculos da Fase 1 a respeito do Coeficiente de Determinação R^2 entre as CDFs de vazões horárias são reportados na Tabela 6 (representam a qualidade e precisão do modelo em relação aos dados observados) e foram calculados de acordo com a Equação (57).

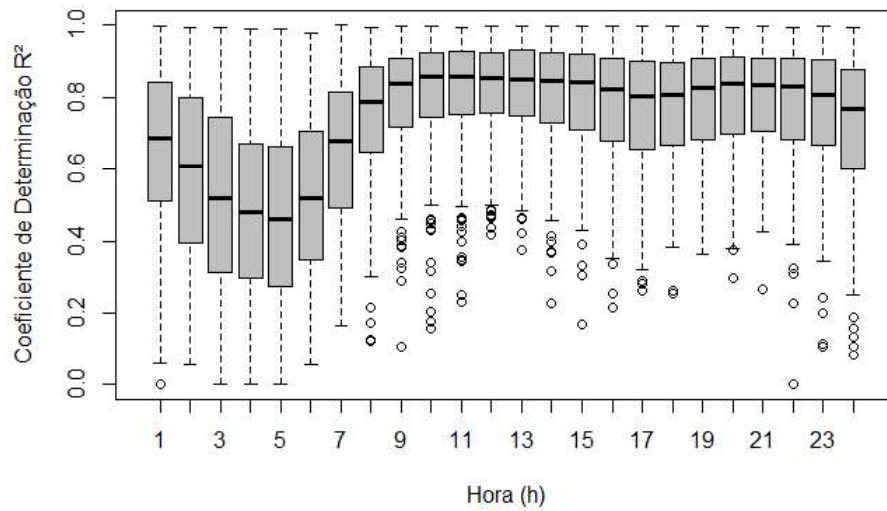
Tabela 6 – Descrição dos valores do Coeficiente de Determinação R^2 gerados pela comparação entre dados gerados e reais em intervalos horários

INTERVALO (h)	PRIMEIRO QUARTIL	MEDIANA	TERCEIRO QUARTIL	MÁXIMO
0–1	0,51	0,66	0,84	1,00
1–2	0,40	0,59	0,80	0,99
2–3	0,31	0,53	0,74	0,99
3–4	0,30	0,49	0,67	0,99
4–5	0,27	0,48	0,66	0,99
5–6	0,35	0,53	0,71	0,98
6–7	0,49	0,65	0,81	1,00
7–8	0,65	0,75	0,88	1,00
8–9	0,72	0,80	0,91	1,00
9–10	0,74	0,82	0,92	1,00
10–11	0,75	0,83	0,93	1,00
11–12	0,76	0,83	0,93	1,00
12–13	0,75	0,83	0,93	1,00
13–14	0,73	0,81	0,92	1,00
14–15	0,71	0,80	0,92	1,00
15–16	0,68	0,78	0,91	1,00
16–17	0,66	0,77	0,90	1,00
17–18	0,67	0,77	0,90	1,00
18–19	0,68	0,79	0,91	1,00
19–20	0,70	0,80	0,91	0,99
20–21	0,71	0,80	0,91	1,00
21–22	0,68	0,79	0,91	0,99
22–23	0,67	0,77	0,91	1,00
23–24	0,60	0,73	0,88	1,00

Fonte: Autor (2018)

A Figura 8 apresenta o diagrama de caixa para o Coeficiente de Determinação R^2 entre as CDFs de vazão das simulações do Modelo PRP e os dados observados. Particularmente, a Figura 8 mostra que durante a maior parte do tempo o modelo apresentou resultados próximos de 0,80. Contudo, o modelo tende a apresentar resultados menos eficazes durante a madrugada e as primeiras horas da manhã. Esse aspecto pode estar relacionado à característica brasileira de possuir reservatórios de água dentro das residências. É reportado que a reservação interna tende a suavizar a curva típica de demanda (COBACHO; ARREGUI, *et al.*, 2006) – em outras palavras, observa-se consumos menores durante o dia e maiores que zero durante as madrugadas. Essa circunstância poderia ser melhorada com a adoção de processos mais complexos para a geração de pulsos.

Figura 8 – Representação do Coeficiente de Determinação R^2 entre simulações do modelo PRP e dados reais em intervalos horários.

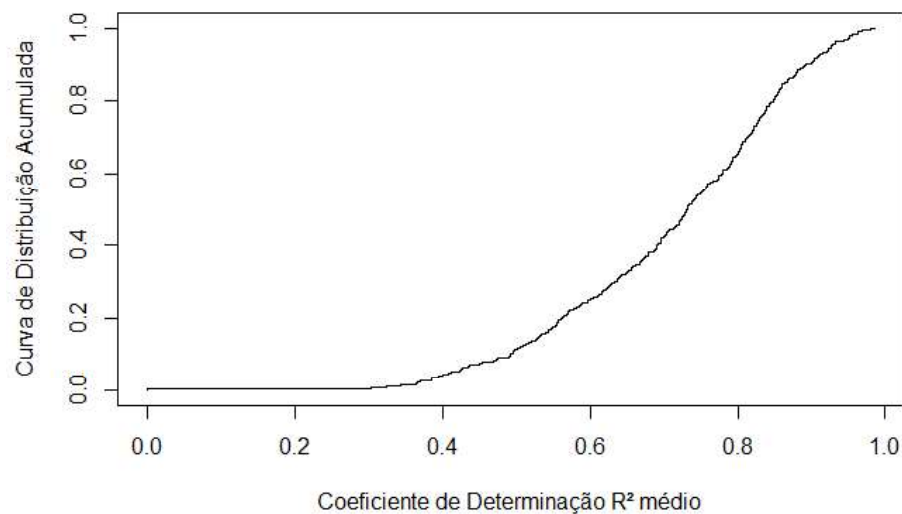


Fonte: Autor (2018)

4.2 Coeficiente de determinação R^2 médio

O Coeficiente de Determinação R^2 médio para simulações realizadas foi de 0,73. Esse resultado apresenta que mesmo sem realizar a calibração do modelo, é possível ter resultados satisfatórios. A Figura 9 apresenta a Curva de Distribuição Acumulada dos Coeficientes de Determinação R^2 médios entre as simulações e vazões observadas. Com isso, pode-se observar que 20 % das simulações tiveram Coeficiente de Determinação R^2 igual ou superior a 0,85. Além disso, 80 % das simulações apresentaram o Coeficiente de Determinação R^2 médio acima de 0,56 e 36 % das simulações com R^2 acima de 0,80

Figura 9 – Curva de Distribuição Acumulada dos Coeficientes de Determinação R^2 médios



Fonte: Autor (2018)

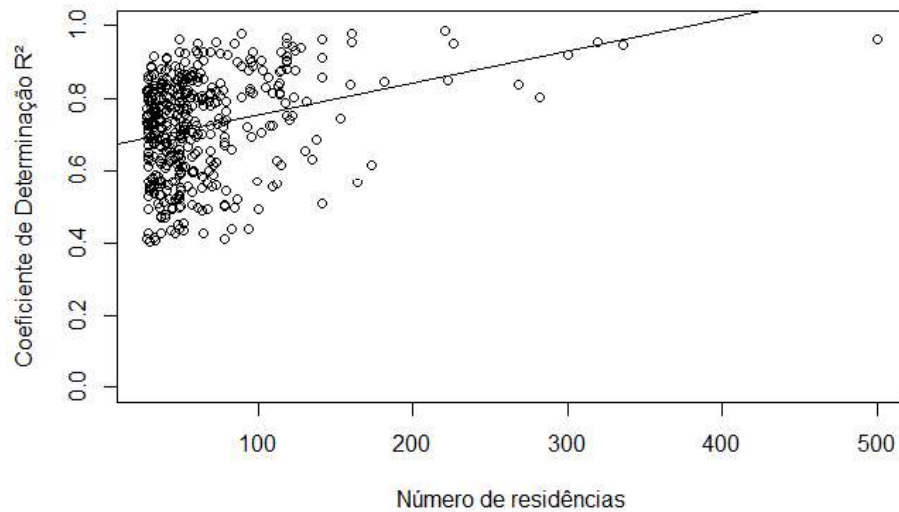
4.3 Número de residências

O modelo PRP pode prover resultados razoáveis mesmo para um número reduzido de residências (BUCHBERGER; WU, 1995). No entanto, é esperado aumento de concordância do modelo com o aumento do número de residências de determinado condomínio residencial (BUCHBERGER; WU, 1995).

Essa consideração será verificada por meio da relação entre o Coeficiente de Determinação médio e o número de economias por ligação. A Figura 10 apresenta que quanto maior o número de residências agregadas num bloco residencial, melhores são os resultados e desempenho do modelo.

Os coeficientes da análise de regressão linear são: interseção = 0,669 (IC: 95 %, 0,647 – 0,690), coeficiente = 0,001 (IC: 95 %, 0,001 – 0,001).

Figura 10 – Relação entre quantidade de residências e desempenho do modelo

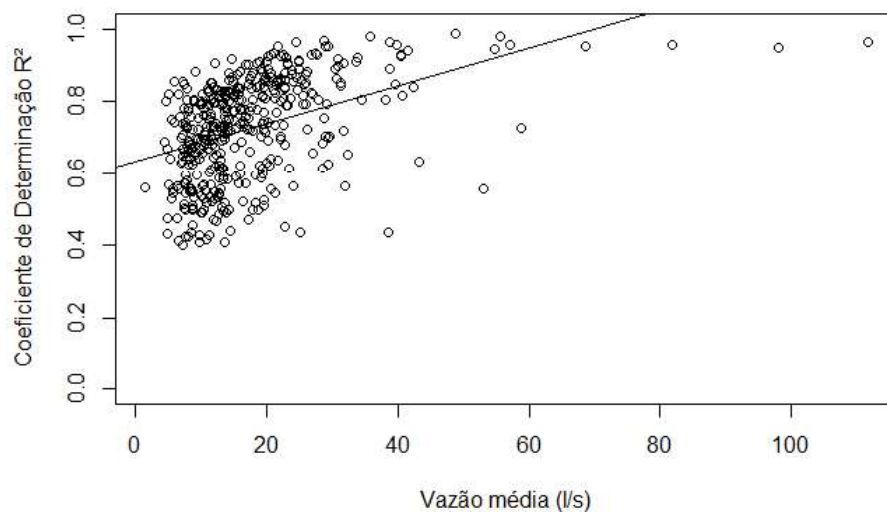


Fonte: Autor (2018)

4.4 Intensidade média de vazão

A Figura 11 apresenta o Coeficiente de Determinação R^2 médio de cada condomínio residencial em relação à vazão média (l/s). É observado que quanto maior a vazão média, melhores são os resultados e desempenho do modelo. A análise de regressão linear fornece os seguintes resultados: interseção = 0,634 (IC: 95 %, 0,612 – 0,656), coeficiente = 0,005 (IC: 95 %, 0,004 – 0,006).

Figura 11 – Relação entre a vazão média real e o desempenho do modelo

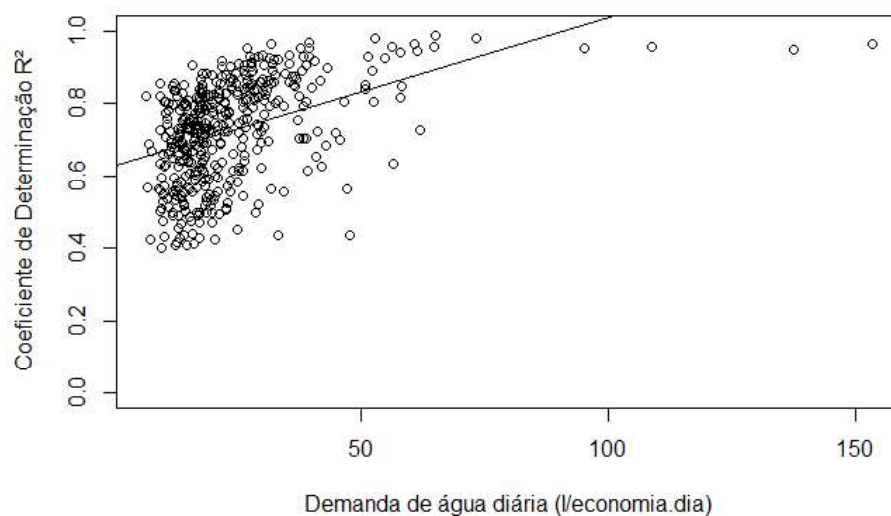


Fonte: Autor (2018)

4.5 Demanda diária média

A apresenta o Coeficiente de Determinação R^2 médio de cada condomínio residencial em relação à demanda diária de água (em l/(economia·dia)). É observado que quanto maior a demanda diária, melhores são os resultados e desempenho do modelo. A análise de regressão linear fornece os seguintes resultados: interseção = 0,634 (IC: 95%, 0,612 – 0,656), coeficiente = 0,005 (IC: 95%, 0,004 – 0,006).

Figura 12 – Relação entre consumo real diário de água e desempenho do modelo

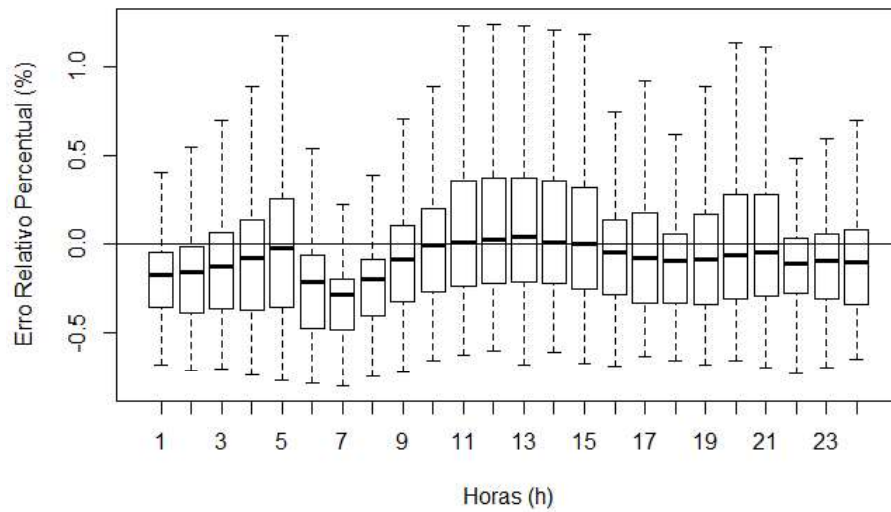


Fonte: Autor (2018)

4.6 Desvios entre vazões máximas

Os cálculos de desvio entre as vazões máximas simuladas e observadas em cada hora são apresentados pelo diagrama de caixa da Figura 13. Os resultados apresentam melhores desempenhos durante o dia, e uma tendência de subestimação das vazões máximas durante as primeiras horas do dia. Essa verificação vem ao encontro dos resultados identificados na Figura 8, em que o modelo apresenta resultados menos acurados no mesmo período.

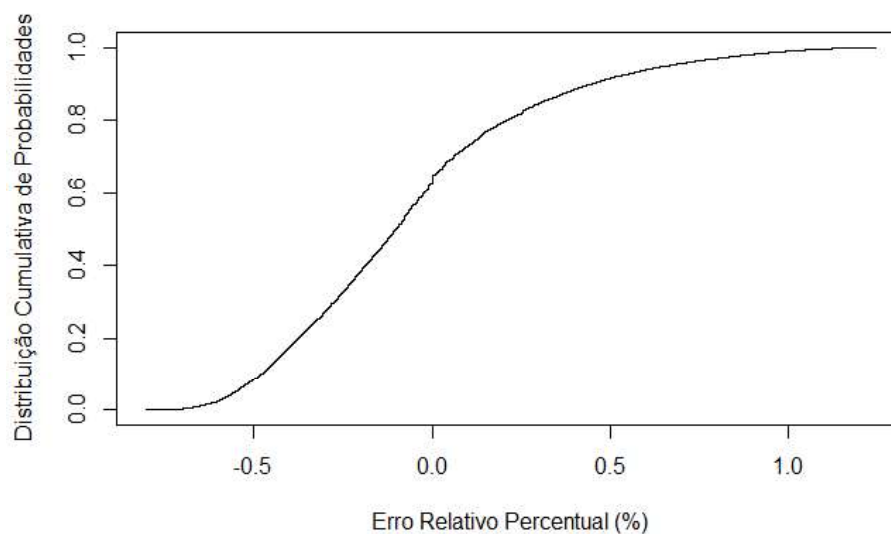
Figura 13 – Comparação entre as vazões máximas simuladas e observadas em termos do erro relativo percentual (%)



Fonte: Autor (2018)

A evolução das Curvas Cumulativas de Distribuição do Erro Relativo Percentual das vazões máximas simuladas e observadas pode ser verificada na Figura 14. Um resumo com os intervalos da Curva Cumulativa de Distribuição dos Erros Relativos é apresentado na Tabela 7, onde verifica-se que 80 % das simulações estão compreendidas num intervalo de erro de -48 % a 45%. Na literatura, estudos apontam que as vazões residenciais apresentam um gradiente significativamente acentuado de alterações de vazão. Em alguns casos, a vazão média trabalha próximo de 170 l/h, mas tem mudanças frequentes para 18 l/h e 625 l/h – variações de aproximadamente -89% e 267%, respectivamente (COBACHO; ARREGUI, *et al.*, 2006).

Figura 14 – CDF do Erro Relativo Percentual das vazões máximas simuladas e reais



Fonte: Autor (2018)

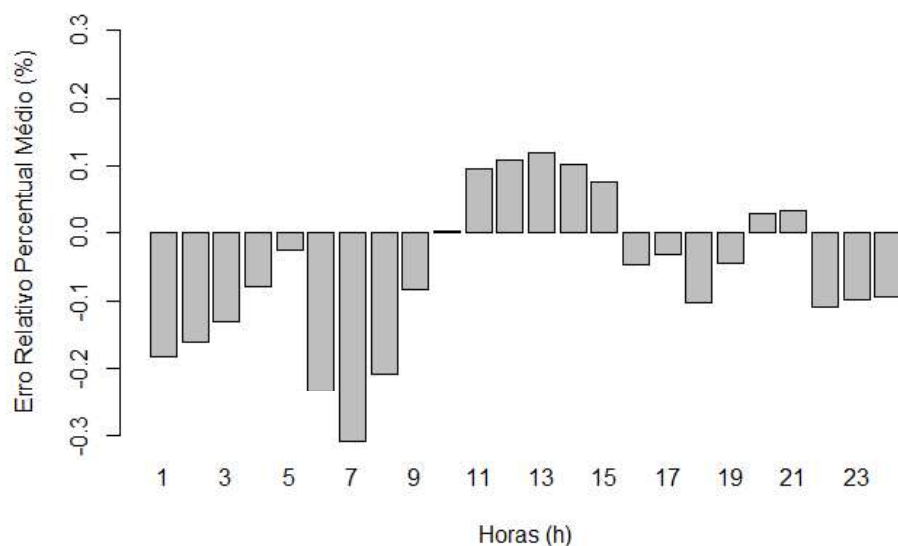
Tabela 7 – Distribuição de probabilidades dos Erros Relativos Percentuais das vazões máximas simuladas e reais

INTERVALO DE PROBABILIDADES	ERRO RELATIVO INFERIOR	ERRO RELATIVO SUPERIOR
95 %	-60 %	85 %
90 %	-55 %	67 %
80 %	-48 %	45 %

Fonte: Autor (2018)

Os erros relativos percentuais médios são apresentados na Figura 15, onde verificam-se os maiores desvios por volta das 7h, e melhores resultados no período entre as 10h e 23h.

Figura 15 – Erros Relativos Percentuais Médios para estimativa de vazões máximas horárias



Fonte: Autor (2018)

4.7 Discussões

Alguns comentários precisam ser feitos a respeito do desempenho do modelo analisado neste estudo. O Modelo PRP tem apenas três parâmetros e, desta forma, é relativamente simples de construir. Contudo, a aquisição desses parâmetros exige o monitoramento dos comportamentos de consumo com uma frequência da ordem de segundos, e essas tecnologias ainda estão em desenvolvimento (AKSELA; AKSELA, 2011).

Neste trabalho, uma estratégia é considerada para a estimativa desses parâmetros. Os parâmetros relacionados aos fatores de utilização são estimados por funções do consumo médio diário. Os parâmetros relativos às intensidades de uso de água são estimados pelos valores

médios dos propostos na literatura, sendo que α varia entre 8 a 14 l/min, e β no intervalo de 2,2 a 6.8 l/min (BUCHBERGER; WU, 1995).

Por outro lado, o modelo SIMDEUM exige diversos parâmetros e não é um modelo simples de construir (BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008). O número e tipologia dos ocupantes das residências pode ser obtido por meio de pesquisas na área sob investigação. Além disso, embora seja variável de região para região, os hábitos das pessoas e frequências de utilizações de água podem ser estimados a partir de dados disponíveis em bancos de dados públicos e na literatura. Porém, devido à carência de informações a respeito dos hábitos dos ocupantes ou da tipologia dos moradores, o modelo SIMDEUM exige onerosos recursos para sua operação.

Genericamente, os resultados das análises realizadas neste estudo indicam que mesmo sem refinada parametrização, o modelo apresenta resultados com baixos erros. Os resultados da análise indicaram que 36 % das simulações apresentaram Coeficiente de Determinação R^2 igual ou superior a 0,80, que é considerada uma boa simulação (BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008).

Observa-se na literatura diversas pesquisas que apresentam bons resultados na simulação de demandas de água (GUERCIO; MAGINI; PALLAVICINI, 2001) (BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008) (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017).

O modelo PRP apresenta resultados relativamente superiores para a simulação de vazões em condomínios com intensidade média de vazões elevadas. Essa consideração pode estar relacionada à maior continuidade de demanda em relação à usuários com menores consumos. Não foram encontradas verificações semelhantes na literatura para comparação.

Análises de regressão linear indicam que o desempenho do modelo evolui à medida que mais residências estão conectadas ao medidor de água. Na literatura, indica-se que o modelo apresenta melhor precisão com o aumento do número de habitações (BUCHBERGER; WU, 1995), que corrobora com os resultados encontrados.

O modelo PRP apresenta resultados relativamente superiores para a simulação de vazões em condomínios com demandas diárias de água elevadas. Essa consideração pode estar relacionada à maior continuidade de demanda em relação à usuários com menores consumos, assim como a consideração sobre intensidade média de vazões. Não foram encontradas verificações semelhantes na literatura para comparação.

Na literatura, verifica-se estudos similares com 20 residências que o modelo PRP apresenta bons resultados ($R^2 = 0,895$) na avaliação da vazão máxima (BLOKKER; BUCHBERGER, *et al.*, 2008), coincidindo com o resultado deste trabalho.

O modelo PRP descreve vazões de consumos residências com erros relativamente pequenos (CREACO; BLOKKER; BUCHBERGER, 2017). A partir da descrição analítica que o modelo PRP provê, muitas deduções matemáticas podem ser realizadas. Contudo, quando há informações sobre o consumo para a parametrização do modelo, o modelo PRP é um processo eficiente e eficaz para analisar processos qualitativos e quantitativos dos sistemas de distribuição de água. Tais quais:

Tabela 8 – Aplicações do modelo PRP em termos qualitativos e quantitativos

APLICAÇÕES DO MODELO PRP EM TERMOS QUALITATIVOS E QUANTITATIVOS	
Aspectos quantitativos	Otimização da operação da rede para minimizar os custos de energia, melhoria dos projetos de expansão de rede para acomodação da demanda futura, determinação de parâmetros para construção de reservatórios, entre outros.
Aspectos qualitativos	Previsão da concentração de componentes químicos para atender aos requisitos da regulação, estimativa da exposição dos consumidores a agentes contaminantes, entre outros.

Fonte: Adaptado de Creaco et al. (2017)

Outra possível aplicação para o modelo PRP é a utilização de parâmetros médios na ausência de dados ultrafinos sobre consumos. Resumindo, o modelo PRP tem potencial para prover *insights* sobre elementos básicos da utilização de água, como picos de demanda, intensidades de vazões máximas, e pode contribuir com aumento de eficiência de diversas atividades das companhias de abastecimento de água.

5 CONCLUSÕES

A revisão da literatura sobre simulação de demandas residenciais foi realizada e indicou duas principais categorias de modelos. Um dos modelos verificados, chamado de Modelo de Pulso Retangular de Poisson – PRP, foi considerado o mais representativo. Então, o modelo PRP foi aplicado para propósito de comparação em consumos residenciais de água do estado Rio Grande do Sul, no Brasil.

O aspecto peculiar deste trabalho é a estimativa de parâmetros. Considera-se que dados ultrafinos sobre os comportamentos de consumo – diga-se dados de medidores inteligentes – são relativamente onerosos para calibrar os parâmetros, a estratégia considerada foi estimar os parâmetros a partir da literatura.

Os resultados indicam que, no geral, o modelo PRP é um método eficaz para modelar e simular demandas e vazões em tubulações. Análises globais sobre as curvas cumulativas de distribuição de probabilidades de vazões apontam que o modelo PRP obteve desempenho excepcional, com resultados superiores durante as tardes e fim das noites.

Assuntos como a otimização de redes para reduzir as despesas de energia elétrica, a projeção das expansões do sistema, e a predição das concentrações dos resíduos desinfetantes são responsabilidades desafiadores que demandam diversas informações e estudos. Em sistemas em que carecem de informações ultrafinas sobre o comportamento dos hábitos de consumo da população, o modelo PRP pode prover estimativas de demandas razoáveis.

O uso do modelo PRP para simulação de demandas residenciais de água poderá impactar em vários aspectos na análise e concepção dos sistemas de distribuição de água. Com essa ferramenta, espera-se reduzir os consumos de energia elétrica, aprimorar a qualidade da água distribuída e aperfeiçoar o desempenho das companhias de abastecimento de água.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT. **Estudos de concepção de sistemas públicos de abastecimento de água.** Associação Brasileira de Normas Técnicas. [S.l.], p. 1-14. 1992. (NBR 12211).
- ABNT. **Projeto de estação de tratamento de água para abastecimento público.** Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, p. 1-18. 1992. (NBR 12216).
- ADRIAN, A.; ARENDT, D.; ARENDT, C. **xlsx: Read, Write, Format Excel 2007 and Excel 97/2000/XP/2003 Files.** R package version 0.6.1. [S.l.]. 2018.
- AKSELA, K.; AKSELA, M. Demand Estimation with Automated. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 137, n. 5, p. 456-467, September/October 2011. ISSN 0733-9496/2011/5-456–467.
- ANDERSSON, Y.; BOHAN, P. Disease surveillance and waterborne outbreaks. **Water Quality: Guidelines, Standards and Health**, London, 2001. 115-132.
- ARKIN, H.; COLTON, R. R. **Tables for Statisticians.** 3. ed. New York: Barnes and Noble, INC, 1956.
- BARBOUR, A. D.; MANSSON, M. Compound Poisson process approximation. **The Annals of Probability**, v. 30, n. 2, p. 1492-1537, July 2002.
- BARROS, G. S.; BURNQUIST, H. L. **Causalidade e transmissão de preços agrícolas entre níveis de atacado e varejo.** Encontro Latino Americano da Econometric Society. São Paulo: Anais São Paulo. 1987. p. 175-190.
- BLOKKER, E. J. M. et al. **Comparison of water demand models: PRP and Simdeum** applied to Milford, Ohio, data. 10th Annual Water Distribution Systems Analysis Conference WDSA2008. Kruger National Park, South Africa: [s.n.]. 2008. p. 182-195.
- BLOKKER, E. J. M.; VREEBURG, J. H. G.; DIJK, J. C. V. Simulating residential water demand with a stochastic end-use model. **Water Resources Planning and Management**, v. 136, n. 1, p. 12-26, January 2010. ISSN 0733-9496/2010/1-19-26.
- BUCHBERGER, S. G.; LI, Z. **PRPsym: A Model System for Simulation of Stochastic Water Demands.** World Environmental and Water Resources Congress 2007. [S.l.]: ASCE. 2007. p. 1-13.
- BUCHBERGER, S. G.; WELLS, G. J. Intensity, Duration, and Frequency of Residential Water Demands. **Journal of Water Resources and Planning and Management**, v. 122, n. 1, p. 11-19, February 1996. ISSN 0733-9496/96/0001-0011-0019.

BUCHBERGER, S.; WU, L. Model for Instantaneous Residential Water Demands. **Journal of Hydraulic Engineering**, Cincinnati, March 1995. 232-246.

CHEE-HOCK, N.; BOON-HEE, S. **Queueing modelling fundamentals with applications in communication networks**. 2nd. ed. Hong Kong: John Wiley & Sons, Ltd, 2008.

CHEIFETZ, N. et al. Modeling and clustering water demand patterns from real-world smart meter data. **Drinking Water Engineering and Science**, v. 10, p. 75-82, August 2017.

CLARK, R. M.; GRAYMAN, W. M.; MALES, R. M. Contaminant propagation in distribution systems. **Journal of Environmental Engineering**, v. 114, n. 4, p. 929-943, August 1988. ISSN 0733-9372/88/0004-0929.

COBACHO, R. et al. **Private Water Storage Tank: Evaluating Their Inefficiencies**. Institute for Water Technology. Valencia, p. 1-8. 2006.

COLOMBO, A. F.; KARNEY, B. W. Impacts of leaks on energy consumption in pumped systems with storage. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 131, p. 146-155, April 2005. ISSN 0733-9496/2005/2-146-155.

CREACO, E. et al. Considering the mutual dependence of pulse duration and intensity in models for generating residential water demand. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 141, n. 11, p. 1-9, November 2015. ISSN 0733-9496/04015031; DOI: 10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000557.

CREACO, E. et al. Parameterizing residential water demand pulse models through smart meter readings. **Environmental Modelling & Software**, v. 80, p. 33-40, February 2016. ISSN 1364-8152.

CREACO, E.; BLOKKER, M.; BUCHBERGER, S. Models for generating household water demand pulses: literature review and comparison. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 143, n. 6, p. 1-11, February 2017. ISSN 0733-9496.

FILION, Y.; ADAMES, B.; KARNEY, B. Cross Correlation of Demands in Water Distribution Network Design. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 133, n. 2, p. 137-144, March 2007. ISSN 0733-9496/2007/137-144.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4th. ed. São Paulo: [s.n.], 2002.

GRAYMAN, W. M.; CLARK, R. M.; MALES, R. M. Modeling distribution-system water quality: dynamic approach. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 114, n. 3, p. 295-312, May 1988. ISSN 0733-9496/88/0003-0295.

GUERCIO, R.; MAGINI, R.; PALLAVICINI, I. Instantaneous residential water demand as stochastic point process. **Ecology and the Environment**, v. 48, p. 129-138, 2001. ISSN ISSN 1743-3541.

HALL, A. R. Generalized Method of moments. In: HALL, A. R. **A Companion to Theoretical Econometrics**. [S.l.]: Blackwell Publishing Ltd, 2003. p. 230-254.

HARREL JR, F. E. **Hmisc: Harrell Miscellaneous**. R package version 4.1-1. [S.l.]. 2018.

HOWE, C. W.; LINAWEAVER, F. P. The Impact of Price in Residential Water Demand and Its Relation to System Design and Price Structure. **Water Resources Research**, v. III, n. 1, First Quarter 1967. ISSN 13-32.

JAIN, A. K.; MURTY, M. N.; FLYNN, P. J. Data clustering: a review. **ACM Computing Surveys**, v. 31, n. 3, p. 265-323, September 1999. ISSN 0360-0300/99/0900-0001.

KAUARK, F. D. S.; MANHÃES, F. C.; MEDEIROS, C. H. **Metodologia da pesquisa: um guia prático**. Itabuna: Via Litterarum, 2010. 88 p.

LEAVESLEY, G. H. et al. **Precipitation-runoff modeling system: user's manual**. Water-resources Investigations Report. Denver, p. 207. 1983. (83-4238).

LEGATES, D. R.; MCCABE JR., G. Evaluating the use of "goodness-of-fit" measures in hydrologic and hydroclimatic model validation. **Water Resources Research**, v. 35, n. 1, p. 233-241, January 1999. ISSN 199WR900018.

LIN, Y.-S. Estimation of the probability of fire occurrences in buildings. **Fire Safety Journal**, v. 40, p. 728-735, September 2005. ISSN 0379-7112.

MARTINS, R. S.; EDUARDO, M. B.; NASCIMENTO, A. D. F. Time trends in mortality from intestinal infectious diseases among children under five years old, in São Paulo State, Brazil, 2000-2012. **Epidemiol. Serv. Saúde**, Brasília, v. 25, n. 3, p. 1-11, September 2016.

NASH, J. E.; SUTCLIFFE, J. V. River flow forecasting through conceptual models part I - A discussion of principles. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, n. 10, p. 282-290, 1970.

QUIÑONES-GRUEIRO, M.; VERDE, C.; PRIETO-MORENO, A. **Leaks' detection in water distribution networks with demand patterns**. 3rd Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol). Barcelona: [s.n.]. 2016. p. 313-318.

R CORE TEAM. R: A language and environment for statistical. Vienna, Austria: [s.n.], 2013. Disponível em: <<http://www.R-project.org/>>.

REIMANN, C.; FILZMOSER, P.; GARRETT, R. G. Background and threshold: critical comparison of methods of determination. **Science of the Total Environment**, v. 346, p. 1-16, 2005.

RISBERMAN, F. J. Water scarcity: Fact or fiction? **Agricultural Water Management**, v. 80, p. 5-22, 2006. ISSN 0378-3774.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; GUPTA, V. K.; WAYMIRE, E. Scale Considerations in the Modelling of Temporal Rainfall. **Water Resources Research**, v. 20, n. 11, p. 1611-1619, November 1984. ISSN 4W1101.

ROSS, S. M. **Introduction to probability models**. 10th. ed. Los Angeles: Elsevier, 2010.

ROSSMAN, L. A. **Epanet 2 Users Manual**. Cincinnati: United States Environmental Protection Agency, 2000. 200 p.

SABESP. **Relatório de sustentabilidade**. Sabesp. [S.l.], p. 101. 2016.

SECOVI/RS-AGADEMI. **Panorama do Mercado Imobiliário**. SECOVI/RS-AGADEMI. Porto Alegre, p. 95. 2016. (CDU 347.238(816)).

SHVARTSER, L.; SHAMIR, U.; FELDMAN, M. Forecasting hourly water demands by pattern recognition approach. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 119, n. 6, p. 611-627, November/December 1993. ISSN 0733-9496/93/0006-0611.

TSUTIYA, M. T. **Abastecimento de água**. 3rd. ed. São Paulo: Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, v. XIII, 2006.

TUKEY, J. M. **Exploratory Data Analysis: Past, Present, and Future**. Princeton: Princeton University, 1993.

VAN ZYL, J. E. et al. Impact of Water Demand Parameters on the Reliability of Municipal Storage Tanks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 138, n. 5, p. 553-561, October 2012. ISSN 0733-9496/2012/5-553-561.

WALSKI, T. M. et al. **Advanced water distribution modeling and management**. Bentley Institute Press. [S.l.], p. 693. 2009.

WILCOX, B. P. et al. Predicting runoff from rangeland catchments: a comparison of two models. **Water Resources Research**, v. 26, n. 10, p. 2401-2410, October 1990. ISSN 90WR01101.

WILLMOTT, C. J. On the validation of models. **Physical Geography**, v. 2, n. 2, p. 184-194, 1981.

YAN, Y. **MLmetrics: Machine Learning Evaluation Metrics**. R package version 1.1.1. [S.l.]. 2016.